si; e pois que juntas compõe o prisma, tira-se daqui por conclusão, que cada uma dellas he à terça parte do prisma: assim a pyramide DEFB he o terço do prisma ABCDEF da mesma base, e da mesma altura da pyramide.

241. Pois que uma pyramide conica póde considerar-se como uma pyramide, cujo contorno da base tivesse infinitos lados, e o cylindro como um prisma, cujo contorno da base tivesse tambem lados infinitos, deve-se concluir, que *uma pyramide conica recta, ou obliqua he a terça parte de um cylindro da mesma base e da mesma altura.*

242. Logo *para ter a solidez de uma pyramide, ou de qualquer pyramide conica, he necessario multiplicar a superficie da base pelo terço da altura.*

243. Para achar a solidez do tronco da pyramide, ou da pyramide conica, quando as duas bases oppostas são parallelas, he necessario achar a altura, que falta á pyramide truncada; e então facilmente se calcula a solidez da pyramide inteira, e da parte cortada da pyramide, e consequentemente a da mesma pyramide truncada. Por exemplo, na Fig. 115. se quero ter a solidez da pyramide truncada KLM*klm*, vejo que he necessario multiplicar (242) a superficie KLM pela terça parte da altura IP: multiplicar similhantemente a superficie *klm* pela terça parte da altura Ip, e abater este ultimo producto do primeiro; mas como não se conhece nem a altura da pyramide total, nem a da pyramide cortada, eis-aqui como se determina uma e outra. Temos visto atraz (199), que as linhas IL, IM, IP, etc. estão proporcionalmente cortadas pelo plano *ge*, e que são para as suas partes Il, Im, Ip como LM : *lm*; teremos pois

$$\mathrm{LM} : lm :: \mathrm{IP} : \mathrm{Ip};$$

logo (Arith. 184.)

$$\mathrm{LM} - lm : \mathrm{LM} :: \mathrm{IP} - \mathrm{Ip} : \mathrm{IP},$$

isto he,

$$\mathrm{LM} - lm : \mathrm{LM} :: \mathrm{Pp} : \mathrm{IP};$$

mas conhecida a pyramide truncada, facilmente se medem os lados LM, *lm*, e a altura Pp : logo por esta proporção se póde calcular o quarto termo IP (Arith. 179), ou a altura da pyramide total; e abatendo desta altura a altura do tronco, teremos a altura da pyramide, que se cortou *Iklm*.

## *Da solidez da Esfera, dos seus sectores, e segmentos.*

244. PAra achar a solidez de uma esfera, he necessario multiplicar a sua superficie pela terça parte do raio.

Porque póde imaginar-se a superficie da esfera como um aggregado de infinidade de planos infinitamente pequenos, cada um dos quaes serve de base a uma pyramide, que tem o seu vertice no centro da esfera, e que consequentemente he o raio a sua altura: logo, como cada uma destas pyramides he igual (242) ao producto dabase pela terça parte da altura, isto he, pela terça parte do raio, serão todas juntas iguaes ao producto da somma de todas as suas bases pela terça parte do raio, isto he, iguaes ao producto da superficie da esfera pela terça parte do raio.

245. Por quanto a superficie da esfera he quadrupla da de um dos seus circulos maximos (224), póde logo *achar-se a solidez de uma esfera, multiplicando a terça parte do raio por quatro vezes a superficie de um dos seus circulos maximos, ou quatro vezes o terço do raio pela superficie de um dos circulos maximos, ou em fim os* $\frac{2}{3}$ *do diametro pela superficie de um dos circulos maximos.*

246. Para ter a solidez de qualquer cylindro, já vimos, que se devia multiplicar a superficie da sua base pela sua altura: fallando pois do cylindro circumscrito á esfera (Fig. 130.), póde dizer-se que a sua solidez he igual ao producto de um dos circulos maximos da esfera pelo diametro; mas a solidez da esfera (245) he igual ao producto de um dos circulos

maximos della pelos $\frac{2}{3}$ do diametro: logo *a solidez da esfera he sómente os $\frac{2}{3}$ da do cylindro circumscrito.*

247. A calotte esferica AGBHEA, que serve de base a um sector esferico CBGEHA (Fig. 128.), póde-se tambem considerar como um aggregado de infinitos planos infinitamente pequenos, e consequentemente o sector esferico tambem póde ser considerado como um aggregado de infinitas pyramides, que todas tem o raio por altura, e cuja somma de bases fórma a superficie da base deste sector: logo *o sector esferico he igual ao producto da superficie da calotte por $\frac{1}{3}$ do raio.* Já vimos (225) o modo de achar a superficie da calotte.

248. Como o segmento cortado pelo plano BGEH he igual ao sector CBGEHA, menos a pyramide conica CBGEH, tendo ensinado a medir a solidez destes dous corpos (247 e 242), não nos resta que dizer sobre este objecto.

### *Da medição dos mais sólidos.*

249. O Methodo, que naturalmente se offerece para se medirem os de mais sólidos terminados por superficies planas, he imaginal-os compostos de pyramides, que tenhão por bases estas superficies planas, e por commum vertice um dos angulos do sólido, de que se trata. Mas este methodo, além de ser raras vezes o mais commodo, he por outra parte menos expedito, e menos proprio para a prática do que o seguinte, que exporemos aqui de tanto melhor vontade, com quanta maior utilidade se póde applicar a medir a capacidade do porão (*carène*) dos navios, como mostraremos, uma vez estabelecidas as seguintes proposições.

250. Chamaremos *prisma truncado* ao sólido ABCDEF (Fig. 136.), que resta, quando por um plano ABC inclinado á sua base se separa de um prisma uma parte delle.

251. *Um prisma triangular truncado compõe-se de tres pyramides, cada uma das quaes tem a mesma base*

*DEF do prisma, e a primeira tem o seu vertice em B, a segunda em A, a terceira em C.*

Basta uma ligeira attenção para imaginar o prisma truncado como composto de duas pyramides, uma triangular, que tenha o seu vertice em B, e por base o triangulo DEF; a segunda, que tenha tambem o vertice em B, e tenha por base o quadrilatero ADFC.

Tirando a diagonal AF, pode-se considerar a pyramide quadrangular BADFC como composta de duas pyramides triangulares BADF, BACF: ora a pyramide BADF he igual em solidez a uma pyramide EADF, que tendo a mesma base ADF, tivesse o seu vertice no ponto E; porque sendo a linha BE parallela ao plano ADF, terão estas duas pyramides a mesma altura; mas a pyramide EADF póde considerar-se, como se tivera por base EDF, e o seu vertice no ponto A: logo aqui temos duas das tres pyramides, de que dissemos se compunha o prisma truncado: sómente pois resta mostrar, que a pyramide BACF he equivalente a uma pyramide, que tambem tivesse por base EDF, e o seu vertice em C; mas isto facilmente se vê, tirando a diagonal CD, e fazendo reflexão, que a pyramide BACF deve ser igual á pyramide EDCF, porque estas duas pyramides tem os seus vertices B, E na mesma linha BE parallela ao plano ADFC das suas bases, e estas bases ACF, DCF são iguaes, pois são triangulos, que tem a mesma base CF, e ficão comprehendidos entre as parallelas AD, CF; assim a pyramide BACF he igual á pyramide EDCF; mas esta póde considerar-se como se tivesse por base DEF, e o seu vertice em C: logo com effeito o prisma truncado compõe-se de tres pyramides, que tem por base commum o triangulo DEF, e a primeira tem o seu vertice em B, a segunda em A, a terceira em C.

252. *Logo para ter a solidez de um prisma triangular truncado, he necessario abaixar de cada um dos seus angulos da base superior uma perpendicular sobre a base inferior, e multiplicar a base inferior pelo terço da somma destas tres perpendiculares.*

253. Desta proposição se podem tirar muitas consequencias para a medição dos outros prismas truncados,

dos, que não forem triangulares, e até para os outros sólidos. Se se concebe, por exemplo, que de todos angulos de um sólido, terminado por superficies planas, se lanção perpendiculares sobre um mesmo plano arbitrariamente tomado, resultaráõ tantos prismas truncados, quantas faces tem o sólido: ora como cada um dos prismas truncados se mede facilmente, supposto o que acabamos de dizer, tambem será facil de medir pelos mesmos principios todo o sólido terminado por superficies planas: não entraremos neste miudo exame, e contentar-nos-hemos com tirar uma consequencia util para o nosso objecto.

254. Seja pois ABCDEFGH (Fig. 137.) um sólido composto de dous prismas triangulares truncados ABCEFG, ADCEHG, cujas arestas AE, BF, CG, DH sejão perpendiculares á base, e sejão taes, que as bases EFG, EHG formem o parallelogrammo EFGH; e para ser mais geral a proposição, sejão as bases superiores dous planos differentemente inclinados sobre a base EFGH. Do que deixamos acima dito (252), se segue, que o sólido ABCDEFG he igual ao triangulo EFG multiplicado por

$$\frac{FB + 2EA + 2GC + HD}{3};$$

porque o prisma truncado ABCEFG he igual ao triangulo EFG multiplicado por

$$\frac{FB + EA + GC}{3};$$

e pela mesma razão o prisma truncado ADCEHG he igual ao triangulo EHG, ou, o que vem a ser o mesmo, ao triangulo EFG multiplicado por

$$\frac{EA + GC + HD}{3};$$

logo o total destes dous prismas truncados he igual ao triangulo EFG multiplicado por

$$\frac{FB + 2EA + 2GC + HD}{3}:$$

Dê-se-nos agora um sólido (Fig. 138.) comprehendido entre dous planos ABLM*ablm* parallelos; e outros dous planos AB*ba*, ML*ml* parallelos entre si, e perpendiculares aos outros dous; um plano BL*lb* perpendicular a estes, e ultimamente a superficie curva AHM*mha*; imaginemos este sólido cortado pelos planos C*d*, E*f*, G*h*, I*k*, parallelos a AB*ba*, igualmente distantes uns dos outros, e tão chegados, que as linhas AD, *ad*, DF, *df*, etc. se possão considerar como linhas rectas: supponhamos ultimamente, que os dous planos ABLM, *ablm* estejão tão proximos um ao outro, que as intersecções A*a*, D*d*, F*f*, H*h*, K*k*, M*m* se possão, sem erro sensivel, considerar como linhas rectas: he visivel, que os sólidos parciaes AD*dab*BC*c*, DF*fdc*CE*e*, etc. estão no mesmo caso do sólido da Fig. 137. Logo o total destes sólidos será igual ao triangulo B*b*C multiplicado por

$$\frac{AB+2ab+2CD+cd}{3}+\frac{CD+2cd+2EF+ef}{3}$$

$$+\frac{EF+2ef+2GH+gh}{3}+\frac{GH+2gh+2IK+ik}{3}$$

$$+\frac{IK+2ik+2LM+lm}{3};$$

isto he, sommando as quantidades similhantes, será igual ao triangulo B*b*C multiplicado por

$$\tfrac{1}{3}AB+\tfrac{2}{3}ab+CD+cd+EF+ef+GH+gh$$
$$+IK+ik+\tfrac{2}{3}LM+\tfrac{1}{3}lm;$$

e como o triangulo B*b*C he igual a

$$\frac{Bb\times BC}{2},$$

o sólido inteiro será igual a

$$\frac{Bb\times BC}{2}\times(\tfrac{1}{3}AB+\tfrac{2}{3}ab+CD+cd+EF+ef$$
$$+GH+gh+IK+ik+\tfrac{2}{3}LM+\tfrac{1}{3}lm.)$$

