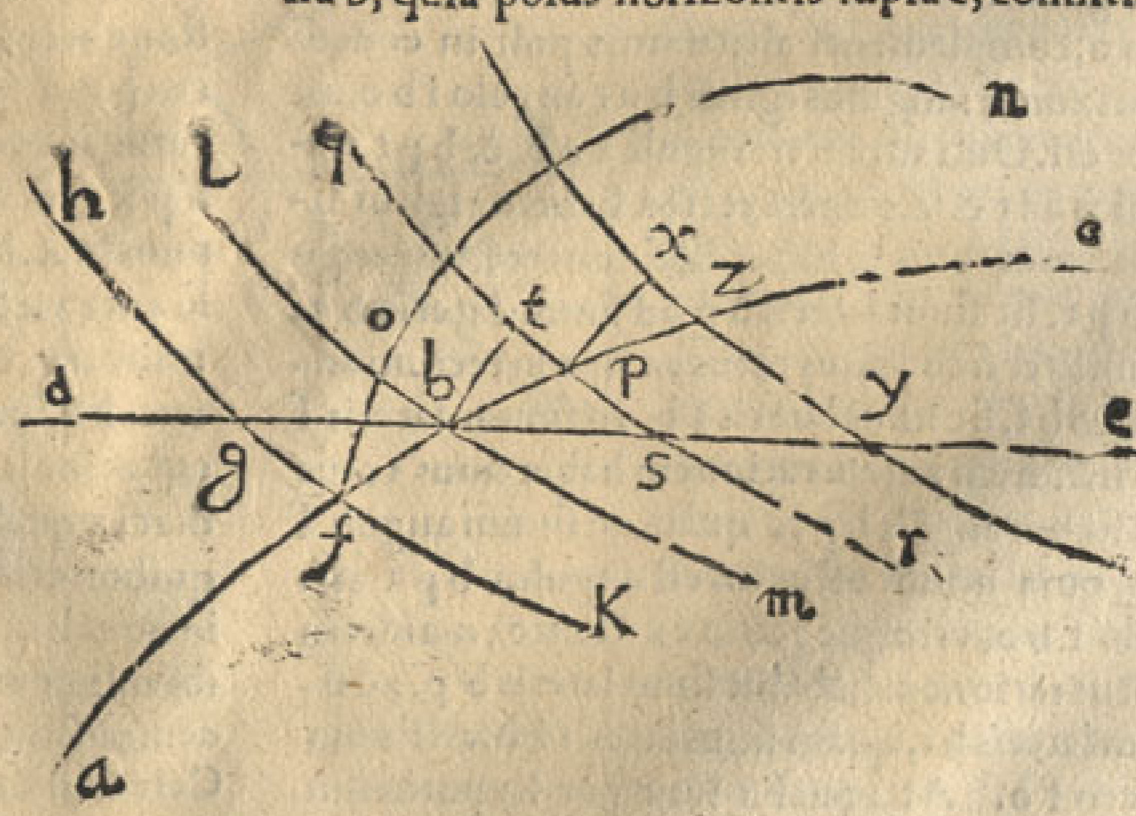
Sed ponamus Lunam in p, dico quod tardius occidet quam si latitudinem haberet Borealē, citius verò quam si latitudinem haberet Australem. Quoniam enim polo zodiaci Boreali in f constituto, circulus eclipticus positionem habet o p q. Veniat igitur ab ipso f, circulus maximus ad p, qui ad z, prolongetur versus Australem zodiaci polum: ipse igitur circulus f p z, latitudinis circulus erit. Quando autē punctum p, occidentalem horizontem attingit, quoduis aliud punctum inter f & p, sub horizonte iam conditum est: quæ verò sunt inter p & z nondum occidunt. Luna igitur in p, constituta tardius occidet, quàm si latitudinem haberet Borealem: citius verò quam si latitudinem sortiretur Australem. Et ponamus deni quē lunā in s. Dico, quòd citius occidet, quàm si latitudinem Borealem haberet, tardius quam si latitudinem haberet Australem. Nam quoniam polo zodiaci Boreali in g constituto, circulus eclipticæ positionem habet r s t: veniat igitur ab ipso g, circulus maximus ad s, qui prolongetur ad y, versus alterum zodiaci polum. Ipse igitur circulus g s y, latitudinis circulus erit. Quando autem punctum eclipticæ s, horizontis semicirculum attingit Occidentalem, quoduis aliud punctum quadrantis g s, adhuc supra horizontem relinquitur: quæ verò sunt inter s & y, sub ipso horizonte iā condita sunt. Luna igitur in s constituta, citius occidit, quàm si latitudinem haberet Borealem, tardius verò si latitudinem Australem sortiretur: quod quidem demonstrandum suscepimus. Itaque hæ duæ causæ propter quas Luna citius apparet post ipsius cum Sole coniunctionem, & tertia quoque de motu velociori, in vnam causam concurrunt, ea est tardius ad occasum venire. Atque ad eum modum Arabes Lunæ apparitionem definiunt, per tempora videlicet gradusúe æquinoctialis, quæ post Solis occasum sub horizonte descendunt: nobis tamen aliter videtur. Potius enim Solis occultationem sub horizonte causam esse putamus, propter quam Luna interdum citius, interdum tardius appareat post ipsius cum Sole coniunctionem, quàm maiorem aut minorem descensum arcus eclipticæ inter ipsa luminaria.

Nam nisi tardior descensus maiorem postulauerit Solis occultationem, quamuis longius intra noctem terminetur: causa non erit, vt Luna citius appareat. Contingit autem æqualium arcuum eclipticæ pares descensus inæquales postulare Solis occultationes. Contingit etiam interdum, æquales zodiaci arcus inæquales habere descensus: cæterùm maiori descensui minorem occultationem respondere.

Tardior porrò descensus maius temporis spatium intra noctem fluxum esse indicat, sed maior Solis occultatio maiorem ostendit circa horizontem obscuritatem: ex qua quidem prouenit, vt astra quæ circa horizontem sunt, melius à nobis videantur.

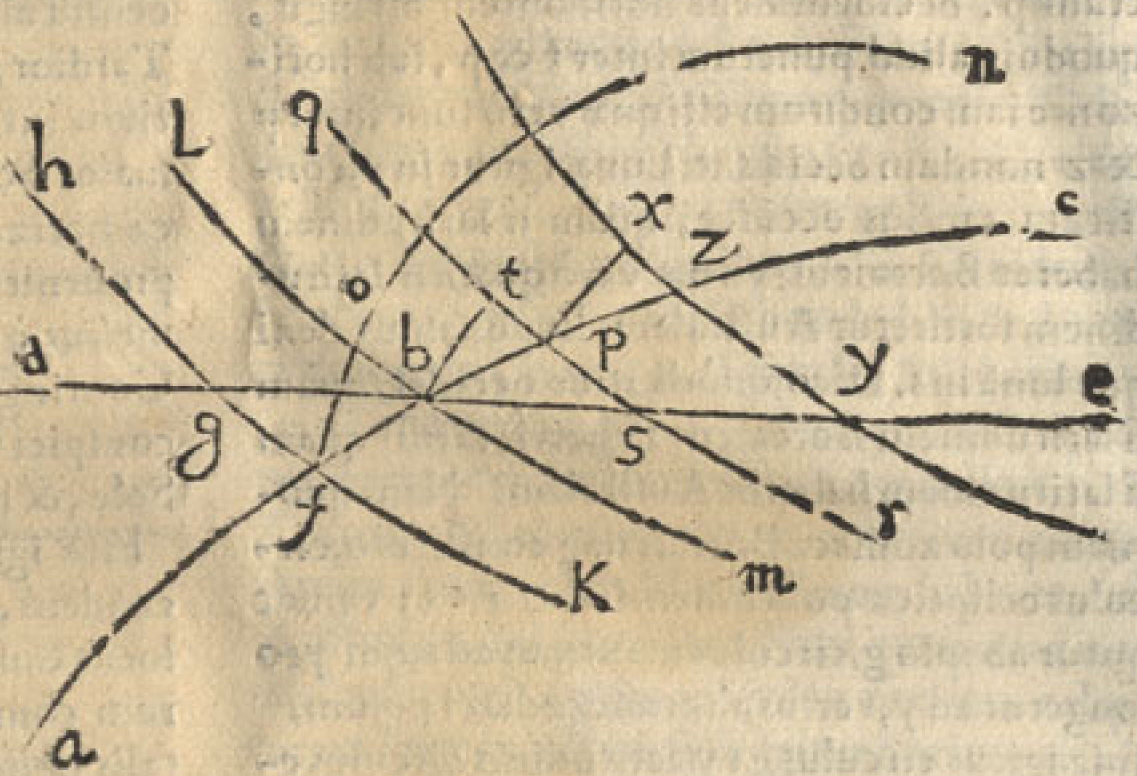
Contingit autem (fateor) Lunam interdiu conspici: cæterùm eo tempore distantior est à Sole, & plenior lumine.

Esto igitur a b c semicirculus eclipticæ ascendens, d b e æquinoctialis, b sectio Verna, locus Solis f, locus verò Lunæ b, post ipsorum coniunctionem, semicirculus Occidentalis obliqui cuiusuis horizontis in quo loci latitudo maior est maxima Solis declinatione esto h g f K, æquinoctialē secans in g, & eclipticam in f. Arcus itaqúe æquinoctialis b g, descēsus erit arcus eclipticæ f b, quo depresso ipse obliquus horizon positionem habeat l b m. Veniat autem à puncto n, horizontis polo ad horizontem l b m, circuli maximi quadrās, qui vsqúe ad f, descendat Solis locum sub horizonte, ipsumque horizontis circulum l b m, secet in o: non enim secabit in b, nec infra b, quia polus horizontis supra c, consistit,



Erit itaque arcus o f, Solis occultatio sub horizonte arcui f b respondens, sub eodem horizōte depresso, rectosq; efficiet angulos cum ipso circulo l o m, ad punctum o per 19. primi Theodosij. Et intelligamus deinceps aliam Solis & Lunæ coniunctionem in qua locus Solis sit b, Lunæ verò p: sintq; duo arcus f b & b p, æquales inuicem, & cum Luna ad occasum peruenerit, ipse idem obliquus horizon propositionem habeat p q r, æquinoctialem secās in s: arcus autem occultationis Solis in eodem temporis momēto sit b t, rectos efficiēs angulos cum horizonte ad punctū t, quippe quod à polo ipsius horizontis veniat.

Duo igitur eclipticæ arcus f b, & b p, æquales sunt, & arcus descensionum eorundem videlicet b g, & b s, æquales sunt, per 14. tertij libri Theodosij. cæterum arcus occultationis Solis f o, & b t, inæquales ostendemus, nempe b t, minorem ipso f o. Duo enim anguli b p t, & b p s, duobus rectis sunt æquales, tres verò anguli interiores trianguli b s p, duobus rectis maiores sunt: detracto igitur communi angulo b p s, minor relinquetur angulus b p t, duobus angulis p b s, & p s b, simul sumptis per communem sententiam. Quorum vnus videlicet p b s, maximæ obliquitatis zodiaci est: alter verò qui est p s b, complemēti altitudinis poli in proposito obliquo horizonte. Atqui angulus f b o, duobus angulis æqualis est simul sumptis, angulo nempe f b g, maximæ obliquitatis zodiaci, & angulo g b o, complementi altitudinis poli in eodem horizonte: angulus igitur b p t angulo f b o, minor est. Duo autem triangula f o b, & b p t, angulos ad t & o, puncta rectos habent: igitur sicut sinus totus se habet ad sinum rectum anguli b p t: sic sinus lateris b p ad sinum lateris b t. Similiter sicut sinus totus ad sinum rectum anguli o b f, sic sinus lateris f b, ad sinum lateris f o: maiorem autem rationem habet sinus totus ad sinum anguli b p t, quàm ad sinum anguli f b o, quia minor ostensus est angulus b p t angulo f b o, vtroque acuto existente: maiorem igitur rationem habebit sinus lateris b p, ad sinum lateris b t, quam sinus lateris f b, ad sinum lateris f o. At æqualia sunt per hypothesim duo latera f b, & b p: & proinde eorum sinus æquales erunt: minor igitur erit sinus lateris b t, vt pote ad quem maior habetur ratio, ipso sinu lateris f o, ad quem minor. Atqui ipsa latera b t & f o, minora sunt quadrantibus: igitur arcus b t, minor erit ipso f o. Sunt itaq; arcus eclipticæ æquales, & ascensiones æquales habent. Cæterum occultationes Solis inæquales sunt, quod demonstrandum suscepimus. Ipsa porrò latera b t, & f o, minora esse quadrantibus demonstrabis: quoniam angulus f b o, minor est recto, similiter & angulus b p t.

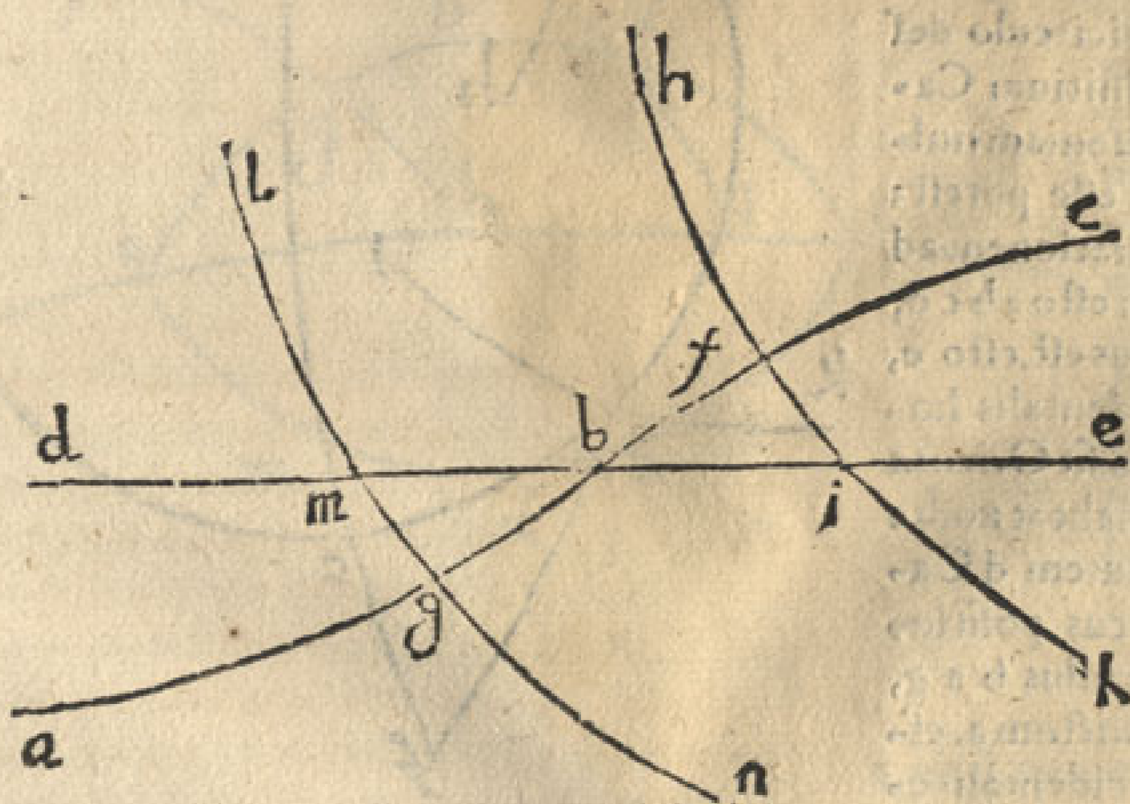


Præterea ponamus arcum zodiaci p z, æqualē rursus ipsi f b aut b p, & intelligamus aliam Solis & Lunæ coniunctionem in qua quidem Solis locus sit p sub horizonte, & Lunam digressam esse à Sole arcu p z, ad occasumq; venire cum puncto æquinoctialis y, in ipso eodem horizonte, qui positionem habeat z y: erit igitur s y, descensio arcus p z, maior quidem descensione arcus f b aut b p: propterea quòd ipse arcus p z, à sectione Verna distantior est. Deducatur autem ex puncto p, arcus maximi circuli p x, rectos faciens angulos cum horizonte in puncto x. Et eadem demōstrandi arte, qua paulò ante vsi sumus angulum p z x, ostendemus minorem esse angulo f b o: & proinde arcum occultationis Solis p x, minorem esse arcu occultationis f o. Sunt itaque f b, & p z, arcus zodiaci æquales, inæquales habentes descensus: quibus etiam respondent Solis occultationes inæquales, videlicet vbi maior est descensus, ibi minor est solis occultatio, quòd erat à nobis demonstrandum.

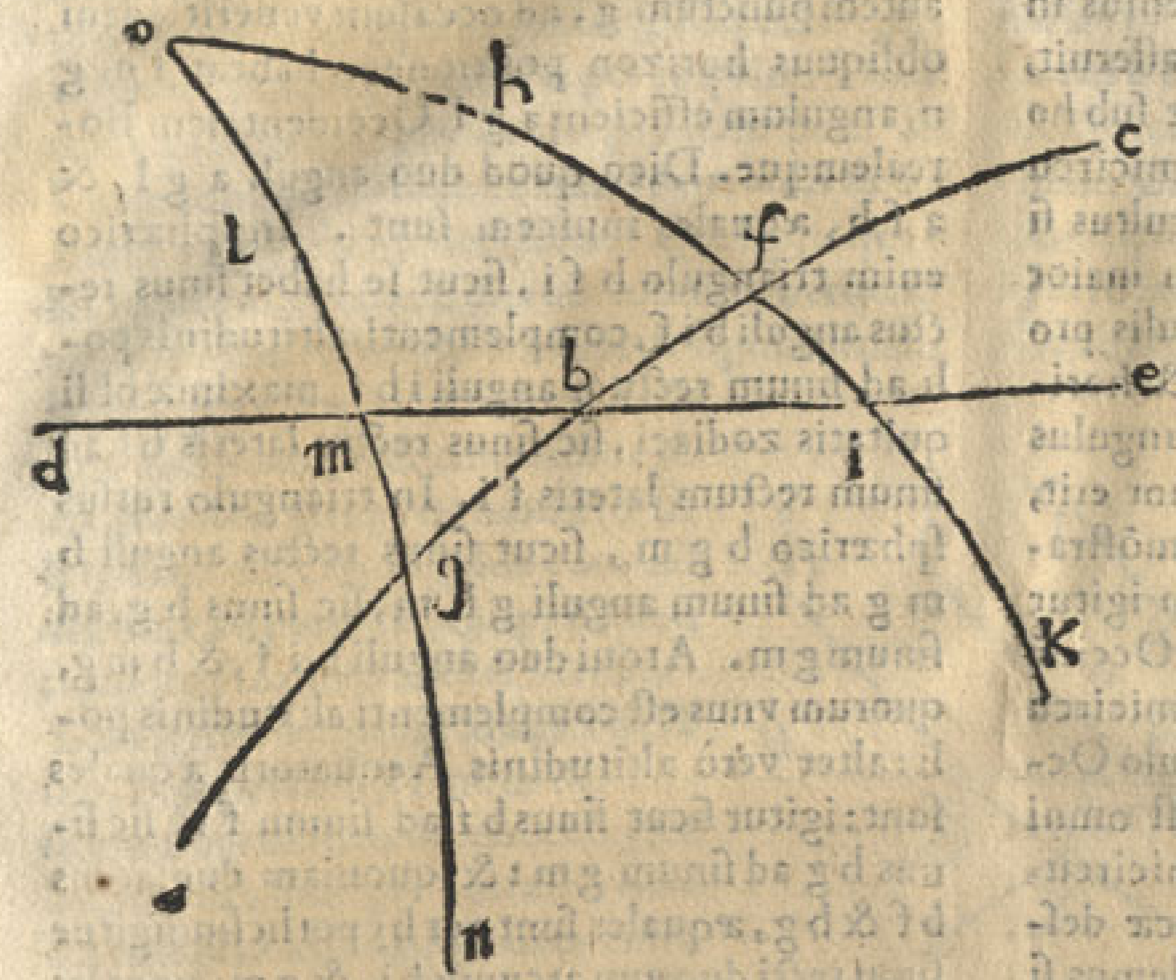
Certissimum autem putamus citius Lunam apparere post ipsius cum Sole coniunctionem, si ipsorum distantia semicirculi eclipticæ ascen-

dentis

dentis fuerit: tardius verò si semicirculi descẽdentis, quemadmodum autor scripsit: non tamen propterea quòd maiores sint descensus in vno semicirculo quàm in altero vt ille asseruit, sed quia sol descendendo occultior erit sub horizonte cum distantia ipsius à Luna semicirculi ascendentis fuerit: minus autem occultus si descendentis semicirculi. Et quoniam maior hæc aut minor Solis occultatio ex angulis prouenit qui ex concursu fiunt eclipticæ & horizontis obliqui: vbi enim istiusmodi angulus minor fuerit, ibi Solis occultatio minor erit, quemadmodum ex ijs quæ superius demõstrauimus, perspicuum est: operæpretium igitur erit demonstrare quòd omnis angulus Occidẽtalis Borealisq; qui ex concursu fit semicirculi eclipticæ ascendentis cum semicirculo Occidentali obliqui horizontis maior est omni angulo, qui ex concursu fit ipsius semicirculi horizontis cum semicirculo eclipticæ descendenti. Quod quidem facile ostendemus, si demonstratum fuerit in primis, quòd anguli huiusmodi qui ad puncta eclipticæ fiunt, quæ paribus interuallis ab alterutra sectione Aequatoris distant, æquales sunt inter se. Esto enim a b c, semicirculus eclipticæ ascendens,

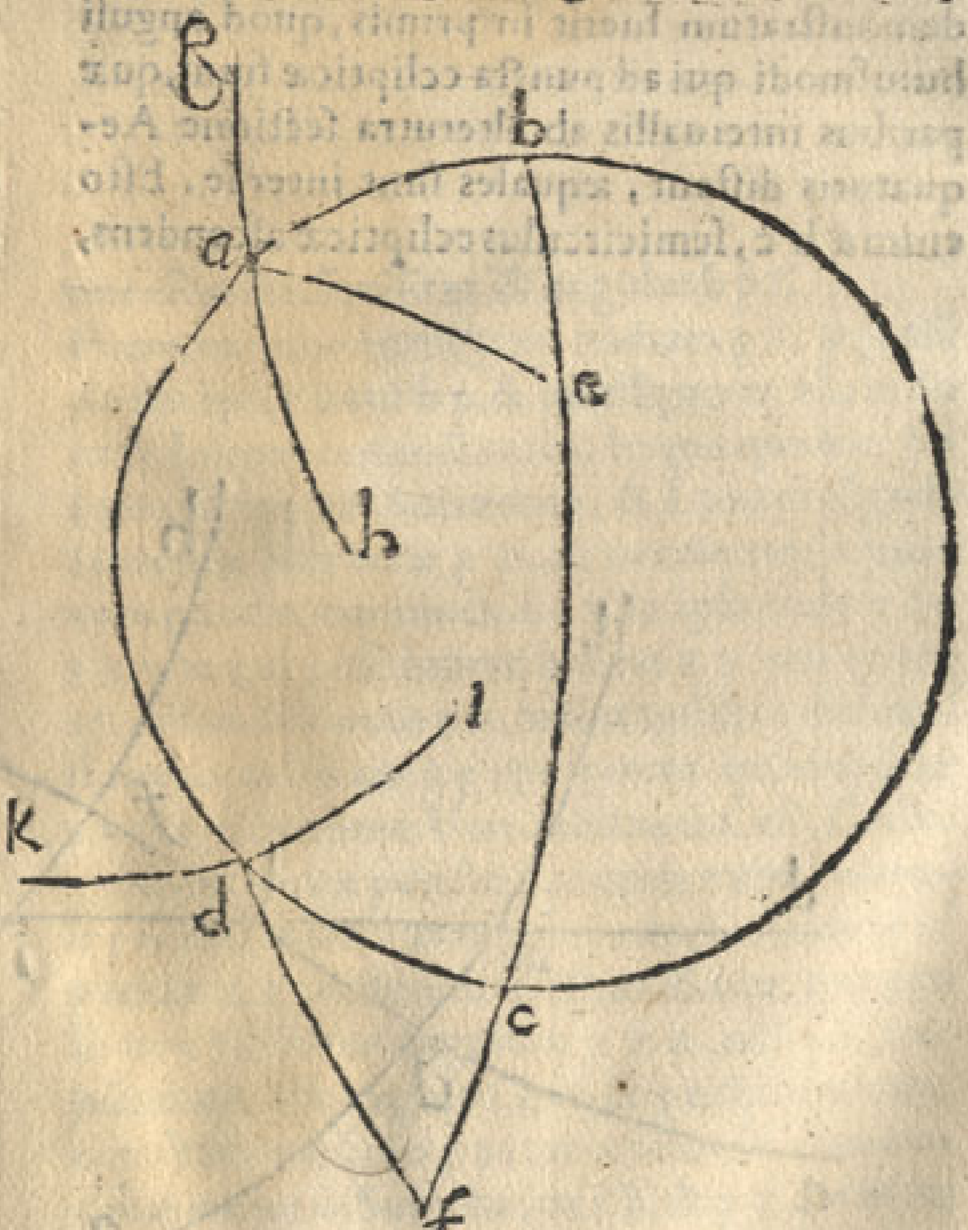


d b e æquinoctialis, b sectio Verna, & sint f & g, duo ipsius semicirculi eclipticæ puncta, quæ paribus interuallis distent ab ipsa sectione b, veniatque per f, obliquus horizon h f i K, qui ad ipsum f punctum angulum efficiat a f h, Occidentalem Borealemque: cum autem punctum g, ad occasum venerit idem obliquus horizon positionem habeat l m g n, angulum efficiens a g l, Occidentalem Borealemque. Dico quod duo anguli a g l, & a f h, æquales inuicem sunt. In sphærico enim triangulo b f i, sicut se habet sinus rectus anguli b i f, complementi altitudinis poli ad sinum rectum anguli i b f, maximæ obliquitatis zodiaci, sic sinus rectus lateris b f, ad sinum rectum lateris f i. In triangulo rursus sphærico b g m, sicut sinus rectus anguli b m g ad sinum anguli g b m, sic sinus b g, ad sinum g m. Atqui duo anguli b i f, & b m g, quorum vnus est complementi altitudinis poli: alter verò altitudinis Aequatoris æquales sunt: igitur sicut sinus b f ad sinum f i, sic sinus b g ad sinum g m: & quoniam duo arcus b f & b g, æquales sunt per hypothesim: igitur sinus recti duorum arcuum f i, & g m, æquales erunt per quintum librum Euclidis. Et quoniã ipsi arcus f i, & g m, minores sunt quadrantibus: sunt enim latitudines occasuum punctorum f & g, partes videlicet quadrantum horizontis, qui sunt inter meridiani sectiones, & ipsam atque i puncta: duo idcirco arcus f i, & g m, æquales inuicem erunt. Concurrant autem in puncto o Boreali ipsi duo horizontes qui pro vno atque eodem sumuntur. Nam nihil interest vtrum horizonte immobili existente sphæra moueatur, an sphæra quiescente horizontem mobilem feceris. Et quoniam duo anguli d m o, & d i o, complementi altitudinis poli Borealis æquales sunt: duo igitur latera m o, & i o, sphærici trianguli m o i coniuncta vni semicirculo æqualia erunt: lateri autem m o arcum addemus g m, sed à latere i o, arcum subtrahemus f i: & erunt rursus vni semicirculo æquales duo arcus g o, & f o: quapropter in sphærico triangulo g o f angulus



a g o, angulo a f o, æqualis erit, ideſt angulus a g l, angulo a f h æqualis. Poteris autem neglecta ratione ſinuum (ſi libet) duos arcus f i, & g m, æquales inuicem oſtendere. Duo enim arcus b i & b m, æquales ſunt p 14. tertij Theod. igitur f i, & g m, æquales erunt per 4. primi Menelai.

Idem ſimiliter demonſtrabis, & eadem prorſus arte de angulis qui fiunt in ſemicirculo deſcendenti. De ijs verò qui fiunt ad initium Capricorni, & finem Geminorum, quoniam nullum trianguli latus hemicyclium eſſe poteſt: aliam igitur conſtruemus demonſtrationem ad hunc modum. Obliquus horizon eſto a b c d, polus mundi Boreus, qui manifeſtus eſt, eſto e, occultus verò f, ſemicirculus Occidentalis horizontis eſto b d c: reliquus autem ſit Orientalis, & Occidente a Cancri initio, habeat zodiacus poſitionem g a h, Occidente autem d Capricorni initio, habeat ipſe zodiacus poſitionem K d i. Dico, quod exterior angulus b a g, Occidentalis Borealiſq; qui ad punctum a, efficitur angulo a d k qui ad d, & Occidentalis etiam eſt, atq; Borealis æqualis eſt. Scribatur enim per a & e, maximus circulus, item per f & d, & meridianus agatur b e c f. In duobus itaq; ſphericis triangulis a b e & d c f, quoniam meridianus per polos horizontis venit, angulos rectos efficiet e b a, & f c d: duo autem latera b e, & c f, æqualia ſunt. Eſt enim b e, eleuatio poli manifeſti, c f verò depreſsio occulti poli, duo præterea latera a e, & f d æqualia, complementa enim ſunt maximarum zodiaci obliquitatum. Reliqua idcirco latera cum reliquis angulis inuerſe æqualia erunt, per vltimam propoſitionē tertij libri Ioānis de Monteregio: angulus igitur b a e, angulo c d f æqualis eſt. Quod etiam ex proportione laterum & angulorum concludere poteris, in hunc modum. Nam quoniam duo latera a e, & b e, duobus d f, & f c, alterū alteri æqualia ſunt, & ſinus laterum & angulorum eandem ſeruant proportionem: igitur ſicut ſinus totus ad ſinum anguli b a e, ita ipſe ſinus totus ad ſinum anguli c d f: acuti porrò ſunt ipſi anguli b a e, & c d f, quia latera oppoſita minora ſunt quadrantibus: æquales igitur erūt ijdem an-

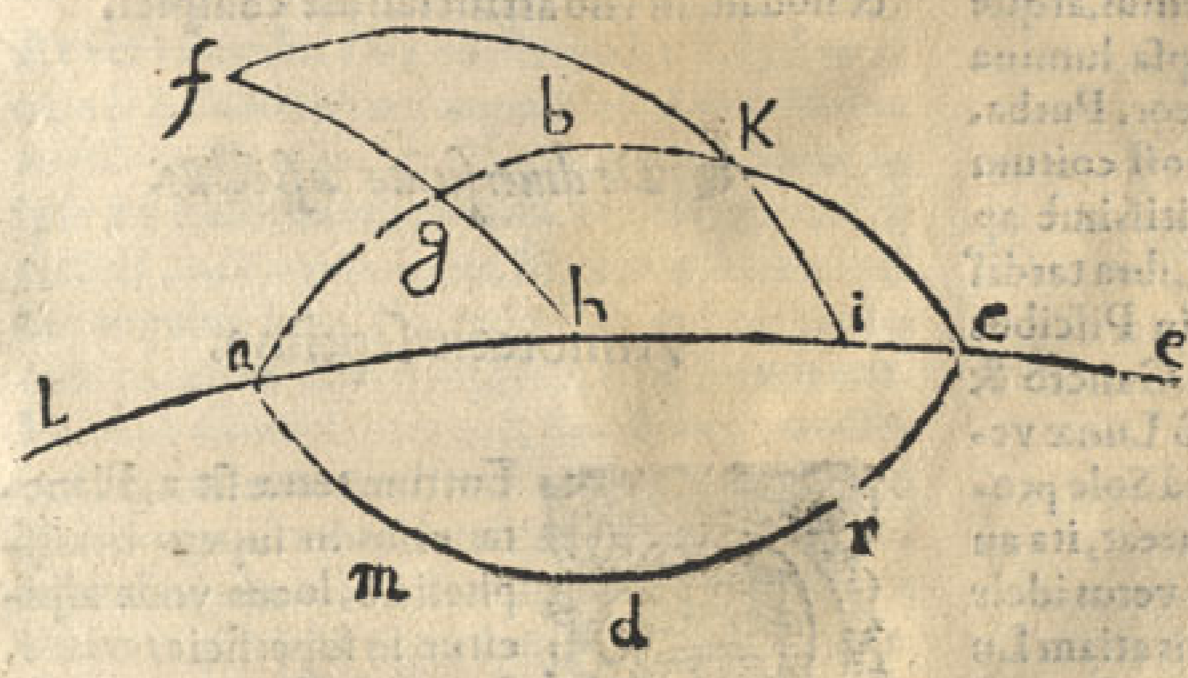


guli. Recti ſunt autem duo anguli g a e, & f d i, quoniam arcus a e, & f d, producti per polos eclipticæ veniunt: detractis igitur æqualibus angulis b a e, & c d f, reliqui anguli b a g, & c d i, æquales inuicem erūt per communem ſententiam. Atqui angulus c d i, cōtrapoſito a d k æqua

æqua

æqualis est: duo igitur anguli b a g, & a d k Occidentales Borealesq; qui ad ipsa initia Cancri & Capricorni fiunt, ex concursu eclipticæ & horizontis æquales sunt, quod demonstrandum relinquebatur.

