eligentur, quæ medii impedimentis minus sint subjectæ, quales sint gravissimæ & rotundæ; & spatia & velocitates ad summum tanta non erunt, ut illius exorbitantiæ cum facili diminutione ad scopum reduci nequeant. Sed in projectis, quibus nos utimur, si ex materia gravi sint & figuram habeant rotundam, imo etiam si ex materia leviori sint & figuram habeant cylindricam, qualia sunt jacula, fundis aut arcubus ejecta, insensibiliter omnino illorum motus à figura aberrabit exacte Parabolica. Imo (majori enim uti libet licentia) iis in artificiis quæ à nobis in praxin deducuntur, illorum exiguitatem externa & accidentalia impedimenta quam minime reddere notabilia, inter quæ medii impedimentum maximi est momenti; duobus manifestum vobis facere possum experimentis: considerans motus in aere factos, cum illi præcipue sermonis nostri faciant subjectum: contra quos duobus modis Aër suam exercet potentiam; primo impediendo magis mobilia leviora quam gravissima; resistendo magis ejusdem mobilis majori velocitati quam minori.

Primum quod attinet, ex eo, quod nobis Experientia ostendat duas magnitudine æquales pilas, sed quarum una alterâ 10 aut 12 vicibus sit gravior, quales essent Ex: gr: una ex plumbo, & altera ex robore, ex 150 aut 200 cubitorum altitudine descendentes cum admodum exigua velocitatis differentia ad terram appellere; plane convincimur, impedimentum & retardationem aëris esse in utraque exiguam; si pila plumbea eodem momento cum altera lignea altitudinem relinquens, paululum, lignea vero multum fuisset retardata, pilam plumbeam, cum ad terram attingat, post se relinquere debere ligneam, quoniam decuplo est gravior: quod tamen non contingit, cum ejus præcessio ne centesimam quidem totius altitudinis faciat partem. Et inter plumbeam & lapideam, cujus gravitas istius tertia pars est aut medietas, vix observabilis esset differentia temporis quo ad terram appellunt. Quoniam jam impetus, quem pila plumbea acquirit, dum ex altitudine 200 cubitorum decidit (cujus descensus tempus tantum est, ut, si per illud motum continuaret æquabilem, 400 percurreret cubitos) satis magni est momenti respectu velocitatum, quas arcubus aut aliis machinis in nostra conferimus Projecta (isto impetu excepto qui ab igne dependet) absque notabili concludere possumus errore, & ut absolute veras, illas propo-

sitiones,

ſitiones, quæ abſque conſideratione mutationis medii demonſtrantur.

Secundam deinde partem, quod ſpectat, qua oſtendere debemus, impedimentum, quod idem mobile ab aëre recipit, dum magna cum velocitate movetur, non eſſe multo majus eo, quod ipſi obſtat dum lente movetur: de eo ſequens nos quam maxime certos facit experientia. Duobus filis æqualiter, ſc: utriſque, 4 aut 5 cubitos longis duæ plumbeæ æquales appendantur pilæ; & duobus iſtis filis in ſummitate affixis, utræque pilæ à ſitu perpendiculari removeantur; ſed altera ad diſtantiam 80 aut plurium graduum, altera vero non ultra 4 aut 5 gradus; ſic ut altera demiſſa deſcendat, & perpendiculum tranſeundo quam maximos deſcribat arius, 160, 150, 140 &c. graduum, iſtos ſenſim diminuendo: altera vero libere mota perquam exiguos decurrat arcus 10. 8. 6. &c: graduum, illos ſimiliter ſenſim diminuendo. Hic primo dico: eodem tempore primam ſuos 180. 160. &c: decurſuram gradus, quo altera ſuos 10. 8. &c: Unde fit manifeſtum, velocitatem primæ pilæ fore 16 aut 18 vicibus majorem velocitate ſecundæ; ut quando velocitas major ab aëre magis impediretur quam minor, pauciores etiam eſſe deberent vibrationes in maximis arcubus 180. 160. &c: graduum, quam in minimis 10. 8. 4. imo etiam 2 & 1 graduum: quod tamen experientiæ repugnat: quoniam ſi duorum ſociorum unus majores numeret vibrationes, & minores alter, videbunt, ſe non tantum decades, ſed etiam centenarios, abſque unius vibrationis, imo unius puncti differentia eſſe numeraturos. Et hæc experientia duas conjunctum nobis confirmat propoſitiones: ſcilicet Maximas & minimas vibrationes ſingulas ſub æqualibus temporibus fieri: & Impedimentum ac tetardationem aëris in motibus velociſſimis nihil operari magis quam in tardiſſimis: contra ac nos antea communiter judicaturi videbamur.

Sagr. Imo, quia negari non poteſt aërem & hoſce & iſtos impedire, quoniam utrique langueſcunt, & tandem finiuntur; dicere oportet tales eadem proportione in utraque operatione fieri retardationes. Sed quid? Quod majori modo, modo minori uti debeat reſiſtentia, unde exoritur, niſi quod majori cum impetu & velocitate invadatur modo, modo cum minori? Et ſi hoc ita ſe habet, eadem velocitatis in Mobili quantitas quantitatis reſiſtentiæ cauſa ſimul erit & menſura. Omnes igitur motus, ſive tardi

ſint

sint sive veloces, eadem proportione retardantur & impediuntur: quæ notitia mihi haud contemnenda videtur.

Salv. In secundo hoc casu aliquo etiam concludere possumus modo, fallacias in istis conclusionibus, quæ ab externis abstrahendo accidentibus demonstrantur, in nostris artificiis exigui esse momenti, respectu & motuum, qui magna cum velocitate fiunt, de quibus ut plurimum agitur: & distantiarum, quæ non nisi admodum exiguæ sunt, si referantur ad magnitudinem semidiametri maximorum Globi terrestris Circulorum.

Simp. Ego libenter audirem, quare illa, quæ ignis impetu hoc est, ut credo, à pulveris pyrii vi projiciuntur, separes ab iis quæ fundis, arcubus aut ballistis projiciuntur, in eo quod non eodem modo aëris mutationi obnoxia sint & impedimento.

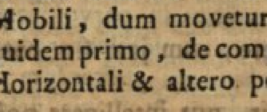
Salv. Excessivus iste, &, ut ita loquar, supernaturalis me movet furor, quo talia impelluntur Projecta: ut jure absque hyperbolica locutione, velocitatem, qua globulus ex sclopeto ejicitur, supernaturalem dici posse mihi videatur. Quoniam, si talis globulus ex immensa quadam altitudine naturaliter in aëre descendat, ejus velocitas, propter aëris obstaculum, non perpetuo augebitur; sed quod in cadentibus parum gravibus in parvo spatio contingere videmus, quæ tandem ad motum æquabilem reduci dico, idem etiam post aliquot millium cubitorum descensum in pilâ ferreâ aut plumbeâ accidet: & hæc terminata & ultima velocitas maxima dici potest, quam tale grave naturaliter in aëre obtinere potest: hanc autem velocitatem multo minorem esse puto ea, quæ à pulvere pyrio accenso eidem imprimitur pilæ. Quam rem concinna admodum confirmat experientia. Ex centum aut plurium cubitorum altitudine sclopeto pila plumbea ejiciatur deorsum perpendiculariter in pavimentum lapideum; & idem sclopetum ad distantiam unius aut duorum cubitorum in similem exoneretur lapidem; & postea examinetur, utra ex duabus istis pilis plus fuerit contusa. Quoniam si illa quæ ex alto venit minus contusa comperiatur quam altera, erit judicio, impediisse aërem & diminuisse velocitatem, quæ ipsi in principio motus ab igne erat impressa; & consequenter ipsi non permissurum aërem, ut tantam acquirat velocitatem, etiamsi ex quantumvis sublimi venerit altitudine: adeoque si ab igne impressa ei velocitas, non excederet eam quam per se ipsam naturaliter descendendo acquirere posset, ictum inferius serius magis potius, quam minus debere esse validum. Ego ipse illud non institui experimentum, sed inclino ut credam, tormenti aut sclopeti pilam, ex quantumvis magna altitudine cadentem, tantam facturam non esse percussionem, quantam facit in muro paucis cubitis distante, hoc est tam paucis, ut brevis ista dissectio, quam facere debet in aëre, non sufficiat ad tollendum excessum impetus supernaturalis qui ipsi ab igne impressus est. Superfluus hic eorum impetus, quæ cum simili violentia ejiciuntur, in Projectorum lineam aliquam inducere potest deformitatem, efficiendo ut linea Parabolica in principio minus inclinata sit & curva quam in fine. Sed hoc aut parum aut nihil Authori nostro in practicis obstat operationibus; inter quas præcipua est compositio Tabulæ projectorus, quam Volatuum dicunt, quæ continet distantias, quas feruntur pilæ secundum diversas elevationes ejectæ. Et quia tales projectiones è mortario fiunt, idque cum exigua pulveris quantitate; cum hisce supernaturalis non insit impetus, projectiones suas etiam satis exacte designant lineas.

Sed interim in Tractatu progrediamur, ubi Author introducere nos vult ad contemplationem & investigationem impetus in Mobili, dum movetur motu, qui ex duobus compositus est. Et quidem primo, de composito ex duobus æquabilibus, scilicet uno Horizontali & altero perpendiculari.

Theor. II. Propos. II.

Si aliquod Mobile duplici motu æquabili moveatur, nempe Horizontali, & perpendiculari, impetus seu momentum lationis ex utroque motu compositæ erit potentia æqualis ambobus momentis priorum motuum.

Moveatur enim aliquod Mobile æquabiliter duplici latione: & mutationi perpendiculari respondeat spatium *ab*; lationi vero horizontali eodem tempore confectæ respondeat *bc*. Cum igitur per motus æquabiles conficiantur eodem tempore, spatia *ab*, *bc*, erunt harum lationum momenta inter se, ut ipsæ *ab*, *bc*. Mobile verò, quod secundum hasce duas mutationes movetur, describit diagonalem *ac*, erit momentum



suæ

suæ velocitatis ut *ac*. Verum *ac* potentia æquatur ipsis *ab*, *bc*, ergo mementum compositum ex utrisque momentis *ab*, *bc*, est potentia tantum illis simul sumptis æquale. quod erat ostendendum.

Simp. Necesse est ut exiguum, qui hic suboritur mihi eximas scrupulum, cum id, quod modo concluditur, alteri cuidam præcedentis tractatus repugnare mihi videatur propositioni: in qua asserebatur, impetum mobilis venientis ex *a* in *b* æqualem esse venienti ex *a* in *c*, & jam concluditur impetum in *c* esse majorem quam in *b*.

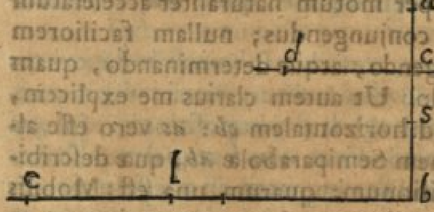
Salv. Ambæ istæ propositiones, Dom: Simpl: sunt veræ, sed inter se admodum diversæ: hic loquimur de uno solo Mobili, quod uno solo motu movetur, sed ex duobus, & quidem utrisque æqualibus, composito: ibi vero sermo habetur de duobus mobilibus, quæ motibus naturaliter acceleratis moventur, uno scilicet per perpendicularem *ab*: & altero per inclinatam lineam *ac*. præterea tempora ibi non supponuntur æqualia, sed tempus per inclinatam *ac* majus esse tempore per perpendicularem *ab*: at vero in motu de quo nunc loquimur, motus per *ab*, *bc*, *ac*, intelliguntur æquabiles, & in eodem facti tempore.

Simp. Da veniam, & ulterius progredere, cum jam sim contentus.

Salv. Author nos porro in viam deducit, qua intelligere possimus, quidnam contingat circa impetum alicujus Mobilis, quod itidem motu movetur ex duobus composito, scilicet uno horizontali & æquabili, & altero perpendiculari sed naturaliter accelerato; & tamen lineam describit Parabolicam; in cujus unoquoque puncto debet determinari, quantus Projecti sit impetus: ad cujus intelligentiam Author nobis modum demonstrat, aut, si ita loqui libeat, methodum, dirigendi & mensurandi talem impetum supra eandem lineam, in qua fit motus gravis descendentis, quod cum motu naturaliter accelerato à quiete recedit; dicendo.

Theor. III. Propos. III.

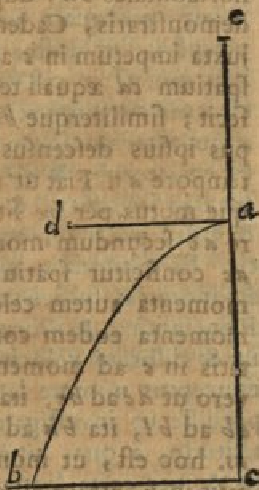
Fiat Motus per lineam *ab* ex quiete in *a*, & accipiatur in ea quodlibet punctum *c*: & ponatur ipsamet *ac* esse tempus, seu temporis mensura casus ipsius per spatium *ac*, nec non mensuram



quoque impetus, seu momenti in puncto *c* ex descensu *ac* acquisiti. Modo sumatur in eadem linea *ab* quodcunque aliud punctum, utpute *b*. in quo determinandum est de impetu acquisito à Mobili per descensum *ab*, in ratione ad impetum, quem obtinuit in *c*, cujus mensura posita est *ac*. Ponatur *as*, media proportionalis inter *ba*, *ac*. Demonstrabimus, impetum in *b* ad impetum in *c* esse ut lineam *sa* ad *ac*. Sumantur horizontales *cd*, dupla ipsius *ac*; *be* vero dupla *ba*. Constat ex demonstratis, Cadens per *ac*, conversum in horizonte *cd*, atque juxta impetum in *c* acquisitum, motu æquabili delatum, conficere spatium *cd* æquali tempore, atque ipsum *ac* motu accelerato confecit; similiterque *be* confici eodem tempore atque *ab*. Sed tempus ipsius descensus *ab* est *as*. ergo horizontalis *be* conficitur tempore *as*. Fiat ut tempus *sa* ad tempus *ac*, ita *eb* ad *bl*. Cumque motus per *be* sit æquabilis, erit spatium *bl* peractum tempore *ac* secundum momentum celeritatis in *b*. Sed tempore eodem *ac* conficitur spatium *cd* secundum momentum celeritatis in *c*: momenta autem celeritatis sunt inter se ut spatia quæ juxta ipsa momenta eodem conficiuntur tempore: ergo momentum celeritatis in *c* ad momentum celeritatis in *b*, est ut *dc* ad *bl*. Quia vero ut *dc* ad *be*, ita ipsarum dimidia, nempe *ca* ad *ab*; ut autem *eb* ad *bl*, ita *ba* ad *as*: ergo ex æquali, ut *dc* ad *bl*, ita *ca* ad *as*. hoc est, ut momentum celeritatis in *c* ad momentum celeritatis in *b*, ita *ca* ad *as*: hoc est, tempus per *ca* ad tempus per *ab*. Patet itaque ratio mensurandi impetum, seu celeritatis momentum super linea in qua fit motus descensus; qui quidem impetus ponitur augeri pro ratione temporis.

Hic autem, antequam ulterius progrediamur, præmonendum est, quod cum de motu composito ex æquabili horizontali, & ex naturaliter accelerato deorsum futurus sit sermo; (ex tali enim mixtione conflatur, ac designatur linea Projecti, nempe Parabola;) necesse habemus definire aliquam communem mensuram, juxta quam utriusque Motus velocitatem, impetum, seu momentum

tum dimetiri valeamus. Cumque lationis æquabilis innumeri sint velocitatis gradus, quorum non quilibet fortuito, sed unus ex illis innumeris cum gradu celeritatis per motum naturaliter acceleratum acquisito sit conferendus, & conjungendus; nullam faciliorem viam excogitare potui pro eo eligendo, atque determinando, quam alium ejusdem generis assumendo. Ut autem clarius me explicem, intelligatur perpendicularis *ac* ad horizontalem *cb*: *ac* vero esse altitudinem: *cb* autem amplitudinem Semiparabolæ *ab*, quæ describitur à compositione duarum lationum; quarum una est Mobilis descendentis per *ac* motu naturaliter accelerato ex quiete in *a*; altera est motus transversalis æquabilis juxta horizontalem *ad*. Impetus acquisitus in *c* per descensum *ac* determinatur à quantitate ejusdem altitudinis *ac*. unus enim atque idem est semper impetus Mobilis ex eadem altitudine cadentis: verum in horizontali non unus, sed innumeri assignari possunt gradus velocitatis motuum æquabilium; ex quorum multitudine, ut illum quem elegero à reliquis segregare, & quasi digito monstrare possim, altitunem *ca* in sublimi extendam, in qua, prout opus fuerit, sublimitatem *ae* firmabo: ex qua si cadens ex quiete in *e* mente concipiam, patet, impetum ejus in termino *a* acquisitum unum esse, cum quo idem Mobile, per horizontalem *ad* conversum, ferri concepero; ejusque gradum celeritatis esse illum, quo in tempore descensus per *ea* spatium in horizontali duplum ipsius *ea* conficiet. Hæc præmonere necessarium visum est.



Advertatur insuper, semiparabolæ *ab* Amplitudinem à me vocari horizontalem *cb*;

Altitudinem, *ac*, nempe ejusdem Parabolæ axem.

Lineam verò *ea*, ex cujus descensu determinatur impetus horizontalis, Sublimitatem appello.

His declaritas, ac definitis, ad demonstrandum me confero.

Sagr. Subsiste, quæso: quoniam conveniens mihi videtur, hunc

hunc Authoris conceptum exornare dicendo illum Platonis conformem esse conceptui, circa determinationem Motuum æquabilium in conversionibus Motuum Cælestium: qui, stabilito forte, nullum mobile ex quiete ad quemvis determinatum velocitatis gradum posse transire, nisi per omnes reliquos gradus transeat velocitatis minoris, aut, ut ita dicam, tarditatis majoris qui inter assignatum gradum & summum tarditatis gradum, hoc est quietem intercedunt: dicit, Deum, postquam corpora mobilia cælestia creasset, ut eas ipsis tribueret velocitates, cum quibus postea motu circulari æquabili moveri deberent; fecisse, ut illa à sua quiete recedentia, per determinata spatia tali motu naturali & per lineam rectam moverentur, quo videmus sensibiliter moveri ex statu quietis nostra mobilia successive motum accelerantia. Addit ulterius, postquam jam ipsis eum concessisset gradum, quem ipsi placuerit, ut postea perpetuo conservarent, motuum rectum motum mutasse in circularem; qui solus æquabilem se conservare aptus est, cum circumgyret semper nec recedens nec accedens ad præfixum aliquem terminum ab ipsis desideratum. Dignus profecto Platone hic est conceptus; & eo majoris pretii, quo fundamenta, à Platone silentio involuta, & à nostro Authore detecta, detracta illis larva & vultu poëtico, eum clarius sub veræ historiæ revelant apparentia. Et admodum mihi credibile videtur, cum per doctrinas Astronomicas sufficienti imbuti simus notitia magnitudinum orbium, Planetarum, & illorum à centro, circa quod gyrant distantiarum, ut & illorum velocitatum; nostrum Authorem (quem Platonis conceptus minime latebat) curiositatis ergo in animum inducere potuisse ut investigaret, utrum determinata aliqua assignari posset altitudo, à qua, ut à statu quietis, Planetarum corpora recedentia & per certa spatia recto & naturaliter accelerato motu progredientia, acquisitâ velocitate postea in æquabilem motum mutatâ, orbium suorum magnitudinibus & suarum revolutionum temporibus respondere comperiantur.