Para fazermos mais simples esta expressão, notemos, que se em vez de

$$\tfrac{1}{3}\,\mathrm{AB} + \tfrac{2}{3}\,ab + \tfrac{2}{3}\,\mathrm{LM} + \tfrac{1}{3}\,lm,$$

que temos entre parenthesis, tivessemos a quantidade

$$\tfrac{1}{2}\,\mathrm{AB} + \tfrac{1}{2}\,ab + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{LM} + \tfrac{1}{2}\,lm,$$

seria igual o sólido, de que se trata, á metade da somma das duas superficies ABLM, *ablm*, multiplicada pela grossura B*b*; porque (154) a superficie ABLM he igual a

$$\mathrm{BC} \times (\tfrac{1}{2}\,\mathrm{AB} + \mathrm{CD} + \mathrm{EF} + \mathrm{GH} + \mathrm{IK} + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{LM});$$

e a superficie *ablm* he pela mesma razão igual a *bc*, ou

$$\mathrm{BC} \times (\tfrac{1}{2}\,ab + cd + ef + gh + ik + \tfrac{1}{2}\,lm);$$

logo metade da somma das duas superficies multiplicada pela grossura B*b* seria

$$\frac{\mathrm{B}b \times \mathrm{BC}}{2} \times (\tfrac{1}{2}\,\mathrm{AB} + \tfrac{1}{2}\,ab + \mathrm{CD} + cd + \mathrm{EF} + ef$$
$$+ \mathrm{GH} + gh + \mathrm{IK} + ik + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{LM} + \tfrac{1}{2}\,lm);$$

logo o sólido, de que se trata, não differe deste producto mais do que a quantidade, em que

$$\frac{\mathrm{B}b \times \mathrm{BC}}{2} \times (\tfrac{1}{3}\,\mathrm{AB} + \tfrac{2}{3}\,ab + \tfrac{2}{3}\,\mathrm{LM} + \tfrac{1}{3}\,lm)$$

excede a

$$\frac{\mathrm{B}b + \mathrm{BC}}{2} \times (\tfrac{1}{2}\,\mathrm{AB} + \tfrac{1}{2}\,ab + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{LM} + \tfrac{1}{2}\,lm);$$

mas facilmente se vê (Arith. 103.), que esta differença he

$$\frac{\mathrm{B}b \times \mathrm{BC}}{2} \times (\tfrac{1}{6}\,ab - \tfrac{1}{6}\,\mathrm{AB} + \tfrac{1}{6}\,\mathrm{LM} - \tfrac{1}{6}\,lm);$$

logo o sólido buscado he igual a

$$\frac{Bb \times BC}{2} + (\tfrac{1}{2}AB + \tfrac{1}{2}ab + CD + cd + EF + ef$$

$$+ GH + gh + IK + ik + \tfrac{1}{2}LM + \tfrac{1}{2}lm)$$

$$+ \frac{Bb \times BC}{2} \times (\tfrac{1}{6}ab - \tfrac{1}{6}AB + \tfrac{1}{6}LM - \tfrac{1}{6}lm):$$

ora he facil de ver, que

$$\tfrac{1}{6}ab - \tfrac{1}{6}AB + \tfrac{1}{6}LM - \tfrac{1}{6}lm$$

he uma quantidade summamente pequena, em comparação da que fica entre o parenthesis primeiro; pois que os dous planos ABLM, *ablm* suppondo-se pouco distantes, as differenças entre AB e *ab*, e entre LM e *lm*, não podem deixar de ser quantidades muito pequenas: póde-se logo reduzir o valor deste sólido a

$$\frac{Bb \times BC}{2} (\tfrac{1}{2}AB + \tfrac{1}{2}ab + CD + cd + EF + ef$$

$$+ GH + gh + IK + ik + \tfrac{1}{2}LM + \tfrac{1}{2}lm);$$

isto he a

$$Bb \times \left(\frac{ABLM + ablm}{2}\right).$$

Daqui se póde concluir, que para ter a solidez de uma lamina de solido, comprehendida entre duas superficies planas parallelas, de qualquer figura que se quizer, e pouco distantes uma da outra, he necessario multiplicar metade da somma das duas superficies pela espessura desta lamina.

255. Se a grossura B*b* da lamina fosse muito attendivel, de sorte que A*a*, D*d* não se podessem conceber como linhas rectas, seria necessario imaginar o sólido repartido em muitas laminas de igual grossura por planos parallelos ás superficies ABLM, *ablm*; e medindo estas superficies ABLM, *ablm*, e suas paral-

lelas, se acharia a solidez sommando todas as superficies intermedias, e metade da somma das duas extremas ABLM, *ablm*, e multiplicando tudo pela grossura das laminas. He consequencia immediata do que acabamos de dizer.

Agora fica facil o medir a parte do porão dos navios, que a carga faz mergulhar no mar. Medir-se-ha cada uma das superficies de dous córtes horisontaes feitos á flor d'agua, quando o navio está descarregado, e quando está carregado; sommar-se-hão estas duas superficies, e metade da sua somma se multiplicará pela distancia das duas superficies, isto he, pela grossura, que se comprehende entre as duas superficies.

Se quizessemos saber a solidez de todo o porão do navio, servir-nos-hiamos do que deixamos dito (255); porém seria necessario imaginal-a como repartida em muitas laminas não parallelas ao córte feito á flor d'agua, mas perpendiculares ao comprimento do navio.

Quando se mede o volume daquella parte, que com o peso mergulha no mar, podemos contentar-nos com medir a superficie do córte feito a igual distancia dos dous córtes, de que fallámos acima, e multiplical-a, como anteriormente, pela grossura; porque este córte medio sempre differirá muito pouca cousa de metade da somma dos outros dous.

Entre alguns objectos, a que havemos de attender na applicação da Algebra á Geometria, se encontrarão methodos mais apurados; com tudo os que acabamos de expôr, serão sempre sufficientes, com tanto que haja cuidado em medir as superficies com bastante exactidão, e em augmentar o numero das laminas, se for attendivel a grossura.

Para diante veremos, que a carga dos navios tem o peso de um volume d'agua igual ao volume da parte do porão, que ella faz mergulhar: logo reduzido este volume a pés cubicos, se quizermos saber, qual he o peso da carga, basta multiplicar o numero de pés por 72 libras, que he pouco mais, ou menos o peso de um pé cubico de agua salgada; porém como a carga se conta por toneladas, em vez de multiplicar por 72, para dividir depois por 2000, como seria necessario para reduzir a toneladas, dividir-se-ha sómente o numero de pés cubicos por 28, porque 28 vezes 72 fazem pouco mais de 2000; e tantas vezes houver 28 na solidez medida, tantas toneladas terá (a).

*Da medição dos sólidos em toezas.*

256. VIsto o que deixámos dito ácerca da medição das superficies (155), pouco nos resta para dizer sobre a medição dos sólidos.

Para medir um sólido em toezas cubicas, e partes de toeza cubica, por dous modos principalmente o podemos fazer: o primeiro contando por toezas cubicas, e partes cubicas de toeza cubica, isto he, por toezas cubicas, pés cubicos, pollegadas cubicas, etc.

A *toeza cubica* contém 216 pés cubicos, pois he um cubo, que tem 6 pés de cumprimento, 6 pés de largura, e 6 pés de altura.

O *pé cubico* contém 1728 pollegadas cubicas, pois he um cubo, que tem 12 pollegadas de comprimento, 12 pollegadas de largura, 12 pollegadas de altura.

Pela mesma razão se vê, que a *pollegada cubica* contém 1728 linhas cubicas; e assim successivamente.

257. Logo para medir um sólido em toezas cubicas, e partes cubicas de toeza cubica, será necessario reduzir cada uma das suas tres dimensões á mais pequena especie; multiplicar duas destas dimensões assim reduzidas uma pela outra, e o producto, que resultar, pela terceira: e para reduzir em linhas cubicas, pollegadas cubicas, pés cubicos, toezas cubicas, supponde que a mais pequena especie sejão pontos, se dividirá successivamente por 1728, 1728, 1728, e 216; ou sómente por 1728 : 1728, e 216, se a mais pequena especie são linhas; e assim por diante.

---

(a) Na carga dos navios se medem os volumes, que se carregão, por *potes*: cada pote contém seis canadas. Para isto acha-se o cubo, que contém seis canadas, e o lado delle se divide em partes, para reduzir todos os volumes a potes, canadas e quartilhos; e a esta medida se reduz a solidez dos fardos, pipas, etc.