Nunc verò facile erit demonstrare, quòd omnis angulus Occidentalis Borealisq;, qui ex cõcursu fit semicirculi eclipticæ ascendentis cũ semicirculo Occidentali obliqui horizontis maior sit omni angulo Occidentali Borealiq;, qui ex concursu fit ipsius semicirculi horizontis cum semicirculo eclipticæ descendẽti. Esto enim circulus a b c d ecliptica, semicirculus ipsius Borealis a b c: Australis verò c d a, æquinoctialis l a e, sitq; a initiũ Arietis, c Libræ, b Cancri, d Capricorni. Semicirculus itaque ascendens erit d a b, descendens autem b c d. Dico, quòd omnis angulus Occidentalis, Borealisq;, qui ex concursu horizontis obliqui fit cum ipso circulo eclipticæ, ad puncta semicirculi ascẽdẽtis d a b, maior est omni angulo similiter Occidentali Borealiq;, qui fit ad puncta semicirculi descendentis b c d. Horizon enim obliquus f g h, in Occidentali parte angulum efficiat f g a, Occidentalem Borealemq; cum



ecliptica ad punctum g, semicirculi ascendentis, primi nempe quadrantis: in puncto autem k, secundi quadrantis angulum efficiat f K g similiter Occidentalem Borealemq; positionẽ habens f k i: duo autem puncta h & i ea sint, in quibus ipse horizon æquinoctialem intersecat. In triangulo itaq; f h i: quoniam duo anguli a h f, exterior videlicet, & h i f interior æquales sunt, quippe quòd anguli sint complementi altitudinis poli in eodem horizõte: duo igitur latera f h & f i, coniuncta vni semicirculo æqualia erunt. Et propterea duo latera f g, & f K, trianguli f g K, vno semicirculo minora erunt: ex quibus concludes quòd exterior angulus f g a, interiore f K g, maior erit. Et hac arte demonstrabis quòd huiusmodi anguli ab a in b, & à b in c, perpetuò decrescant, angulosq; primi quadrantis angulis secundi quadrantis maiores esse: à puncto autem c in d, & a d in a, in semicirculo nempe Australi huiusmodi angulos perpetuò crescere. Sumatur præterea in quadrante c d punctum quoduis r. Dico, quòd angulus qui fit ad g, punctum quoduis quadrãtis a b, maior est eo qui fit ad r. Distent enim K & r, paribus interuallis à puncto c Libræ initio. Igitur duo anguli Occidentales Borealesq; ad ipsa puncta K & r, æqualia erũt, per ea quæ superius demonstrauimus. At verò angulus qui ad g, maior est eo qui ad K: maior est igitur angulus qui ad g, eo qui ad r: & proinde angulus qui fit ad punctum quoduis primi quadrantis angulo qui fit ad quoduis punctum semicirculi descendentis maior erit. Et sumatur præterea punctum quoduis in quadrante d a, quod sit m. Dico, quòd angulus qui fit ad ipsum m, maior est omni angulo qui fit in semicirculo descendenti. Distent enim m & g, paribus interuallis ab ipso a, puncto Arietis initio: quapropter anguli ad m, & g æquales erunt. Atqui maior est angulus qui ad g, omni angulo qui fit in semicirculo descendenti. Omnis itaq; angulus factus in semicirculo ascendenti Occidẽtalis Borealisq; maior erit omni angulo Occidentali Borealiq; semicirculi descendentis. Et quoniam quemadmodum anguli ab a in c, per b perpetuò decrescunt: ita ij qui sunt in punctis à c, in ipsum a per d, perpetuò crescunt. Angulus itaq; qui fit ad initium Arietis omnium maximus erit: qui verò ad initium Libræ omnium minimus. Continet autem qui ad initium Arietis maximam zodiaci obliquitatem cum complemento altitudinis poli, sed qui ad initium Libræ is erit qui relinquitur detracto angulo obliquitatis zodiaci ex angulo complementi altitudinis poli. Et propterea Luna initium Arietis occupan pante atque in horizontis parte Occidentali constituta, maxima erit Solis occultatio sub ipso horizonte post coitum: minima verò in initio Libræ. Et quia horizontis & eclipticæ inclinationes ex vtraq; parte æquales inuicem sunt, quod illico patefiet, si in ipsis intersectionibus polos intellexeris maximi cuiusdam circuli per fines quadrantum venientis: anguli igitur Occidentales atque Orientales vtriusque semicirculi eclipticæ ascendentis, atqúe descēdentis, qui cum horizonte obliquo fiunt, ea lege commutabuntur, vt Orientales vnius Occidentalibus alterius æquales sint. Orientalis itaqúe angulus in initio Arietis minimus, sed in initio Libræ maximus. Et propterea Luna in initio Arietis existente, & in Orientali horizontis parte ante ipsius cum Sole coniunctionem, minima erit Solis sub horizonte occultatio: maxima verò in initio Libræ. Igitur sicut noua Luna post coitum vesperi post Solis occasum, ea in Ariete existente citius apparet, ita senescens ante coitum manè ante ortum solis ob eandem causam citius idest multo ante ipsum coitum occultabitur: in Libra verò contrarium. Quod si aut citas aut tardas nouæ Lunæ apparitiones, veterisq; occultationes, non ad Solis occultationes (vt nostra fert opinio) sed potius ad celeres aut segnes ascensus, atqúe descensus arcuum eclipticæ inter ipsa luminaria referre velis, quemadmodum Geor. Purba. & Arabes: nouam igitur Lunam post coitum in Capricorno & Geminis quam citissimè apparere inquies, in Virgine verò & Libra tardissimè: veterem autem ante coitum in Piscibus & Ariete citissimè occultari, sed in Cancro & Sagittario tardissimè. Motus porrò Lunæ velocior sicut post coitum distantiam à Sole prolōgat, efficitqúe vt noua citius appareat, ita ante coitum distantiam contrahit: & vetus idcirco Luna tardius occultetur. Borealis etiam Lunæ latitudo causa est in his climatibus Borealibus, vt noua citius appareat, tardiusque idest non multò ante coitum vetus atqúe senescens occultetur. Concurrent igitur tres autoris causæ, vt in eodem die in quo Luna vetus est, noua vesperi videatur, quod si duæ tantum, secundo die apparebit: si verò vna sola, tertio die nō autem vt in vno atqúe eodem die, in quo manè ante ortum Solis vetus Luna videtur, vesperi noua appareat. Nam coniunctionem fieri in semicirculo eclipticæ ascendenti æquè causa est vt noua Luna citius appareat, ac vetus citius occultetur longioriqúe tempore ante coitum lateat. At minimè occultari oporteret veterem Lunam, ne dicam tardius, vt manè in eodem die ante coitum videatur, vesperiqúe post ipsum coitum noua appareat. Quod si autor putauit illud contingere posse, quemadmodum ipsius verba enunciare videntur, quodqúe nonnulli se conspexisse affirmant: perperam tamē asseruit à tribus illis causis vnà concurrētibus prouenire. Albategnius autem Astronomorum diligentissimus singulas causas enarrans citæ apparitionis Lunæ post coitum tres alias adiecit. Nam habendam esset rationem (inquit) diuersitatis aspectus vt arcus zodiaci cognoscatur, qui inter locum Lunæ visum & Solem occidentem comprehenditur, & distantiam quoq; ipsius Lunæ a terra metiendam, item & veram intercapedinem inter Lunam & Solem. Cum enim Luna à Sole distat Grad. 180. plenitudinem sui luminis ostendit: & quoniam 12 in 15. faciunt 180. interuallo igitur ipsorum luminarium per 15. diuiso, luminis digiti ex partitione venient, idest duodecimæ. Et denique cōcludit Lunam post coitum infra spacium vnius diei naturalis videri non posse: igitur multò minus concedet veterem & nouam in vno artificiali die conspici.

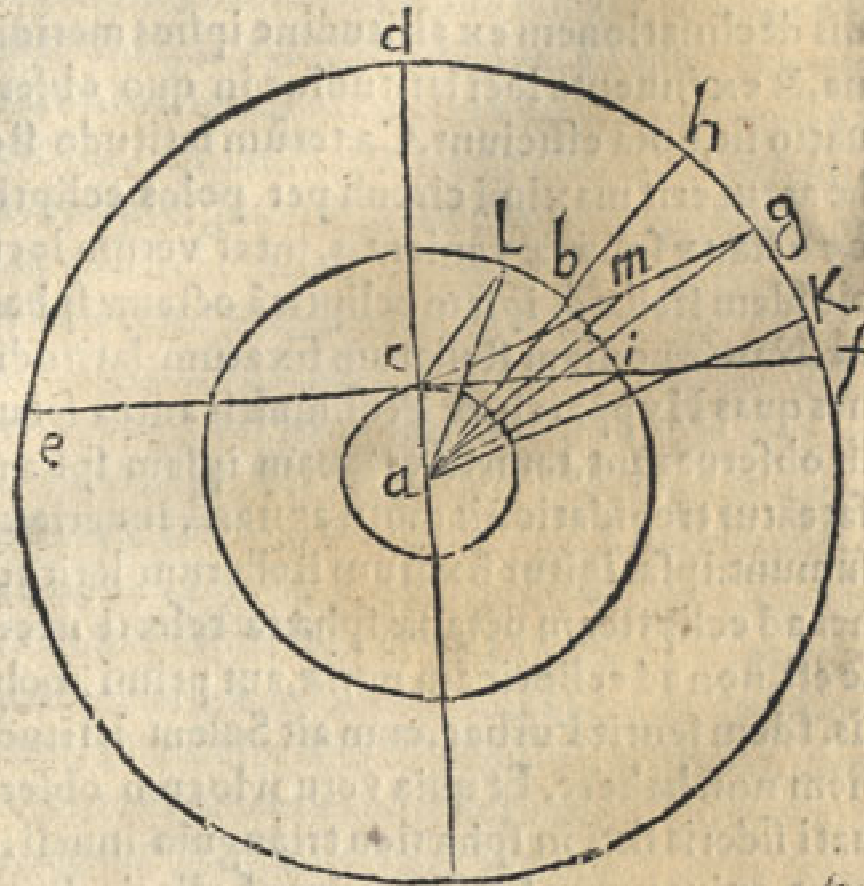
¶ *De diuersitate aspectus.*

Annotatio septima.

CEntrum terræ sit a, Planetæ visus in supero hemispherio b, locus vnde aspicitur in superficie terræ c. Igitur constituto triangulo a b c, ipsius planum extendatur vsque ad firmamentum, in quo punctum supra verticem, terminus videlicet lineæ a c, in rectum productæ esto d, & horizontis linea in eodem plano sit recta e f. Producatur autem a b & c b, vsque ad g & h, in firmamento: ipse igitur planeta videbitur in g, sed eius verus locus erit in h. Apparens itaque distantia à zenith erit d g: vera porrò d h: & idcirco diuersitas aspectus in circulo

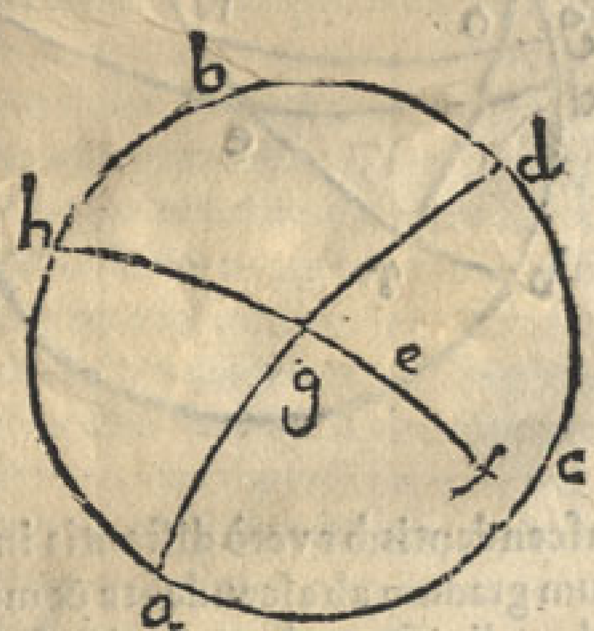
alti

altitudinis erit arcus g h. Excitetur aũt à pũcto a recta linea a K, vsque ad firmamentum, rectæ c g parallela: & quoniã recta a c, terræ semidiameter insensibilis quãtitatis est respectu a K: arcus igitur g K, insensibilis censebitur quantitatis in circulo d f e: & propterea arcus h K, æqualis existimabitur arcui g h, diuersitatis aspectꝰ.



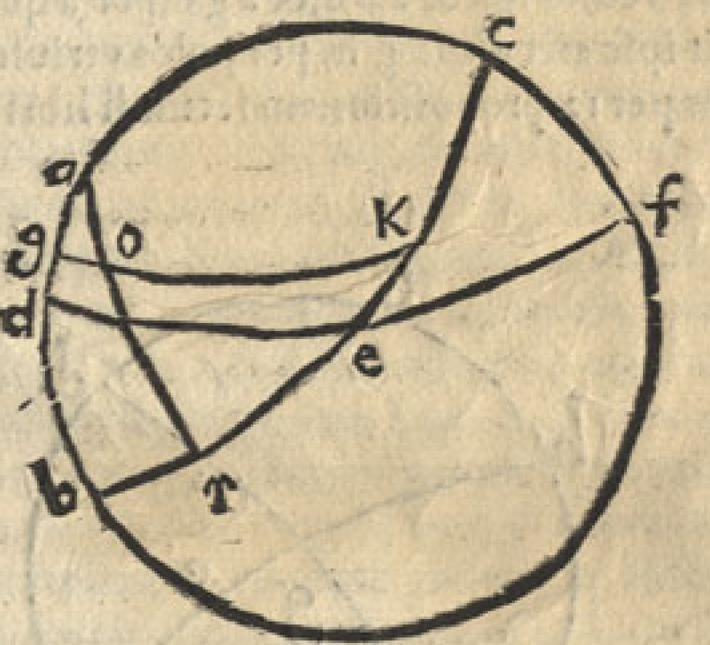
At verò angulus c b a, coalterno b a K, ipsum arcum h K subtendenti æqualis est. Idem itaque angulus c b a, aspectus diuersitatem diffiniet in ipso d f e, altitudinis circulo, si in centro eiusdẽ circuli constitutus fuerit. Maximus autem erit hic angulus diuersitatis aspectus in horizonte, quãtoq; ab eo distãtior fuerit, tãto minor erit. Ponatur enim planeta in i, horizontis puncto, rectaq; connectatur linea a i, veri loci. Dico, quòd angulus a i c, diuersitatis aspectus in horizonte angulo a b c, diuersitatis aspectus ipsius eiusdem planetæ supra horizõtem maior erit. Et ponatur rursus idem planeta in alio loco altiore vt in l, rectæq; connectantur lineæ a l, c l: maior igitur erit angulꝰ a b c, angulo a l c. Quæ quidem eadem prorsus arte demonstrabis, qua superius in Theorica Solis vsi sumus, ad ostendendum diuersitatem æqualis motus & apparẽtis, idest medij & veri motus, in puncto longitudinis mediæ maximam fieri: quanto autem Sol opposito augis vicinior fuerit, tanto minorem esse. Hæc enim facile concludes, si punctum a finxeris centrum eccentrici Solis, c mundi centrum & lineam: idcirco c i mediæ longitudinis esse. At quòd quantò astrum distantius fuerit à cẽtro mũdi, tanto minorem habeat aspectus diuersitatem, statim intelliges si à centro mundi a, rectam lineam duxeris ad punctum m, positũ inter b & g. Et quoniam in triangulo a b m, exterior angulus c b a, interiore oppositoq; a m b maior est: planeta igitur visus in m, minorem habebit aspectus diuersitatẽ: & proinde maior erit diuersitas aspectus planetæ propinquioris quàm remotioris, quod erat ostendendum.

In nonagesimo gradu eclipticæ ab ascendente nulla fit diuersitas aspectꝰ in longitudine, quia ipse nonagesimus gradus eclipticæ semper est in circulo per zenit, & polos eclipticæ procedẽte. Esto enim horizõtis circulus a b c, cuius polus e, segmentum eclipticæ supra horizontẽ positum sit a d, & veniat à polo zodiaci f, circulus maximus per e, eclipticam secans in g, & horizontem in h. Dico, quòd g est nonagesimus gradus ab ascendente. Nam quoniam horizontis & eclipticæ circuli se inuicem per æqualia secant per 15. propositionem primi libri Theod. semicirculos igitur a b d, & a g d, per æqualia secabit ipse circulus f g h, per polos vtriusq́ue veniens per 12. propositionem secundi libri ipsius



Theodosij: & propterea a g, quadrãs erit: & ꝓinde punctũ g, 90. grad. erit: ab ascendente, in quo quidem nulla diuersitas aspectus in longitudine cõtinget: propterea quòd ipse idem circulus maximus f g h, sub quo astrum videtur à polis eclipticæ venit. Diuersitas tamen aspectus tũc habebitur in latitudine, quæ quidem non alius arcus erit, quàm ille quem superius diuersitatẽ aspectus simpliciter dictam, siue in circulo altitudinis definiuimus.

Animaduertendum est præterea, tantã esse diſtantiam inter nonageſimum gradum eclipticæ ab aſcendente & meridianum, ſecundum diuiſiones horizontis, quãta eſt amplitudo ortus aſcendentis. Circulus enim a b f, ſit meridianus d e f ſemicirculus æquinoctialis, b e c ſemicirculus horizontis, ſegmẽtum eclipticæ inter meridianum & horizontem ſit g k, punctum a, ſit polus horizontis, & circulus maximus a o r, per polos eclipticæ & horizontis veniens eclipticam ſecet in o: horizontem verò in r: igitur o K & K r, eclipticæ & horizontis ſegmenta quadrãtes erunt per 15. primi Theodoſij, & 12. ſecundi: & erit idcirco punctum o, nonageſimus gradus ab aſcendente. Rurſus quoniam meridianus a b f, per polos æquinoctialis & horizõtis venit: igitur d e, & b e, æquinoctialis & horizontis ſegmẽta quadrantes erunt, per eaſdem Theod. propoſitiones 15. videlicet primi, & 12. ſecũdi. A duobus itaque quadrantibus K r, & b e, cõmunem auferemus arcum e r, & æquales relinquentur duo arcus e k, & b r. Eſt autem e K amplitudo



ortus aſcendentis: b r verò diſtantia inter nonageſimum gradum ab aſcendente & meridianũ, ſecundum diuiſiones horizontis. Igitur tanta eſt diſtantia inter 90. Gr. ab aſcendente & meridianum per horizontem quanta eſt amplitudo ortus aſcendentis. Et idcirco cum amplitudini ortus aſcendentis æqualis reperta fuerit aſtri diſtantia à meridiano per horizõtem, nulla erit ipſius aſtri in eo ſitu diuerſitas aſpectus in longitudine. Quod quidem Ioães de Monteregio iuſtè admonuit in libro de cometa, problemate. 5.

¶ *De Latitudine & declinatione.*

Annotatio octaua.

RÉcentiores Aſtronomi vera loca ſiderum in concauo ſphæræ nonæ, aut primi mobilis aſsignant. Sideris autem declinationẽ arcum maximi circuli diffiniunt, per polos mũdi ſiue æquinoctialis venientis, inter verum locum ipſius aſtri & æquinoctialem. Aſtri enim cuiuſuis declinationem ex altitudine ipſius meridiana, & ex inuenta loci latitudine in quo obſeruatio fit, notã efficiunt. Cæterũm latitudo ſtellæ arcus erit maximi circuli per polos eclipticæ octauæ ſphæræ venientis, inter verum locũ eiuſdem ſtellæ & ipſam eclipticã octauæ ſphæræ. Nam quoniam ſtellarum fixarum latitudines quas Hypparch. & Ptol. multis antea ſeculis obſeruarunt, tametſi octauam ipſam ſphærã fateãtur trepidationis motu agitari, inuariatas ſumunt: ipſas igitur fixarum ſtellarum latitudines ad eclipticam octauæ ſphæræ referri neceſſe eſt, non ad eclipticam nonæ, aut primi mobilis. Idem ſentit Purbac. cum ait Solem latitudinem non habere. Et quia verum locum obſeruati ſideris fixi in ſphærico triangulo inueſtigant, cuius vnum latus maximæ Solis declinationi æquum eſt: aliud verò complementum latitudinis eſt eiuſdem aſtri, & tertium deniq; declinationis complemẽtum, cum quidem angulum reddẽtes notum, qui ad polũ zodiaci octauæ ſphæræ efficitur: palàm igitur eſt inuentam ea arte diſtantiam ad pũctum tropici æſtiui in quo maxima Solis declinatio contingit, referẽdam eſſe, non ad initium Cancri primi mobilis: & proinde initium computationis motus ſtellarum fixarum à ſectione Verna ſumi, non ab initio Arietis primi mobilis. Et quoniam tã errantes quam inerrantes ſtellæ vnũ atque idẽ principium in tabulis habere debent, à quo ipſarum motus computentur: ſectio igitur Verna illud principium erit ſecundũ recẽtiores Aſtronomos, mobile quidem atq; vagum: quod nos minimè probamus. De hoc plura ſcripſimus in libro ſuperiori cap. 4. de declinatione Solis.

¶ *Tres planetæ ſuperiores latitudinem aliã habent ex parte ſuperficiei planæ epic. & reliqua.*

Annotatio nona.

Quo-

Voniam centrū epic. in plano deferētis cōſiſtit: ſcribit aūt Purbac. epic. ſuperficiē à ſuperficie deferētis quādoq́ue declinare: idcirco fortaſſe quiſpiā ſuſpicabitur, interdū ipſa epic. & deferētis plana ſe inuicē ſecare, alterumq; ab altero declinare: interdū verò vnà cōiungi, cū re vera eadē epic. & deferētis plana ſemper ſe inuicē ſecent: nunquā verò cōiungātur. Et quia reliqua etiā huius motus accidētia non ſatis ab ipſo autore ſunt expreſſa: hāc igitur theoricā latitudinis ab epic. ꝓuenīētis lucidius enarrabimus, ad hūc videlicet modū. Cētro epic. in nodo capitis collocato, plana ipſius epic. ſuꝑficies in plana eclipticæ ſuperficie cōſiſtet: tantū verò diameter augis veræ in ſuperficie deferētis erit, in cōmuni nēpe ſectione plani eclipticæ & plani deferētis. Deinde verò epicyclo, à nodo ſoluēte diameter augis veræ declinare incipit à ſuperficie deferētis: recedet enim aux vera verſus ſuperficiē eclipticæ: oppoſitū verò augis in oppoſitā partē. Diameter etiā lōgitudinū mediarū, quæ axis huius motus exiſtit, ſuperficiē deferētis interſecabit, ſemiaxis enim Oriētalis inter ipſas ſuperficies eclipticæ & deferētis relinquetur: ſemiaxis uerò Occidentalis extra vtrāq; ſuperficiē, ſuperficiei tamē eclipticæ æquidiſtās erit. Ipſa igitur epic. ſuperficies ad deferētis ſuperficiē inclinata erit, itēq; ad eclipticæ ſuperficiē in partē oppoſiti augis. Atq; ita cētro epic. procedēte, aux vera, & oppoſitū ipſius à ſuperficie deferētis magis, atq; magis recedēt: axis tamen huius motus ad eandē perpetuo accedet, eclipticæ nihilominus æquidiſtās, quouſq; centrū ipſius epic. ad punctū deferētis ꝑueniat, quod maximè ab ecliptica declinat. Tunc enim diameter augis veræ à ſuperficie deferentis quā maximè declinabit: diameter verò longitudinū mediarū in ipſa ſuperficie deferentis collocabitur. Ab hoc loco in nodū caudæ, diameter augis veræ ad ſuperficiē deferentis ꝑpetuò accedet: diameter aūt lōgitudinū mediarū eandē rurſus interſecabit, cæterū permutatim. Nā occidētalis ipſius ſemidiameter inter eclipticæ & deferētis ſuperficies relinquetur, Oriētalis verò extra vtramq; ſuperficiem, ipſiq; eclipticæ ſuperficiei (vt antea) æquidiſtans erit. Centro itaq; epic. ad nodū caudæ perueniente, ipſius epic. ſuperficies iterū collocabitur in ſuperficie eclipticæ, & diameter augis veræ in ſuperficie deferentis. Moto autem per reliquum ſemicirculū Auſtralem, oppoſitum augis veræ à ſuperficie deferentis ad Auſtralem partem declinabit, & reliqua contingent accidentia, velut anteà. Et quoniā centro epic. in nodis exiſtēte ipſius ſuperficies ſimul eſt cum ſuperficie eclipticæ, ſed extra ipſos nodos ad eam inclinata eſt, ſuperficiem verò deferentis ſemper interſecat: axis igitur ſuꝑ quo epic. mouetur in longitudinem, bis tantū in vna centri epicy. reuolutione axi eclipticæ æquidiſtans erit, videlicet cum ipſum epic. centrum in nodis fuerit: axi aūt eccētrici nūquam erit æquidiſtās.

Annotatio decima.

Voniā cētrū epic. in ſuperficie deferentis exiſtit, & ipſius epic. plana ſuperficies deferētis ſuperficiē ſemper interſecat: recta igitur linea ipſarū ſuperficierū cōmunis ſectio epic. diameter erit. Cētro itaq; epic. extra nodos exiſtente ea medietas ſuperficiei epic. quæ punctū augis continet, ſuperior videlicet inter duas ſuperficies deferentis & eclipticæ cōprehenditur: inferior verò in qua oppoſitū augis extra vtramq; ſuperficiem relinquetur. Dum igitur planeta in inferiori medietate epic. verſatur, polus remouetur ab ecliptica, quàm deferens ab eadē. Quare nō ſemper planeta inter deferentem & eclipticam reperietur, quemadmodum Gerardus Cremonenſis putauit. Centro autem epic. in pūcto deferentis maximæ latitudinis exiſtente, eiuſmodi cōmunis ſectio diameter erit lōgitudinum mediarum: in aliis verò locis alia diameter erit. Et proinde medietas ſuperficiei epic. vel ſuperior quæ inter ſuperficies deferentis, & eclipticæ cōtinetur, vel inferior quæ extra vtrāq; relinquitur, nō erit vna atq; eadē in omni ſitu epicycli.

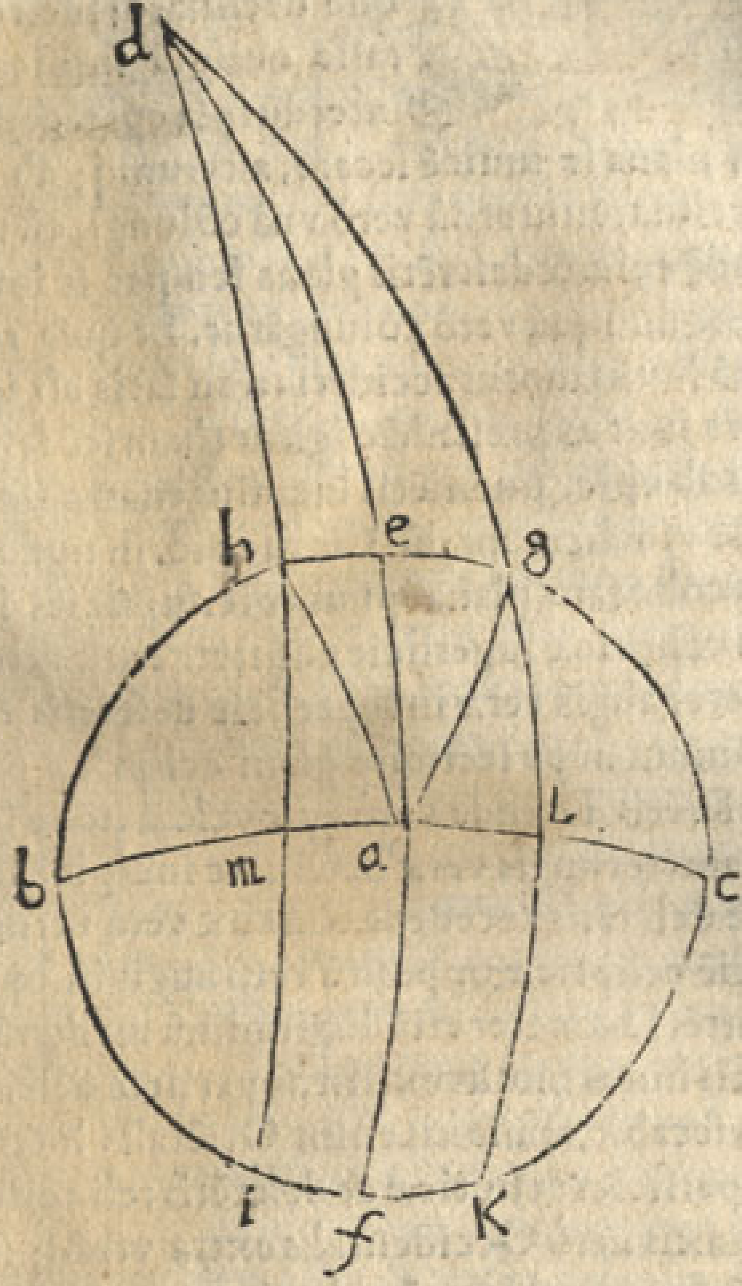
¶ *Octauæ ſphæræ triplex ineſt motus.*

Annotatio prima.

E motu octauæ ſphæræ ſecundum Alphōſum plura ſcripſimus in libro ſuperiori capite de Declinatione Solis. Et quoniā illius theorica à Georgio Purbac. lucidiſsimè enarrata eſt paucula tantum in præſenti annotabimus.

Quod ecliptica octauæ paruos circulos secet in alternas portiones æquales, facilè ostēdes. Ipsi enim parui circuli æquales sunt per 33. propositionē. 1. lib. Theod. sunt etiam æquidistantes per 2. secūdi lib. & idcirco alternæ eorundē portiones æquales erūt per 22. ipsius secundi lib.

