

HEVELIUS.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Jupiter.	Latitude.
1657	Décembre 26 à 13 ^h 40'	♄ 5 ^d 54' 37" ♄ ♄ ☉	0 ^d 9' 30" Aufst.
1659	Janvier .. 27 à 11 18	♄ 8 8 56	0 48 43 Bor.
1661	Mars 28 à 16 52	♄ 8 57 55	1 38 25 Bor.
1666	Septembre 15 à 23 50	♄ 23 43 28	1 37 25 Aufst.
1667	Octobre.. 23 à 8 25	♄ 0 33 21	1 33 41 Aufst.
1671	Janvier .. 31 à 18 4	♄ 12 35 0	0 59 0 Bor.
1672	Mars 2 à 12 10	♄ 13 18 13	1 28 27 Bor.
1674	Mai..... 3 à 6 0	♄ 13 28 43	1 21 17 Bor.
1676	Juillet. . . 8 à 18 15	♄ 17 36 18	0 12 21 Aufst.
1678	Septembre 21 à 6 3	♄ 28 58 41	1 37 10 Aufst.

FLAMSTEED.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Jupiter.	Latitude.
1677	Août.... 14 à 11 ^h 32'	♄ 22 ^d 31' 4" ♄ ♄ ☉	1 ^d 10' 4" Aufst.
1678	Septembre 21 à 5 51	♄ 28 58 0	1 37 25 Aufst.
1679	Octobre.. 28 à 13 9	♄ 5 43 34	1 26 40 Aufst.
1680	Décembre 2 à 2 56	♄ 11 24 47	0 42 22 Aufst.
1682	Janvier .. 4 à 13 15	♄ 15 14 37	0 12 20 Bor.
1683	Février .. 5 à 4 30	♄ 17 9 23	1 0 50 Bor.
1684	Mars 6 à 19 51	♄ 17 42 27	1 30 3 Bor.
1685	Avril.... 6 à 8 45	♄ 17 39 23	
1686	Mai..... 7 à 17 17	♄ 17 53 27	1 14 14 Bor.
1687	Juin 9 à 15 10	♄ 19 12 46	0 33 0 Bor.
1688	Juillet... 13 à 18 53	♄ 22 24 3	0 30 10 Aufst.
1689	Août.... 19 à 13 7	♄ 27 29 36	1 14 8 Aufst.
1690	Septembre 26 à 8 38	♄ 4 5 6	1 39 5 Aufst.
1691	Novembre 2 à 13 40	♄ 10 51 0	1 21 47 Aufst.
1692	Décembre 6 à 22 42	♄ 16 25 0	0 34 53 Aufst.
1694	Janvier... 9 à 3 0	♄ 20 0 0	0 21 43 Bor.
1695	Février .. 9 à 14 18	♄ 21 42 15	1 7 42 Bor.
1696	Mars 11 à 3 26	♄ 22 5 48	1 33 25 Bor.
1697	Avril.... 10 à 17 36	♄ 22 1 27	1 34 58 Bor.
1698	Mai..... 12 à 5 35	♄ 22 20 15	1 10 20 Bor.
1699	Juin 14 à 9 21	♄ 23 50 53	0 24 0 Bor.
1700	Juillet... 19 à 16 19	♄ 27 15 30	0 33 10 Aufst.

Ggg

	Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1701	Août 25 à 20 ^h 21'	♃ 2 ^d 42' 22" ♄ ☉	1 ^d 21' 22" Aufst.
1702	Octobre . . 2 à 17 5	♃ 9 27 12	1 39 0 Aufst.
1703	Novembre 8 à 17 40	♃ 16 8 0	1 16 0 Aufst.
1704	Décembre 12 à 18 30	♃ 21 25 0	0 27 30 Aufst.

A L'OBSERVATOIRE DE PARIS.

	Temps de l'Opposition.	Longitude de Jupiter.	Latitude.
1672	Mars 2 à 9 ^h 0'	♃ 13 ^d 18' 0" ♄ ☉	
1673	Avril 2 à 1 0	♃ 13 19 0	1 ^d 37' 15" Bor.
1683	Février . . 5 à 5 0	♃ 17 10 0	
Dout. 1688	Juillet . . . 13 à 12 45	♃ 22 15 50	
1689	Août 19 à 19 20	♃ 27 28 10	
1690	Septembre 26 à 7 18	♃ 4 5 40	1 39 40 Aufst.
1691	Novembre 2 à 13 30	♃ 10 52 0	
1692	Décembre 6 à 21 36	♃ 16 24 30	
1694	Janvier . . 9 à 3 0	♃ 20 1 3	
1695	Février . . 9 à 15 3	♃ 21 43 30	1 7 54 Bor.
1696	Mars 11 à 4 28	♃ 22 8 23	1 34 10 Bor.
1697	Avril 10 à 17 32	♃ 22 1 15	1 35 22 Bor.
1698	Mai 12 à 5 46	♃ 22 20 32	1 9 32 Bor.
1699	Juin 14 à 10 8	♃ 23 52 42	0 23 7 Bor.
1700	Juillet . . . 19 à 16 40	♃ 27 16 22	0 33 36 Aufst.
1701	Août 25 à 20 34	♃ 2 42 54	1 20 30 Aufst.
1702	Octobre . . 2 à 17 29	♃ 9 28 7	1 38 18 Aufst.
1703	Novembre 8 à 17 33	♃ 16 8 30	1 16 8 Aufst.
1704	Décembre 12 à 18 50	♃ 21 26 2	0 28 10 Aufst.
1706	Janvier . . 14 à 16 2	♃ 24 40 40	0 29 56 Bor.
1707	Février . . 14 à 23 2	♃ 26 6 55	1 13 26 Bor.
1708	Mars 16 à 9 9	♃ 26 23 51	1 36 52 Bor.
1709	Avril 16 à 0 49	♃ 26 19 0	1 32 58 Bor.
1710	Mai 17 à 18 24	♃ 26 47 17	1 4 50 Bor.
1711	Juin 20 à 6 37	♃ 28 36 0	0 15 50 Bor.
1712	Juillet . . . 24 à 21 25	♃ 2 20 10	0 40 25 Aufst.
1713	Août 31 à 6 9	♃ 8 2 16	1 25 26 Aufst.
1714	Octobre . . 8 à 0 26	♃ 14 53 2	1 38 10 Aufst.
1715	Novembre 13 à 20 19	♃ 21 23 13	1 11 8 Aufst.
1716	Décembre 17 à 12 31	♃ 26 20 43	0 19 26 Aufst.

Temps de l'Opposition.		Longitude de Jupiter.			Latitude.
1718	Janvier . . 19 à 1 ^h 55'	♄	29 ^d 17'	20 ["] 8 ["] 7 ["] ☉	0 ^d 35' 45" Bor.
1719	Février . . 19 à 4 3	♄	0 31	18	1 17 30 Bor.
1720	Mars 20 à 15 43	♄	0 43	19	1 27 33 Bor.
1721	Avril 20 à 9 48	♄	0 40	3	1 29 32 Bor.
1722	Mai 22 à 8 43	♄	1 17	41	0 57 15 Bor.
1723	Juin 25 à 4 0	♄	3 21	22	0 7 29 Bor.
1724	Juillet . . . 30 à 0 28	♄	7 19	49	0 50 11 Auf.
1725	Septembre 5 à 14 44	♄	13 18	0	1 31 31 Auf.
1726	Octobre . . 13 à 6 0	♄	20 4	10	1 37 0 Auf.
1727	Novembre 18 à 17 39	♄	26 4	47	1 5 57 Auf.
1728	Décembre 22 à 3 9	♄	1 8	2	0 12 40 Auf.
1730	Janvier . . 23 à 11 5	♄	3 49	30	0 41 23 Bor.
1731	Février . . 23 à 9 56	♄	4 53	3	1 21 20 Bor.
1732	Mars 24 à 22 4	♄	5 0	27	1 36 40 Bor.

CHAPITRE III.

Des moyens Mouvements de Jupiter.

AYANT ainsi établi le temps & le vrai lieu des Oppositions de Jupiter, observées par divers Astronomes, nous employerons d'abord, de même que nous avons fait dans la théorie de Saturne, les observations modernes pour trouver le temps d'une révolution entière de Jupiter, dont nous nous servirons ensuite pour déterminer par des observations anciennes, son moyen mouvement avec plus de précision.

Pour le faire avec toute l'exacritude requise, il seroit nécessaire de connoître dans chaque observation le lieu de l'Aphélie de Jupiter & l'excentricité de son Orbe, afin de calculer l'Equation qui y convient, & réduire son vrai lieu à son lieu moyen.

Pour y suppléer en quelque manière, nous avons choisi les observations où cette Planete s'est trouvée près de ses moyennes distances, parce qu'alors les Equations varient fort peu d'un degré à l'autre, & la quantité du vrai mouvement compris dans une révolution, diffère peu de celle de son vrai mouvement.

Entre ces observations, nous trouvons celles des années 1699

& 1700, dans la dernière desquelles le vrai lieu de Jupiter étoit plus avancé que dans la première, de $1^{\circ} 3^{\prime} 23^{\prime} 40''$, qui mesurent le vrai mouvement de cette Planete, lequel est moyen entre le plus petit, que l'on a trouvé entre les Oppositions de 1696 & de 1697, de $29^{\circ} 52' 52''$, & le plus grand, qui a été trouvé entre les Oppositions de 1701 & de 1702, de $1^{\circ} 6^{\prime} 45' 13''$.

Dans les Oppositions suivantes, on trouve celles de 1710 & de 1711, dont la première est éloignée de celle de 1699, de moins d'une révolution entière, & la seconde d'une révolution plus quelques degrés.

L'Opposition de l'année 1699 est arrivée le 14 Juin à $10^{\text{h}} 8'$ du soir, Jupiter étant en $\rightarrow 23^{\circ} 52' 42''$, avec une latitude boréale de $0^{\circ} 23' 7''$.

Celle de 1710 est arrivée le 17 Mai à $18^{\text{h}} 24'$, le vrai lieu de Jupiter étant en $\rightarrow 26^{\circ} 47' 17''$, avec une latitude boréale de $1^{\circ} 4' 50''$.

Enfin l'Opposition de 1711 a été observée le 20 Juin à $6^{\text{h}} 37'$, le vrai lieu de Jupiter étant en $\rightarrow 28^{\circ} 36' 0''$, avec une latitude boréale de $0^{\circ} 15' 50''$.

La différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les observations des années 1699 & 1711, est de $4^{\circ} 43' 18''$, dont cette Planete étoit plus avancée en 1711 qu'en 1699, ce qui fait voir que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 12 années, dont deux bissextiles, $5^{\text{i}} 20^{\text{h}} 29'$, Jupiter avoit achevé une révolution entière plus $4^{\circ} 43' 18''$. On fera donc, comme $31^{\text{d}} 48' 43''$, différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les Oppositions des années 1710 & 1711, sont à $4^{\circ} 43' 18''$; ainsi $398^{\text{i}} 12^{\text{h}} 13'$, intervalle de temps entre les Oppositions des années 1710 & 1711, sont à $59^{\text{i}} 3^{\text{h}} 36'$, qui, étant retranchés de l'intervalle entre les observations des années 1699 & 1711, donnent la révolution moyenne de Jupiter autour du Soleil, de 11 années $313^{\text{i}} 16^{\text{h}} 54'$.

En comparant de la même manière l'Opposition de l'année 1672, observée à Paris, avec celles des années 1731 & 1732, on trouvera que dans l'intervalle entre les observations des années 1672 & 1732, qui est de 60 années, dont 14 bissextiles, $22^{\text{i}} 13^{\text{h}} 4'$, Jupiter a achevé cinq révolutions entières plus

21^d 42' 27", ce qui donne chaque révolution moyenne, de 11 années 315^j 7^h 13'.

Enfin, si l'on compare l'Opposition observée par Gassendi le 7 Novembre 1620 à 10 heures du soir, Jupiter étant en 8 15^d 58' 0", avec celle qui a été déterminée à Paris le 8 Novembre 1703 à 17^h 33', Jupiter étant en 8 16^d 8' 30", plus avancé seulement de 10' 30" qu'en 1620, on trouve que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 83 années, dont 19 sont bissextiles, 1^j 7^h 35', il y a eu sept révolutions entières de Jupiter moins 10^h 30', ce qui donne chaque révolution moyenne, de 11 années 315^j 11^h 25'.

Après avoir ainsi déterminé la révolution moyenne de Jupiter autour du Soleil par les observations modernes, il faut présentement examiner celle qui résulte des observations les plus anciennes.

La première de ces Oppositions, observée par Ptolemée, est arrivée le 15 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, à 23^h 3', Jupiter étant en m 23^d 22' 22".

Entre les Oppositions que nous avons observées, nous en trouvons une du 12 Mai de l'année 1698 à 5^h 46' du soir, Jupiter étant en m 22^d 20' 32", moins avancé seulement de 1^d 1' 50" que dans l'Opposition de l'année 133.

L'Opposition suivante est arrivée le 14 Juin de l'année 1699 à 10^h 8' du soir, le vrai lieu de Jupiter étant à 23^d 52' 42" du Sagittaire.

On fera donc, comme 3 1^d 32' 10", différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les Oppositions des années 1698 & 1699, sont à 1^d 1' 50", différence entre le vrai lieu de Jupiter dans les Oppositions des années 133 & 1698; ainsi 398^j 6^h 54', intervalle entre les deux dernières Oppositions, sont à 13^j 0^h 38', qui, étant ajoutés à 1566 années communes, 12^j 7^h 26', intervalle entre les Oppositions des années 133 & 1698, donnent 1566 années communes, 25^j 7^h 21', pendant lesquelles Jupiter a achevé un certain nombre de révolutions exactes, qu'on trouvera de 132, en partageant cet intervalle réduit en jours, qui est de 571615^j 7^h 21' par la révolution moyenne de Jupiter, déterminée par les observations modernes, de 11 années 315^j 11^h 25', ou 4330 jours & demi; c'est pourquoi si l'on divise

ce même intervalle par 132, on aura chaque révolution moyenne de Jupiter, de 11 années 315ⁱ 10^h 0', ce qui donne son moyen mouvement annuel, de 30^d 20' 36" 38".

La seconde Opposition de Jupiter avec le Soleil, observée par Ptolemée, est arrivée le 1.^{er} Septembre de l'année 136 après Jésus-Christ, à 4^h 10' au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter étant en χ 7^d 47' 35".

Entre nos observations, nous trouvons celle de 1713, où l'Opposition de Jupiter a été déterminée le 31 Août à 6^h 9', le vrai lieu de cette Planete étant en χ 8^d 2' 16", plus avancé seulement de 14' 41" qu'en l'année 136. L'intervalles entre ces observations est de 1578 années communes, 17ⁱ 1^h 59', dont retranchant 2ⁱ 16^h 36', pendant lesquels le mouvement de Jupiter a été de 14' 40", on aura 1578 années 14ⁱ 9^h 23', qui mesurent 133 révolutions entières, ce qui donne chaque révolution moyenne, de 11 années 315ⁱ 17^h 6', & le moyen mouvement annuel, de . . . 30^d 20' 29" 9".

Enfin, si l'on compare l'Opposition de l'année 137 avec celle de l'année 1714, dans la dernière desquelles Jupiter étoit plus avancé de 32' 30" que dans la précédente, on trouvera sa révolution moyenne, de 11 années 315ⁱ 16^h 32', & son moyen mouvement annuel, de . . . 30^d 20' 29" 44".

Prenant un milieu entre ces trois différentes déterminations, on aura la révolution moyenne de Jupiter à l'égard du Soleil, de 11 années 315ⁱ 14^h 36', & son moyen mouvement annuel, de . . . 30^d 20' 31" 50".

CHAPITRE IV.

De l'Aphélie de Jupiter, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.

QUOIQUE pour la détermination de l'Aphélie de Jupiter, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation, on ne puisse pas employer avec le même succès que nous l'avons fait dans la théorie du Soleil & dans celle de Saturne, la

neuvième méthode que nous avons enseignée (*p. 187.*) parce que n'y ayant que onze Oppositions dans l'intervalle d'une des révolutions de cette Planete, il se rencontre rarement que ces observations soient assés près de ses moyennes distances pour pouvoir déterminer avec assés d'exactitude la plus grande Equation de son Orbe, & le lieu de son Aphélie.

Cependant comme cette méthode est beaucoup plus simple que les autres, & indépendante d'aucune hypothese, qu'on peut même suppléer au petit nombre d'observations qui se rencontrent dans une révolution, en employant celles qui ont été faites pendant le cours de plusieurs de ces révolutions; nous ne laisserons pas d'examiner ce qui en résulte, nous réservant de déterminer ensuite par d'autres méthodes ces divers éléments.

Entre les Oppositions de Jupiter que nous avons observées, nous trouvons celle qui est arrivée le 25 Juin 1723 à 4 heures, le vrai lieu de Jupiter étant en φ 3^d $21'$ $22''$, près de ses moyennes distances; ce qu'il est aisé de reconnoître, parce que le vrai mouvement de Jupiter dans l'intervalle entre cette Opposition & la suivante, diffère peu du moyen mouvement qui y répond.

Cinq années après, l'Opposition de Jupiter avec le Soleil a été observée le 22 Décembre 1728 à 3^h $9'$, le vrai lieu de Jupiter étant en φ 1^d $8'$ $2''$.

Depuis le 25 Juin 1723 à 4^h $0'$, jusqu'au 22 Décembre 1728 à 3^h $9'$, il y a cinq années, dont deux bissextiles, 1791 23^h $9'$, pendant lesquelles le mouvement vrai de Jupiter a été de 5^f 27^d $46'$ $40''$.

Prenant le moyen mouvement de Jupiter, qui répond à cet intervalle de temps, on aura 5^f 16^d $50'$ $15''$, qui, étant retranchés de son vrai mouvement qui a été trouvé de 5^f 27^d $46'$ $40''$, reste 10^d $56'$ $25''$.

Comme dans l'intervalle entre les observations que nous venons de comparer ensemble, Jupiter n'a pas achevé six Signes entiers, on prendra l'Opposition suivante qui est arrivée le 23 Janvier de l'année 1730 à 11^h $5'$ du soir, le vrai lieu de Jupiter étant en Ω 3^d $49'$ $30''$.

Le mouvement vrai dans l'intervalle entre cette Opposition & celle de 1723, qui est de six années, dont deux bissextiles,

$212^{\circ} 7^{\prime} 5''$, est de $7^{\circ} 0^{\prime} 28^{\prime} 8''$, auquel il répond $6^{\circ} 19^{\prime} 52^{\prime} 7''$ de moyen mouvement. La différence est $10^{\circ} 36^{\prime} 1''$, plus petite de $20^{\prime} 24''$ que celle que l'on avoit trouvée par la comparaison précédente, de $10^{\circ} 56^{\prime} 25''$, à laquelle on doit donner la préférence, parce que l'erreur qui peut se trouver par cette méthode, donne toujours l'Equation plus petite qu'elle ne l'est réellement, sans pouvoir jamais la donner trop grande.

Prenant la moitié de $10^{\circ} 56^{\prime} 25''$, on aura la plus grande Equation de Jupiter, de $5^{\circ} 28^{\prime} 12^{\prime\prime} \frac{1}{2}$.

Pour déterminer présentement le vrai lieu de son Aphélie, on comparera l'Opposition de 1723 avec celle de 1725, qui est arrivée le 5 Septembre à $14^{\text{h}} 44'$, le vrai lieu de Jupiter étant en $\Upsilon 13^{\text{d}} 18^{\prime} 0''$.

Le vrai mouvement de Jupiter dans cet intervalle, qui est de deux années, dont une bissextile, $172^{\text{h}} 10^{\text{h}} 44'$, est de $2^{\circ} 9^{\prime} 56^{\prime} 38''$, auquel il répond $2^{\circ} 6^{\prime} 47^{\prime} 24''$ de moyen mouvement. La différence est de $3^{\text{d}} 9^{\prime} 14''$, qui est plus petite de $2^{\text{d}} 18^{\prime} 58''$ que la plus grande Equation que l'on vient de déterminer; ce qui fait voir que Jupiter n'étoit pas encore arrivé à son Périhélie.

On prendra donc l'Opposition suivante, qui est arrivée le 13 Octobre 1726 à $6^{\text{h}} 0'$, Jupiter étant en $\Upsilon 20^{\text{d}} 4^{\prime} 10''$. Le vrai mouvement de Jupiter, dans l'intervalle de trois années, dont une bissextile, $110^{\text{h}} 2^{\text{h}} 0'$, qui se sont écoulées entre l'observation de 1723 & celle de 1726, est de $3^{\circ} 16^{\prime} 52^{\prime} 48''$, auquel il répond $3^{\circ} 10^{\prime} 15^{\prime} 39''$ de moyen mouvement. La différence est de $6^{\text{d}} 37^{\prime} 9''$, qui excèdent la plus grande Equation de Jupiter, de $1^{\text{d}} 8^{\prime} 57''$; ce qui fait voir que dans l'Opposition de 1726, Jupiter avoit passé au de-là de son Périhélie, dont on déterminera le lieu, en faisant, comme $2^{\text{d}} 18^{\prime} 58''$ plus $1^{\text{d}} 8^{\prime} 57''$, ou $3^{\text{d}} 27^{\prime} 55''$, sont à $1^{\text{d}} 8^{\prime} 57''$; ainsi $36^{\text{d}} 46^{\prime} 10''$, mouvement vrai de Jupiter entre les deux Oppositions de 1725 & de 1726, est à $12^{\text{d}} 15'$, qui, étant retranchés du vrai lieu de Jupiter dans l'Opposition de 1726, qui étoit en $\Upsilon 20^{\text{d}} 4^{\prime} 10''$, donne le vrai lieu de son Périhélie à $7^{\text{d}} 49'$ de la Balance. *Ce qu'il falloit trouver.*

Enfin, pour déterminer le temps que Jupiter est arrivé à son Périhélie, on fera, comme $3^{\text{d}} 27^{\prime} 55''$, sont à $1^{\text{d}} 8^{\prime} 57''$; ainsi une année

une année commune $7^j 15^h 16'$, intervalle entre les Oppositions de 1725 & de 1726, est à $134^j 5^h 5'$, qui, étant retranchés du temps de l'Opposition de 1726, qui est arrivée le 13 Octobre à $6^h 0'$, donnent le temps du passage de Jupiter par son Périhélie le 1.^{er} Juin 1726, cette Planete étant alors à $7^d 49'$ du Bélier.

On déterminera de la même manière par l'Opposition de 1716, comparée avec celles qui ont suivi jusqu'en 1723, la plus grande Equation de Jupiter, de $5^d 26' 42''$, & le lieu de son Aphélie à la fin de Juillet 1720, à $10^d 23'$ de la Balance.

Enfin, si l'on compare l'Opposition de 1657 avec celles qui ont été observées en 1676 & 1677, après une révolution & demie ou environ, on trouvera la plus grande Equation de Jupiter, de $5^d 30' 43''$, plus grande que par les déterminations précédentes, & qu'on doit leur préférer par les raisons qu'on a rapportées.

On trouvera aussi par la comparaison de l'Opposition de 1657 avec celle de 1661, la différence entre le mouvement vrai & le mouvement moyen de Jupiter dans l'intervalle entre ces observations, de $5^d 43' 5''$, plus grande de $12' 22''$ que l'Equation que l'on vient de déterminer; ce qui fait voir que Jupiter avoit alors passé au de-là de son Aphélie, d'une quantité que l'on trouvera de $2^d 5'$, qui, étant retranchée du vrai lieu de Jupiter, qui étoit dans l'Opposition de 1661, en $\simeq 8^d 57' 55''$, donne le vrai lieu de son Aphélie en $\simeq 6^d 53'$ pour le commencement de l'année 1661.

Après avoir ainsi déterminé le vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter & la plus grande Equation, nous avons examiné ce qui résulte des différentes hypothèses dont on se sert pour représenter les mouvements des Planetes.

Entre les Oppositions de Jupiter avec le Soleil, qui ont été observées à Paris, nous en avons choisi trois, dont une avant le passage de cette Planete par le lieu de son Aphélie, & les deux autres après; la première de ces Oppositions a été déterminée le 19 Février 1719 à $4^h 3'$ du soir, Jupiter étant en π $0^d 31' 18''$, avec une latitude boréale de $1^d 17' 30''$; la seconde le 20 Avril 1721 à $9^h 48'$ du soir, Jupiter étant en μ $0^d 40' 3''$, avec une latitude boréale de $1^d 29' 32''$; la troisième le 25 Juin 1723 à $4^h 0'$, Jupiter étant en ν $3^d 21' 22''$, avec une latitude boréale de $0^d 7' 29''$.