Por exemplo, se temos um parallelipipedo, que tenha $2^T\ 4^P\ 8^p$ de comprimento, $1^T\ 3^P$ de largura, e $3^T\ 5^P\ 7^p$ de altura, se reduzirão estas tres dimensões a $200^p$, $108^p$, e $283^p$, que sendo multiplicados, a saber, 200 por 108, e o seu producto $21600^{pp}$ por $283^p$, darão 6112800 pollegadas cubicas, ou $6112800^{ppp}$: dividindo pois por 1728, teremos 3537 pés cubicos, ou $3537^{PPP}$, e 864 de resto, isto he, $864^{ppp}$; dividindo $3537^{PPP}$ por 216, teremos 16 toezas cubicas, ou $16^{TTT}$, e $81^{PPP}$; de sorte que o parallelipipedo contém $16^{TTT}$, $81^{PPP}$, e $864^{ppp}$.

258. No segundo modo de avaliar os sólidos em toezas cubicas, e partes de toeza cubica, se representa a toeza cubica repartida em seis parallelipipedos, que todos tem por base uma toeza quadrada, e um pé de alto, e que por esta razão se chamão *toeza-toeza-pés.* A toeza-toeza-pé se concebe tambem partida em doze parallelipipedos, cada um dos quaes tem uma toeza quadrada de base, e uma pollegada de altura, e que se chamão *toeza-toeza-pollegadas;* do mesmo modo se subdivide cada uma destas em doze parallelipipedos, cada um dos quaes tem por base uma toeza quadrada, e uma linha de altura; e assim se prosegue a subdividir em parallelipipedos, que tem constantemente uma toeza quadrada de base, e um ponto, um primo, um segundo, etc. de altura; de sorte que as subdivisões são absolutamente analogas ás da toeza linear, como vimos que erão as da toeza quadrada, e os nomes das differentes subdivisões não differem dos que são relativos á toeza quadrada, senão em se repetir duas vezes o nome *toeza.*

As multiplicações relativas a esta divisão da toeza cubica são absolutamente as mesmas, que ensinámos relativamente á toeza quadrada.

A respeito da natureza das unidades dos factores deve-se considerar um delles como exprimindo toezas cubicas, toezas-toezas-pés, toezas-toezas-pollegadas, etc., e os outros dous como denotando numeros abstractos, cujo producto representará quantas vezes se deve repetir aquelle primeiro factor. Por exemplo, tornando ao parallelipipedo, que acabamos de calcular, e suppondo o comprimento AD (Fig. 129.) de $2^T\ 4^P\ 8^p$, a largura AB de $1^T$ $3^P$, a altura AL de $3^T$ $5^P$ $7^p$, imaginamos AI, e AE cada um de uma toeza, e se represente o parallelipido AIFEHGKD, he visivel que este parallelipipedo he de $2^{TTT}$ $4^{TTP}$ $8^{TTp}$, pois tem por base uma toeza quadrada AEFI, e de comprimento $2^T$ $4^P$ $8^p$. Ora para achar a solidez do parallelipipedo total, fica claro, que convem repetir este parallelipipedo parcial tantas vezes, quantas a largura AI he contida na largura AB, isto he, uma vez e meia, ou tantas, vezes quantas denota $1^T$ $3^P$; e depois repetir este producto tantas vezes, quantas he contida a altura AE na altura AL, isto he, tantas vezes, quantas indica $3^T$ $3^P$ $7^p$; considerando ambos estes numeros como abstractos.

Porém para nos guiarmos com mais facilidade nestas multiplicações, deixar-se-hão aos factores os sinaes de toezas, quaes elles os tem; e basta saber que o producto deve ser de toezas cubicas, toezas-toezas-pés, etc.: assim operando pelo modo que dissemos na medição das superficies, acharemos o que se segue:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $2^T$ | $4^P$ | $8^p$ | |
| $1^T$ | $3^P$ | | |
| $2^{TT}$ | $0^{TP}$ | $0^{Tp}$ | |
| 0 | 3 | | |
| 0 | 1 | | |
| 0 | 0 | 4 | |
| 0 | 0 | 4 | |
| 1 | 2 | 4 | |
| $4^{TT}$ | $1^{TP}$ | $0^{Tp}$ | |
| $3^T$ | $5^P$ | $7^p$ | |
| $12^{TTT}$ | $0^{TTP}$ | $0^{TTp}$ | $0^{TTl}$ |
| 0 | 3 | 0 | |
| 2 | 0 | 6 | |
| 0 | 4 | 2 | |
| 0 | 4 | 2 | |
| 0 | 2 | 1 | |
| 0 | 0 | 4 | 2 |
| $16^{TTT}$ | $2^{TTP}$ | $3^{TTp}$ | $2^{TTl}$ |

269.

259. He facil o converter estas partes da toeza em partes cubicas, isto he, pés cubicos, pollegadas cubicas, etc. He necessario escrever debaixo das partes da toeza, começando de toeza-toeza-pés, os numeros 36, 3, $\frac{1}{4}$; 36, 3, $\frac{1}{4}$ consecutivamente, e multiplicar cada numero superior pèlo seu correspondente inferior; pôr os productos dos numeros 36, 3, $\frac{1}{4}$ cada um debaixo do primeiro destes numeros; e quando ao multiplicar por $\frac{1}{4}$ ficar de resto 1, ou 2, ou 3, debaixo do numero 36 seguinte se escreverá 432, ou 864, ou 1296, para começar a segunda columna. Applicando isto ao exemplo, que acabamos de dar:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $16^{TTT}$ | $2^{TTP}$ | $3^{TTp}$ | $2^{TTl}$ | $0^{TTpt}$ |
| | 36 | 3 | $\frac{1}{4}$ | 36 |
| $16^{TTT}$ | $72^{PPP}$ | | | $864^{PPP}$ |
| | 9 | | | |
| $16^{TTT}$ | $81^{PPP}$ | | | $864^{PPP}$ |

acha-se o mesmo producto, que se achou pelo primeiro methodo.

Multiplicão-se as toeza-toeza-pés por 36, porque a toeza-toeza-pé tendo um pé de alto sobre uma toeza quadrada, ou 36 pés quadrados de base, deve conter 36 pés cubicos. A toeza-toeza-pollegada, sendo a duodecima parte da toeza-toeza-pé, deve conter a duodecima parte de 36 pés cubicos, isto he, 3 pés cubicos; logo he necessario multiplicar por 3 as toeza-toeza-pollegadas. Similhantemente sendo a toeza-toeza-linha a duodecima parte da toeza-toeza-pollegada, deve conter a duodecima parte de 3 pés cubicos, ou um quarto de pé-cubico, ou (porque o pé cubico val 1728 pollegadas-cubicas) deve conter $432^{ppp}$. E discorrendo assim, se vê, que a toeza-toeza-ponto ha de valer $36^{ppp}$, por ser a duodecima parte da toeza-toeza-linha, que val o numero de $432^{ppp}$, cuja duodecima parte he 36: logo etc.

Logo reciprocamente para reduzir as partes cubicas da toeza cubica a toeza-toeza-pés, toeza-toeza-pollegadas, etc., será necessario dividir por 36 o numero dos pés cubicos, e teremos as toeza-toeza-pés: dividir-se-ha o resto desta divisão por 3, e teremos as toeza-toeza-pollegadas: multiplicar-se-ha por 4 o resto desta segunda divisão, e ao producto se accrescentará 1, ou 2, ou 3 unidades, conforme o numero de pollegadas cubicas estiver entre 432 e 864, ou entre 864 e 1296, ou entre 1296 e 1728, e teremos as toeza-toeza-linhas: depois tirando do numero das pollegadas cubicas o numero 432, ou 864, ou 1296, conforme se tiver juntado 1, ou 2, ou 3 unidades, operar-se-ha com o resto, como se operou com pés cubicos; e consecutivamente se terão as toeza-toeza-pontos, as toeza-toeza-primas, as toeza-toeza-segundas, etc.: ultimamente se continuará pela mesma maneira com as linhas cubicas.

Pedem-me, por exemplo, que se reduza a toeza-toeza-pés, toeza-toeza-pollegadas, etc., o numero $47^{TTT}$ $52^{PPP}$ $932^{ppp}$: divido 52 por 36, e tenho $1^{TTP}$, e um resto 16; divido este por tres, e tenho $5^{TTp}$, e um resto de 1; quadruplico este resto, e accrescento-lhe duas unidades, porque o numero das pollegadas cubicas, he entre 864 e 1296, e tenho $6^{TTl}$; diminuindo 864 de 932, restão 68; divido-os por 36, e tenho $1^{TTpt}$, e 32 de resto; divido este por 3, e tenho $10^{TT'}$, e 2 de resto; quadruplico este resto, e tenho $8^{TT'}$, de sorte que tenho o total $47^{TTT}$ $1^{TTP}$ $5^{TTp}$ $6^{TTl}$ $1^{TTpt}$ $10^{TT'}$ $8^{TT''}$.

260. Pois que para ter a solidez de um prisma he necessario multiplicar a superficie da sua base pela sua altura, segue-se que se, conhecendo a solidez, e a base, ou a altura, se quer saber qual he a altura, ou a base, he necessario dividir a solidez por aquelle dos factores, que for conhecido. He preciso com tudo reparar que exactamente não se divide a solidez pela superficie, ou pela altura, mas sim que um sólido se divide por outro sólido. Com effeito pelo que acima deixamos dito se conhece, que quando se avalia um sólido, se repete outro sólido de igual base tantas vezes, quantas a altura deste he contida na altura do primeiro sólido; ou tambem que se repete um sólido da mesma altura tantas vezes, quantas a superficie da

base deste he comprehendida na base daquelle. Logo todas as vezes que conhecendo, por exemplo, a solidez e a superficie da base, se quizer saber a altura, será necessario buscar quantas vezes a solidez proposta contém a de um sólido da mesma base, e que tem por altura a unidade; e o quociente marcará pelo numero das suas unidades o numero das unidades da altura.

Isto supposto, tendo, por exemplo, um prisma, cuja solidez seja de $16^{TTT}\ 2^{TTP}\ 3^{TTp}\ 2^{TTl}$, e a superficie da base de $12^{TT}\ 0^{TP}\ 0^{Tp}$, quizermos saber, qual he a altura; considerar-se-ha o divisor não como $12^{TT}\ 0^{TP}\ 0^{Tp}$, mas como $12^{TTT}\ 0^{TTP}\ 0^{TTp}$, e então se reduzirá a questão a dividir $16^{TTT}\ 2^{TTP}\ 3^{TTp}\ 2^{TTl}$ por $12^{TTT}\ 0^{TTP}\ 0^{TTp}$; mas como a toeza quadrada he factor commum, será o quociente o mesmo, que se o dividendo e divisor fossem toezas lineares: teremos pois simplesmente $16^{T}\ 2^{P}\ 3^{p}\ 2^{l}$ para dividir por $12^{T}\ 0^{P}\ 0^{p}$, isto he, por $12^{T}$; e como a natureza da questão mostra, que o quociente deve ser de toezas lineares, far-se-ha a divisão conforme a regra prescrita na Arith. 127.