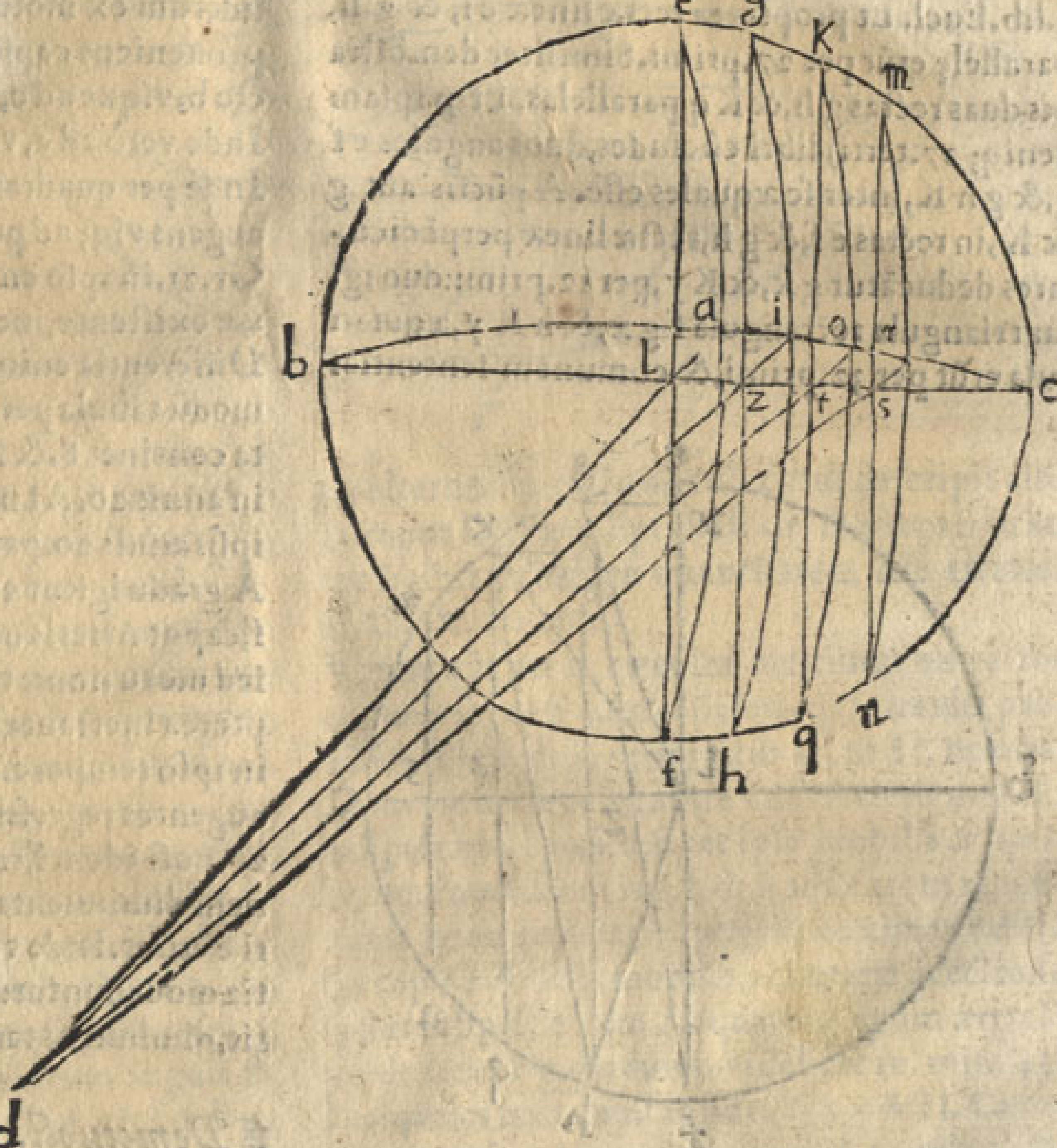
Porrò vt intelligas, quando æquatio motus acce. & rece. motui nonæ addenda est, & quando detrahēda, alterū polū parui circuli ponemus a, & ipsius parui circuli atq; alipticæ nonæ Occidentalē intersectionē b, Orientalē verò c, & veniat à pūcto d, Boreali polo ipsius eclipticæ nonæ circulus maximus per a, paruū circulū secās in e & f: angulus igitur cū ea rectos efficiet, per 20. propositionē 1. lib. Theod. & propterea paruus ipse circulus in quadrātes sect⁹ erit b e, e c, c f, & f b. Veniāt etiā ab ipso polo d, per duo pūcta parui circuli g & h, quorū distantiæ ab e, æquales sint, maximi circuli, qui eundē circulū ipsum paruū ex altera parte intersecēt in k & i: eclipticā verò nonæ in l & m. Ecliptica igitur nonæ & circulus d g K, se inuicē ad rectos angulos secabunt per 19. propositionē. 1. lib. Theod. transit igitur ecliptica nonæ per polos circuli d g K, per 17. trāsit etiā per polos parui circuli: & idcirco arcū g c K, per æqualia diuidet in pūcto c, & arcū g l K, per æqualia etiā in puncto l, per 12. secūdi Theod. A quadrātibus igitur e c, & c f, detractis æqualibus circūferentijs g c, & c K, duo arcus e g, & f k, æquales relinquentur p̄ cōmunē sententiā. Eadem arte cōcludes duos arc⁹ e h, & f i, æquales esse: quapropter quatuor arcus e g, f k, e h, & f i, æquales erūt inter se per cōmunē sententiā. Veniāt aūt à puncto a ad g, & h, maximorū circulorū arcus a g, & a h: duorū igitur sphæricorū triangulorū a g d, & a h d, duo anguli d a g, & d a h, propter æqualitatem duorū arcuū g e, & e h, æquales inuicē erūt: lat⁹ aūt a g lateri a h, æquū est, & latus a d, ambobus triāgulis cōmune: duo igitur anguli a d g, & a d h, æquis lateribus cōtenti æquales inuicē erunt per 4. primi Menelai. Et idcirco duo arcus eclipticæ nonæ a l, & a m, eisdē subtensi æquales inuicē erunt. Est aūt a l, æquatio mot⁹ acce. & re. quādo caput octauæ sphæræ est in g aut in K, & est a m, æquatio ipsius motus quando ipsum caput est in h aut in i. Quando igitur motus acce. & re. fuerit arcus e g aut e c k, aut e c i, aut e c h, eadē habebitur in tabula æquatio. Additur autē ipsa æquatio motui nonæ quando caput est in K, quanquā in eo loco proprio motu regrediatur. Nā quando erat in c, addebatur totus arcus arcus a c, in K: igitur regressionis arcus erit c l, quo detracto ex a c, relinquetur arcus a l,



motui longitudinis adhuc addendus. At propterea detrahitur ipsa ęquatio, quando caput est in h, quanquā in eo loco in cōsequētia progrediatur: quoniā quādo erat in b, auferebatur totus arcus a b, à motu nonæ. In h igitur progressionis arcus in consequētia erit b m: quo detracto ex a b, relinquetur arcus a m, adhuc auferēdus à motu lōgitudinis. Ipso porrò capite Arietis octauæ moto per primū quadrantē parui circuli, videlicet ab e in c, crescūt quidem æquationes, sed inæqualib. cremētis: ipsarū enim æquationū differentiæ perpetuò minores fiunt. Arcus enim e g, g k, & k m æquales ponantur, ipsumq; caput Arietis octauę in g & K & m, & circulus maximus per polos eclipticæ nonæ & pūctū g veniens, circulū paruū rursus intersecet in h, eclipticā verò ipsius nonæ in i: qui aūt per k, in q intersecet paruū circulū, sed eclipticā nonæ in o. Ille deniq; qui per m, eundē circulum paruū rursus intersecet in n: at ipsam eclipticā nonæ in r. Erit itaq; arcus a i, ęquatio mot⁹ e g, & erit arcus a o æquatio motus e K: arcus verò a r, æquatio motus e m. A io igitur arcū o r diffe

ren

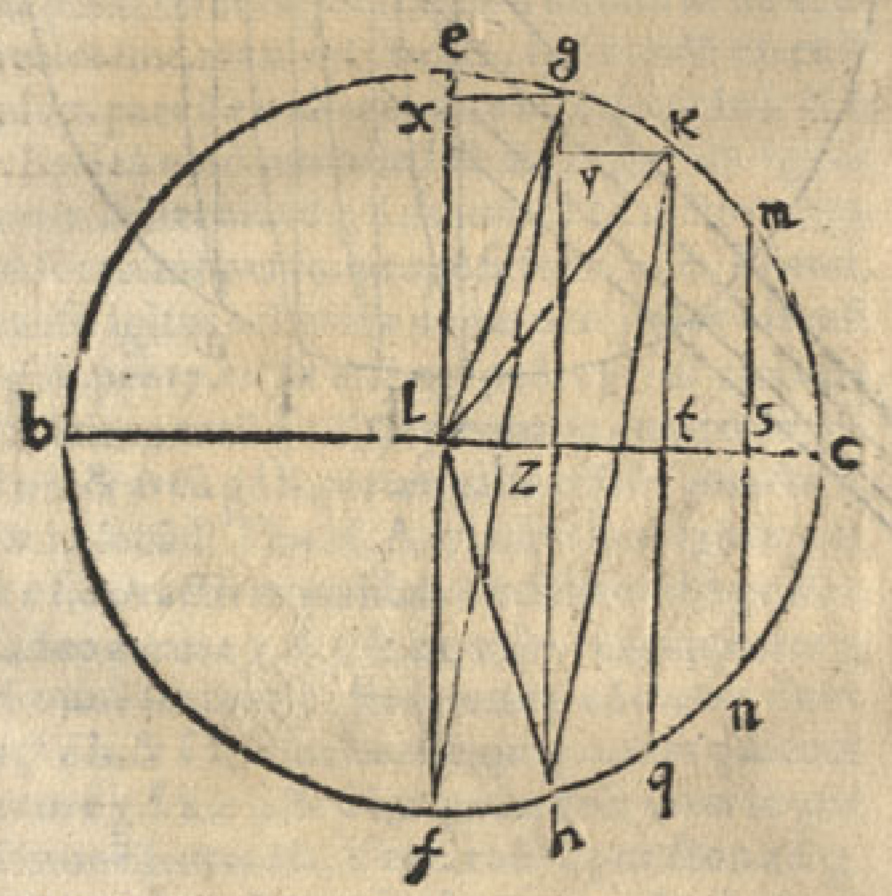
rentiā videlic. æquationū a r & a o minorē esse arcu i o, qui differentia est æquationū a o & a i, & ipsum deniq; arcū i o mino ē esse quā a i. Recta enim linea b c, cōmunis sectio existit ipsius parui circuli atq; plani eclipticæ nonæ. Circulus aūt maxim⁹ e a f, veniēs per punctū p, quod sphæræ centrū sit, ipsum planū eclipticæ nonæ secet sup recta linea p a, paruū verò circulū sup recta e f quarū quidē rectarū linearū intersectio est l, ipsius parui circuli centrū. Maxim⁹ itē circulus g i h, planū eclipticæ nonæ secet super recta linea p i, paruū verò circulū super recta g h, quarū quidē rectarū linearū intersectio sit punctū z. Præterea maximus circulus K o q, ipsum eclipticæ planū secet sup recta linea p o, paruū aūt circulū sup recta K q. quarū rectarū intersectio esto pūctū t. Et maximus deniq; circulus m r n, eclipticæ planū secet sup recta linea p t, paruū verò circulū super recta m n quarū rectarū linearū intersectio sit pūctū s. Et quoniā recta linea p l, centrū sphæræ cū cētro parui circuli cō nectit, perpēdicularis igitur est super ipsius parui circuli plano p 7. ꝓpositionē 1. lib. Theod. & propterea rectilineus angulus p l c, rectus erit per 2. definitionē 11. lib. Eucl. Triangulū itaq; rectangulū intelligemus p l t, in plano eclipticæ nonæ, cuius quidē lat⁹ p t, rēcto angulo subtēsum latere p l, acutū angulū subtēdēte p t l, maius erit p 19. 1. Euc. reliquū verò acutū angulū l p t, recta linea p z, per inequalia secat. Nā si recta ipsa linea p z, angulū l p t, in duos æquales angulos secat l p z, & z p t: igitur sicut est p t ad p l, sic erit t z ad z l, p 3. propositionē 6. lib. Eucl. Atqui maior ostēsa est p t ipsa p l: igitur & t z, maior erit quam z l, quod quidē est impossibile. Nā quia t z, à cētro distātior est, minor erit quā z l: & proinde recta linea p z, angulū l p t, per æqualia minime secat sed per inæqualia, maiorq; erit angul⁹ l p z, maius basis segmentū respiciēs ipso z p t, min⁹ segmentū respiciēte. Si enim angulus l p z angulo z p t, minor est: totū igitur angulū l p t, in duos æquales angulos secabimus per 9. ꝓpositionē 1. lib. Eucl. rectaq; idcirco linea ipsum angulū l p t, dispescēs cadet inter z & t: & propterea iterū impossibile cōcludemus per eandē 3. sexti, nēpe partē segmenti t z, multò maiorē esse ipso segmēto z l: quod rursus est ipossibile. Quamob



rē recta linea p z angulū l p t, p inæqualia secabit, maiorq; erit l p z quā z p t: & idcirco eclipticæ arcus a i arcu i o, maior erit p vltimā ꝓpositionē 6. lib. Euclid. Similiter demōstrabitur, quoniam in triāgulo s p z angulus p z s obtusus est, exterior nempe atq; oppositus recto angulo p l z: angulus verò z s p acutus: maius idcirco esse latus p s latere p z. Atqui recta linea t s, quoniam à centro distantior, minor est quā z t: recta igitur linea p t angulū z p s, per inęqualia secabit, maiorq; erit angulus z p t angulo t p s. Et propterea arcus i o, arcu o r maior erit. Crescūt itaq; æquationes motus acces. & reces. quadrantis e c, per inæqualia crementa: ipsarum enim æquationum differentiæ magis atque magis contrahuntur ab a in c, quod demonstrandum suscepimus.

Lemma.

QVod autem sumpsimus rectã lineã l z, maiorem esse recta z t, ipsamq; z t, maiorem recta t s, facile concludemus, hac videlicet arte. Rectæ lineæ cõnectãtur f g, & h K, & quoniam duo arcus e g, & f h, æquales ostensi sunt per 12. secundi Theodosij: angulus igitur e f g coalterno f g h, æqualis erit per 27. ꝓpositionẽ 3. lib. Eucl. Et propterea rectæ lineæ e f, & g h, parallelę erũt per 27. primi. Similiter demõstrabis duas rectas g h, & K q parallelas. Et ꝑ ipsam deniq; 27. tertij libri cõcludes, duos angulos e f g, & g h K, inter se æquales esse. A pũctis aũt g & K, in rectas e f, & g h, rectæ lineæ perpẽdiculares deducãtur g x, & K y, per 12. primi: duo igitur triangula rectangula f g x, & h K y, æquiangula erũt per 32. primi, & cõmunem sententiam:



& idcirco latera habebunt proportionalia ꝑ 4. sexti, sicut f g ad h K, sic g x ad K y. Rectæ aũt lineæ cõnectantur l g, l h, & l K: maior igitur erit angulus f l g angulo h l K: & idcirco maior erit f g quã h K, per 24. propositionẽ primi: & propterea maior erit recta g x quã k y. Atqui parallelæ sunt rectæ l z, & g x, quoniã anguli ad l, & x recti sũt. Similiter parallelæ sũt K y, & z t, quia anguli ad z & y recti quoq; sũt: in parallelogrãmis igitur l g, & z k, latus g x, lateri l z æquũ est præterea latera K y, & z t, æqualia erũt per 34. primi. Maior porrò ostensa est recta g x, quam K y. Et ꝓpterea maior erit l z, quã z t: & eadem arte concludes maiorem esse z t, quam t s, quod in demonstratione fuit assumptum.

Quemadmodũ itaq; capite Arietis octauæ motò per quadrantem e c, æquationes crescunt maioribus perpetuò deferentijs, ita per quadrãtẽ c f, ipsæ æquationes decrescunt maioribus ꝑpetuò differẽtijs. Quoniã verò ipsum Arietis octauæ caput per quadrantem mouetur f b, ita crescunt æquationes, quemadmodũ per e c, & per b e: rursus maioribus differentijs decrescũt, quẽadmodum per c f. Motus itaque inerrantium siderum ex motu nonæ & trepidatione octauæ proueniens capite Arietis octauæ moto à puncto b, vsque ad e, velox est augens velocitatem. Inde verò ad c, velox est diminuens velocitatẽ. Inde per quadrantem c f, tardus est, tarditatem augens vsq; ad punctũ h, quod à puncto f, distat Gr. 21. in ipso enim gradu 21. ante f, capite octauæ existente, inerrãtes stellæ stationariæ erũt. Differentia enim æqnationũ in ipso h, quemadmodũ tabula per grad⁹ extensa ostendit, minuta continet 8. & se. 49. quantus est motus nonæ in annis 20. At medius motus accef. & recef. in ipsis annis 20. paulò maior est quã vni⁹ gradus. A gradu igitur 21. ante f, vsq; ad 20. ante idem f, caput Arietis octauæ ꝓprio motu regreditur, sed motu nonæ tantundem progreditur: & propterea inerrantes stellæ stationariæ videbũtur in ipso tempore. Inde verò ad f retrogradæ erũt augentes regresionem. Et ab f vsq; ad gradum 20. post idem f, retrogradę quoq; erũt, regresionem diminuentes. A 20. in 21. rursus stationariæ erunt. Inde verò vsq; ad b, iam in cõsequentia mouebuntur: motus tamen earum tardus erit, diminuens tarditatem.

¶ *De motu octauæ sphæræ, secũdũ Thebith.*

Annotatio secunda.

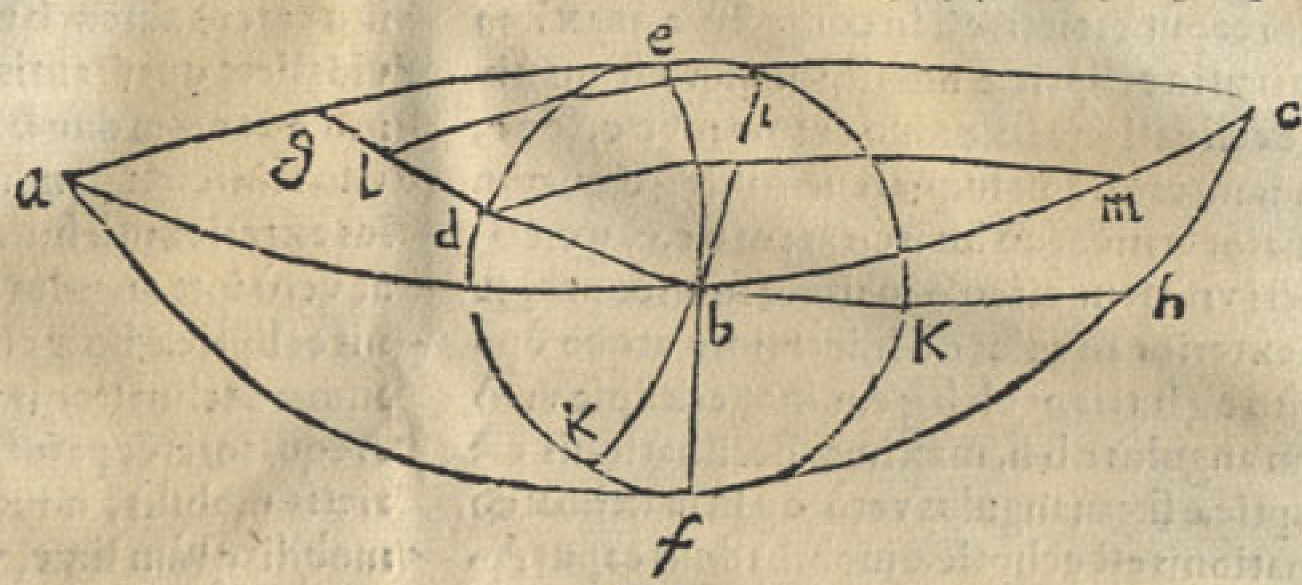
CIrculus a b c, sit ecliptica fixa, b punctũ caput Arietis ipsius, polus videlicet parui circuli d e f, in quo caput Arietis mobilis eclipticæ versatur. Veniatq; per idẽ b, arcus maximi circuli e b f ad rectos angulos super ipsam eclipticã fixã a b c, paruũ circulũ secans in e & f. Sintq; a b, & b c quadrantes, punctũ a initium Capricorni, & c initiũ Cãcri. Et erunt idcirco a & c. poli circuli e b f, per primum librũ Theodosij. Veniat etiã per a & e maximus circulus a e, quem necesse est transire per punctũ c, per 15. propositionem ipsius primi libri Theodosij. Igitur quoniam a & c, poli sunt circuli e b f, duo segmenta a e, &

e c,

ec,quadrātes erunt,& anguli quos ipse circulus a e c,efficit cum e b f recti erūt:quapropter poli eiusdem circuli a e c,in circulo erūt e b f, per 17.Secat itaq; circulus ipse e b f,circulum a e c, transitq; per eius polos:secat etiā paruū circulū d e f,& trāsit per eius polos:& ꝓpterea ipsi duo circuli a e c,& d e f,in ipso eodē puncto e se cōtingent per quartā propositionē secūdi lib.Theod. Scribatur similiter per a, & f,maximus circulus a f c,qui eundē circulū paruum tanget in ipso f.Circulus porrò æquinoctialis circulū a e c,secet in g, Occidentali parte:circulum verò a f c in h,Orientali parte,& paruū circulum in d & k.Et eclipticā mobilem ponemus a e c,dum caput Arietis ipsius est in puncto e,contactu Boreali:& quoniā a e,& e c,quadrantes sunt:erit igitur initiū Cācri ipsius mobilis eclipticæ in c: Capricorni verò in a.Idem continget,quando fuerit idem caput Arietis in Australi contactu f: & proinde capita Cancri,& Capricorni mobilia simul erunt cum capitibus fixorum. Separat aūt ecliptica mobilis ab æquinoctiali in situ a e c arcum b g,qui maxima est distantia mobilis sectionis à fixa sectione b,in situ verò a f c,arcū b h. Aequales sunt aūt ipsi arcus b g, & b h. Quod quidem facile concludes in duobus triāgulis rectāgulis b f h, & b e g.Contrapositi enim anguli f b h,& e b g,æquales sunt,& duo latera b f,& b e æqualia:igitur reliqui anguli, & reliqua latera æqualia inuicem erunt,Latus igitur b g lateri b h,æquum erit per primum lib. Menelai, quod etiam per sinuum rectorum rationes concludere poteris. Acuti sunt enim anguli qui ad b: & quoniam latera b e,& b f,minora sunt quadrantibus:anguli igitur b g e,& b h f,acuti erunt. At verò in triangulo b f h,sicut sinus totus ad sinū complementi arcus b f,sic sinus anguli f b h, ad sinum complementi anguli f h b. In triangulo similiter b e g,sicut sinus totus ad sinum cōplementi lateris b e,sic sinus anguli e b g, ad sinum complementi anguli b g e: æquales igitur concludes sinus rectos angulorum f h b,& b g e.

Et quoniam sicut sinus totus ad sinum anguli f h b,sic sinus lateris b h,ad sinum lateris b f. Itē sicut sinus totus ad sinum anguli b g e, sic sinus lateris b g,ad sinum lateris b e,æquales sunt aūt sinus recti laterum b f,& b e:æquales igitur erūt sinus laterum b h,& b g,& quia totus arcus g h, vno semicirculo minor est:duo igitur arcus b g & b h,æquales inuicem erunt.

Continet aūt vterq; eorū gradus decem & 45. minuta:totus igitur g h,graduū erit 21. min.30. cui alter respondet æqualis in Orientali parte,



ex alterno contactu circuli parui descripti circa caput Libræ eclipticæ fixæ: & propterea autor scribit cuiusque quantitatem esse circiter 21.Gr.& min.30.

Veniat aūt per b, circulus maximus ad rectos angulos super æquinoctialem,qui circulū paruū secet in i, & K: erit igitur arcus d i, quadrás ipsius parui circuli,capite verò Arietis mobilis eclipticæ in i posito,secet ipsa mobilis ecliptica æquinoctialem in l. Erit itaque arcus i l, maxima æquatio octauæ sphæræ,maximaúe distātia capitis Arietis mobilis eclipticæ à sectione ipsius eclipticæ cum Aequatore, quam æqualē ponit arcui b g,graduum videlicet 10. min. 45. Inæquales enim sunt ipsi arcus b g,& i l. Cæterùm æquales censentur,quia duo anguli e g b, & i l b,maximarum declinationum mobilis eclipticæ ad situs e & i, insensibiliter differunt. Duorum igitur rectangulorum triangulorū b e g, & i b l, duo latera e b, & i b,æqualia sunt,& duo anguli g e b,& l b i recti:duo verò āguli ad g & l,maximarum declinationum æquales supponuntur, propter insensibilem eorum differētiam:idcirco latera b g,& i l,rectos angulos eorundem triangulorū subtēdentia æqualia erūt per primum librum Menelai.

Quod etiam per sinuū rectorum rationes ostendere poteris. In triangulo enim rectāgulo b e g, sicut sinus totus ad sinum anguli b g e, sic sinus lateris b g,ad sinum lateris b e. In triāgulo prætera rectangulo i b l,sicut sinus totus ad sinum anguli i l b, sic sinus lateris i l, ad sinum lateris b i:& quoniam duo anguli b g e,& i l b,æquales

sup

supponũtur: igitur sicut sinus b g, ad sinum b e, sic erit sinus i l, ad sinũ b i: & permutatim sicut sinus b g, ad sinum i l, sic sinus b e, ad sinum b i. Aequales sunt aũt b e, & b i: igitur sinus b g, & i l, æquales erunt, & quia vterque ipsorũ arcuũ b g, & i l, quadrante minor est: æquales igitur erunt, quod erat ostendendum.

Dum caput Arietis est in contactu e, maxima declinatio eclipticæ mobilis maior est maxima declinatione fixæ: duo enim arc⁹ b c, & e c, quadrantes ostensi sunt: arcus igitur g c, quadrãte maior erit: & duo idcirco arcus b c, & g c, cõiuncti vno semicirculo maiores sunt: & propterea exterior angulus c b h, interiore atque opposito c g b, trianguli b g c, minor erit: ipse verò idem angulus c b h, maximæ declinationis est eclipticæ fixæ: angulus verò c g h, maximæ declinationis est eclipticæ mobilis dum caput Arietis est in cõtactu e. In situ igitur e, maior est maxima declinatio mobilis quàm fixæ, quod erat ostendendum.

Sed ponatur caput Arietis mobilis in pũcto d, sectionis Aequatoris & parui circuli. Dico, quòd minor erit maxima declinatio mobilis quàm fixæ. Secet enim ecliptica mobilis in eo situ eclipticam fixam in m: quadrãs igitur erit arcus d m: & erit idcirco ipsum punctum m, maximè declinans, initium nempe Cancri in ipso situ: arcus autem b m, minor est quadrãte, pars videlicet quadrantis b c: in triangulo igitur b m d quoniam duo latera b m, & d m, coniuncta vno semicirculo minora sunt, maior erit angulus exterior m b h, interiore oppositoq; b d m: at verò ipse angulus m b h, maximæ declinationis eclipticæ fixæ est: angulus autem b d m, maximæ declinationis mobilis: in sectione igitur Aequatoris & parui circuli existente capite Arietis mobilis, minor est maxima declinatio mobilis quàm fixæ, quod erat ostendendum.

Annotationũ in Theoricas Planetarum Georgij Purbachij, Finis.

CONIMBRICÆ.

Ex Officina Antonij de Maris.
Anno. M.D.LXXIII.

DE ERRATIS ORONTII FINAEI, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS.

Qui putauit inter duas datas lineas, binas medias proportionales sub continua proportione inueniſſe, circulum quadraſſe, cubum duplicaſſe, multangulum quodcunque rectilineum in circulo deſcribendi, artem tradidiſſe, & longitudinis locorum differentias aliter quàm per eclipſes lunares, etiã dato quouis tempore manifeſtas feciſſe.

PETRI NONII Salacienſis

Liber vnus.

SECVNDA EDITIO.

CONIMBRICAE

Excudebat Antonius à Marijs.

Anno. 1571.

QVAE PRAETER ARGVMENTORVM Orontij confutationes in hoc libro continentur.

¶ Platonis inuentum de duobus medijs proportionalibus inueniendis, & cubo duplicando.

Archimedis demonstratio perquàm lucida de ratione circunferentiæ ad diametrum cum veris numeris. Nam qui in libro ipsius Archimedis nuper impresso continentur, corrupti sunt.

Qua ratione differentia longitudinis locorum ex motu Lunæ sit elicienda.

Definitionum quinti libri elementorum Euclidis explicatio.

Horizontalium & Verticalium horologiorum ratio, atq; constructio.

Præcipuarum tabularum directionum Ioannis de Regio monte demonstratio, & vsus.

SALACIENSIS

Ad Lectorem.

VELIM CANDIDE LECTOR, TE in primis admonitum, me non insectandi studio, sed veritatis aperiendæ gratia, hoc opusculum edere statuisse. Quid enim magis conuenit mathematico, quàm veritatis ipsius quam profitetur, atque disciplinæ patrocinium? Cũ autem sit boni viri officium, non artem quam tenet occultare: sed omnia potius in communem vtilitatem conferre: tum vel maxime id facere debet, cum videt homines studiosos, aliquorum ductu erroribus implicatos. Quod multis fortasse accidit, qui autoritate permoti Orontij Finæi, multa sibi persuadent, quæ quàm falsa sint, nostra diligentia facilè cerni potest. Orontij enim errores pauci sunt: sed adeò insignes vt dissimulandi non sint. Solum enim errat, cum mathematicas demonstrationes conficere audet: sed raro audet: nisi Orontij fortasse demonstrationes appelles, quas omnino palamq; à Theone, & Campano mutuatus est: quorum tamen non meminit. In his enim errare non poterat, nisi prius aut Theon, aut Campanus errassent. Sed Theon nunquam labitur, Campanus autem in libro quinto cum definitiones exponeret, vehemẽter hallucinatus est: igitur & Orontius. Quem ego iam ante annos tredecim, per literas admonere statueram, vt cõsultius & maturius inuenta sua probaret, antequàm foràs emitteret. Sed mutaui consilium, quoniam id magis eorum officium esse putaui, qui in eadem vrbe, in qua idem Orontius Mathematicas publicè docet, iisdem artibus, & disciplinis instructi sunt. Cæterum cum nondum videam illum, vel aliorum admonitione, vel sponte sua, ab institutis erratis esse reuocatum: sed potius nouorum accessione, pristina peccata cumulasse: non id dissimulandum vlterius existimaui. Meus igitur animus est, huic incõmodo subuenire: atque omnes illos errores breuiter explicare. Hæc autem ab Orontio, eo animo accipi velim, quo ego accipiam, quoties acciderit, vt aliquis mihi errores meos indicet. Est enim proprium imbecillitatis humanę, sæpe labi: quod mihi contingere posse arbitror. Boni autem viri munus esse puto, non aliorum peccata dissimulare: sed potius omnes homines si fieri posset, ab inscitiæ tenebris, in lucem veritatis asserere.

Vale.

DE ERRATIS ORONTII FINAEI DELPHINATIS, QVI PVTAVIT INTER DATAS DVAS LINEAS, binas medias proportionales sub continua proportione inuenisse, circulum quadrasse, Cubum duplicasse, Multangulum rectilineum quodcunq; in circulo describendi artem tradidisse, & longitudinis locorum differentias aliter quàm per eclipses lunares, etiam dato quouis tempore manifestas fecisse,

PETRI NONII SALACIENSIS

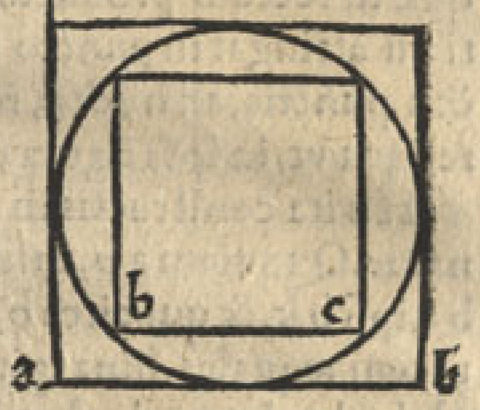
Liber vnus.