Comme les deux premières observations n'ont point été faites près des Nœuds, ou des termes des plus grandes latitudes, il faut, pour une plus grande exactitude, réduire le vrai lieu de Jupiter, observé par rapport à l'Écliptique, à son vrai lieu sur son Orbite, ce qui demande la connoissance du lieu du Nœud de cette Planete & de l'inclinaison de son Orbite.

En attendant qu'on ait déterminé ces éléments avec exactitude, on considérera que dans l'Opposition de Jupiter, de l'année 1723, sa latitude étoit de $0^{\text{d}} 7' 29''$ boréale, au lieu que dans celle de 1724, elle étoit de $0^{\text{d}} 50' 11''$ australe; ce qui fait voir que Jupiter avoit passé par son Nœud austral dans le temps écoulé entre ces deux observations, & que le lieu de ce Nœud étoit à 7 degrés ou environ du Capricorne. On remarquera aussi dans les différentes Oppositions que l'on a rapportées, que la plus grande latitude de Jupiter n'a pas excédé $1^{\text{d}} 39' 40''$, & qu'ainsi la plus grande inclinaison apparente de son Orbite, qui est mesurée par sa plus grande latitude, est de la même quantité de $1^{\text{d}} 39' 40''$.

Suivant ces éléments, on trouvera que dans l'observation de 1719, la réduction de l'Écliptique à l'Orbite de Jupiter, étoit de 30 secondes, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu par rapport à l'Écliptique, pour avoir son vrai lieu sur son Orbite en $m^{\text{p}} 0^{\text{d}} 31' 48''$, & que dans l'observation de 1721, cette réduction est de 26 secondes, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Jupiter sur l'Écliptique, pour avoir son vrai lieu sur son Orbite en $m 0^{\text{d}} 39' 37''$. A l'égard de l'observation de 1723, qui se trouve près des Nœuds, il n'y a que 5 à 6 secondes de réduction, qu'il faut aussi retrancher du vrai lieu de Jupiter, observé par rapport à l'Écliptique, pour avoir son vrai lieu sur son Orbite en $\text{v} 3^{\text{d}} 21' 17''$.

Ces observations étant ainsi réduites à l'Orbite de Jupiter, on trouvera par la sixième méthode le vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter dans l'hypothèse elliptique simple à $10^{\text{d}} 17'$ de la Balance à la fin de Juillet de l'année 1720, l'excentricité de son Orbe de 4782, & sa plus grande Équation de $5^{\text{d}} 28' 52''$.

Calculant aussi par la septième méthode dans l'hypothèse de Képler, l'Aphélie de Jupiter, qui résulte des mêmes observations, on le trouvera à $9^{\text{d}} 47'$ de la Balance, moins avancé de 30 min.

que suivant l'hypothese précédente. On aura aussi son excentricité de 4817, ce qui donne sa plus grande Equation de $5^d 31' 43''$, & c'est à ces dernières déterminations que nous avons jugé devoir donner la préférence, parce que l'hypothese de Képler est la plus généralement reçue des Astronomes modernes.

On a négligé dans ces calculs de réduire le temps vrai de l'Opposition au temps moyen, parce qu'il ne peut y avoir qu'une différence de $16' 12''$, pendant lesquelles le mouvement de Jupiter n'est que de 3 secondes de degré.

On trouvera, suivant les mêmes méthodes, par les observations de Ptolemée, l'Aphélie de Jupiter pour la fin de l'année 136 dans l'hypothese elliptique simple en $\mp 15^d 12'$, & dans l'hypothese de Képler en $\mp 14^d 38'$, avec une différence de l'un à l'autre de 34 minutes.

A l'égard de l'excentricité de son Orbe, on le trouve par l'hypothese elliptique simple de 4585 parties, dont le grand axe est de 200000, ce qui donne sa plus grande Equation de $5^d 15' 20''$, & dans l'hypothese de Képler de 4546, d'où l'on tire sa plus grande Equation de $5^d 12' 40''$.

Ayant ensuite déterminé l'Aphélie de Jupiter, qui résulte des observations les plus anciennes & les plus modernes, nous l'avons calculé par les observations de Tycho, faites dans les circonstances les plus favorables, dont la première est arrivée le 22 Janvier de l'année 1588 à $8^h 8'$ au Méridien de Paris, Jupiter étant en $\Omega 12^d 18' 34''$, avec une latitude boréale de $0^d 58' 47''$; la seconde le 23 Mars 1590 à $12^h 20'$, Jupiter étant en $\sphericalangle 12^d 54' 30''$; & la troisième le 25 Mai 1592 à $16^h 21'$, cette Planete étant en $\rightarrow 14^d 25' 0''$.

Suivant ces observations, on trouve par l'hypothese elliptique simple, au commencement de l'année 1690, l'Aphélie de Jupiter en $\sphericalangle 6^d 41' 0''$, son excentricité de 4755 parties, & sa plus grande Equation de $5^d 27' 4''$; & dans l'hypothese de Képler, l'Aphélie de Jupiter en $\sphericalangle 6^d 30' 43''$, son excentricité de 4782 parties, & sa plus grande Equation de $5^d 28' 56''$.

CHAPITRE V.

Du Mouvement de l'Aphélie de Jupiter.

SUIVANT les observations de Ptolemée, on a trouvé par l'hypothese elliptique simple, que vers la fin de l'année 136, l'Aphélie de Jupiter étoit en $\text{m}^{\text{p}} 15^{\text{d}} 12'$.

Il a été déterminé suivant la même hypothese à la fin de Juillet de l'année 1720, en $\approx 10^{\text{d}} 17'$.

Le mouvement de l'Aphélie a donc été de $25^{\text{d}} 5'$, dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 1583 années $\frac{1}{2}$, ce qui donne son mouvement annuel, de $0' 57'' 2''$.

Si l'on compare de même le lieu de l'Aphélie de Jupiter, qui a été déterminé suivant l'hypothese de Képler à la fin de l'année 136, en $\text{m}^{\text{p}} 14^{\text{d}} 38'$, avec celui qui a été trouvé en 1720, en $\approx 9^{\text{d}} 47'$, on aura dans le même intervalle de temps le mouvement de l'Aphélie de Jupiter, de $25^{\text{d}} 9'$, qui excède de 4 minutes celui que l'on avoit trouvé par la comparaison précédente, ce qui donne son mouvement annuel, de $0' 57'' 11''$, plus grand seulement de 9 tierces que celui que l'on a trouvé par la première hypothese.

Examinons présentement ce qui résulte des observations de Tycho, comparées aux nôtres & à celles de Ptolemée.

Suivant ces observations, le vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter, calculé par l'hypothese elliptique simple, étoit au commencement de l'année 1590, en $\approx 6^{\text{d}} 41'$, & à la fin de Juillet de l'année 1720, en $\approx 10^{\text{d}} 17'$.

Le mouvement de l'Aphélie de Jupiter a donc été dans l'espace de 130 années & 6 mois, de $3^{\text{d}} 36' 0''$, ce qui donne son mouvement annuel, de $1' 39''$.

Suivant l'hypothese de Képler, le lieu de l'Aphélie de Jupiter étoit en 1590, en $\approx 6^{\text{d}} 30' 43''$, & en 1720, en $\approx 9^{\text{d}} 47' 0''$; ainsi le mouvement de l'Aphélie de Jupiter a été dans le même

intervalle de temps, de $3^d 16' 17''$, d'où l'on tire son mouvement annuel, de $1' 30''$.

Enfin, si l'on compare le lieu de l'Aphélie de Jupiter, qui a été trouvé par l'hypothese de Képler à la fin de l'année 136, en $14^d 38' 0''$, avec celui qui a été déterminé en l'année 1590, par les observations de Tycho, en $6^d 30' 43''$, on trouve que dans l'intervalle de 1463 années & demie, son mouvement a été de $21^d 52' 43''$, ce qui donne son mouvement annuel, de $0' 54''$, plus petit de 36 secondes que depuis les observations de Tycho jusqu'aux nôtres.

Ainsi supposant toutes les observations que nous avons employées pour déterminer l'Aphélie de Jupiter, exactes de part & d'autre, il suit que le mouvement de cet Aphélie a accéléré dans la suite des siècles; ou du moins qu'il est sujet à quelques irrégularités.

On remarquera aussi des variations assez considérables dans l'excentricité de l'Orbe de Jupiter, de même que dans la plus grande Equation de son Orbe, que nous avons trouvée dans l'hypothese elliptique simple, en l'année 136, de . . . $5^d 15' 20''$, en l'année 1590, de $5 27 4$, & en l'année 1720, de $5 28 52$.

Et suivant l'hypothese de Képler, en l'année 136, de $5^d 12' 46''$, en l'année 1590, de $5 28 56$, & en l'année 1720, de $5 31 43$.

Quoique ces deux hypotheses ne donnent pas précisément la plus grande Equation de Jupiter de la même quantité, cependant elles s'accordent ensemble en ce qu'elles établissent cette Equation plus grande par la succession des temps, à peu-près suivant la proportion des temps qui se sont écoulés entre les différentes observations qu'on en a faites; ce qu'il est à propos de remarquer, afin que l'on examine dans la suite s'il y a de semblables variations.

C H A P I T R E V I.

Détermination plus exacte des moyens Mouvements de Jupiter.

LE vrai lieu de l'Aphélie de Jupiter, de même que son Excentricité, & la plus grande Equation de son Orbe étant ainsi connus, nous avons employé ces éléments pour déterminer dans chaque observation le lieu moyen de Jupiter, qui répond à son vrai lieu observé, & nous avons trouvé qu'au temps de l'Opposition du 15 Mai de l'année 133 après Jesus-Christ, l'Equation de Jupiter étoit, suivant l'hypothese de Képler, de $5^d 12' 46''$, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu déterminé à $23^d 22' 22''$ du Scorpion, pour avoir son lieu moyen en $m 28^d 35' 8''$: Que dans l'Opposition suivante du 1.^{er} Septembre de l'année 136, l'Equation étoit de $0^d 37' 7''$, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu déterminé en $\chi 7^d 47' 35''$, pour avoir le lieu moyen de Jupiter en $\chi 8^d 24' 42''$; & que dans la dernière Opposition du 8.^{me} Octobre 137, l'Equation de Jupiter étoit de $2^d 40' 47''$, qui, étant retranchés de son vrai lieu, qui étoit en $\gamma 14^d 19' 0''$, donnent son lieu moyen en $\gamma 11^d 38' 13''$.

Pour comparer ces observations avec les nôtres, nous en avons choisi trois où Jupiter étoit à peu-près dans le même endroit de son Orbe par rapport à son lieu moyen.

La première le 12 Mai 1698 à $5^h 46'$ du soir, Jupiter étant en $m 22^d 20' 32''$; la seconde le 25 Août 1701 à $20^h 34'$, Jupiter étant en $\chi 2^d 42' 54''$; & la troisième le 2 Octobre 1702 à $7^h 29'$, Jupiter étant en $\gamma 9^d 28' 7''$.

L'Equation de Jupiter étoit dans la première de ces observations, de $3^d 51' 21''$, qui, étant adjoûtés à son vrai lieu, donnent son lieu moyen en $m 26^d 11' 53''$. Dans la seconde observation, l'Equation étoit de $3^d 12' 36''$, qui, étant adjoûtés au vrai lieu de Jupiter, donnent son lieu moyen en $\chi 5^d 55' 30''$. Enfin dans la troisième observation, l'Equation de Jupiter étoit nulle, cette Planete étant alors assés exactement dans son Périhélie, &

par conséquent son lieu moyen étoit, de même que son vrai lieu, en γ 9^d $28'$ $7''$.

Comparant ensemble le lieu moyen de Jupiter, que l'on vient de déterminer, on trouve qu'il étoit moins avancé dans les observations modernes que dans les anciennes; dans la première de 2^d $23'$, dans la seconde de 2^d $29'$, & dans la troisième de 2^d $10'$. Si donc l'on adjoute dans la première observation 28 jours 16 heures, pendant lesquels le moyen mouvement de Jupiter a été de 2^d $24'$, dans la seconde 29 jours 22 heures, qui répondent à 2^d $29'$, & dans la troisième 26 jours 2 heures, pendant lesquels ce mouvement a été de 2^d $10'$, on trouvera que la longitude moyenne de Jupiter étoit le 10 Juin 1698 à 9^h $46'$ du matin, de la même quantité que le 15 Mai de l'année 133 à 23^h $3'$; qu'elle étoit le 25 Septembre de l'année 1701 à 6^h $34'$ du matin, de même que le 1.^{er} Septembre de l'année 136 à 4^h $10'$ du soir; & que le 29 Octobre 1702 à 7^h $9'$ du matin, elle étoit au même endroit que le 8 Octobre 137 à 3^h $18'$ du soir.

Partageant l'intervalle entre le 15 Mai de l'année 133 à 23^h $3'$ du matin, & le 10 Juin de l'année 1698 à 9^h $46'$ du matin, qui est de 1566 années communes, 41 jours moins une heure, par 132, qui est le nombre des révolutions écoulées dans cet intervalle, on aura la révolution moyenne de Jupiter, de 11 années 315^j 12^h $54'$, ce qui donne son moyen mouvement annuel, de 30^d $20'$ $33''$ $34'''$.

Partageant de même par 132, l'intervalle entre le temps des Oppositions des années 136 & 137, & celui où le lieu moyen de Jupiter s'est trouvé de la même quantité par les observations modernes, on aura par celle de l'année 136, la révolution moyenne de Jupiter, de 11 années 315^j 12^h $39'$, & son moyen mouvement annuel, de . . . 30^d $20'$ $33''$ $49'''$; & par l'observation de l'année 137, la révolution moyenne de Jupiter, de 11 années 315^j 12^h $7'$, ce qui donne son moyen mouvement annuel, de 30^d $20'$ $34''$ $24'''$.

Prenant un milieu, on aura la révolution moyenne de Jupiter autour du Soleil, de 11 années 315^j 12^h $33'$, & son moyen mouvement annuel, de . . . 30^d $20'$ $33''$ $56'''$.

CHAPITRE VII.

De la seconde Inégalité de Jupiter, & du rapport de sa distance au Soleil & à la Terre.

LA différence entre le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil & son vrai lieu vû de la Terre, est ce que nous appellons *seconde Inégalité*, comme il a été expliqué dans la théorie de Saturne, où nous avons fait voir qu'elle n'est point causée par aucune augmentation ou diminution réelle dans le mouvement de la Planete, mais seulement par sa différente situation à l'égard du Soleil & de la Terre; & qu'ainsi elle est simplement optique.

Nous avons déjà remarqué que les circonstances les plus favorables pour déterminer cette Inégalité, sont lorsque la Planete vûe de la Terre est éloignée du Soleil de près de 90 degrés; & qu'on doit aussi préférer pour cette recherche les observations qui ont été faites près des Nœuds, où le vrai lieu des Planetes sur leur Orbite étant le même que leur vrai lieu sur l'Écliptique, il n'est point nécessaire d'y employer aucune réduction.

Pour déterminer la seconde Inégalité de Jupiter, il faut employer la même méthode qui a été enseignée pour trouver celle de Saturne, dont on rapportera ici quelques exemples.

EXEMPLE I.

Le 1.^{er} Mars de l'année 1705, M. Flamsteed a observé à Greenwich le passage du centre de Jupiter par le Méridien à $6^h 13' 51''$, & sa hauteur méridienne de $61^d 9' 40''$, d'où il a conclu l'ascension droite de cette Planete, de $75^d 58' 13''$, & sa déclinaison septentrionale de $22^d 37' 40''$.

Calculant par le moyen de l'ascension droite & de la déclinaison de cette Planete, son vrai lieu vû de la Terre, on le trouve en $H 17^d 4' 27''$, avec une latitude méridionale de $0^d 13' 39''$.

Si l'on calcule aussi par les Tables Astronomiques pour le temps de cette observation, réduit au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter ou du Soleil, on le trouve en $H 28^d 3' 34''$, auquel il faut

il faut adjoûter $4' 30''$, à cause que le vrai lieu calculé étoit plus petit que celui qui a été observé de $4' 42''$ dans l'Opposition qui a précédé immédiatement cette observation, & de $3' 50''$ dans celle qui l'a suivi, & on aura le vrai lieu de Jupiter à l'égard du Soleil, corrigé par les observations, en $\text{H } 28^{\text{d}} 8' 4''$.

Retranchant de ce lieu, celui de Jupiter vû de la Terre, qui étoit en $\text{H } 17^{\text{d}} 4' 27''$, on aura l'angle TIS (Fig. 52.) qui mesuroit alors la seconde Inégalité de cette Planete, de $11^{\text{d}} 3' 37''$.

Comme Jupiter étoit alors éloigné de quelques degrés de ses Nœuds, on peut, pour une plus grande exactitude, avoir égard à la réduction de son vrai lieu à l'Écliptique, qui étoit de 10 secondes additive, ce qui donne son vrai lieu en $\text{H } 28^{\text{d}} 8' 14''$, & la seconde Inégalité de $11^{\text{d}} 3' 47''$.

Le vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps, étoit en $\text{X } 11^{\text{d}} 2' 46''$, & sa distance à la Terre, de 9922 parties, dont la moyenne est de 10000. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, qui étoit en $\text{H } 17^{\text{d}} 4' 27''$, on aura l'angle ITS entre Jupiter & le Soleil, de $96^{\text{d}} 1' 41''$.

Maintenant dans le Triangle ITS , dont l'angle TIS , qui mesure la seconde Inégalité a été trouvé de $11^{\text{d}} 3' 37''$, l'angle ITS , de $96^{\text{d}} 1' 41''$, & le côté IS , distance de la Terre au Soleil, de 9922 parties; on trouvera la distance IS de Jupiter au Soleil, de 51411 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000.

Pour déterminer présentement la distance de Jupiter au Soleil dans son Aphélie, son Périhélie, & les autres lieux de son Orbe, qui résultent de cette observation, on retranchera le lieu de l'Aphélie de Jupiter, qui étoit alors en $\text{H } 9^{\text{d}} 31' 40''$ de son vrai lieu vû du Soleil en $\text{H } 28^{\text{d}} 8' 14''$, & l'on aura son anomalie vraie de $8^{\text{d}} 18' 36' 34''$, dont retranchant 6 Signes, reste l'angle PTI (Fig. 54.) de $78^{\text{d}} 36' 34''$; & dans le Triangle TVF , dont le côté TV ou AP , qui lui a été fait égal, est de 200000, le côté FT , double de l'excentricité CT est de 9634 dans l'hypothese de Képler, & l'angle compris FTV , supplément de l'angle PTI , est de $101^{\text{d}} 23' 36''$, on trouvera l'angle FVT , de $2^{\text{d}} 40' 40''$, dont le double FIT , sera de $5^{\text{d}} 21' 20''$. Le retranchant de l'angle PTI , de $78^{\text{d}} 36' 34''$, on aura l'angle PFI , de $73^{\text{d}} 15' 14''$;

& l'on fera, comme le sinus de l'angle PFI , de $73^{\text{d}} 15' 14''$, est au sinus de l'angle PTI , de $78^{\text{d}} 36' 34''$; ainsi TI , distance de Jupiter au Soleil, qui a été trouvée de 51411, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000, est à FI , que l'on trouvera de 52641. L'ajoutant à TI , on aura TV ou AP , de 104052, dont la moitié 52026, mesure le demi-axe AC de l'Orbe de Jupiter; & l'on fera, comme AC 100000 est à CI 4817; ainsi AC 52026 est à CT , que l'on trouvera de 2506. L'ajoutant à AC , on aura la distance AT de Jupiter au Soleil dans son Aphélie, de 54532 parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000, & le retranchant de AC , on aura la distance PT de Jupiter au Soleil dans son Périhélie, de 49520.

Ces distances étant connues, on trouvera celle de Jupiter au Soleil dans tous les points de son Orbe, comme, par exemple, lorsqu'il est éloigné de son Périhélie, de 30 degrés; car dans le Triangle TDF , le côté DT ou AP étant connu de 104052, FT , de 5012, & l'angle ATD , compris entre ces côtés, de 150 degrés, l'on trouvera l'angle FDT , de $1^{\text{d}} 19' 28''$, dont le double $2^{\text{d}} 38' 56''$, mesure l'angle FRT , qui, étant retranché de l'angle PTR , de 30 degrés, donne l'angle PFR , de $27^{\text{d}} 21' 4''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle FRT , de $2^{\text{d}} 38' 56''$ est au sinus de l'angle RFT , de $27^{\text{d}} 21' 4''$; ainsi FT 5012 est à la distance RT de Jupiter au Soleil, lorsqu'il est éloigné de 30 degrés de son Périhélie, qu'on trouvera de 49825 parties dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000.

E X E M P L E I I.

Le 21 Décembre de l'année 1690, M. Flamsteed observa le passage du centre de Jupiter par le Méridien à $6^{\text{h}} 1' 45''$, & sa hauteur méridienne apparente de $37^{\text{d}} 30' 45''$, d'où il détermina l'ascension droite de cette Planete, de $1^{\text{d}} 0' 15''$, & sa déclinaison méridionale de $1^{\text{d}} 1' 55''$.

Calculant, suivant cette observation, le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, on le trouve en γ $0^{\text{d}} 30' 35''$, avec une latitude méridionale de $1^{\text{d}} 20' 46''$, une des plus grandes qu'on observe alors; ce qui fait voir que cette Planete étoit fort près du terme

de la plus grande latitude, où son vrai lieu sur son Orbite est le même que celui qu'on détermine par rapport à l'Écliptique.

Calculant pour le temps de cette observation, réduite au Méridien de Paris, le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, on le trouve en γ $12^{\text{d}} 4' 28''$, éloigné seulement d'environ 3 degrés de son Périhélie, qui est un des points qu'il faut principalement déterminer. Retranchant de ce lieu 5 minutes, à cause de la correction qui résulte des Oppositions qui ont précédé & suivi cette observation, on aura le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, corrigé, en γ $11^{\text{d}} 59' 28''$, dont il faut retrancher son vrai lieu vû de la Terre en γ $0^{\text{d}} 30' 35''$, pour avoir l'angle *TIS* (Fig. 52.) qui mesure la seconde Inégalité de Jupiter, de $11^{\text{d}} 28' 53''$.

Le vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps, étoit en γ $0^{\text{d}} 27' 41''$, & sa distance à la Terre, de 9831 parties dont la moyenne est de 10000.

Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, qui étoit en γ $0^{\text{d}} 30' 35''$, on aura l'angle *STI*, de $90^{\text{d}} 2' 54''$, fort approchant de 90 degrés, où la seconde Inégalité est la plus grande; & l'on fera, comme le sinus de l'angle *TIS*, de $11^{\text{d}} 28' 53''$ est au sinus de l'angle *STI*, de $90^{\text{d}} 2' 54''$; ainsi *ST* 9831 est à *SI*, distance de Jupiter au Soleil, réduite à l'Écliptique, qu'on trouvera de 49388.

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle *STI*, de $90^{\text{d}} 2' 54''$ est au sinus de l'angle *IST*, de $78^{\text{d}} 28' 13''$, supplément à deux droits des angles *STI* & *SIT*; ainsi le sinus de l'angle *RTI*, latitude de Jupiter vû de la Terre, qui a été observée de $1^{\text{d}} 20' 46''$ est au sinus de l'angle *RSI*, latitude de cette Planete vû du Soleil, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 19' 8''$; & dans le Triangle *SIR*, rectangle en *I*, on fera, comme le sinus du complément de l'angle *RSI*, que l'on vient de trouver de $1^{\text{d}} 19' 8''$ est au sinus total; ainsi *SI*, que l'on a trouvé de 49388 parties, est à la distance *SR* de Jupiter au Soleil sur son Orbite, qu'on trouvera de 49400.

Maintenant dans le Triangle *FVT* (Fig. 54.) dont le côté *TV* ou *AP* est supposé de 200000 parties, *FT*, de 9634, & l'angle *ATI*, supplément à quatre droits de l'anomalie vraie de Jupiter, est de $177^{\text{d}} 18' 37''$, on trouvera l'angle *TVF*, de $0^{\text{d}} 7' 25''$,

dont le double mesure l'angle TIF , de $0^d 14' 50''$. Le retranchant de l'angle PTI , de $2^d 41' 23''$, on aura l'angle PFI , de $2^d 26' 33''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle PFI , de $2^d 26' 33''$ est au sinus de l'angle PTI , de $2^d 41' 23''$; ainsi $TI 49400$ est à $FI 54398$, qui, étant adjointé à TI , donne la grandeur de l'axe AP , de 103798 , dont la moitié AC est de 51899 parties, plus petit de 127 parties que par la comparaison précédente.