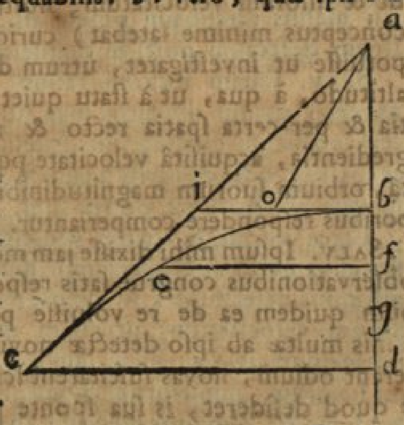
SALV. Ipsum mihi dixisse jam memini, iniisse se calculum, quem observationibus congrue satis respondere deprehendit; sed ne verbum quidem ea de re voluisse proferre, utpote verentem, ut nimis multæ ab ipso detectæ novitates, quæ multorum provocaverant odium, novas suscitarent scintillas. Quod si vero quis simile quod desideret, is sua sponte præsentis tractatus doctrina imbutus

tus sibi plus satis satisfacere poterit. Sed nostram, demonstrandi scilicet prosequamur materiam.

PROBL. I. PROPOS. IV.

Quomodo in datæ Parabolæ à Projecto descriptæ punctis singulis impetus sit determinandus

Sit Semiparabola *bec*, cujus amplitudo *cd*, altitudo *db*, quæ extensa in sublimi occurrat tangenti Parabolam *ca* in *a*, & per verticem *b* sit horizonti & *cd* parallela *bi*. Quod si amplitudo *cd* sit æqualis toti altitudini *da*, erit *bi* æqualis *ba* & *bd*. Et, si temporis casus per *ab*, & momenti velocitatis acquisiti in *b* per descensum *ab* ex quiete in *a*, ponamus mensuram esse ipsammet *ab*; erit *dc* (dupla nempe *bi*) spatium, quod per impetum *ab*, per horizontalem conversum conficiet eodem tempore. Sed eodem tempore cadens per *bd*, ex quiete in *b*, conficit altitudinem *bd*: ergo mobile cadens ex quiete in *a*, per *ab* conversum cum impetu *ab*, per horizontalem conficit spatium æquale *dc*. Superveniente vero casu per *bd*, conficit altitudinem *bd*; & Parabola *bc* designatur: cujus impetus in termino *c* est compositus ex æquabili transversali; cujus momentum est ut *ab*, & ex altero momento acquisito in descensu *bd* in termino *d* seu *c*; quæ momenta æqualia sunt. Si ergo intelligamus, *ab* alterius illorum esse mensuram, ut puta transversalis æquabilis: *bi* vero, quæ ipsi *bd* est æqualis, esse mensuram impetus acquisiti in *d* seu *c*: subtensa *ia* erit quantitas momenti compositi ex ambobus: erit ergo quantitas, seu mensura integri momenti, quo Projectum veniens per Parabolam *bc* impetum facit in *c*. His retentis, accipiatur in Parabola quodlibet punctum *e*, in quo de impetu Projecti determinandum sit. Ducatur horizontalis *ef*: & accipiatur *bg* media proportionalis inter *bd*, *bf*.



Cumque

Cumque posita sit *ab* seu *b d* esse mensura temporis, & moment velocitatis in casu *b d* ex quiete in *b*; erit *bg* tempus, seu mensura temporis, & impetus in *f*, venientis ex *b*. Si igitur ponatur *bo* æqualis *bg*; juncta diagonalis *ao* erit quantitas impetus in puncto *o*. est enim *ab* determinatrix posita temporis, & impetus in *b*, qui conversus in horizontali, semper servatur idem: *bo* vero determinat impetum in *f* seu *e* per descensum ex quiete in *b*, in altitudine *bf*. his autem, *ab*, *bo*, potentia æquipollet *ao*. Patet ergo quod quærebatur.

SAGR. Contemplatio compositionis horum diversorum impetuum & quantitatis istius impetus, quæ ex tali resultat mixtione, adeo nova mihi videtur, ut mentem meam haud parum relinquat dubiam. Non dico de mixtione duorum motuum æquabilium, licet inter se inæqualium, quorum unus fit per lineam horizontalem, & alter per lineam perpendicularem; cum jam optime percipiam exinde fieri motum utrisque componentibus potentia æqualem: Sed difficultas mihi suboritur in mixtione Horizontalis æquabilis, & perpendicularis naturaliter accelerati. Quare vellem ut hanc materiam accuratius simul digereremus.

SIMP. Imo & mihi tanto plus deest, cui nondum omnino satisfactum est, id quod tamen necesse est in iis propositionibus, quæ fundamenta sunt aliarum ex ipsis deinde sequentium. Inferre volo, me etiam in mixtione duorum Motuum æquabilium Horizontalis & Perpendicularis desiderare ut illorum compositi melius intelligam potentiam. Jam Tu, Domine Salviate, nostrum defectum nosti & desiderium.

SALV. Quam maxime rationi consentaneum est desiderium; & experiar utrum diuturna mea super ista re instituta meditatio efficere possit ut eam facilius intelligatis. Sed tolerare debetis & me excusare; si in discursu magnam eorum partem repetam, quæ hucusque ab Authore posita sunt.

Circa motus, & eorum velocitates aut impetus, sive æquabiles isti sint, sive naturaliter accelerati, determinate discurrere non possumus, nisi prius determinata sit mensura, qua uti volumus in dimensione talium velocitatum; ut etiam mensura temporis. Mensuram temporis quod attinet, illam jam ubique vulgo habemus receptam scilicet horarum, minutorum primorum. Secundorum &c. Et quemadmodum ista temporis mensura ab omnibus communiter est recepta, sic

ſic etiam aliquam velocitatibus tribuere oportet, quæ ab omnibus communiter intelligatur & recipuatur: hoc eſt quæ apud omnes ſit eadem. Huic uſui, ut jam eſt declaratum, aptam eſſe exiſtimavit Author velocitatem gravium naturaliter deſcendentium, quorum creſcentes velocitates in omnibus mundi partibus eundem ſervant tenorem. Ita ut is velocitatis gradus, quem (ex: gr:) pila plumbea unius libræ acquiſivit, dum à quiete recedens, deſcendit naturaliter per altitudinem unius haſtæ, ſemper & omnibus in locis ſit idem; ac proinde maxime accommodatus ad explicandam quantitatem impetus ex deſcenſu naturali orti. Reſtat deinde ut inveniamus modum determinandi etiam quantitatem impetus in motu æquabili, idque talem in modum, ut omnes illi, qui de eo rationantur, eundem & magnitudinis & velocitatis illius forment conceptum: nec alter eum magis concipiat velocem, minus vero alter; quippe unde poſtea in compoſitione & commixtione hujus à ſe concepti æquabilis cum ſtabilito jam motu accelerato, à diverſis hominibus diverſi formarentur conceptus diverſarum impetus magnitudinum.

Ad determinandum & exhibendum talem impetum, non magis accommodatum Author noſter invenit medium, quam ut iſto uteretur impetu, quem Mobile acquirit in motu naturaliter accelerato, cujus quodvis momentum acquiſitum, in motum æquabilem converſum, ſuam præciſe limitatam retinet velocitatem, & tantam, ut æquali ei, quo deſcendit, tempore ſpatium pertranſeat duplum altitudinis è qua decidit. Sed quoniam præcipuus hic eſt articulus in ea, de qua agitur, materia, haud abs re erit clarioris perceptionis ergo particulare quoddam in medium afferre exemplum.

Reſumta itaque velocitate & impetu, quem grave, ut diximus, ex haſtæ altitudine decidens acquiſivit; qua velocitate pro menſura reliquarum velocitatum & impetuum in aliis occaſionibus uti volumus; & poſito, Ex: gr. tempus iſtius lapſus eſſe 4 minuta ſecunda horæ: ut ex hac menſura inveniamus quantus fuerit impetus cadentis ex quavis majori aut minori altitudine, non debemus ab ea quam altera iſta altitudo ad haſtæ altitudinem habet, ratione argumentari, & concludere quantitatem impetus in ſecunda hac altitudine acquiſiti; exiſtimando. v. gr: Mobile ex quadrupla decidens altitudine, quadruplam acquiſiviſſe velocitatem; id quod falſum eſt; quoniam in motu naturaliter accelerato velocitas non creſcit aut diminuitur juxta rationem ſpatiorum; ſed juxta rationem temporum, quâ ratio ſpatiorum major eſt in duplicata ratione, ut jam demonſtratum eſt.

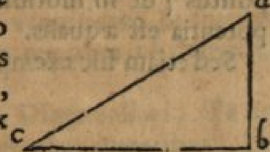
Quare ſi in linea recta aſſignatam aliquam partem ſumamus pro menſura velocitatum, nec non temporis, ut & ſpatii iſto tempore decurſi (tres enim hæ magnitudines brevitatis gratia in eadem ſæpiſſime exhibentur linea) ut inveniatur quantitas temporis, & velocitatis gradus, quem idem mobile in alia diſtantia acquiſierit, id non immediate ex ſecunda hac diſtantia obtinebimus, ſed ab ea linea, quæ inter duas iſtas diſtantias erit media proportionalis: Sed exemplo me clarius explicare poſſum.

In linea *ac* ad horizontem perpendiculari concipiatur partem *ab* eſſe ſpatium à gravi naturaliter deſcendente decurſum motu accelerato; cujus lationis tempus, quod per quamvis lineam exhibere poſſum, brevitatis gratia per eandem deſignare volo lineam *ab*, ut & ſimiliter pro menſura impetus & velocitatis tali motu acquiſitæ ſumo eandem lineam *ab*. ita ut omnium ſpatiorum, quæ in progreſſu diſcurſus conſiderari debent, menſura ſit pars *ab*. Stabilitis jam ad arbitrium noſtrum ſub una ſola magnitudine *ab* tribus hiſce diverſiſſimorum quantitatis generum menſuris, hoc eſt ſpatiorum, temporum & impetuum, oporteat in aſſignato ſpatio & altitudine *ac* determinare, quantus debeat eſſe deſcenſus tempus cadentis ex *a* in *c*, & quantus impetus, quem in iſto termino *c* acquiſiſſe comperietur, in relatione ad tempus & ad impetum, qui menſurantur per *ab*. Utrumque quæſitum determinabitur ſumendo inter duas lineas *ac*. *ab* mediam proportionalem *ad*: & dicendo tempus deſcenſus per totum ſpatium *ac* tantum eſſe, quantum eſt tempus *ad* in relatione ad tempus *ab*, quod in principio ſumptum fuit pro quantitate temporis in deſcenſu *ab*. Similiter dicemus impetum, aut velocitatis gradum, quem Mobile deſcendens obtinebit in termino *c* in relatione ad impetum quem in *b* habuit, eſſe talem, qualis eſt eadem linea *ad* in relatione ad ipſam *ab*: cum velocitas eadem creſcat ratione, qua creſcit tempus: Cujus concluſionis, licet poſtulati loco aſſumpta fuerit, applicationem tamen ſupra in tertia propoſitione explicare voluit.

Intellecto

Intellecto bene & ſtabilito hoc articulo, tranſimus ad conſiderationem impetus orti ex duobus motibus compoſitis; quorum alter compoſitus ſit ex horizontali eoque ſemper æquabili, & ex perpendiculari ad horizontem eoque etiam æquabili: Alter vero ſit compoſitus ex horizontali ſimiliter ſemper æquabili & ex perpendiculari naturaliter accelerato.

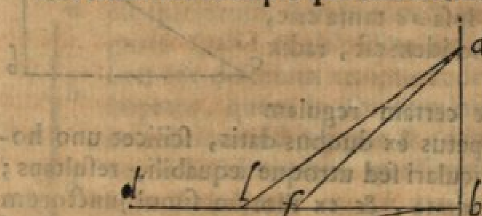
Quando ambo ſunt æquabiles, jam vidimus, eum qui ex eorum compoſitione oritur in potentia ambobus eſſe æqualem: id quod clarioris perceptionis gratia tali declarabimus exemplo. Ponatur Mobile per lineam perpendicularem *ab* deſcendens, habere, Ex: gr: 3 gradus impetus æquabilis, ſi vero tranſportetur per lineam *bc* verſus *c*, talem velocitatem & impetum eſſe 4 graduum: ita ut eodem tempore, quo deſcendendo decurreret in perpendiculari v: gr: 3 cubitos, in horizontali pertranſiret 4. ſed in motu ex utriſque compoſito velocitas ex puncto *a* eodem tempore perveniet ad terminum *c*, procedens ſemper per Diagonalem *ac*, quæ non 7, quanta eſſet compoſita ex ipſis *ab*, 3 & *bc*. 4, ſed 5 cubitorum habet longitudinem, quæ potentia æqualis eſt duabus 3 & 4. Quoniam à 3 & 4 facta quadrata, quæ ſunt 9 & 16, ſimul juncta faciunt 25 pro Quadrato ipſius *ac*, quod duobus Quadratis *ab* & *bc* æquale eſt. Unde ipſa *ac* tanta erit, quantum eſt latus aut, quod idem eſt, radix Quadrati 25, quæ eſt 5.



Juxta firmam itaque & certam regulam quando aſſignari debet impetus ex duobus datis, ſcilicet uno horizontali & altero perpendiculari ſed utroque æquabili, reſultans; illorum ſumenda ſunt Quadrata, & ex illorum ſimul junctorum aggregato extrahenda eſt radix. Et ſic in propoſito exemplo, illud mobile quod vi motus perpendicularis horizontem cum 3 gradibus potentiæ percuſſerit, & motu ſolo horizontali percuſſerit in *c*, cum 4 potentiæ gradibus; ſi jam cum utroque impetu ſimul percutiat, ictus erit ſimilis ei, qui ſit à percutiente Mobili, quod cum 5 velocitatis & potentiæ gradibus motum fuit. Et hæc percuſſio in omnibus punctis Diagonalis *ac* ejuſdem eſſet valoris, quia impetus compoſiti abſque ullo accremento aut decramento ſemper ſunt iidem.

Videamus jam quidnam contingat in compoſitione motus horizontalis æquabilis cum motu ad horizontem perpendiculari, qui à quiete incipiens naturaliter accelerari pergat. Manifeſtum jam eſt, Diagonalem, quæ eſt linea motus ex hiſce duobus compoſiti, non lineam eſſe rectam, ſed ſemiparabolicam, ut antea demonſtratum eſt; in qua propter continuum accrementum velocitatis motus perpendicularis impetus continue creſcit. Quare ut determinetur qualis ſit impetus in aſſignato aliquo iſtius Diagonalis Parabolicæ puncto, primo aſſignare oportet quantitatem impetus uniformis horizontalis, & deinde inveſtigare qualis ſit in aſſignato puncto cadentis impetus; qui determinari nequit abſque conſideratione temporis decurſi à principio compoſitionis duorum iſtorum motuum; quæ conſideratio temporis non requiritur in compoſitione motuum æquabilium, quorum velocitates & impetus iidem ſemper ſunt. At vero hic, ubi in compoſitionem ingreditur motus, qui à ſumma tarditate initium ſumens, perpetuo velocitatem ſecundum continuationem temporis auget: neceſſarium eſt ut temporis quantitas nobis palam faciat quantitatem gradus velocitatis in aſſignato puncto; quia, reliqua deinde quod attinet, impetus ex hiſce 2 compoſitus (ut in motibus uniformibus) duobus componentibus in potentia eſt æqualis.

Sed etiam hic exemplo quodam melius explicare me potero. In linea ad horizontem perpendiculari *ac* ſumta ſit quævis pars *ab*, per quam deſigno menſuram ſpatii motu naturali in iſta perpendiculari decurſi, ut & menſuram temporis nec non menſuram gradus velocitatis, aut, ut dicere volo, impetus. Primo manifeſtum eſt, ſi impetus mobilis ex quiete in *a* cadentis in *b* ſupra *bd* horizonti parallelam in æquabilem convertatur motum, tantam fore velocitatis ejus quantitatem, ut in tempore



pore *ab* ſpatium decurrat duplum ſpatii *ab*: & tanta ſit linea *bd*. Poſita deinde *bc* æquali ipſi *ba* & ducta *ce* parallela ipſi *bd* eique æquali, per puncta *b*, *e* lineam deſcribemus Parabolicam *bei*. Et quia in tempore *ab* cum impetu *ab* decurritur horizontalis *bd* aut *ce*, ipſius *ab* dupla, atque etiam æquali tempore tranſitur perpendicularis *bc* acquirendo impetum in *c* eidem horizontali æqualem; idcirco mobile, in tempore ipſi *ab* æquali ab *b* delatum erit in *e* per Parabolam *be*, cum impetu ex duobus compoſito, quorum ſinguli impetui *ab* æquales ſunt. Et quia unus ex ipſis horizontalis eſt, & alter perpendicularis, impetus ipſorum compoſitus utriſque in potentia æqualis erit, hoc eſt unius duplus.

Unde poſita *bf* æquali ipſi *ba*, & ducta Diagonali *af*, impetus & percuſſio cadentis ex altitudine *a* erit in *e* major percuſſione in *b*, aut percuſſione impetus horizontalis per lineam *bd* ſecundum rationem ipſius *af* ad *ab*. Sed quando, ſumpta ſemper ipſa *ba* pro menſura ſpatii deſcenſus ex quiete *a* uſque in *b*, & pro menſura temporis & impetus cadentis in *b* acquiſiti; altitudo *bo* non foret æqualis ſed major ipſa *ba*, ſumta *bg* media proportionali inter ipſas *ab*. *bo*; eſſet ipſa *bg* menſura temporis & impetus in *o*, quem Mobile per altitudinem *bo* deſcendens in *o* acquiſierit, & ſpatium per horizontalem, quod cum impetu *ab* in tempore *ab* decurſum eſt, foret ipſius *ab* duplum.