PERLATVS est ad me modò Orontij Finęi Mathematici nouus quidam liber de circuli quadratura inscript⁹. In quo quinq; illa problemata difficillima se dissoluisse iactat, quæ per omnes ætates & æuo longissimo à doctissimis viris, magna industria assiduoq; labore atq; meditatione cōquisita, nondū tamen sunt inuenta. Vnum est, quonam modo cubicum corpus duplicari debeat, forma non variata. In quo Græci olim philosophi plurimum insudarunt. Sed cum nulla inueniendi Methodus eis succurreret, Hippocrates Chius primus inspexit, cubi duplicationem tum demum posse inueniri, cum inter duas lineas rectas, quarū maior dupla esset minoris, duæ medię proportionales sub continua proportione inuentæ fuissent. Et proinde in aliud problema non minus difficile sunt deuoluti, in cuius inuestigationem non pauci se conuerterunt, Eratosthenes, Plato, Architas, Hieron, Philon Bysantius, Apollonius Pergeus, Diocles, Pappus & alij. Quorum demonstrationes ideo non probātur, quòd per eas non sine alicuius mechanici instrumenti adminiculo ipsæ medię proportionales inueniri possint. Tertium difficillimū problema est, quanam arte circulus in quadratam formam sit redigendus? In eo enim magna fuit magno Archimedi solicitudo, mittamus Hippocratem, Brisonem & reliquos mathematicos ante Aristotelem. Fecitq; ille quantum potuit, sed exactam circuli quadraturam inuenire non potuit. Solū nanq; demōstrauit, æqualē esse circulū rectangulo, triangulo cuius alterū latus rectū angulum continēs, est eiusdem circuli semidiameter, alterum verò circunferentiæ æquale. Rectam autem lineam circunferentiæ æqualem non inuenit: sed certissimè comperit, quòd ipsa circunferētia cū diametro collata minorem habeat rationem, tripla sesquiseptima, sed maiorem tripla super decupartiente septuagesimas primas. Vt si diameter circuli supponatur partium æqualium. 497. erit circunferentia maior quàm 1561. minor tamen quàm 1562. Igitur ex ea ratione circunferentię ad diametrum, certa circuli quadratura colligi non poterit, sed valde propinqua, & quæ eadem methodo qua vsus est Archimedes, propius ad metam accedere possit. In quarto problemate non minor est difficultas. In eo enim inuestigandum proponitur quomodo in circulo regularis quæcunq; rectilinea figura sit describenda. Euclides enim solum tradidit artem describendi in circulo triangulum æquilaterū, quadratum, pentagonum, hexagonum, & subinde quintidecagonum, octogonum præterea, decagonum, & duodecagonum, cæterasq; figuras, in quibus laterum numerus duplicato semper augetur. Quòd si aliquo ingenio triangulū isosceles constitueretur, vnūquenq; eorū angulorum qui sunt ad basin reliqui triplum habens, possemus vtiq; in circulo rectilineū septem æqualium laterum describere, subtenderet enim minor eius angulus septimam circunferen rentiæ partem. Et si triangulum Isosceles consti tueretur, vtrunq; eorum angulorum qui sunt ad basin reliqui quadruplum habēs, possemus haud dubiè rectilineum nouem æqualium laterum in circulo describere. Subtenderet enim minor angulus nonam circunferētiæ partem. Quod item facilè describeretur, si tertiam partem circunferentiæ circuli quam latus æquilateri trianguli subtendit, in tres iterum partes diuideremus. Sed nondum hæc sunt inuenta, & propterea heptagonum, nonagonum, & reliquas deinde rectilineas regularesq; figuras describere nescimus, in quibus laterum numerus duplicato semper augetur. Vltimum problema vt est arduū atq; difficile, ita eius inuestigatio vtilissima. Inquirendum enim proponit, quonam pacto differentiæ longitudinis locorum siue meridianorū interualla, aliter quā per lunares eclipses, & dato quouis tēpore cognoscantur. Nam locorum latitudines videlicet distantiæ ab æquinoctiali circulo, non solum meridiano tempore deprehendi possunt, verū etiam quolibet alio, quemadmodum excogitatum est à nobis. Sed longitudinis differentias nemo hactenus inuenire potuit, aliter quā per lunares eclipses, aut itinerum dimensionē quæ incerta est. At vero cum raro fiant eclipses, & ob globosam terræ figuram fieri non posit, vt in omnibus locis orbis eædem conspiciantur, id propterea locorum situs qui potissimū his duobus concluduntur, ac diffiniuntur, plerunq; ignorantur. Cæterū Orontius Finæus hæc omnia inuenisse putat, clarissimeq; demōstrasse: atq; idcirco diuina prouidentia factum (inquit) vt quæ præclara sunt ac difficilia, in sua differantur tempora, illisq; destinentur inuentorib⁹, quos solus Deus ad hæc nouit esse delectos. Ego verò eum puto insanisse, aliter enim primos errores suos ante duodecim annos commissos agnouisset, & proindè hos nouos ingentesq; formidasset, quos in hoc libello apertissimè explicabo.

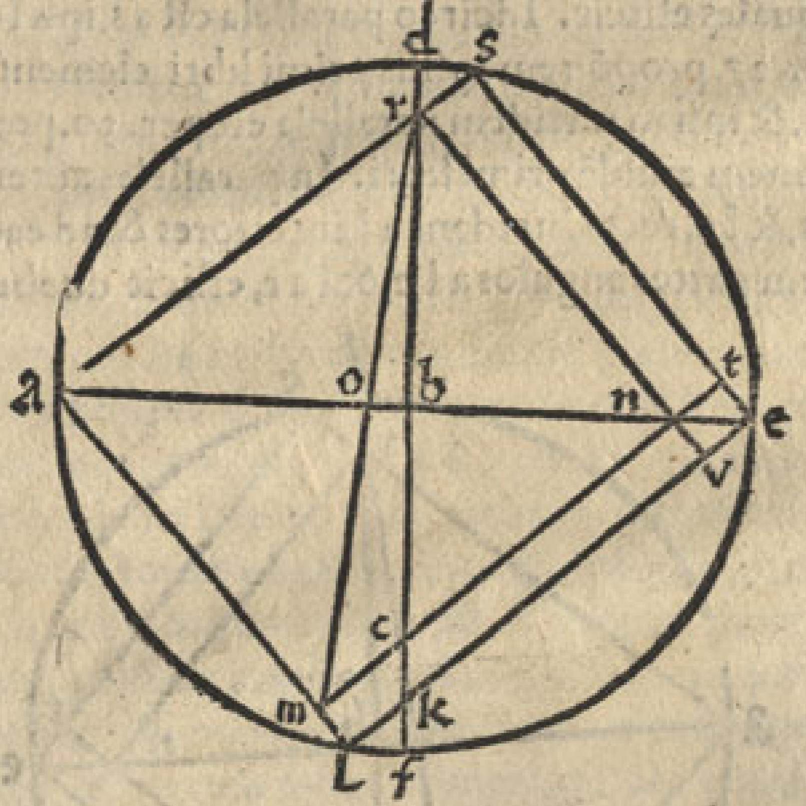
Modus Orontij Finæi ad inueniendum inter duas datas rectas lineas, binas alias sub eadem ratione continue proportionales.

CAPVT. I.

PVTAT ORONtius Finæus quòd non solū cubus duplicaretur, verum etiam circulus facilè quadrari posset, si inter duas datas rectas lineas binę medias proportionales sub continua proportione inuentæ fuissent. Ob id igitur cum propositū circulum quadrare libet, inter a b, latus quadrati circa datū circulū descripti, & b c latus quadrati in eodē circulo descripti, binas medias proportionales in hunc modum inuestigare conatur.



Constituantur inquit a b, & b c, latera ad rectum angulum qui sub a b c, & centro b, interuallo autem b a, circulus describatur a d e f, vtraq; deinde a b, & b c, in continuum rectūq; producatur, donec ad puncta d, e, f, in circūferētiā ipsius circuli applicētur.

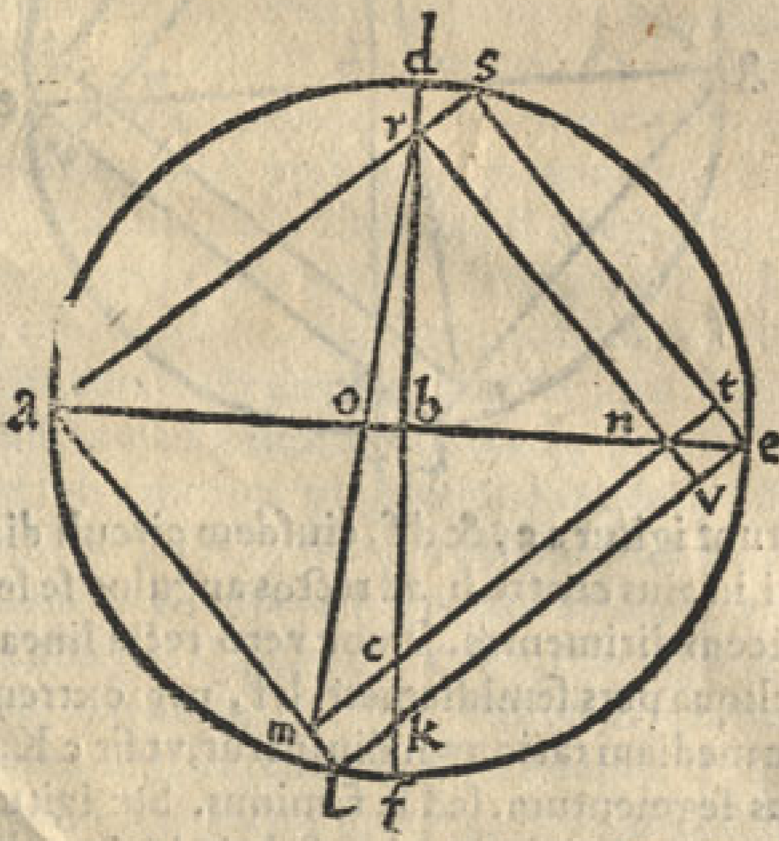


Erunt igitur a e, & d f, eiusdem circuli diametri, in eius centro b, ad rectos angulos se se inuicem dirimentes. Tunc verò recta linea c f, reliqua pars semidiametri b f, per extremam ac mediam rationem diuidatur, vt sit c K, maius segmentum, sed K f, minus. Sic igitur vt f c, ad c k, ita c K, ad K f, Erit idcirco linea b k, (inquit Orontius) secunda proportionalis linea. Cōnectatur autem c k, quæ in rectū producta circuli circunferentiam attingat in puncto l. Deinde cōnexa a l, ipsi e l, per pūctum c, parallela ducatur recta m n, quæ lineam

 al,

a l,secet in puncto m,semidiametrum vero b e, in puncto n. Lineam itaq; b n,tertiam dicit esse proportionalem: vt sit sicut a b, prima linea ad b K,secundam,ita eadem b k,ad b n,tertiā, & in eadem quoque ratione ipsa b n, ad b c, quartam lineam. Ad quod demonstrandum à semidiametro b d, lineam b r, abscindit æqualem ipsi b K. & cōnexa m r, quæ diametrum a e,secat in puncto o, atque recta a r, cōnexa quæ in rectum producta circuli circunferentiam attingat in puncto s, tandem ab ipsis r, & s punctis, ad n, & e, rectas ducit r n, s e, & reliqua vt in ipsa figura continentur.

His ita constructis in hunc modum ratiocinatur. Quoniam a b, ipsi b c, est æqualis,atque b r,ipsi b k,& qui circa b,consistunt anguli inuicem æquales,bina igitur triangula a b r, & c b k, duo latera duobus lateribus æqualia habēt alterū alteri:& angulos sub æquis lateribus æquales. Quapropter basis a r,basi c k, & reliquus angulus b a r, reliquo b c k, atq; reliquus a r b,reliquo b k c,per quartam primi elementorum est æqualis. Recta igitur linea a c, incidens in a s. & l c, rectas lineas, alternos angulos æquales efficit. Idcirco parallela est a s,ipsi l c, per.27. propōnem ipsius primi libri elementorū.& ipsi m n.itidem parallela est per. 30.propōnem eiusdē primi libri. In parallelas autem a s,& l c, recta incidens a l,interiores & ad easdem partes angulos a l c,& l a r, efficit duobus



rectis æquales per.29. propōnem ipsius primi elementorum. Atqui rectus est angulus a l c. per.31. propōnem tertij elementorum, rectus igitur & angulus l a r. Et eodem modo angulus l e s, rectus ostendetur,quòd etiam angulus a s e, rectus existat per eandem. 31. propōnem tertij elementorum. Et proinde a l, ipsi e s parallela est per.28. primi elementorum. Rectangulum est igitur atq; parallelogrāmum ipsum a l e s, quadrilaterum. At verò quoniam in a r, & m n, parallelas recta incidit a n, angulus igitur a n m, alterno n a r, est æqualis. Similiter quoniam in easdē parallelas recta incidit m r, erit angulus a r m, alterno angulo r m n, æqualis per. 29. primi elementorum. Anguli præterea qui circa o, verticē sub a o r, & m o n, continentur, æquales sunt per. 15. eiusdem primi libri. Aequiangula sunt igitur a o r, & m o n, triangula, & quæ igitur circum æquales angulos sunt latera, inuicem proportionalia, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur per quartam sexti eorundem elementorum. Sicut igitur a o, ad o r, sic n o, ad o m. Similis ergo rationis sunt a o,& o n, atque ipsa r o,& o m, latera. Præterea cum sit, vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, & qui sub a o m, & n o r, continentur anguli sunt per.15. primi elementorū inuicem æquales. Triangula igitur a o m, & n o r, vnū habent angulum vni angulo æqualem,& quæ circum æquales angulos latera reciproce proportionalia. Aequum est itaque triangulum a o m, ipsi triangulo n o r, per. 15. propōnem sexti elementorum. Et quoniā bases a m, & n r, in æqualibus triangulis æquales subtendunt angulos, similis igitur (inquit) cōguntur esse rationis. Atqui a o, & o n, nec non r o,& o m,similis quoq; sunt rationis, est enim vt a o,ad o r, sic n o,ad o m. Proportionalia itaq; sunt eorundem triangulorum a o m, & n o r, latera. Et proinde ipsa triangula sunt inuicem æquiangula,& æquales habēt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, per quintam sexti elementorū. Nam sicut in triangulis æquiāgulis,similis rationis sunt quę æqualibus angulis latera subtenduntur,per quartam ipsius sexti,sic in triangulis quorū latera sunt proportionalia,similis rationis latera æquales versa vice subtendunt angulos. Angulus itaq; a m o,ipsi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, est æqualis. In rectas ergo lineas a m, & n r, rectæ incidentes lineæ a n, & m r,efficiunt alternos angulos inuicē æquales. Parallela est igitur n r,ipsi a m, atque ipsi e s, itidem parallela per.27.&.30.primi elementorum. Parallelogrāmum est itaque ipsum a m n r, quadrilaterum. Ait quod & rectangulum. Anguli enim qui ad puncta a & m, continentur recti sunt, & qui ex opposito igitur cōsistūt anguli a r n,

&

& m n r, sunt recti per 34. ipsius primi elemẽtorum. Vtrunque igitur a l e s, & a m n r, ac ipsum consequenter e t n v, quadrilaterum parallelogrãmum est atque rectangulum. Et proinde triangula a r n, & r n c, rectangula sunt, & qui ad r, & n, puncta consistunt anguli recti, quod in primis Orontius demonstrandum susceperat.

His præostensis cõcludit b r, & b n, rectas lineas esse medio loco sub eadẽ ratione cõtinue proportionales inter ipsa a b, & b c, supradictorum quadratorum latera, sicut quidem a b, ad b r, sic eadem b r, ad b n, & ipsa b n, ad b c. Cum enim triangulum a r n, sit rectangulũ, & ab angulo recto qui ad r, in basin a n, demissa perpẽdicularis b r: est igitur ipsa b r, media proportionalis inter ipsius basis segmenta a b, & b n, per corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut igitur a b, ad b r, sic eadẽ b r, ad ipsam b n. Rursum quoniam triangulum r n c, est itidem rectangulum, & ab angulo recto qui ad n, in basin r c, demissa perpẽdicularis b n, est igitur eadem b n, media proportionalis inter ipsius basis segmenta r b, & b c, per idẽ corollarium octauæ sexti elementorũ. Sicut ergo b r, ad b n, sic eadẽ b n ad b c. Atqui præostensum est vt a b, ad b r, sic eadẽ b r, ad b n. Et sicut igitur per vndecimam quinti elementorũ a b, ad b r, sic ipsa b n, ad b c. Datis ergo binis quadratorum lateribus a b, b c, quorum alterum in dato circulo, alterum vero circa, descriptum est, duas medias rectas lineas sub eadem ratione cõtinue proportionales ea arte inuenit Orontius, scilicet b r, atq; b n, quod faciendum susceperat.

Orontij corollarium.

SI has (inquit) binas lineas rectas, inter ipsa prædictorũ quadratorũ latera continue proportionales, mechanico prõptissimoq; reperire volueris artificio, sic pendẽter facito. Fabricetur in primis ex dura quapiã & electa materia gnomon quidam ipsi r e m, similis. Constitutis deinde prædictorum quadratorum lateribus, supra scripto modo datis, cuiusmodi sunt a b, & b c, ad rectũ angulum, atq; ad eas partes in quibus ad rectũ conueniunt angulum, in directum vtrinq; productis, veluti sunt b d, & b e, linea diagonalis e n, ipsius rectanguli parallelogrãmi e t n v, in directum ipsius b e, hoc est longioris productæ ad amussim collocetur, cogaturq; interius gnomonis latus venire in punctum c, ipsius lateris minoris limitem, immota semper e n, diagonio ab eiusdem b e, rectitudine. Nam reliquum & interius ipsius gnomonis latus secundam lineã proportionalẽ tibi secabit ex minore producta, interior autem eiusdem gnomonis angulus qui ad n, ipsam tertiam earundem quatuor linearum continué proportionalium simul limitabit.

Orontius de cæteris lineis rectis.

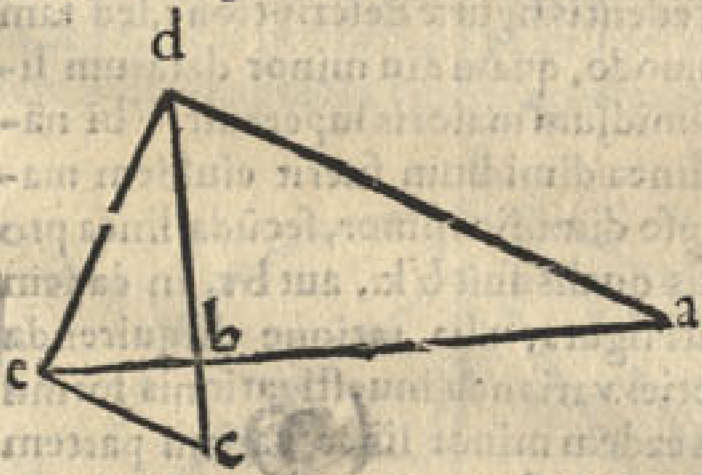
QVanuis autem præmissa linearum proportionalium adinuentio ipsis propositorum quadratorum lateribus, quorum alterum circa, alterum vero intra circulũ describitur, peculiariter inseruire videatur, poterit nihilominus datis quibuscunq; lineis rectis inæqualibus, inter quas duas medias lineas rectas sub eadem ratione cõtinue proportionales inuenire operæprecium fuerit, indifferenter accommodari, immutato paululum solo constructionis exordio. Non enim semper diuidetur excessus maioris lineæ supra minorem proportionaliter, veluti c f. in ipsa antecedentis figuræ descriptione, sed tam diu solummodo, quam diu minor datarum linearum dimidium maioris superauit. Vbi nãq; minor linea dimidium fuerit eiusdem maioris, vel ipso dimidio minor, secũda linea proportionalis qualis fuit b k, aut b r, in eadem præcedenti figura, alia ratione disquirenda est, atq; toties varianda inuestigationis formula, quoties eadem minor linea variam partem quotam fecerit ipsius maioris, à numero pariter pari denominatam: aut inter earundem partium quotarum distinctiones limitata ceciderit. Quo facta complenda erit figura, vti supra descriptum est. Nam cætera vnà cum ipsa demonstratione ex omni parte manẽt eadem. Hæc autem (inquit) constructionum primordia hic sigillatim enarrare, superuacaneum ac inutile duximus, quoniam latus quadrati in circulo descripti dimidio lateris eius quadrati quod eidem circulo circunscribitur, semper est maius.

Hæc est Orontij Finæi inuentio atq; demonstratio de duabus medijs proportionalibus, eisdem verbis atq; serie, quam nos ex libro de circuli quadratura fideliter transcripsimus, nihil enim immutandum statuimus, sed deinceps examinandum.

Modus Platonis ad inueniendum inter duas datas lineas binas medias continue proportionales, quem Orontius partim imitatur, partim perficere conatur.

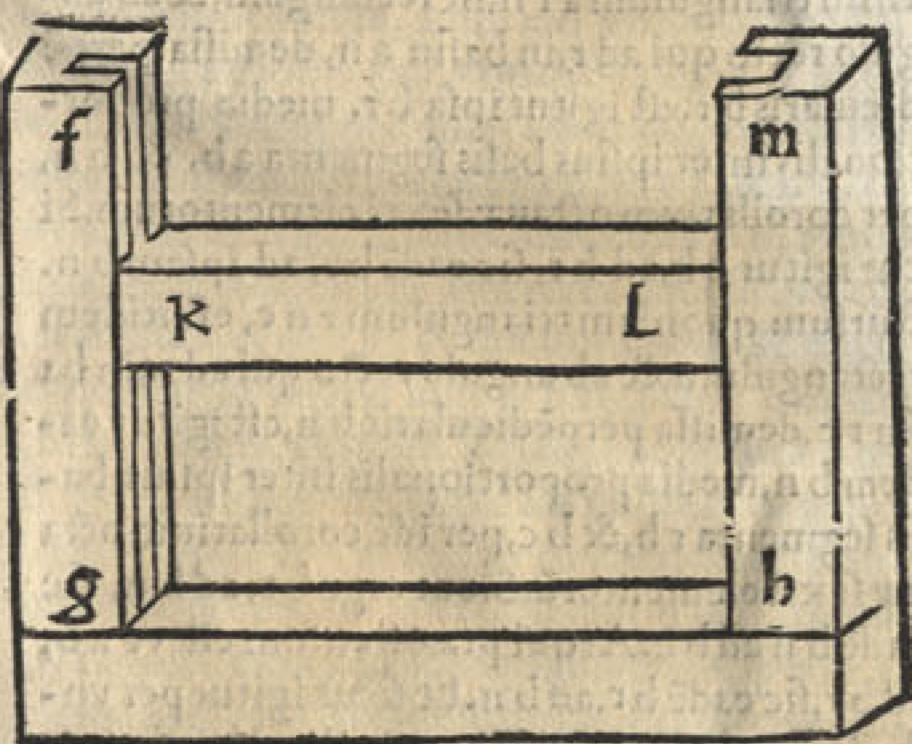
CAP. II.

CVM proponeret Plato inter datas duas lineas, binas medias proportionales sub continua proportione inuenire, & alii philosophi varias methodos tentarent, inspexit ille inter datas duas lineas a b, b c, binas medias proportionales facilé posse assignari, si ipsis a b, b c, ad rectum angulum a b c, constitutis, in rectumque productis ad partes b, ab earum deinde terminis a & c, rectæ quædam lineæ in vtrasque ducerentur, quæ cum tertia linea ipsas coniungente, rectos angulos efficerent.



Producatur enim a b, b c, in d, & e, & supponatur ab a, & c, rectas lineas ita duci in ipsas a b, b c, productas, vt ad earum quædam puncta quæ sint d, & e, cum tertia linea d e, ipsas a d & c e, coniungente, rectos angulos efficiant a d e, c e d. Dico quòd b d, & b e, inter datas lineas a b, b c, mediæ sunt proportionales, sub continua proportione. Nam in triangulo rectangulo a d e, angulus qui sub a d e, rectus existit, linea vero d b, ad rectos angulos secat basin a e, in puncto b, igitur per corollarium octauæ sexti elementorum ipsa b d, media proportionalis est inter a b, b e. Similiter triangulū d e c, rectū angulum habet qui sub d e c, & linea b e, ad rectos angulos secat basin d c, idcirco ipsa perpēdicularis b e, media est proportionalis inter d b, b c. Sicut igitur a b, ad b d, ita b d, ad b e, & sicut b d, ad b e, ita b e, ad b c. Quapropter per 11. quinti Euclidis quatuor lineæ a b, b d, b e, b c, continue sunt proportionales sub eadē ratione ipsius b d, ad b e, & idcirco ipsæ b d, b e mediæ sunt proportionales inter duas a b, b c, quod demonstrandum erat.

Cæterum quoniam Plato certa & indubitata demonstratione modum consequi non potuit, quo rectæ lineæ ducerentur ab a, & c, pūctis in lineas b d, & b e, & ad ea puncta in quibus cum tertia linea eas coniungente, recti anguli efficerentur, mechanico saltē instrumēto quodam, opificioq; idem molitus est. Succurrit igitur illi huiusmodi inuentio.



Construatur ex dura quauis materia gnomon f g h, & excauetur alterum eius crus f g, canalisque in eo fiat quadrata forma, cui cōmittatur regula k l, sic vt moueri possit modò in f, & modò in g, semper tamen cruri g h, æquidistans. Ita enim ad rectos angulos adhærebit ipsi f g. Hoc autem cōmodius fiet, si eidem g h, alia regula h m, ad rectos angulos coaptetur, affigaturque, quæ item canalem habeat cui alterum caput regulæ K l, cōmittatur. Nā eo modo ipsa regula k l, neutiquam vacillabit, sed recta ac vniformis mouebitur. His ita constructis, si inter datas duas lineas a b, b c, binas medias proportionalis inuenire libeat, ipsis rectis lineis ad rectū angulum coniunctis instrumentum sic coaptetur, vt latus cruris g h, contigat punctum c, & regula K l, attingat punctum a: angulus g, iaceat super b e, & angulus K, super b d. Regula igitur g h, positionem habebit c e: regula k l, positionem d a, & f g, positionem e d, Idcirco anguli ad d, & e, recti erunt & proinde sicut a b, ad b d, ita b d, ad b e, & b e, ad b c.

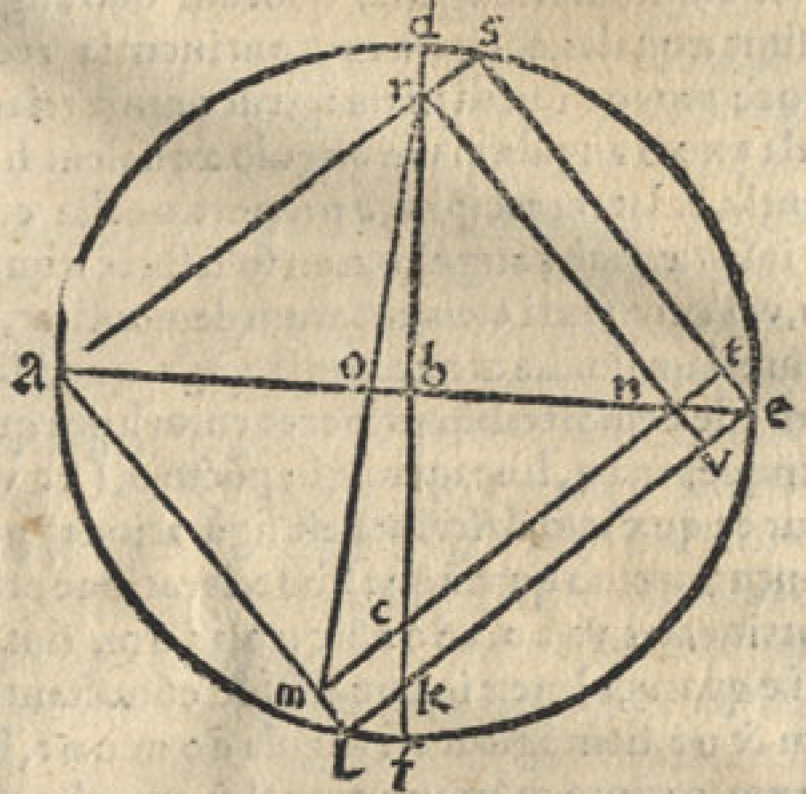
Hunc Platonis modum, & reliquorū quoque philosophorum Eutocius Ascalonita tradidit,

didit, super secundo libro de sphæra & Cylindro Archimedis, & Georgius valla in opere illo magno expetendorum ac fugiendorum. Nouissime autem vir eruditus Ioannes Vernerus Norumbergensis eos omnes modos multo lucidius enarrauit. Cæterum Orontius Finæus sine vllo mechanico artificio, rectas lineas ducere conatur à punctis a, & c, in lineas b e, & b d, & ad ea ipsarum puncta d, & e, in quibus cum recta d e, eas coniungente recti anguli efficiuntur, quod Plato non potuit. Præterea ad Platonis imitationem gnomonem construit, quo ipsos rectos angulos ad eadem puncta efficere possit, & proinde binas medias proportionales inuenire, & cætera quæ deinceps operæpretium erit examinare.

Orontium Finæum hallucinatum esse circa inuentionem duarum mediarum proportionalium, ob ignorantiam elementorum geometricorum sexti libri Euclidis. CAP. III.

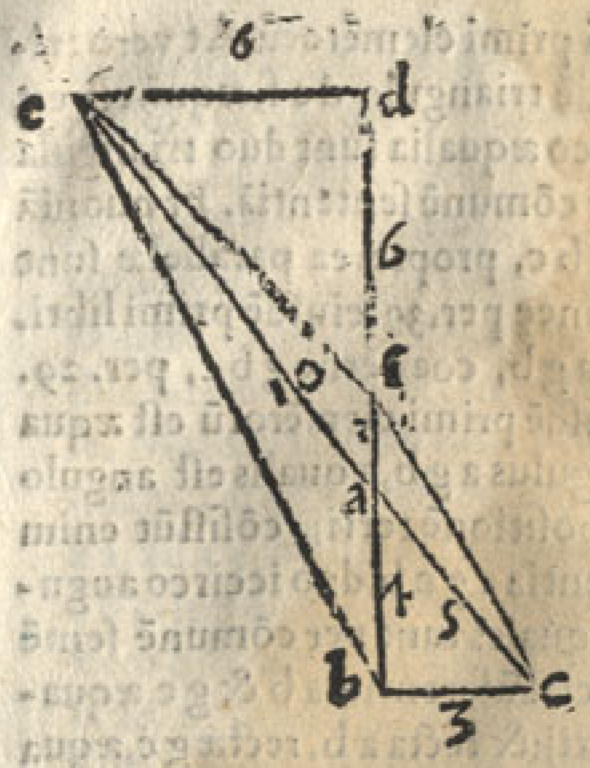
Reprehensio prima.