On fera enfin, comme $AC 100000$ est à $CT 4817$; ainsi $AC 51899$ est à $CT 2500$, qui, étant adjointé à AC , donne AT , distance de Jupiter au Soleil dans son Aphélie, de 54399 , & qui, étant retranché de AC , donne la distance PT de Jupiter à son Périhélie, de 49399 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000 .

E X E M P L E I I I.

Le 24 Mai de l'année 1731, on a observé à Paris, le passage du centre de Jupiter par le Méridien, à $6^h 10' 29''\frac{1}{2}$, temps vrai, & sa hauteur méridienne apparente de $53^d 25' 45''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Jupiter, vû de la Terre, qui résulte de cette observation, on le trouve en $\mp 1^d 0' 36''$, avec une latitude septentrionale de $1^d 11' 48''$.

Le vrai lieu de Jupiter, vû du Soleil sur son Orbite, calculé pour le même temps par notre théorie, étoit en $\mp 1^d 46' 24''$, dont retranchant 22 secondes pour la réduction à l'Écliptique qui convient à la distance de ses Nœuds, qui étoit alors de $64^d 4'$, on aura le vrai lieu de Jupiter, réduit à l'Écliptique, qui est mesuré par l'angle DSI (Fig. 52.) de $161^d 46' 2''$. Retranchant de ce lieu, celui de Jupiter vû de la Terre, qui est mesuré par l'angle CTI , de $151^d 0' 36''$, on aura l'angle TIS , qui mesure la seconde Inégalité de Jupiter, de $10^d 45' 26''$.

Le vrai lieu du Soleil, calculé pour le même temps, étoit en $\text{H} 2^d 56' 20''$, & sa distance à la Terre, de 10139 .

Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Jupiter vû de la Terre en $\mp 1^d 0' 36''$, on aura l'angle STI , de $88^d 4' 16''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle TIS , de $10^d 45' 26''$, est au sinus de l'angle STI , de $88^d 4' 16''$; ainsi $ST 10139$ est à SI ,

distance de Jupiter au Soleil, réduite à l'Ecliptique, qu'on trouvera de 54291.

On fera ensuite, comme le sinus de l'angle STI , de $88^{\text{d}} 4' 16''$ est au sinus de l'angle IST , de $81^{\text{d}} 10' 18''$; ainsi le sinus de l'angle RTI , latitude de Jupiter, observée de la Terre, de $1^{\text{d}} 11' 48''$ est au sinus de l'angle RSI , latitude de cette Planete vû du Soleil, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 10' 57''$, & comme le sinus du complément de cet angle est au sinus total; ainsi SI , que l'on a trouvé de 54291, est à la distance SR de Jupiter au Soleil sur son Orbite, que l'on trouvera de 54301.

Retrachant du vrai lieu de Jupiter vû du Soleil sur son Orbite en m $11^{\text{d}} 46' 24''$, le lieu de son Aphélie, qui étoit en ϵ $9^{\text{d}} 56' 48''$, on aura la distance à son Aphélie, de $11^{\text{d}} 1^{\text{d}} 49' 36''$, & l'angle ATL (Fig. 54.) de $28^{\text{d}} 10' 24''$; & dans le Triangle FOT , dont le côté TO ou AP , est supposé de 200000, le côté FT , de 9634, & l'angle FTO , compris entre ces côtés, est de $28^{\text{d}} 10' 24''$, on trouvera l'angle TOF , de $1^{\text{d}} 21' 38''$, dont le double mesure l'angle TLF , de $2^{\text{d}} 43' 16''$. L'adjoûtant à l'angle ATL , de $28^{\text{d}} 10' 24''$, on aura l'angle AFL , de $30^{\text{d}} 53' 40''$, & l'on fera, comme le sinus de l'angle AFL , de $30^{\text{d}} 53' 40''$, est au sinus de l'angle ATL , de $28^{\text{d}} 10' 24''$; ainsi TL 54301 est à FL , qu'on trouvera de 49932, & qui, étant adjouûté à TL , donne la grandeur de l'axe AP , de 104233, dont la moitié AC est de $52116\frac{1}{2}$, plus grande de 217 parties que par le second exemple, & de 90 que par le premier.

On fera enfin, comme AC 100000 est à CT 4817; ainsi AC , que l'on vient de trouver de 52116, est à CT , que l'on trouvera de 2510. L'adjoûtant à AC , on aura la distance AT de Jupiter au Soleil dans son Aphélie, de 54626 parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000, & le retrachant de AC , on aura la distance PT de Jupiter au Soleil dans son Périhélie, de 49606.

C H A P I T R E V I I I .

Des Nœuds de Jupiter.

DANS les observations de Jupiter, que l'on a rapportées, on a pû remarquer que cette Planete, dans le cours de sa révolution autour du Soleil, ne suit pas exactement l'Écliptique, mais qu'elle s'en éloigne de part & d'autre, avec une latitude méridionale ou septentrionale, qui, vûe de la Terre, peut monter à près de $1^{\text{d}} 40'$.

Cette apparence fait connoître que la révolution de Jupiter autour du Soleil, de même que celle de Saturne, ne se fait pas sur le plan de l'Écliptique, mais sur une Orbite particulière, qui lui est inclinée, & qui, étant supposée un grand Cercle de la Sphere, doit la couper en deux points diamétralement opposés, qu'on appelle *Nœuds*.

Pour déterminer immédiatement le vrai lieu de ces Nœuds, sans emprunter aucun élément, il seroit nécessaire non-seulement que Jupiter se trouvât sur le plan de l'Écliptique, mais aussi que dans le même temps il fût en Opposition avec le Soleil, auquel cas son vrai lieu vû de la Terre, seroit le même que le vrai lieu de son Nœud. Mais comme ces deux circonstances ne peuvent se rencontrer que très-rarement, & que dans le grand nombre d'Oppositions que l'on a rapportées, il ne s'en est trouvé aucune où la latitude ait été moindre de $7' 29''$ vers le Nord, nous employerons dans cette recherche, d'autres méthodes à peu près semblables à celles que l'on a indiquées pour déterminer les Nœuds de Saturne, & dont il suffira de rapporter ici quelques exemples.

E X E M P L E I .

Le 2 Juin de l'année 1705, la latitude de Jupiter a été observée de $2' 10''$ vers le Midi.

Le 2 Juillet suivant, on l'a trouvée de $1' 51''$ vers le Nord.

Prenant la somme de ces latitudes, on aura $4' 1''$, & l'on fera, comme $4' 1''$ sont à la première latitude, qui étoit de $2' 10''$; ainsi l'intervalle entre le temps de ces observations, qui est de 30 jours, est à 16 jours, qui, étant adjoints au 2 Juin 1705, donnent le temps du passage de Jupiter par l'un de ses Nœuds, le 18 Juin de l'année 1705. Calculant pour ce temps le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, on le trouvera en $\ominus 7^d 17'$, qui est le vrai lieu de son Nœud ascendant, parce que sa latitude étoit méridionale dans la première observation.

Par les observations des 11 & 21 Septembre de l'année 1681, faites dans le temps que la latitude de Jupiter étoit méridionale, & du 17 Octobre suivant, lorsque cette latitude étoit septentrionale, on trouve que Jupiter a passé par son Nœud ascendant le 2 Octobre de l'année 1681, temps auquel le vrai lieu de ce Nœud, qui est le même que celui de Jupiter vû du Soleil, étoit en $\ominus 7^d 24' 54''$.

Enfin, par d'autres observations des 15, 24 & 28 Août de l'année 1693, on trouve que Jupiter est arrivé à son Nœud ascendant le 13 Août à 16 heures après midi, & que le vrai lieu de ce Nœud étoit à $7^d 40' 20''$ de l'Ecrevissé.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura le vrai lieu du Nœud de Jupiter à $7^d 27'$ de l'Ecrevissé pour l'année 1693, temps moyen entre les observations des années 1681 & 1705.

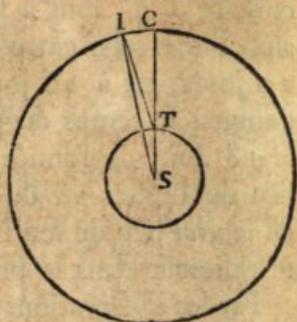
E X E M P L E I I.

Le 12 Décembre de l'année 1704, l'Opposition de Jupiter avec le Soleil a été observée à Paris à $18^h 50'$, le vrai lieu de cette Planète étant en $\text{H} 21^d 26' 2''$, avec une latitude australe de $0^d 28' 10''$.

L'Opposition suivante est arrivée le 14 Janvier de l'année 1706 à $16^h 2'$, en $\ominus 24^d 40' 40''$, la latitude de Jupiter étant de $0^d 29' 56''$ vers le Nord.

La distance de Jupiter au Soleil, au temps de la première observation, étoit à la distance de la Terre au Soleil, comme 51144 est à 9839, & dans la seconde observation, comme 52566 est à 9840.

Dans le Triangle STI , dont le côté IS mesure dans la première observation, la distance de Jupiter au Soleil, le côté TS , la distance de la Terre au Soleil, & l'angle ITS , compris entre ces côtés, est de $179^{\text{d}} 31' 50''$, supplément de la latitude australe de Jupiter, observée de $0^{\text{d}} 28' 10''$; on aura l'angle TSI , qui mesure la latitude de Jupiter, vûe du Soleil dans la première observation, de $0^{\text{d}} 22' 45''$. On trouvera de la même manière la latitude de Jupiter, vûe du Soleil dans la seconde observation, de $0^{\text{d}} 24' 20''$.



On peut, pour éviter le calcul de ces Triangles, prendre la différence entre les distances du Soleil à la Terre & à Jupiter, qu'on trouvera dans la première Opposition, de 41305, & dans la seconde, de 42726; & faire, comme 51144 est à 41305; ainsi $28' 10''$, latitude de Jupiter, vûe de la Terre, est à $22' 45''$, qui mesurent la vraie latitude de Jupiter, dans la première observation: & comme 52566 est à 42726; ainsi $29' 56''$, sont à $24' 20''$, qui mesurent la vraie latitude de Jupiter dans la seconde observation.

On fera ensuite, comme $47' 5''$, somme des deux latitudes que l'on vient de trouver, sont à $22' 45''$; ainsi $33^{\text{d}} 14' 18''$, ou $1994' 18''$, mouvement vrai de Jupiter dans l'intervalle entre les deux Oppositions, sont à $963' 36''$, ou $16^{\text{d}} 3' 36''$, qui, étant adjoints au vrai lieu de Jupiter dans la première Opposition, qui étoit en $\text{H } 21^{\text{d}} 26' 22''$, donnent le lieu de son Nœud boréal en $\text{S } 7^{\text{d}} 29' 58''$, qui est ascendant, à cause que dans la première observation, la latitude de Jupiter étoit australe, & qui diffère peu du véritable, à cause que la latitude de Jupiter étoit à peu près égale dans les deux Oppositions.

E X E M P L E I I I.

Le 14 Juin de l'année 1699, l'Opposition de Jupiter avec le Soleil a été observée à Paris à $10^{\text{h}} 8'$ du soir, le vrai lieu de cette Planete étant en $\rightarrow 23^{\text{d}} 52' 42''$, avec une latitude boréale de $0^{\text{d}} 23' 7''$.

L'Opposition

L'Opposition suivante est arrivée le 19 Juillet de l'année 1700 à $16^h 40'$, en $\propto 27^d 16' 22''$, la latitude de Jupiter étant de $0^d 33' 36''$ vers le Midi.

La distance de Jupiter au Soleil étant à la distance de la Terre au Soleil dans la première observation, comme 52588 à 10162, & dans la seconde observation, comme 51151 à 10158; on fera, comme 52588 est à 42426; ainsi $23' 7''$, sont à $18' 39''$, latitude de Jupiter vûe du Soleil dans la première observation, & comme 51151 est à 40993; ainsi $33' 36''$, sont à $26' 57''$, latitude de Jupiter vûe du Soleil dans la seconde observation.

Comme dans ces deux Oppositions, la latitude de Jupiter n'est pas égale de part & d'autre, on supposera l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, de $1^d 19' 20''$ (on pourroit la prendre de quelques minutes plus ou moins, sans erreur sensible), & l'on fera, comme le sinus de $1^d 19' 20''$ est au sinus de $0^d 18' 39''$; ainsi le sinus total est au sinus de $13^d 35' 51''$, distance de Jupiter à son Nœud dans la première observation: on fera aussi, comme le sinus de $1^d 19' 20''$ est au sinus de $0^d 26' 57''$; ainsi le sinus total est au sinus de $19^d 51' 27''$, distance de Jupiter à son Nœud dans la seconde observation. Joignant ensemble ces deux distances, on aura $33^d 27' 18''$, qui excèdent de $3' 38'$ la quantité du mouvement vrai de Jupiter entre les deux Oppositions, qui est de $33^d 23' 40''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $33^d 27' 18''$, ou $2007' 18''$, sont à $33^d 23' 40''$, ou $2003' 40''$; ainsi $13^d 35' 51''$, ou $815' 51''$, sont à $814' 0''$, ou $13^d 34' 0''$, qui, étant adjoutés au vrai lieu de Jupiter dans la première Opposition, qui étoit en $\rightarrow 23^d 52' 42''$, donnent le vrai lieu de son Nœud en $\propto 7^d 26' 42''$, qui est ascendant, à cause que dans la première observation la latitude de Jupiter étoit boréale.

Pour trouver le temps du passage de Jupiter par ce Nœud, on fera, comme $33^d 23' 40''$, ou $2003' 40''$, sont à $13^d 34' 0''$, ou $814' 0''$; ainsi $400^j 6^h 32'$, intervalle entre les deux observations, sont à $162^j 14^h$, qui, étant adjoutés au 14 Juin 1699 à 10 heures du soir, donnent le temps de ce passage le 24 Novembre 1699 à midi.

Ayant employé de la même manière la latitude de Jupiter, observée dans ses Oppositions avec le Soleil le plus près de ses

Nœuds, on a trouvé par les observations des années 1680 & 1682, le lieu du Nœud boréal, en \varnothing 7^d 45' 22",

1692 & 1694, Nœud boréal ou ascendant \varnothing 7 10 45,

1699 & 1700, Nœud austral ou descendant \wp 7 27 0,

1704 & 1706, Nœud boréal \varnothing 7 29 0,

1711 & 1712, Nœud austral \wp 7 58 50,

1716 & 1718, Nœud boréal \varnothing 7 46 20,

1723 & 1724, Nœud austral \wp 7 33 46,

1728 & 1730, Nœud boréal \varnothing 7 45 22.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura le vrai lieu du Nœud ascendant de Jupiter, en l'année 1705, en \varnothing 7^d 37' 50".

C H A P I T R E I X.

De l'Inclinaison de l'Orbite de Jupiter par rapport à l'Ecliptique.

ON sçait que tous les grands Cercles de la Sphere se coupent en deux points diamétralement opposés, & que leur plus grand éloignement, qui est à la distance de 90 degrés de ces points de part & d'autre, mesure l'inclinaison de ces Cercles; ainsi connoissant le lieu des Nœuds de Jupiter, qui a été trouvé au 8.^{me} degré de l'Ecrevisse & du Capricorne, on aura les limites de sa plus grande latitude au 8.^{me} degré de la Balance & du Bélier, qui se rencontrent assés près du lieu où se trouvent présentement l'Aphélie & le Périhélie de cette Planete.

Pour trouver immédiatement l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, il faudroit avoir des observations où Jupiter étant dans les termes de sa plus grande latitude, c'est-à-dire, au 8.^{me} degré du Bélier & de la Balance, se trouvât en même temps à égale distance du Soleil & de la Terre, ce qui arrive lorsqu'il se trouve éloigné du Soleil, de 2 Signes & 25 degrés; car alors sa latitude observée de la Terre, doit être la même que

sa latitude vûe du Soleil, qui est celle que l'on cherche. Mais comme ces observations sont très-rares, & que peut-être il ne s'en est trouvée aucune en pareil cas, il faut avoir recours à d'autres observations, entre lesquelles on préférera celles qui ont été faites lorsque Jupiter étoit près de ses moyennes distances, & en même temps le plus éloigné qu'il soit possible de l'un de ses Nœuds, où sa latitude doit être la plus grande.

E X E M P L E I.

Le 21 Décembre de l'année 1690 à 6^h 2' du soir à Greenwich, c'est-à-dire, à 6^h 11' à Paris, l'ascension droite de Jupiter a été observée par Flamsteed, de 1^d 0' 15", & sa déclinaison australe de 1^d 1' 55".

Calculant par le moyen de ces observations le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, on le trouve à 0^d 30' 35" du Bélier, avec une latitude australe de 1^d 20' 47". Le vrai lieu du Soleil étoit, suivant nos Tables, à 0^d 28' du Capricorne, éloigné de celui de Jupiter, de 2^f 29^d 58'.

Le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil étoit, suivant notre théorie, à 12^d 4' 28" du Bélier, éloigné d'environ 3 Signes & 4 degrés de son Nœud ascendant; ce qui rend cette observation très-favorable pour cette recherche, puisque Jupiter étoit près de ses moyennes distances à l'égard du Soleil, & en même temps peu éloigné des limites de sa plus grande latitude.

Prenant la différence entre le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre & le vrai lieu du Soleil, on aura l'angle *ITS* (*Fig. 52.*) de 90^d 2'. Prenant aussi la différence entre le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil & le vrai lieu de la Terre, qui est à l'opposite du Soleil, en 0^d 28' de l'Ecrevisse, on aura l'angle *TSI*, qui mesure la distance de Jupiter à la Terre, vûe du Soleil, de 78^d 24' 0"; & l'on fera, comme le sinus de l'angle *ITS*, de 90^d 2' est au sinus de l'angle *TSI*, de 78^d 24' 0"; ainsi le sinus de la latitude de Jupiter, observée de 1^d 20' 47" est au sinus de sa latitude vûe du Soleil au temps de l'observation, qu'on trouvera de 1^d 19' 8".

On fera ensuite, comme le sinus de la distance de Jupiter vû du Soleil à son Nœud ascendant, qui étoit alors de 85^d 22' est au sinus de sa latitude vûe du Soleil, qu'on a trouvée de 1^d 19' 8";

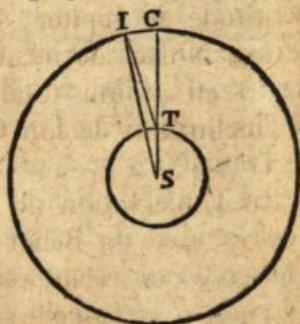
ainsi le sinus total est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter, ou de sa plus grande latitude, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 19' 23''$.

E X E M P L E I I.

Le 28 Mars 1661, Jupiter étant, suivant Hevelius, à $8^{\text{d}} 58'$ de la Balance, en Opposition avec le Soleil, éloigné seulement d'environ un degré & demi de la plus grande distance de cette Planete à ses Nœuds, sa latitude fut observée de $1^{\text{d}} 38' 25''$ vers le Midi.

Jupiter étoit alors près de son Aphélie où sa distance IS au Soleil est de 54535 parties, dont la distance moyenne du Soleil à la Terre est de 10000. La distance TS du Soleil à la Terre, étoit en même temps de 9998 de ces parties, le Soleil étant alors éloigné d'un peu plus de 3 Signes de son Apogée: c'est pourquoi

dans le Triangle ITS , dont le plan est perpendiculaire sur l'Orbite de Jupiter, à cause que cette Planete étoit vers les termes de sa plus grande latitude, on fera, comme IS 54535 est à TS 9998; ainsi le sinus de l'angle ITS ou ITC , observé de $1^{\text{d}} 38' 25''$, est au sinus de l'angle TIS , qu'on trouvera de $18' 2''$, & qui, étant retranché de l'angle ITC , de 1^{d}



$38' 25''$, donne l'angle ISC , qui mesure la latitude véritable de Jupiter, de $1^{\text{d}} 20' 23''$, qui ne diffère pas sensiblement de l'inclinaison de son Orbite, à cause que cette Planete n'étoit éloignée que d'un degré & demi des limites de sa plus grande latitude, ce qui ne peut causer qu'une différence de 2 secondes.

Comme dans l'observation d'Hevelius, que nous venons de rapporter, on a déterminé le lieu de Jupiter par la distance de cette Planete à diverses Étoiles fixes, ce qui, à moins d'une très-grande précision, peut causer des erreurs très-considérables dans la détermination de sa latitude, principalement lorsque ces Étoiles sont peu éloignées de l'Écliptique; nous avons examiné l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter, qui résulte des observations plus modernes, où l'on a déterminé la latitude de cette Planete par le moyen de son ascension droite & de sa déclinaison, entre

lesquelles on a choisi les Oppositions qui se sont trouvées le plus près des limites de la plus grande latitude de Jupiter.

Le 2 Avril de l'année 1673, l'Opposition de Jupiter a été observée à Paris, le lieu de cette Planete étant à $13^{\text{d}} 19'$ de la Balance, éloigné d'environ 3 Signes & 6 degrés de son Nœud ascendant, avec une latitude boréale de $1^{\text{d}} 37' 15''$.

Jupiter étoit alors éloigné de son Aphélie, de $4^{\text{d}} 18'$, ou sa distance à la Terre étoit de 54528, peu différente de celle que l'on avoit trouvée dans l'observation précédente.

Le Soleil étoit éloigné de son Apogée, de $3^{\text{f}} 6^{\text{d}} 21'$, ou sa distance à la Terre étoit de 9990, à peu-près de même qu'en l'année 1661.

On fera donc, comme 54528 est à 9990; ainsi $1^{\text{d}} 37' 15''$ est à $17' 49''$, qui, étant retranchées de $1^{\text{d}} 37' 15''$, donnent la latitude de Jupiter, de $1^{\text{d}} 19' 26''$, à la distance de $3^{\text{f}} 6^{\text{d}}$ de son Nœud ascendant. On fera enfin, comme le sinus de $84^{\text{d}} 0'$ est au sinus total; ainsi le sinus de $1^{\text{d}} 19' 26''$ est au sinus de l'inclinaison de son Orbite avec l'Écliptique, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 19' 52''$.

Par l'observation du 16 Septembre 1690, où Jupiter étoit à $4^{\text{d}} 5' 40''$ du Bélier, on a trouvé sa latitude australe de $1^{\text{d}} 39' 40''$, qui, étant réduite à sa latitude vûe du Soleil, donne $1^{\text{d}} 19' 31''$, à laquelle adjôutant 10 secondes, à cause que Jupiter étoit éloigné de 3 degrés des limites de sa plus grande latitude, on aura l'inclinaison de son Orbite de $1^{\text{d}} 19' 41''$.

Par l'observation du 2 Octobre 1702, où Jupiter étoit assés exactement dans son Périhélie à $9^{\text{d}} 27' 37''$ du Bélier, & à 3 Signes & 2 degrés de son Nœud, on a trouvé sa plus grande latitude, ou la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^{\text{d}} 19' 4''$.

Par l'observation du 8 Octobre 1714, où Jupiter étoit à $14^{\text{d}} 53'$ du Bélier, éloigné de 3 Signes & 7 degrés de son Nœud descendant, on a trouvé la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^{\text{d}} 18' 53''$.

Par l'observation du 20 Mars 1720, où Jupiter étoit à $0^{\text{d}} 43'$ de la Balance, éloigné de 2 Signes & 23 degrés de son Nœud descendant, on a trouvé la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^{\text{d}} 20' 14''$.

Enfin, par l'observation du 13 Octobre 1726, où Jupiter étoit à $20^{\text{d}} 4'$ du Bélier, éloigné de 3 Signes 12 degrés $\frac{1}{2}$ de son Nœud descendant, on a trouvé la plus grande inclinaison de son Orbite, de $1^{\text{d}} 19' 20''$.

Comparant ensemble toutes ces observations, on aura l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique,

Par l'Opposition de l'année 1661, de	$1^{\text{d}} 20' 23''$,
par celle de 1673, de	$1 19 52$,
par celle de 1690, de	$1 19 41$,
par celle de 1702, de	$1 19 4$,
par celle de 1714, de	$1 18 53$,
par celle de 1720, de	$1 20 14$,
par celle de 1726, de	$1 19 20$.