Poſita itaque *lb* æquali ipſi *bg*, & ducta Diagonali *al*, illa nobis exhibebit quantitatem compoſitam ex duobus impetibus, horizontali & perpendiculari, à quibus Parabola deſcribitur: quorum & horizontalis & æquabilis, eſt acquiſitus in *b* per deſcenſum *ab*: alter eſt acquiſitus in *o*, aut dicere volo in *i* per deſcenſum *bo*, cujus tempus fuit *bg*, ſicut etiam ejus momenti quantitas. Et ſimili diſcurſu impetum inveſtigabimus in extremo Parabolæ termino, quando ejus altitudo minor foret altitudine *ab*, inter iſtas duas ſumendo mediam; quâ in horizontali poſitâ in locum ipſius *bf* & juncta Diagonali, ut *af*, illa dabit impetus quantitatem in extremo Parabolæ termino.

Illis, quæ hucuſque circa hoſce impetus, ictus aut, dicere volo, percuſſiones iſtorum Projectorum conſiderata ſunt, aliam maxime neceſſariam adjungere oportet conſiderationem; ſcilicet, quod non ſufficiat attendere ad ſolam Projectorum velocitatem, ut bene determinetur potentia & energia percuſſionis; ſed quod ſeparare oporteat ſtatum & conditionem ſubjecti, quod percuſſionem recipit; in ejus enim efficacia magnam illud habet partem & momentum. Et primo nemo non intelligit eam rem, quæ percuſſionem recipit, à velocitate percutientis in tantum pati, in quantum illa ſe ei opponit, ejuſque motum aut in totum aut pro parte cohibet: Si percuſſio in talem rem incidat, quæ abſque ulla reſiſtentia percutientis velocitati cedit, talem percuſſionem nullius fore momenti: Et ſimiliter illum, qui ad hoſtem ſuum lancea feriendum accurrit, ſi eo accedente eveniat, ut alter pari fugiat velocitate, nullam facturum eſſe plagam ſed actionem in ſimplicem & innocuum exiturum eſſe contactum.

At vero ſi à tali percuſſio recipiatur ſubjecto, quod non in totum, ſed pro parte tantum, percutienti cedit, noxam inferet percuſſio, non vero cum toto impetu, ſed tantum cum exceſſu, quo velocitas percutientis velocitatem retrogreſſionis & ceſſionis ſubjecti percuſſi ſuperat: ita ut, ſi ex: gr: percutiens cum 10 velocitatis gradibus in percuſſum incidat, & hoc cum 4 gradibus cedat, idem erit impetus & percuſſio ac ſi cum 6 fieret gradibus. Et tandem totalis & maxima erit percuſſio à parte percutientis, quando percuſſum nihil omnino cedit, ſed in totum ſe opponit & omnem percutientis motum penitus ſiſtit; ſi hoc modo ſit poſſibile. Dixi à parte percutientis, quia quando percuſſum motu contrario verſus percutientem movetur, ictus & occurſus tanto fieret fortior, quanto duæ iſtæ contrariæ velocitates unitæ ſola percutientis velocitate majores ſunt.

Præterea etiam notandum eſt, majorem iſtam aut minorem ceſſionem, non oriri ſolum à qualitate materiæ, magis aut minus duræ, velut ſi ſit ex ferro, plumbo, aut lana &c: ſed etiam à ſitu corporis quod percuſſionem recipit; qui ſitus ſi talis ſit ut percutientis motus ad rectos illud feriat angulos, percuſſionis impetus erit omnium maximus: quod ſi vero motus oblique incidat, debilior erit percuſſio, eaque pro majori obliquitate magis etiam ac magis debilis: quia in ſubjecto licet ex ſolidiſſima materia, ſi talem obtineat ſitum, non totus extinguitur & ſiſtitur impetus, & motus percutientis, quod pro aliqua ad minimum parte ſuper reſiſtentis oppoſiti ſuperficie moveri pergens, aufugiendo ulterius progreditur. Quando itaque ſupra determinata eſt magnitudo impetus Projecti in extremitate lineæ Parabolicæ, illud intelligi

telligi debet de percussione recepta super linea, quæ Parabolicæ aut illam in dicto puncto Tangenti est ad angulos rectos; quia licet iste motus ex horizontali & perpendiculari sit compositus, impetus tamen nec supra horizontale, nec supra horizonti perpendiculare planum, maximus est, cum supra utrumque oblique recipiatur.

SAGR. Occasione mentionis, quam de hisce ictibus & percussionibus facis, quoddam mihi occurrit Problema, aut, dicere volo, quæstio Mechanica, cujus apud nullum Authorem inveni solutionem, imo ne quidquam, quod admirationem meam diminuat, aut pro minima parte meo satisfacere queat intellectui. Dubitatio autem mea & stupor in eo consistit, quod capere non possim, unde oriatur & à quo principio energia ista & vis immensa dependeat, quæ in Percussione deprehenditur, dum simplici ictu mallei, 8 aut 10 libris majus non habentis pondus, tales superari videmus resistentias, quæ ponderi non cedent alicujus gravis, quod absque percussione calcando tantum & premendo impetum in eam facit, licet illius gravitatem multis librarum superet centenariis. Ego similiter invenire vellem modum hujus percussionis mensurandi potentiam, quam ideo non infinitam esse credo; sed eam existimo suum habere terminum, quo comparari possit, & easdem tandem sequi regulas cum aliis prementum gravitatum potentiis, aut vectium, aut Cochlearum, aut aliorum Mechanicorum instrumentorum, quorum potentiæ multiplicationem satis jam capio.

SALV. Tu non solus es, cui mirabilis hic effectus, & ratio stupendi adeo accidentis difficilis videatur. Ego illam aliquando mente revolvi, sed in vanum, crescente semper dubitatione: donec tandem Academico nostro occurrens, duplicem ab eo reciperem consolationem: primo quod audiebam etiam ipsum diu in iisdem versatum fuisse tenebris; & deinde, quod mihi diceret, se, postquam in vita multa speculando & philosophando horarum consumsisset millia, aliquas assecutum fuisse notitias à primis nostris conceptibus multum diversas, ac proinde novas, & propter novitatem admirandas. Et quia jamjam valde cupidum Te esse scio istas audiendi cogitationes, quæ ab eo, quod sub opinionem cadere potest, recedunt, petitionem Tuam non exspectabo; sed promito, me, post finitam hujus de Projectis tractatus lectionem, omnia ista Tibi explicaturum figmenta, aut, potius, enormitates

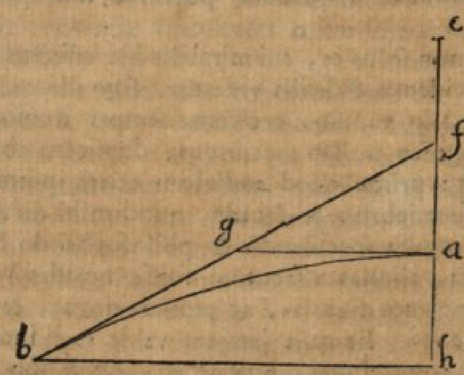
quæ

quæ ex Academici ſermonibus meæ infixæ manſerunt memoriæ Perſequamur interim Authoris propoſitiones.

PROPOS. V. PROBL.

In axe extenſo datæ Parabolæ punctum ſublime reperire, ex quo cadens Parabolam ipſam deſcribit.

Sit Parabola *ab.* cujus amplitudo *bh.* & axis extenſus *he.* in quo reperienda ſit ſublimitas, ex qua Cadens, & impetum in *a* conceptum in horizontalem convertens, Parabolam *ab* deſcribat. Ducatur horizontalis *ag.* quæ erit parallela ipſi *b h.* & poſita *af*, æquali *ah*, ducatur recta *fb*, quæ Parabolam tanget in *b*, & horizontalem *ag* in *g* ſecabit. accipiaturque ipſarum *fa*, *ag*, tertia proportionalis *ae.* Dico *e* eſſe punctum ſublime quæſitum, ex quo Cadens ex quiete in *e*, & conceptum impetum in *a* in horizontalem convertens ſuperveniente impetu deſcenſus in *h* ex quiete in *a*, Parabolam *a b* deſcribet. Si enim intelligamus, *ea* eſſe menſuram temporis deſcenſus ex *e* in *a*, nec non impetus acquiſiti in *a*, erit *ag* (media nempe in *ea*, *af*) tempus, & impetus, venientis ex *f* in *a* ſeu ex *a* in *h.* Et quia veniens ex *e* tempore *ea*, cum impetu acquiſito in *a*, conficit in latione horizontali motu æquabili duplam



ea; ergo etiam latum eodem impetu conficiet in tempore *ag* duplam *ga*, media nempe *bh*, (ſpatia enim confecta eodem motu æqua-

æquabili ſunt inter ſe ut eorundem motuum tempora;) & in perpendiculari, motu ex quiete, eodem tempore *g a*, conficitur *a b*: ergo eodem tempore conficiuntur à Mobili amplitudo *hb*, & altitudo *ab*. Deſcribitur ergo Parabola *ab* ex caſu venientis à ſublimitate *e* quod quærebatur.

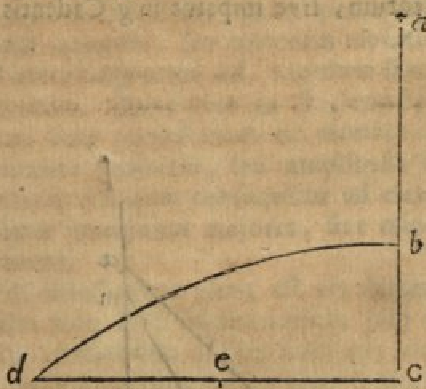
COROLLARIUM.

Hinc conſtat, dimidiam baſim, ſeu Amplitudinem Semiparabolæ (quæ eſt quarta pars amplitudinis integræ Parabolæ) eſſe mediam proportionalem inter altitudinem ejus, & ſublimitatem, ex qua Cadens eam deſignat.

PROPOS. VI. PROBL.

Data Sublimitate, & Altitudine, Semiparabolæ Amplitudinem reperire.

Sit ad horizontalem lineam *d c* perpendicularis *ac* in qua data ſit altitudo *c b*, & ſublimitas *b a*. oportet in horizontali *c d* Amplitudinem Semiparabolæ repirire, quæ ex Sublimitate *b a* cum altitudine *b c* deſignatur. Accipiatur media proportionalis inter *cb*, *b a*. cujus *c d* ponatur dupla. Dico *cd* eſſe Amplitudinem quæſitam. Id autem ex præcedenti manifeſtum eſt.



THEOR. PROPOS. VII.

In Projectis, à quibus Semiparabolæ ejuſdem Amplitudinis deſcribuntur, minor requiritur impetus in eo, *quod describit illam, cujus Amplitudo suæ Altitudinis est dupla, quam in quolibet alio.*

Sit enim Semiparabola *bd* cujus Amplitudo *cd* dupla sit Altitudinis suæ *cb* & in axe, in sublimi extenso ponatur *ba*, altitudini *bc* æqualis: & jungatur *ad*, quæ semiparabolam tanget in *d*; & horizontalem *be* secabit in *e*. eritque *be* ipsi *bc* seu *ba* æqualis constat, ipsam describi à Projecto, cujus impetus æquabilis horizontalis sit, qualis est in *b*. Cadentis ex quiete in *a*, impetus vero naturalis deorsum, qualis est venientis in *c* ex quiete in *b*. Ex quo constat, impetum ex istis compositum, quodque in termino *d* impingit, esse ut diagonalem *ac*, potentia nempe ipsis ambobus æqualem. Sit modo quælibet alia Semiparabola *gd*; cujus amplitudo eadem *cd*. Altitudo vero *cg* minor, vel major, altitudine *bc*; eamque tangat *hd*, secans horizontalem per *g* ductam in puncto k. & fiat, ut *hg* ad *gk*, ita *kg* ad *gl*. erit, ex ante demonstratis, altitudo *gl*. ex qua cadens describet Parabolam *gd*. Inter *ab* & *gl* media proportionalis sit *gm*; erit *gm* tempus, & momentum, sive impetus in *g* Cadentis ex *l*. (positum enim est, *ab*

esse

esse mensuram temporis & impetus.) Sit rursus inter bc, cg, media gn. quae erit temporis & impetus mensura Cadentis ex g in c. Si igitur jungatur mn, erit ipsa impetus mensura Projecti per Parabolam bd, illidentis in termino d. Quem quidem impetum majorem esse dico impetu Projecti per Parabolam bd. cujus quantitas erat ut ae. Quia enim gn posita est media inter bc, cg, est autem bc aequalis be, hoc est kg: (est enim unaquaeque subdupla dc:) erit ut cg ad gn, ita ng ad gk. &, ut cg seu hg ad gk, ita quadratum ng ad quadratum gk. ut autem hg ad gk, ita facta est kg ad gl. ergo ut ng ad quadratum gk, ita kg ad gl. sed ut kg ad gl, ita quadratum kg ad quadratum gm. media enim est gm inter kg, gl. ergo tria quadrata ng, kg, gm, sunt continue proportionalia: & duo extrema ng, gm, simul sumpta, id est, quadratum mn, majus quam duplum quadrati kg, cujus quadratum ae duplum est: ergo quadratum mn majus est quadrato ae; & linea mn major linea ea. quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Hinc apparet, quod conversim in Projecto ex termino d, per Semiparabolam db, minor impetus requiritur quam per quamcunque aliam juxta elevationem majorem, seu minorem elevatione semiparabolae bd, quae est juxta tangentem ad, angulum semirectum supra horizonte continentem. Quod cum ita sit, constat, quod, si cum eodem impetu fiant projectiones ex termino d, juxta diversas elevationes, maxima projectio, seu amplitudo semiparabolae sive integrae Parabolae erit quae consequitur ad elevationem anguli semirecti: reliquae vero juxta majores, sive minores angulos factae, minores erunt.

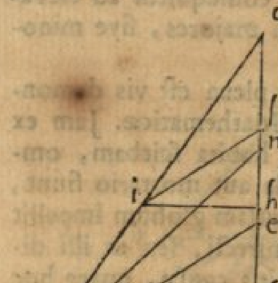
SAGR. Admiratione simul & delectatione plena est vis demonstrationum necessariarum quales solae sunt Mathematicae. Jam ex fide plurium Bombardariorum relationibus habita sciebam, omnium istarum projectionum, quae Bombarda aut mortario fiunt, maximam, hoc est, quae ad maximam distantiam globum impellit esse eam, quae fit ad elevationem anguli semirecti, seu ut illi dicunt, sexti puncti Quadrantis. At vero notitia causae, quare hoc ita se habeat, simplicem istam ex aliorum testimonio, aut etiam ex saepius repetita experientia haustam infinito intervallo superat cognitionem.

SALV. Maxima cum veritate ratiocinaris: & unius tantum effectus per ſuas cauſas acquiſita notitia noſtrum illuminat intellectum ad captum & confirmationem aliorum, abſque neceſſitate recurrendi ad experientias; uti examuſſim hoc contingit in caſu; ubi poſtquam ex diſcurſu demonſtrativo jam certo cognovimus omnium projectionum maximam eſſe illam quæ fit ad elevationem anguli ſemirecti; nobis Author tale quid demonſtrat, quod forſan per experientiam nunquam fuit obſervatum: ſcilicet reliquarum projectionum, illas inter ſe eſſe æquales, quarum elevationes æqualibus angulis ſemirectam ſuperant aut ab ea deficiunt; ita ut globi exploſi ab horizonte, alter ad elevationem 7 punctorum, alter ad 5, ad eandem diſtantiam horizontem ferire pergant; & ſic æquales futuræ ſint projectiones punctorum 8 & 4: ut & 9 & 3, &c. Sed audiamus jam demonſtrationem.

THEOR. PROPOS. VIII.

Amplitudines Parabolarum à Projectis eodem impetu exploſis factarum, juxta elevationes per angulos æquales ſupra, & infra à Semirecto diſtantes, æquales ſunt inter ſe.

Trianguli *mcb*, circa angulum rectum *c*, qui horizontalis *bc*, & perpendicularis *cm* æquales; ſic enim angulus *mbc* ſemirectus erit: & extenſa *cm* in *d* ſupra & infra diagonalem *mb*, conſtituantur in *b* duo anguli æquales *mbe*; *mbd*. Demonſtrandum eſt, amplitudines Parabolarum à Projectis exploſis eodem impetu ex termino *b*, juxta elevationes angulorum *ebc*, *dbc*, eſſe æquales. Quia enim angulus externus *bmc*, internis *mdb*, *dbm*, eſt æqualis, iiſdem æquabitur quoque angulus *mbc*. Quod ſi loco anguli *dbm* ponimus *mbe*, erit idem angulus *mbc* duobus *mbe*, *bdc*, æqualis: & dempto communi *mbe*, reliquus *bdc* reliquo *ebc* erit æqualis. Sunt igitur trianguli *dcb*. *bce* ſimiles. Dividantur rectæ *dc*, *ec* biſariam in *h* & *f*; & ducantur *hi*, *fg*, horizontali *cb* æquidiſtan-

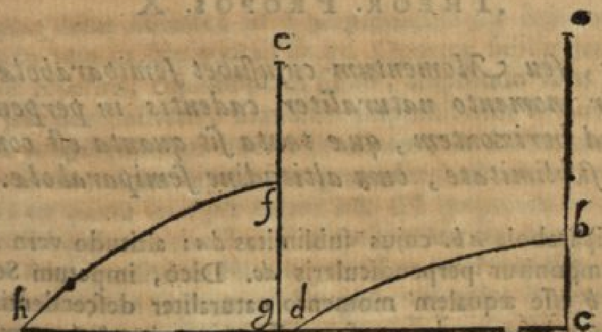


ſtantes; & ut *dh* ad *hi*, ita fiat *ih* ad *hl*. erit triangnlus *ihl* ſimilis triangulo *ihd*. cui etiam ſimilis eſt *egf*. Cumque *ih*, *gf*, ſint æquales (dimidiæ nempe ipſius *bc*;) erit *fe*, id eſt, *fc*, æqualis *hl*: & addita communi *fh*, erit *ch* ipſi *fl* æqualis. Si itaque intelligamus, per *h* & *b* ſemiparabolam eſſe deſcriptam, cujus altitudo erit *hc*, ſublimitas vero *hl*: erit amplitudo ejus *cb*; quæ dupla eſt ad *hi*, media ſcilicet inter *dh* ſeu *ch*, & *hl*; eamque tanget *db*, æqualibus exiſtentibus *ch*, *hd*. Quod ſi rurſus Parabolam per *fb* deſcriptam concipiamus à ſublimitare *fl*, cum altitudlne *fc*; quarum media proportionalis eſt *fg*; cujus dupla & horizontalis *cb*: erit pariter *cb* ejus amplitudo: illamque tanget *eb*, cum *ef*, *fc*, ſint æquales. Diſtant autem anguli *dbc*, *ebc*, (elevationes ſcilicet ipſarum) æqualiter à ſemirecto: ergo patet propoſitum.