REpetita Orontij Finæi demonstratione atque figuratione, vt apertius eam cõfutemus, verbũ verbo respondebimus. Igitur concedimus quadrilaterũ a l e s, parallelogrãmũ esse atq; rectãgulũ. Preterea fatemur bina triangula a o r, & m o n, æquiangula esse, & proinde quæ circũ æquales angulos sunt latera proportionalia, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtẽdũtur, velut quarta propõ. libri sexti elementorum ostendit. Et idcirco sicut a o, ad o r, sic n o, ad o m, similis ergo rationis sunt a o, & o n, atque r o, & o m, ipsorum triangulorum a o r, & m o n, latera. Nec dubitamus angulos qui sub a o m, & n o r, continentur, æquales esse. Simul etiam cõfitemur triãgula a o m, & n o r, quæ vnũ angulum vni angulo ad verticem æqualẽ habẽt, & latera circum ipsos æquales angulos reciproce proportionalia, æqualia esse, quod secũda pars. 15. sexti Euclidis demõstrat. Cæterum quum infert, quoniam bases a m & n r, in æqualibꝰ triãgulis a o m, & n o r, ęquales subtendunt angulos, similis igitur coguntur esse rationis, hoc negamus consequi. Et quum addit, a o, & o n: nec non r o, & o m, similis sunt rationis, quoniam sit vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, Sane concedimus proportionalia esse & similis rationis ipsa latera in similibus triangulis a o r, & m o n: hoc enim iam fuerat ostensum. Sed ex hoc perperã colligit proportionalia esse triangulorum a o m, & n o r, la-



tera. Quod pro vero cum recepisset, deinde licuit inferre per quintam sexti elementarum, ipsa triangula a o m, & n o r, æquiangula esse, & tandem concludere quadrilaterum a m n r, parallelogrãmum esse atque rectangulum: in quo multis modis culpandus est Orontius. Nã si modò ostenderat triangula a o m, & n o r, latera habere reciproce proportionalia a o, o m, & r o, o n, quoniam sit vt a o, ad o r, sic reciproce n o, ad o m: quomõ ex templò in eisdem triangulis eidem innixus fundamento, quod sit videlicet sicut a o, ad o r, sic n o, ad o m, eadem latera colligit proportionalia esse, similisque rationis, & proinde ipsa triangula æquiangula esse atque similia, quæ reciproca paulo ante demonstrauerat? Quod si tam leui sophismate capiebatur, bina triangula similia a o r, & m o n, latera habent proportionalia a o, o r, & n o, o m circum æquales angulos qui sub a o r, & m o n. Atqui eadẽ latera in duobus triangulis a o m, & n o r, æquales cõtinẽt angulos qui sub a o m, & n o r, triangula ergo a o m, & n o r, latera proportionalia habent, circũ æquales angulos qui sub a o m, & n o r, & ob id non modò reciproca sunt, verum etiam similia. Animaduertere debuisset, triangula a o m, & n o r, non posse reciproca esse simul atque similia, nisi latera lateribus ęqualia essent, quod neq; assumpserat, neq; probauerat. Sic igitur factam argumentationem examinasset, diluissetque, & ab errore liberatus fuisset. Præterea cõtuendũ erat, si idcirco duo triangula a o m, & n o r, iudicanda forẽt similia atq; æquiangula, propterea quòd bina quædã alia triangula a o r, & m o n, circa se habent similia, cũ quibus videlicet latera cõmunia habent, quæ ad verticem æquales continent angulos, quum hoc item accidere necesse sit omnibus triangulis, quorum duo anguli sunt æquales, & latera eos continentia reciprocè proportionalia, iam igitur omnia triangula vnum angulnm vni angulo æqualem habentia, & latera reciprocè proportionalia circa ipsos æquales angulos, non solũ forẽt æqualia, velut .15. sexti elementorum demonstrat, verum etiam similia atque æquiangula, quod falsum esse demõstrabimus. Secet enim linea quæcunque, vt a n, lineam r m, in pũcto o, (vt vtamur ea quæ iam descripta est figuratione) ponanturque sub quacũque libuerit ratione proportionales, vt a o, ad o r. sic n o, ad o m, sintq; ipsæ quatuor lineæ inæquales: & cõnectantur a m & n r, fient igitur triangula a o m. n o r, laterum reciprocè proportionaliũ æqualia per 15. sexti elementorum, cõnectantur a r, & m n, fient idcirco bina triãgula a o r, & m o n, æquiangula per sextam eiusdem sexti, & laterũ proportionalium quæ circum æquales angulos, similisque rationis quæ æqualibus angulis subtenduntur per quartam. Deinde ratiocinemur vt Orõtius, & eisdem suis verbis vtamur: sicut igitur a o, ad o r, sic n o, ad o m: similis ergo rationis sunt, a o, & o n, atque ipsa r o, & o m, latera. Præterea cum sit vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, & qui sub a o m, & n o r, continentur anguli sunt per .15 primi elementorum æquales, triangula igitur a o m, & n o r, habent vnũ angulum vni angulo æqualẽ, & quæ circũ æquales angulos latera reciprocè proportionalia, æquum est itaque triangulum a o m, ipsi triangulo n o r, per .15. sexti elementorum. Et quoniam bases a m, & n r. in æqualibus triangulis æquales subtẽdũt ãgulos, similis igitur cogũtur esse rõnis. Atqui a o, & o n, nec nõ r o, et o m, similis quoque sunt rationis, est enim vt a o, ad o r, sic n o, ad o m: proportionalia itaque sunt eorundem triangulorum a o m, & n o r, latera, & proinde ipsa triangula sunt inuicem æquiangula, & æquales habent angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur per quintam sexti elemẽtorum. Angulus itaque a m o. ipsi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, est æqualis. Hactenus vt Orontius ratiocinati sumus, sed pergamus nos. Quoniam in duobus ipsis æquiangulis triãgulis a o m, & n o r, æqualis est angulus a m o, ipsi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, igitur per quartam sexti vt a o, ad o n, ita m o, ad o r. At verò ex hypothesi & permutata proportione sicut a o, ad o n ita r o, ad o m, idcirco vt m o, ad o r, sic r o, ad o m, per vndecimam quinti elementorum. Sũt autem ex hypothesi inæquales m o, & o r, igitur m o, ipsa o r, simul est maior & minor quod est impossibile. Fallax est idcirco Orontij syllogismus. Adde quod duo triangula a o m, n o r, quum reciproca sint, æqualia erunt, sed si similia sunt & latera vnius lateribus alterius sunt inæqualia, inæqualia erunt eadem triangula, est enim eorum ratio duplex quã similis rationis latera per .19. sexti. Orontius autem illo suo sillogismo nihil minus probare conatur, eadem triangula similia esse, simul atque reciproca, cum latera sunt inæqualia, quàm cum sunt æqualia, nam si vnum concluderet, & alterum etiam concluderet. Atqui non sũt simul æqualia ac inæqualia ipsa triangula: non sunt igitur similia sed reciproca tantum. Et propterea inspicienda erat habitudo laterum proportionalium, se se inuicem secantium, vt a n, & r m. Nam si in duobus triangulis a o r, & m o n, sicut a o, ad o r, ita foret ipsius m o, ad o n, tunc profectò duo triangula a o m, & n o r, æquiangula haberentur atque similia, non autem reciproca, essent enim duo latera a o, & o m, duobus o r, & o n, proportionalia. Cæterum hoc Orontius neque assumpsit, neque assumere debuit, propterea quod in ipsis duobus triangulis a o r, & m o n, angulus a r m, alterno r m n, est æqualis, & reliquus n a r, reliquo a n m, æqualis. Similis ergo rationis latera sunt quæ æqualibus angulis subtenduntur, vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, non igitur sicut a o, ad o r, ita m o, ad o n. Quapropter reciproca ostenduntur triangula a o m, & n o r, non similia. Hanc autem similium triangulorum & reciprocorum dissentientem naturam ac legem exemplo quopiam manifestius explicabimus, vbi triangulorum latera, lineæ fuerint rationales. Describatur rectangulum triangulum a b c, rectum habens angulum, qui ad b, latus a b sit .4. pedum, b c. trium: idcirco a c, erit quinq; pedum per .47. propositionem primi elementorum. Producatur a b, vsque ad d, sitque

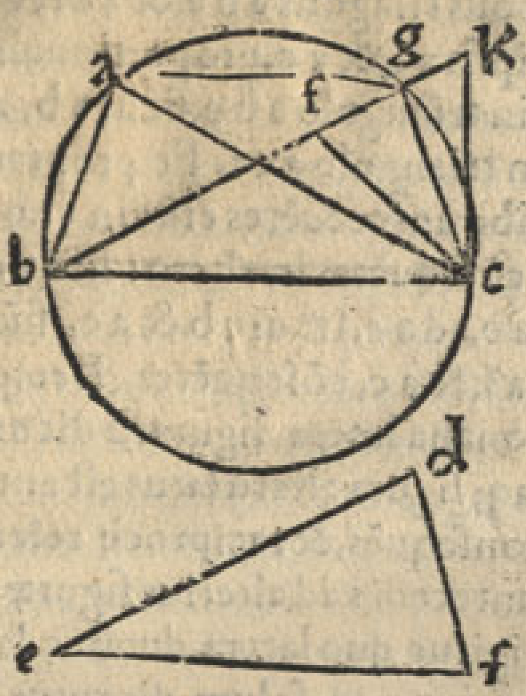
a d,



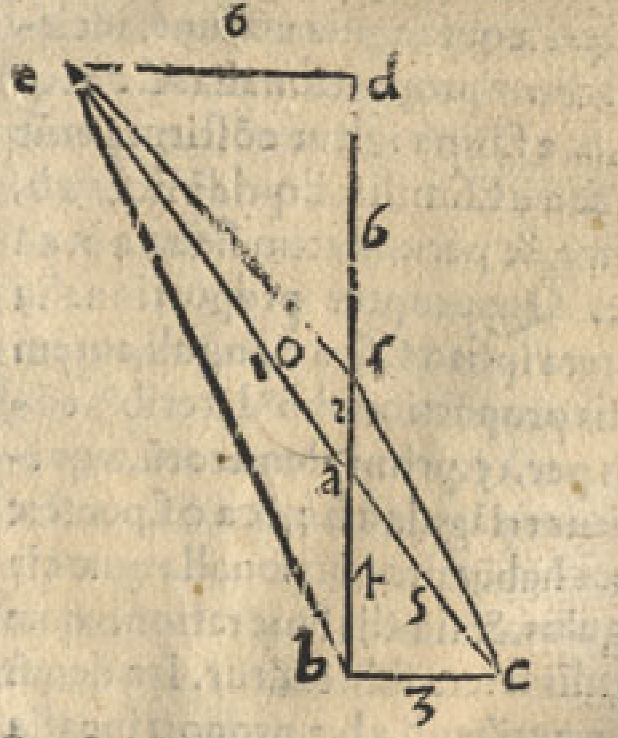
a d, octo pedũ, & à pũcto d, recta linea excitetur d e, rectũ faciẽs angulũ cũ ipsa a d, & producatur c a, donec concurrat cum d e, in puncto e. Quoniam anguli a d b, & d, recti sunt, & qui ad verticem sunt æquales, æquiãgula igitur sunt triangula a b c, a d e, per. 32. propositionẽ primi elementorum. idcirco similia sunt & latera habẽt proportionalia per quartã sexti. Erit igitur d e, sex pedũ, & a e, decẽ. Secetur autẽ à linea a d, pars a f, duorũ pedũ, & cõnectãtur c f, e f. Duorũ itaq; triãgulorũ a b c, a f e, reciproca sunt latera quæ circũ æquales angulos b a c, e a f. Nã sicut a b. 4. ad a f, 2. ita a e, 10. ad a c. 5. Idcirco æqualia sũt ipsa a b c, & a f e, triangula per. 15. propositionẽ sexti, sed latera proportionalia nõ habẽt, neq; æquiãgula sunt. Etenim angulus e f a, maior est interiore e d f, per 16. propositionẽ primi elementorũ, & maior igitur angulo c b a, reliquus vero a e f. minor est angulo a e d, & minor igitur angulo a c b, per cõmunem sententiam. Nõ sunt igitur æquiangula, triangula a b c, & a f e, neq; latera habẽt proportionalia. Si enim latera habẽt proportionalia, æquiangula sunt per quintã sexti atqui æquiangula nõ sunt, idcirco neq; latera habent proportionalia. Cõnectantur autẽ e b, & c f, bina igitur cõstituta erũt triangula a b e, & a c f, similia. Equidẽ sicut a b, ad a f, ita a e, ad a c, & permutatim sicut a b, ad a e, ita a f, ad a c. Quapropter proportionalia sũt a b, & a e, latera ipsis a f, & a c, anguli autem b a e, & c a f, ipsis proportionalib⁹ laterib⁹ cõtẽti sũt æquales per. 15. primi elemẽtorũ, æquiangula sunt igitur triãgula a b e, & a c f, per sextã sexti, & latera habẽt proportionalia quæ circũ æquales angulos, & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtẽdũtur. Ita demũ bina latera a b, a e, triãguli a b e, proportionalia ostẽsa sũt binis laterib⁹ a f, a c, triãguli a c f, nõ reciproce proportionalia: sed duo latera a f, a e trianguli a f e, reciproce proportionalia sunt duob⁹ a b, b c, trianguli a b c, nõ tamen simpliciter dicũtur proportionalia. Latera enim figurarũ proportionalia dicũtur apud Euclidẽ quãdo eadẽ est ratio inter latera vnius figuræ, quæ inter latera alterius: & ob id si permutetur proportio, ambo termini antecedẽtes sunt in vna earũ, & ambo termini cõsequẽtes in altera. Vt in duobus triãgulis a b e, & a c f, duo latera a b, & a e, ipsis a f, & a c, proportionalia dicũtur, quoniã in triangulo a b e, sicut a b, ad a e ita a f, ad a c, in triangulo a c f. Et propterea si permutemus, ãbo antecedẽtes erũt in vno triãgulo, & ambo cõsequẽtes in altero: sicut enim a b, ad a f, ita a e, ad a c. Itaq; a b & a e, sũt antecedẽtes, sed a f, & a c, cõsequẽtes. Reciproce vero proportionalia latera figurarũ dicuntur, quando in vtraq; figura alterũ latus est antecedẽs, & alterũ consequẽs, & reciproce referũtur vnius figuræ antecedẽs ad alterius figuræ consequens. Vbi igitur duo latera duobus lateribus æqualia fuerint, non solum dicentur proportionalia, sed etiam reciproce proportionalia: sed si fuerint inæqualia, fieri nullo modo poterit vt simul sint proportionalia & reciproce proportionalia, vt paulò ante demõstrauimus. Sed cũ hallucinetur Orontius omnia hæc cõfundit, & falsa theoremata pro veris, dubia pro certis enũciat. Id genus est illud eius pronũciatũ, sine vlla probatione positum. Et quoniam bases a m, & n r, in æqualibus triangulis æquales subtendunt angulos, similis igitur cogũtur esse rationis. Itaque sentire videtur, quod si in duobus æqualibus triangulis vnus angulus vni angulo æqualis fuerit, ea latera quæ ipsos æquales angulos subtendunt, & reliqua latera in eadem erunt ratione. Aliter enim intelligi non potest quomodo bases duorum triangulorum similis rationis dicantur, nisi saltem duo reliquorum laterum in eadem sint ratione ipsarũ basiũ. Sed si ita velit esse in vniuersũ, planè decipitur. Tũc enim bases proportionales erũt alijs eorũdẽ triangulorũ laterib⁹, cũ æquales inuicẽ fuerint, quinimo & reliqua latera reliquis lateribus ęqualia erũt. sed si inęquales supponãtur bases, necesse nõ est latera laterib⁹ ĩ eadẽ rõne esse.

Sint enim duo triangula a b c, & d e f, æqualia, quorum duo anguli b a c, & e d f, æquales supponantur, & bases etiam b c, & e f, æquales angulos subtendentes, dentur æquales. Dico duo reliqua latera trianguli a b c, duobus reliquis lateribus triãguli d e f, æqualia esse, & proinde latera vnius trianguli lateribus alterius in eadem basium ratione nempe æqualitatis esse.

Circa triangulum enim a b c, circulus describatur per quintam propositionem quarti elementorum Euclidis, & ex tribus rectis lineis quæ sint lateribus trianguli d e f, æquales, super linea b c, quæ vni earum est æqualis triangulum construatur ad partes b a c, per. 22. propositionē primi libri. Necesse est igitur constructum triangulum in eodē circulo descriptū esse. Nam si non, cum duo eiꝰ anguli sint ad b, & c, pūcta, aut reliquus igitur angulus non attingit ipsius circuli circunferētiam, aut prætergredietur eandem.



Si non attingit, sit igitur huiusmodi triangulum b f c, duo itaque anguli e d f, & c f b, æquales erunt per octauam primi. Atqui angulus b a c, ipsi angulo e d f, æqualis est ex hypothesi: igitur duo anguli b a c, & c f b, sibi inuicem sunt æquales per cōmunem sententiam. Producatur recta b f, donec attingat descripti circuli circunferētiā in puncto g, & cōnectatur c g, duo igitur anguli b a c, & b g c, qui in eodem segmento sunt b a g c, sibi inuicem sunt æquales, per. 21. propositionē tertij libri. Id propterea æquales sunt duo anguli c f b, & b g c, per cōmunē sententiam, sed angulus c f b, cum sit exterior, maior est interiore atq; opposito b g c, trianguli c f g, igitur impossibile. Iam verò si dicatur ex tribus rectis lineis, quæ lateribus triāguli d e f, sunt æquales constructū triangulū pertransire circuli circunferentiā, sit igitur huiusmodi triangulū b K c, secetq; latus b K, ipsā circuli circūferentiā in g, idcirco cōnexa g c, ostēdemus eodē modo angulū b a c, æqualē esse angulo k, & eidē angulo k, angulū c g b, æqualē esse per cōmunē sentētiā: & quoniā ipse angulus c g b, exterior est, & K, oppositus atq; interior in triangulo g c k, erit iccirco maior atque æqualis quod est impossibile. Quapropter necesse est constructū triangulū in eodē descripto circulo inscriptū esse. Sit itaq; cōstructū triangulū ipsi circulo inscriptū b g c, & cōnectatur a g, igitur ipsū triangulū b g c, triāgulo d e f, æquū est per octauā & quartā primi elemētorū. At verò triangulū a b c, eidē triangulo d e f, æquū est ex hypothesi, iccirco æqualia sunt duo triangula a b c, & b g c, per cōmunē sententiā. Et quoniā in eadē sunt basi b c, propterea parallelæ sunt a g, & b c, rectę lineę per. 39. eiusdē primi libri. Angulus igitur a g b, coalterno g b c, per. 29. propositionē eiusdē primi elemētorū est æqualis. Atqui idē angulus a g b, æqualis est angulo a c b, per. 21. propositionē tertij, cōsistūt enim in eadē circūferentia a g c b, duo iccirco anguli g b c, & a c b, æquales sunt per cōmunē sentētiam: duæ igitur circūferentiæ a b & g c, æquales sūt per. 29. tertij: & recta a b, rectæ g c, æqualis est per. 29. Addita igitur circūferentia a g, duabus æqualibus circūferentijs a b, & g c, duæ idcirco circūferētiæ b a g, & a g c, æquales erūt per cōmunē sententiā: & propterea rectæ lineæ b g, & a c, æquales erunt per ipsā. 29. tertij elemetorū. Itaq; æquilaterū est triangulū a b c, triangulo b g c, est etiā triangulū d e f, æquilaterū eidē triangulo b g c, æquilaterū est igitur triangulū a b c, triangulo d e f: & propterea latera vnius lateribus alterius in rōne æqualitatis proportionalia sunt, quēadmodū & bases, quod primò demōstrandū erat. Sed hoc in vniuersū accidere quibuscūq; triāgulis æqualibus vnūq; angulū vni angulo æqualē habētibus, necesse non est. Nā in ante scripta figuratione duo triangula a b c, & a f c, æqualia sunt, bases tamen b c, & e f, æquales subtēdētes angulos qui ad a, in eadē ratione laterū non sunt. Est enim sicut d e, ad b c, ita d a, ad a b, ob similitudinē triāgulorū a d e, & a b c. Atqui d a, ad a b, maiorē rationē habet



quā a f, ad a b per octauam quinti: igitur d e, ad b c, maiorē habet rationē quā a f, ad a b, per. 13. propositionē eiusdē quinti libri. Prætera cū per. 19. propositionē primi maior sit e f, ipsa d e, maiorē idcirco rationē habebit e f, ad b c, quàm d e, ad eandem b c, per octauam quinti. Habuit autem d e, ad b c, maiorem rationem quàm a f, ad a b, igitur multo

maiorem

maiorem rationem habebit e f, ad b c, quàm a f, ad a b, per artem demonstrandi duodecimam. Et propterea ipsæ bases e f, & b c, æqualium triangulorum a f e, & a b c, in eadem ratione non sunt ipsorum laterum a f, & a b. Similiter demonstrabitur easdem bases atque duo latera e a, & a c, in eadem ratione non esse. Maiorem enim rationem habet e f, ad b c, quàm d e, ad b c: est autem sicut d e, ad b c, sic e a, ad a c, ob similitudinem triangulorũ a d e, a b c: igitur e f, ad b c, maiorem habebit rationem quam e a, ad a c, quod demonstrandum erat. Et multo facilius eadem demonstrari possunt demonstratione ducente ad incõmodum. Nam si est vt e f, ad b c, ita a f, ad a b, igitur permutatim sicut e f, ad a f, sic b c, ad a b. Atqui vterque duorum angulorum a e f, & b c a, minor est recto, & æquales sunt anguli qui ad a, igitur æquiangula sunt ipsa triangula a b c, & a f e, per septimam sexti: sed demõstratum est æquiangula non esse, idcirco impossibile. Item si sit sicut b c, ad e f, ita a c, ad a e, igitur permutatim sicut b c, ad a c, sic e f, ad a e: & quoniam vterque duorum angulorum c b a, & e f a, recto minor non est, æquiangula idcirco erunt per eandem septimam sexti ipsa triangula a b c, & a f e, quod est absurdum. Et propterea æqualium triangulorum bases, non continuò si angulos subtendãt æquales, similis erunt rationis. Sed Orontius putauit quòd similis cogeremur esse rationis, & idcirco concludit per. 5. sexti triangula a o m, & n o r, æquiangula esse & æquales habere angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, nempe angulum a m o, ipsi o r n, æqualem esse, atque reliquum m a o, reliquo o n r. Ex his itaque concludere possumus Orontij syllogismum non demonstrationem, sed meram esse hallucinationem. & proinde circa inuentionem duarum mediarum proportionalium, ob ignorantiam elementorum geometricorum sexti libri Euclidis errasse, velut ostendendum susceperamus.

Orontium Finæum errasse circa inuẽtionem duarum mediarum proportionaliũ, ob imperitiam artis demonstrãdi. CAP. IIII.

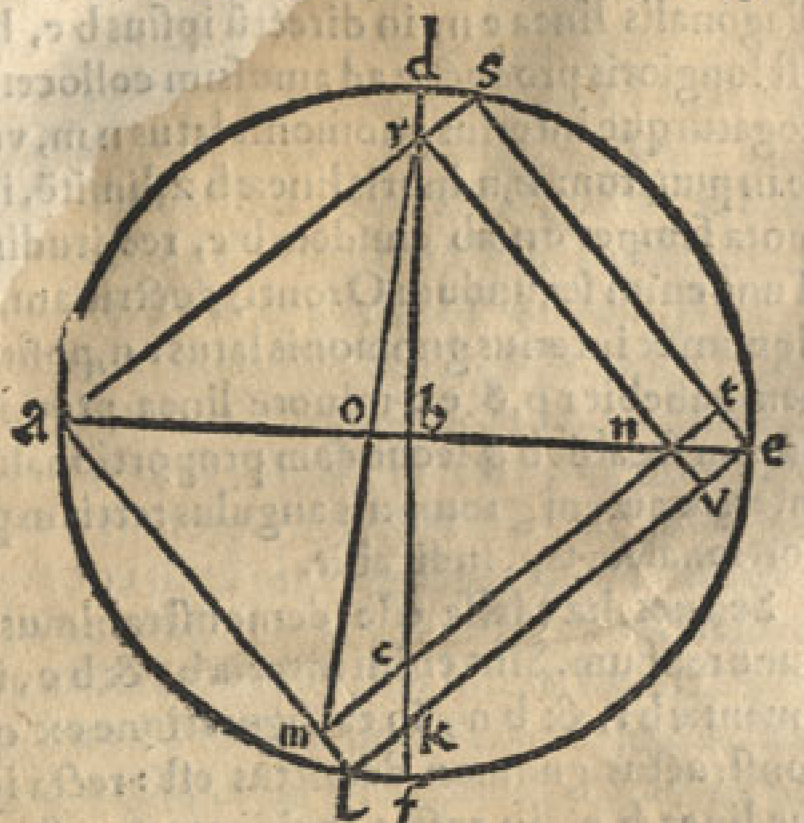
Reprehensio secunda.

SED ob id acrius etiam obiurgandus est Orõtius, quòd si iam ex Aristotelis libris demonstrandi artẽ non didicerat, nihilominus ex vsu quotidiano cum demonstrationes ex librorum Euclidis à Theone & Campano mutuaretur, eandem artem consequi poterat. In his enim nulla principia sumuntur, quæ non destinentur in conclusionem, nihil construitur quod non deseruiat demonstrationi. At Orontius multo aliter. Inuestigaturus enim inter datas duas lineas binas medias proportionales, diuisit primò excessum maioris supra minorem per extremam ac mediam rationem, maius deinde segmentum minori duarum propositarum adiecit, & compositam lineam secundam proportionalẽ constituit, cũ huiusmodi tamen diuisionis in tota sua demõstratione, nullã præterea mentionẽ facturus esset. Quid igitur opus erat illa diuisione, si eam non amplius in probatione cõmemoraturus erat? Aut quomodo ex ea medias proportionales elicit, si non propterea quòd excessus ille ita diuisus fuerit, aut ipsa demõstrationis cõclusio, aut intermedia aliqua propositio ad eam inferendam colligatur? Quapropter si non probatur cõclusio per eã diuisionẽ, neq; refertur in eam, neq; itẽ cum ea vllum habet responsum, nihil minus præstiterit ad medias proportionales inueniẽdas, differẽtiam maioris atq; minoris in quaslibet partes siue æquales siue inæquales secare, quã per extremã ac mediã rationẽ. Adhuc enim licitũ foret per notã diuisionis atq; quadrantis finẽ, rectã quandã lineam ducere, & huic aliã æquidistantẽ per minoris lineæ extremũ, & reliqua cõstruere velut Orontius fecit. Et proinde nihil magis infringeretur demõstratio, aut infirmaretur, quã si modo illo suo cõficeretur: quin imo idẽ relinqueretur modus, eadẽq; method⁹ si modò methodus appellãda sit falsa illa, sed paiũ fallax argumẽtatio. Innumera igitur atq; diuersa inæqualiaq; bina media proportionalia, inter datas duas lineas collocarentur, quod est absurdum. Et proterea manifesto liquet argumento, errasse Orontium circa inuentionem mediarum proportionalium, ob ignorantiam artis demonstrandi, quod ostendendum suscæperamus. Absurdi explicatio facilis est. Inter duas lineas rectas b f, & b c, iuxta Orontij traditionem binæ mediæ proportionales sunt b K, & b n. Sed diuidamus nos differentiam e f, non per extremam ac mediam rationem, sed in partes æquales c z, & z f, & construatur deinde figura ad eius imitationẽ: ducatur enim recta linea per punctum z, & quadrantis finem vbi est e, atque ei æquidistans agatur per c, recta quædam linea quæ semidiametrum b e, necessariò secabit, & æqualis abcisæ ponatur b i, & reliqua deinceps cõstruantur: atque valeat Orontij ratiocinatio ad ostendendum b K, & b n, medias esse proportionales inter b f, & b c. Igitur valebit vt demonstremus b z, & b i, medias quoque proportionales inter easdem haberi, nihil enim immutamus quod demonstrationem variare possit. Nam siue diuidatur differentia f c, per extremam ac mediam rationem in puncto k, siue in partes duas æquales in z, ostẽdetur nihilominus quadrilaterum circulo inscriptum parallelogrãmum ac rectangulum esse. Deinde verò ex similibus triangulis, eadem prorsus arte qua vsus est Orontius duæ rectæ lineæ b z, & b i mediæ proportionales demonstrabuntur inter ipsas b f, & b c. Hoc autem absurdum esse in hunc modum ostendemus. Habet enim b f, ad b z, maiorem rationem quàm eadem b f, ad b K, per octauam quinti elementorum Euclidis: atqui sicut b f, ad b z, sic b z ad b i, & sicut b z, ad b i, sic b i, ad b c: sicut autem b f, ad b k, ita b k, ad b n, & sicut b K, ad b n, sic b n, ad b c. Igitur maiorẽ rationem habet b i, ad b c, quàm b n, ad b c, per duodecimam propositionem quinti eorundem elemẽtorum. Et propterea maior erit b i, ipsa b n, per decimam propositionem eiusdẽ quinti, pars suo toto quod est impossibile.

Euidenti ac necessaria ratione concludi, eas duas rectas lineas, quas Orontius Finæus medias proportionales constituit, veras non esse: sed alteram superare iustam magnitudinẽ, alteram non implere.

CAP. V. Reprehensio tertia.

SIT a b, vel ei æqualis b f, latus quadrati circa oblatum circulum descripti: b c, latus quadrati in eodem circulo descripti. Et diuidatur c f, harum duarum linearũ differentia, per extremam ac mediam rationem. sitq; maius segmentum c K. Affirmat Orontius si ponamus b f, primã quatuor linearum continuè proportionaliũ, & b c, quartam, lineam b K, secundam esse proportionalem, primam vẽ duarum mediarum. Nos tamen euidẽti ratione, per rationales quãtitates ostendemus, ipsam b k, minorem esse secũda linea proportionali. Linea enim a b, latus quadrati circa oblatum circulum descripti, diametro eiusdẽ circuli æqualis est: & proinde diametro inscripti quadrati æqualis: igitur sicut diameter inscripti quadrati ad latus eiusdem quadrati, sic a b, aut b f, ad b c: est autem ea ratio dimidium rationis duplæ. Ponamus igitur c f, differentiam diametri & lateris eiusdẽ quadrati esse 4: erit idcirco b f. 8. p̄ ℞ 32: & erit b k 2. p̄ ℞ 20. p̄ ℞ 32. Et quoniã $5\frac{21}{32}$ minor est radice numeri 32. cum sit ℞ $31\frac{1017}{1024}$ erit idcirco $13\frac{21}{32}$ minor ipsa b f, prima linea. At vero $4\frac{9}{19}$ est ℞ $20\frac{5}{361}$ erit igitur $4\frac{9}{19}$ paulo maior radice numeri 20. Præterea $5\frac{23}{35}$ est ℞ $32\frac{4}{1225}$ maior idcirco est $5\frac{23}{35}$ radice numeri 32. Coaceruẽtur hi numeri 2. $5\frac{23}{35}$ $4\frac{9}{19}$ eritque eorum summa $12\frac{87}{665}$ maior igitur quam b K. Quapropter b f, ad b k maiorẽ habet rationem quam $13\frac{21}{32}$ ad $12\frac{87}{665}$ Reducantur $13\frac{21}{32}$ & $12\frac{87}{665}$ ad vnã andẽq; denominationẽ: igitur sicut $13\frac{21}{32}$, ad $12\frac{87}{665}$ ita 290605 ad 258144. Et proinde b f, ad b k, maiorẽ habet rationẽ quã 290605: ad 258144. Horũ numerorũ cubi sũt. 24541960163195125 & 17202283700649984. quorum ratio maior est ratione 17, ad 12. Atqui 17, ad 12 maiorem habet rationẽ dimidio rationis duplæ, cum sint eorum quadrata 299. & 144. in maiori ratione quàm dupla, cubi igitur ad cubũ ratio multo maior est dimidio rationis duplæ: & proinde cub⁹ ad cubũ maiorẽ habet rationem quã b f, ad b c. Habet autẽ cub⁹ ad cubũ triplã rationẽ quàm lat⁹ ad latus: habet etiã linea b f, ad lineam b c, triplam rationẽ quàm eadem b f, ad secundam proportionalem: cuborum igitur latera in maiori sunt ratione quàm linea b f,& secunda proportionalis. Atqui demonstratum est b f, ad b K, maiorem habere rationem quàm latus cubi maioris ad latus cubi minoris, & maiorem igitur rationem habebit b f, ad b K, quàm eadem b f, ad secundam proportionalem. Quapropter maior erit secunda pro-



portionalis ipsa b k. Item quoniam quatuor magnitudinum proportionalium sicut prima ad secundam, sic tertia ad quartam, idcirco per permutatam proportionē sicut prima ad tertiam, ita secunda ad quartam: est autem b c, quarta linea proportionalis: & b c, æqualis est primæ: igitur sicut secunda linea proportionalis ad b c, quartam: ita b c, ad tertiam. Atqui maior ostēsa est secunda proportionalis quàm b K, propterea maiorem habebit rationem secunda proportionalis ad b c, quartam quàm b k, ad eandem b c: & maiorem igitur rationē habebit b c, ad tertiam, quàm b k, ad b c. At vero sicut b K, ad b c, sic b c, ad b n, ob similitudinem triāgulorum k b c, & b c n; ergo maiorem rationem habebit b c, ad tertiam, quàm eadem b c, ad b n: quapropter minor erit tertia linea proportionalis ipsa b n. Itaque sicut b k, non implet iustam magnitudinem secundę, sic b n, superat tertiam, quod demonstrandum suscepimus. Subijcitur autem modus quo vsi sumus ad ostendēdū b f, ad b K, & 8 p̄ ℞ 32, ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32, in eadem esse ratione. Reliqua verò facilia sunt atque in promptu ijs qui in elementis versati sunt.

Sit b f, diameter quadrati, & b c, latus eiusdē: excessus autem c f, diuidatur in puncto k, per extremam ac mediam rationē: sitque c K, maius segmentum, & f K, minus. Dico quòd sicut b f, ad b K, sic 8 p̄ ℞ 32. ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32.

Positio prima.

¶ Ponatur enim primò c f, 4. ęqualium partium, igitur eius dimidium 2. Duo igitur quadrata, videlicet totius c f, & eius dimidij collecta, erunt 20. Idcirco c K, maius segmentum erit ℞ 20 m̄ 2. Quapropter f K, minus segmentum relinquitur 6 m̄ ℞ 20.

Positio secunda.

¶ Sed ponatur tota b f, 2, erit igitur b c latus eiusdem quadrati ℞ 2, cum sit medium proportionale inter 2 & 1. Auferatur ℞ 2, à 2. relinquetur excessus c f, 2 m̄ ℞ 2.

¶ Nunc verò quoniam qualium partium est f c 2 m̄ ℞ 2, talium est b f, 2: igitur qualium est eadem f c 4, talium inuenta erit ipsa b f. 8 p̄ ℞ 32, per cōmune documentum quatuor quantitatū proportionaliū. Ducto enī 4, tertio termino proportionis in 2, secundum terminum, fient 8: deinde diuiso 8, per 2 m̄ ℞. 2, primum terminū, venient ex partitione 8 p̄ ℞ 32, quartus proportionis terminus.

c f, 4, eius dimidium. 2
Eorum quadrata 16. & 4.

Erit igitur c k, ℞ 20 m̄ 2.
Auferatur ℞ 20 m̄ 2, à 4.
Relinquetur f k, 6 m̄ ℞ 20.

Sit b f 2.
Erit igitur b c ℞ 2.
c f, vero 2 m̄ ℞ 2.

2 m̄ ℞ 2. 2. | 4.
8.

2 m̄ ℞ 2.

2 p̄ ℞ 2. cōmunis multiplicator

4 m 2. Duæ enim aliæ multiplicationes transuersæ se se interimunt.
Igitur diuisor est 2.

8.
2 p̄ ℞ 2.

16 p ℞ 128, diuidēd⁹. Igitur 8 p̄ ℞ 32, quart⁹ tēs

Itaq; qualium partium est c f. 4, talium est b f. 8 p̄ ℞ 32: & quoniā qualiū est c f 4. taliū est f K 6 m̄ ℞ 20, auferemus igitur 6 m̄ ℞ 20, ab 8 p̄ ℞ 32, & relinquetur b K. 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32. Igitur sicut b f, ad b k, sic 8, p̄ ℞ 32, ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32, quod erat ostendendum.