Prenant un milieu, on aura l'inclinaison de l'Orbite de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, de $1^{\text{d}} 19' 38''$, plus grande de 15 secondes que celle que nous avons déterminée par le premier exemple, de $1^{\text{d}} 19' 23''$.

C H A P I T R E X.

Du Mouvement des Nœuds de Jupiter.

AYANT connu le lieu des Nœuds de Jupiter, & la plus grande inclinaison de son Orbite avec l'Ecliptique, il reste présentement à déterminer le mouvement de ses Nœuds.

Ptolemée (*Almageste, liv. 13. chap. 1.*) rapporte que les termes les plus septentrionaux de l'Orbite de Jupiter, répondoient alors au commencement de la Balance, le lieu de son Nœud ascendant étoit donc alors, selon lui, au commencement du signe de l'Ecrevisse. Nous l'avons trouvé en 1693 (*Voy. p. 439.*) à $7^{\text{d}} 27'$ du même signe. Le mouvement du Nœud de Jupiter a donc été dans l'espace de 1560 années, depuis Ptolemée jusqu'à nous, de $7^{\text{d}} 27'$, ce qui est à raison de $28' 39''$ en 100 ans, & de $17'' 12'''$ par année.

Comme Ptolemée ne rapporte point les observations qu'il a faites pour déterminer la situation des Nœuds de cette Planete,

qu'il a placés au commencement d'un Signe, sans marquer les degrés, ni les minutes, nous employerons pour cette recherche la Conjonction de Jupiter avec l'Étoile Δ de l'Écrevisse, qui est la plus ancienne observation de Jupiter dont on nous ait conservé la mémoire, & qui, suivant ce que nous avons déjà remarqué, est arrivée le 3 Septembre de l'année 240 avant Jesus-Christ, à 16 heures au Méridien de Paris; la latitude des Étoiles fixes étant censée invariable, il ne doit y avoir d'autre erreur dans cette observation, que celle qui pourroit être causée par la lumière de Jupiter, qui a pû faire perdre de vûe cette Étoile, quoiqu'elle ne fût pas précisément en Conjonction avec cette Planete.

M. Maraldi a remarqué dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1706, qu'au lieu de 4 minutes de latitude méridionale que presque tous les Catalogues donnent à cette Étoile, elle en a une septentrionale de 3 minut. $\frac{1}{2}$, ce qui s'accorde à quelques secondes près au Catalogue des Étoiles fixes de M. Flamsteed, imprimé depuis, en 1712, où il attribue à cette Étoile une latitude septentrionale de 3' 46".

Jupiter, qui fut observé en Conjonction avec cette Étoile fixe, étoit donc alors près d'un de ses Nœuds, ce qui rend cette observation très-favorable pour cette recherche, parce qu'alors le mouvement des Planetes en latitude est beaucoup plus sensible que dans toute autre situation à l'égard des Nœuds.

Le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil étoit, comme on le verra au Chapitre suivant, à 27^d 12' des Gemeaux, éloigné seulement de 10 degrés du lieu de son Nœud ascendant, tel qu'il résulte des observations modernes; ainsi à moins que le mouvement de son Nœud n'eût été dans cet intervalle, de près de 6 Signes, Jupiter devoit être alors près de son Nœud ascendant, qu'il avoit déjà passé, sa latitude vûe de la Terre, qui étoit la même que celle de Jupiter, étant de 3' 30" vers le Nord.

L'angle de la distance de la Terre à Jupiter vû du Soleil, étoit au temps de cette observation, de 109^d 47' 30", & l'angle de la distance du Soleil à Jupiter vû de la Terre, de 60^d 44' 30": c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de l'angle *STI* (Fig. 52.) de 60^d 44' 30" est au sinus de l'angle *TSI*, de 109^d 47' 30"; ainsi 3' 30", latitude de Jupiter au temps de sa Conjonction avec

l'Etoile de l'Ecreviffe, font à $3' 46''\frac{1}{2}$, qui mesurent la latitude vûe du Soleil. On fera ensuite, comme le sinus de $1^d 19' 40''$, inclinaison de l'Orbite de Jupiter, est au sinus total; ainsi $3' 46''$ font à $2^d 42' 58''$, qui, étant retranchées du vrai lieu de Jupiter, qui étoit à $27^d 12'$ des Gemeaux, à cause que cette Planete avoit passé son Nœud ascendant, donnent le vrai lieu de ce Nœud à $24^d 29'$ des Gemeaux. Nous l'avons trouvé en l'année 1693, (*Voy. p. 439.*) à $7^d 27'$ de l'Ecreviffe. Le mouvement des Nœuds de Jupiter, dans l'intervalle de 1933 années a donc été de $12^d 58'$, ce qui est à raison de $40' 15''$ en 100 années, & de $24'' 9'''$ par année, plus grand de 7 secondes que celui que nous avons déterminé par les observations de Ptolemée.

Examinons présentement quel est le mouvement des Nœuds qui résulte de l'observation de Jupiter du 26 Septembre de l'année 508, rapportée par Bouillaud, où cette Planete se trouva en Conjonction avec le Cœur du Lion, dont elle étoit éloignée de 3 doigts vers le Septentrion.

Le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en $\Omega 0^d 10'$, éloigné de $22^d 43'$ du lieu où l'on a déterminé son Nœud ascendant en 1693.

La latitude du Cœur du Lion étant de $26' 38''$ vers le Nord, si l'on y adjoute 3 doigts ou $7' 30''$, dont Jupiter étoit plus boréal que cette Etoile, on aura la latitude de cette Planete pour le temps de cette observation, de $34' 8''$ vers le Nord, ce qui montre que Jupiter avoit alors passé son Nœud ascendant.

L'angle de la distance de la Terre à Jupiter vû du Soleil, étoit alors de $114^d 19'$, & celui de la distance de Jupiter au Soleil vû de la Terre, de $56^d 47''$: c'est pourquoi l'on fera, comme le sinus de l'angle *STI*, de $56^d 47'$ est au sinus de l'angle *TSI*, de $114^d 19'$; ainsi $34' 8''$ sont à la latitude de Jupiter vû du Soleil, qu'on trouvera de $37' 11''$. On fera ensuite, comme le sinus de $1^d 19' 40''$, inclinaison de l'Orbite de Jupiter, est au sinus total; ainsi la latitude de Jupiter vû du Soleil, qui est de $37' 11''$ est à la distance de cette Planete au Nœud ascendant, que l'on trouvera de $27^d 49' 0''$, & qui, étant retranchée de $4^d 0^d 10'$, vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, donne le vrai lieu de son Nœud le 26 Septembre de l'année 508, à $2^d 21'$ de l'Ecreviffe,

l'Écreviffe, moins avancé de $5^d 6'$ que celui que nous avons trouvé en l'année 1693; d'où l'on tire son mouvement de $25' 49''$ en 100 années, & de $15'' 30'''$ en une année, plus petit de 9 secondes que celui que nous avons trouvé par la comparaison précédente.

M. Bouillaud qui employe cette observation pour déterminer le mouvement des Nœuds de Jupiter, suppose que la latitude boréale de Jupiter étoit plus grande d'un doigt, ou de $2' 30''$, qu'elle n'a été déterminée, parce que, selon lui, l'étenduë de la lumière a diminué la vraie distance qu'il y avoit entre ces deux Étoiles, & supposant la latitude du Cœur du Lion, de $26' 30''$, & le lieu du Nœud en 1637, à $8^d 52' 10''$ de l'Écreviffe, il détermine son mouvement de $41' 2'' 26'''$ en 100 années, & de $24'' 37'''$, $28'''$ en une année, peu différent de celui que nous avons trouvé par les observations des Chaldéens, que nous avons cru devoir préférer à celle de l'année 508, parce que Jupiter étant près de son Nœud, son mouvement en latitude étoit plus sensible, joint à ce que l'erreur qu'il peut y avoir dans la détermination du Nœud étant partagée par un plus grand nombre d'années, en cause une moins considérable dans la quantité de son mouvement.

CHAPITRE XI.

Des Observations de Jupiter, faites hors de ses Oppositions.

APRÈS avoir ainsi déterminé les éléments de la théorie de Jupiter, nous avons cru devoir examiner ce qui résulte des observations anciennes de cette Planete, faites hors des Oppositions de Jupiter avec le Soleil, ce que nous avons jugé d'autant plus nécessaire, que ces éléments se trouvent différents de ceux qui ont été établis sur les mêmes observations par d'autres célèbres Astronomes, principalement par rapport au mouvement de l'Aphélie de cette Planete.

La plus ancienne de ces observations est, comme nous l'avons marqué ci-dessus, arrivée le 3 Septembre de l'année 240 avant

Jesus-Christ, à 16^h 8' au Méridien de Paris, dans laquelle Jupiter parut en Conjonction avec l'Etoile ♃ de l'Ecreviffe.

Le moyen mouvement annuel de Jupiter ayant été déterminé de 30^d 20' 34" 5", nous avons choisi pour époque de ces moyens mouvements, l'Opposition de Jupiter, observée par Ptolemée le 1.^{er} Septembre de l'année 136 après Jesus-Christ, que nous avons préférée aux deux autres, non-seulement parce que le moyen mouvement qui en résulte, s'accorde plus précisément à celui que nous avons déterminé, que parce qu'elle est arrivée près du Périhélie de Jupiter, où l'Equation de son Orbe est plus petite que dans les autres observations; de sorte que l'erreur qui peut être causée par l'excentricité de cet Orbe, supposée trop grande ou trop petite, y doit être moins sensible.

Suivant cette observation, le vrai lieu de Jupiter étoit le 1.^{er} Septembre de l'année 136 à 4^h 10' du soir, en \times 7^d 47' 35", & son lieu moyen en \times 8^d 24' 43".

Entre cette observation & celle du 3 Septembre de l'année 240 avant Jesus-Christ, à 16^h 8', il y a 376 années Juliennes moins 21 12^h, auxquelles il répond 8^r 16^d 30' 3" de moyen mouvement, lesquels étant retranchés de \times 8^d 24' 43", lieu moyen de Jupiter dans l'Opposition de l'année 136, donnent le lieu moyen de Jupiter le 3 Septembre de l'année 240 avant Jesus-Christ, à 16^h 8' du soir, en H 21^d 54' 40".

L'Aphélie de Jupiter ayant été déterminé pour la fin de l'année 136, à 15^d 12' de la Vierge, & le mouvement annuel de cet Aphélie, de 57" 10", on trouvera qu'au temps de l'observation de l'année 240 avant Jesus-Christ, l'Aphélie de Jupiter étoit à 8^d 20' 50" de la Vierge, qui, étant retranchés du lieu moyen de cette Planete en H 21^d 54' 40", donnent la distance à son Aphélie, de 9^r 13^d 33' 50", avec laquelle on trouvera l'Equation de son Orbe, de 5^d 17' 16", qu'il faut adjoûter à son lieu moyen pour avoir le vrai lieu de Jupiter vû du Soleil, en H 27^d 11' 56", qui diffère de son vrai lieu vû de la Terre, à cause que cette Planete étoit alors éloignée de près de 3 Signes de son Opposition avec le Soleil. On cherchera donc par le moyen du rapport de la distance de Jupiter au Soleil & à la Terre, que l'on a déterminée ci-devant, la seconde Equation de cette Planete,

que l'on trouvera de $9^d 28' 0''$, qui, étant adjointe à son vrai lieu vû du Soleil en $\text{H } 27^d 11' 56''$, donne son vrai lieu vû de la Terre, en $\text{S } 6^d 39' 56''$, duquel, pour une plus grande précision, il faut retrancher 7 secondes pour avoir son vrai lieu réduit à l'Écliptique, en $\text{S } 6^d 39' 49''$.

Le vrai lieu de l'Étoile Δ de l'Écrevisse, qui est le même que celui de Jupiter qui a paru l'éclipser, étoit, suivant ce que nous avons marqué ci-dessus, en $\text{S } 6^d 49' 56''$.

Ainsi le calcul du vrai lieu de Jupiter, qui résulte de nos observations & de celles de Ptolemée, ne diffère que de 10 minutes de son vrai lieu observé par les Chaldéens, ce qui est d'une assez grande précision, puisque cette Étoile qui n'est pas fort lumineuse, pouvoit être cachée par les rayons de Jupiter, quoiqu'elle en fût éloignée de quelques minutes: que d'ailleurs on a été obligé d'employer la seconde Inégalité de cette Planete, dans laquelle il peut y avoir quelque erreur; & qu'enfin on a supposé dans cette recherche le mouvement des Étoiles fixes, d'un degré en 70 ans, qu'on n'a pas pu déterminer avec assez de précision, pour qu'on puisse s'assurer de quelques minutes dans l'intervalle de près de 2000 années.

Quelque accord que nous venions de trouver entre les observations de Jupiter les plus reculées & les plus modernes, en supposant le moyen mouvement annuel de cette Planete, de $30^d 20' 34'' 5'''$, & celui de son Aphélie, de $0' 57'' 10'''$, cependant ces deux éléments diffèrent assez considérablement de ceux que M. Bouillaud a établis dans son *Astronomie Philolaïque*, où il détermine le moyen mouvement annuel de Jupiter, de $30^d 20' 32'' 11'''$, & celui de son Aphélie, de $1' 29'' 11'''$; & ce qui paroît singulier, est qu'il employe ces deux mouvements pour représenter avec assez de précision l'observation des Chaldéens, qui a été faite 240 ans avant Jesus-Christ, dans laquelle il suppose le lieu moyen de Jupiter en $\text{H } 22^d 46' 5''$, plus grand de $51' 25''$ que celui que nous avons trouvé, & celui de son Aphélie, en $\text{Q } 21^d 40' 15''$, moins avancé de $16^d 40' 35''$ que suivant notre détermination.

Comme les éléments dont il se sert, se trouvent assez conformes à ceux de quelques Astronomes qui l'ont suivi, j'ai cru devoir

examiner la méthode qu'il a employée pour cette recherche.

Dans le septième Livre, où il traite des mouvements de Jupiter, il essaye de déterminer (*Chap. 1.*) la première Inégalité de cette Planète, & suppose le moyen mouvement de Jupiter, qui répond à l'intervalle entre quatre observations faites par Tycho, à raison de $3^{\text{d}} 20' 32''$ par année, sans donner la méthode dont il s'est servi pour déterminer ce moyen mouvement, qu'il a, selon les apparences, tiré des Tables Rodolphines, comme il l'avoit fait à l'égard de Saturne.

Il fait la même supposition pour déterminer dans le Chapitre suivant, le lieu moyen de Jupiter & celui de son Aphélie pour le temps de son Opposition avec le Soleil, qui est arrivée, selon lui, le 23 Avril de l'année 1591 à $19^{\text{h}} 0'$, Jupiter étant en $\eta 13^{\text{d}} 10'$, & que nous avons trouvée, suivant notre calcul, le 23 Avril 1591 à $19^{\text{h}} 6'$, en $\eta 13^{\text{d}} 7' 20''$.

Il essaye ensuite de déterminer dans le septième Chapitre, le mouvement de l'Aphélie de Jupiter, & employe principalement pour cette recherche une observation de Jupiter, faite hors de son Opposition avec le Soleil, qui, comme nous l'avons marqué ci-dessus, est arrivée le 26 Septembre de l'année 508 après Jesus-Christ, à 16 heures après midi, dans laquelle cette Planète parut en Conjonction avec le Cœur du Lion, dont elle étoit éloignée de 3 doigts vers le Septentrion.

Le vrai lieu du Cœur du Lion, qui est le même que celui de Jupiter, étoit alors, selon lui, en $\Omega 8^{\text{d}} 49' 54''$, & il trouve que pour représenter exactement cette observation, il faut donner à l'Aphélie de cette Planète un mouvement de $1^{\text{d}} 30' 44''$ par année.

Employant ce mouvement de l'Aphélie, il détermine pour le temps de l'observation de l'année 240 avant Jesus-Christ, le vrai lieu de Jupiter à $6^{\text{d}} 44' 48''$ de l'Ecrevisse, moins avancé de $21' 12''$ que le vrai lieu de l'Etoile, avec laquelle cette Planète étoit en Conjonction, qu'il a déterminé à $7^{\text{d}} 6'$ de l'Ecrevisse.

Comme cette différence de $21' 12''$ entre le vrai lieu calculé & celui qui a été observé, lui paroît trop grande, il tâche de concilier ces deux observations, en ajoutant $5' 27''$ au lieu moyen de Jupiter dans la première observation, & supposant le lieu de son Aphélie en $\Omega 22^{\text{d}} 29' 1''$, plus avancé de $48' 46''$

qu'il ne l'avoit trouvé; au moyen desquelles corrections il détermine dans la première observation de l'année 240 avant Jesus-Christ, le vrai lieu de Jupiter vû de la Terre, en \varnothing 6^d $53'$, éloigné seulement de 13 minutes du vrai lieu de l'Étoile Δ de l'Ecrevisse, avec laquelle il étoit en Conjonction. Dans la seconde observation de l'année 508, il trouve le vrai lieu de Jupiter, en Ω 8^d $58'$ $43''$, plus avancé seulement de $8' 49''$ que le Cœur du Lion, avec lequel il étoit en Conjonction.

Sur ce fondement, il établit le moyen mouvement annuel de Jupiter, de 30^d $20'$ $32''$ $11'''$ $9''''$, & celui de son Aphélie, de $1' 29''$ $2'''$ $15''''$ $18''''''$.

Quoique suivant nos éléments, nous ayons représenté la première de ces observations avec plus de précision que ne l'a fait M. Bouillaud, nous ne jugeons pas par cela seul, que notre méthode soit préférable à la sienne, puisque, comme nous l'avons déjà remarqué, il n'est pas possible de pouvoir s'assurer d'une précision de quelques minutes, tant dans l'observation d'une Conjonction d'une Étoile fixe avec une Planete, faite à la vûe simple, que dans la quantité du mouvement des Étoiles fixes pendant un si long intervalle de temps.

Nous avons donc examiné de quelle manière le moyen mouvement de Jupiter & celui de son Aphélie que nous avons établi, représentent l'observation de la Conjonction de Jupiter avec le Cœur du Lion, qui est arrivée le 26 Septembre de l'année 508 à 16 heures après midi.

Le lieu moyen de Jupiter étoit alors en \varnothing 25^d $47' 0''$, & celui de son Aphélie en η 20^d $27' 0''$; d'où l'on trouve son vrai lieu vû du Soleil en Ω 0^d $8' 1''$, auquel il faut adjoûter la seconde Inégalité, qui étoit de 8^d $53' 45''$, pour avoir le vrai lieu de Jupiter sur son Orbite en Ω 9^d $1' 46''$, & par rapport à l'Ecliptique, en Ω 9^d $1' 19''$, plus avancé de 22 minutes $\frac{1}{2}$ que celui qui résulte de l'observation; le vrai lieu du Cœur du Lion, qui devoit être le même que celui de Jupiter, étant alors, suivant nos déterminations, en Ω 8^d $38' 45''$.

Suivant M. Bouillaud, il n'y a que 9 minutes de différence entre le vrai lieu de Jupiter calculé, & celui qu'il attribue au Cœur du Lion lorsqu'il étoit en Conjonction avec Jupiter; mais

cette différence est de 20 minutes, si l'on employe le vrai lieu de cette Étoile, tel que nous l'avons déterminé.

Les moyens mouvements de Jupiter & de l'Aphélie de son Orbe, établis par M. Bouillaud, représentent donc cette observation un peu plus exactement que les nôtres, & mériteroient par conséquent de leur être préférés s'ils s'accordoient de même aux autres observations, & si l'on pouvoit s'assurer de l'exactitude de cette observation, qui est sans le nom de l'Auteur, & où l'on a marqué seulement que Jupiter parut si proche du Cœur du Lion, qu'il n'en étoit éloigné que de 3 doigts vers le Septentrion, étant alors à sa moindre distance de cette Étoile fixe.

Mais comme il pourroit y avoir de grands inconvénients de former quelque doute sur l'exactitude d'une observation lorsqu'elle ne s'accorde point à nos hypothèses, nous avons examiné de quelle manière les mouvements que M. Bouillaud attribué à Jupiter & à l'Aphélie de son Orbe, représentent les observations de Ptolemée.

Il ne paroît point que M. Bouillaud, dans sa théorie de Jupiter ait fait aucune mention de ces observations, qui paroissent cependant mériter une attention particulière: car quoiqu'on ne puisse pas s'assurer qu'elles ayent été faites avec toute la précision possible par le défaut des instruments dont Ptolemée s'est servi, on peut compter avec certitude sur le temps auquel elles sont marquées, comme je l'ai fait voir au commencement de ce Traité, ce qui est une des conditions nécessaires pour la comparaison exacte des observations.

Nous avons donc calculé, suivant les éléments de M. Bouillaud, le vrai lieu de Jupiter pour le temps des Oppositions observées par Ptolemée, & nous avons trouvé que dans la première le vrai lieu de Jupiter étoit à $23^{\text{d}} 36'$ du Scorpion, plus grand seulement de 14 minutes qu'il n'a été déterminé; que dans la seconde il étoit à $10^{\text{d}} 1'$ des Poissons, plus avancé de $2^{\text{d}} 13'$; & que dans la troisième il étoit à $16^{\text{d}} 28'$ du Bélier, plus avancé aussi de $2^{\text{d}} 9'$ que suivant Ptolemée.

Les différences entre ces deux dernières observations, & ce qui résulte du calcul, sont si grandes, qu'il seroit difficile de les attribuer à quelques erreurs dans les observations de Ptolemée, puisqu'on

n'en trouve aucune de semblable, ni même qui en approche dans les autres observations que cet Astronome nous a laissées.

Pour ne rien négliger de ce qui peut contribuer à cette recherche, nous avons aussi examiné une observation de Jupiter, faite par Ptolemée hors de son Opposition, qui, comme nous l'avons marqué (p. 414.) est arrivée le 10 Juillet de l'année 139 à 17^h 0' au Méridien d'Alexandrie, le vrai lieu de Jupiter étant en H 15^d 45'.

Ayant calculé cette observation suivant nos éléments, on trouve que le lieu moyen de Jupiter étoit alors en H 5^d 6' 49", son Aphélie en M 14^d 32' 21", sa première Equation de 5^d 29' 48" additive, son vrai lieu vû du Soleil en H 10^d 36' 37", & son vrai lieu vû de la Terre en H 16^d 11' 23", plus avancé de 26 minutes que suivant la détermination de Ptolemée.

Comme il avoit observé le lieu de Jupiter par rapport à l'Œil du Taureau, nous avons examiné la situation qu'il donne à cette Étoile dans son Catalogue des Étoiles fixes, qu'il a calculé pour le commencement de l'Empire d'Antonin, qui se rapporte à l'année 138 après Jesus-Christ.

Dans ce Catalogue, la longitude d'*Aldebaran* y est marquée à 12^d 40' du Taureau. Y adjouçant une minute pour le mouvement propre des Étoiles fixes jusqu'au 10 Juillet de l'année 139, on aura la longitude de cette Étoile pour le temps de cette observation, en 8 12^d 41', éloignée de 3^d 4' du lieu de Jupiter, que Ptolemée avoit comparé avec cette Étoile, & c'est cette différence qu'il a dû trouver, supposant son observation exacte.

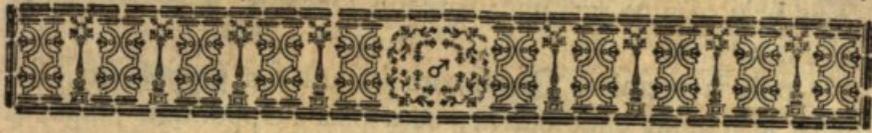
La longitude d'*Aldebaran*, suivant nos Tables, étoit au commencement de l'année 1710, en H 5^d 45' 40", dont retranchant 22^d 26' pour le mouvement des Étoiles fixes dans l'espace de 1570 années, depuis le 10 Juillet de l'année 139 jusqu'au 1.^{er} Janvier de l'année 1710, on aura la longitude d'*Aldebaran* au temps de l'observation de Jupiter, en H 13^d 19' 32", plus grande de 38 minutes $\frac{1}{2}$ que suivant Ptolemée. Adjouçant à cette longitude 3^d 4', différence entré le lieu d'*Aldebaran* & celui de Jupiter, observé par Ptolemée, on trouve que le vrai lieu de Jupiter auroit dû être le 3 Juillet de l'année 136 après Jesus-Christ, en H 16^d 23' 30", éloigné seulement de 12 minutes de celui que nous avons trouvé par nos Tables, en H 16^d 11' 23".