THEOR. PROPOS. IX.

Æquales ſunt amplitudines Parabolarum, quarum altitudines, & ſublimitates è contrario ſibi reſpondent.

Parabolæ *fh* altitudo *gf* ad altitudinem *cb* Parabolæ *bd* eandem habeat rationem quam ſublimitas *ba* ad ſublimitatem *fe*. Dico, amplitudinem *hg*, amplitudini *dc* eſſe æqualem. Cum enim pri-

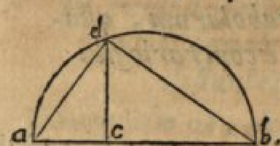


ma *gf* ad ſecundam *cb* eandem habeat rationem quam tertia *ba* ad quartam *fe*: rectangulum *gfe* primæ & quartæ æquale erit rectangulo *cba* ſecundæ & tertiæ, ergo quadrata, quæ hiſce rectangulis æqualia ſunt, æqualia erunt inter ſe: rectangulo vero *gfe* æquale eſt quadratum dimidiæ *gh*: rectangulo autem *cba* æquale eſt quadratum dimidiæ *cd*. ergo quadrata hæc, & eorum latera, & laterum dupla, æqualia erunt. Hæc autem ſunt Amplitudines *gh*, *cd*. ergo patet propoſitum.

Lemma pro sequenti.

Si recta linea ſecta fuerit utcumque, quadrata mediarum inter totam, & partes æqualia ſunt quadrato totius.

Secta ſit *ab* utcunque in *c*. Dico, quadrata linearum mediarum inter totam *ab*, & partes *ac*, *cb*, ſimul ſumpta, æqualia eſſe quadrato totius *ab*. Id autem conſtat deſcripto ſemicirculo ſuper tota *ba*, & ex *c* erecta perpendiculari *cd*, junctiſque *da*, *db*. Eſt enim *da* media inter *ba*, *ac*: eſtque *db* media inter *ab*, *bc*. ſuntque quadrata linearum *da*, *db*, ſimul ſumpta, æqualia quadrato totius *ab*, recto exiſtente angulo *adb* in ſemicirculo. Ergo patet propoſitum.



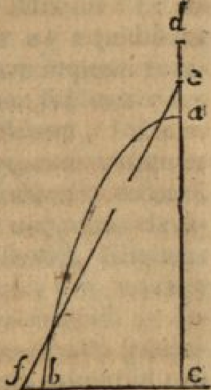
Theor. Propos. X

Impetus, ſeu Momentum cujuſlibet ſemiparabolæ, æquatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem, quæ tanta ſit quanta eſt compoſita ex ſublimitate, cum altitudine ſemiparabolæ.

Sit ſemiparabola *ab*. cujus ſublimitas *da*: altitudo vero *ac*. ex quibus componitur perpendicularis *dc*. Dico, impetum Semiparabolæ in *b* eſſe æqualem momento naturaliter deſcendentis ex *d* in *c*. Ponatur ipſamet *dc* menſura eſſe temporis, & impetus: & accipiatur media proportionalis inter *cd*, *da*: cui æqualis ponatur

ef

ef. Sit insuper inter *dc, ca*, media *ce.* erit jam *fc* mensura temporis, & momenti descendentis per *da* ex quiete in *d*, *ce* vero tempus erit, & momentum descendentis per *ac* ex quiete in *a*. & Diagonalis *ef* erit momentum ex illis compositum: hoc est Semiparabolæ in *b*. Et quia *dc* secta est utcunque in *a*, suntque *cf*, *ce* mediæ inter totam *cd*, & partes *da*, *ac*: erunt harum quadrata simul sumpta æqualia quadrato totius: ex Lemmate superiori vero iisdem quadratis æquatur quoque quadratum ipsius *ef.* ergo & linea *ef* ipsi *dc* æqualis est. Ex quo constat, momenta per *dc*, & per semiparabolam *ab*, in *c* & *b* esse æqualia. Quod oportebat.



COROLLARIUM.

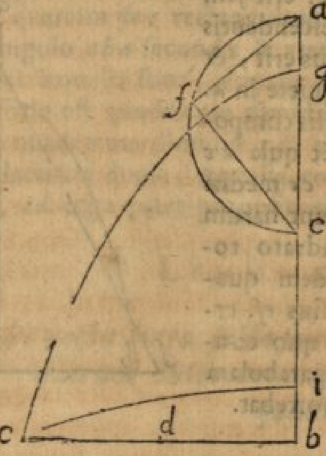
Hinc constat, semiparabolarum omnium, quarum Altitudines cum Sublimitatibus junctæ pares sunt, impetus quoque æquales esse.

PROBL. PROPOS. XI.

Dato impetu, & amplitudine semiparabolæ, altitudinem ejus reperire.

Impetus datus definitus sit à perpendiculo ad horizontem *ab*. amplitudo vero in horizontali sit *bc*. Oportet sublimitatem semiparabolæ reperire, cujus impetus sit *ab*, amplitudo vero *bc*. Constat ex jam demonstratis, dimidiam amplitudinem *bc* futuram esse mediam proportionalem inter altitudinem, & sublimitatem ipsius Semiparabolæ, cujus impetus ex præcedenti est idem cum impetu cadentis ex quiete in *a* per totam *ab*. Est propterea *ba* ita secanda ut rectangulum à partibus ejus contentum æquale sit quadrato dimidiæ *bc*, quæ sit *bd*. Hinc apparet, necessarium esse, quod *db* dimidiam *ba* non superet: rectangulorum enim à partibus contentorum maximum est, cum tota linea in partes secatur æquales. Dividatur itaque *ba* bifariam in *e*. Quod si ipsa *ba* æqualis fuerit *bc*,

ab-



absolutum est opus: eritque semiparabolæ altitudo *be*, sublimitas vero *ea* (& ecce Parabolæ elevationis semirectæ amplitudinem, ut supra demonstratum est, omnium esse maximam ab eodem impetu descriptarum.) At minor sit *bd* quam dimidia *ba*. quæ ita secanda est ut rectangulum sub partibus quadrato *bd* sit æquale. Supra *ea* semicirculus describatur: in quo ex *a* applicetur *af* æqualis *bd*: & jungatur *fe*; cui secetur pars æqualis *eg*. Erit jam rectangulum *bga* cum quadrato *eg* æquale quadrato *ea*. cui quoque æqualia sunt duo quadrata *af*, *fe*. demtis itaque quadratis *ge*, *fe*, æqualibus, remanet rectangulum *bga*, æquale quadrato *af*, nempe *bd*; & linea *bd*, media proportionalis inter *bg*, *ga*. Ex quo patet, semiparabolæ, cujus amplitudo *bc*, impetus vero *ab*, altitudinem esse *bg*; Sublimitatem *ga*. Quod si ponatur inferius *bi* æqualis *ga*, erit hæc altitudo, *ia* vero sublimitas semiparabolæ *ic*. Ex demonstratis hucusque possumus.

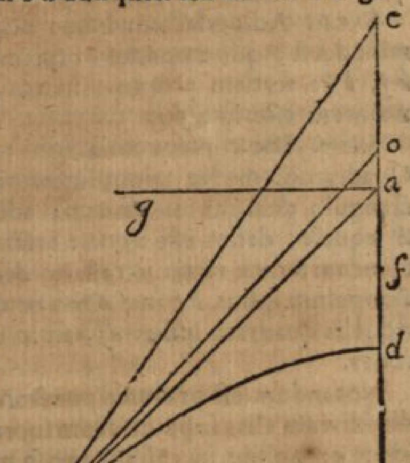
PROBL. PROPOS. XII.

Semiparabolarum omnium amplitudines calculo colligere, atque in Tabulas exigere, quæ à projectis eodem impetu explosis describuntur.

Constat ex prædemonstratis, tunc parabolas à projectis eodem impetu designari, cum illarum sublimitates cum altitudinibus junctæ æquales conficiunt perpendiculares supra horizontem. Inter easdem ergo parallelas horizontales hæ perpendiculares comprehendi debent. Ponatur itaque horizontali *cb* perpendicularis *ba* æqualis, & conectatur diagonalis *ac*. Erit angulus *acb* semirectus, gr. 45. Divisaque perpendiculari *ba* bifariam in *d*, semiparabola *dc* erit ea, quæ à sublimitate *ad* cum altitudine *db*, designatur: &

impe-

impetus ejus in *c* tantus erit, quantus est in *b* Mobilis venientis ex quiete in *a* per lineam *ab*. Et, si ducatur *ag* æquidistans *bc*; reliquarum omnium semiparabolarum, quarum impetus futurus sit idem cum modo explicato, altitudines cum sublimitatibus junctæ, spatium inter parallelas *ag*, *bc* explere debent. Insuper, cum jam demonstratum sit, semiparabolarum, quarum tangentes æqualiter sive supra, sive infra ab elevatione semirecta distant, amplitudines æquales esse, Calculus, quem pro majoribus elevationibus compilabimus, pro minoribus quoque deserviet. Eligimus præterea numerum partium decem millia, 10000, pro maxima amplitudine projectionis semiparabolæ ad elevationem grad. 45. factæ: itaque tanta supponatur esse linea *ba*, & amplitudo semiparabolæ *bc*. Eligimus autem numerum 10000, quia utimur in calculis tabula tangentium, cujus hic numerus congruit cum tangente grad. 45. Jam, ad opus accedendo, ducatur *ce*, angulum *ecb* angulo *acb* majorem (acutum tamen) comprehendens; sitque semiparabola designanda, quæ à linea *ec* tangatur, & cujus sublimitas cum altitudine juncta ipsam *ba* adæquet. Ex tabula Tangentium per angulum datum *bce* tangens ipsa *be* accipiatur; quæ bifariam dividatur in *f*. Deinde ipsarum *bf*, *bc* (dimidiæ *bc*) tertia proportionalis reperiatur, quæ necessario major erit quam *fa*. Sit igitur illa *fo*. Semiparabolæ igitur in triangulo *ecb* inscriptæ, juxta tangentem *ce*, cujus amplitudo est *cb* reperta est altitudo *bf*, & sublimitas *fo*. Verum tota *bo* supra parallelas *ag*, *cb* attollitur, cum nobis opus sit inter easdem contineri: sic enim tum ipsa tum semiparabola *dc* describentur à Projectis ex *c* impetu eodem explosis. Reperienda igitur est altera huic similis (innumeræ enim intra angulum *bce* majores & minores inter se similes designari possunt) cujus composita sublimitas cum altitudine (homologa scilicet ipsi *ba*) æquetur *ba*. Fiat igi-



tur, ut *ob* ad *ba*, ita amplitudo *bc* ad *cr*: & inventa erit *cr*, amplitudo ſcilicet ſemiparabolæ, juxta elevationem anguli *bce*; cujus ſublimitas cum altitudine juncta ſpatium à parallelis *ga*, *gb* contentum adæquat: quod quærebatur. Operatio itaque talis erit.

Anguli dati, *bce* tangens accipiatur, cujus medietati adjungatur tertia proportionalis ipſius, & medietatis *bc*; quæ ſit *fo*. Fiat deinde ut *ob* ad *ba*, ita *bc* ad aliam, quæ ſit *cr*, amplitudo nempe quæſita. Exemplum ponamus.

Sit angulus *ecb* grad. 50. erit ejus tangens 11918. cujus dimidium, nempe *bf* 5959. dimidia *bc* 5000. harum dimidiarum tertia proportionalis 4195. quæ addita ipſi *bf*, conficit 10154, pro ipſa *bo*. Fiat rurſus ut *ob* ad *ba*, nempe ut 10154 ad 10000, ita *bc*; nempe 10000, (utraque enim grad. 45. eſt tangens) ad aliam; & habebimus quæſitam amplitudinem *rc* 9848. qualium *bc* (maxima amplitudo) eſt 10000. Harum autem duplæ ſunt amplitudines integrarum parabolarum, nempe 19696, & 20000. Tantaque eſt etiam amplitudo parabolæ juxta elevationem grad. 40, cum æqualiter diſtet à gr. 45.

Sagr. Ad perfectam hujus demonſtrationis intelligentiam hoc mihi deeſt, quod nondum capiam, quomodo verum ſit, ipſarum *bf*, *bi*: tertiam proportionalem, neceſſario (ut Author dicit) majorem eſſe ipſa *fa*.

Salv. Iſta conſequentia mihi tali modo deduci poſſe videtur. Quadratum mediæ trium linearum proportionalium eſt æquale rectangulo duarum reliquarum; adeoque quadratum, ipſius *bd* ipſi æquale, debet eſſe æquale rectangulo primæ *fb* in tertiam inveniendam; quæ tertia neceſſario debet eſſe major ipſa *fa*: quia rectangulum ipſius *bf* in *fa* minus eſt quadrato *bd*, & defectus eſt æqualis quadrato ipſius *df*, ut in quadam ſecundi demonſtrat Euclides.

Notandum eſt præterea punctum *f*, quod Tangentem *eb* in medio dividit, alias ſæpe caſurum ſupra punctum *a*, & adhuc ſemel in idem *a*; quibus in caſibus per ſe notum eſt, tertiam proportionalem ſemiſſeos Tangentis & ipſius *bi* (quæ dat altitudinem) totam eſſe ſupra ipſum *a*. Sed Author eum ſumſit caſum, ubi manifeſtum non erat dictam tertiam proportionalem ipſa *fa* ſemper fore majorem, adeoque illam adjunctam ſupra punctum *f*, ultra parallelam *ag* extendi. Jam pergamus.

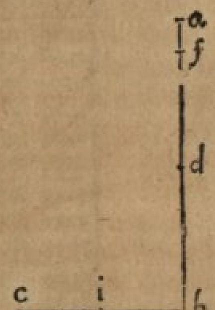
Non

Non erit inutile, ope hujus Tabulæ alteram componere complectentem altitudines earundem semiparabolarum projectorum ab eodem impetu. Constructio autem talis erit.

Probl. Propos. XIII.

Ex datis Semiparabolarum amplitudinibus in præcedenti Tabula digestis, retentoque communi impetu, quo unaquæque describitur, singularum semiparabolarum altitudines elicere.

Sit Amplitudo data *bc*. Impetus vero, qui semper idem intelligatur, mensura sit *ob*, aggregatum nempe altitudinis, & sublimitatis. Reperienda est, ac distinguenda ipsamet altitudo. Quod quidem tunc consequemur, cum *bo* ita divisa fuerit, ut rectangulum sub ejus partibus contentum æquale sit quadrato dimidiæ amplitudinis *bc*. Incidatur talis divisio in *f*. Et utraque *ob*, *bc*, secetur bifariam in *d*, *i*. Est igitur quadratum *ib* æquale rectangulo *bfo*: quadratum vero *do* æquatur eidem rectangulo cum quadr. *fd*. Si igitur ex quadr. *do* auferatur quadratum *bi*, quod rectangulo *bfo* est æquale, remanebit quadratum *fd*: cujus latus *df* additum lineæ *bd*, dabit quæsitam altitudinem *bf*. Componitur itaque sic ex datis. Ex quadrato dimidiæ *bo* notæ aufer quadratum *bi* pariter notæ: residui sume radicem quadratam; quam adde notæ *ab*: & habebis altitudinem quæsitam *bf*. Exemplum. Invenienda sit altitudo semiparabolæ ad elevationem grad. 55. descriptæ. Amplitudo ex præcedenti Tabula est 9396. ejus dimidium est 4698. quadratum ipsius 22071204. hoc demptum ex quadr. dimidiæ *bo*, quod semper idem est; nempè 25000000, residuum est 2928796. cujus radix quadrata 1710 proximè. Hæc dimidiæ *bo*, nempe 5000, addita, exhibet 6710. tantaque est Altitudo *bf*. Non erit inutile, tertiam exponere Tabulam, altitudines & sublimitates continentem semiparabolarum, quarum eadem futura sit Amplitudo.



SAGR. Hanc quam libentissime videbo, quia illius ope pervenire potero ad cognitionem differentiæ impetuum & potentiarum; quæ requiruntur ad impellendum ad eandem distantiam projectum explosionibus, quæ dicuntur volatus; quæ differentia, ut credo, maxima est juxta diversas elevationes; ita ut si quis ad elevationem 3 aut 4, aut 87. aut 88 graduum eousque projicere voluerit globum, quousque impulsus fuit ad elevationem 45 (in qua jam demonstratum minimum postulari impetum) immensum potentiæ credo requiri excessum.

SALV. Optime censes: & si totum illud opus velimus perficere, haud exiguis passibus versus impetum infinitum necessario progrediendum esse videbis: Sed Tabulæ jam videamus constructionem.

Amplitudines Semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum.

Gr.		Gr.
45	10000	
46	9994	44
47	9976	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8985	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4382	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1736	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

Gradus Elevationum.

Altitudines Semiparabolarum quarum impetus sit idem.

Gr.		Gr.	
1	1	46	5173
2	13	47	5346
3	28	48	5523
4	50	49	5698
5	76	50	5868
6	108	51	6038
7	150	52	6207
8	194	53	6379
9	245	54	6546
10	302	55	6710
11	365	56	6873
12	432	57	7033
13	506	58	7190
14	585	59	7348
15	670	60	7502
16	760	61	7649
17	855	62	7796
18	955	63	7939
19	1060	64	8078
20	1170	65	8214
21	1285	66	8346
22	1402	67	8474
23	1527	68	8597
24	1685	69	8715
25	1786	70	8830
26	1922	71	8940
27	2061	72	9045
28	2204	73	9144
29	2351	74	9240
30	2499	75	9330
31	2653	76	9415
32	2810	77	9493
33	2967	78	9567
34	3128	79	9636
35	3289	80	9698
36	3456	81	9755
37	3621	82	9806
38	3793	83	9851
39	3962	84	9890
40	4132	85	9924
41	4302	86	9951
42	4477	87	9972
43	4654	88	9987
44	4827	89	9998
45	5000	90	10000

Gradus Elevationum.

Tabula continens Altitudines, & ſublimitates Semiparabolarum, quarum amplitudines eædem ſint, partium ſcilicet 10000, ad ſingulos gradus Elevationis calculata.