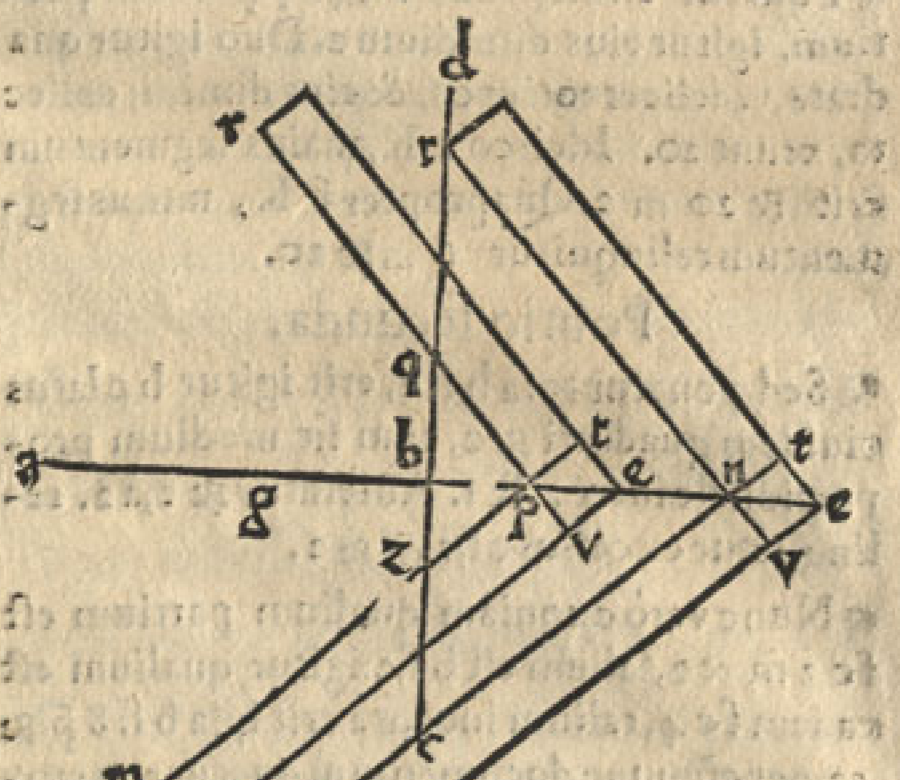
Quod maior cubus ad minorem, maiorē habeat rationem quam 17 ad 12, non dubitabis, si ipsum cubum maiorem multiplicaueris in 12, & productum diuiseris per 17. Venient enim ex partitione. 173237 3658578 4794 $\frac{2}{17}$ Idcirco sicut 17, ad 12, sic maior cubus ad hūc numerū, q ex partitione prouenit. Atqui excedit idē numerus cubū minorē: igitur cub⁹ maior ad minorē maiorē habebit rationē quàm 17. ad 12.

Orontij Finæi instrumentum non veras indicare medias proportionales.

CAP. VI.

Reprehensio quarta.

Ex prædictis facile constabit gnomonicum instrumentum Orontij Finæi, veras medias proportionales præstare non posse. Esto enim constructus gnomon ipse r e m: & offerantur duæ rectæ lineæ g b, b z, ad rectū angulum



g b z, coniunctæ, quarū maior g b, sit latus quadrati circa circulū quendam descripti, & b z, minor sit latus quadrati in eodem circulo descripti: oporteatq; inter ipsas g b, & b z, binas medias continue proportionales hoc gnomonico instrumento inuenire. Igitur velut Orō-

b f, 8 p̄ ℞ 32.
Auferatur f k, 6 m̄ ℞ 20
Relinquetur b k,
2 p̄ ℞ 20 p̄ ℞ 32.

tius docet, eo modo coaptetur instrumentū, vt diagonalis linea e n, in directū ipsius b e, hoc est longioris productæ ad amussim collocetur: cogaturque interius gnomonis latus n m, venire in punctum z, minoris lineæ b z, limitē, immota semper e n, ab eiusdem b e, rectitudine. Tunc enim secundum Orontij doctrinam, reliquum & interius gnomonis latus r n, positionem habebit r p, & ex minore linea producta lineam secabit b q, secundam proportionalem: interior autem gnomonis angulus tertiam proportionalem b p, indicabit.

Sed nos hæc falsa esse demonstrabimus in hunc modum. Sint enim inter a b, & b c, inuentæ b r, & b n, in ea figuratione ex qua constructus gnomon deductus est: recta igitur linea b c, in rectas incidens p q, & n r, æquos angulos facit q p e, interiorem, & r n c, exteriorem. Igitur parallela est p q, ipsi r n: & idcirco æquiangula similiaque sunt triangula b p q, & b n r. Similiter æquiangula sunt atque similia bina triangula b p z, & b n c: quapropter sicut b r, ad b n, sic b q, ad b p: & sicut b n, ad b c, sic b p, ad b z. Est autem ex hypothesi linea b r, æqualis lineæ b K, in prædicta figuratione: non attingit autem ipsa b k, iustam magnitudinem secundæ proportionalis, sed b n, superat tertiam: idcirco multò minorem rationem habet b r, ad b n, quàm vera secunda proportionalis ad veram tertiam. Et propterea maiorem rationem habebit b n, ad b c, quàm vera tertia ad b c, quartam: & maiorem item rationem habebit a b, prima ad b r, quàm eadem a b, ad veram secundam. Quoniam verò a b, ad b c. & g b, ad b z, in eadem sunt ratione: vtraq; enim dimidium rationis duplæ, diametri videlicet ad latus eiusdem quadrati: idcirco non sunt b q, & b p, mediæ proportionales inter ipsas g b, & b z. Quin potius b q, ad b p, minorem habet rationem, quàm vera secunda ad veram tertiam, & g b, ad b q, maiorem quam prima ad veram secundam, & b p, ad b z, item maiorem habet rationem, quàm uera tertia ad b z, quartam. Non potest itaque Orontij instrumentū, inter latera duorum quadratorū binas medias proportionales

præs-

præſtare, quod demonſtrandum ſuſcæpimus.

Aduertendum eſt autem multum intereſſe inter Platonis inſtrumentum & Orontij gnomonem. Nam per Platonis inſtrumentum, in vniuerſum inter duas quaſcunque rectas lineas binæ mediæ proportionales inueniuntur, quamuis nulla præceſſerit inuentio mediarum proportionalium inter duas alias eiuſdem rationis lineas. Sed ſi per Orontij gnomonem inter datas duas lineas, binas medias proportionales comperire velis, præmittenda eſt certiſsima inuentio duarum proportionalium inter alias eiuſdem rationis. Tunc verò poteris inter quaſcunque duas conſimimilis rationis, binas medias proportionales inuenire, alioqui non. Non poteſt enim gnomonicum illud inſtrumentum rectè conſtrui, niſi duæ mediæ continue proportionales inter aliquas eiuſdem rationis lineas inuentæ fuerint, quod Orontius non eſt conſequutus. Sed ſi jam conſequutus eſſet, præſtaret tamen per 12. propoſitionem ſexti libri Euclidis quæſtioni ſatisfacere, aut generali inſtrumento Platonis vti, quam quocunque alio particulari. Ex hoc autem cognoſces ſolum gnomonem non ſufficere, ad binas medias proportionales inter datas duas lineas in vniuerſum capiendas, etiam ſi rectè fabricaretur. Nam ſi proponas tibi inter duas a b, & b c, inuentas eſſe duas medias b r, & b n, & deinde variaueris a b, jamque conſtituas g b, primam duarum propoſitarum, atque inueſtiges inter g b, & b c, duas medias proportionales, non alias denuo indicabit gnomon, quam ipſas b r, & b n, quæ inter a b, & b c, inuentæ fuerant, quod eſt abſurdum.

Orontium Finæum in vniuerſum erraſſe circa inuentionem duarum mediarum proportionalium inter datas duas lineas, quarum minor dimidium maioris ſuperat. CAP. VII.

Reprehenſio quinta.

IAM verò neq; video quomodo ſit excuſandus Orontius, qui vel putat omnes lineas quarum minor dimidium maioris ſuperat, incõmenſurabiles eſſe, aut quænam dicantur cõmenſurabiles, & quænam incõmenſurabiles ignorat. Nam de cæteris lineis rectis inquit, quod quanuis latera quadratorum non ſint, quorum alterum circa, alterum verò intra circulum deſcribitur, ſi tamen minor earum dimidium maioris ſuperauerit, poterunt nihilominus inter ipſas, eadem arte qua vſus eſt, binæ mediæ proportionales ſub continua proportione inueniri. In quo etiam vehementer erraſſe oſtendemus. Proponantur enim duæ rectæ lineæ b f, & b c, inter quas oporteat binas medias proportionales ſub continua proportione inuenire. Sitque earum maior b f, pedum 125. minor vero 64. ſic igitur minor dimidium maioris ſuperabit. Diuidatur exceſſus c f. per extremam ac mediam rationem, maius ſegmentum ſit c K, minus verò k f. Itaque iuxta Orõtij præceptum de cæteris lineis rectis, erit recta b K, ſecunda proportionalis: quod per principia euidentiſsima falſum eſſe demonſtrabimus. Etenim binæ magnitudines b f, & b c, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum: cõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ magnitudines b f, & b c, per ſextam propoſitionem decimi elementorum Euclidis, quapropter & b c, ipſi c f, cõmenſurabilis erit per 15. propoſitionem eiuſdem decimi libri. Hoc etiam liquidiſsimè conſtat detracto numero 64. à 125. relinquetur enim c f, 61. Atqui c f, & c K, adinuicem rationem non habent quàm numerus ad numerum, velut oſtenſum eſt à Campano ſuper 16. noni libri elementorum, & quod etiam liquet ex ſexta decimitertij, incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ c f, & c K per octauam propoſitionem decimi. Erant autem commenſurabiles b c, & c f: idcirco b c, & c k, incommenſurabiles ſunt per decimam tertiam propoſitionem eiuſdem decimi libri, aut per lẽma duodecimæ, tota igitur b k, ipſi b c, erit incõmenſurabilis per decimam ſextam eiuſdem decimi: & b f, etiam eidem b k, incõmenſurabilis per decimam tertiam. Quapropter ſi b f prima, incõmenſurabilis eſt b k, ſecundæ, erit b K, ſecunda incõmenſurabilis tertiæ, & tertia quoque incommenſurabilis b c, quartæ. Sed eſt b f, 125. & ſecunda proportionalis 100, tertia vero 80, & quarta b c 64. igitur cõmenſurabiles ſunt per ſextam propoſitionem decimi, non autem incommenſurabiles. Itaque falſum eſt Orontij præceptum, de inuentione duarum mediarum continuè proportionalium, inter duas datas lineas qua-

rum

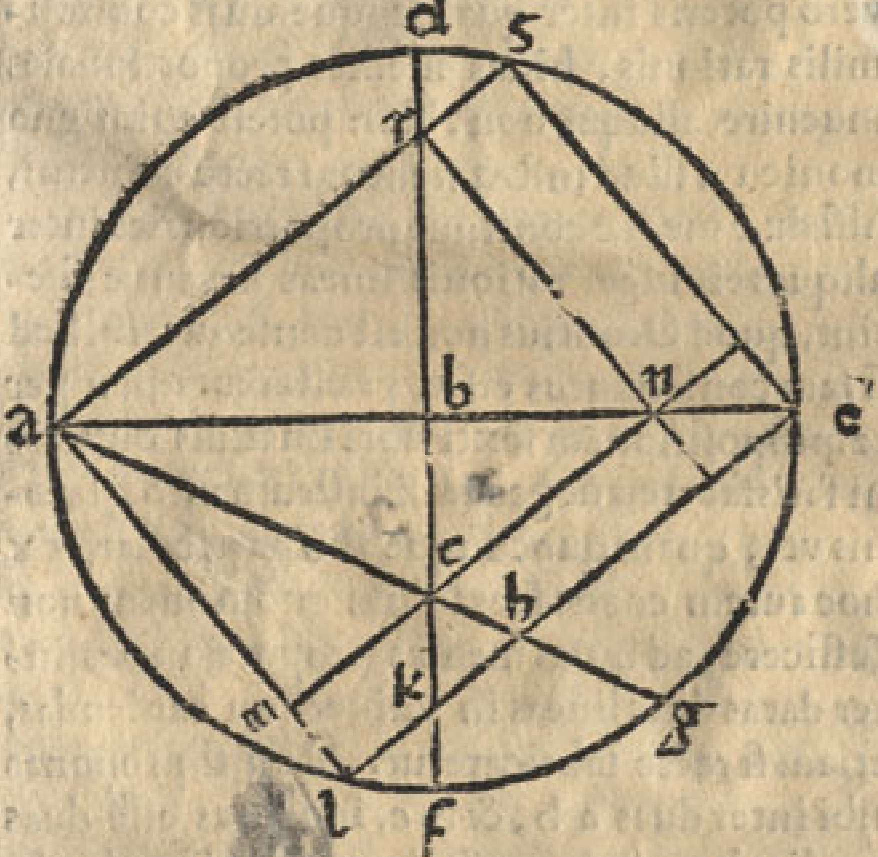
rum minor dimidium maioris superat, Quoniam verò cum latera cuborum rationem habent sesquiquartam, cuborum ratio minor est dupla, est autem ratio sesqui quinta minor sesquiquarta, & sesquisexta minor sesquiquinta, & reliquæ deinceps rationes super particulares minores sunt, reliquorum igitur cuborum ratio quorum latera rationem habent super particularem sesquiquarta minorem, multò minor erit dupla. Minor igitur eorum cuborum numerorum, quorum latera rationem habuerint superparticularem sesquiquarta minorē, dimidium maioris superabit, cadentque inter ipsos cubos numeros duo medij continuè proportionales numeri, per duodecimam propositionem octaui libri elementorum. Et propterea si ponamus duas lineas b f, & b c, rationem habere duorum quorumcunque numerorum cuborum, quorum latera rationem habent superparticularem sesquiquarta minorem, cadent inter b f, & b c, duæ mediæ proportionales, ipsæque quatuor lineæ cōmensurabiles erunt. Sed Orontius cogetur concedere eas esse incommensurabiles est enim nostra demōstratio vniuersalis. Et non solum hoc licebit inspicere, vbi latera cuborū numerorū rationē habuerint aut sesquiquartā, aut aliā minorē super particularem, sed etiam vbi rationē habuerint super partientem sesquiquarta minorem. Sic enim cuborum ratio minor erit dupla, & proinde eorum minor dimidium maioris superabit. Est autem sicut numerus ad numerum, sic recta linea ad rectam lineam, quod verè assumitur in corollario sextæ propositionis decimi elementorum: quapropter si ponatur recta linea ad rectam lineam, rationem habens sicut est ipsorum cuborum numerorū ratio, necesse est medias proportionales commensurabiles esse. Errauit igitur Orontius turpiter in re tam clara, tamque manifesta: & propterea quænam sint commensurabiles magnitudines, & quænam incōmensurabiles ignorasse videtur.

Orontium Finæum etiam errasse circa inuentionem mediarum proportionalium inter duas rectas lineas, quarum maior dupla est minoris: & proinde cubū minime duplicasse, euidenter demōstratur.

CAP. VIII.

Reprehēsio sexta.

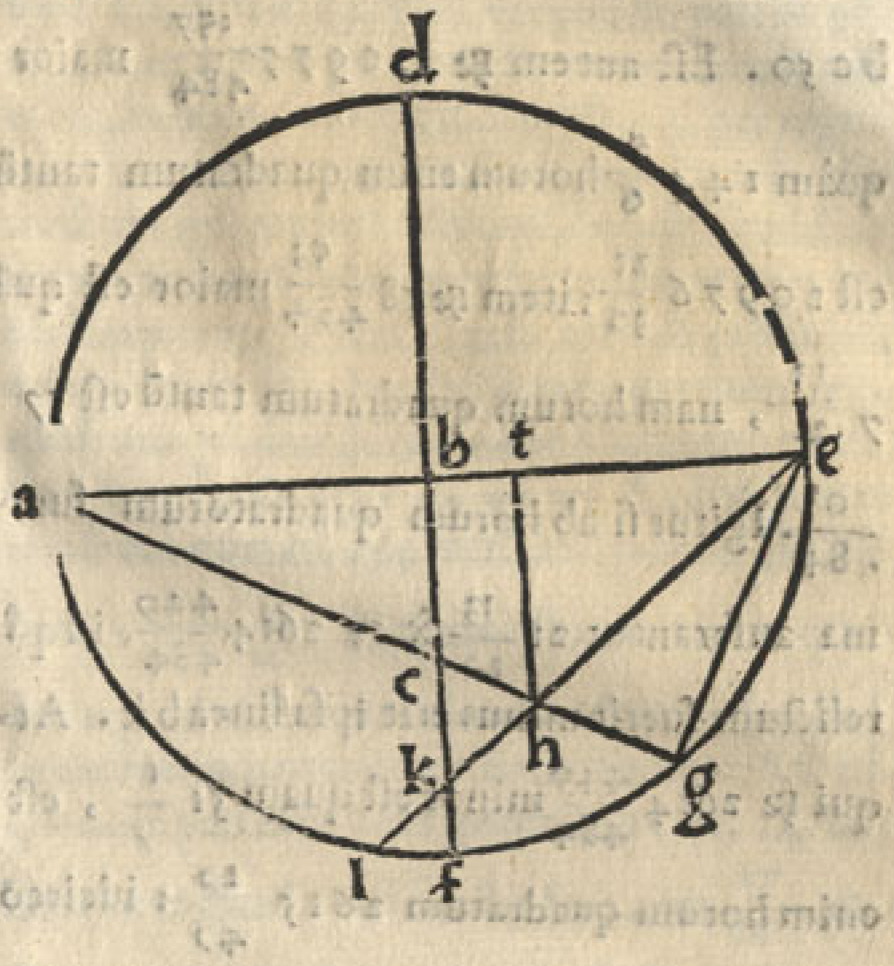
CVBVM duplicaturus Orontius cuius latus est b c, duplam lineam a b, ad rectum coniūxit angulum qui ad b, & super b, centro interuallo autem a b, circulum descripsit a d e f, ipsasque lineas a b, b c, in rectū produxit vsque ad descripti circuli circunferentiam, & per a, & c,



rectam duxit lineam quæ ipsius circuli circunferentiam attingit in puncto g. Inquirit deinde binas medias proportionales, inter ipsas a b, & b c, in hunc modum. Rectam c g, diuidit in puncto h, per extremam ac mediam rationem, vt sit g h, maius segmentum, & c h, segmētum minus. Tūc verò per e, & h, rectam lineam ducit e h, quæ eiusdem circuli circunferentiam attingit in puncto l, & semidiametrum b f, secat in k: lineam præterea c n, parallelam ducit ipsi e k, quæ semidiametrum b e, secat in n. Postremò ex b d, lineam b r, abscindit æqualem ipsi b k, & reliqua construit quemadmodum in primo problemate. Ait igitur b K, aut b r, secundam esse proportionalem, & b n, tertiam: sicut quidem a b, ad b r, sic b r, ad b n, & b n, ad ipsam b c: idque demōstrari posse, quēadmodum in ipso primo problemate. Et proinde cubum à linea b n, tertia proportionali descriptum propositi cubi cuius latus est b c, duplum esse affirmat. Cæterū hic Orontij modus cum nulla alia ratione probetur, similiter impro-

improbabitur, quemadmodum tertio capite atque quarto, primi problematis demonstrationem confutauimus. Et præterea quoniam fortasse putauit Orontius, quòd si iam sua ars falsa esset, mendatium tamen foret inextricabile, per principia idcirco certissima ac euidentissima statim ostendemus lineam b k, maiorem esse secunda proportionali, lineam verò b n, tertia proportionali minorem: ob id igitur descripti cubi ex b n, ad cubum ex b c, rationem esse dupla minorem.

Esto enim b f, dupla ipsius b c, & diuidatur e g, in puncto h, per extremam ac mediam rationem, sitque g h, maius segmentum, & recta e h, producta in l, secet b f, in k. Aio b K, maiorem esse secunda proportionali.



Positio prima.

¶ Sit primum e g, 8. Et quoniam æquiangula sunt, rectangula triangula a b c, a e g, latera igitur habent proportionalia quæ circũ æquales angulos. Est autem a b, dupla ipsius b c, igitur & a g, dupla est rectæ e g, idcirco ipsa a g, est 16, ideoque diameter a e, ℞ 320, & b e, semidiameter ℞ 80, recta verò b c, dimidium semidiametri ℞ 20. Quapropter recta a c, rectũ subtendens angulum qui ad b, erit 10: relinquitur ergo c g, 6: & g h, segmentum maius ℞ 45 m̄ 3, reliquum vero segmentum c h, 9 m̄ ℞ 45 & a h, 19 m̄ ℞ 45.

e g, 8.
a g, 16.
a e, ℞ 320.
a b, ℞ 80.
b c, ℞ 20.
a c, 10.
c g, 6.
g h, ℞ 45 m̄ 3.
c h, 9 m̄ ℞ 45.
a h, 19 m̄ ℞ 45.

Positio secunda.

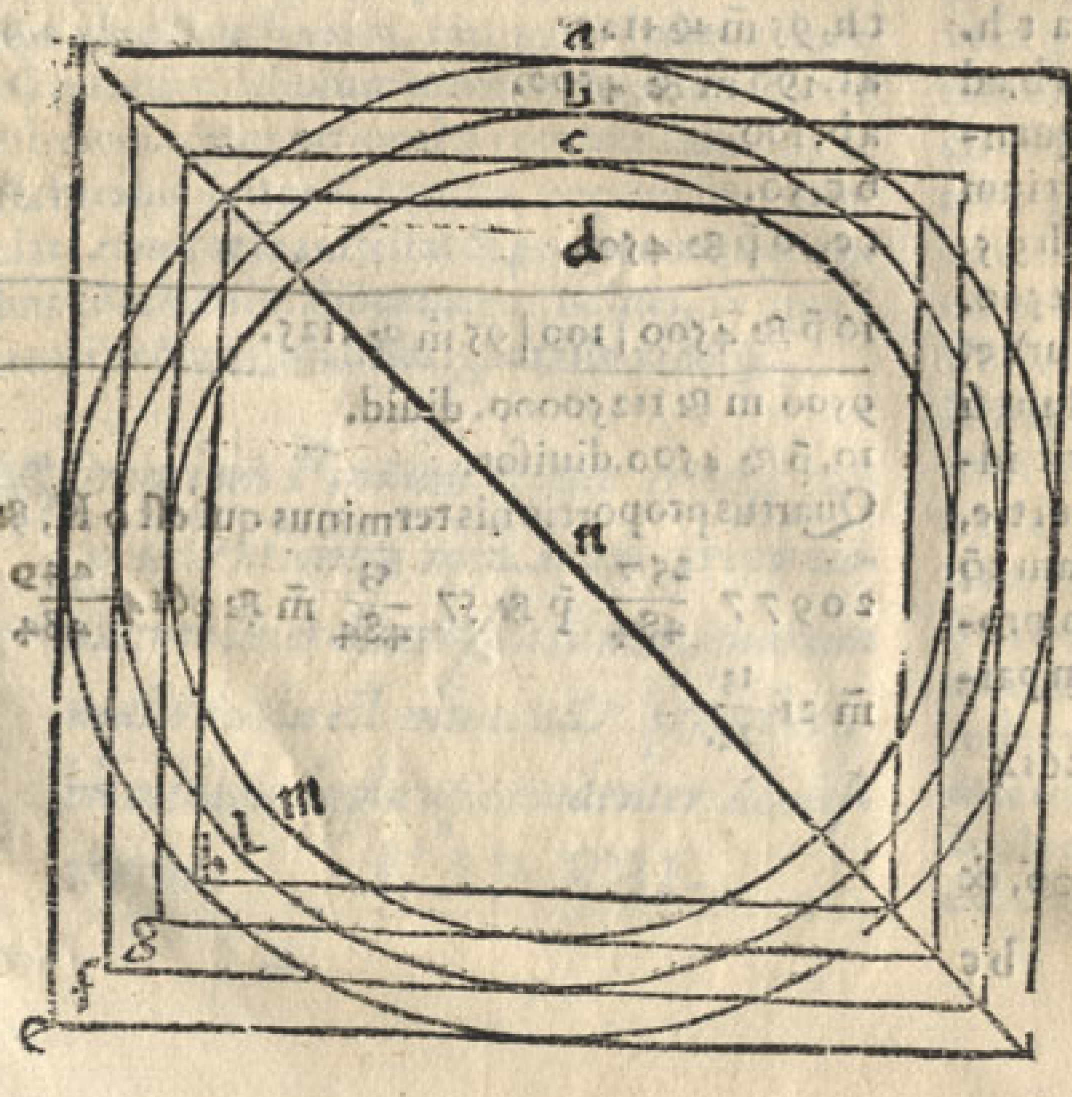
¶ Sed ponatur a b, 100 & b c, 50: ducaturque per h, ipsi b f, parallela h t. Aequiangula erunt igitur atque similia, duo triangula a b c, a t h. Idcirco sicut a c, ad a h, sic b c, ad t h, & a b, ad a t. Per communem igitur regulam quantitatum proportionalium qualium partium est a b, 100, & b c, 50, talium inuenitur t h 95, m̄ ℞ 1125: & a t, dupla ipsi t h, 190 m̄ ℞ 4500. Auferatur a t, à diametro a e, & relinquetur t e, 10 p̄ ℞ 4500. Et quoniam æquiangula sunt similiaque duo triangula b K e, & t h e, erit idcirco sicut t e, ad b e, sic t h ad b K. Atqui t e, & b e, & t h, cognitæ sunt: igitur per ipsam cõmunem regulam quatuor quantitatum proportionalium innotescet recta b k, talium partium ℞ 20977 $\frac{257}{484}$ p̄ ℞ 58 $\frac{53}{484}$ m̄ ℞ 2614 $\frac{449}{484}$ m̄ 21 $\frac{13}{22}$ qualium est b e, aut b f, 100, &

10 | 19 m̄ ℞ 45 | 50.
950. m̄ ℞ 112500.
t h, 95 m̄ ℞ 1125.
a t, 190 m̄ ℞ 4500.
a b, 100.
b c, 50.
t e, 10 p̄ ℞ 4500.

10 p̄ ℞ 4500 | 100 | 95 m̄ ℞ 1125.

9500 m̄ ℞ 11250000. diuid.
10, p̄ ℞ 4500, diuisor.
Quartus proportionis terminus qui est b K, ℞ 20977 $\frac{257}{484}$ p̄ ℞ 57 $\frac{53}{484}$ m̄ ℞ 2614 $\frac{449}{484}$ m̄ 21 $\frac{13}{22}$.

bc 50. Est autem ℞ $20977\frac{257}{484}$ maior quàm $144\frac{5}{6}$ horum enim quadratum tantũ est $20976\frac{25}{36}$: item ℞ $58\frac{53}{484}$ maior est quã $7\frac{13}{22}$, nam horum quadratum tantũ est $57\frac{201}{484}$. Igitur si ab horum quadratorum summa auferantur $21\frac{13}{22}$ & ℞ $2614\frac{449}{484}$, id quod relictum fuerit minus erit ipsa linea b k. Atqui ℞ $2614\frac{449}{484}$ minor est quam $51\frac{1}{7}$, est enim horum quadratum $2615\frac{29}{42}$: idcirco si $51\frac{1}{7}$ & $21\frac{13}{22}$ ab eadem auferantur summa, multo minus relinquetur eadẽ linea b K, Id verò quod relinquitur est $79.\frac{29}{42}$ maior est igitur ipsa b k, quam $79\frac{29}{42}$. At verò cubus lineæ b f, est 1000000, & propterea cubus secundæ proportionalis est eius dimidiũ, nempe 500000, sed multò maior est cubus ipsorum $79\frac{29}{42}$, numerum enim excedit 506000. Quapropter minor est secunda proportionalis eisdem $79\frac{29}{42}$, & multò igitur minor quã b K, quod primum ostendendum suscæpimus. Per hæc autem facilè demonstrabis tertiam proportionalem maiorem esse linea b n. Nam quoniã c n, parallela est rectæ K e, æquiangula sunt igitur atque similia bina triangula K b e, & c b n: sicut igitur b e, ad b K, sic b n, ad b c. At vero maior est b k, secunda proportionali, minorem idcirco rationem habebit b e, ad b K, quàm eadem b e, ad secundam proportionalem. & minorem igitur rationem habebit b n, ad b c, quàm b e, ad secundam proportionalem. Atqui sicut b e, ad secundam proportionalem, sic tertia ad b c, quartam: & minorẽ igitur rationẽ habebit b n, ad b c, quã tertia proportionali ad eandẽ b c. Propterea minor est b n, tertia proportionali. & proinde ratio cubi ex linea b n, descripti ad cubũ descriptũ ex b c, minor est quàm dupla, quod demonstrandum erat. Hanc porrò elegimus methodũ doctis mathematicis cognitam ad inuestigandum longitudinem lineæ b K, non autem per angulorum mensuram, quoniã non licuit in re huiusmodi, tabulis vti de arcu & chorda, quæ exactæ esse non possũt, sed ad alios vsus vtilissimæ.



Modus Orontij Finæi ad quadrandum circulum. CAP. IX.

VT quàm fidelissime modum Orontij referamus, quo putauit circulũ quadrasse, artem ipsam qua vsus est, eisdem suis verbis explicatam in hunc locũ trãsferemus. Esto (inquit) datus circulus a h, cui oporteat vnum æqualem designare quadratum, alterũ verò isoperimetrum inuenire. Circa eundem itaque circulum a h: quadratũ describatur a e, per septimam quarti elementorum: intra verò eundem circulum a h, aliud describatur quadratũ d h, per sextam eiusdem quarti. Inter ipsa postmodum horum duorum quadratorum latera, vtpote a, & d, binæ rectæ lineæ sub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, per ipsius antecedentis problematis traditionem, quæ sint b, & c: vt quemadmodũ latus a, ad lineam b, sic eadem b, ad c, atque c, ad latus d. Ex ipsis consequenter rectis lineis b, & c, quadrata describantur b f, & c g, per quadragesimam sextam primi eorundem elementorũ,

sintque

Sintque ipsorum b f, & c g, quadratorum latera, tum inuicem, tum prædictorum quadratorum a e, & d h, lateribus æquidistantia siue parallela. In ipsis demum quadratis b f, & c g, singuli describantur circuli b l, & c m, per octauam quarti prædictorum elementorum: qui quidem circuli ob ipsam laterum hypothesin idem centrum habebunt cum circulo a h, scilicet n, & vnà cum ipsis quadratis, circa eundem diametrum constituentur. His in hunc modum constructis ait Orontius quadratum b f, æquari in primis ipsi dato circulo a h, nec non & quadratum c g, circulo b l, atque d h, quadratum, circulo c m, responderet coæquari, ipsum præterea quadratum c g, eidẽ circulo a h, esse isoperimetrum.

Ita Orontius ad verbum, problemate secũdo libri de circuli quadratura, probationes autem in quinto deinde problemate apposuit, in quo quadratum b f, circulo a h, æquari tribus argumentis ostendere conatur. Primum à proportionalium numerorum æqualitate, per numeros veritati admodum propinquos ex regula Archimedis coassumptos de ratione circũferentiæ ad diametrum, quæ propemodum tripla est sesquiseptima, idq3 in hunc modum. Nam ex demonstratis ab Archimede constat, qualium partium quadratum a e est. 14, taliũ circulum a h, esse 11. At verò qualium partium idem quadratum a e, est 14, talium quadratum d h, vtpote eius dimidium est 7. Earundem igitur partium quadratum a e, est 14. & circulus a h 11. & quadratum d h, 7. Atqui duobus medijs proportionalibus inter 14 & 7 inuentis, primum eorum necesse est cubicam esse radicem numeri 1372, quæ veritati admodum propinqua est 11. Est autem quadratum b f, primũ medium proportionale inter quadratum a e. 14. & quadratum d h 7. erit igitur ipsum quadratum b f, partium 11. qualium quadratum a e, est 14. & quadratum d h 7. & circulus a h 11. Sic igitur vtrunque & quadratum b f, & circulus a h, est 11. & proinde æquale est quadratum b f, dato circulo a h. Eodem modo probat quadratum c g, circulo b l, æquale esse: similiter quadratum d h, circulo c m, æquale.