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Jupiter, suivant les éléments de M. Bouillaud, on le trouve en $\text{H } 17^{\text{d}} 2'$, éloigné de $1^{\text{d}} 17'$ de celui que Ptolémée a marqué dans son Almageste, & de 38 minutes de son vrai lieu corrigé.

Dans cette observation, Jupiter étoit près de sa moyenne distance, où, supposant son Aphélie plus ou moins avancé de quelques degrés que suivant les éléments de M. Bouillaud & les nôtres, cela ne peut causer qu'une petite différence dans la détermination de son vrai lieu; ainsi il faut rejeter la plus grande partie de l'erreur sur la quantité du moyen mouvement de Jupiter, ou l'attribuer au défaut d'exactitude dans l'observation de Ptolémée, dans une distance d'environ 3 degrés, qui étoit alors entre Jupiter & l'Œil du Taureau.

Ainsi on ne peut admettre les hypothèses de M. Bouillaud, sans rejeter entièrement les observations de Ptolémée; au lieu que, supposant le moyen mouvement de Jupiter & celui de son Aphélie, tels que nous les avons déterminés, on peut représenter ces observations avec une précision suffisante.





LIVRE SIXIÈME.

DE MARS.

MARS est la première des trois Planètes supérieures, c'est-à-dire, celle qui, dans le Systeme de Ptolemée & de Tycho, est placée immédiatement au de-là du Soleil, & dans le Systeme de Copernic, est placée entre l'Orbe de la Terre & celui de Jupiter, plus éloignée du Soleil que la Terre, mais plus proche du Soleil que Jupiter & Saturne.

Lorsque Mars se trouve dans son Opposition avec le Soleil, il est, de même que les autres Planètes supérieures, plus près de la Terre que dans ses Conjonctions, & sa distance apparente varie si considérablement, qu'il se trouve quelquefois sept fois plus proche de la Terre dans ses Oppositions que dans ses Conjonctions; d'où il arrive qu'on le voit dans de certains temps fort petit & peu lumineux, au lieu que dans d'autres il paroît si grand & si éclairé, qu'on l'a pris souvent pour une nouvelle Étoile.

Son diamètre apparent, observé de la Terre lorsqu'il en est le plus proche, est de 30 secondes, & il ne paroît que de 11 second. lorsque sa distance est égale à la moyenne de la Terre au Soleil.

CHAPITRE I.

Du Globe de Mars, & de sa Révolution autour de son axe.

COMME Mars ne se rencontre jamais entre la Terre & le Soleil, on ne le voit jamais en Croissant, comme la Lune, Venus & Mercure. On remarque seulement par les Lunettes, que son disque prend une figure ovale, depuis ses Conjonctions avec le Soleil jusqu'à la première Quadrature, auquel temps il paroît

M m m

à peu-près comme la Lune dans son Décours, trois jours avant son Plein.

Depuis la première Quadrature jusqu'à son Opposition, son disque se remplit entièrement, & depuis l'Opposition jusqu'à la seconde Quadrature, il est de nouveau en Décours, comme dans la première Quadrature. Enfin depuis la seconde Quadrature jusqu'à la Conjonction il reprend sa figure ronde.

Toute la surface de Mars a des Taches aussi grandes à proportion que celles de la Lune.

On commence à les distinguer évidemment depuis la première Quadrature jusqu'à la seconde, pendant lequel temps il passe par son Opposition avec le Soleil, où il est le plus près de la Terre. Dans les autres temps il en est trop éloigné & trop petit en apparence pour qu'on puisse les appercevoir. Ces Taches conservent long-temps la même figure lorsqu'elles sont dans la même exposition à l'égard de la Terre, & on peut les reconnoître par des marques particulières, sans prendre l'une pour l'autre.

On a trouvé par ce moyen qu'elles ont un mouvement apparent d'Orient en Occident, suivant lequel elles retournent au même endroit de son disque dans l'espace de 24 heur. & 40 minut. ce qui est une preuve de la révolution de Mars autour de son axe dans le même espace de temps.

L'axe de ce mouvement paroît un peu incliné à l'Orbite de Mars, & faire une révolution semblable à celle de l'axe du globe du Soleil autour des Poles de l'Ecliptique, de sorte que le Pole boréal & le Pole austral se rencontrent successivement dans son disque apparent.

Les Taches de Mars furent découvertes en l'année 1666, par mon Pere, qui remarqua d'abord qu'elles paroissoient retourner au même endroit du disque apparent de Mars, où on les avoit d'abord apperçûes, ce qui lui fit reconnoître que cette Planete faisoit sa révolution autour de son axe.

Dès le 6 Février au matin, il commença à voir deux Taches obscures, & le 24 Février, il en apperçut deux autres semblables aux premières, mais plus grandes.

Ayant depuis continué ses observations, il remarqua que ces Taches qui étoient dans les deux hémispheres opposés, avoient

un mouvement de l'Orient vers l'Occident, & revenoient enfin à la même situation dans laquelle il avoit commencé à les voir.

Il fit graver plusieurs figures qui représentent les différentes positions dans lesquelles on a vû ces Taches, entre lesquelles on a marqué dans la première figure le disque de Mars, tel qu'il fut observé à Bologne le 24 Février au soir, & dans la seconde le disque opposé, tel qu'il parut le 3 Mars au soir, par une Lunette de Campani, de 16 pieds & demi.

Il apperçut quelquefois dans une même nuit les deux faces de Mars, l'une le soir, & l'autre le matin, & remarqua enfin que ces Taches revenoient le lendemain dans la même situation, 40 minutes plus tard que le jour précédent; de manière qu'après 36 ou 37 jours, elles retournoient à la même place, environ à la même heure.

Quelques autres Astronomes qui avoient eu part des premières observations des Taches de Mars, faites à Bologne, ayant publié à Rome les observations qu'ils avoient faites de ces Taches, depuis le 24 jusqu'au 30 Mars 1666, avec des Lunettes de Divini, de 16 pieds & de 30 pieds, jugèrent que Mars faisoit sa révolution en 13 heures. Mais les observations que mon Pere fit dans la suite, le confirmèrent dans le sentiment où il étoit, que Mars n'acheve sa révolution qu'en 24 heures 40 minutes, & qu'ainsi il falloit que ceux qui avoient assuré qu'il faisoit son tour en 13 heures, n'en eussent pas bien distingué les deux faces. Il eut soin aussi d'avertir que lorsqu'il détermine le temps de la révolution de Mars, il n'entend pas parler de la révolution moyenne, mais seulement de celle qu'il a observée pendant que Mars étoit opposé au Soleil, laquelle est la plus petite de toutes.

Cette révolution de Mars fut confirmée en 1670, par les observations que mon Pere fit à Paris, des mêmes Taches qu'il avoit vûes à Bologne, quatre années auparavant.

On a continué à les voir sous diverses figures dans les Oppositions suivantes, & elles furent observées plusieurs jours de suite en 1706, par M. Maraldi, qui remarqua que ces Taches n'étoient pas toujours bien terminées, & qu'elles changeoient souvent de figure, non-seulement d'une Opposition à l'autre, mais même dans l'espace d'un mois; que cependant il ne laissoit pas d'y avoir

des Taches d'une assés longue durée pour pouvoir être observées pendant un espace de temps suffisant pour déterminer leurs révolutions.

Entre les différentes Taches que M. Maraldi observa en 1704, il y en avoit une en forme de bande vers le milieu de son disque, à peu près comme une de celles que l'on voit dans Jupiter; elle n'environnoit pas tout le globe de Mars, mais elle étoit interrompue, comme il arrive quelquefois aux bandes de Jupiter, & occupoit seulement un peu plus de l'hémisphere de Mars, ce que l'on reconnut en observant cette Planete à différentes heures de la même nuit, & aux mêmes heures de différents jours. Cette bande n'étoit pas par-tout uniforme, mais à 90 degrés ou environ de son extrémité occidentale, elle faisoit un coude avec une éminence dirigée vers son hémisphere septentrional; ce fut cette pointe ou éminence qui, étant assés bien terminée contre l'ordinaire des Taches des Planetes, servit à vérifier sa révolution.

On apperçut la bande dès le mois d'Août, mais on ne distingua cette éminence qu'au mois d'Octobre; elle arriva au milieu du disque de Mars le 14 de ce mois à 10^h 24', le 15 à 11^h 9', le 16 à 11^h 38', & le 17 à 12^h 18'. Par la comparaison de ces observations, les retours de la même Tache au milieu de Mars ne paroissent pas précisément égaux, & il y a quelques minutes de différence, ce que l'on doit attribuer à la difficulté de déterminer exactement le milieu; mais en comparant l'observation du 14 Octobre avec celle du 17, entre lesquelles il y a trois révolutions, on trouve le retour de la Tache au milieu de l'hémisphere apparent de Mars, de 24^h 38'. On continua de voir cette Tache jusqu'au 22 Novembre, qu'elle arriva au milieu de Mars à 11^h 5'. Si on compare cette observation avec celle qui fut faite le 14 Octobre à 10^h 24', on trouve entre ces observations, 39 jours & 41 minutes, qui, étant partagés par le nombre des révolutions dûes à cet intervalle, qui est de 38, donnent un jour & 39 minutes pour chacune, à une minute près de celle qui avoit été déterminée d'abord par mon Pere.

Cette Tache n'étoit pas alors la seule qu'on apperçût dans Mars, on vit le 16 Octobre à 7 heures du soir, près des deux poles de la révolution de cette Planete, deux Taches claires qui avoient

été observées plusieurs fois depuis l'année 1666, on en apperçut aussi quelques-unes, mais beaucoup plus foibles, tant vers le Midi que vers le Septentrion.

Enfin on en a vû depuis ce temps-là jusqu'à présent, un grand nombre & de différentes figures, telles qu'elles ont été dessinées dans les Journaux des observations, & dont il seroit trop long de donner ici le détail.

C H A P I T R E I I.

Des Mouvements de Mars.

LA révolution de Mars autour du Soleil s'acheve en moins de deux années, pendant lesquelles il paroît, de même que Jupiter & Saturne, avoir successivement un mouvement direct, stationnaire & rétrograde, avec la différence que dans sa rétrogradation, il parcourt dans le Ciel des arcs plus grands par rapport aux Étoiles fixes. On le voit alors fort grand & lumineux, se distinguant facilement des Étoiles fixes. Il diminue ensuite de lumière & de grandeur, jusqu'à se confondre avec les autres Étoiles les moins brillantes. Il ne paroît pas toujours avec le même éclat dans le temps de ses Oppositions avec le Soleil, où il doit paroître le plus grand; ce qui fait voir que non-seulement dans le cours d'une révolution, il s'approche & s'éloigne beaucoup de la Terre, mais qu'il s'en approche plus ou moins dans ses différentes révolutions.

Ce fut la considération des mouvements de cette Planete, qui donna lieu à Képler de composer son excellent Traité de l'Astronomie nouvelle ou de la Physique Céleste, dans lequel il établit des hypotheses nouvelles pour représenter les Orbes des Planetes, qui ont été reçues de la plupart des Astronomes qui l'ont suivi; ainsi il est d'une grande importance pour l'Astronomie, d'examiner avec tout le soin possible la théorie de cette Planete, ce qui nous est d'autant plus facile que depuis cet Astronome, nous en avons un grand nombre d'observations, tant à Paris qu'en Angleterre & à Dantzick, faites avec une grande précision, par le moyen desquelles on peut vérifier l'exactitude de ses hypotheses.

Il seroit inutile d'entreprendre avec Képler, de réfuter ici les anciennes hypothèses des Excentriques, des Epicycles, & de la Solidité des Cieux, cela étoit nécessaire du temps de Képler, où ces opinions étoient encore en quelque vigueur. Copernic, qui avoit combattu l'immobilité de la Terre, ne s'étoit pas débarrassé des Epicycles, il les avoit au contraire entassés les uns sur les autres pour expliquer les inégalités que l'on apperçoit dans le mouvement des Planetes sur leurs Orbes; & ces hypothèses étoient nécessaires, comme le démontre Képler, dans le sentiment de ceux qui soutenoient encore les Orbes solides. Tycho au contraire ayant démontré que les Cieux ne pouvoient point être solides, puisqu'ils étoient traversés par les Cometes, prétendoit que les Planetes décrivoient par leurs révolutions, des Cercles excentriques à la Terre, tels cependant que le moyen mouvement se faisoit autour d'un point qui étoit hors du centre de ce cercle. Mais Képler fit voir l'absurdité de ce Systeme, & combien il répugnoit aux loix naturelles du mouvement, qu'un Corps céleste se mût inégalement autour d'un Cercle parfait, de manière cependant qu'il parût avoir une vitesse égale autour d'un point qui fût éloigné du centre de ce Cercle.

Quelle attention, dit-il, ne seroit-il pas nécessaire d'attribuer au moteur de cette Planete pour luy faire décrire un Cercle exact autour d'un centre imaginaire, avec des degrés de vitesse, tels qu'elle parût décrire des arcs égaux autour d'un autre centre qui ne seroit pas celui de la Terre!

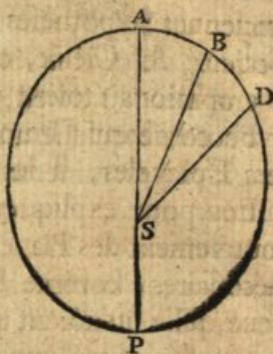
Ayant donc considéré que l'Orbe de la Planete de Mars avoit une plus grande excentricité que les deux autres Planetes supérieures, il la crut plus propre à son dessein, & établit son hypothese, suivant laquelle il fit voir que les Planetes ne décrivoient point des Orbes circulaires, mais des Ellipses telles que plaçant à l'un des foyers le Soleil, qu'il regardoit comme le centre & le principe de tous les mouvements des Corps célestes, & tirant de ce foyer des rayons à la Planete en différents points de son Orbe, les aires comprises entre ces rayons, fussent proportionnelles aux temps que cette Planete avoit employé à parcourir les arcs compris entre ces aires; c'est-à-dire, que supposant le Soleil en *S* au foyer de l'Ellipse *ABP*, que la Planete décrit par son

mouvement propre, & plaçant cette Planete successivement aux points *D*, *B*, *A*, l'aire *ASB* fût à l'aire *BSD*, comme le temps que la Planete a employé à parcourir l'arc *AB*, est au temps qu'il a employé à décrire l'arc *BD*.

Cette hypothese a été adoptée par les plus grands Philosophes de notre temps, qui, quoique fort différents dans leurs premiers principes, se sont tous réunis pour démontrer qu'elle étoit conforme aux loix des mouvements. Il seroit difficile d'ajouter quelque chose de nouveau à ce qui a été écrit sur cette matière; mais nous pouvons toujours, ce qui est essentiel à l'Astronomie que nous traitons, examiner si elle est conforme aux observations: car en vain on voudroit nous prouver par des raisons physiques, l'excellence d'une hypothese qui se trouveroit contraire à nos propres observations; au lieu que si elles s'y trouvent conformes, elles contribuent beaucoup à valider les principes sur lesquels elle a été établie.

Pour établir la théorie de Mars, nous commencerons nos recherches, de même que nous l'avons pratiqué dans les théories de Saturne & de Jupiter, en examinant d'abord les temps où la Planete de Mars s'est trouvée en Opposition avec le vrai lieu du Soleil, parce que la Terre, le Soleil & la Planete étant alors dans une même direction, c'est le seul temps où le vrai lieu de la Planete vû du Soleil est le même que son vrai lieu vû de la Terre. On auroit pû y adjoûter par la même raison le temps de leurs Conjonctions, mais on sçait qu'elles sont alors cachées par le disque du Soleil, ou effacées par sa lumière, qui est trop grande pour qu'on puisse les appercevoir.

Ptolemée, qui faisoit mouvoir le Soleil autour de la Terre sur un Cercle excentrique qu'il décrivait par un mouvement égal autour du centre de ce Cercle, regardant, pour ainsi dire, ce centre comme celui de l'Univers, avoit cru qu'il étoit nécessaire de lui comparer les mouvements des Corps célestes, & dans cette opinion, il avoit déterminé le vrai lieu des Planetes par rapport au moyen mouvement du Soleil. Tycho ayant suivi Ptolemée



dans la comparaison des Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, Képler démontra que cette méthode étoit sujette à erreur, & qu'il falloit se servir des Oppositions des Planetes avec le vrai lieu du Soleil, & non pas avec le moyen.

Peut-être qu'une autorité aussi respectable que celle de Tycho, l'engagea à examiner avec soin ce sentiment pour en montrer l'erreur.

Pour nous, sans employer les démonstrations de Képler, il nous suffira de dire que nous avons besoin pour notre théorie, de connoître la véritable situation d'une Planete à l'égard de l'Ecliptique, telle qu'elle est vûe du Soleil qui est au foyer de son Orbe; que lorsqu'elle est en Opposition avec le lieu moyen du Soleil, son vrai lieu vû de la Terre n'est pas le même que son vrai lieu vû du Soleil, à moins que le Soleil ne se trouve en même temps dans son Apogée & son Périgée, ce qui n'arrive que rarement; & qu'ainsi les Oppositions des Planetes avec le lieu moyen du Soleil, nous donnent de fausses positions de ces Planetes, qui nous jetteroient dans l'erreur, si l'on n'avoit soin de les réduire au vrai lieu du Soleil.

Nous avons vû dans la théorie de Saturne, que l'intervalle d'une Opposition à l'autre, n'est que d'une année & quelques jours, & dans celle de Jupiter, d'une année & un mois. A l'égard de Mars, il employe l'espace de près de deux années à retourner à son Opposition, de sorte que les observations en étant moins fréquentes, on n'en peut avoir qu'un plus petit nombre pour les comparer ensemble.

Son mouvement en récompense est beaucoup plus prompt que celui de Saturne & de Jupiter, ce qui nous donne l'avantage de le pouvoir déterminer avec plus de précision par nos propres observations, pour les comparer ensuite avec les plus anciennes.

Pour suivre la méthode que nous nous sommes prescrite, qui est de ne rien supposer de ce que l'on peut trouver par des observations immédiates, nous commencerons par déterminer le temps que Mars employe à faire sa révolution autour du Soleil, par le moyen de deux Oppositions qui se suivent immédiatement.

Le 21 Avril de l'année 1715, l'Opposition de Mars avec le Soleil, a été déterminée à Paris à 11^h 0' du soir, cette Planete étant à 1^d 9' 30" du Scorpion.

L'Opposition

L'Opposition suivante a été observée le 11 Juin 1717 à 9^h 11' du soir, Mars étant à 20^d 37' 15" du Sagittaire.

Dans l'intervalle entre ces deux Oppositions, il y a deux années, dont l'une est bissextile, & l'autre commune, plus 50ⁱ 22^h 11'. pendant lequel temps, Mars a décrit une révolution entière autour du Soleil, plus 49^d 27' 45": c'est pourquoi l'on fera, comme 409^d 27' 45", sont à 360 degrés; ainsi 731ⁱ 22^h 11', sont à la révolution de Mars autour du Soleil, qu'on trouvera de 687ⁱ 11^h 15', ou d'une année commune, 322ⁱ 11^h 15'.

Cet intervalle mesurerait la révolution moyenne de Mars, si cette Planete étoit retournée dans son Opposition de l'année 1717, au même point de l'Écliptique où elle étoit dans la précédente, ou, plus exactement, si la distance à son Aphélie avoit été la même dans ces deux Oppositions, parce qu'alors la quantité de son moyen mouvement seroit égale à son mouvement vrai. Mais comme cette Planete étoit dans l'Opposition de l'année 1717, plus avancée qu'en 1715, de 49 degrés, par son mouvement propre, qui diffère du moyen plus ou moins, suivant la différente distance à son Aphélie, nous n'employerons cette période que pour reconnoître le nombre des révolutions qui se sont écoulées entre des observations plus reculées, choisissant d'abord celles où Mars s'est trouvé de part & d'autre à peu-près au même lieu de l'Écliptique.

Entre ces observations, nous en trouvons une qui est arrivée le 11 Avril de l'année 1683 à 0^h 10' après midi, Mars étant à 21^d 41' 30" de la Balance.

Le 5 Avril 1730, l'Opposition de Mars avec le Soleil fut déterminée à 7^h 4' du soir, cette Planete étant à 15^d 43' 36", du même Signe. Il y a dans cet intervalle, 47 années, dont 11 bissextiles, moins 5ⁱ 17^h 6', qui font 17160ⁱ 6^h 54'; les partageant par la période de la révolution de Mars, trouvée ci-dessus de 687 jours, on a 25 révolutions, ce qui fait voir que cette Planete avoit parcouru 25 révolutions dans l'intervalle entre les observations des années 1683 & 1730.

On fera donc, comme 25 révolutions de 360 degrés chacune, moins 5^d 57' 54", différence entre le lieu de Mars dans les Oppositions des années 1683 & 1730, sont à 17160ⁱ 6^h 54'; ainsi 360 degrés sont à la révolution de Mars autour du Soleil, qu'on

trouvera de 687ⁱ 2^h, un peu plus petite que par la première comparaison. Partageant 360 degrés par ce nombre de jours, on aura le moyen mouvement journalier de Mars, de 31' 26" $\frac{1}{2}$.

Comme les deux Oppositions que nous venons de comparer ensemble, sont arrivées en deux lieux de l'Ecliptique, éloignés l'un de l'autre de près de 6 degrés, le moyen mouvement que l'on vient d'en déduire, ne peut être exact qu'au cas que l'Equation de Mars ait été la même dans les deux observations; c'est pourquoi nous examinerons ce qui résulte des observations les plus reculées, comparées aux nôtres.

La plus ancienne de ces observations est celle que Ptolemée rapporte (*Almageste, liv. 10. chap. 9.*) qui est arrivée, selon lui, l'année 52 depuis la mort d'Alexandre, & 476 depuis Nabonassar, le 20.^{me} du mois d'*Athir*, le matin du 21.^{me} jour suivant, dans laquelle Mars parut être au dessus & fort près de l'Etoile boréale du Front du Scorpion, qui, selon lui, étoit éloigné de 6^d 20' du Cœur de cette Constellation, & qu'il jugeoit devoir être au temps de cette observation, à 2^d 15' de ce Signe.

Cette observation réduite à nos Epoques & au Méridien de Paris, se rapporte au 17 Janvier de l'année 272 avant Jesus-Christ, à 16 heures après midi.

Le vrai lieu du Soleil, suivant nos Tables, étoit alors à 24^d du Capricorne, éloigné de celui de Mars, de 2^f 22^d; d'où il suit que cette observation ne peut pas être employée immédiatement pour déterminer les moyens mouvements de cette Planete.

Nous avons donc examiné les autres observations de Mars, faites près de ses Oppositions avec le Soleil, que Ptolemée rapporte (*Almageste, liv. 10. chap. 7.*) dont la première est arrivée la 15.^{me} année d'Hadrien, le 26.^{me} jour du mois de *Tyby*, à 3 heures du soir, Mars étant à 21^d 0' des Gemeaux, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

La seconde est arrivée la 19.^{me} année d'Hadrien, le 6 du mois de *Pharmuthi*, à 9 heures du soir, Mars étant à 28^d 50' du Lion, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

La troisième, la seconde année d'Antonin, le 12.^{me} du mois d'*Epiphi*, à 10 heures du soir, Mars étant à 2^d 34' du Sagittaire, en Opposition avec le lieu moyen du Soleil.

Comme les Epoques dont se sert Ptolemée, pour déterminer le temps de ces observations, sont les mêmes que celles qui sont rapportées dans la théorie de Saturne & de Jupiter, dont nous avons fait voir la correspondance avec les nôtres, nous avons réduit le temps de ces observations à l'Epoque de Jesus-Christ & à notre Méridien, qui est plus occidental que celui d'Alexandrie, de $1^h 52'$, & nous avons trouvé que la première observation se rapporte au 14 Décembre de l'année 130 après Jesus-Christ, à $11^h 8'$ à Paris, la seconde au 19 Février de l'année 135 à $7^h 8'$, & la troisième au 26 Mai de l'année 139 à $8^h 8'$.