Gr.	Altit.	Subli.	Gr.	Altit.	Subli.
1	87	286533	46	5177	4828
2	175	142450	47	5363	4662
3	262	95802	48	5553	4502
4	349	71531	49	5752	4345
5	437	57142	50	5959	4196
6	525	47573	51	6174	4048
7	614	40716	52	6399	3906
8	702	35587	53	6635	3765
9	792	31565	54	6882	3632
10	881	28367	55	7141	3500
11	972	25720	56	7413	3372
12	1063	23518	57	7699	3247
13	1154	21701	58	8002	3123
14	1246	20056	59	8332	3004
15	1339	18663	60	8600	2887
16	1434	17405	61	9020	2771
17	1529	16355	62	9403	2658
18	1624	15389	63	9813	2547
19	1722	14522	64	10251	2438
20	1820	13736	65	10722	2331
21	1919	13024	66	11230	2226
22	2020	12376	67	11779	2122
23	2123	11778	68	12375	2020
24	2226	11230	69	1302 5	1919
25	2332	10722	70	13237	1819
26	2439	10253	71	14521	1721
27	2547	9814	72	15388	1624
28	2658	9404	73	16354	1528
29	2772	9020	74	17437	1433
30	2887	8659	75	18660	1339
31	3008	8336	76	20054	1246
32	3124	8001	77	21657	1154
33	3247	7699	78	23523	1062
34	3373	7413	79	25723	972
35	3501	7141	80	28356	881
36	3633	6882	81	31569	792
37	3768	6635	82	35577	702
38	3906	6395	83	40222	613
39	4049	6174	84	47572	525
40	4196	5959	85	57150	437
41	4346	5752	86	71503	349
42	4502	5553	87	95405	262
43	4662	5362	88	143181	174
44	4828	5177	89	286499	87
45	5000	5000	90	*infinita.*	

PRO-

Propos. XIV.

Altitudines, atque ſublimitates ſemiparabolarum, quarum amplitudines æquales futuræ ſint, per ſingulos elevationis grad. reperire.

Hæc omnia facili negotio conſequemur. Poſita enim ſemiparabolæ amplitudine partium ſemper 10000, medietas Tangentis cujuſlibet gradus elevationis altitudinem exhibet. Ut exempli grat. Semiparabolæ, cujus elevatio ſit grad. 30. Amplitudo verò, ut ponitur, partium 10000, altitudo erit 2887. tanta enim eſt proximè medietas Tangentis. Inventa autem altitudine ſublimitatem eliciemus tali pacto. Cum demonſtratum ſit dimidiam Amplitudinem ſemiparabolæ mediam eſſe proportionalem inter altitudinem, & ſublimitatem, ſitque altitudo jam reperta, medietas verò Amplitudinis ſemper eadem, partium ſcilicet 5000; ſi hujus quadratum per altitudinem datam diviſerimus, ſublimitas quæſita exurget. Ut in exemplo; Altitudo reperta fuit 2887. Quadratum partium 5000, eſt 25000000; quod diviſum per 2887, dat 8659 proximè pro ſublimitate quæſita.

Salv. Hic jam videmus primo, veriſſimum eſſe, quem ſupra indicavimus, conceptum, ſcilicet in diverſis elevationibus, quo plus à media recedant, ſive ſublimiores ſint, ſive humiliores, majorem requiri impetum & violentiam ut projectum ad eandem projiciatur diſtantiam: quoniam, cum iſte impetus in mixtione conſiſtat duorum motuum, Horizontalis æquabilis, & perpendicularis naturaliter accelerati, ejuſque impetus menſura ſit aggregatum altitudinis & ſublimitatis; ex propoſita Tabula videtur tale aggregatum minimum eſſe in elevatione 45 graduum, ubi & altitudo & ſublimitas inter ſe æquales ſunt: hoc eſt 5000 quælibet, & illorum aggregatum 10000. Quod ſi aliam majorem ſpectemus altitudinem, ut Ex: gr: 50 graduum; inveniemus Altitudinem eſſe 5959. & ſublimitatem 4196. quæ ſimul junctæ in ſumma faciunt 10155. Et tantum ſimiliter inveniemus eſſe impetum graduum 40, cum hæc & iſta elevatio æqualiter à media diſtent.

Ubi ſecundo notare debemus, quod verum ſit, æquales in binis elevationibus à media æquidiſtantibus requiri impetus, idque cum eleganti hac ſuperaccedente alternatione, ut altitudines & ſublimitates ſuperiorum elevationum contrarie reſpondeant ſublimitatibus & altitudinibus inferiorum: ita ut, cum in exemplo propoſito in 50 graduum elevatione altitudo ſit 5959 & ſublimitas 4196: in elevatione 40 graduum è contra contingat altitudinem eſſe 4196 & ſublimitatem 5959: id quod in omnibus reliquis abſque ulla differentia eodem ſe habet modo: niſi in quantum ad evitandum calculi tædium nulla fractionum habita ſit ratio, quæ nullius in tam magnis ſummis momenti ſunt aut noxæ.

SAGR. Ego obſervatum eo, ex duobus impetibus, Horizontali & perpendiculari, in projectionibus, quo ſublimiores ſunt, eo minus requiri ex Horizontali, & plus ex perpendiculari: E contra vero in minus elevatis magnam requiri vim impetus horizontalis, quia ex parva altitudine impelli debet projectum. Sed licet optime percipiam, in totali 90 graduum elevatione, ut projectum ad unius tantum digiti diſtantiam à perpendiculo removeatur, non omnem totius mundi vim ſufficere: ſed in eundem, unde fuit exploſum, iterum recidere debere locum; ſimili tamen cum certitudine affirmare non auderem etiam in nulla elevatione, hoc eſt in linea horizontali, quavis vi, licet non infinita, ad aliquam diſtantiam propelli non poſſe projectum. Ita ut, Ex: gr: Bombarda globum ferreum horizontaliter ne ad unius quidem puncti projicere poſſet diſtantiam, ubi ſcilicet nulla datur elevatio. Hoc in caſu, dico, aliquam mihi inhærere ambiguitatem; & quo minus rem ipſam in totum pernegem, aliud me cohibet accidens, cujus, licet non minus alieni, concludentem tamen habeo demonſtrationem: Conſiſtit autem in eo iſtud accidens, quod impoſſibile ſit, ita funem extendere, ut in directum tenſus maneat horizonti parallelus, ſed ſemper arcum deſcribat & inflectatur; nec ulla potentia, ad eum in directum tendendum ſatis ſit valida.

SALV. Ergo, Dom: Sagr: hoc in funis caſu effectus raritatem mirari ceſſas, quod demonſtrare eum poſſis: Sed ſi rem bene penſitemus; convenientiam forte quandam, inter projecti iſtius & hujus funis accidentia inveniemus. Curvitas lineæ Projecti horizontalis à duabus oriri videtur potentiis, quarum altera (quæ eſt potentia projicientis) illud horizontaliter impellit, altera vero (quæ eſt propria ejus gravitas) illud perpendiculariter deorſum trahit: Sed in tenſione funis præter illorum potentias, qui eum horizon-

taliter

taliter trahunt, ipſius adhuc funis eſt gravitas, quæ naturaliter deorſum tendere inclinat: Quare duæ hæ quam maximæ ſimiles ſunt generationes. Et ſi iſtius funis gravitati tantam concedas potentiam & energiam, qua reſiſtere queat, & quamvis immenſam vincere potentiam, quæ eam in directum tendere voluerit; quare eam gravitati globi velles detrahere?

Præterea dicere Tibi volo, quo mireris ſimul & delecteris, funem ſic tenſum & plus aut minus tractum, in lineas ſe flectere, quæ ad Parabolicas accedunt quam proxime, tantamque eſſe ſimilitudinem, ut ſi in ſuperficie plana & horizonti recta lineam deſcribas Parabolicam, eamque invertas, ita ſcilicet ut Vertex deorſum, baſis vero ſurſum tendat, & extremitatibus baſeos deſcriptæ Parabolæ appendas catenulam, eam magis aut minus demittendo, ſe incurvare & adaptare ad eandem videbis Parabolam, eoque accurationem iſtam fore adaptationem, quo deſignata Parabola minus fuerit curva, hoc eſt magis tenſa; ita ut in Parabolis, quæ ad elevationem 45 gradibus minorem deſcriptæ ſunt, catenula ad unguem fere cum Parabola congruat.

Sagr. Ope igitur talis catenulæ ſubtiliter factæ plures lineæ Parabolicæ ſubito in plana deſcribi poterunt ſuperficie.

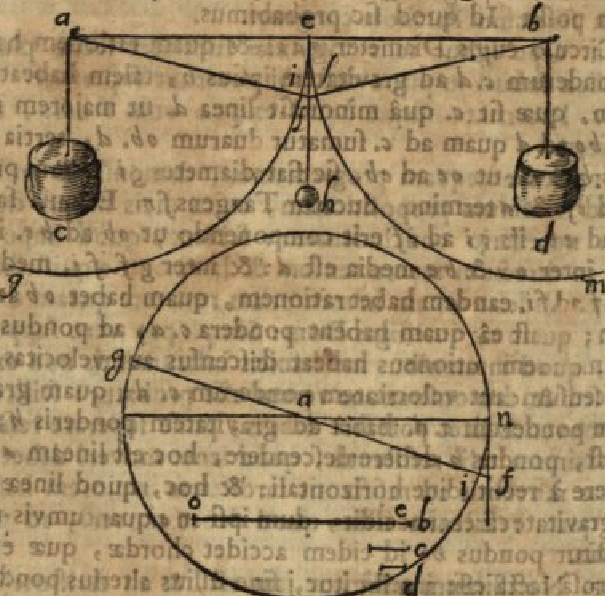
Salv. Poterunt: idque haud exiguo cum fructu, ut poſtea Tibi dicam.

Simp. Sed antequam progrediamur, demonſtrari mihi vellem iſtam ad minimum propoſitionem, cujus dicis haberi demonſtrationem neceſſario concludentem: ſcilicet, quod impoſſibile ſit funem in directum tenere tenſum & horizonti æquiſtidiſtantem.

Sagr. Videbo utrum in memoriam revocare queam demonſtrationem; quam ut intelligas Dom: Simpl: pro vero ſupponere debes id, quod in omnibus mechanicis inſtrumentis non experientia ſolum ſed & demonſtratione verum eſſe probatur: ſcilicet velocitatem moventis licet potentiâ debilis, poſſe ſuperare reſiſtentiam, licet maximam talis reſiſtentis, quod lente moveri debet, quoties velocitas moventis ad reſiſtentis tarditatem majorem habet rationem, quam reſiſtentia iſtius quod debet moveri, ad potentiam moventis.

Simp. Notiſſimum mihi hoc jam eſt, & ab Ariſtotele in quæſtionibus ſuis mechanicis demonſtratum; nec non manifeſte in Vecte & ſtatera videtur, in quâ æquipondium non ultra 4 libras grave, attollet pondus 400 librarum, si modo ejusdem æquipondii distantia à centro supra quod vertitur statera, plus quam centuplo sit major distantia ejusdem centri ab eo puncto, è quo majus pondus pendet; & hoc contingit, quia æquipondium, dum descendit, plus centuplo majus percurrit spatium eo, per quod majus pondus ascendit: id quod idem est ac si dicamus, parvum istud æquipondium cum plus centuplo majori velocitate moveri quam majus pondus.

SAGR. Optime ratiocinaris, & absque ullo dubio concedis, quantumvis exigua sit moventis potentia, illam tamen magnam superaturam esse resistentiam, quoties celeritate sua plus superat, quam vigore & gravitate cedit. Sed jam veniamus ad casum funis. Et descripta hac figura, concipe hanc lineam *ab*, transeuntem per duo fixa & stabilia *a. b.* extremitatibus suis appensa sustinere, ut vides, duo immensa pondera *c. d*, quæ eam maxima vi trahentia illam revera in directum tensam tenent, existentem simplicem lineam absque ulla gravitate. Hic jam subjungo & dico, si ejus



me-

medio, ut puncto *e*, quantumvis exiguum appendas pondus, quale est *b*, quod linea *ab* cedet & versus punctum *f* inclinabitur, & consequenter recedens gravissima duo pondera *c d*. in altum ascendere coget: id quod hoc modo demonstro.

Circa duo puncta *ab*. ut centra, describus duos Quadrantes *efg*. *elm*: & cum duæ Semidiametri *af*. *bl* sint æquales duabus *ae*. *eb*, excessus *fi*. *il*, erunt quantitates, quibus partes *af*. *fb*. majores sunt quam *ae*. *eb*. & per consequens determinant ascensum ponderum *c*. *d*. quando scilicet pondus *b* facultatem habuit descendendi in *f*: id quod tum posset sequi, quando linea *ef*, quæ est quantitas descensus istius ponderis *b*, majorem habet rationem ad lineam *fi* quæ duorum ponderum *c*. *d*, ascensum determinat: quam eorundem amborum ponderum gravitas habet ad gravitatem ponderis *b*. Hoc autem necessario continget, licet quantumvis maxima sit gravitas ponderum *c*. *d*. & minima ipsius *b*. Quoniam ponderum *c*. *d* excessus supra pondus *b* non est tam magnus, ut habita proportione excessus Tangentis *ef* supra Secantis partem *fi*, major esse non possit. Id quod sic probabimus.

Sit Circulo cujus Diameter *gai*: & quam rationem habet gravitas ponderum *c*.*d* ad gravitatem ipsius *b*, talem habeat linea *bo* ad aliam, quæ sit *c*. quâ minor sit linea *d*. ut majorem rationem habeat *bo* ad *d* quam ad *c*. sumatur duarum *ob*. *d*, tertia proportionalis *be*: & ut *oe* ad *eb*, sic fiat diameter *gi* (illam producendo) ad *if*. & a termino *f* ducatur Tangens *fn*. Et quia factum est ut *oe* ad *eb*. ita *gi* ad *if* erit componendo ut *ob* ad *be*. ita *gf* ad *fi*. sed inter *ob* & *be* media est *d*: & inter *gf*. *fi*. media est *nf* Ergo *nf* ad *fi*. eandem habet rationem, quam habet *ob* ad *d*, quæ ratio major est eâ quam habent pondera *c*. *d*, ad pondus *b*. Cum itaque majorem rationem habeat descensus aut velocitas ponderis *b* ad ascensum aut velocitatem ponderum *c*. *d*: quam gravitas eorundem ponderum *c*. *d*. habet ad gravitatem ponderis *b*; manifestum est, pondus *b* debere descendere, hoc est lineam *ab* recedere debere à rectitudine horizontali: & hoc, quod lineæ rectæ *ab* omni gravitate carenti accidit, dum ipsi in *e* quantumvis minimum appenditur pondus *b*: id eidem accidet chordæ, quæ ex materiâ ponderosâ facta esse intelligitur, sine ullius alterius ponderis additione, quoniam ipsa materiæ chordam *ab* componentis gravitas suum ipsi appendit pondus.

SIMP. Omnino mihi satisfactum est, quare juxta datam fidem Dom: Salv: explicare nobis poterit, quænam sit ista utilitas, quam à simili percipere possumus catenula, & postea quasdam nobis producere speculationes, quas noster circa vim percussionis habuit Academicus.

SALV. Satis hoc die præcedentibus contemplationibus occupati fuimus: & tempus, quod jam ad vesperam inclinat, non sufficeret ad nos ex nominatis materiis expediendum, quare congressum in aliud opportunum differemus tempus.

SAGR. In eandem tecum eo sententiam: quia ex variis sermonibus, quos cum intimis quibusdam Academici nostri amicis habui, jam comperi obscurissimam esse istam de vi percussionis materiam; nec ex iis, qui eam pertractarunt, ullum esse, qui interiores ejus penetraverit recessus, tenebris plenos, & in omnibus omnino à primis humanis imaginationibus alienos: Et inter conclusiones auditas, una maxime exorbitans phantasiæ meæ inhæsit: scilicet Vim percussionis indeterminatam esse, ne dicam infinitam. Exspectabimus itaque Dom: Salv: commoditatem. Sed interim dic mihi, quales hæ sint materiæ, quæ post Tractatum de Projectis scriptæ videntur.

SALV. Quædam sunt propositiones, ad Centrum gravitatis Solidorum pertinentes, quas in sua juventute noster invenit Academicus, existimans ea, de quæ de ista materia Fredericus Commandinus scripserat, quibusdam laborare imperfectionibus, Credidit itaque se, hisce, quas scriptas vides, propositionibus, Libri Commandini supplere posse defectum: cui contemplationi se applicuit instante Illustrissimo Domino Marchione Guid' Ubaldo à Monte, maximo sui temporis Mathematico; cui Domino etiam apographum dedit sumto proposito istam materiam ulterius persequendi in reliquis à Commandino intactis Solidis: Sed, cum post aliquod tempus in Librum Dom: Lucæ Valerii incideret, & videret ne ulla quidem parte omissa, totam istam resolvendo exhausisse materiam non ulterius progressus est, licet longe aliâ ac Dominus Valerius, eam aggressus esset viâ.

SAGR. E re itaque erit, si per hoc tempus, quod inter præteritos & futuros nostros congressus intercedit, Libri istius mihi facias copiam, ut propositiones ordine scriptas videre interim & operam iis dare possim.

SALV Libentissime tuæ satisfacio petitioni, & spero te iis delectatum iri quam maxime.

AP-

APPENDIX,

In qua continentur Theoremata, eorumque demonstrationes, quæ ab eodem Autore circa centrum gravitatis solidorum olim conscripta fuerunt.

POSTULATUM.

PEtimus æqualium ponderum similiter in diversis libris dispositorum, si horum quidem compositorum centrum gravitatis libram secundum aliquam rationem diviserit; & illorum etiam gravitatis centrum libram secundum eandem rationem dividere.

LEMMA.

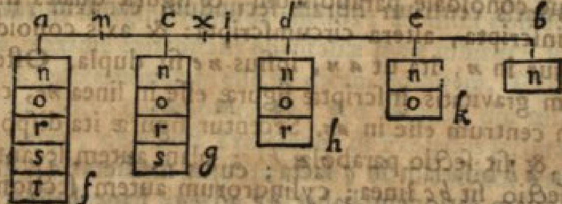
Sit linea ab bifariam in c facta; cujus medietas ac divisa sit in e, ita ut quam rationem habet be ad ea, hanc habeat ae ad ec. Dico be ipsius ea duplam esse. Quia enim ut be ad ea, ita ea ad

ec: erit componendo, & permutando, ut ba ad ac, ita ae ad ec. est autem ut ae ad ec, nempe ut ba ad, ac, ita be ad ea, quare be ipsius ea dupla est.