Secundum argumentum sumptum est ab æqualitate laterum, per easdem hypotheses ex demonstratis ab Archimede. Ponatur inquit latus quadrati a e, diameterue circuli a h, partium æqualium 14. erit igitur ipsum quadratum a e, partium quadratarum 196. quadratum verò d h, eius dimidium, earundem partiũ 98. Qualium autem partium diameter circuli a h, est 14. talium circunferentia est 44, per regulam Archimedis de mensuratione circuli, dimidium igitur circunferentiæ 22. & semidiameter 7. Atqui dimidia circunferentia in semidiametrum ducta aream circuli producit, erit igitur ipsius circuli a h, area partium 154. qualium quadratum a e, est 196. quorum numerorum ratio est sicut 14 ad 11. Radix autem quadrata numeri 154 veritati propinqua est 12. fere cum $\frac{5}{12}$. Tantum est igitur latus quadrati quod eidem circulo a h, est æquale. Sed tantum etiam inuenitur latus quadrati b f, nã qualium partium latus quadrati a e, est 14. talium latus quadrati d h, est 9 ferè cum $\frac{17}{18}$ radix nempe quadrata numeri 98. Inueniantur autem inter 14. & $9\frac{17}{18}$ duo media proportionalia sub continua proportione, erit igitur eorum primum quod est latus quadrati b f, radix cubica numeri 1949 cum $\frac{1}{9}$, videlicet numerus 12. vnà cum $\frac{12}{30}$ quæ ferè respondent ipsis $\frac{5}{12}$. Et propterea tantum esse affirmat latus quadrati b f, quantum & latus quadrati quod ipsi a h, circulo est æquale.

Tertium argumentum est ab impossibili. Quoniam si quadratum d h, maius vtcunque, aut minus daretur circulo c m, & proinde quadratum b f, circulo a h, aut maius aut min⁹, incideremus in inconueniẽs. Non enim iam quatuor illa quadrata in eadẽ essent continua proportione, neque circuli in eis descripti. Quin potius ob quantulãcunque numerorum inæqualitatem, ipsa continua proportio qua (vt inquit) inuicem colligantur, penitus dissoluetur: vtpote si circulum c m, concederemus, partium fore 7 & $\frac{1}{10}$, aut $6\frac{9}{10}$, quem admodum ex ipsis numerorum differentijs per regulam numerorum proportionalium colligi posse affirmat. Non est igitur (concludit) circulus c m, maior aut minor quadrato d h, neq; circulus a h, ipso quadrato b f, sed modis omnibus æquale ipsum quadratum b f, circulo a h, & quadratum c g, circulo b l, atque d h, quadratum

tum

dratum circulo e m, quod demonstrandum susceperat.

Ex his infert aduersus Archimedem, rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem esse tripla sesquiseptima, & quadratum ad inscriptum circulum minorem habere rationem quàm 14. ad 11. Hoc autem probat, quoniam quatuor quadrata a c, b f, c g, d h, sunt continuè proportionalia, & primum vltimi duplum est: ratio igitur primi ad secundū ter sumpta duplā rationem constituit. Et propterea oportet primum & secundum cubicè multiplicata duplā rationem conficere. Idcirco cum primum quadratum sit 14. erit secundum 11 & circiter $\frac{1}{9}$. Nam si 14. in se se cubicè multiplicentur, fiet 2744. & 11 cum $\frac{1}{9}$ item cubicè multiplicata producunt ferè 1372. dimidiū numeri 2744. Habet igitur quadratum a c, ad quadratū b f, rationem propemodum quam 14. ad 11 $\frac{1}{9}$. Atqui eidem quadrato b f, ait circulum a h, æqualem ostendisse: concludit idcirco quadratum a c, ad circulum a h, rationem propemodum habere, quàm 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$. Et quoniam sicut quadratum ad inscriptum circulū, sic quater circuli diameter ad circunferētiam eiusdem circuli, ita enim aut dicere voluit, aut debuit, non ad circunferentiæ dimidium: qualium igitur partium diameter est septē, & quater diameter 28. taliū circunferentia erit 22 & $\frac{2}{9}$. Et proinde circunferentiam ad diametrū concludit, maiorē habere rationem tripla sesquiseptima. Hoc etiam oculari inspectione atque experimento confirmat. Nam si acutissimi circini officio, septima diametri pars circūferentiæ coaptetur, vigesimam secundam partem (ait) eiusdem circunferentiæ subtēdet, & 22. septimæ vniuersam exactè absoluent circūferentiam. Et cum arcus sit maior subtēsa chorda, maior erit tota circunferentia 22. septimis eiusdem diametri: & idcirco circunferentiæ ad diametrum ratio maior erit tripla sesquiseptima. Quod numerorum (addit) calculo corroborari videtur. Qualium enim partiū circunferentia est 360. talium pars vigesima secunda est 16. & minutorum circiter 22. subtensa verò chorda partium est 17. & 5. circiter minutorū, qualiū diameter est 120. Septima porrò ipsius diametri pars, itidē partiū est 17 & minutorum 8. differens ab ipsa chorda vigesimæ secundæ partis circunferentiæ, tribus tantum minutis, quæ ex ipso chordarum calculo defecisse manifestum est, quoniam in diuidendis (inquit) numeris, & radicibus sæpius extrahēdis, semper aliquid deperditur, propter quod ipsi numeri, à debita vnitatū multitudine tandem coguntur deficere: & hinc ortum esse defectum rationis circunferentiæ ad diametrū, quæ per sinuum rectorum numeros ad imitationem Archimedis, minor tripla sesquiseptima demonstratur: cum rei veritas (inquit) ita habeat, vt circunferentia ad diametrum rationem propemodum habeat quam 22 & $\frac{2}{9}$ ad 7. & quadratum ad inscriptum circulū, quā 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$: & proinde qualium partium quadratum a c, est 14. talium a h, circulus, & illi æquale quadratum b f, est 11 & circiter $\frac{1}{9}$: quadratū verò c g, ac illi æqualis circulus b l, partium 8. vnà ferè cum $\frac{19}{23}$. Et ex his rursum numerorum adminiculo colligit, ambitū tertij quadrati c g, æqualem esse peripheriæ dati circuli a h, quemadmodum demonstrandū susceperat.

Neque Orontium circulum quadrasse, neque rectam lineam æqualem circunferentiæ inuenisse.

CAP. X.

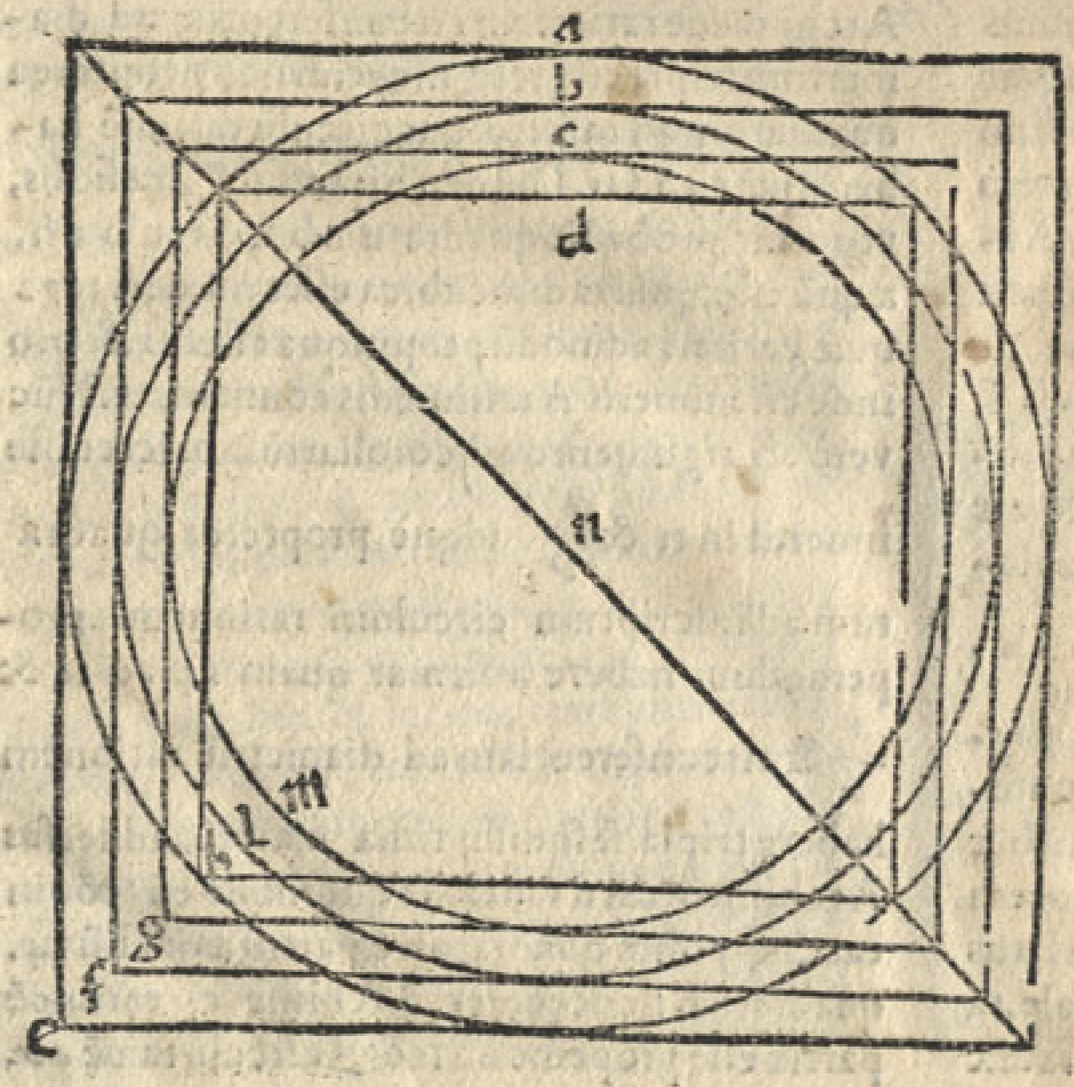
Reprehensio. VII.

ITA nimirū habet Orontij inuentio de circuli quadratura, quam multis modis falsam ostendemus. Supponit enim in primis duas medias proportionales inter latus quadrati dato circulo circunscripti, & latus quadrati intra eundem circulum descripti ab eo inuentas fuisse. Sed nos superius demonstrauimus, quas medias proportionales constituit, veras non esse, quin potius alteram non implere iustam magnitudinitudinem, alteram verò superare. Præterea falsa est circuli quadratura Orontij, quoniam supponit ex Archimede quadratum ad circulum inscriptum, eam rationem habere quam 14 ad 11. cum tamen ea ratio exacta non sit, & probat deinde quadratum b f, æquale esse circulò a h, quoniã cubica radix est numeri 1372. quæ veritati propinqua itẽ sit 11: sed est paulò maior. Quaré si propterea accipit ipsum quadratum b f, eidem circulo a h, æquale esse, quoniam cõueniat cũ Archimedis quadratura (huic enim fundamẽto, sed & soli potissimum innititur) constat ex ipso Archimede circulum a h, non implere partes 11. At vero radix cubica numeri 1372 easdẽ 11 partes excedit, numerus enim 11, in se cubicè multiplicatus tantum facit 1331 non erit igitur quadratum b f, circulo a h, æquale. Secundo argumento sumpto ab æqualitate laterum, idem contendit, & per eadem principia. Ponit enim latus quadrati a e, circuli vè a h: diametrum, partium esse 14, & supposita ratione circunferentiæ ad diametrum ex demõstratis ab Archimede, sicut 22. ad 7. aut 44. ad 14. inuenit latus quadrati quod circulo a h, est æquale, partium esse 12. vna cum $\frac{5}{12}$ ferè: sed latus quadrati b f, partium inuenit 12. vna cũ $\frac{12}{30}$ quæ ferè respondent ipsis $\frac{5}{12}$ & propterea concludit tantũ esse latus quadrati b f, quantum latus quadrati quod ipsi circulo a h est æquale. In quo potius irridendæ sunt Orontij supputationes, quàm intendendus animus ad confutandum, aut infirmandum has suas argumentationes. Nam si iam ad ostendendum quadratum b f, circulo a h, æquale esse, hac probatione fit contentus, quòd cum numeris Archimedis conueniat: demonstrauerat autẽ paulo ante, primo argumento, si quadratum a e, sit 14. fore circulum a h 11. quadratum vero b f, paulo maius esse, nempe radicem cubicam numeri 1372. quomodo igitur cõcludit modò circulum a h, quadrato b f, paulo maiorem? maiora enim sunt $\frac{5}{12}$ ipsis $\frac{12}{30}$. Enim verò si latus quadrati a e, diameter vè circuli a h, partium æqualium ponatur 14. & ratio circunferentiæ ad diametrum ea sumatur quam habẽt 22 ad 7. aut 44 ad 14. quanuis paulò minorem inuenerit Archimedes, erit proculdubio latus quadrati quod eidem circulo a h. est æquale, radix quadrata numeri 154: & proinde radix erit quadratã radicis cubicę numeri 3652264. Sed si quadratũ b f, primũ sit medium proportionale statuatur inter quadratũ a e, & d h, radix erit quadrata radicis cubicæ numeri 3764768 tantũ enim inuenitur, per regulam quã affert Orontius de medijs proportionalibus inter datos duos numeros inueniendis, quæ vulgatissima est: maius est igitur quadratum b f, circulo a h. Atqui ex demonstratis ab Archimede ipse circulus a h, nondũ implet numerũ 154: multò igitur maius est quadratũ b f, eodẽ circulo a h. Simul igitur cõcludere possum⁹, neq; Orõtiũ inuenisse circuli quadraturã, neq; probasse.

Tertium argumentũ ab impossibili sumptum, prorsus nihil probat. Nam si qualium partium quadratum a e, est 14. talium circulus a h, sit (vt supponit) 11: sintque latera quatuor quadratorum continuè proportionalia, erit idcirco quadratum b f, cubica radix numeri 1372. & circulus b l, cubica radix numeri 665. cũ $\frac{1}{2}$, quadratum c g, cubica ℞ 686, & circulus c m, cubica ℞ 332 $\frac{3}{4}$: quadratũ vero d h, erit 7. siue cubica ℞ 343. Damus igitur quadratũ d h, maius esse circulo c m, quandoquidẽ maior est cubica ℞ 343, cubica radice numeri 332 cũ $\frac{3}{4}$ neq; propterea vllũ sequitur absurdũ.

In corollario autẽ si quid antea astruxerat, penitus euertit: in quo certè operæpretium est videre hominis stultitiã. Supposuerat enim ex Archimede rationem circunferentiæ ad diametrum triplã esse sesquiseptimã: & propterea quadratum ad inscriptum circulũ rationẽ habere quã 14 ad 11. Deinde his suffult⁹ præsidijs, vt potuit, probauit quadratum b f, circulo a h, æquũ esse, quia radix cubica esset numeri 1372 quæ veritati admodũ propinqua esset 11, & proinde cũ numeris Archimedis conueniret. Nũc verò ab argumento ad corollariũ iam creuisse inuenit in 11 & $\frac{1}{9}$: idquè propterea quadratum ad inscriptum circulum rationem propemodum habere affirmat quam 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$ & circunferentiam ad diametrũ rationem habere tripla sesquiseptima maiorẽ aduersus Archimedẽ. Sed videam⁹ quomodo cũ cõuincat. Supposito quadrato a e, partiũ æqualiũ 14, quadratũ b f, cõcederet Archimedes earundẽ partiũ esse propemodũ 11 & $\frac{1}{9}$ circulũ tamẽ a h, vndecim partes nondum implere, ob id igitur quadratum a e, ad inscriptum circulum maiorem habere rationē quàm 14 ad 11, sed ad quadratum b f, minorem. Nec Orontius vnquam ostendit quadratum b f, circulo a h, æquale, sed solum supposuit ex demonstratis ab Archimede ipsum circulum a h, esse 11 quadratum verò b f, cubicam esse radicem demonstrauit numeri 1372, quæ paulo maior est quàm 11 & $\frac{1}{7}$. Perperam igitur colligit rationem circunferentiæ ad diametrum tripla sesquiseptima maiorem esse, & quadratum ad inscriptum circulum, minorem quàm 14 ad 11.

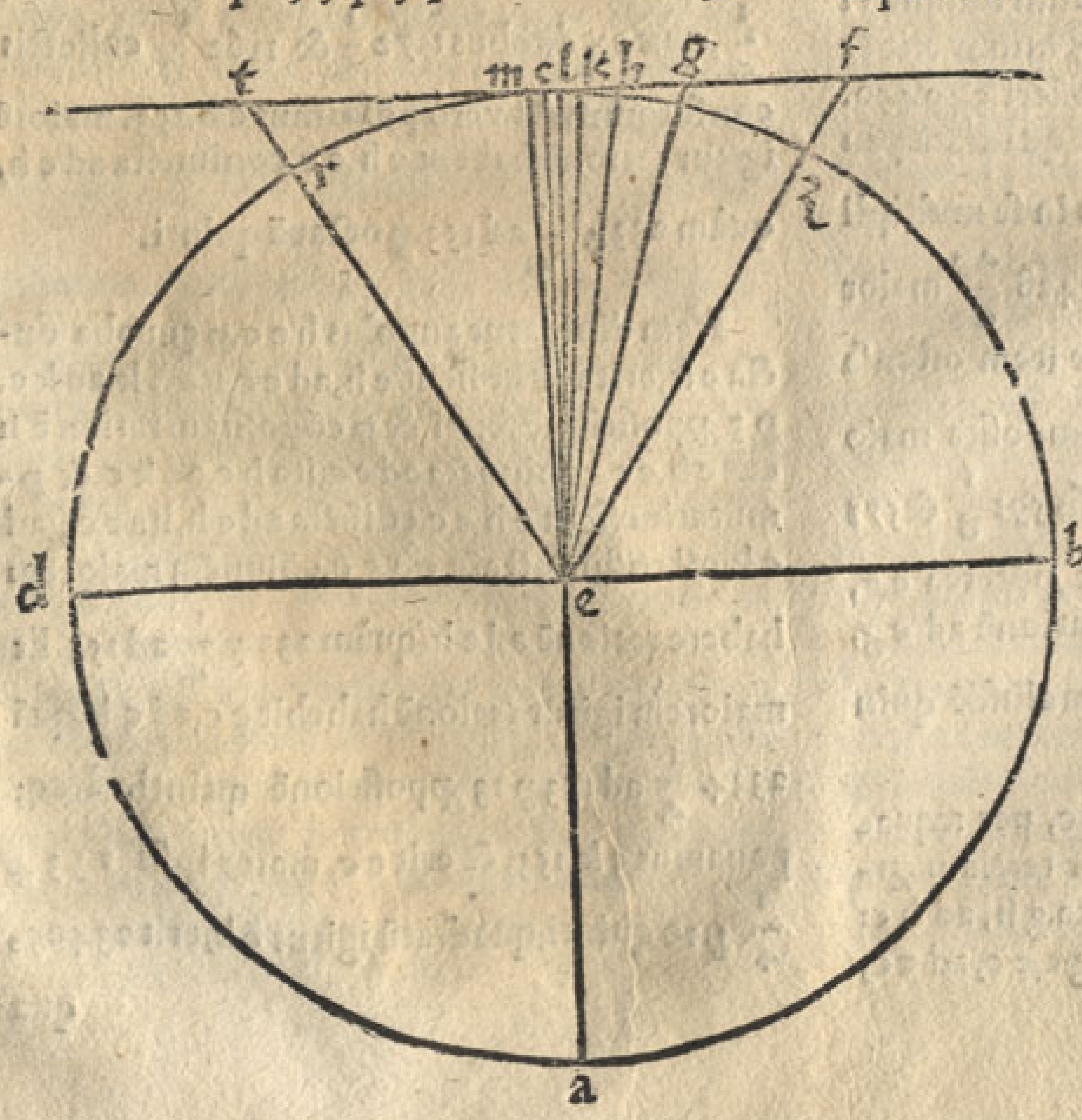
Numerorum autem calculus ex tabula de arcu & chorda Archimedi non aduersatur, cuius demonstrationem de circuli mensuratione in sequenti capite adducam, vt liquidò cōstet rationem circunferentiæ ad diametrum non propterea inuentam esse ab Archimede tripla sesquiseptima minorem, quòd in diuidēdis numeris & radicibus extrahendis semper aliquid deperdatur, sed quoniam verè tripla sesquiseptima minor sit. Assumit autem Orōtius rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem esse tripla sesquiseptima, vt quadratum c g, circulo a h, ostendat isoperimetrum: & proinde cum falsas ac improbabiles sumat hypotheses, nihil concludere poterit. Sed neq; etiam si cōcederentur, quoniam exemplis quibusdam, incertisq; numeris ratiocinatur, propositum demonstrare posset. Latera enim prædictorū quatuor quadratorum incōmēsurabilia sunt, quæ nihilominus numeros esse supponit, vt conclusionem inferat. Quomodo igitur per falsa & incerta verum ac necessarium demonstrabit? Idcirco eligenda potius foret methodus quæuis alia certior ac expeditior in hūc videlicet modum. Tres rectæ lineæ a, b, c, latera trium quadratorum a e, b f, c g, sunt continuè proportionales, ex hypothesi, igitur rectangulum quod sub duabus a, et c, cōtinetur, quadrato b g, quod ex media, æquum est. Ipsum verò quadratum b g, circulo a h, (vt Orontius putat) est æquale. Circulus igitur a h, rectangulo sub a, & c, contento per communem sententiam est æquale. Est autem ipsa a, recta linea diametro circuli a h, æqualis, & est præterea ipsa c, recta linea latus quadrati c g. Idcirco ipse circulus a h, rectāgulo contento sub eiusdem circuli diametro & latere quadrati c g, æqualis est. Atqui idem circulus a h, rectangulo contento sub diametro & quarta circunferentiæ parte est æqualis, bina idcirco rectangula inuicem æqualia erunt per communem sententiam: alterum sub diametro circuli a h, & latere quadrati c g, contentum, alterum sub eadem diametro & circunferentiæ quadrante. Et proinde circūferentiæ quadrans lateri quadrati c g, erit æqualis & vniuersa circunferentia cunctis lateribus eiusdem quadrati æqualis. Itaq; isoperimeter est circulus datus a h, tertio quadrato c g, quod demōstrandū susceperat Orontius, sed neutiquā demōstrauit.



¶ Idem aliter ad impossibile demonstrabis. Enimverò si isoperimetra non sunt, sit igitur quadrans circunferentiæ circuli a h, latere c, maior. Quod autem sub a, & quadrante circunferentiæ continetur, circulo a h, æquum est, ipse porrò circulus quadrato b f ex hypothesi est æqualis: maius erit igitur quadratū b f, rectangulo contento sub a, & c, & propterea non erunt a, b, c, continuè ꝓportionalia contra hypothesin. Idem sequetur absurdum si quadrans circunferentiæ circuli a h latere c, detur minor. Idcirco isoperimetra sunt. Si fortè ambigas rectangulum contentum sub diametro & quadrante circunferentiæ circulo esse æquale, id concludes ex Archimede quàm facilimè. Nā sicut diameter ad semidiametrum eiusdem circuli, sic dimidia circūferentia ad quadrantē, drantem, igitur quod ſub diametro & quadrante circunferentiæ continetur rectangulum, ei quod ſub ſemidiametro & dimidio circunferentiæ, eſt æquale. Atqui ſub ſemidiametro & dimidia circunferentia rectangulum comprehenſum, æquum eſt circulo, ex demonſtratis ab Archimede: igitur quod ſub diametro & quadrante circunferentiæ continetur, eidem circulo erit æquale.

Aduertendum eſt autem quod in hac Orõtij quadratura tantum eius inſigniora errata notamus, minutula quæque prætermittẽtes. Id genus eſt ipſa conſtructio figuræ ſecundi problematis. Quanuis enim latera b, & c, tum inter ſe, tum ipſis a, & d, æquidiſtent, non propterea neceſſe eſt inſcriptos circulos idem habere centrum. Alio igitur modo conſtruendũ erat: ſed leuiſsima ſunt hæc.

Archimedem verè demonſtraſſe circuli circunferentiam ter continere diametrum, & partem præterea paulo minorem ſeptima eiuſdem diametri, maiorem verò decem ſeptuageſimis primis: vt liquidò appareat quàm temerè quàm falſò, quàm ignoranter, aſſerat Orontius aduerſus Archimedẽ, rationẽ circũferẽtiæ ad diametrũ tripla ſeſquiſeptima maiorẽ eſſe.



CAP. XI. Reprehẽſio. VIII.

Circuli cuius centrũ eſt e, diameter eſto a c. Aio ipſius circuli circunferentiam triplam eſſe diametri, & præterea partem habere minorẽ ſeptima eiuſdem diametri, maiorẽ vero decẽ ſeptuageſimis primis. Demõſtratũ eſt hoc ab Archimede in libro de circuli dimenſione, & ab Eutocio ſatis explicatum in hunc ferè modum: diameter a c, ad rectos angulos ſecetur ſuper centro e, à recta linea b d, quæ item ſit circuli diameter. Vniuerſa itaque circunferentia per has duas diametros in quadrantes diuiſa erit. Semi circũferentia præterea b c d, in tres æquales partes diuidatur b z, z r, & r d, per 15 propoſitionem quarti elementorum Euclidis. Quum ſit b z, ſexta circunferentiæ pars, b c verò eiuſdem quarta, erit idcirco c z, duodecima, & c r, item duodecima. A puncto c, ipſi a c, ad rectos angulos excitetur recta linea t c f, ipſum circulum contigens: & à centro e, rectæ lineæ ducantur per z, & r, quæ cum recta t f, coincidant in f, & t. Erit igitur angulus f e c, duodecima pars quatuor rectorum angulorum, & proinde tertia pars eſt vnius recti, angulus etiam t e c, ei æqualis tertia pars vnius recti. Sunt autẽ æquales duo recti anguli qui ad c, & latus e c, quod æquis adiacet angulis, duobus triangulis c f e, & c t e, cõmune eſt: æqualia ſunt igitur reliqua ipſorum triangulorũ latera, & æquales reliqui anguli per 26. propoſitionem primi elementorum, videlicet latus t e, lateri e f, eſt æquale, & t c, ipſi c f, duo præterea anguli qui ad f, & t, æquales inuicem erunt, & quoniam totus angulus t e f, tertia pars eſt duorum rectorum, erit ſimiliter vterque duorum angulorum qui ad f, & t, tertia pars duorũ rectorum per 32. propoſitionem primi, & cõmunẽ ſententiam: æquilaterum eſt igitur triangulum t f e, per ſextam eiuſdem primi, & dimidium eſt c f, ipſius e f.

Qualium igitur partium est e f, 306, talium est c f, 153, & quadratum quod fit ex e f, partiũ quadratarum erit 93636: quadratum vero ex c f, erit 23409. Quoniam verò quadratũ ex e f, duobus quadratis æquum est, quę ex c f, & c e, fiũt per 47. propositionem primi, auferemus igitur 23409, ab ipsis 93636, & relinquetur quadratũ e c, 70227: cuius latus quadratum paulo maius est quàm 265. est enim huius numeri quadratum 70227 tantum. Coaceruentur autem 306 & 265, erit igitur eorum summa 571: minora idcirco sunt 571. ipsis e f, e c coniunctis. Diuidatur itaque angulus f e c, per ęqualia ducta recta linea e g, per 9, propositionem primi: igitur sicut e f, ad e c, ita f g, ad g c, per tertiam sexti, & per compositam rationem sicut e f, e c, coniunctæ ad e c, sic f c, ad g c. igitur permutatim sicut e f, e c, coniunctæ ad f c, sic e c, ad c g. Atqui posuimus f c, 153, & maiora ostendimus esse e f, e c, composita quàm 571. igitur e f, e c, ad f c, maiorem habebunt rationem quàm 571, ad 153, per octauam quinti: quapropter & e c, ad c g, maiorem item rationem habebit quã 571, ad 153, per 13 propositionem eiusdem quinti. Ponatur itaq; c g, partium æqualium 153, maior igitur erit e c, ipsis 571, per 10 propositionẽ eiusdem quinti: & idcirco quadratũ e g, quod duobus quadratis rectarum e c, & c g, per 47, primi est æquale, quadratis quæ fiũt ex 153: & 571, maius erit. Est aũt quadratũ numeri 153 numerus 23409: ipsorũ vero 571, quadratum est 326041: horum igitur quadratorum summa videlicet 349450, quadrato ex e g, minor erit & ipsa e g, maior radice quadrata nũeri 349450. At vero ipsorum 349450, radix quadrata paulo maior est quàm 591 $\frac{1}{8}$ si enim in se multiplicentur 591 $\frac{1}{8}$ tantum fient 349428 $\frac{49}{64}$ maior est igitur e g, quam 591 $\frac{1}{8}$ maior item ostensa est e c, quã 571. Idcirco e g, e c, composita maiora sunt quã 1162 & $\frac{1}{8}$ quæ ex ipsis 591 $\frac{1}{8}$ & 571 coalescũt: sed c g, posita est 153, & ꝓpterea e g, e c, coniuncta maiorem habent rationẽ ad c g, quàm 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153 per octauam eiusdẽ quinti elementorum.

Rursum diuidatur angulus g e c, per æqualia ducta recta linea e h. Igitur per tertiam ꝓpositionẽ sexti sicut g e, ad e c, ita g h, ad h c: & per compositam rationẽ sicut g e, e c, ad e c, sic g c, ad h c: idcirco permutatim sicut e g, e c, ad g c, sic e c, ad c h. Ostensum est aũt quod e g, e c, coniuncta maiorem habent rationẽ ad c g, quàm 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. igitur & e c, ad c h, maiorem habet rationẽ quam 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153, per 13 ꝓpositionẽ quinti. Ponatur c h, 153, erit ꝓpterea e c, maior quam 1162 $\frac{1}{8}$ per 10 ꝓpositionẽ eiusdem quinti. Et quoniam quadratum ipsius c h, est 23409: quadratũ verò ipsorum 1162 $\frac{1}{8}$ est 1350534 $\frac{33}{64}$ amboq; quadrata iũcta sunt 1373943 $\frac{33}{64}$ duo igitur quadrata e c, & c h, cõposita maiora erunt ipsis 1373943 $\frac{33}{64}$. Atqui quadratum rectæ e h, rectum angulum subtendẽtis, duobus quadratis e c, & c h, ęquum est, quadratũ igitur e h, ipsis 1373943 $\frac{33}{64}$ maius est. Et idcirco ipsa e h, maior erit quadrata radice ipsorum 1373943 $\frac{33}{64}$. At vero huius numeri radix quadrata maior est quàm 1172 $\frac{1}{8}$, si enim multiplicẽtur in se 1172 $\frac{1}{8}$ tantum fient 1373877 $\frac{1}{64}$ maior igitur erit e h, quã 1172 $\frac{1}{8}$ ostensa est autẽ e c, maior quam 1162 $\frac{1}{8}$, idcirco e h, e c, coniuncta maiora sunt quàm 2334 $\frac{1}{4}$, quæ ex duobus 1172 $\frac{1}{8}$ & 1162 $\frac{1}{8}$ collectis consurgunt. At verò posuimus c h, 153, maiorẽ igitur rationẽ habent e h, e c, coniuncta ad c h, quàm 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153, ꝑ octauã quinti.