Képler, dans l'examen qu'il fait de ces observations de Ptolemée, fait voir que l'on ne peut pas compter tout-à-fait sur leur exactitude. Il juge même par la manière dont il s'est servi pour déterminer la situation des Etoiles fixes, qu'elles étoient alors plus avancées de 30 minutes qu'il ne les a marquées; & qu'ainsi on doit avancer d'autant le lieu de Mars, qui a été observé à l'égard des Etoiles fixes. Il suppose aussi qu'il y a quelques corrections à faire, tant au lieu de l'Apogée du Soleil qu'à son excentricité, & dans ces différentes suppositions, il calcule le vrai lieu de l'Opposition de Mars avec le vrai lieu du Soleil, employant le lieu moyen du Soleil, tel que l'a marqué Ptolemée.

Pour nous, dans l'incertitude où nous sommes de la correction qu'il y auroit à faire au lieu de Mars déterminé par Ptolemée, nous le supposons tel qu'il l'a marqué; mais comme nous connoissons les mouvements du Soleil & les autres éléments de sa théorie avec beaucoup plus d'exactitude que ne l'a fait Ptolemée, nous employons le lieu moyen du Soleil & celui de son Apogée, tels qu'ils résultent de cette théorie pour le temps de ces anciennes observations, & supposant l'excentricité de son Orbe invariable, telle qu'on l'observe présentement, nous avons calculé le temps & le vrai lieu de l'Opposition de Mars avec le vrai lieu du Soleil, que nous avons trouvé dans la première observation, être arrivée le 13 Décembre de l'année 130 après Jesus-Christ, à $11^h 48'$ à Paris, Mars étant à $21^d 22' 50''$ des Gemeaux.

Dans la seconde le 19 Février 135 à 4 heures. à $29^d 40'$ du Lion.

Et dans la troisième le 26 Mai de l'année 139 à $9^h 1'$, à $2^d 53' 0''$ du Sagittaire.

Pour comparer ces observations aux nôtres, & en déduire le moyen mouvement de Mars avec toute l'exaétitude requise, il faudroit, comme on l'a remarqué dans les théories précédentes, déterminer d'abord le vrai lieu de l'Aphélie de Mars, tant dans les observations anciennes que dans les modernes, pour connoître l'Equation de son Orbe, qui convient à chaque observation, & réduire le lieu vrai observé au lieu moyen. Mais comme la détermination du lieu de l'Aphélie des Planetes, par le moyen de trois observations seules, demande la connoissance de leur moyen mouvement, nous employerons une méthode par laquelle nous trouverons le moyen mouvement à peu-près avec la même précision que si nous avions la connoissance de l'Aphélie de Mars & de son mouvement dans l'espace de plusieurs siècles.

Pour donner une idée de cette méthode, il faut considérer que si l'on comparoit ensemble deux observations d'une Planete, éloignées l'une de l'autre, qui se rencontraient à la même distance de son Aphélie & de son Périhélie, la quantité du mouvement vrai que cette Planete auroit parcouru dans l'intervalle entre ces observations, seroit égale à la quantité de son moyen mouvement. Car l'Equation de cette Planete, qui est la différence entre son vrai & son moyen mouvement, étant la même à la même distance de son Aphélie & de son Périhélie, il n'y auroit aucune différence entre son vrai & son moyen mouvement compris entre un certain nombre de révolutions.

Nous considérerons présentement que le mouvement de l'Apo-gée du Soleil ou de l'Aphélie de la Terre, de même que celui des Planetes que nous avons examinées jusqu'à présent, est toujours suivant la suite des Signes, avec quelque différence cependant dans chacune de ces Planetes, puisqu'on le trouve dans le Soleil, de $1' 2''$ par année, dans Saturne de $1' 18''$, & dans Jupiter de $57'' \frac{1}{2}$: que les Astronomes ne sont point d'accord dans la quantité de ce mouvement, puisque M. Bouillaud l'a déterminé dans Jupiter, de $1' 29''$, au lieu que suivant les observations modernes comparées à celles de Ptolemée, nous ne l'avons trouvé que de 57 secondes ou environ.

Cette incertitude dans la détermination précise de ce mouvement, a donné lieu à quelques Astronomes & Physiciens, de

conjecturer que l'Aphélie de chaque Planete est toujours dirigé à un même point du Ciel, & que son mouvement n'est point réel, mais apparent, égal & semblable à celui des Etoiles fixes, qui, suivant le Systeme de Copernic, est causé par le mouvement de l'axe de la Terre autour des Poles de l'Ecliptique; & que s'il s'y trouve quelque différence, elle provient du défaut d'exactitude dans les observations, ou de quelque inégalité physique dans l'Orbe de la Planete, qui se rétablit dans la suite des temps.

Nous n'entrerons pas présentement dans l'examen de cette hypothese, mais nous nous en servons pour faire voir que si l'on attribue à l'Aphélie des Planetes, un mouvement égal à celui des Etoiles fixes, on suppléera, du moins en partie, au défaut de connoissance de l'Equation nécessaire pour réduire le vrai mouvement au moyen; ainsi si l'on adjoûte au lieu de la Planete déterminé par une observation ancienne, la quantité du mouvement que les Etoiles fixes ont parcouru depuis ce temps jusqu'à celui des observations modernes, on aura le lieu où la Planete est éloignée de son Aphélie à peu-près de la même quantité que dans l'observation ancienne.

Pour faire usage de cette méthode, nous avons employé la 1.^{ere} Opposition de Mars avec le Soleil, observée par Ptolemée, qui est arrivée, suivant qu'il a été marqué ci-dessus, le 13 Décembre de l'année 130 après Jesus-Christ, à 11^h 48', réduit au Méridien de Paris, cette Planete étant à 21^d 22' 50" des Gemeaux.

Entre les observations modernes, nous trouvons celle de l'année 1709, où Mars fut en Opposition avec le Soleil le 4 Janvier à 5^h 48' du soir, cette Planete étant à 14^d 18' 25" de l'Ecrevisse, plus avancée d'environ 23^d que suivant l'observation de Ptolemée. Le mouvement des Etoiles fixes, à raison d'un degré en 70 années, est dans l'intervalle entre ces observations, de 22^d 33', fort peu différent de celui que nous venons de trouver; ce qui fait voir que Mars s'est trouvé dans cette dernière observation, à peu-près à la même distance de son Aphélie que du temps de Ptolemée; supposant que le mouvement de cet Aphélie soit égal à celui des Etoiles fixes.

Entre ces deux observations, il y a un intervalle de 1578^{ans} années, dont 394 bissextiles plus 11^j 18^h, ou 576375^j 18^h,

qui, étant partagées par la révolution de Mars, qu'on trouve par les observations modernes, d'environ 687 jours, donnent 839, qui est le nombre des révolutions comprises dans cet intervalle: c'est pourquoi l'on fera, comme 839 révolutions de 360 degrés chacune, plus $22^{\text{d}} 55' 35''$, sont à 360 degrés; ainsi $576375^{\text{h}} 18^{\text{h}}$, sont à la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, qu'on trouvera de $686^{\text{i}} 22^{\text{h}} 16'$.

En comparant de même l'Opposition qui est arrivée le 19 de Février de l'année 135 après Jesus-Christ, à 4 heures du soir, Mars étant en $\Omega 29^{\text{d}} 40'$, avec celle qui a été observée le 13 Mars de l'année 1713 à $16^{\text{h}} 40'$, en $\text{m} 23^{\text{d}} 30' 30''$, le lieu de Mars étant plus avancé de $23^{\text{d}} 50'$ que dans l'observation ancienne, ce qui n'excede que de $1^{\text{d}} 17'$ le mouvement des Etoiles fixes; on trouvera qu'entre ces deux observations, il y a un intervalle de 1578 années communes, $406^{\text{i}} 12^{\text{h}} 40'$, pendant lesquelles Mars a achevé 839 révolutions autour du Soleil, plus $23^{\text{d}} 50'$; ce qui donne la révolution moyenne de cette Planete autour du Soleil, de $686^{\text{i}} 22^{\text{h}} 14'$.

Enfin, si l'on compare l'Opposition de Mars avec le Soleil, qui a été déterminée le 26 Mai de l'année 139 à 9 heures du soir, en $\rightarrow 2^{\text{d}} 53' 0''$, avec celle du 11 Juin 1717, qui est arrivée aussi à 9 heures du soir & quelques minutes, en $\rightarrow 20^{\text{d}} 37' 15''$; on trouvera que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 1578 années communes & 400 jours, cette Planete a achevé 879 révolutions, plus $17^{\text{d}} 44' 15''$; d'où l'on tire la révolution moyenne, de $686^{\text{i}} 22^{\text{h}} 23'$.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations, on aura la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, de $686^{\text{i}} 22^{\text{h}} 18'$, fort approchante de celle que l'on auroit trouvée, si l'on avoit connu exactement le vrai lieu de l'Aphélie de Mars au temps des observations anciennes & modernes.

L'on fera présentement, comme $686^{\text{i}} 22^{\text{h}} 18'$, sont à 365 jours; ainsi 360 degrés sont au moyen mouvement annuel de Mars, qu'on trouvera de $6^{\text{i}} 11^{\text{d}} 17' 9\frac{1}{2}''$. Les partageant par 365, on aura son moyen mouvement journalier, de $31' 26''$.

Nous employerons ces mouvements pour déterminer le lieu

de l'Aphélie de Mars, & l'excentricité de son Orbe, qui résultent des observations anciennes & modernes.

CHAPITRE III.

Du lieu de l'Aphélie de Mars, & de l'Excentricité de son Orbe.

COMME dans les observations de Mars, rapportées par Ptolemée, il n'y en a que trois qui ayent été faites dans le temps de son Opposition avec le Soleil, nous sommes obligés d'employer pour déterminer le lieu où étoit son Aphélie, & l'excentricité de son Orbe, la sixième & la septième méthode (*Voy. p. 172. & suiv.*) dont la première est suivant l'hypothèse elliptique simple, & la seconde suivant celle de Képler.

C'est principalement dans la théorie de cette Planete, qu'il faut examiner les Equations qui résultent de ces deux hypothèses, parce que l'excentricité de l'Orbe de Mars étant, comme nous l'allons voir, plus grande que celle des autres Planetes supérieures, on doit aussi trouver une plus grande différence entre les Equations qui répondent aux différens degrés de son Orbe, suivant les différentes hypothèses que l'on a suivies.

Ayant donc supposé le moyen mouvement annuel de Mars, de $6^{\text{h}} 11^{\text{d}} 17' 9'' \frac{1}{2}$, & le mouvement journalier, de $31' 26''$, tels que nous les avons établis par la détermination précédente, nous avons trouvé par les observations de Ptolemée suivant l'hypothèse elliptique simple, l'Aphélie de Mars pour le commencement de l'année 135 après Jesus-Christ, à $0^{\text{d}} 22'$ du Lion, sa plus grande excentricité de 9268 parties, dont la moitié du grand axe est de 100000, & la plus grande Equation de son Orbe, de $10^{\text{d}} 38' 10''$.

Par les mêmes observations, nous avons trouvé dans l'hypothèse de Képler, l'Aphélie de Mars pour le même temps, à $29^{\text{d}} 24' 0''$ de l'Écrevisse, moins avancé de 58 minutes que suivant l'hypothèse précédente, l'excentricité de son Orbe, de 9430, plus grande de 162 parties, & sa plus grande Equation, de 10^{d}

49' 0", plus grande de 10' 50" que dans l'hypothese elliptique. On a aussi trouvé que suivant l'hypothese de Képler, l'Equation de Mars étoit plus petite que suivant l'hypothese elliptique, dans la première observation de 7' 10", dans la seconde de 6' 29", & dans la dernière de 7' 34".

Le lieu de l'Aphélie de Mars étant ainsi établi pour le temps de Ptolemée, nous avons cherché celui qui résulte des observations modernes.

Entre ces observations, nous en avons choisi trois faites par M. Flamsteed à Greenwich, dont la première est arrivée le 11 Décembre de l'année 1691 à 3^h 14' après midi, Mars étant à 19^d 54' 28" des Gemeaux; la seconde le 20 Février 1696 à 9^h 1', à 2^d 18' 8" de la Vierge; & la troisième le 8 Mai 1700 à 7^h 42', à 18^d 5' 0" du Scorpion.

Nous avons préféré ces observations à d'autres, parce qu'elles s'accordent à celles qui ont été faites en même temps à l'Observatoire de Paris avec toute la précision que l'on peut souhaiter, n'y ayant dans les deux premières observations, qu'une différence de quelques secondes, & dans la troisième d'une minute. Elles ont encore cet avantage, que la première & la dernière se trouvent de part & d'autre à une distance à peu-près égale de l'Aphélie de Mars, ce qui doit donner sa détermination plus exacte, quelque figure que l'on attribue à cet Orbe, pourvu qu'elle soit régulière.

Comme les deux premières Oppositions, de même que toutes les autres, ont été déterminées par rapport à l'Écliptique, & ne se rencontrent pas dans les Nœuds, il est nécessaire pour une entière exactitude de les réduire à leur vrai lieu sur l'Orbite de Mars, ce qui demande la connoissance du lieu des Nœuds & de leur inclinaison. En attendant qu'on ait déterminé ces éléments, nous supposons, comme il l'est en effet, qu'il faut adjoûter 48 secondes à la première observation, & retrancher 28 secondes de la seconde pour avoir le vrai lieu de Mars sur son Orbite le 11 Décembre 1691 à 3^h 14' du soir, à 19^d 55' 16" des Gemeaux, & le 20 Février 1696 à 9^h 1' du soir, à 2^d 17' 40" de la Vierge. A l'égard de la troisième observation, comme la latitude de Mars n'étoit alors que de 3' 53" vers le Midi, on voit que cette Planete étoit près de ses Nœuds, de sorte que son vrai

vrai lieu sur son Orbe ne diffère pas sensiblement de celui qui avoit été observé par rapport à l'Écliptique.

Ayant donc calculé le lieu de l'Aphélie de Mars, qui résulte de ces observations, on l'a trouvé dans l'hypothèse elliptique, à $0^d 39' 0''$ de la Vierge, & suivant celle de Képler, à $0^d 31' 34''$ du même Signe, avec une différence seulement de $7' 26''$ de l'une à l'autre hypothèse, ce qui devoit arriver comme nous l'avions prévu, à cause que l'une de ces observations étoit près de l'Aphélie, & les deux autres à une distance à peu-près égale de part & d'autre.

A l'égard de l'excentricité de l'Orbe de Mars, nous la trouvons par le premier calcul dans l'hypothèse elliptique, de 9246, & dans l'hypothèse de Képler, de 9287; d'où l'on tire la plus grande Equation dans l'hypothèse elliptique, de $10^d 30' 38''$, & dans celle de Képler, de $10^d 39' 8''$.

De la préférence que l'on doit donner à l'hypothèse de Képler ou à l'Elliptique simple.

Ayant ainsi déterminé dans l'une & l'autre de ces hypothèses, le lieu de l'Aphélie de Mars, son excentricité & la plus grande Equation de son Orbe, on peut reconnoître celle qui mérite la préférence, en examinant laquelle de ces deux hypothèses représente le mieux les observations qui ont été faites. Mais comme cette recherche demande la connoissance exacte du moyen mouvement de Mars, & que nous avons besoin de connoître la véritable situation de son Aphélie pour déterminer avec toute la précision requise le moyen mouvement d'une Planete, nous proposerons une méthode pour déterminer laquelle des deux hypothèses nous devons employer pour nos recherches.

Il faut remarquer pour cela, que si l'on calcule dans une hypothèse qui représente exactement l'Orbe de la Planete, le vrai lieu de son Aphélie par des observations exactes, elles doivent, en quelque endroit de cet Orbe qu'elles ayent été faites, donner la même détermination de cet Aphélie. Si au contraire on employe une hypothèse qui ne représente pas l'Orbe de la Planete tel qu'il est réellement, il est certain que différentes observations donneront des positions différentes de l'Aphélie.

Ayant donc calculé, comme on l'a fait, le lieu de l'Aphélie de Mars, par le moyen de trois observations suivant les deux hypothèses, on le calculera par trois autres observations exactes, faites en d'autres situations de son Orbe suivant les mêmes hypothèses, & l'on examinera lesquelles de ces deux déterminations s'accordent mieux entr'elles. Si, par exemple, on trouve que les deux déterminations de l'Aphélie de Mars, qui résultent de l'hypothèse de Képler, suivant les observations faites en divers endroits de son Orbe, s'accordent mieux ensemble que ne sont celles qui résultent de l'hypothèse elliptique simple, c'est une marque que la première est préférable; si elles se trouvent plus conformes dans l'hypothèse elliptique, c'est à la dernière détermination qu'il faut donner la préférence.

J'ai donc choisi trois nouvelles observations de Mars, faites par M. Flamsteed, dont la première est arrivée le 17 Janvier de l'année 1694 à $4^h 20'$, en $28^d 12' 0''$, la seconde le 26 Mars 1698 à $17^h 55'$, en $7^d 4' 18''$, & la troisième le 8 Juillet 1702 à $12^h 58'$, en $16^d 10' 23''$. Deux de ces observations ont été faites en même temps à Paris, & s'y accordent avec toute la précision que l'on peut espérer. Je les ai réduites à l'Orbite de Mars, en ajoutant 34 secondes à la première observation, & 46 secondes à la dernière, & retranchant 52 secondes de celle de 1698, ce qui m'a donné le vrai lieu de Mars sur son Orbite, dans la première observation, en $28^d 12' 34''$, dans la seconde en $7^d 3' 26''$, & dans la troisième en $16^d 11' 9''$.

Suivant ces observations, j'ai trouvé dans l'hypothèse elliptique, l'Aphélie de Mars à $1^d 28' 23''$ de la Vierge, éloigné de $49' 23''$ de la détermination précédente, & dans l'hypothèse de Képler, à $0^d 39' 2''$ de la Vierge, éloigné seulement de $7' 28''$ de celui qui résultoit des premières observations; d'où l'on peut conclure que cette dernière hypothèse mérite la préférence, car si l'on fait attention au mouvement de l'Aphélie qui a dû l'avancer de deux ou trois minutes dans les dernières observations, il n'y aura plus qu'une différence de 5 minutes dans le lieu de l'Aphélie qui résulte de l'hypothèse de Képler par les différentes observations qu'on a employées, au lieu qu'on en trouvera une de 47 minutes suivant l'hypothèse elliptique.

A l'égard de l'excentricité de l'Orbe de Mars, on la trouve par le premier calcul dans l'hypothèse elliptique, de 9246 parties, dont la moitié du grand axe est de 100000, & par le second calcul, de 9115, au lieu que suivant l'hypothèse de Képler, elle est par le premier calcul, de 9287, & par le second, de 9292, avec une différence seulement de 5 parties, au lieu de 129, qui résulte de l'hypothèse elliptique; ce qui est une nouvelle preuve de la préférence que l'on doit donner dans la théorie de Mars, à l'hypothèse de Képler, que nous employerons par conséquent pour la détermination du moyen mouvement de cette Planete & de celui de son Aphélie.

C H A P I T R E I V.

*Détermination plus exacte du moyen Mouvement de Mars,
& du vrai lieu de son Aphélie.*

AYANT déterminé ci-dessus le vrai lieu, de l'Aphélie de Mars pour le temps des observations anciennes & modernes, & l'excentricité de son Orbe suivant l'hypothèse de Képler, nous avons calculé suivant la méthode prescrite, l'Equation qui en résulte, laquelle étant appliquée au vrai lieu de cette Planete, donne son lieu moyen.

Dans l'Opposition de Mars avec le Soleil, du 13 Décembre de l'année 130 après Jesus-Christ, qui est la plus ancienne de celles qui ont été observées par Ptolémée, l'Equation de son Orbe étoit de $7^d 2' 44''$, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Mars, qui étoit à $21^d 22' 50''$ des Gemeaux, à cause que cette Planete n'étoit pas encore arrivée à son Aphélie, & on aura son lieu moyen pour le 13 Décembre de l'année 130 à $11^h 48'$, à $14^d 20' 6''$ des Gemeaux.

Dans l'Opposition de Mars, de l'année 1691, qui est aussi la première de celles que nous avons employées pour déterminer son Aphélie, l'Equation de l'Orbe de cette Planete étoit de $10^d 16' 14''$, qui, étant aussi retranchée du vrai lieu de Mars, qui étoit alors à $19^d 55' 16''$ des Gemeaux, donne son lieu moyen

pour le 11 Décembre de l'année 1691 à $3^h 14'$, à $9^d 39' 2''$ des Gemeaux.

La différence entre le lieu moyen de Mars dans ces deux observations a donc été de $4^d 41' 4''$, dont il étoit moins avancé dans la seconde que dans la première.

Il y a dans l'intervalle entre ces observations, 1561 années, dont 390 bissextiles, moins $121 8^h 34'$, pendant lequel temps Mars a parcouru 830 révolutions autour du Soleil, moins $4^d 41' 4''$. Adjoûtant à cet intervalle de temps, $81 22^h 31'$, pendant lesquels cette Planete parcourt par son moyen mouvement, $4^d 41' 4''$, on trouve qu'elle a achevé 830 révolutions exactes dans l'espace de 1561 années, dont 390 bissextiles, moins $31 10^h 3'$. Les partageant par 830, on aura la révolution moyenne de Mars, de $6861 22^h 18' 39''$.

En comparant de même l'Opposition de l'année 135 avec celle de l'année 1696, on trouvera dans la première l'Equation de son Orbe, de $5^d 47' 48''$, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu, qui étoit en $\Omega 29^d 40' 0''$, parce qu'alors Mars avoit passé son Aphélie, & on aura son lieu moyen le 19 Février de l'année 135 à $4^h 0'$, en $m\gamma 5^d 27' 48''$.

Dans l'Opposition de Mars, de l'année 1696, l'Equation de son Orbe étoit de $21' 12''$, qu'il faut adjoûter aussi à son vrai lieu, qui étoit en $m\gamma 2^d 17' 40''$, & on aura son lieu moyen pour le 20 Décembre de l'année 1696 à $9^h 1'$, en $m\gamma 2^d 32' 52''$, moins avancé de $2^d 48' 56''$ qu'en l'année 135.

Il y a dans l'intervalle entre ces observations, 1561 années, dont 390 bissextiles, moins $81 18^h 59'$, pendant lesquelles Mars a achevé 830 révolutions moins $2^d 48' 56''$. Adjoûtant à cet intervalle de temps, $41 8^h 56'$, qui répondent à $2^d 48' 56''$ de moyen mouvement, on trouve que cette Planete a achevé 830 révolutions moyennes dans l'espace de 1561 années, dont 390 bissextiles, moins $41 10^h 3'$. Les partageant par 830, on aura la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, de $6861 22^h 17' 2''$.

Enfin, si l'on compare l'Opposition de Mars avec le Soleil, de l'année 139, avec celle de l'année 1700, on trouvera dans la première l'Equation de l'Orbe de cette Planete, de $8^d 39' 43''$,

qu'il faut adjoûter à son vrai lieu, qui étoit en $\rightarrow 2^d 53' 0''$, pour avoir son lieu moyen le 26 Mai de l'année 139 à $9^h 0'$, en $\rightarrow 11^d 32' 43''$.

Dans l'Opposition de l'année 1700, l'Equation de l'Orbe de cette Planete étoit de $10^d 32' 34''$, qu'il faut adjoûter à son vrai lieu, qui étoit en $\rightarrow 18^d 5' 0''$, pour avoir son lieu moyen le 8 Mai 1700 à $7^h 20'$, en $\rightarrow 28^d 37' 34''$.

Il y a dans l'intervalle entre ces observations, 1561 années, dont 390 biffextiles, moins $28^j 1^h 40'$, pendant lequel temps Mars a fait 830 révolutions moins $12^d 55' 9''$. Adjoûtant à cet intervalle de temps, $24^j 15^h 39'$, qui répondent à $12^d 55' 9''$ de moyen mouvement, on trouve que cette Planete a achevé 830 révolutions exactes dans l'espace de 1561 années, dont 390 sont biffextiles, moins $3^j 10^h 1'$, à 2 minutes près de celui que nous avons trouvé par les Oppositions des années 130 & 1691, ce qui donne la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, de $686^j 22^h 18' 39''$, de même que par la première comparaison, & que par cette raison nous préférons à la détermination précédente.

On fera présentement, comme $686^j 22^h 18' 39''$, qui mesurent la révolution moyenne de Mars autour du Soleil, sont à 365 jours; ainsi 360 degrés sont à $6^f 11^d 17' 9'' \frac{1}{2}$, qui mesurent le moyen mouvement annuel de Mars. Les partageant par 365, on aura son moyen mouvement journalier, de $31' 26'' 38'''$, dont on se servira pour trouver le moyen mouvement de cette Planete pour les mois, les jours, les heures, & tel espace de temps que l'on voudra.