His positis demonstratur: Si Magnitudines quocunque sese æqualiter excedentes, & quarum excessus earum minimæ sint æquales, ita in libra disponantur, ut ex distantiis æqualibus pendeant, centrum gravitatis omnium libram ita dividere, ut pars versus minores reliquæ sit dupla.

In Libra itaque *ab* ex distantiis æqualibus pendeant quotcunque numero Magnitudines *f*, *g*, *h*, *k*, *n*, quales dictum est: quarum minima sit *n*. sintque puncta suspensionum *a*, *c*, *d*, *e*, *b*. sitque omnium Magnitudinum sic dispositarum gravitatis centrum *x*. Ostendendum est partem libræ *bx* versus minores magnitudines reliquæ *xa* duplam esse.

Dividatur libra bifariam in puncto *d*. quod vel in aliquo puncto suspensionum vel in duarum suspensionum medio cadet necessario, reliquæ vero suspensionum distantiæ, quæ inter *a* & *d* intercipiuntur, omnes bifariam dividantur punctis *m*, *i*. magnitudines deinde omnes in partes ipsi *n* æquales dividantur: erunt jam partes ipsius *f* tot numero quot sunt quæ ex libra pendent magnitudines: partes vero ipsius *g* erunt una pauciores, & sic de reliquis. Sunt itaque ipsius *f* partes *n*, *o*, *r*, *s*, *t*, ipsius *g* verò *n*,



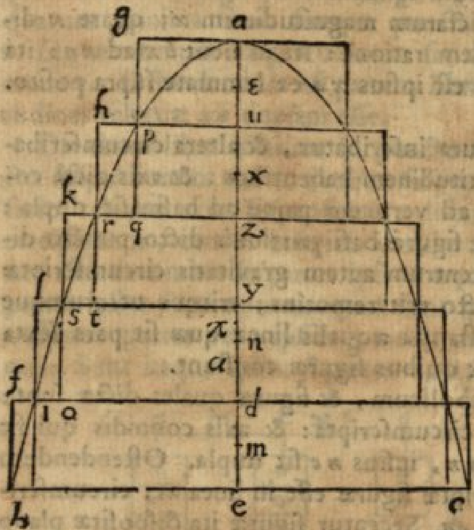
o, *r*, *s*. ipsius *h* quoque *n*, *o*, *r*, ipsius denique *k*, sint *n*, *o*. eruntque magnitudines omnes, in quibus *n* ipsi *f* æquatur; magnitudines vero omnes, in quibus *o* ipsi *g* æquatur; & magnitudines, in quibus *r* ipsi *h*. illæ autem, in quibus *s* ipsi *k*, & magnitudo *t* ipsi *n* æqualis est. Quia igitur magnitudines omnes, in quibus *n* inter se sunt æquales, æque ponderabunt in signo *d*, quod libram *a b* bifariam dividit; & eandem ob causam omnes magnitudines, in quibus *o* æque ponderant in *i*; illæ autem in quibus *r* in *c*; & in quibus *s* in *m*, æque ponderant; *t* autem in *a* suspenditur. Sunt igitur in libra *a*, *d* ex distantiis æqualibus *d*, *i*, *c*, *m*, *a* suspensæ magnitudines, sese æqualiter excedentes, & quarum excessus minimæ æquatur: maxima autem quæ est composita ex omnibus *n*, pendet ex *d*; minima, quæ est *t*, pendet ex *a*; & reliquæ ordinare dispositæ sunt. Estque rursus alia libra *ab*; in qua magnitudines aliæ prædictis numero & magnitudine æquales

eodem

eodem ordine dispositæ sunt. Quare libræ *ab*, *ad* à centris omnium magnitudinum secundum eandem rationem dividentur. Est autem centrum gravitatis dictarum magnitudinum *x*; quare *x* dividit libras *ba*, *ad* sub eadem ratione: ita ut sicut *bx* ad *xa*: ita *xa* ad *xd*. quare *bx* dupla est ipsius *xa* ex lemmate supra posito. Quod erat probandum.

Si concidi parabolico figura inscribatur, & altera circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus: & axis dicti conoidis dividitur ita ut pars ad verticem partis ad basin sit dupla: centrum gravitatis inscriptæ figuræ basi portionis dicto puncto divisionis erit propinquius; centrum autem gravitatis circumscriptæ à basi conoidis eodem puncto erit remotius; eritque utrorumque centrorum à tali puncto distantia æqualis lineæ quæ sit pars sexta altitudinis unius cylindri ex quibus figuræ constant.

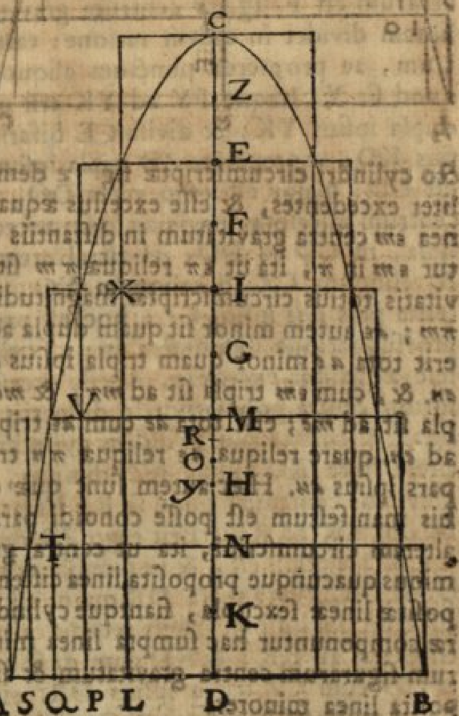
Sit itaque conoidale parabolicum, & figuræ quales dictæ sunt: altera sit inscripta, altera circumscripta: & axis conoidis qui sit *ae* dividatur in *n*, ita ut *an*, ipsius *ne* sit dupla. Ostendendum est centrum gravitatis inscriptæ figuræ esse in linea *ne*, circumscriptæ autem centrum esse in *an*. Secentur figuræ ita dispositæ plano per axem, & sit sectio parabolæ *bac*; plani autem secantis & basis conoidis sectio sit *bc* linea; cylindrorum autem sectiones sint rectangulæ figuræ; ut in descriptione apparet: primus itaque cylindrus inscriptorum cujus axis est *de*, ad cylindrum cujus axis est *dy*, eandem habet rationem quam quadratum *id* ad quadratum *sy*, hoc est, quam *da* ad *ay*: cylindrus autem, cujus axis est *dy*, ad cylindrum *yz* est ut *ry* ad *rz* potentia; hoc est, ut *ya* ad *az*; & eadem ratione cylindrus, cujus axis est *zy*, ad eum cujus axis est *zu*, est ut *za* ad *au*. dicti itaque cylindri sunt inter se ut lineæ *da*, *ay*; *za*, *au*: istæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & est excessus æqualis minimæ, ita ut *az* dupla sit ad *au*. *ay* autem ejusdem est tripla, & *da* quadrupla, sunt igitur dicti cylindri magnitudines quædam sese ad invicem æqualiter excedentes, quarum excessus æquantur earum minimæ, & est linea *xm*, in qua ex distantiis æqualibus suspensæ sunt. (unumquodque enim cylindrorum centrum gravitatis habet in medio axis.) quare per ea quæ superius demonstrata sunt, centrum gravitatis magnitudinis ex omnibus compositæ dividet lineam *xm*, ita ut pars ad *x* reliquæ sit dupla. Dividatur itaque, & sit *xα* ipsius *αm* dupla, est ergo *α* cen-



centrum gravitatis inſcriptæ figuræ. Dividatur an bifariam in ε; erit εx dupla ipſius me. eſt autem $x\alpha$ dupla ipſius αm. quare εe tripla erit $e\alpha$, eſt autem ae tripla ipſius en. conſtat ergo, en majorem eſſe quam ex, & ideo α, quod eſt centrum figuræ inſcriptæ, magis accedere ad baſin conoidis quam n; & quia eſt ut ae ad en, ita ablatum εe ad ablatum $e\alpha$; erit & reliquum ad reliquum, id eſt $a\varepsilon$ ad $n\alpha$, ut ae ad en. Eſt ergo an tertia pars ipſius ae, & ſexta ipſius an. Eodem autem pacto cylindri circumſcriptæ figuræ demonſtrabuntur eſſe ſeſe æqualiter excedentes, & eſſe exceſſus æquales minimo; & habere in linea εm centra gravitatum in diſtantiis æqualibus. Si itaque dividatur εm in π, ita ut $\varepsilon\pi$ reliquæ πm ſit dupla; erit π centrum gravitatis totius circumſcriptæ magnitudinis, & cum $\varepsilon\pi$ dupla ſit ad πm; $a\varepsilon$ autem minor ſit quam dupla ad εm, (cum ei ſit æqualis:) erit tota ae minor quam tripla ipſius $e\pi$. quare $e\pi$ major erit ipſa en. &, cum εm tripla ſit ad $m\pi$, & me cum duabus εa ſimiliter tripla ſit ad me; erit tota ae cum $a\varepsilon$ tripla ad $e\pi$, eſt autem ae tripla ad en. quare reliqua $a\varepsilon$ reliquæ πn tripla erit. Eſt igitur $n\pi$ ſexta pars ipſius an. Hæc autem ſunt quæ demonſtranda fuerunt. Ex his manifeſtum eſt poſſe conoidi parabolico figuram inſcribi, & alteram circumſcribi, ita ut centra gravitatum earum à puncto n minus quacunque propoſita linea diſtent. Si enim ſumatur linea propoſitæ lineæ ſexcupla, fiantque cylindrorum axes, ex quibus figuræ componuntur hac ſumpta linea minores; erunt, quæ inter harum figurarum centra gravitatum & ſignum n cadunt lineæ, propoſita linea minores.

ALITER IDEM.

Axis conoidis, qui sit CD, dividatur in O, ita ut CO ipsius OD sit dupla Ostendendum est, centrum gravitatis inscriptæ figuræ esse in linea OD; circumscriptæ verò centrum esse in CO. Secentur figuræ plano per axem & C, ut dictum est. Quia igitur cylindri SN, TM, VI. XE, sunt inter se, ut quadrata linearum SD, TN, VM, XI; hæc autem sunt inter se ut lineæ NC, CM, CI, CE; hæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimæ, nempe CE; estque cylindrus TM cylindro QN æqualis; cylindrus autem VI ipsi PN; & XE ipsi LN æquatur; ergo cylindri SN, QN, PN, LN, sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimo eorum, nempe cylindro LN. Est autem excessus cylindri SN, super cylindrum QN, anulus, cujus altitudo est QT; hoc est, ND; latitudo autem SQ. excessus autem cylindri QN, super PN, est annulus, cujus latitudo est QP. excessus autem cylindri PN, super LN, est anulus, cujus latitudo PL. Quare dicti anuli SQ, QP, PL, sunt inter se æquales, & cylindro LM. Annulus igitur ST æquatur cylindro XE; anulus QV, qui ipsius ST est duplus æquatur cylindro VI; qui similiter cylindri XE duplus est: & eamdem ob causam anulus PX cylindro TM; & cylindrus LE cylindro SN æqualis erit. In libra itaque KF

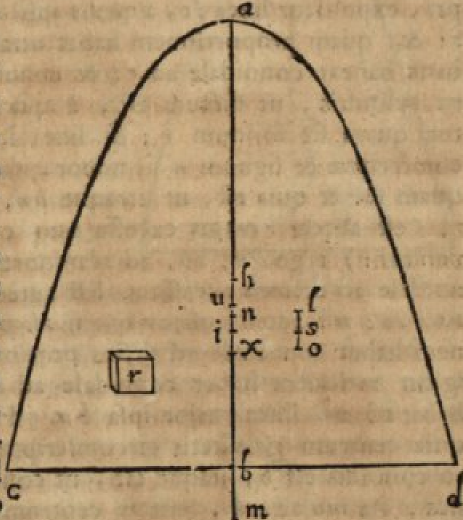


puncta media rectarum EI, DN connectente, & in partes æquales punctis HG secta, sunt magnitudines quædam, nempe cylindri SN, TM, VI, XE; & gravitatis centrum primi cylindri est K; secundi verò est H; tertii G; quarti F. Habemus autem & aliam libram MK; quæ est ipsius FK dimidia, totidemque punctis in partes æquas distributa, nempe MH, HN, NK, & in ea aliæ magnitudines, illis, quæ sunt in libra FK, numero & magnitudine æquales, & centra gravitatum in signis M, H, N, K habentes, & eodem ordine dispositæ sunt. cylindrus enim LE centrum gravitatis habet in M; & æquatur cylindro SN centrum habenti in K: anulus vero PX centrum habet H, & æquatur cylindro TM; cujus centrum est H: & annulus QV, centrum habens N, æquatur cylindro VI; cujus centrum est G: & denique anulus ST, centrum habens K, æquatur cylindro XE, cujus centrum est F. Igitur centrum gravitatis dictarum magnitudinum libram dividet in eadem ratione: earumdem verò unum est centrum, ac propterea punctum aliquod utrique libræ commune, quod sit Y. Itaque FY ad YK erit ut KY ad YM. est ergo FY dupla ipsius YK; & divisa CE bifariam in Z, erit ZF dupla ipsius KD; ac propterea ZD tripla ipsius DY. rectæ verò DO tripla est CD: major est ergo recta DO, quàm DY; ac propterea Y centrum inscriptæ magis ad basin accedit, quàm punctum O. Et, quia, ut CD ad DO, ita est ablatum ZD ad ablatum DY; erit & reliquum CZ ad reliquum YO, ut CD ad DO. nempe YO tertia pars erit ipsius CZ; hoc est pars sexta ipsius CE. Eadem prorsus ratione demonstrabimus, cylindros circumscriptæ figuræ sese æqualiter excedere, & esse excessus æquales minimo, & ipsorum centra gravitatum in distantiis æqualibus libræ KZ constituta; & pariter anulos iisdem cylindris æquales similiter disponi in altera libra KG ipsius KZ dimidia, ac propterea circumscriptæ gravitatis centrum, quod sit R, libras ita dividere, ut ZR ad RK sit, ut KR ad RG. Erit ergo ZR dupla ipsius RK; CZ vero rectæ KD æqualis est, & non dupla. erit tota CD minor quam tripla ipsius DR. quare recta DR major est quàm DO. scilicet centrum circumscriptæ à basi magis recedit quam punctum O. Et quia ZK tripla est ad KR; & KD cum duabus ZC tripla ad KD; erit tota CD cum CZ tripla ipsius DR. est autem CD tripla ad DO. quare reliqua CZ reliquæ RO tripla erit; scilicet OR sexta pars est ipsius EC. Quod est propositum.

His

His autem prædemonstratis demonstratur, centrum gravitatis parabolici conoidis axem ita dividere, ut pars ad verticem, reliquæ ad basin sit dupla.

Esto parabolicum conoidale, cujus axis sit *ab*, divisus in *n*, ita ut *an* ipsius *nb* sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis conoidis esse *n* punctum. si enim non est *n*, aut infra ipsum, aut supra ipsum erit. Sit primum infra: sitque *x*, & ponatur linea *lo* ipsi *nx* æqualis; & *lo* contingenter dividatur in *s*: & quam rationem habet utraque simul *bx*, *os*, ad *os*, hanc habeat conoidale ad solidum *r*: & inscribatur conoidi figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut, quæ inter illius centrum gravitatis & punctum *n* intercipitur, minor sit quam *ls*; excessus autem, quo à conoide superatur, minor sit solido *r*. hoc autem fieri posse clarum est. Sit itaque inscripta, cujus gravitatis centrum sit *i*; erit jam *ix* major *so*: &, quia est, ut *xb* cum *so* ad *so*, ita conoidale ad *r*; (est autem *r* majus excessu quo conoidale figuram inscriptam superat;) erit conoidalis ad dictum excessum proportio major quam utriusque *bx*, *os*, ad *so*: & dividendo figura inscripta ad dictum excessum majorem rationem habebit quam *bx* ad *so*. habet autem *bx* ad *xi* proportionem adhuc minorem quam ad *so*. inscripta igitur figura ad reliquas portiones multo majorem proportionem habebit quam *bx* ad *xi*. quam igitur proportionem habet inscripta figura ad reliquas portiones, alia quædam linea habebit ad *xi*; quæ necessario major erit quam *bx*. Sit igitur *mx*. Habemus itaque centrum gravitatis conoidis *x*: figuræ autem in ipso inscriptæ centrum gravitatis est *i*. reliquarum ergo portionum, quibus conoidale inscriptam figuram excedit, gravitatis centrum erit in linea *xm*, atque in eo



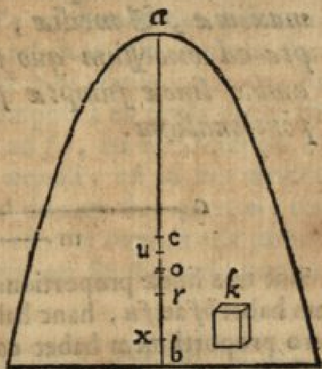
 ipsius

ipsius puncto in quo sic terminata fuerit: ut quam proportionem habet inscripta figura ad excessum quo à conoide superatur, eandem ipsam habeat ad *xi*. Ostensum autem est, hanc proportionem esse illam quam habet *mx* ac *xi*. erit ergo *m* gravitatis centrum earum portionum quibus conoidale excedit inscriptam figuram. quod certè esse non potest. nam, si per *m* ducatur planum basi conoidis æquidistans, erunt omnes dictæ portiones versus eandem partem, nec ab eo dividentur. Non est igitur gravitatis centrum ipsius conoidis infra punctum *a*.

Sed neque supra. Sit enim, si fieri potest, *h*: & rursus, ut supra, exponatur linea *lo*, æqualis ipsi *hn*, & contingenter divisa in *s*: &, quam proportionem habet utraque simul, *bn*, *so*, ad *sl*; hanc habeat conoidale ad *r*: & conoidali circumscribatur figura ex cylindris, ut dictum est, à qua minori quantitate excedatur quam sit solidum *r*: & linea inter centrum gravitatis circumscriptæ & signum *n* sit minor quam *so*: erit residua *uh* major quam *ls*. & quia est, ut utraque *bn*, *os* ad *sl*, ita conoidale ad *r*; (est autem *r* majus excessu quo conoidale à circumscripta superatur:) ergo *bn*, *so*, ad *sl* minorem rationem habet quam conoidale ad dictum excessum. Est autem *bu* minor quam utraque *bn*, *so*: *uh* autem major quam *sl*. multo igitur majorem rationem habet conoidale ad dictas portiones quam *bu* ad *uh*. quam igitur rationem habet conoidale ad easdem portiones, hanc habebit ad *uh* linea major ipsa *bu*. Habeat; sitque ea *mu*; &, quia centrum gravitatis circumscriptæ figuræ est *u*; centrum vero conoidis est *h*; itaque est, ut conoidale ad residuas portiones, ita *mu* ad *uh*, erit *m* centrum gravitatis residuarum portionum: quod similiter est impossibile. Non est ergo centrum gravitatis conoidis supra punctum *n*. Sed demonstratum est quod neque infra. Restat ergo, ut in ipso *n* sit necessario. Et eadem ratione demonstrabitur de conoide plano super axe non erecto secto. Aliter idem, ut constat in sequenti, centrum gravitatis conoidis parabolici inter centrum circumscriptæ figuræ & centrum inscriptæ cadit.