Se dada a solidez e altura, se busca, qual deve ser a superficie da base; por exemplo, se a solidez he de $16^{TTT}\ 2^{TTP}\ 3^{TTp}\ 2^{TTl}$, e a altura de $2^{T}\ 4^{P}\ 8^{p}$; considerar-se-ha o divisor, como se fôra $2^{TTT}\ 4^{TTP}\ 8^{TTp}$, e a operação, pela mesma razão do caso precedente, se reduzirá a dividir $16^{T}\ 2^{P}\ 3^{p}\ 2^{l}$ por $2^{T}\ 4^{P}\ 8^{p}$; mas como o quociente deve evidentemente ser uma superficie, contar-se-ha não por toezas lineares, mas por toezas quadradas, toeza-pés, etc. No mais não haverá differença alguma no modo de fazer a operação, que se fará sempre conforme as regras dadas na Arith. 124 e segg., isto he, achado o quociente do mesmo modo, como se houvesse de exprimir toezas lineares, se affectará o sinal de cada uma das partes delle mais com a letra T. Por exemplo, no caso presente achar-se-ha por quociente $5^{T}\ 5^{P}\ 4^{p}\ 6^{l}$, e escrever-se-ha $5^{TT}\ 5^{TP}\ 4^{Tp}\ 6^{Tl}$.

Se fosse dada a solidez em toezas cubicas, e partes cubicas de toeza cubica, converter-se-hia em toezas cubicas, toeza-toeza-pés, etc., pelo que fica dito (259), e a operação se reduziria ao caso precedente.

## *Da medição da madeira.*

261. O Que acabamos de dizer da medição em geral, deixa-nos muito pouco que dizer ácerca da medição da madeira.

Na Marinha se mede a madeira em pés cubicos, e partes cubicas de pé cubico, por cujo motivo não se trata mais do que de tomar as dimensões em pé, e partes de pé; e tendo-as multiplicado (depois de reduzidas á menor especie), se reduzem as linhas cubicas, e pollegadas cubicas a pés cubicos, como fica dito acima, parando assim nos pés cubicos.

Nos edificios civís, e nas fortificações está estabelecido reduzir esta medição a *solivas (solives)* (*a*).

Chama-se *soliva* um parallelipipedo de duas toezas de altura, e de seis pollegadas em quadro, ou de 36 pollegadas quadradas de base, que he o equivalente de um parallelipipedo de uma toeza de alto, e $\frac{1}{2}$ pé quadrado, ou 72 pollegadas quadradas de base; o qual consequentemente tem tres pés cubicos.

Divide-se a *soliva* em seis partes, que tem cada uma um pé de altura, e 72 pollegadas quadradas de base: a cada uma destas partes se chama *pé de soliva:* similhantemente se divide o pé da *soliva* em 12 partes de uma pollegada de alto, e de 72 pollegadas quadradas de base cada uma, que se chama *pollegada de soliva*; e assim successivamente.

Porque a *soliva* contém 3 pés cubicos, ou a parte $\frac{1}{72}$ de uma toeza cubica, e as subdivisões são as mesmas, que as da toeza cubica em toeza-toeza-pés, etc., segue-se, que o numero, que exprimir qualquer volume em *solivas*, e partes de *soliva*, he 72 vezes maior do que o que o exprimisse em toezas cubicas, toeza-toeza-pés, etc.

---

(*a*) Na nossa Marinha se faz esta medição em pés cubicos; mas nas obras civís a medição das madeiras he mais uma approximada avaliação: o taboado mede-se por duzias de taboas de 12 palmos, e se o taboado he maior, ou menor, se reduz a duzias de 12 palmos: o vigamento, e mais madeiramento por carros, sendo a madeira delgada de 20 palmos, e a grossa de 12: este he o estilo; mas no Regimento das Fortificações ha alguma diversidade, bem que sempre tenha prevalecido o estilo.

Assim para medir a solidez de um corpo em *solivas*, basta avaliar a sua solidez em toezas cubicas, toeza-toeza-pés, etc., e multiplicar depois o producto por 72. Poupa-se porém esta multiplicação fazendo uma reflexão assás simples. Basta considerar uma dimensão como doze vezes maior, isto he, considerar as linhas como exprimindo pollegadas, as pollegadas como exprimindo pés, e assim por diante: considerar similhantemente outra das tres dimensões como seis vezes maior, ou as linhas como meias pollegadas, as pollegadas como denotando meios pés, etc.: e multiplicando entre si estas duas novas dimensões, e o producto pela terceira, teremos successivamente a solidez em *solivas*, pés de *soliva*, etc. Por exemplo, se tivermos um madeiro de $8^T\ 5^P\ 6^p$ de comprido sobre $1^P\ 7^p$ de largo, e $1^P\ 5^p$ de grosso, em lugar de $1^P\ 7^p$ tómo $3^T\ 1^P$, isto he, doze vezes mais; e em vez de $1^P\ 5^p$ tómo $1^T\ 2^P\ 6^p$, isto he, seis vezes mais; e multiplicando $8^T\ 5^P\ 6^p$ por $3^T\ 1^P$, e depois o producto por $1^T\ 2^P\ 6^p$, acho $40^{TTT}\ 0^{TTP}\ 0^{TTp}\ 1^{TTl}$, que se deve contar por $40^{sol.}\ 0^P\ 0^p\ 1^l$; aonde os pés, pollegadas, etc. são pés, pollegadas, etc. de *soliva*.

### *Da razão dos sólidos em geral.*

262. COmparar *dous sólidos* he buscar quantas vezes o numero de medidas de certa especie, contidas em um destes sólidos, contém o numero de medidas da mesma especie, contidas no outro.

263. *Dous prismas, ou dous cylindros, ou um prisma e um cylindro, são entre si como os productos das suas bases pelas suas alturas.* Isto he evidente, pois cada um destes sólidos he igual ao producto da sua base pela sua altura, qualquer que aliás seja a figura das bases.

*Logo os prismas, ou cylindros, ou prismas e cylindros da mesma altura, são entre si como as suas bases: e os prismas e cylindros da mesma base são entre si como as suas alturas.* Porque a razão dos productos das bases pelas alturas não muda, omittindo o factor commum, que nelles ha, quando se acha ser a mesma a base, ou a mesma a altura em ambos os sólidos.

Logo *quaesquer duas pyramides, ou duas pyramides conicas, ou uma pyramide e uma pyramide conica, estão entre si na razão das alturas, quando as bases são iguaes;* porque cada um destes sólidos he um terço do prisma, que tivesse a mesma base, e a mesma altura (240 e 241).

264. *A solidez de uma pyramide he para a de outra similhante como os cubos das alturas destas pyramides, ou geralmente como os cubos de duas linhas homologas destas pyramides.*

Porque duas pyramides similhantes podem ser representadas por duas pyramides taes, como IABCDF, I*abcdf* (Fig. 115.), pois ambas estas duas pyramides são compostas do mesmo numero de faces similhantes cada uma a cada uma, e similhantemente postas: logo pois que duas pyramides são geralmente como os productos de suas bases pelas suas alturas, sendo as bases, que são neste caso figuras similhantes entre si, como os quadrados das alturas IP, I*p* (202), serão entre si as duas pyramides como os productos dos quadrados das alturas pelas mesmas alturas, pois (99) á razão das bases se póde substituir a dos quadrados das alturas. E porque (213) as alturas são proporcionaes a todas as outras dimensões homologas, tambem os seus cubos serão proporcionaes aos cubos destas dimensões homologas (Arith. 191): logo geralmente duas pyramides similhantes são entre si como os cubos de duas dimensões homologas.

265. *Logo em geral a solidez de um corpo he para a solidez de outro similhante, como são entre si os cubos das linhas homologas destes sólidos.* Porque os sólidos similhantes podem dividir-se em numero igual de pyramides similhantes, cada uma a cada uma; mas duas destas pyramides similhantes, quaesquer que sejão, tem entre si a mesma razão, pois são entre si como os cubos de suas dimensões homologas, as quaes dimensões tem entre si a mesma razão, que quaesquer outras dimensões homologas: logo segue-se que a somma das pyramides do primeiro sólido ha de ser para a somma das pyramides do segundo tambem na mesma razão dos cubos das dimensões homologas.

*Logo os volumes das esferas tem entre si a mesma razão dos cubos dos seus raios, ou dos seus diametros.*

Pelo que, recordando o que fica dito, se vê: 1.° que os contornos das figuras similhantes tem entre si a razão simples das linhas homologas. 2.° Que as superficies das figuras similhantes estão entre si como os quadrados dos lados, ou linhas homologas. 3.° Que os volumes dos corpos similhantes estão entre si como os cubos das linhas homologas.

Assim se dous corpos similhantes, duas esferas, por exemplo, tivessem os diametros na razão de 1 : 3, as circumferencias dos seus circulos maximos estarião tambem na razão de 1 : 3; as superficies destas esferas serião entre si como 1 : 9; e as solidezes como 1 : 27; isto he, a circumferencia do círculo maximo da segunda conteria tres vezes a circumferencia do círculo maximo da primeira; a superficie da segunda valeria nove vezes a da primeira; e ultimamente a segunda esfera valeria vinte e sete vezes a primeira.