Pour établir l'époque du moyen mouvement de Mars pour les années avant & après Jesus-Christ, on retranchera d'abord du lieu moyen de cette Planete, qui étoit, comme on l'a marqué ci-dessus, le 13 Décembre de l'année 130 à $11^h 48'$, en $\rightarrow 14^d 20' 6''$, le moyen mouvement qui convient à 130 années Juliennes au 13 du mois de Décembre & à $11^h 48'$, qui est de $7^f 16^d 3' 55''$, & on aura le lieu moyen de Mars pour le 1.^{er} Janvier de l'année 0 de Jesus-Christ, à $28^d 16' 31''$ de la Balance, dont on se servira pour déterminer le lieu moyen de cette Planete pour tous les temps avant & après Jesus-Christ, en soustrayant de l'époque que nous venons de trouver, ou y adjoûtant le moyen

mouvement qui répond à l'intervalle compris entre cette époque & le temps cherché.

A l'égard de l'Aphélie de Mars, il a été trouvé suivant l'hypothèse de Képler, au commencement de l'année 135 après Jesus-Christ, en ϖ $29^{\text{d}} 24' 0''$. Il étoit, suivant nos observations, au commencement de l'année 1696, en m $0^{\text{d}} 31' 34''$, il y a donc eu dans cet intervalle, qui est de 1561 années, un mouvement de $31^{\text{d}} 7' 34''$, qui, étant partagé par 1561, donne le moyen mouvement annuel de l'Aphélie de Mars, de $1' 11'' 47''' 20''''$.

Pour déterminer le lieu de cet Aphélie au temps de l'époque de Jesus-Christ, & pour les années avant & après; on fera, comme 1561 années sont à 135; ainsi $31^{\text{d}} 7' 34''$ sont à $2^{\text{d}} 41' 32''$, qui, étant retranchés de son lieu en l'année 135, qui étoit en ϖ $29^{\text{d}} 24' 0''$, donnent son vrai lieu pour l'année 0 de Jesus-Christ, qui est l'époque de sa Naissance, en ϖ $26^{\text{d}} 42' 28''$, dont on se servira pour déterminer le vrai lieu de l'Aphélie de Mars pour tous les temps donnés.

CHAPITRE V.

De la seconde Inégalité de Mars, & du rapport de sa distance au Soleil & à la Terre.

NOUS avons déjà remarqué dans les théories précédentes, que les circonstances les plus favorables pour déterminer la seconde Inégalité des Planetes, & le rapport de leurs distances au Soleil & à la Terre, étoient lorsqu'elles paroissent éloignées du Soleil, d'environ 3 Signes, où leur seconde Inégalité est la plus sensible.

Il faut choisir par la même raison les observations dans lesquelles les Planetes sont le plus près de leur Périhélie, & préférer celles où elles se trouvent en même temps près de leurs Nœuds & des limites de leur plus grande latitude, où leur vrai lieu sur l'Orbite est le même que par rapport à l'Ecliptique. Mais comme il est difficile d'avoir des observations qui ayent été faites dans toutes ces circonstances, nous examinerons du moins celles qui en approchent le plus près.

E X E M P L E I.

Entre ces observations modernes, nous en trouvons une qui a été faite par M. Flamsteed le 27 Mars de l'année 1694 à $7^h 25'$, réduite au Méridien de Paris, suivant laquelle le vrai lieu de Mars vû de la Terre, étoit en $\varphi 23^d 26' 12''$, avec une latitude boréale de $2^d 46' 38''$. Le vrai lieu de Mars vû du Soleil, calculé par notre théorie, étoit en $\Omega 28^d 44' 14''$, dont retranchant son vrai lieu vû de la Terre, qui étoit en $\varphi 23^d 26' 12''$, on aura l'angle SMT , qui mesuroit alors la seconde Inégalité de cette Planete, de $35^d 18' 2''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en $\gamma 7^d 34' 25''$, & son anomalie vraie de $9^f 0^d 14'$, avec laquelle on trouve la distance à la Terre ST , de 9998, dont la moyenne distance est de 10000. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle STM (Fig. 55.) qui mesuroit la distance de Mars au Soleil, de $105^d 51' 47''$. On aura donc l'angle TSM , distance de Mars à la Terre, vûe du Soleil, de $38^d 50' 11''$, & l'on fera, comme le sinus de l'angle SMT , de $35^d 18' 2''$, est au sinus de l'angle STM , de $105^d 51' 47''$; ainsi ST 9998 est à SM , distance de Mars au Soleil, réduite à l'Ecliptique, qu'on trouvera de 16643. On fera aussi, comme SM est à TM , ou comme le sinus de l'angle STM , de $105^d 51' 47''$ est au sinus de l'angle SMT , de $38^d 50' 11''$; ainsi la tangente de l'angle DTM , latitude de Mars vûe de la Terre, qui a été observée de $2^d 46' 38''$; est à la tangente de l'angle DSM , latitude de Mars vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^d 48' 36''$. Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de l'angle DSM , de $1^d 48' 36''$, est au sinus total; ainsi SM , déterminé de 16643, est à SD , distance du Soleil à Mars sur son Orbe, qu'on trouvera de 16651 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil, est de 10000.

La distance SD de Mars au Soleil au temps de cette observation étant connue, on déterminera dans l'hypothese de Képler, qui est celle que nous employons dans la théorie de cette Planete, sa distance au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie & dans son Périhélie, & dans tous les lieux de son Orbe, en cette manière.

On retranchera le lieu de l'Aphélie de Mars, qui étoit alors en η $0^{\text{d}} 29' 27''$, du vrai lieu de cette Planete vû du Soleil sur son Orbite, qui étoit en Ω $28^{\text{d}} 44' 14''$, & l'on aura son anomalie vraie, de $11^{\text{f}} 28^{\text{d}} 14' 42''$, dont le supplément à quatre droits, mesure l'angle ATL (Voy. Fig. 54.) de $1^{\text{d}} 45' 18''$. On prolongera TL en O , en sorte que TO soit égal à l'axe AP , & ayant pris CF égal à CT , on joindra FO & TO . Dans le Triangle FOT , dont le côté TO ou AP , est connu de 200000, aussi-bien que le côté FT , de 18580, double de l'excentricité CT , qui a été trouvée dans l'hypothèse de Képler, de 9290 parties; & l'angle compris ATO , est de $1^{\text{d}} 45' 18''$, on trouvera l'angle FOT , de $0^{\text{d}} 10' 47''$.

Maintenant dans le Triangle FLT , les côtés FL & TL ; étant, par la propriété de l'Ellipse, égaux au grand axe AP ou TO , si l'on retranche TL de part & d'autre, on aura LO égal à FL , & l'angle OFL , égal à l'angle FOL ; l'angle FLT sera donc le double de l'angle FOT , & par conséquent de $21' 34''$. Mais l'angle ATL a été trouvé de $1^{\text{d}} 45' 18''$, on aura donc l'angle TFL , de $177^{\text{d}} 53' 8''$; & dans le Triangle FTL , dont les angles sont connus, & le côté TL , de 16651 parties, dont la distance moyenne de la Terre au Soleil est de 10000, on trouvera le côté FL , de 13822, & le côté FT , de 2832. Adjoûtant FL à TL , on aura le grand axe AP de l'Orbe de Mars, de 30473, dont la moitié AC est de 15236 $\frac{1}{2}$. Y adjoûtant CT , ou la moitié de FT , qui est de 1416, on aura la distance AT de Mars au Soleil dans son Aphélie, de 16652. Retranchant CT , de AC ou CP , on aura la distance PT de Mars au Soleil dans son Périhélie, de 13820.

Pour trouver présentement la distance de Mars au Soleil dans tous les lieux de son Orbe, comme, par exemple, lorsque cette Planete est en L , & que son anomalie vraie est mesurée par l'angle ATL , de 30 degrés; on prolongera TL en O , en sorte que TO soit égal à AP ; & dans le Triangle FOT , dont les côtés FT , TO , sont connus, & l'angle FTL est donné de 30^{d} , on trouvera la valeur de l'angle FOT , de $2^{\text{d}} 53' 30''$, dont le double mesure l'angle FLT , de $5^{\text{d}} 47' 0''$; & dans le Triangle FLT , dont le côté FT est connu de 2832, & les angles FLT & FTL .

& *FTL*, on aura la valeur du côté *TL*, de 16427, qui mesure la distance de Mars au Soleil, qui convient à l'anomalie vraie donnée de 30 degrés. *Ce qu'il falloit trouver.*

Dans l'exemple que nous avons proposé, le vrai lieu de Mars vû du Soleil, étoit en Ω 28^d 44' 14", éloigné de 3^f 11^d 29' de son Nœud ascendant, qui étoit alors en 8 17^d 15'; c'est pourquoi il falloit, pour une plus grande précision, y adjoûter 21", pour avoir le vrai lieu de Mars vû du Soleil, réduit à l'Écliptique, en Ω 28^d 44' 35", avec lequel on trouvera par la même méthode que l'on vient d'exposer, la distance véritable de Mars au Soleil dans son Aphélie, de 16650, & dans son Périhélie, de 13819.

E X E M P L E I I.

Le 1.^{er} Novembre de l'année 1702 à 6^h 49' 0" du soir, réduit au Méridien de Paris, le vrai lieu de Mars a été observé en \approx 13^d 38' 32", avec une latitude septentrionale de 2^d 8' 17".

Le vrai lieu de Mars vû du Soleil, étoit alors, suivant notre théorie, en χ 28^d 39' 8", éloigné de son Nœud ascendant, de 10^f 11^d 20', ce qui donne la réduction à l'Écliptique, de 52", qu'il faut adjoûter au vrai lieu de cette Planete sur son Orbite, pour avoir son vrai lieu réduit à l'Écliptique, en χ 28^d 40' 0". Retranchant de ce lieu, celui de Mars vû de la Terre, qui étoit en \approx 13^d 38' 32", on aura l'angle *SMT* (*Fig. 55.*) qui mesure la seconde Inégalité de cette Planete, de 45^d 1' 28".

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en m 8^d 53' 47", & son anomalie moyenne, de 4^c 2^d 54', avec laquelle on trouve sa distance à la Terre *ST*, de 9910. Retranchant le vrai lieu du Soleil du vrai lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle *STM*, de 94^d 44' 55", qui mesure la distance de Mars au Soleil. On aura donc l'angle *TSM*, qui mesure la distance de Mars à la Terre vû du Soleil, de 40^d 13' 37": & l'on fera, comme le sinus de l'angle *SMT*, de 45^d 1' 28" est au sinus de l'angle *STM*, de 94^d 44' 55"; ainsi *ST* 9910 est à *SM*, que l'on trouvera de 13961.

On fera aussi, comme le sinus de l'angle *STM*, de 94^d 44' 55" est au sinus de l'angle *TSM*, de 40^d 13' 37"; ainsi la tangente de l'angle *DTM*, latitude de Mars vû de la Terre, qui a été

observée de $2^{\text{d}} 8' 17''$, est à la tangente de l'angle DSM , latitude de Mars vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 23' 7''$. Enfin l'on fera, comme le sinus du complément de cette latitude est au sinus total; ainsi SM , déterminé de 13961, est à SD , distance du Soleil à Mars sur son Orbe, que l'on trouvera de 13965.

Pour déterminer, suivant la théorie de Képler, la distance de Mars au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie & dans son Périhélie, on retranchera le lieu de cet Aphélie, qui étoit en $m 0^{\text{d}} 39' 44''$, de son vrai lieu sur son Orbe, vû du Soleil, en $\chi 28^{\text{d}} 39' 8''$, & l'on aura son anomalie vraie, de $6^{\text{c}} 27^{\text{d}} 59' 24''$, dont le supplément à quatre droits, mesure l'angle ATR (Fig. 54.) de $152^{\text{d}} 0' 36''$; & dans le Triangle TDF , dont le côté DT ou AP , est de 200000, le côté FT , de 18580, & l'angle compris entre ces côtés, est de $152^{\text{d}} 0' 36''$, on trouvera l'angle TDF , de $2^{\text{d}} 18' 27''$, dont le double $4^{\text{d}} 36' 54''$, mesure l'angle TRF . On aura donc l'angle TFR , de $23^{\text{d}} 22' 30''$; & dans le Triangle FTR , dont les angles sont connus, & le côté TR , de 13965, on trouvera le côté FR , de 16520, & le côté FT , de 2831, dont la moitié CT est de $1415\frac{1}{2}$. Adjoûtant FR à TR , on aura le grand axe AP de l'Orbe de Mars, de 30485, & sa moitié AC , de $15242\frac{1}{2}$. Y adjôûtant CT , de $1415\frac{1}{2}$, on aura la distance de Mars au Soleil lorsqu'il est dans son Aphélie, de 16658. Retranchant CT de AC , on aura la distance de Mars au Soleil dans son Périhélie, de 13827, ce qui est fort approchant de ce que l'on avoit trouvé dans l'exemple précédent.

C H A P I T R E V I.

Des Nœuds de Mars.

POUR déterminer le vrai lieu des Nœuds de Mars, on peut employer les méthodes que l'on a prescrites dans la théorie des autres Planetes, entre lesquelles nous préférons celle que l'on tire des observations qui ont été faites immédiatement avant & après le passage de cette Planete par l'un de ses Nœuds.

Entre ces observations, nous en trouvons une qui a été faite fort près de l'Opposition de Mars avec le Soleil, arrivée en l'année 1700,

ce qui rend cette observation très-favorable pour cette recherche, parce que le vrai lieu de la Planète, vû du Soleil, étant le même que son vrai lieu vû de la Terre, on peut, sans le secours d'aucune théorie, déterminer le vrai lieu du Nœud de Mars par le moyen de cette observation.

Le 2 Mai de l'année 1700 à $12^h 32'$, la latitude de Mars fut observée de $0^d 11' 38''$ vers le Nord.

Le 10 Mai suivant, à $11^h 53'$ du soir, elle fut déterminée de $0^d 11' 3''$ vers le Midi, ce qui fait voir que dans l'intervalle entre ces observations, cette Planète avoit traversé l'Écliptique, & passé de la partie septentrionale de son Orbite dans sa partie méridionale, c'est-à-dire, par son Nœud austral, que l'on déterminera en cette manière.

On prendra la somme de ces latitudes, qui est de $0^d 22' 41''$, & l'on fera, comme $0^d 22' 41''$, font à la latitude de Mars observée le 2 Mai 1700, de $0^d 11' 38''$ vers le Nord; ainsi l'intervalle qui s'est écoulé entre les observations des 2 & 10 Mai, qui est de $7^j 23^h 21'$, est à $4^j 2^h 7'$, qui, étant adjoints au temps de l'observation du 2 Mai, qui est arrivée à $12^h 32'$, donnent le temps du passage de Mars par son Nœud austral le 6 Mai de l'année 1700 à $14^h 39'$.

Le 8 Mai de l'année 1700 à $7^h 42'$, Mars étoit, suivant nos observations, en Opposition avec le Soleil, & son vrai lieu en $m 18^d 6' 0''$. Prenant la différence entre le temps de cette Opposition & celui du passage de Mars par son Nœud austral, on aura $1^j 17^h 3'$, auquel il répond $0^d 53' 47''$ de moyen mouvement, qui, étant retranchés de son vrai lieu dans le temps de l'Opposition, qui étoit à $18^d 6' 0''$ du Scorpion, donnent le vrai lieu du Nœud austral de Mars, à $17^d 12' 13''$ du Scorpion.

Comme on a employé ici le moyen mouvement de Mars pendant l'intervalle entre le temps du passage de cette Planète par son Nœud & celui de son Opposition, au lieu qu'il auroit été nécessaire de se servir de son vrai mouvement, ce qui doit causer quelque erreur dans la détermination de ce Nœud, lorsque cette Planète n'est point dans ses moyennes distances; il faut, pour une plus grande exactitude, calculer par les Tables, le vrai lieu de Mars pour le temps de son passage par son Nœud, de même

que pour le temps de son Opposition, dont on trouvera le premier en $m\ 17^d\ 12'\ 43''$, & le second en $m\ 18^d\ 5'\ 0''$. La différence, qui est de $0^d\ 52'\ 17''$, étant retranchée du vrai lieu de Mars dans son Opposition, qui a été observée en $m\ 18^d\ 6'\ 0''$, donne le vrai lieu du Nœud austral de Mars, en $m\ 17^d\ 13'\ 43''$, éloigné de $1'\ \frac{1}{2}$ de celui que l'on avoit trouvé par la détermination précédente.

Dans les observations faites en Angleterre par M. Flamsteed, rapportées dans son Histoire Céleste, on trouve que la latitude de Mars y fut observée le 3 Mai de l'année 1700 à $12^h\ 24'$, de $0^d\ 10'\ 9''$ vers le Nord, & le 10 Mai suivant, à $11^h\ 48'$, de $10'\ 13''$ vers le Midi, plus petite de $0'\ 50''$ que celle qui avoit été observée le même jour à Paris. Prenant la somme de ces latitudes, on aura $20'\ 22''$: & l'on fera, comme $20'\ 22''$ sont à $10'\ 9''$; ainsi $6^j\ 23^h\ 24'$, intervalle entre le temps de ces observations, sont à $3^j\ 11^h\ 40'$, qui, étant adjoints au temps de l'observation du 3 Mai, qui étoit à $12^h\ 24'$, donne le temps du passage de Mars par son Nœud austral le 7 Mai de l'année 1700 à $0^h\ 4'$ après midi, plus tard de $9^h\ 25'$, que celui que l'on avoit trouvé par les observations faites à Paris.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mars, on le trouve en $m\ 17^d\ 23'\ 13''$, moins avancé de $0^d\ 41'\ 43''$ que le vrai lieu de cette Planete calculé pour le temps de son Opposition, en $m\ 18^d\ 5'\ 0''$. Retranchant cette différence du vrai lieu de Mars dans son Opposition, qui a été observé en $m\ 18^d\ 6'\ 0''$, on aura le vrai lieu du Nœud austral de Mars, par les observations de M. Flamsteed, à $17^d\ 24'\ 13''$ du Scorpion, plus avancé seulement de $10'\ 30''$ que suivant nos observations.

Pour déterminer le lieu du Nœud boréal de Mars, nous employerons aussi des observations qui ont été faites à Paris, au temps de l'Opposition de cette Planete avec le Soleil, du mois de Novembre de l'année 1721.

Le 5 Novembre 1721 à $11^h\ 56'$ du soir, la latitude de Mars a été observée de $0^d\ 25'\ 46''$ vers le Midi, & le 13 Novembre suivant, à $11^h\ 13'$ du soir, de $0^d\ 0'\ 32''\ \frac{1}{2}$ vers le Septentrion, ce qui fait voir que Mars, dans l'intervalle entre ces observations, avoit passé par son Nœud boréal: c'est pourquoi l'on fera, comme $0^d\ 26'\ 18''\ \frac{1}{2}$, somme des latitudes, est à $0^d\ 0'\ 32''\ \frac{1}{2}$; ainsi

7^h 23^h 18', intervalle entre le temps de ces observations, est à 3^h 57', qui, étant retranchées de 11^h 13', donnent le temps du passage de Mars par son Nœud boréal le 13 Novembre de l'année 1721 à 7^h 16' du soir.

L'Opposition de l'année 1721 est arrivée le 4 de Novembre à 15^h 0', Mars étant en 8 12^d 38' 40". Calculant pour ce temps le vrai lieu de cette Planete, on le trouve en 8 12^d 38' 56", plus avancé seulement de 16 secondes que par l'observation. Calculant aussi le vrai lieu de Mars vû du Soleil, pour le 13 Novembre de l'année 1721 à 7^h 16' du soir, on le trouve en 8 17^d 30' 5". La différence qui est de 4^d 51' 9", étant ajoutée au vrai lieu de cette Planete, observé au temps de son Opposition avec le Soleil, en 8 12^d 38' 40", donne le vrai lieu du Nœud boréal de Mars le 13 Novembre de l'année 1721 à 7^h 16' du soir, à 17^d 29' 49" du Taureau, plus avancé de 16' 6" que celui qui résulte des observations des 2 & 10 Mai de l'année 1700, faites à Paris près de son Nœud austral, & de 5' 36" que celui que nous avons déterminé par les observations de M. Flamsteed, qui se trouve moyen entre les deux.

Entre les Oppositions de Mars avec le Soleil, observées par Tycho, nous en trouvons une rapportée par Képler, faite près de son Nœud boréal, qui, selon lui, est arrivée le 30 Octobre de l'année 1595 à 0^h 35' après midi, Mars étant à 17^d 31' 41" du Taureau, avec une latitude de 0^d 8' vers le Nord.

Képler a employé pour le calcul de cette observation, la parallaxe de Mars, qu'il jugeoit beaucoup plus grande que celle que l'on a déterminée par les observations modernes; c'est pourquoi j'ai cru devoir examiner la situation des Nœuds de cette Planete, qui résulte des observations immédiates de Tycho, rapportées dans son Histoire Céleste, où l'on a déterminé le 27, le 28 & le 30 du mois d'Octobre de l'année 1595, la hauteur méridienne de Mars, son ascension droite & sa déclinaison au temps de son passage par le Méridien, de même que sa distance à diverses Étoiles fixes en différentes heures de la nuit.

Comme il est nécessaire pour cette recherche, de connoître le plus précisément qu'il est possible, la latitude de cette Planete, nous préférons les hauteurs méridiennes de Mars, parce que la

hauteur du Pole d'Uranibourg où ces observations ont été faites, ayant été déterminée par M. Picard, de $55^{\text{d}} 54' 15''$, peu différente de celle que Tycho y avoit trouvée d'abord, de $55^{\text{d}} 54' 30''$, & ensuite de $55^{\text{d}} 54' 45''$, on peut s'assurer de l'exaëctitude des instruments dont il s'est servi pour prendre les hauteurs, joint à ce que l'on peut employer plus facilement la réfraction des Astres & la parallaxe, qui conviennent à leur hauteur observée, ce qui ne se peut pas pratiquer avec la même précision, ni avec la même évidence dans les distances observées d'une Planete à l'égard des Etoiles fixes.

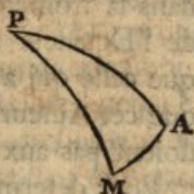
Suivant ces observations, la hauteur méridienne de Mars fut déterminée à Uranibourg le 27 Octobre de l'année 1595 à $12^{\text{h}} 20'$, par deux instruments, dont l'un marquoit $51^{\text{d}} 29' 30''$, & l'autre $51^{\text{d}} 28' 45''$. Prenant un milieu, on aura la hauteur méridienne apparente de Mars, de $51^{\text{d}} 29' 7''$, à laquelle il répond 48 secondes de réfraction à retrancher, & 12 secondes de parallaxe à adjoûter, pour avoir la hauteur méridienne véritable de Mars, de $51^{\text{d}} 28' 31''$. Retranchant de cette hauteur, celle de l'Equateur à Uranibourg, qui est de $34^{\text{d}} 5' 45''$, on aura la déclinaison septentrionale de Mars, de $17^{\text{d}} 22' 46''$ le 27 Octobre de l'année 1595 à $12^{\text{h}} 20'$ au Méridien d'Uranibourg, & à $11^{\text{h}} 38'$ du soir au Méridien de Paris.

Pour trouver l'ascension droite de Mars pour le même temps, nous avons employé la distance de cette Planete à la Luisante du Bélier, qui fut observée le 27 Octobre 1595 à $11^{\text{h}} 50'$ du soir, à Uranibourg, de $19^{\text{d}} 32' 0''$ vers l'Orient. Retranchant de cette distance 30 secondes, à cause que Mars, qui étoit alors rétrograde, s'en devoit approcher à peu-près de la même quantité dans l'espace de 30 minutes, depuis cette observation jusqu'à son passage par le Méridien; on aura la distance de Mars à la Luisante du Bélier au temps du passage de cette Planete par le Méridien, de $19^{\text{d}} 31' 30''$. La longitude de la Luisante du Bélier, appelée α par Bayer, étoit le 11 Janvier de l'année 1690, en $8^{\text{d}} 3^{\text{d}} 19' 18''$, & sa latitude boréale de $9^{\text{d}} 57' 12''$. Retranchant de cette longitude, $1^{\text{d}} 20' 40''$ pour le mouvement des Etoiles fixes dans l'intervalle de 94 années 2 mois & demi, depuis le 27 Octobre de l'année 1595 jusqu'au 11 Janvier 1690, on a la longitude

de cette Etoile pour le temps de l'observation de Tycho, en $8^{\text{d}} 58' 38''$, par le moyen de laquelle & de sa latitude, on trouve son ascension droite, de $26^{\text{d}} 6' 46''$, & sa déclinaison septentrionale, de $21^{\text{d}} 29' 33''$.