Sit conoidale; cujus axis *ab*, & centrum circumscriptæ sit *c*, inscriptæ vero sit *o*. Dico, centrum conoidis inter *co* puncta esse. nam si non, infra, vel supra vel in altero eorum erit. Sit infra, ut in *r*. &, quia *r* est centrum gravitatis totius conoidis; inscriptæ

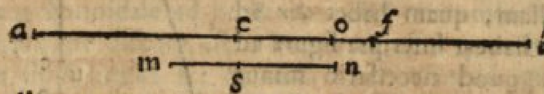
ptæ autem figuræ eſt gravitatis centrum *o*: reliquarum ergo portionum, quibus inſcripta figura à conoide ſuperatur, centrum gravitatis erit in linea *or* ad partes *r* extenſa, itaque in eo puncto in quo ſic terminatur, ut, quam rationem habent dictæ portiones ad inſcriptam, eandem habeat *or* ad lineam inter *r* & punctum illud cadentem. Sit hæc ratio, illa quam habet *or* ad *rx*. Aut igitur *x* cadet extra conoidem, aut intra, aut in ipſa baſi. Si vel extra, vel in baſi cadat; jam manifeſtum eſt abſurdum. Cadat intra: & quia *xr* ad *ro* eſt ut inſcripta figura ad exceſſum quo à conoide ſuperatur; rationem illam, quam habet *br* ad *ro*, eandem habeat inſcripta figura ad ſolidum *k*. quod neceſſario minus erit dicto exceſſu. Et inſcribatur alia figura, quæ à conoide ſuperetur minori quantitate quam ſit *k*; cujus gravitatis centrum cadet infra *oc*. Sit



u. Et, quia prima figura ad *k* eſt ut *br* ad *ro*; ſecunda autem figura, cujus centrum *u* major eſt prima, & à conoide exceditur minori quantitate quam ſit *k*: quam rationem habet ſecunda figura ad exceſſum quo à conoide ſuperatur, hanc habebit ad *ru* linea major ipſa *br*. Eſt autem *r* centrum gravitatis conoidis; inſcriptæ autem ſecundæ *u*. centrum ergo reliquarum portionum erit extra conoides infra *b*. quod eſt impoſſibile. Et eodem pacto demonſtrabitur, centrum gravitatis ejuſdem conoidis non eſſe in linea *ca*. Quod autem non ſit alterum punctorum *co*, manifeſtum eſt. Si enim dicas eſſe, deſcriptis aliis figuris, inſcripta quidem majori illa cujus centrum *o*, circumſcripta vero minore ea cujus centrum *c*, centrum conoidis extra harum figurarum centrum caderet. quod nuper impoſſibile eſſe concluſum eſt. Reſtat ergo, ut inter centrum circumſcriptæ & inſcriptæ figuræ ſit. Quod ſi ita eſt neceſſario erit in ſigno illo quod axem dividit ut pars ad verticem reliquæ ſit dupla, cum *n* circumſcribi, & inſcribi poſſint figuræ, ita ut, quæ inter ipſarum centrum & dictum ſignum cadunt lineæ, quacunque linea ſint minores. aliter dicentem ad impoſſibile deduceremus; quod ſcilicet centrum conoidis non intra inſcriptæ & circumſcriptæ centra caderet.

Si

Si fuerint tres lineæ proportionales, & quam proportionem habet minima ad exceßum, quo maxima minimam superat, eandem habeat linea quædam sumpta ad duas tertias excessus, qua maxima mediam superat: & item quam proportionem habet composita ex maxima, & dupla mediæ ad compositam ex tripla maximæ, & mediæ, eandem habuerit alia linea sumpta ad excessum quo maxima mediam excedit; erunt ambæ lineæ sumptæ simul, tertia pars maximæ proportionalium.



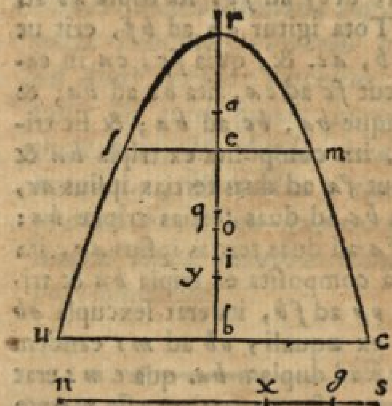
Sint tres lineæ proportionales ab, bc, bf. & quam proportionem habet bf ad fa, hanc habeat ms ad duas tertias ipsius ca. quam vero proportionem habet composita ex ab & dupla bc ad compositam ex tripla utriusque ab, bc, eandem habeat alia nempe sn ad ac. Demonstrandum est mn tertiam esse partem ipsius ab. Quia itaque ab, bc, bf, sunt proportionales, erunt etiam ac, cf, in eadem ratione, est igitur, ut ab ad bc, ita ac ad cf: & ut tripla ab ad triplam bc, ita ac ad cf. quam itaque rationem habet tripla ab cum tripla bc ad triplam cb, hanc habebit ac ad lineam minorem ipsa cf. Sit illa co. quare componendo, & per conversionem proportionis, oa ad ac eandem habebit rationem quam tripla ab cum sexcupla bc ad triplam ab cum tripla bc. habet autem ac ad sn eandem rationem quam tripla ab cum tripla bc ad ab cum dupla bc. ex æquali igitur oa ad ns eandem habebit rationem quam tripla ab cum sexcupla bc ad ab cum dupla bc. verum tripla ab cum sexcupla bc triplæ sunt ad ab cum dupla bc. ergo ao tripla est ad sn.

Rursus quia oc ad ca est ut tripla cb ad triplam ab cum tripla cb: est autem, sicut ca ad cf, ita tripla ab ad triplam bc: ex æquali ergo in proportione perturbata, ut oc ad cf, ita erit tripla ab ad triplam ab cum tripla bc: &, per conversionem rationis, ut of ad fc, sic tripla bc ad triplam ab cum tripla bc; est autem, sicut cf ad fb, ita ac ad cb, & tripla ac ad triplam bc. Ex æquali igiſi igitur, in proportione perturbata, ut *of* ad *fb*, ita tripla *ac* ad triplam utriuſque ſimul, *ab*, *bc*. Tota igitur *ob* ad *bf*, erit ut ſexcupla *ab* ad triplam utriuſque *ab*, *ac*. &, quia *fc*, *ca* in eadem ſunt ratione, & *cb*, *ba*; erit ſicut *fc* ad *ca*, ita *bc* ad *ba*; & componendo ut *fa* ad *ac*, ita utraque *ba*, *bc* ad *ba*; & ſic tripla ad triplam: ergo ut *fa* ad *ac*, ita compoſita ex tripla *ba* & triplam *bc* ad triplam *ab*. quare ſicut *fa* ad duas tertias ipſius *ac*, ſic compoſita ex tripla *ba* & tripla *bc* ad duas tertias triplæ *ba*: hoc eſt, ad duplam *ba*. ſed ſicut *fa* ad duas tertias ipſius *ac*, ita *fb* ad *ms*. Sicut ergo *fb* ad *ms*, ita compoſita ex tripla *ba* & tripla *bc* ad duplam *ba*. verum ſicut *ob* ad *fb*, ita erat ſexcupla *ab* ad triplam utriuſque *ab*, *bc*. ergo ex æquali, *ob* ad *ms* eandem habebit rationem quam ſexcupla *ab* ad duplam *ba*. quare *ms* erat tertia pars ipſius *ob*. Et demonſtratum eſt, *sn* tertiam eſſe partem ipſius *ao*. conſtat ergo, *mn* ipſius *ab* tertiam ſimiliter eſſe partem, & hoc eſt quod demonſtrandum fuit.

Cujuſlibet fruſti à conoide parabolico abſciſſi centrum gravitatis eſt in linea recta, quæ fructi eſt axis; qua in tres æquas partes diviſa centrum gravitatis in media exiſtit: eamque ſit dividit, ut pars verſus minorem baſin ad partem verſus majorem baſim, eandem habeat rationem quam major baſis ad minorem.

A conoide, cujus axis *rb*, abſciſſum ſit ſolidum, cujus axis *be*; & planum abſcindens ſit baſi æquidiſtans. ſecetur autem altero per axem ſuper baſin erectum, ſitque ſectio parabolæ *n*, *r*, *c*. hujus autem, & plani ſecantis, & baſis ſectiones ſint lineæ rectæ *lm*, *ac*; erit *rb* diameter proportionis vel diametro æquidiſtans *lm*, *nc*: erunt ordinatim applicatæ. Dividatur itaque *eb* in tres partes æquales, quarum media ſit *qy*. hæc autem ſigno *i* ita dividatur; ut, quam rationem habet baſis, cujus diameter *nc*, ad baſin cujus diameter *lm*; hoc eſt, quam habet quadratum *nc* ad quadratum *lm*; eandem habeat *qi* ad *iy*. Demonſtrandum eſt, *i* centrum gravitatis eſſe fruſti *lmc*. Exponatur linea *ns* æqualis ipſi *br*, & *sx* æqualis ſit *er*. ipſarum autem *ns*, *sx* ſumatur tertia proportionalis *sg*. & quam proportionem habet *ng* ad *gs*, hanc

habeat

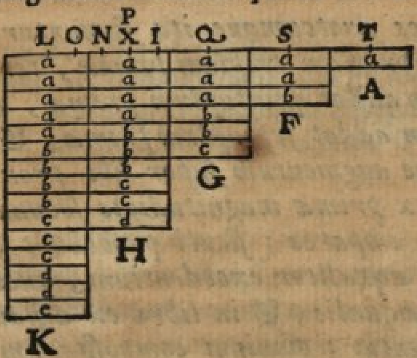


habeat bq ad io. Nihil autem refeat, sive punctus o supra vel infra lm cadat. & quia in sectione urc lineæ lm, uc ordinatim sunt applicatæ, erit ut quadratum uc ad quadr. lm, ita linea br ad re. est autem ut quadratum uc ad quadr. lm, ita qi ad iy; &, ut br ad re, ita ns ad sx. ergo qi ad iy est ut rs ad sx. quare ut gy ad yi, ita erit utraque ns, sx ad sx, & ut eb ad yi, ita composita ex tripla ns & tripla sx ad sx. est autem, ut eb ad by, ita composita ex tripla utriusque simul ns, sx ad compositam ex ns, sx. ergo ut eb ad bi, ita composita ex tripla ns & tripla sx ad compositam ex ns & dupla sx. Sunt igitur 3. lineæ proportionales, ns, xs, gs. &, quam proportionem habet sg ad gn, hanc habet quædam sumpta oi ad duas tertias ipsius eb, hoc est, ipsius nx. quam autem proportionem composita ex ns & dupla sx habet, ad compositam ex tripla ns & tripla sx; eandem habet alia quædam sumpta ib ad be, hoc est, ad nx. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, erunt lineæ illæ simul sumptæ tertia pars ipsius ns; hoc est, ipsius rb. est ergo rb tripla ipsius bo. quare o erit centrum gravitatis conoidis urc. Sit autem centrum gravitatis conoidis lrm frusti. ergo $ulmc$ centrum gravitatis est in linea ob, atque in eo puncto qui illam sic terminat: ut quam rationem habet $ulmc$ frustum ad lmr portionem, eam habeat linea ao ad eam quæ inter o & dictum punctum intercedit. Et, quia ro est duæ tertiæ ipsius rb; ra vero duæ tertiæ ipsius re: erit reliqua ao duæ tertiæ reliquæ eb. &, quia est ut frustum $ulmc$ ad portionem lmr, ita ng ad gs, ut autem ng ad gs, ita duæ tertiæ eb ad oi; duabus autem tertiis ipsius eb æqualis est linea ao: erit, ut frustum $ulmc$ ad portionem lrm, ita ao ad oi. Constat igitur frusti $ulmc$ gravitatis centrum esse punctum i, & axem ita dividere, ut pars versus minorem basin ad partem versus majorem sit, ut dupla majoris basis una cum minori, ad duplam minoris una cum majori. Quod est propositum, elegantius explicatum.

Si

Si magnitudines quotcunque ita ſint inter ſe diſpoſitæ, ut ſecunda addat ſuper primam duplum primæ, tertia addat ſuper ſecundam triplum primæ, quarta vero addat ſuper tertiam quadruplum primæ, & ſic unaquæque ſequentium ſuper ſibi proximam addat magnitudinem primæ, multiplicem ſecundum numerum quem ipſa in ordine retinuerit, ſi, inquam, hæ magnitudines ordinatim in libra ex diſtantiis æqualibus ſuſpendantur; centrum æquilibrii omnium compoſitarum libram ita dividet, ut pars verſus minores magnitudines reliquæ ſit tripla.

Eſto libra LT; & magnitudines, quales dictum eſt, in ea pendeant; & ſint A, F, G, H, K; quarum A ex T ſuſpenſa ſit prima. Dico, centrum æquilibrii libram TL ita ſecare, ut pars verſus T reliquæ ſit tripla. Sit TL tripla ad LI; & SL tripla LP; & QL ipſius LN; & LP ipſius LO: erunt IP, PN, NO, OL, æquales. Et accipiatur in F magnitudo ipſius A dupla: in G verò alia ejuſdem tripla; in H ejuſdem quadrupla; & ſic deinceps: & ſint ſumptæ magnitudines illæ in quibus A: & idem fiat in ma-

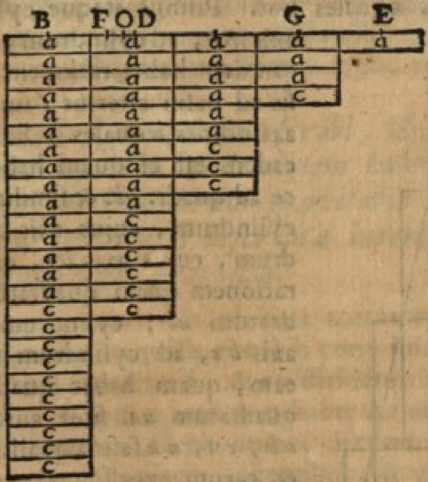


gnitudinibus F, G, H, K Cum enim in F reliqua magnitudo, nempe B, ſit æqualis A; ſumatur in G ipſius dupla, in H tripla, &c. & ſint hæ magnitudines ſumptæ in quibus B; & eodem pacto ſumantur illæ in quibus C & in quibus D & E. erunt jam omnes, in quibus A, æquales ipsi K; composita verò ex omnibus B æquabitur ipsi H; composita ex C ipsi G; ex omnibus D vero composita æquabitur F, & E ipsi A. &, quia TI dupla est IL, erit I punctum æquilibrii magnitudinis compositæ ex omnibus A. & similiter, cum SP ipsius PL sit dupla, erit P punctum æquilibrii compositæ ex omnibus B: & eamdem ob causam N erit punctum æquilibrii compositæ ex omnibus C; O vero compositæ ex D: & L ipsius E. Est igitur libra quædam TL in qua ex distantiis æqualibus pendent magnitudines quædam K, H, G, F, A. & rursus est alia libra LI, in qua distantiis similiter æqualibus pendent totidem numero magnitudines, & eodem ordine prædictis æquales. est enim composita ex omnibus A quæ pendet ex I æqualis K pendenti ex L; & composita ex omnibus B quæ pendet ex P, æquatur H pendenti ex P; & similiter composita ex C, quæ pendet ex N, æquatur G, & composita ex D, quæ pendet ex O, æquatur F, & E pendens ex L æqualis est A. Quare libræ eadem ratione à centro compositarum magnitudinum dividentur. Unum est autem centrum compositæ ex dictis magnitudinibus. Erit ergo punctum commune rectæ TL; & rectæ LI centrum, quod sit X. Itaque ut TX ad XL, ita erit LX ad XI; & tota TL ad LI. est autem TL ipsius LI tripla quare & TX ipsius XL tripla erit.

Si magnitudines quotcumque ita sumantur, ut secundo addat super primam triplum primæ, tertia vero super secundam addat quintuplum primæ, quarta autem super tertiam addat septuplum primæ, & sic deinceps uniuscujusque augmentum super sibi proximam procedat multiplex primæ magnitudinis secundum numeros consequenter impares; sicuti procedunt quadrata linearum sese æqualiter excedentium, quarum excessus minimæ sit æqualis; & in libra ex distantiis æqualibus suspendantur; omnium compositarum centrum æquilibrii libram dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit major quam tripla, eadem vero dempta una distantia ejusdem minor sit quam tripla.

Sint

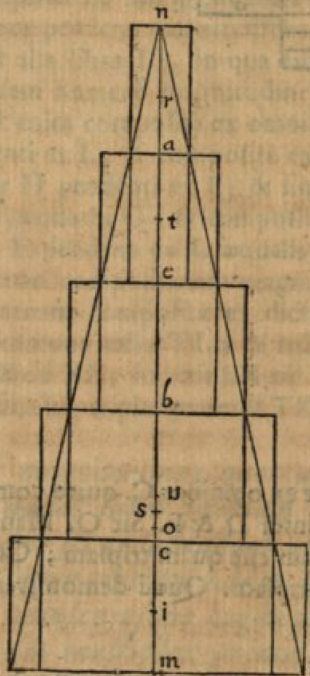
Sint in libra BE magnitudines, quales dictum est, à quibus auferantur magnitudines aliquæ inter se, ut quæ in præcedenti dispositæ fuerunt; & sint compositæ ex omnibus A. erunt reliquæ in quibus C, eodem ordine distributæ, sed deficientes maxima. Sit ED tripla DB; & GF tripla FB. erit D centrum æquilibrii com-



positæ ex omnibus A; F verò compositæ ex omnibus C. quare compositæ ex omnibus AC centrum cadet inter D & F. Sit O. Manifestum itaque est, EO ipsius OB majorem esse quam triplam; GO verò ejusdem OB minorem esse quam triplam. Quod demonstrandum erat.