Logo para fazer um sólido similhante a outro, e cuja solidez seja para a deste em uma razão dada, por exemplo, na de 2 : 3, convem dar-lhe taes dimensões, que o cubo de qualquer destas dimensões seja para o cubo de uma das dimensões homologas do sólido, a que deve ser similhante, como 2 : 3. Por exemplo, se temos uma esfera, cujo diametro seja de oito pollegadas, e se pergunta qual deve ser o diametro de uma esfera, que fosse $\frac{2}{3}$ desta, seria necessario buscar o quarto termo desta proporção 1 : $\frac{2}{3}$, ou 3 : 2 :: o cubo de 8, isto he, 512 para o quarto termo. Este quarto termo, que he 341 $\frac{1}{3}$, será o cubo do diametro buscado, e por isso tirada a raiz cubica (Arith. 159), teremos 6P,99 para diametro, isto he, quasi 7P; o que facilmente se verifica por este modo. Busquemos a solidez das duas esferas, uma de 8 pollegadas, e outra de 7 de diametro. A circumferencia dos circulos maximos se achará pelas seguintes proporções (152):

7 : 22 :: 8 :

7 : 22 :: 7 :

Os quartos termos serão $25 \frac{1}{7}$, e 22. Multiplicando cada uma destas circumferencias pelo seu diametro, teremos (222) as superficies das esferas, que serão consequentemente $201 \frac{1}{7}$, e 154; e multiplicando estas superficies por $\frac{1}{3}$ dos seus raios, isto he, respectivamente pela sexta parte de 8, e de 7, teremos os volumes $268 \frac{4}{21}$, e $179 \frac{2}{3}$, cuja razão he a mesma, que a de $\frac{5632}{21} : \frac{539}{3}$, reduzindo a quebrados, ou (multiplicando os dous termos da ultima fracção por 7, e supprimindo o denominador commum) o mesmo que 5632 : 3773; ora (Arith. 167) a razão destas duas quantidades he $1 \frac{1859}{3773}$, isto he, reduzindo a decimaes, 1,49, e a razão de 3 : 2 he 1,5, ou 1,50 (Arith. 30): logo a differença he sómente $\frac{1}{100}$, a qual differença procede de que o diametro se calculou proximamente; e além disso de que a razão de 7 : 22 não he exactamente a razão do diametro para a circumferencia.

Nos corpos que são compostos da mesma materia, os pezos são proporcionaes á quantidade da materia, ou á solidez; assim conhecendo o pezo de uma bala de diametro conhecido, para achar o de outra bala da mesma materia, mas de diverso diametro, he necessario fazer esta proporção: o cubo do diametro da bala, cujo pezo he conhecido, está para o cubo do diametro da segunda, como o pezo da primeira para um quarto termo, que será o pezo da segunda.

Já mostrámos (162), que em dous navios perfeitamente similhantes, os velames devião ser como os quadrados das alturas dos mastros, e consequentemente como os quadrados dos comprimentos dos navios, porque todas as dimensões homologas dos sólidos similhantes tem igual razão entre si: agora vemos aqui, que o pezo dos sólidos similhantes, e da mesma materia, segue a razão dos cubos das dimensões homologas: logo fica claro, que se dous navios similhantes fossem proporcionalmente emmastreados, as quantidades do vento, que poderião receber, serião entre si como os quadrados dos seus comprimentos, ao mesmo tempo, que os seus pezos estarião na razão dos cubos; e como a razão dos quadrados não he a mesma, antes sendo ella *de maior desigualdade* (Arith. 168 ¶¶), he menor do que a dos cubos, como facilmente se entende,

tende, basta esta reflexão para mostrar, que o velame, que seria bom para um certo navio, não seria conveniente para outro mais pequeno, diminuindo proporcionalmente as dimensões deste velame. Outras reflexões mais devem ter lugar no exame desta questão, que propriamente pertence á Mechanica. Não he nossa intenção aqui mais do que preparar o espirito para antever os usos, que dos principios até aqui estabelecidos se podem fazer na discussão desta especie de questões.

### *Applicação ás novas medidas.*

Os principios, dados (155, e 256 e segg.) sobre a medição das superficies e dos sólidos, applicão-se sem difficuldade ás novas medidas, como se verá depois de expormos a nomenclatura das mesmas medidas, e as suas relações com as antigas, ao que ajuntaremos Taboas para a reducção de umas a outras.

### *Novas medidas lineares.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Myriametro*, ou | 10000 *Metros*, | 5130T | 4P | 5p | 3,360 |
| *Kilometro* | 1000 *Metros*, | 513 | 0 | 5 | 3,936 |
| *Hectometro* | 100 *Metros*, | 51 | 1 | 10 | 1,594 |
| *Decametro* | 10 *Metros*, | 5 | 0 | 9 | 4,959 |
| (*) *METRO* .................. | | | 3 | 0 | 11,296 |
| *Decimetro*, ou $\frac{1}{10}$ de *Metro* .......... | | | | 3 | 8,330 |
| *Centimetro* $\frac{1}{100}$ de *Metro* .............. | | | | | 4,433 |
| *Millimetro* $\frac{1}{1000}$ de *Metro* .............. | | | | | 0,443 |

(*) Unidade de medida, que he a decima-millionesima parte da distancia do pólo ao equador, ou da quarta parte do meridiano terrestre: todas as medidas do systema metrico se referem a esta base, e as divisões de todas ellas são sujeitas á ordem decimal, de que usamos na Arithmetica. Assim a unidade das medidas de capacidade he um cubo, que tem por lado a decima parte do metro, ao qual se deu o nome de *Litre;* subdivide-se em *Decilitre*, *Centilitre*, *Millilitre*. A millesima parte de um litro, ou um centimetro cubico de agoa distillada, pesada no vacuo e na temperatura do gêlo, escolheo-se para unidade de peso com o nome de *Gramme*. A unidade monetaria he uma peça de prata, que pesa cinco *Grammes*, e contém uma decima parte de liga, e nove decimas partes de prata pura; tem o nome de *Franc;* e seu valor he para o da antiga libra de França na razão de 81 para 80.

*Reducção de toezas, pés, etc., a metros, etc.*

| Toez. | Metros | Pés | Decimetros | Pol. | Centimetros | Linh. | Millimet. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,9490 | 1 | 3,2484 | 1 | 2,7070 | 1 | 2,255 |
| 2 | 3,8981 | 2 | 6,4968 | 2 | 5,4140 | 2 | 4,510 |
| 3 | 5,8471 | 3 | 9,7452 | 3 | 8,1210 | 3 | 6,765 |
| 4 | 7,7961 | 4 | 12,9936 | 4 | 10,8280 | 4 | 9,020 |
| 5 | 9,7452 | 5 | 16,2420 | 5 | 13,5350 | 5 | 11,275 |
| 6 | 11,6942 | 6 | 19,4904 | 6 | 16,2420 | 6 | 13,531 |
| 7 | 13,6433 | 7 | 22,7388 | 7 | 18,9490 | 7 | 15,786 |
| 8 | 15,5923 | 8 | 25,9872 | 8 | 21,6560 | 8 | 18,041 |
| 9 | 17,5413 | 9 | 29,2356 | 9 | 24,3630 | 9 | 20,296 |
| | | | | 10 | 27,0700 | 10 | 22,551 |
| | | | | 11 | 29,7770 | 11 | 24,806 |

*Reducção de metros, etc., a pés, pollegadas, linhas e decimaes de linha.*

| Metr. | Pés | Pol. | Linh. | Metros | Pés | Pol. | Linh. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3. | 0. | 11,296 | 100 | 307. | 10. | 1,6 |
| 2 | 6. | 1. | 10,592 | 200 | 615. | 8. | 3,2 |
| 3 | 9. | 2. | 9,888 | 300 | 923. | 6. | 4,8 |
| 4 | 12. | 3. | 9,184 | 400 | 1231. | 4. | 6,4 |
| 5 | 15. | 4. | 8,480 | 500 | 1539. | 2. | 8,0 |
| 6 | 18. | 5. | 7,776 | 600 | 1847. | 0. | 9,6 |
| 7 | 21. | 6. | 7,072 | 700 | 2154. | 10. | 11,2 |
| 8 | 24. | 7. | 6,368 | 800 | 2462. | 9. | 0,8 |
| 9 | 27. | 8. | 5,664 | 900 | 2700. | 7. | 2,4 |
| 10 | 30. | 9. | 4,96 | 1000 | 3078. | 5. | 4 |
| 20 | 61. | 6. | 9,92 | 2000 | 6156. | 10. | 8 |
| 30 | 92. | 4. | 2,88 | 3000 | 9235. | 4. | 0 |
| 40 | 123. | 1. | 7,84 | 4000 | 12313. | 9. | 4 |
| 50 | 153. | 11. | 0,80 | 5000 | 15392. | 2. | 8 |
| 60 | 184. | 8. | 5,76 | 6000 | 18470. | 8. | 0 |
| 70 | 215. | 5. | 10,72 | 7000 | 21549. | 1. | 4 |
| 80 | 246. | 3. | 3,68 | 8000 | 24627. | 6. | 8 |
| 90 | 277. | 0. | 8,64 | 9000 | 27706. | 0. | 0 |
| | | | | 10000 | 30784. | 5. | 4 |

| Decim. | Pés Pol. Linh. | Cent. | Pol. Linh. | Millim. | Linh. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0. 3. 8,3296 | 1 | 0. 4,43296 | 1 | 0,443296 |
| 2 | 0. 7. 4,6592 | 2 | 0. 8,86592 | 2 | 0,886592 |
| 3 | 0. 11. 0,9888 | 3 | 1. 1,29888 | 3 | 1,329888 |
| 4 | 1. 2. 9,3184 | 4 | 1. 5,73184 | 4 | 1,773184 |
| 5 | 1. 6. 5,6480 | 5 | 1. 10,16480 | 5 | 2,216480 |
| 6 | 1. 10. 1,9776 | 6 | 2. 2,59776 | 6 | 2,659776 |
| 7 | 2. 1. 10,3072 | 7 | 2. 7,03072 | 7 | 3,103072 |
| 8 | 2. 5. 6,6368 | 8 | 2. 11,46368 | 8 | 3,546368 |
| 9 | 2. 9. 2,9664 | 9 | 3. 3,89664 | 9 | 3,989664 |
| 10 | 3. 0. 11,296 | 10 | 3. 8,3296 | 10 | 4,43296 |

Para avaliar as superficies pelas novas medidas, conta-se por *metros quadrados*, *decimetros quadrados*, *centimetros quadrados*, *etc.*; e para medir um solido, conta-se por *metros cubicos*, *decimetros cubicos*, *centimetros cubicos*, etc.