La hauteur méridienne de cette Etoile fut observée le 28 Octobre 1595, par Tycho, de $55^{\text{d}} 36' 0''$, dont retranchant la réfraction & la hauteur de l'Equateur, reste sa déclinaison, de $21^{\text{d}} 29' 35''$, à 2 secondes près de celle que nous venons de trouver; ce qui fait voir l'exactitude des éléments dont on s'est servi pour la déterminer, & des observations que nous avons employées pour cette recherche.

Présentement dans le Triangle sphérique PMA , dont le point P représente le Pole, le point M Mars, & le point A la Luifante du Bélier, l'arc PM complément de la déclinaison observée de Mars, étant de $72^{\text{d}} 37' 14''$, le côté AP , complément de la déclinaison de la Luifante du Bélier, de $68^{\text{d}} 30' 27''$, & la distance AM de cette Etoile à Mars, ayant



été observée de $19^{\text{d}} 31' 30''$, on trouvera l'angle APM , différence d'ascension droite entre Mars & la Luifante du Bélier, de $20^{\text{d}} 15' 28''$, auxquels adjoûtant l'ascension droite de cette Etoile, qui est de $26^{\text{d}} 6' 46''$, on aura l'ascension droite de Mars le 27 Octobre 1595 à $11^{\text{h}} 38'$ au Méridien de Paris, de $46^{\text{d}} 22' 14''$, par le moyen de laquelle & de sa déclinaison boréale, déterminée ci-dessus de $17^{\text{d}} 22' 46''$, on trouvera pour ce temps le vrai lieu de Mars, en $8^{\text{d}} 18^{\text{d}} 49' 0''$, avec une latitude de $4' 30''$ vers le Midi.

Le 28 Octobre 1595 à $12^{\text{h}} 14'$ à Uranibourg, la hauteur méridienne de Mars fut observée à son passage par le Méridien, de $51^{\text{d}} 26' 0''$, & sa distance à la Luifante du Bélier, de $19^{\text{d}} 10' 30''$, par le moyen desquelles on trouve de la même manière que ci-dessus, le vrai lieu de Mars à $11^{\text{h}} 32'$ au Méridien de Paris, en $8^{\text{d}} 18^{\text{d}} 26' 16''$, avec une latitude de $1' 13''$ vers le Midi.

Enfin le 3 Novembre à $11^{\text{h}} 30'$ à Uranibourg, la hauteur méridienne de Mars fut observée à son passage par le Méridien, de $51^{\text{d}} 7' 38''$, & à $11^{\text{h}} 9'$, sa distance à la Luifante du Bélier fut déterminée de $17^{\text{d}} 10' 50''$, par le moyen desquelles on trouve le vrai lieu de Mars, à $10^{\text{h}} 48'$ au Méridien de Paris, en $8^{\text{d}} 16^{\text{d}}$

15' 50", avec une latitude septentrionale de 18' 8". Ainsi le mouvement de Mars en latitude qui, d'un jour à l'autre, depuis le 27 jusqu'au 28 Octobre, avoit été de 3' 17" vers le Nord, s'est trouvé depuis le 28 Octobre jusqu'au 3 Novembre, dans l'espace de 6 jours, de 19' 21" du même sens, ce qui est à peu près dans la même proportion, & fait voir l'exactitude que l'on peut attendre de ces observations.

Dans l'Histoire Céleste de Tycho, la latitude de cette Planete a été déterminée le 27 Octobre, à la même heure, de 5' 36" vers le Midi, le 28 de 2' 50" vers le Midi, & le 3 Novembre de 16' 30" vers le Nord, avec une différence de 1' 6" dans la première observation, de 1' 37" dans la seconde, & de 1' 38" dans la troisième; ce qui vient en partie de ce que la hauteur de l'Equateur étoit, suivant Tycho, plus petite de 30 secondes que celle qui a été déterminée par les observations modernes, & que cet Auteur supposoit que les réfractions des Astres ne s'étendoient pas aux hauteurs qui sont au dessus de 45 degrés.

Pour déterminer présentement le lieu du Nœud de Mars, l'on fera, comme 19' 21", somme des latitudes observées en sens contraire le 28 Octobre & le 3 Novembre 1595, sont à 1' 13", latitude méridionale de Mars le 28 Octobre à 11^h 32' au Méridien de Paris; ainsi 5^j 23^h 16', intervalle entre ces observations, sont à 9^h 3', qui, étant ajoutées à l'observation du 28 Octobre, donnent le temps du passage de cette Planete par son Nœud boréal le 28 Octobre 1595 à 20^h 35'.

On fera aussi, comme 22' 38", somme des latitudes observées le 27 Octobre & le 3 Novembre, sont à 4' 30", latitude méridionale de Mars le 27 Octobre à 11^h 38' du soir; ainsi 6^j 23^h 10', intervalle entre ces observations, sont à 1^j 9^h 14', qui, étant ajoutés au temps de l'observation du 27 Octobre, donnent le temps du passage de Mars par son Nœud boréal le 28 Octobre de l'année 1595 à 20^h 52'.

Calculant pour le temps milieu entre ces déterminations, le vrai lieu de Mars vû du Soleil, on le trouve en 8 16^d 26' 45", qui seroit en même temps le lieu du Nœud de cette Planete, si les Tables s'accordoient parfaitement aux observations, & que l'on corrigera, s'il y a quelque différence, en cette manière.

Suivant

Suivant les observations que nous avons employées ci-dessus, l'Opposition de Mars avec le Soleil est arrivée le 30 Octobre de l'année 1595 à $22^{\text{h}} 8'$, cette Planete étant en $8 17^{\text{d}} 32' 48''$. Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mars, suivant notre théorie, on le trouve en $8 17^{\text{d}} 35' 0''$, ce qui fait voir que le calcul donne le lieu de Mars plus avancé que l'observation, de $2' 12''$, qu'il faut par conséquent retrancher du lieu du Nœud, trouvé ci-dessus en $8 16^{\text{d}} 26' 45''$, pour avoir le vrai lieu du Nœud boréal ou ascendant de cette Planete le 28 Octobre 1595 à $20^{\text{h}} 52'$, temps vrai, au Méridien de Paris, en $8 16^{\text{d}} 24' 33''$.

Képler, qui a employé les mêmes observations que nous, pour déterminer le lieu du Nœud de Mars, le trouve en $8 16^{\text{d}} 45' \frac{2}{3}$, plus avancé de 21 minutes que celui que nous venons d'établir, ce qui vient de ce qu'il suppose (*Voy. chap. 61. p. 302.*) la latitude de Mars le 28 Octobre de l'année 1595 à 12 heures, de $0^{\text{d}} 41' \frac{1}{2}$, & le 3 Novembre suivant, à la même heure, de $0^{\text{d}} 19' 45''$. Il y auroit eu une plus grande conformité, s'il avoit employé la latitude de Mars, telle qu'il l'a marquée (*p. 263.*) le 27 Octobre à $12^{\text{h}} 20'$, de $0^{\text{d}} 6'$ australe, & le 3 Novembre à $12^{\text{h}} 0'$, de $0^{\text{d}} 17'$ boréale.

Nous adjoûterons à ces déterminations du Nœud, celle de Ptolemée qui (*Almageste, liv. 13. chap. 7.*) rapporte que de son temps, les termes les plus septentrionaux de l'Orbite de Mars étoient à la fin du signe de l'Ecrevisse; ce qui donne le lieu du Nœud de cette Planete, à la fin du signe du Bélier, moins avancé de 17 degrés $\frac{1}{2}$ que celui que l'on observe présentement.

CHAPITRE VII.

Du Mouvement des Nœuds de Mars.

POUR déterminer avec exactitude la quantité du mouvement des Nœuds de Mars, il faudroit avoir des observations de la latitude de cette Planete dans des temps reculés, par le moyen desquelles on trouveroit pour ces temps le lieu de son Nœud, que l'on compareroit à celui que l'on vient de déterminer.

Mais comme nous n'avons point de ces observations sur lesquelles on puisse compter avec quelque évidence, nous avons été obligés de n'employer d'abord que celles qui ne comprennent qu'un peu plus d'un siècle.

Nous avons trouvé par les observations de Tycho, que le lieu du Nœud ascendant de Mars étoit le 28 Octobre de l'année 1595, en $8^{\text{d}} 16^{\text{d}} 24' 33''$. On l'a trouvé le 13 Novembre 1721, en $8^{\text{d}} 17^{\text{d}} 29' 49''$. Son mouvement dans l'intervalle de 126 années & 16 jours, depuis le 28 Octobre 1595 jusqu'au 13 Novembre 1721, a donc été de $1^{\text{d}} 5' 16''$, ce qui est à raison de $0^{\text{d}} 5' 47''$ pour 100 années, & donne son mouvement annuel, de $0' 31'' 4''$.

Par la comparaison de l'observation de Tycho avec celle qui a été faite à Paris & à Greenwich, en l'année 1700, lorsque cette Planete étoit dans son Nœud descendant, on trouve le mouvement annuel du Nœud de Mars, suivant les observations de Flamsteed, de $0' 34'' 16''$, & suivant les nôtres, de $0' 38'' 15''$.

Enfin, si l'on compare nos observations avec celles de Ptolémée, qui (*Almageste, liv. 13. chap. 1.*) place le terme boréal de l'Orbite de Mars à la fin de l'Ecrevisse, ce qui donne le lieu de son Nœud boréal, à la fin du Bélier, on trouvera que dans l'intervalle entre les observations de Ptolémée & les nôtres de l'année 1721, qui est de 1582 années, le mouvement des Nœuds de Mars a été de $17^{\text{d}} 30'$ ou environ, ce qui est à raison de $1^{\text{d}} 6' 22''$ en 100 années, & donne son mouvement annuel, de $0' 39'' 50''$.

Prenant un milieu entre les différentes déterminations qui résultent des observations de Tycho, comparées avec celles de Flamsteed & les nôtres, on aura le mouvement annuel du Nœud de Mars, de $0' 34'' 32''$.

CHAPITRE VIII.

De l'Inclinaison de l'Orbite de Mars par rapport à l'Ecliptique.

DANS les Oppositions de Mars avec le Soleil, que nous avons examinées jusqu'à présent pour déterminer sa théorie, cette Planete étant plus près de la Terre qu'elle ne l'est du Soleil, de toute la distance de la Terre au Soleil; l'inclinaison apparente de son Orbite & la latitude apparente qui en dépend, doivent paroître beaucoup plus grandes qu'elles ne sont effectivement.

Le rapport de leur grandeur apparente, diminué ensuite à mesure que Mars s'éloigne de ses Oppositions jusqu'à ses moyennes distances où l'inclinaison de son Orbite & sa latitude apparente, sont égales à la véritable, ensuite de quoi elles deviennent plus petites jusqu'aux Conjonctions, où Mars étant plus éloigné de la Terre que du Soleil, de toute la distance de la Terre au Soleil, l'inclinaison de son Orbite & sa latitude apparente, sont plus petites que la véritable.

On peut employer toutes les observations de Mars faites hors de ses Oppositions & de ses Conjonctions, pour déterminer l'inclinaison de son Orbite, mais on doit préférer celles où cette Planete se trouve la plus éloignée de ses Nœuds, parce qu'une différence de quelques minutes dans la détermination du Nœud des Planetes, en cause une insensible dans celle de l'inclinaison de leurs Orbites vers les plus grandes digressions où la latitude ne varie pas sensiblement d'un degré à l'autre.

On préférera aussi par la même raison les observations où Mars se trouve plus près de la Terre que du Soleil, à celles où il en est plus éloigné, parce que sa latitude apparente étant plus grande que la véritable, les erreurs qui peuvent se glisser dans les observations, sont moins sensibles, plus le rapport de ces distances entre elles se trouve grand, ce qui doit par conséquent donner plus de précision dans la détermination de la latitude véritable de cette Planete & de l'inclinaison de son Orbite.

E X E M P L E I.

Entre les observations de Mars faites hors de ses Oppositions, nous en trouvons une de Flamsteed, qui est arrivée le 3 Mars de l'année 1694 à $8^h 33'$ au Méridien de Paris, dans laquelle il a déterminé l'ascension droite de cette Planete, de $111^d 7' 15''$, & sa déclinaison boréale, de $25^d 35' 55''$.

Calculant par le moyen de ces observations, le vrai lieu de Mars vû de la Terre, on le trouve en $\varpi 19^d 0' 3''$, avec une latitude boréale de $3^d 30' 0''$. Le vrai lieu de Mars vû du Soleil calculé pour ce temps, étoit en $\Omega 18^d 15' 22''$, éloigné de 3 Signes & un degré du lieu de son Nœud ascendant, ce qui rend cette observation favorable pour cette recherche.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors, suivant nos Tables, en $\Upsilon 13^d 48' 41''$, & le lieu de la Terre qui est à l'opposite, en $\Upsilon 13^d 48' 41''$. Retranchant le lieu de Mars, vû du Soleil, du lieu de la Terre, on aura l'angle TSM (Fig. 55.) de $25^d 33' 19''$. Retranchant aussi le lieu du Soleil du lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle STM , de $125^d 11' 22''$; & l'on fera, comme le sinus de l'angle STM , de $125^d 11' 22''$ est au sinus de l'angle TSM , de $25^d 33' 19''$; ainsi SM , distance de Mars au Soleil, est à TM , distance de Mars à la Terre; ainsi la tangente de l'angle DTM de la latitude apparente de Mars, qui a été observée de $3^d 30'$, est à la tangente de l'angle DSM , qui mesure la latitude véritable de cette Planete vûe du Soleil, qu'on trouvera de $1^d 50' 48''$.

Enfin l'on fera, comme le sinus de la distance de Mars à son Nœud, qu'on a trouvée de $91^d 0'$ est au sinus de la latitude véritable de Mars, qui a été déterminée de $1^d 50' 48''$; ainsi le sinus total est au sinus de la plus grande latitude de Mars, ou de l'inclinaison de son Orbite avec l'Écliptique, qu'on trouvera de $1^d 50' 52''$.

Dans cette observation, la distance de Mars à la Terre étoit à sa distance au Soleil, comme 52785 à 100000; de sorte que s'il y a eu quelque erreur dans la détermination de la latitude apparente de cette Planete, elle a dû être moins sensible dans celle de l'inclinaison de son Orbite, suivant le rapport de ces distances.

E X E M P L E I I.

Le 27 Mars de la même année 1694 à 7^h 25' au Méridien de Paris, M. Flamsteed déterminâ l'ascension droite de Mars, de 115^d 48' 55", & sa déclinaison boréale de 24^d 10' 50", ce qui donne sa longitude en ϖ 23^d 26' 12", & sa latitude boréale, de 2^d 46' 38".

Le vrai lieu de Mars vû du Soleil, calculé suivant notre théorie, étoit en Ω 28^d 44' 14", celui du Soleil en γ 7^d 34' 25", & celui de la Terre en \ominus 7^d 34' 25". Retranchant le lieu de Mars, vû du Soleil, du lieu de la Terre, on aura l'angle entre la Terre & Mars, de 38^d 50' 11". Retranchant aussi le lieu du Soleil du lieu de Mars vû de la Terre, on aura l'angle entre le Soleil & Mars, de 105^d 51' 47": & l'on fera, comme le sinus de 105^d 51' 47" est au sinus de 38^d 50' 11"; ainsi la tangente de 2^d 46' 38", latitude apparente de Mars, est à la tangente de sa latitude vraie vûe du Soleil, qu'on trouvera de 1^d 48' 36".

Retranchant le lieu du Nœud ascendant de Mars, qui étoit en γ 17^d 15', du vrai lieu de cette Planete vûe du Soleil, qui étoit en Ω 28^d 44', on aura sa distance à son Nœud ascendant, de 101^d 29', dont le supplément est 78^d 31': & l'on fera, comme le sinus de 78^d 31' est au sinus de 1^d 48' 36", latitude vraie de Mars; ainsi le sinus total est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de cette Planete à l'égard de l'Écliptique, que l'on trouvera de 1^d 50' 50", plus petite seulement de 2 secondes que par le premier exemple.

E X E M P L E I I I.

Le 2 Novembre de l'année 1695 à 19^h 9' au Méridien de Paris, l'ascension droite de Mars a été observée de 143^d 39' 40", & sa déclinaison boréale de 16^d 14' 30"; d'où l'on trouve sa longitude en Ω 20^d 41' 21", & sa latitude boréale de 1^d 42' 32".

Le vrai lieu de Mars vû du Soleil étoit alors en ϖ 13^d 24' 12", & celui du Soleil en η 11^d 7' 47", ce qui donne la distance de Mars à la Terre vûe du Soleil, de 62^d 16' 25", & la distance de Mars au Soleil vûe de la Terre, de 80^d 26' 26". On fera donc, comme le sinus de 80^d 26' 26" est au sinus de 62^d 16' 25";

Q q q iij

ainsi la tangente de $1^{\text{d}} 42' 32''$ est à la tangente de la latitude vraie de Mars, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 32' 2''$. Retranchant le lieu du Nœud, qui étoit en $8 17^{\text{d}} 15'$, du lieu de Mars vû du Soleil, qui étoit en $5 13^{\text{d}} 24'$, on aura la distance de Mars à son Nœud ascendant, de $56^{\text{d}} 9'$: & l'on fera, comme le sinus de $56^{\text{d}} 9'$ est au sinus de $1^{\text{d}} 32' 2''$; ainsi le sinus total est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de Mars, qu'on trouvera de $1^{\text{d}} 50' 50''$, de même que par la dernière comparaison.

Dans cette observation, Mars étoit à la vérité plus près de son Nœud que dans les précédentes, mais il se trouvoit plus proche de ses moyennes distances à l'égard du Soleil & de la Terre, qui est la situation où l'on détermine avec plus d'évidence le rapport de ses distances, dont on a besoin pour déterminer sa latitude véritable & l'inclinaison de son Orbe.

On peut aussi, comme on l'a pratiqué dans Saturne & Jupiter, employer les Oppositions de Mars avec le Soleil pour déterminer l'inclinaison de son Orbe, pourvû que l'on connoisse exactement le rapport de la distance du Soleil à la Terre & à Mars, & on préférera pour cette recherche les observations où Mars s'est trouvé près des termes des plus grandes latitudes, en cette manière.

Le 8 Août de l'année 1687 à midi, on a déterminé à Paris l'Opposition de Mars avec le Soleil, cette Planete étant en $\approx 15^{\text{d}} 54'$. Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mars par notre théorie, on le trouve de même que par l'observation, en $\approx 15^{\text{d}} 54'$. Retranchant le lieu de l'Aphélie de Mars, qui étoit en $m 0^{\text{d}} 21'$, de son vrai lieu, on aura son anomalie vraie, de $5^{\text{f}} 15^{\text{d}} 33'$, avec laquelle on trouvera la distance de Mars au Soleil, de 13859 parties, dont la moyenne distance de la Terre au Soleil est de 10000. Retranchant pareillement du vrai lieu du Soleil, qui étoit en $\Omega 15^{\text{d}} 54'$ à l'opposite de Mars, le lieu de son Apogée, qui étoit en $5 7^{\text{d}} 12'$, on aura son anomalie vraie, de $1^{\text{f}} 8^{\text{d}} 42'$, avec laquelle on trouvera la distance de la Terre au Soleil, de 10130 des mêmes parties. On fera donc, comme 13859 est à 10130; ainsi le sinus de la latitude apparente de Mars, qui a été observée de $6^{\text{d}} 50' 40''$ est au sinus de $4^{\text{d}} 59' 50''$, qui étant retranchées de $6^{\text{d}} 50' 40''$, reste $1^{\text{d}} 50' 50''$, qui mesurent la latitude véritable de Mars, & en même temps l'inclinaison de

son Orbite, la distance de Mars à son Nœud descendant étant de 3 Signes moins quelques minutes, qui ne causent aucune variation sensible dans son inclinaison.

Cette observation se trouve dans des circonstances très-favorables. Premièrement, en ce que Mars étoit près des termes de sa plus grande latitude; & en second lieu, parce que le Soleil n'étant éloigné que d'un Signe & quelques degrés de son Apogée, Mars étoit en même temps allés près de son Périhélie, ce qui a dû augmenter la grandeur apparente de son diamètre, & diminuer d'autant l'erreur qui peut s'être glissée dans l'observation, dans la proportion de $6^d 50'$ à $1^d 51'$, c'est-à-dire, d'environ 4 à 1.

Outre cette Opposition, nous en trouvons une qui a été observée par Tycho, dans des circonstances presque aussi favorables, le 25 Août 1593 à $17^h 27'$, Mars étant, selon Képler, à $12^d 16'$ des Poissons, avec une latitude méridionale de $6^d 2' 30''$. Le lieu de l'Aphélie de Mars étoit alors en $\Omega 28^d 29' 0''$, & celui de l'Apogée du Soleil, en $\varphi 3^d 53'$, ce qui donne l'anomalie vraie de Mars, de $6^f 13^d 47'$, & celle du Soleil, de $2^f 8^d 23'$, avec lesquelles on trouve la distance de Mars au Soleil, de 13856, & celle de la Terre au Soleil, de 10063. On fera donc, comme 13856 est à 10063; ainsi le sinus de la latitude apparente de Mars, observée de $6^d 2' 30''$, est au sinus de $4^d 23' 2''$, qui étant retranchées de $6^d 2' 30''$, reste $1^d 39' 28''$, qui mesurent la latitude véritable de Mars.

Le vrai lieu du Nœud ascendant de Mars étoit, comme nous l'avons déterminé le 28 Octobre 1595, en $8 16^d 24' 33''$, d'où il suit qu'il devoit être le 25 Août 1593, en $8 16^d 23' 20''$. Le retranchant du vrai lieu de Mars observé en $\chi 12^d 16'$, on aura la distance de cette Planete à son Nœud ascendant, de $9^f 25^d 52' 40''$, & à son Nœud descendant, de $3^f 25^d 52' 40''$: & l'on fera, comme le sinus de $64^d 7' 20''$, supplément de la distance de Mars à son Nœud descendant, est au sinus total; ainsi le sinus de $1^d 39' 28''$, latitude de Mars vûe du Soleil, est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de cette Planete avec l'Écliptique, que l'on trouvera de $1^d 50' 33''$.

En comparant ensemble la détermination de l'inclinaison de l'Orbite, qui résulte de ces différentes observations, on la trouve

par celle de l'année 1593, de	1 ^d 50' 33"
par celle de 1687, de	1 50 50,
par celle du 3 Mars 1694, de	1 50 52,
par celle du 27 Mars 1694, de	1 50 50,
& par celle du 3 Novembre 1695, de	1 50 50.

Prenant un milieu, on aura l'inclinaison de l'Orbite de Mars à l'égard de l'Ecliptique, de 1^d 50' 47".

C H A P I T R E I X.

Comparaison de diverses Observations de Mars, faites hors de ses Oppositions.

AYANT ainsi déterminé les principaux éléments de la théorie de Mars, nous pouvons présentement examiner les observations de cette Planete, qui ont été faites en divers endroits de son Orbe, hors de ses Oppositions avec le Soleil.

La plus ancienne de ces observations est une Eclipsé de Mars par la Lune, rapportée par Aristote (*chap. 12. du 2.^e livre du Ciel*) où il marque que Mars fut d'abord caché derrière la partie obscure de la Lune, & qu'il en sortit par sa partie éclairée; ce qui fait voir que cette observation est arrivée depuis la Nouvelle jusqu'à la Pleine Lune.

Képler, dans son *Traité de l'Astronomie Optique*, sur la fin du chapitre 8, & dans sa théorie de Mars, chap. 69, assure que cette observation n'a pû arriver que le 4 Avril de l'année 357, avant Jesus-Christ, le Soleil étant au 10.^{me} degré du Taureau, & Mars joint à la Lune, dans le 13.^{me} degré du Lion. Mais comme Aristote ne marque pas le temps auquel cette Eclipsé est arrivée, il seroit difficile de pouvoir faire quelque usage de cette observation.

La seconde observation est celle qui est rapportée par Ptolemée (*Almageste, liv. 10. chap. 9.*) où Mars parut joint au Front boréal du Scorpion, l'année 52 depuis la mort d'Alexandre, la 476.^{me} de Nabonassar, entre le 20 & le 21 du mois d'*Athir* au matin, c'est-à-dire, le 20 à 18 heures.