Si cuicumque cono vel coni portioni ex cylindris æqualem altitudinem habentibus figura una inscribatur, & altera circumscribatur; itemque axis ejus ita dividatur, ut pars, quæ inter punctum divisionis & verticem intercipitur, reliquæ sit tripla: erit inscriptæ figuræ gravitatis centrum propinquius basi coni quam punctum illud divisionis: circumscriptæ vero centrum gravitatis eodem puncto erit vertici propinquius.

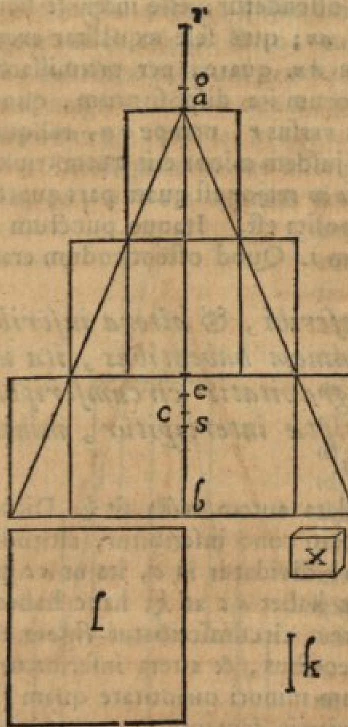
Sit itaque conus, cujus axis *nm*. Dividatur in *s*, ita ut *ns* reliquæ *sm* sit tripla. Dico, cujuscumque figuræ cono, ut dictum est, inscriptæ centrum gravitatis in axe *nm* consistere, & ad basin coni magis accidere quam *s* punctum: circumscriptæ vero gravitatis centrum similiter in axe *nm* esse, & vertici propinquius quam sit *s*. Intelligatur itaque inscripta figura ex cylindris quorum axes *mc*, *cb*, *be*; *ea* æquales sint. Primus itaque cylindrus, cujus axis *mc*, ad cylindrum, cujus axis *cb*, eamdem habet rationem quam sua basis ad basin alterius (sunt enim eorum altitudines æquales.) hæc autem ratio eadem est ei quam habet quadratum *cn* ad quadr. *nb*. & similiter ostendetur, cylindrum, cujus axis *cb*, ad cylindrum, cujus axis *be*, eandem habere rationem quam quadratum *bn* ad quadratum *ne*; cylindrum vero, cujus axis *be*, ad cylindrum circa axem *ea* eam, quam habet quadratum *en* ad quadratum *na*. sunt autem lineæ *nc*, *nb*, *en*, *na* sese æqualiter excedentes, & earum excessus æquantur minimæ. nempe ipsi *na*. Sunt igitur magnitudines quædam, nempe inscripti cylindri, eam inter se consequenter rationem habentes quam quadrata linearum sese æqualiter excedentium, & quarum excessus minimæ æquantur: suntque ita dispositi in libra *ti*, ut singulorum centra gravitatum in ea, & in distantiis æqualibus consistant.



Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, constat, gravitatis centrum omnium ita compositorum libram *ti* ita dividere, ut pars versus *t* sit major quam tripla reliquæ. Sit hoc centrum *o*. est ergo *to* major quam tripla ipsius *oi*. verum *tu* tripla est ad *im*. ergo tota *mo* minor erit quam pars quarta totius *mn*, cujus *ms* pars quarta posita est. Constat ergo, signum *o* basi coni magis accedere quam *s*; (verum sit jam circumscripta figura constans ex Cylindris, quorum axes *mc*, *cb*, *be*, *ea*, *an* inter se sint æquaquales;) similiter, ut de inscriptis, ostendetur, esse inter se sicut quadrata linearum *mn*, *nc*, *bn*, *ne*. *an*; quæ sese æqualitar excedunt, excessusque æquatur minimæ *an*. quare, per præmissam, centrum gravitatis omnium cylindrorum ita dispositorum, quod sit *u*, libram *ri* sic dividet, ut pars versus *r*, nempe *ru*, reliquæ *ui* sit major quam tripla; *tu* verò ejusdem minor erit quam tripla. Sed *nt* tripla est ipsius *im*. igitur tota *um* major est quam pars quarta totius *mn*, cujus *ms* pars quarta posita est. Itaque punctum *u* vertici propinquius est quam punctum *s*. Quod ostendendnm erat.

Cono dato potest figura circumscribi, & altera inscribi ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut linea, quæ inter centrum gravitatis circumscriptæ & centrum gravitatis inscriptæ intercipitur, miner sit quacumque linea proposita.

Sit datus conus, cujus axis *ab*. data autem recta sit *k*. Dico; Exponatur cylindrus *l* æqualis ei qui in cono inscribitur, altitudinem habens dimidium axis *ab*: & *ab* dividatur in *c*, ita ut *ac* ipsius *cb* tripla sit: & quam rationem habet *ac* ad *k*, hanc habeat cylindrus *l* ad solidum *x*. Cono autem circumscribatur figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, & altera inscribatur, ita ut circumscripta excedat inscriptam minori quantitate quam sit solidum *x*, sitque circumscriptæ gravitatis centrum *e*; quod cadet supra *c*: inscriptæ vero centrum sit *s*, cadens sub *c*. Dico jam, *es* lineam ipsa *k* minorem esse. Nam si non; ponatur ipsi *ca* æqualis *eo*. quia igitur *oe* ad *k* eandem habet rationem quam *l* ad *x*; inscripta vero figura minor non est cylindro *l*: excessus autem, quo dicta figura à circumscripta superatur, minor est solido *x*: inscripta igitur figura ad dictum excessum majorem rationem habebit quam *oe* ad *k*. ratio autem *oe* ad *k* non est minor ea quam habet *oe* ad *es* cum *es*. Non ponatur minor *k*; Igitur inscripta figura ad excessum quo à circumscripta superatur majorem habet rationem qnam *oe* ad *es*. Quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum, hanc habebit ad lineam *es*. Linea quædam major ipsa *eo* sit illa *er*. est autem inscriptæ figuræ centrum gravitatis *s*; circumscriotæ vero centrum est *e*. Constat ergo, reliquarum portionum, quibus circumscripta excedit inscriptam, centrum gravi-



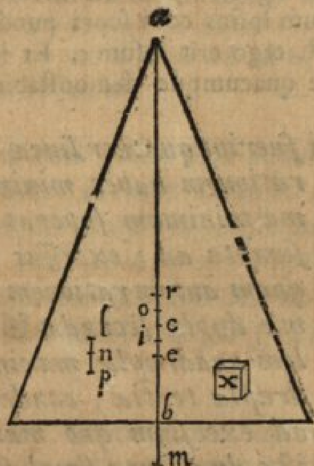
tatis esse in linea *re*, atque in eo puncto à quo sic terminatur, ut, quam rationem habet inscripta ad dictas portiones, eandem habeat linea inter *e* & punctum illud intercepta ad lineam *es*. hanc vero rationem habet *re* ad *es*. ergo reliqua portionum, quibus circumscripta superat inscriptam figuram, gravitatis centrum erit *r*. quod est impossibile. planum enim ductum per *r* basi coni æquidistans dictas portiones non secat. Falsum igitur est, lineam *es* non esse minorem ipsa *k*. erit ergo minor. Hæc autem non dissimili modo in pyramide fieri posse demonstrabuntur.

Ex his manifestum est, cono dato posse figuram unam circumscribi, & alteram inscribi, ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut lineæ, quæ inter earum centra gravitatum, & punctum, quod axem coni ita dividit ut pars ad verticem reliquæ sit tripla, intercipiuntur, quacunque data linea sint minores. cum enim, ut demonstratum est, dictum punctum axem dividens, ut dictum est, semper inter circumscriptæ & inscriptæ gravitatum centra reperiatur; fierique possit ut, quæ inter eadem centra media linea, minor sit quacumque linea proposita; multo minor eadem proposita linea sit quæ inter alterum centrorum & dictum punctum axem dividens intercipitur.

Cujuslibet coni vel pyramidis centrum gravitatis axem dividit, ut pars ad verticem reliquæ ad basin sit tripla.

Esto conus, cujus axis *ab*. & in *c* dividatur ita, ut *ac* reliquæ *cb* sit tripla. ostendendum est, *c* esse gravitatis centrum coni. nam si non est, erit coni centrum aut supra, aut infra punctum *c*. Sit prius

prius infra; & ſit *e*: & exponatur linea *lp* æqualis *ce*; quæ contingenter dividatur in *n*. & quam rationem habet utraque ſimul, *be*, *pn*, ad *pn*, hanc habeat conus ad ſolidum *x*. & inſcribatur cono ſolida figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus; cujus centrum gravitatis à puncto *c* minus diſtet quam ſit linea *ln*; & exceſſus, quo à cono ſuperatur, minor ſit ſolido *x*. hæc enim fieri poſſe, ex demonſtratis manifeſtum eſt. Sit jam inſcripta figura qualis petitur, cujus centrum gravitatis ſit *i*. Erit igitur *ie* linea major quam *np* cum *lp*. Sit æqualis *ce*, & *ic* minor *ln*: &, quia utraque ſimul, *be*. *np*, ad *np* eſt ut conus ad *x*; exceſſus autem, quo conus inſcriptam figuram ſuperat, minor eſt ſolido *x*: ergo conus ad dictum exceſſum majorem rationem habebit quam utraque *be*, *np* ad *np*: & dividendo inſcripta figura ad exceſſum, quo à cono ſuperatur majorem rationem habebit quam *be* ad *np*: habet autem *be* ad *ei* minorem adhuc rationem quam ad *np* cum *ie*. Major ſit *np*. ergo inſcripta figura ad



exceſſum, quo à cono ſuperatur, multo majorem rationem habet quam *be* ad *ei*. quam igitur rationem habet inſcripta ad dictum exceſſum, hanc habebit ad *ei* linea quædam major ipſa *be*. Sit illa *me*. Quia igitur *me* ad *ei* eſt ut inſcripta figura ad exceſſum quo à cono ſuperatur; & eſt *e* centrum gravitatis coni, *i* vero eſt gravitatis centrum inſcriptæ: ergo *m* erit centrum gravitatis reliquarum portionum, quibus conus inſcriptam ſibi figuram excedit. quod eſt impoſſibile. Non eſt ergo centrum gravitatis coni infra *c* punctum.

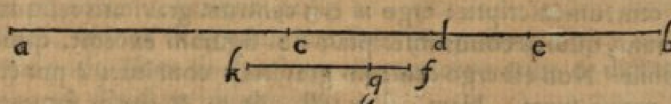
Sed neque ſupra. Nam, ſi poteſt, ſit *r*; & rurſus ſumatur linea *lp* contingenter in *n* ſecta: &, quam rationem habet utraque ſimul, *bc*, *np*, ad *nl*, hanc habeat conus ad *x*; Et circumſcribatur ſimiliter cono figura, à qua minori quantitate ſuperetur, quam ſit ſolidum *x*: & linea, quæ inter illius centrum gravitatis & *c* intercipitur, minor ſit ipſa *np*. Sit jam circumſcripa, cujus centrum ſit *o*: erit reliqua *or* major ipſa *nl*. &, quia ut utra-

que

que simul, bc, pn, ad nl, ita conus ad x: excessus vero, quo conus à circumscripta superatur, minor est quam x: ipsa vero bo minor est quam utraque simul, bc, pn: ipsa autem or major quam ln: Conus igitur ad reliquas portiones, quibus à circumscripta superatur, multo majorem rationem habebit quam bo ad or. Habeat rationem illam mo ad or: erit mo major ipsa bc: & m erit centrum gravitatis portionum quibus conus à circumscripta supetur figura. quod est inconveniens. non est ergo gravitatis centrum ipsius coni supra punctum c: sed neque infra; ut ostensum est. ergo erit ipsum c. Et idem eodem prorsus modo in pyramide quacumque demonstabitur.

Si fuerint quatuor lineæ continue proportionales; & quam rationem habet minima earum ad excessum quo maxima minimam superat, eandem habuerit linea quædam sumpta ad ¾ excessus quo maxima secundam superat: quam autem rationem habet linea his æqualis (maximæ duplæ secundæ & triplæ tertiæ) ad lineam æqualem quadruplæ maximæ, quadruplæ secundæ & quadruplæ tertiæ; eandem habuerit alia quædam sumpta ad excessum quo maxima secundam superat: erunt istæ duæ lineæ simul sumptæ quarta pars maximæ proportionalium.

Sint enim quatuor lineæ proportionales, ab, bc, bd, be. &, quam rationem habet be ad ea, eandem habeat fg ad ¾ ipsius ac.



quam autem rationem habet linea æqualis ab & duplæ bc & triplæ bd ad æqualem quadruplæ ipsarum ab, bc, db; hanc habeat hg ad ac. Ostendendum est, hf quartam esse partem ipsius ab. Quia igitur ab, bc, bd, be, sunt proportionales: in eadem ratione erunt ac, cd, de, & ut quadrupla ipsarum ab, bc, bd, ad ab

cum

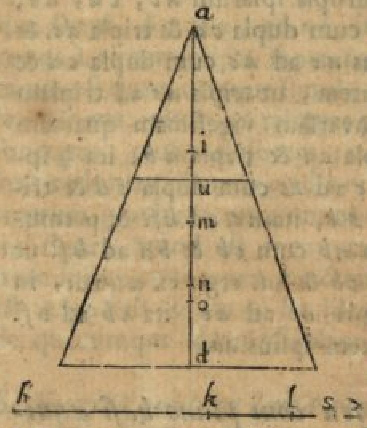
cum dupla bc & tripla bd; ita quadrupla ipsarum ac, cd, de, hoc est quadrupla ipsius ae, ad ac cum dupla cd & tripla de. & sic est ac ad bg, ergo ut tripla ipsius ae ad ac cum dupla cd & tripla de, ita $\frac{3}{4}$ ipsius ac ad bg. est autem, ut tripla ae ad triplam eb, ita $\frac{3}{4}$ ac ad gf, ergo, per conversam vigesimam quartam quinti, ut tripla ae ad ac cum dupla cd & tripla db, ita $\frac{3}{4}$ ipsius ac ad bf. &, ut quadrupla ae ad ae cum dupla cd & tripla db, hoc est, ad ab cum cb & bd, ita ac ad bf. & permutando, ut quadrupla ae, ad ac, ita ab cum cb & bd ad bf. ut autem ac ad ae, ita ab ad ab cum cb & bd. ergo ex æquali, in proportione perturbata, ut quadrupla ae ad ae, ita ab ad bf. Quare constat, bf quartam esse partem ipsius ab.

Cujuscumque frusti pyramidis seu coni plano basi æquidistante secti centrum gravitatis in axe consistit, eumque ita dividit ut pars versus minorem basin ad reliquam sit ut tripla majoris basis cum spacio duplo medii inter basin majorem & minorem una cum basi minori, ad triplam minoris basis cum eodem duplo spatii medii etiam cum basi minori.

A cono vel pyramide, cujus axis ad, secetur plano basi æquidistante frustum cujus axis ud. & quam rationem habet tripla maximæ basis cum dupla mediæ & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ & maxima, hanc habeat uo ad od. Ostendendum est, o centrum gravitatis frusti existere. Sit um quarta pars ipsius ud.

Exponatur linea hx ipsi ad æqualis. sitque kx æqualis au. ipsarum vero hx, kx tertia proportionalis sit xl, & quarta xs. & quam rationem habet hs ad sx, hanc habeat md ad lineam sumptam abo versus a; quæ sit on. &, quia major basis, ad eam quæ inter majorem & minorem est media, proportionalis est ut da ad au; hoc est, ut hx ad xk: dicta autem media ad minorem est ut kx ad xl: erunt major, media, & minor basis in eadem ratione, ut lineæ. hx, xk, xl.

Quare ut tripla majoris basis cum dupla mediæ & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ & maxima; hoc est, ut uo



ad *od*; ita tripla *hx* cum dupla *xk* & *xl* ad triplam *xl* cum dupla *xk* & *xh*: & componendo, & convertendo, erit *od* ad *du*, ut *hx* cum dupla *xk* & tripla *xl* ad quadruplam ipſarum *hx*, *xk*, *kl*.

Sunt igitur 4 lineæ proportionales, *hx*, *xk*, *xl*, *xs*: & quam rationem habet *xs* ad *sh*, hanc habet linea quædam ſumpta *no* ad $\frac{3}{4}$ ipſius *du*, nempe ad *dm*: hoc eſt, ad $\frac{3}{4}$ ipſius *hk*. quam autem rationem habet *hx* cum dupla *xk* & tripla *xl* ad quadruplam ipſarum *hx*, *xk*, *xl*; eandem habet alia quædam ſumpta *od* ad *du*; hoc eſt, ad *hk*. ergo (per ea quæ demonſtrata ſunt) *dn* erit quarta pars ipſius *hx*; hoc eſt, ipſius *ad*. quare punctum *n*. erit gravitatis centrum coni vel pyramidis cujus axis *ad*. Sit pyramidis vel coni, cujus axis *au*, centrum gravitatis *i*. Conſtat igitur, centrum gravitatis fruſti eſſe in linea *in* ad partes *n* extenſa, in eoque ejus puncto qui cum puncto *n* lineam intercipiat ad quam *in* eam habeat rationem quam abciſſum fruſtum habet ad pyramidem vel conum cujus axis *au*. Oſtendendum itaque reſtat, *in* ad *no* eandem habere rationem quam fruſtum ad conum cujus axis *au*. Eſt autem ut conus, cujus axis *da*, ad conum, cujus axis *au*; ita cubus *da* ad cubum *au*; hoc eſt, cubus *hx* ad cubum *xk*, hæc autem eadem eſt proportio quam habet *hx* ad *xs*. quare dividendo, ut *hs* ad *sx*, ita erit fruſtum, cujus axis *du*, ad conum vel pyramidem cujus axis *ua*. eſt autem, ut *sh* ad *sx*, ita etiam *md* ad *on*. quare fruſtum ad pyramidem, cujus axis *au*, eſt ut *md* ad *no*. & quia *an* eſt $\frac{3}{4}$ ipſius *ad*; *ai* autem eſt $\frac{3}{4}$ ipſius *au*: erit reliqua *in* $\frac{3}{4}$ reliquæ *ud*. quare *in* æqualis erit ipſi *md*. Et demonſtratum eſt, *md* ad *no* eſſe ut fruſtum ad conum *au*. Conſtat ergo, hanc eandem rationem habere etiam *in* ad *no*. quare patet propoſitum.

IN-

INDEX RERUM
MEMORABILIUM.

A.

C.

Inve-

INDEX RERUM MEMORABILIUM.

F I N I S.

GALILÆI
SYSTEMA
COSMICVM

1