O metro quadrado contém cem decimetros quadrados, porque he um quadrado, que tem dez decimetros de lado; o decimetro quadrado val cem centimetros quadrados; e conseguintemente o metro quadrado val cem vezes cem centimetros quadrados. O metro cubico contém mil decimetros cubicos, porque he um cubo, que tem por base cem decimetros quadrados, e dez decimetros de altura; o decimetro cubico val mil centimetros cubicos, e conseguintemente o metro cubico contém mil vezes mil centimetros cubicos, ou um milhão de centimetros cubicos.

Logo querendo medir uma superficie, cujas dimensões sejão dadas em metros, decimetros, centimetros, etc., faremos a multiplicação pela regra da dizima, e dividiremos a parte decimal do producto, principiando da esquerda para a direita, em classes de duas letras cada uma, ajuntando para isso uma cifra, se for necessario; o numero, que ficar antes da virgula, mostrará os metros quadrados; a primeira classe depois da virgula dará os decimetros quadrados, a segunda os centimetros quadrados, e assim por diante.

Similhantemente, para achar o volume de um solido, quando as tres dimensões são dadas em metros, decimetros, centimetros, etc., multiplicaremos os tres numeros entre si, e dividiremos a dizima do producto, principiando da esquerda para a direita, em classes de tres letras cada uma, ajuntando as cifras necessarias; a parte, que ficar á esquerda da virgula, mostrará os metros cubicos; a primeira classe conterá os decimetros cubicos, a segunda os centimetros cubicos, etc.

*Pergunta-se, qual he a area de um rectangulo, que tem* $5^{mt},006$ *de comprimento, e* $1^{mt},4613$ *de altura?*

| | |
|---|---|
| Multiplicaremos .................... | 1,4613 |
| por ................................. | 5,006 |
| | 87 678 |
| | 73065 |
| e teremos ........................... | 7,3152678 |

separando o producto, como se disse, acharemos 7,31 | 52 | 67 | 80, isto he, 7 metros quadrados, 31 decimetros quadrados, 52 centimetros quadrados, 67 millimetros quadrados, e 80 decimillimetros quadrados; ou parando nos centimetros, 7 metros quadrados, e 3152 centimetros quadrados.

*Pretende-se achar o volume de um parallelipipedo rectangulo, que tem* $5^{mt},4122$ *de comprimento, 2,9226 de largura, 7,6583 de altura.*

Multiplique-se 5,4122 por 2,9226, e virá o producto 15,81769572, que sendo multiplicado por 7,6583, dará o producto final até a nona casa 121,136659132. Fazendo a divisão em classes de tres letras, temos 121,136 | 659 | 132, que mostra 121 metros cubicos, 136 decimetros cubicos, 659 centimetros cubicos, 132 millimetros cubicos, ou 121 metros cubicos, e 136659132 millimetros cúbicos.

Se as dimensões fossem dadas em toezas, pés, pollegadas, etc., reduziriamos pela Taboa as antigas medidas ás novas, para praticar depois as multiplicações necessarias.

*Pede-se em novas medidas*, por exemplo, *a superficie de um rectangulo, que tem* $2^T$ $3^P$ $5^p$ *de comprimento, e* $4^P$ $6^p$ *de altura.*

Pela Taboa da reducção 1.º

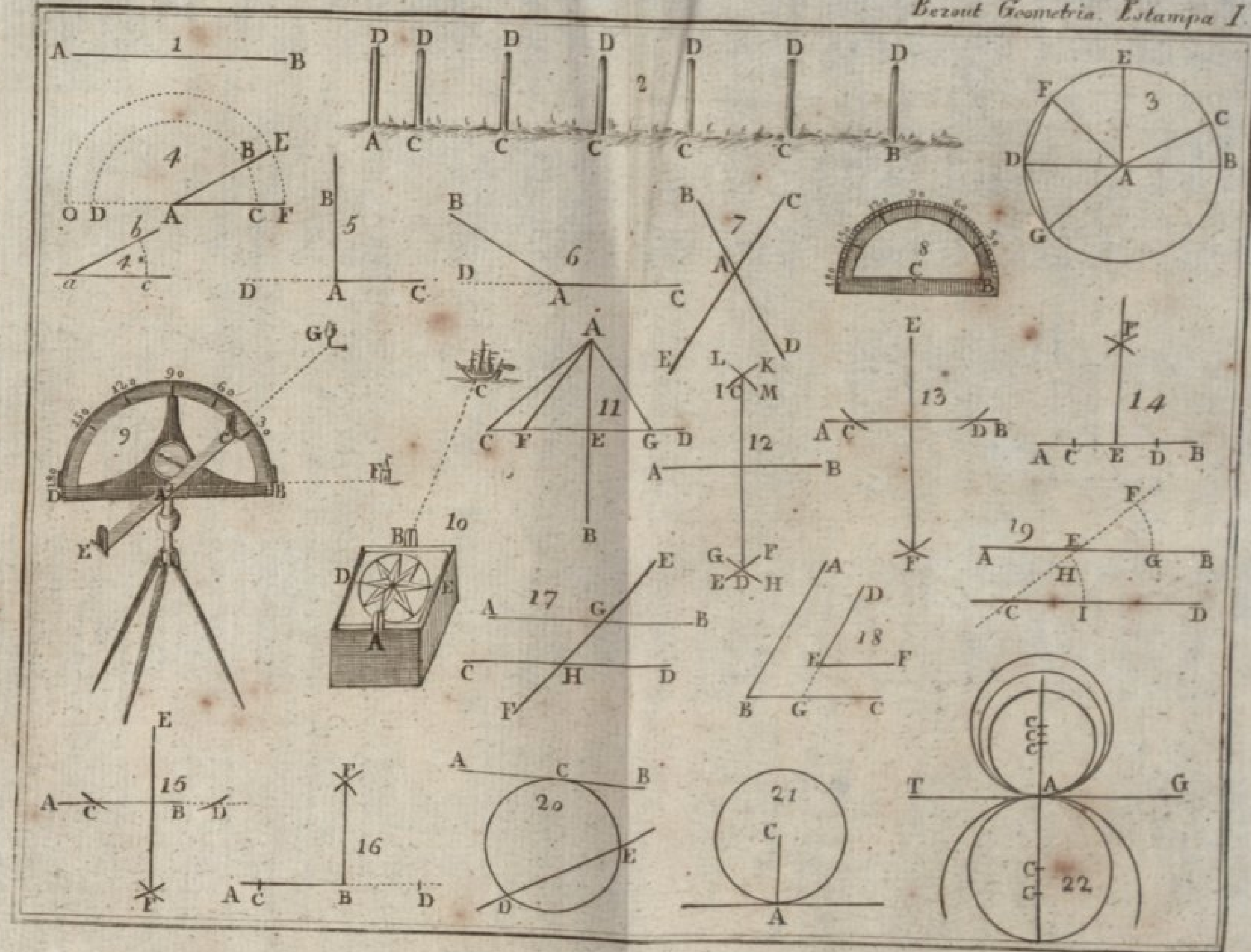
| | | |
|---|---|---|
| $2^T$ valem | | $3^{mt},8981$ |
| $3^P$ ..... | | 0 ,9745 |
| $5^p$ ..... | | 0 ,1353 |
| | | 5 ,0079 |

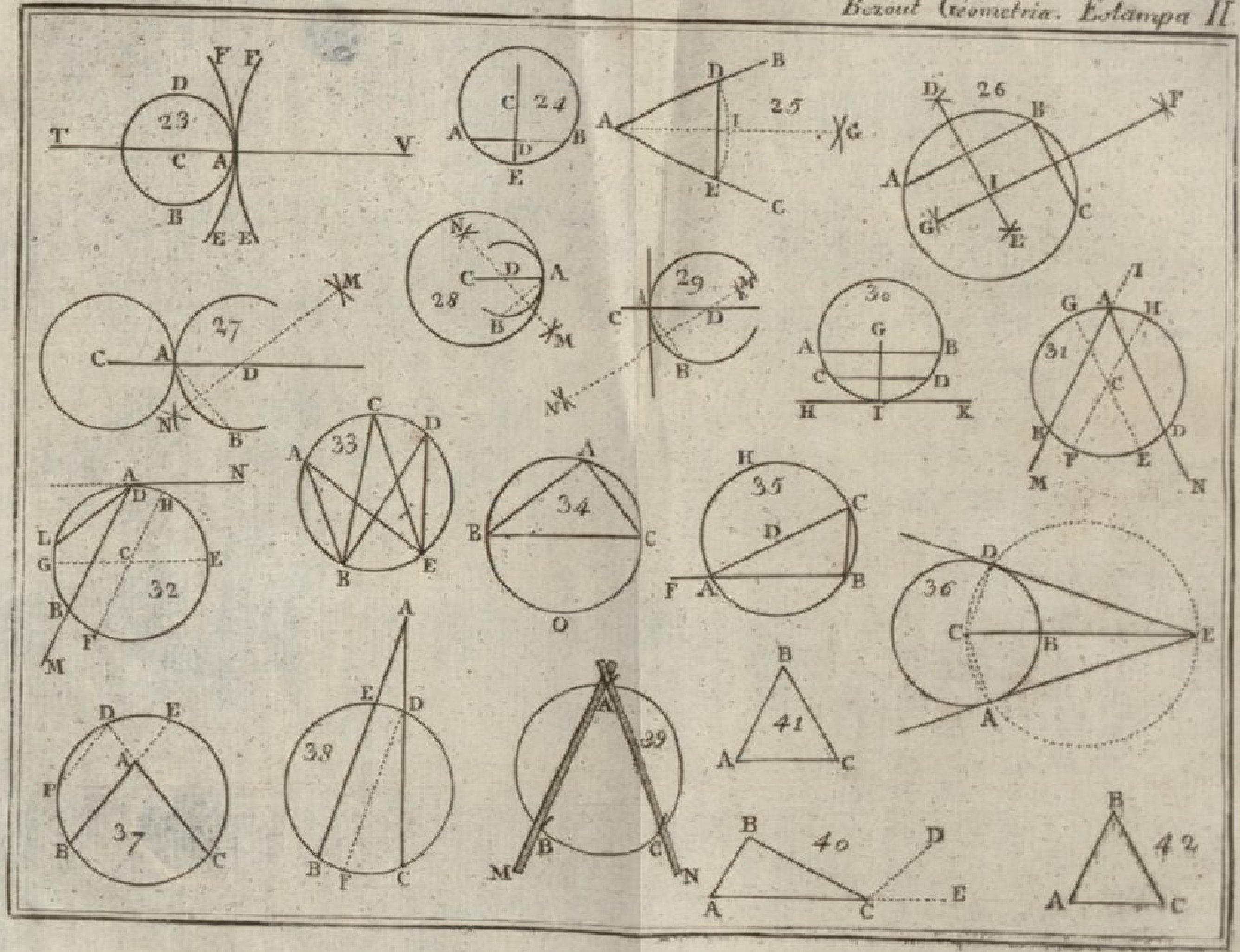
2.º

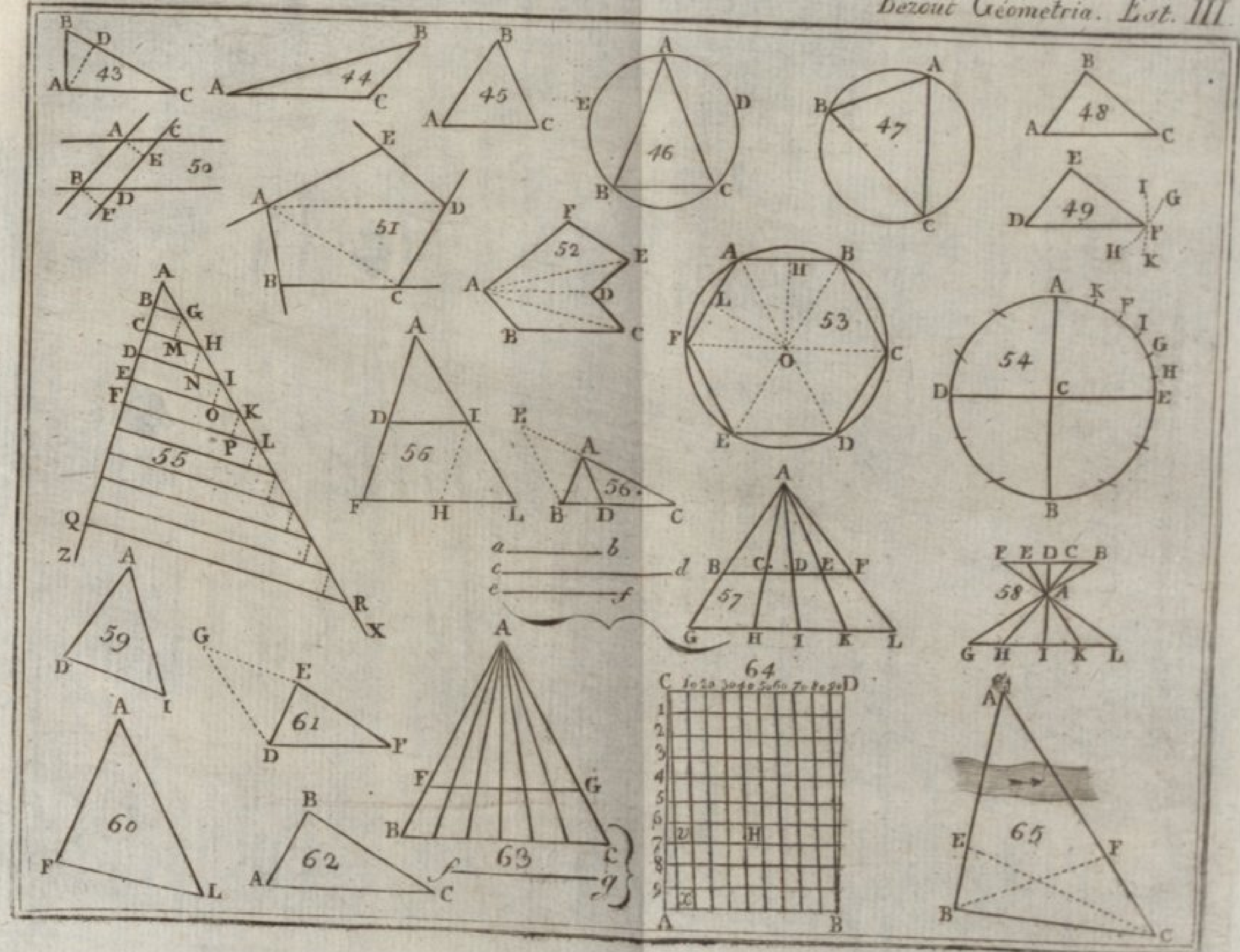
| | |
|---|---|
| $4^P$ ..... | 1,2993 |
| $6^p$ ..... | 0,1624 |
| | 1,4617 |

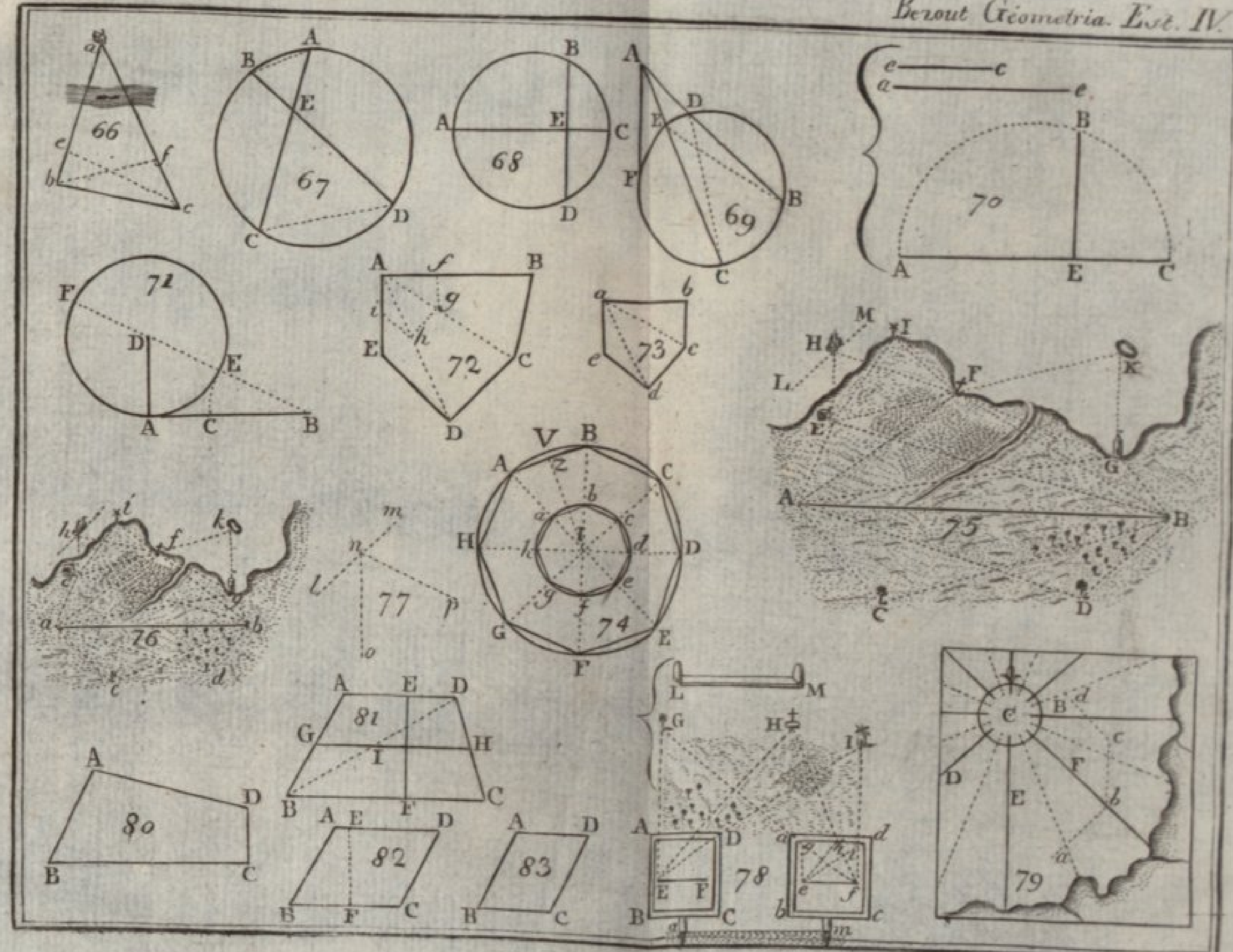
Fazendo a multiplicação de 5,0079 por 1,4617, acharemos, que a superficie do rectangulo contém 7 metros quadrados, 32 decimetros quadrados, e 47 millimetros quadrados; isto he, 7 metros quadrados, e 320047 millimetros quadrados.

FIM.

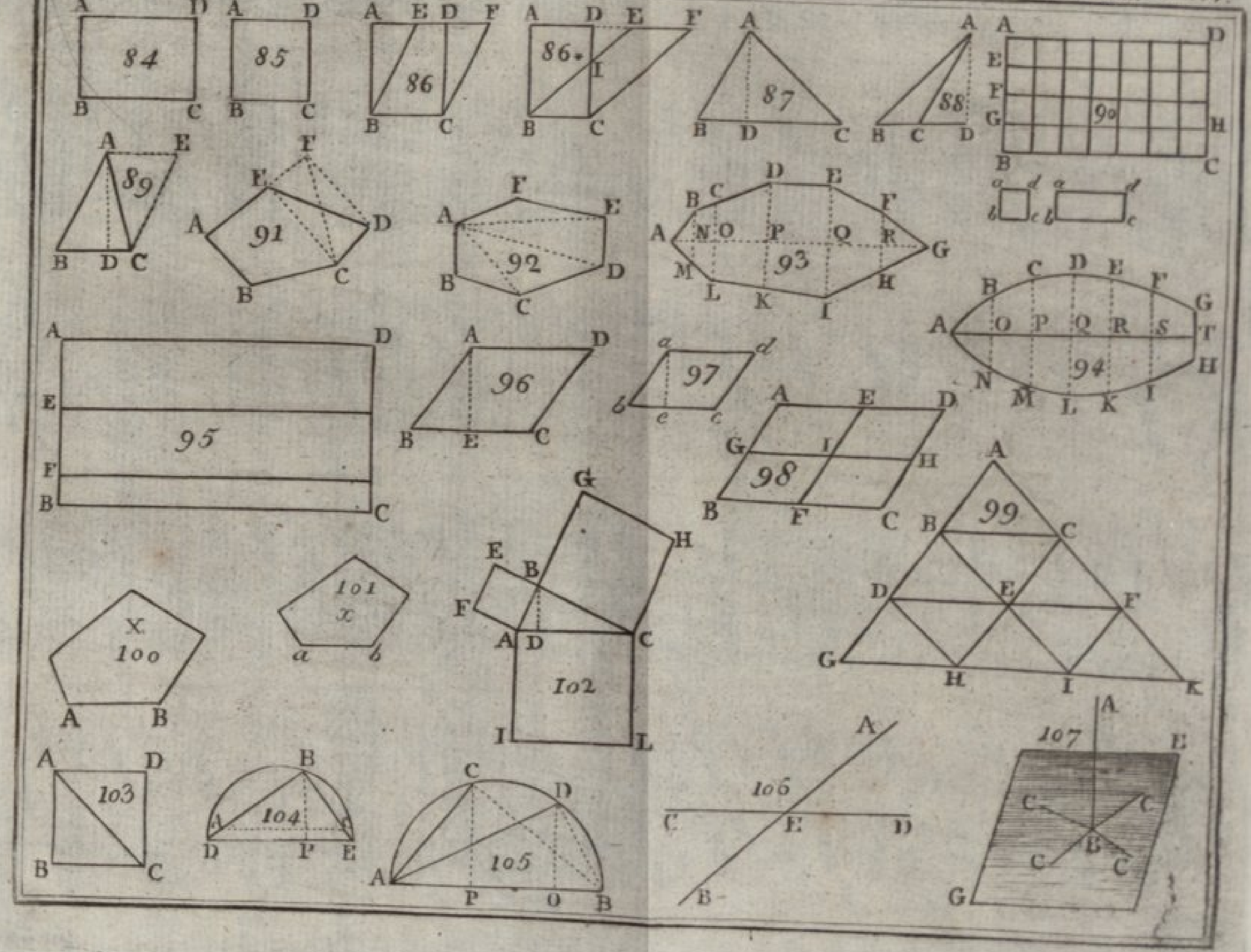


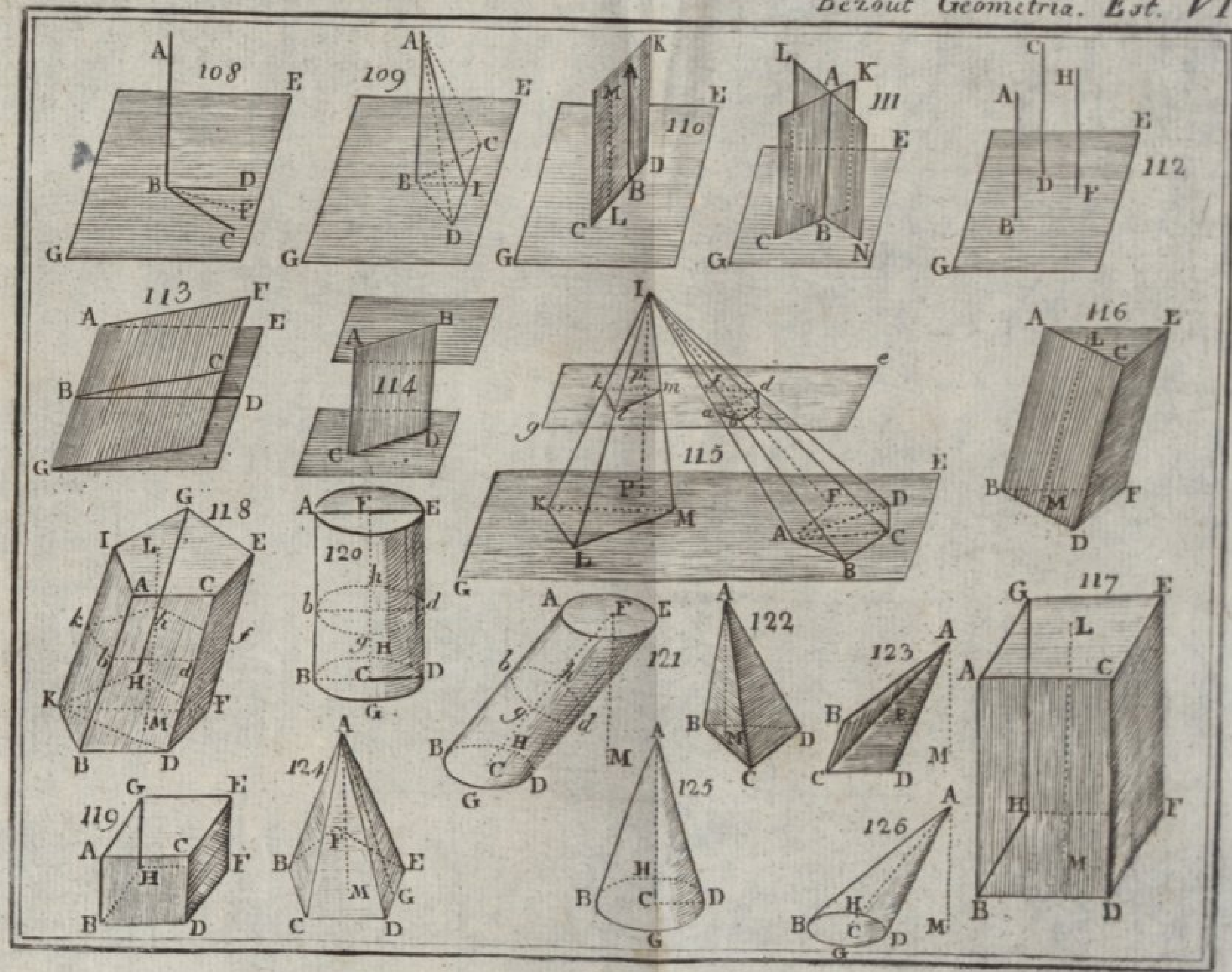

23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42

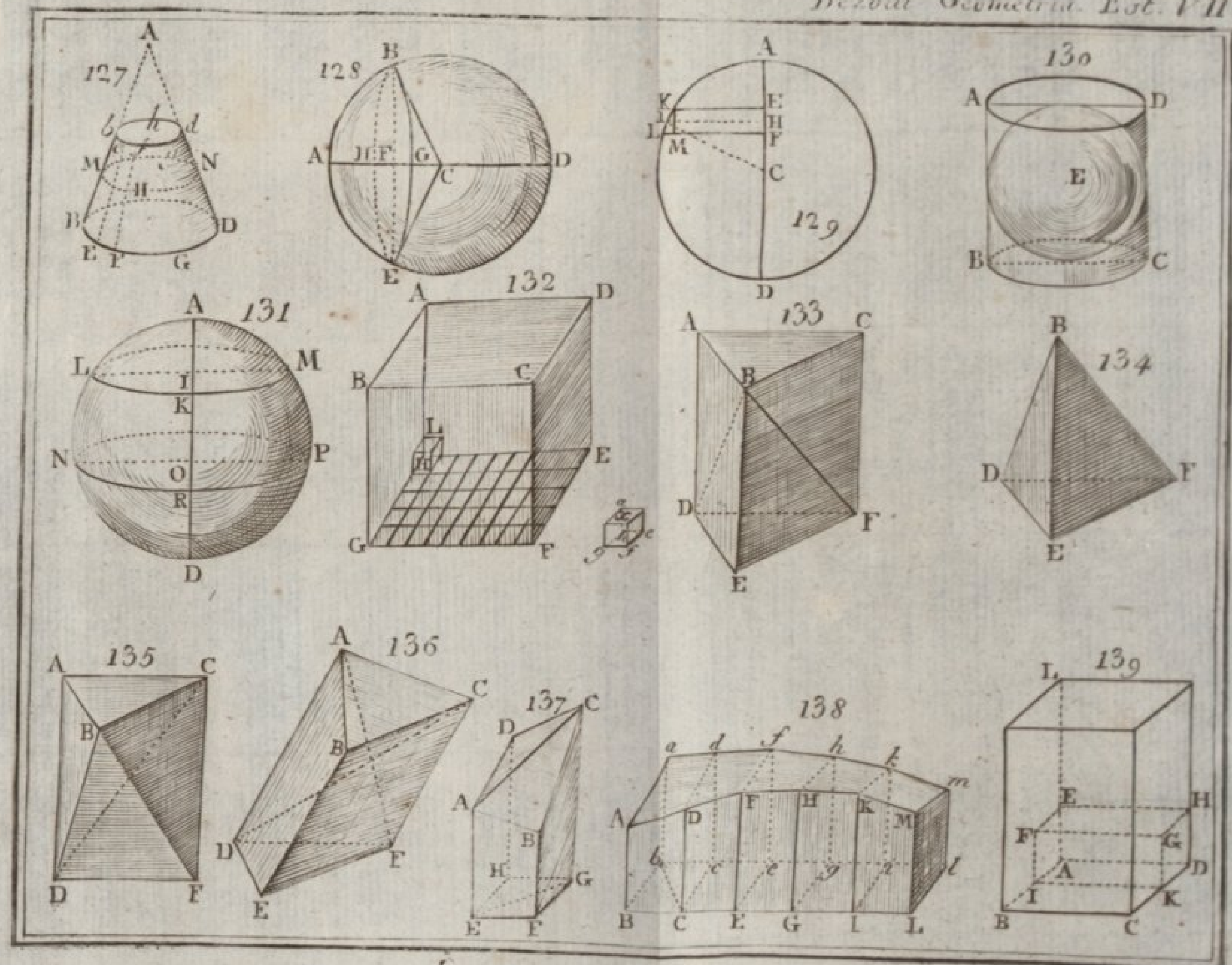



66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83

Bezout Géometria. Est. V.




108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126


127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139

M. BEZOUT

ELEMENTOS
DE
GEOMETRIA