Item diuidatur angulus h e c, ꝑ ęqualia ducta e k, erit igitur sicut e h, ad e c, ita h k ad k c, ꝑ 3 ꝓpositionẽ sexti, & ꝑ cõpositam rationẽ sicut e h, e c, coniuncta ad e c, ita h c, ad k c, & ꝑmutatim sicut e h, e c, cõiũcta ad c h, ita e c, ad c k: ostensum est aũt e h, e c, cõiũcta maiorem habere rationẽ ad c h, quàm 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153. Et maiorem igitur rationẽ habebit e c, ad c k, quã 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153 ꝑ 13 ꝓpositionẽ quinti. Itaq; ponamus c k, 153, & erit e c, maior ipsis 2334 $\frac{1}{4}$ ꝑ 10 quinti: quadratũ igitur c k, erit 23409,

qua

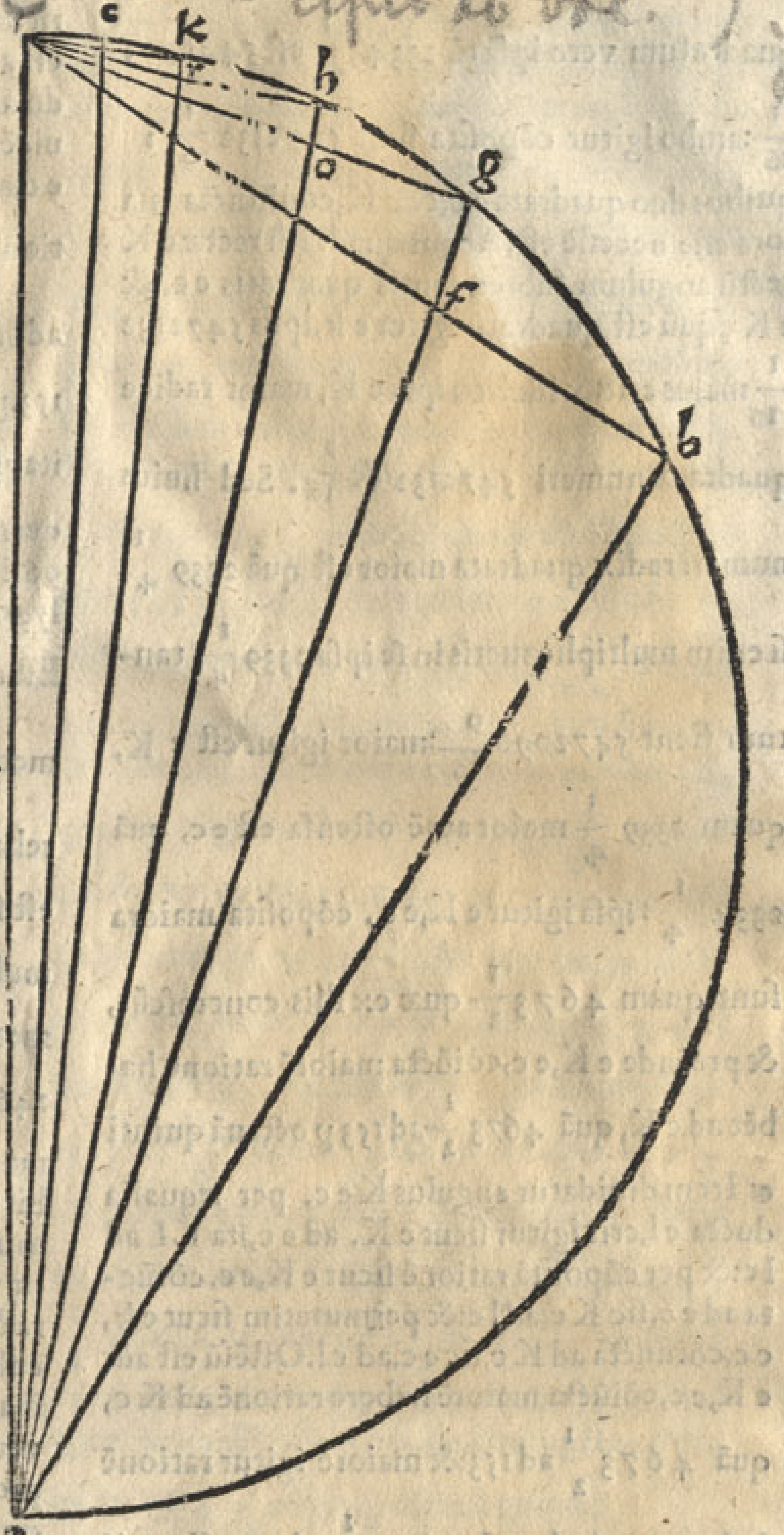
quadratum vero ipsorũ 2334 $\frac{1}{4}$ est 5448723 $\frac{1}{16}$: ambo igitur cõposita sunt 5472132 $\frac{1}{16}$: quibus duo quadrata e c, & c K, coniuncta maiora esse necesse est, Atqui quadratũ rectæ e K rectũ angulum subtendentis quadratis e c, & c K æquũ est, quadratũ igitur e k, ipsis 5472132 $\frac{1}{16}$ maius erit: & idcirco ipsa e K, maior radice quadrata numeri 5472132 & $\frac{1}{16}$. Sed huius numeri radix quadrata maior est quã 2339 $\frac{1}{4}$ si enim multiplicaueris in se ipsa 2339 $\frac{1}{4}$ tantum fient 5472090 $\frac{9}{15}$: maior igitur est e K, quàm 2339 $\frac{1}{4}$ maior autẽ ostensa est e c, quã 2334 $\frac{1}{4}$: ipsa igitur e K, e c, cõposita maiora sunt quàm 4673 $\frac{1}{2}$ quæ ex illis concrescũt, & proinde e K, e c, cõiũcta maiorẽ rationẽ habẽt ad c K, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153 ꝑ octauã quinti

❡ Item diuidatur angulus K e c, per æqualia ducta e l, erit igitur sicut e K, ad e c, ita K l, ad l c: & per cõpositã rationẽ sicut e K, e c, cõiũcta ad e c, sic K c, ad l c: & permutatim sicut e k, e c, cõiuncta ad K c, sic e c, ad c l. Ostẽsũ est aũt e K, e c, cõiũcta maiorẽ habere rationẽ ad K c, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153: & maiorẽ igitur rationẽ habet e c, ad c l, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153. Quoniã verò angulus f e c, ostensus est duodecima pars quatuor rectorum, erit eius dimidiũ g e c, pars vigesima quarta, cuius itẽ dimidium h e c, erit quadragesima octaua, atq; itẽ huius dimidium K e c, erit pars nonagesima sexta, & huius deniq; dimidiũ l e c, centesima nonagesima secũda. Cõstruatur autem angulus c e m, ipsi l e c, æqualis, erit idcirco angulus l e m, nonagesima sexta pars quatuor rectorũ. Quapropter recta linea l m, latus erit æquilateri polygoni circa circulũ descripti, latera habentis 96 per doctrinã 12 propositionis 4 Euclid. Est autẽ e m, ipsi e l, æqualis per 26 propositionẽ primi elemẽtorũ Eucli. dupla est igitur l m, ipsi⁹ c l, & dupla est a c, semidiametri e c. Atqui partes eodẽ modo multipliciũ eãdẽ habẽt rationẽ sũptæ ad inuicẽ per 15 propositionẽ quinti, est igitur sicut e c, ad c l, sic a c, ad l m. Sed e c, ad c l, maiorẽ rationẽ habet, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153, idcirco a c, ad l m, maiorẽ rationẽ habet quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153, ꝑ 13 propositionẽ eiusdẽ quinti. Ponamus itaq; a c, 4673 $\frac{1}{2}$ & per 10 propositionẽ eiusdẽ quinti erit l m, minor quã 153. Multiplicentur 96. in 153. fiẽtq; 14688. Et proinde ambit⁹ polygoni latera habẽtis 96. minor erit ipsis 14688 Est aũt diameter a c, 4673 $\frac{1}{2}$ triplũ igitur diametri erit 14020 $\frac{1}{2}$ quæ si auferãtur à 14688, relinquẽtur tãtũ 667 $\frac{1}{2}$ qui numerus minor est septima diametri parte. Nam si eũ in septẽ multiplicaueris cõsurgẽt 4672 $\frac{1}{2}$ quæ à diametro superãtur vnitate, habet igitur numerus 14688, ad 4673 $\frac{1}{2}$ rationẽ tripla sesquiseptima minorẽ, & proinde ambit⁹ polygoni habebit ad diametrũ rationẽ tripla sesquiseptima minorẽ per 8 quinti. Est autẽ circuli circũferẽtia minor ambitu polygoni per primã de sphera & cylindro, minorẽ igitur rationẽ habet circuli circũferẽtia ad diametrũ tripla sesquiseptima, quod primo ostẽdendũ erat. Demõstratio verò quã ad hoc cõcludendũ Orõtius adducit propõne secũda sui libri per numeros elicitos ex tabula sinuũ, cõstat Archimedis non esse, quod & ipse fatetur, sed prestãtiorẽ esse affirmat ea quã fecerit idẽ Archimedes. Interrogãdus igitur esset Orõtius, verè ne illa sua demõstratione concluserit rationẽ circũferentiæ ad diametrũ minorẽ esse tripla sesquiseptima, an nõ? Si cõclusit, cur igitur asseruit tripla sesquiseptima maiorẽ esse aduersus Archimedẽ? Si putat non cõcludere, cur eam in mediũ afferebat? præstaret enim propriã authoris demonstrationem recensere, & vitiũ eius indicare.

❡ Sed demonstremus secundã partẽ, videlicet circũferẽtiã ter continere diametrũ, & partem præterea decẽ septuagesimis primis maiorẽ. In circulo enim cui⁹ centrũ est e, & diameter a c,

(ver emenda no prin-
cipio do vol.) 71

sit b c,latꝰ hexagoni æquilateri eidē circu-
lo inscripti: erit igitur ipsa b c, æqualis ei
quæ ex cētro,p corollarium 15. propositio-
nis quarti elemētorū Euclidis,et ideo a c,du
pla erit ipsiꝰ b c.Cōnectatur a b, fiet igitur
p 31.propositionē tertij angulꝰ a b c, rectꝰ,
triplus existēs anguli b a c, p vltimā sexti:
& propterea ipse āgulꝰ b a c,tertia pars erit
vnius recti.Ponatur a c, 1560. erit idcirco
b c,780,quadratū igitur a c, erit 2433600.
sed quadratū b c,erit 608400. Est aūt qua-
dratū a c,æquū quadratis a b,& b c,per 47.
ppositionē primi:auferemꝰ igitur 608400
ab ipsis 2433600. & relinquetur quadratū
a b,1825200.cuius latus quadratū paulo mi
nus est quā 1351.si enim multiplicaueris in
se 1351 fiet 1825201.Itaq; ipsa a b,paulo mi-
nor erit quā 1351. Diuidatur angulus b a c,
bifariā ducta a g,quæ rectā b c,secat in f, &
cōnectatur c g,igitur sicut a b,ad a c,ita b f,
ad f c,per tertiā sexti:& propterea sicut a b,
a c cōiuncta ad a c,sic b c,ad f c,per cōposi-
tā rationē:permutatim idcirco sicut a b, a c
cōiūcta ad b c,sic a c,ad f c.Est aūt a c,1560,
& ostēsa est a b,paulo minor quā 1351:igitur
a c,& a b,simul collecta paulo minora sunt
quā 2911:sed est b c,780, habent igitur a b,
a c,cōiūcta ad b c,minorē rationē quā 2911
ad 780,p 8,quinti:idcirco & a c,ad f c, mi-
norē habet rationē quā 2911.ad 780. per 13
eiusdē quinti. At vero bina triāgula a g c,et
c f g,æquiāgula sūt:est enim angulus g a c,
æqualis angulo b a g,per cōstructionē,atq;
eidē b a g,æqualis est angulꝰ g c f.per 27 ter
tij æquales sunt igitur duo anguli g a c , &
g c f.per cōmunē sententiā: cōis est aūt vtri-
q; triāgulo rectus angulus c g a,reliquus igi
tur a c g,reliquo g f c,æqualis erit per 32. pri
mi,& cōmunē sententiā. Id propterea in ea-
dem ratione sūt latera ipsorū triangulorum
a g c,& c f g,quæ æqualibus angulis subten
dūtur.p 4,sexti. Sicut igitur a c, ad f c, sic
a g,ad g c. Atqui a c,ad f c,ostēsū est minorē
habere rationē quā 2911.ad 780:habet ergo
a g,ad g c,minorē rationē quā 2911, ad 780.
p 13.propositionē quinti.Ponatur g c,780.
erit igitur a g,minor quā 2911, p 10. eiusdē
quinti.Et quoniā quadratū a c, æquum est
duobus quadratis a g,et g c,quadratū igitur
a c,minus erit quā 9082321, quæ cōsurgunt
ex 8473921, quadrato numeri 2911. & ex
608400.quadrato g c,simul collectis,& pro



inde ipsa a c,minor erit quadrata radice numeri
9082321. At vero eadē radix quadrata paulo mi-
nor est quā $3013\frac{3}{4}$ cū sit horū quadratū $9082689\frac{1}{16}$
idcirco minor est a c quàm $3013\frac{3}{4}$. ¶ Itē diui-
datur angulꝰ g a c,bifariā ducta recta a h,quæ rec-
tā g c,secat in o,et cōnectatur c h, erit igitur sicut
a g,ad a c,sic g o,ad o c,quapropter p cōpositā ra-
tionē,& deinde p permutatā,sicut a g & a c cōiūc
ta ad g c,sic a c,ad c o. Ostensa autē est a g, minor,
quā 2911.a c verò minor est quā $3013\frac{3}{4}$ .Itaq; a g
& a c,cōiūcta minora sūt quā $5924\frac{3}{4}$ & proinde
a g, & a c, cōiuncta minorē habebunt rationem
ad

ad g c, quā $5924\frac{3}{4}$ ad 728, per octauā quīti. Et idcirco a c, ad c o, minorē itē rōnē habebit quā $5924\frac{3}{4}$ ad 728, p 13, eiusdē quinti. Atqui æquiangula sunt bina triangula a h c, & h c o, & similis rōnis sunt latera quæ æqualibus angulis subtenduntur, sicut igitur a c, ad c o, sic a h, ad h c: habet autem a c, ad c o, minorē rationē quā $5924\frac{3}{4}$ ad 728: quapropter & a h, ad h c, minorē habebit rationē quàm $5924\frac{3}{4}$ ad 728, siue minorē quá numerus 1823, ad 240. Habēt enim $5924\frac{3}{4}$ ad 1823 rōnem triplam sesquiquartā, & itē 728, ad 240, triplam sesquiquartam, & idcirco permutatim sicut $5924\frac{3}{4}$ ad 728, sic 1823, ad 240. Habet itaq; a h, ad h c, minorem rationē quàm 1823, ad 240. Ponatur h c, 240, & erit idcirco a h, minor quàm 1823. Quadratū verò a c, duobus quadratis linearū a h, & h c, æquū est per 47 primi, minus est igitur quadratū a c, quā 3380929, quæ cōsurgūt ex 3323329, quadrato numeri 1823, & ex 57600, quadrato numeri 240. Et proinde ipsa a c, minor est radice quadrata ipsius numeri 3380929. Sed eadē radix quadrata minor est quā $1838\frac{9}{11}$ cum sit horū quadratū 3381252, ferè. Itaq; a c, minor est quâm $1838\frac{9}{11}$.

Rursum diuidatur angulus h a c, bifariam ducta a k, quę rectā h c, secet in r, & cōnectatur c k, igitur sicut h a, ad a c, sic h r, ad r c: & p composita, deinde verò p pmutatā rationē, sicut h a, a c, coniūcta ad c h, ita a c, ad c r. Aequiangula sunt aūt bina triangula a c k, & c r k, igitur sicut a c, ad c r, sic a k, ad c k: & ppterea sicut h a, a c, coniuncta ad c h, sic a K, ad c K. Et quoniā c h, posita est 240, a h, vero ostensa est minor quâm 1823, et a c, minor quā $1838\frac{9}{11}$: ipsa igitur a h, a c, cōiūcta minora sunt quā $3661\frac{9}{11}$ & proinde minorē habent rationē ad c h, quàm $3661\frac{9}{11}$ ad 240: ideoq; a K ad c K, minorē itē rationē habebit quā $3661\frac{9}{11}$ ad 240, p 13 ppositionē quinti. Resoluātur $3661\frac{9}{11}$ in vndecimas & cōflabitur numerus 40280, resoluātur itē 240 in vndecimas, & conflabitur numerus 2640, quorū ratio in minimis numeris cōstituta est sicut 1007, ad 66. Itaq; minorē habebit rationē a k, ad c k, quā 1007, ad 66. Ponatur iā c k, 66, & erit idcirco a K minor ipsis 1007. Et quoniā quadratū a c, duobus quadratis duarū linearú a K, & c K, æquū est, idcirco quadratum a c, minus erit quā 1018405, hic enim numerus cōcrescit ex 4356 quadrato qđ fit ex c k, & ex 1014049, quadrato nūeri 1007, in vnū collectis. At verò radix quadrata ipsorū 1018405 minor est quàm $1009\frac{1}{6}$ cū sit horū quadratū $1018417\frac{13}{36}$ minor est igitur ipsa a c ipsis $1009\frac{1}{6}$.

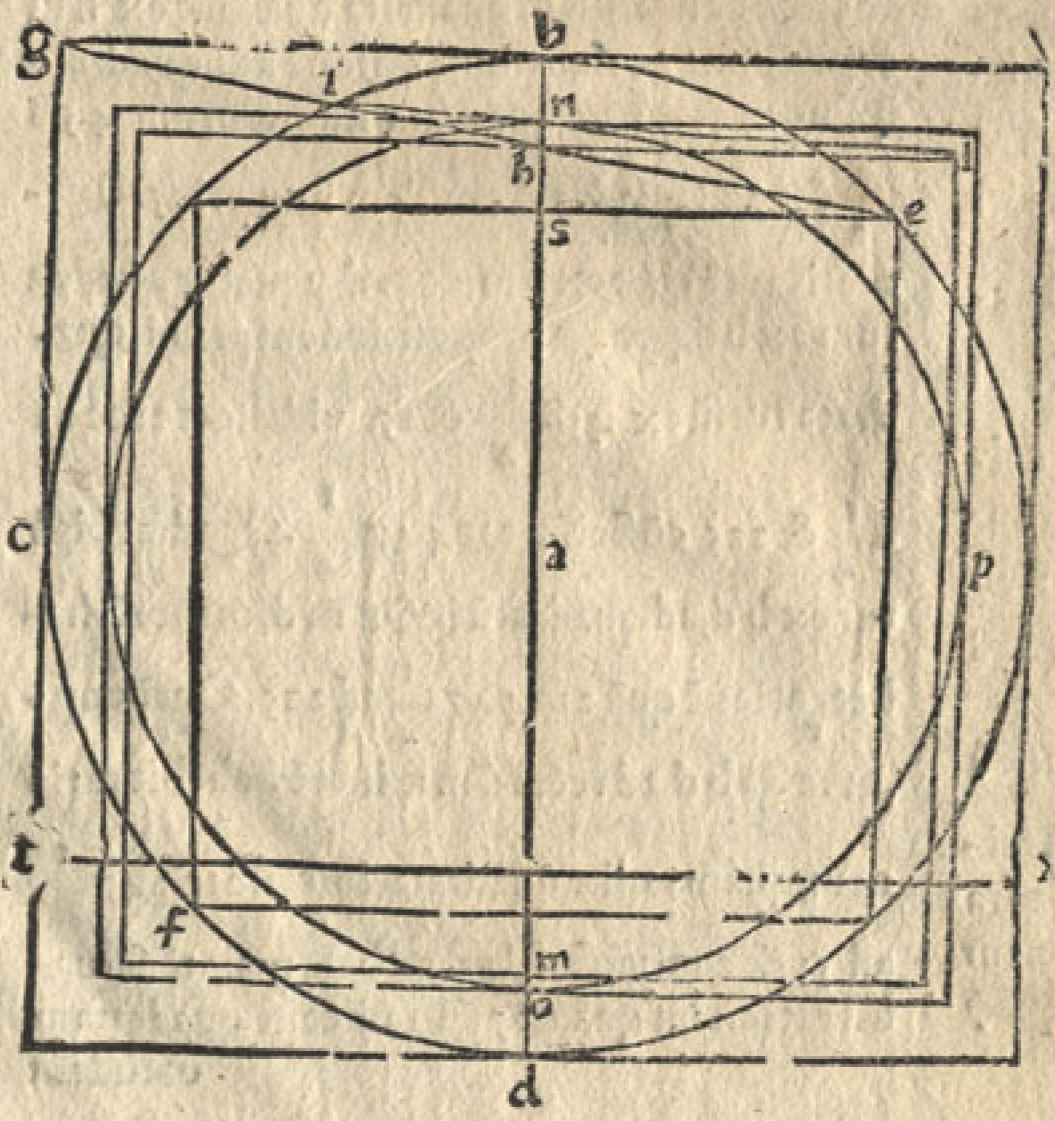
Itē diuidatur angulus k a c, bifariā ducta a l, quæ rectā k c, secet in t, & conectatur c l. Erit similiter sicut a k, ad a c, sic k t, ad t c, & per cōpositam rōnem deinde vero p permutatam sicut a k, & a c, simul cōiūcta ad c k, sic a c, ad c t. Aequiangula sunt autē bina triangula a l c, & c t l, igitur sicut a c, ad c t, sic a l, ad l c: & ppterea sicut a k & a c, cōiūcta ad c k, ita a l, ad l c. Et quoniá c k, posita est 66, & ostēsa est a k, minor quā 1007: a c vero minor quā $1009\frac{1}{6}$, ipsa igitur a k, & a c, cōiūcta minora sunt quā $2016\frac{1}{6}$ & pinde minorē habēt rationē ad c k, quā $2016\frac{1}{6}$ ad 66: ideoq; a l, ad l c, minorē habebit rōnem quā $2016\frac{1}{6}$ ad 66. Ponatur iā l c, 66, minor igitur erit a l ipsis $2106\frac{1}{6}$. Est aūt quadratū a c, æquū duobus quadratis a l, & l c minus erit idcirco quadratū a c, quā $4069284\frac{1}{36}$ hic ení numerus cōcrescit ex $4064928\frac{1}{36}$ quadrato ipsorū $1016\frac{1}{6}$. & ex 4356, quadrato qđ fit ex l c, in vnū collectis. At vero radix quadrata numeri 4069284 & $\frac{1}{36}$, minor est quā $2017\frac{1}{4}$ cū sit horū quadratū $4069297\frac{9}{16}$ minor est igitur a c, ipsis $2017\frac{1}{4}$. Est aūt arcus b c, sexta pars toti[9] circūferētię, & g c, duodecima, & h c vigesima quarta, & k c, 48[a], reliqua igitur l c, erit nonagesima sexta, eritq; ipsa l c, quę posita est 66, lat[9] polygoni circulo īscripti 96, laterū ęqualiū. Multiplicētur itaq; 66, in 96 numerū laterum polygoni, & fiet ambitus eiusdem polygoni 6336: & maiorē idcirco rationē habebit ipse ambitus polygoni ad diametrū a c, quā 6336. ad 2017 $\frac{1}{4}$ per octauā quinti. Cōtinet autē 6336. triplum ipsorū 2017 $\frac{1}{4}$, quod est 6051 $\frac{3}{4}$, & supersunt 284 $\frac{1}{4}$ quę maiora sūt decē septuagesimis primis, sunt enim decē septuagesimæ primæ 284 $\frac{17}{42}$. Et propterea multo magis ambitus polygoni habebit ad diametrū rationem maiorem tripla super decupartiente septuagesimas primas. Sed est circuli circunferentia maior adhuc ambitu polygoni, igitur multo etiam magis circunferentia ad diametrum rationē habet maiorem quàm sit tripla super decies partiēs septuagesimas primas, qđ erat ostendendum. Quoniam verò vna octaua minor est decem septuagesimis primis, ex hoc infert Archimedes circunferentiam ad diametrū rationem habere minorem tripla sesquiseptima, sed maiorem tripla sesquioctaua. Cæterum Orontius quum in circulo describeret polygonum 384. laterum æqualium, per numeros depromptos ex tabula sinuū rectorum concludit aduersus Archimedem, rationem circūferentiæ ad diametrum minorem esse tripla super decupartiente septuagesimas primas. De quo iterum interrogandus esset hic Parisiēsis academiæ mathematicus. Putet ne verum conclusisse, an secus? Si verum conclusit, cur igitur asseruit rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem esse tripla sesquiseptima? minora sunt enim decem septuagesimæ primæ parte septima. Sed si falsum, quid opus erat falsa illa argumentatione? cum præsertim ea non sit Archimedis. Aut quomodo erit Archimedis demonstratione præstantior? quemadmodum affirmat. Præterea quanuis ambitus illius polygoni laterum æqualium 384. ter contineret diametrum & partem minorem decem septuagesimis primis, non propterea inferendum erat circunferentiam circuli ter continere diametrum & minus decem septuagesimis primis, maior est enim circunferentia circuli ambitu polygoni, non æqualis, neque minor. Inæqualium autem magnitudinū maior ad eandem, maiorem habet rationem quàm minor, ex octaua quinti Euclidis. Et propterea indocte concludit, rationem circunferentiæ ad diametrum, minorem esse tripla super decupartiente septuagesimas primas.

Orontium in protomathesi non rectè tradidisse inuentum Archimedis de ratione circunferentiæ ad diametrum.

CAP. XII. Reprehensio. IX.

Cum enim in opere illo suo quod protomathesin appellauit, ratione circūferētiæ ad diametrū tripla sesquiseptima minorē iuxta vulgatū Archimedis modū demōstrandū suscepisset, ideo errauit ratiocinādo, quoniā putauit nil interesse, si pro veris ac præcisis radicibus paulo maiores caperētur. Cepit igitur in prima anguli diuisione 42 $\frac{19}{42}$ pro radice quadrata numeri 1802, cū tamē præcisa radix paulo minor sit ipsis 42 $\frac{19}{42}$. Ostēderat autē quadratū quod fit ex linea angulū cētri diuidēte, rectūq; subtēdēte, maiorē habere rationē ad quadratū cōtingentis lineę quā 1802 ad 121: quarē cōclusit lateris ad latus maiorē esse rationē quā 42 $\frac{19}{42}$ ad 11. sed parū scitè. Erit enim ipsorū laterum ratio maior ea quā præcisa radix numeri 1802, habet ad 11. & proinde maior ea rationē quā quicunq; numerus eadē præcisa radice minor habet ad 11. Sed ab his non sequitur vt maior etiā sit ea ratione quam 42 $\frac{19}{42}$ habent ad 11, neq; aliūde cōstat. Et idcirco Archimedes ad colligēdū rationē circūferētiæ ad diametrū minorē esse tripla sesquiseptima, semper accipit numeros præcisis radicibus minores, quēadmodū ad ostēdēdū qđ huiusmodi ratio maior sit tripla super decupartiēte septuagesimas primas, semper accipit numeros præcisis radicibus maiores. Eundē errorē cōmisit in tertia anguli diuisione, quoniā accepit 169. pro quadrata radice numeri 28552, cū præcisa radix eiusdē numeri paulo minor sit ipsis 169. Alia ei⁹ errata quantū attinēt ad hāc demōstrationē, leuiora sūt, sed hominis tamen qui definitiones positas in initijs librorū Euclidis ignorare videatur. Putat enī quæ ratio est duarū linearū lōgitudine, eādē esse et potētia, qđ sępi⁹ īculcat. Et id ferè gen⁹ est, qđ secūda parte demōstrationi inseruit, ad cōcludēdū cū Archimēde rationem

tionem circunferentiæ ad diametrum maiorē esse tripla super decupartiente septuagesimas primas. B m,ad m d,(inquit) minorem rationem obtinet,quam $458\frac{1}{2}$ ad 15.& coniūctim igitur per 18 quinti b m, & m d,ad ipsam d m, minorē tandem rationē obseruabunt quā $458\frac{1}{2}$ & 15 simul ad eundē numerum 15. Et quadrata rursum ex b m,& m d,ad quadratum ipsius d m,minorē respondēter rationē habebūt, quā $458\frac{1}{2}$ ad 15: est enim quadratorum eadem ratio,quæ ipsorum laterū. Ex b d, autem productum quadratum æquum est duobus quadratis ipsarum b m,& m d, per 47. primi. Igitur quadratū quod ex b d,ad quadratū ipsius d m, minorem pariter rationem obtinebit quā $458\frac{1}{2}$ ad 15: & per consequens recta b d, ad d m, minorē tādē rationē longitudine seruabit quā idem numerus $458\frac{1}{2}$ ad præfatum numerū 15.& cōuersim demū ipsa m d,ad b d,maiorē rationē habebit quā 15.ad $458\frac{1}{2}$. Hæc Orontius. Sed videre operæpretium est quàm non demonstret,& quā falsa ingerat. Rectangulum triangulum b m d,in figura Orontij est velut in nostra a l c,est enim b d,diameter circuli, & recta d m,nonagesimam sextam circunferētiæ partem subtendit,angulus verò qui ad m,rect⁹ existit. Supponamus igitur ita esse quemadmodū ex eis quæ præcesserant intulit, videlicet b m,ad m d,minorem habere rationē quā $458\frac{1}{2}$ ad 15:rectè igitur infertur per cōpositam rationē b m,& m d,coniuncta minorē habere rationē ad d m, quam $458\frac{1}{2}$ & 15 simul ad eundem numerū 15.Sed ex his perperā colligit,quadrata rursum ex b m, & m d, minorem habere rationem ad quadratū ipsius d m, quàm $458\frac{1}{2}$ ad 15.& quā etiam(si velit) $458\frac{1}{2}$ vnà cum 15.ad 15, quod magis cōsentaneū videretur. Habēt enim duo & vnū ad vnū minorē rationē quàm nouē & tria ad tria,quadrata tamen 2,& 1.idest 5.maiorē habēt rationem ad 1.quā 9.& 3 ad 3:multò etiam maiorē quā 9 ad 3:innumeraq; sūt numerorū exēpla,quibus eius modi argumētatio infirmabitur. Quod autē in probationē adducit, quadratorū rationē eandē fore quæ ipsorū laterū,falsū esse manifestū est ex sexto Euclidis. Nā nō est eadē,sed dupla quā laterū. Quāuis igitur vt subiūgit, quadratū ex b d,duobus quadratis ipsarum b m, & m d,æquū sit,nō tamen sequitur vt quadratū quod ex b d,ad quanratū ipsi⁹ d m,minorē rationē habeat quā $458\frac{1}{2}$ ad 15:nec(quēadmodū cōcludit)rectā b d,ad rectā d m, minorē itē rationē habere quā $488\frac{1}{2}$ ad 15. Atq; nō magis,quàm si posita b m,4 & m d.3. quoniā minorē rationē habeat b m, ad m d,quā 15 ad 10. velis simili syllogismo probare minorē rationē habere b d,ad eandē m d,quam 15 ad 10. quod cōstat esse falsū,cū sit b d 5. Iam verò si emēdatius ratiocinemur, seruata priori hypothesi, fortassè enim liber deprauatus est, vt nō semper videamur impugnare Orontiū,sed aliquādo iuuare,non concludetur tūc rationē ambitus polygoni ad diametrū maiorē esse tripla super decupartiēte septuagesimas primas. Vt si iuxta eius institutum ita dicamus,b m,ad m d, minorē habet rationē quàm $458\frac{1}{2}$ ad 15. igitur quadratū quod fit ex b m, ad quadratum quod ex m d,minorē habebit rationē quā quadratū ipsorū $458\frac{1}{2}$ ad quadratū numeri 15. Idcirco coniunctim quadrata quæ fiūt ex b m & m d,minorē habebunt rationē ad quadratū ipsius m d, quam quadrata numerorum $458\frac{1}{2}$ & 15 ad quadratū eiusdem numeri 15. Quadratis autē quæ ex b m,& m d:æquatur quadratum ex b d,per 47 propositionem primi,quadrata rursū ex $458\frac{1}{2}$ & 15. videlicet $210222\frac{1}{4}$ & 225 cōficiūt $210447\frac{1}{4}$. Quadratū igitur ex b d,ad quadratū ipsius m d, minorē habet rationē quā $210447\frac{1}{4}$ ad 225. Quapropter recta b d,ad rectā d m minorē habebit rationem,quàm radix quadrata ipsorū $210447\frac{1}{4}$ ad 5: & conuersim d m, ad b d, maiorē seruabit rationem quàm 15 ad radicem quadratam eorūdem eorundem 210447 $\frac{1}{4}$. Et quoniam ipsa recta linea d m, latus est polygoni intra eundem circulum descripti, laterū æqualium 96. numerus vero 15. multiplicatꝰ in 96. producit 1440, habet igitur ambitus polygoni ad diametrum b d, maiorē rationē quã numerꝰ 1440, ad radicē quadratã ipsorū 210447 $\frac{1}{4}$. Sed cum horum duorum ratio minor sit tripla super decupartiente septuagesimas primas, quanuis igitur ita ratiocinaretur Orontius concludere non posset ambitū polygoni ad diametrū maiorem habere rationem tripla super decupartiente septuagesimas primas. Ostendemus autē numerū 1440 ad radicē quadratã 210447 $\frac{1}{4}$ minorē habere rationē tripla super decupartiente septuagesimas primas, in hunc modum. Duorum numerorum 223 & 71. quadrata sunt 49729. & 5041: numeri verò 1440. quadratū est 2073600 habet autem 49729. ad 5041. eam rationē quã 2073600. ad 210200 ferè. Sed minor est hic quartus numerus proportionalis quã 210447 $\frac{1}{4}$, quapropter maiorem rationem habebit, 2073600 ad 210200. quã idē numerꝰ 2073600 ad 210447 $\frac{1}{4}$ & proinde maiorem habebit rationem 49729. ad 5041. quam 2073600. ad 210447 $\frac{1}{4}$: latus igitur quadratum numeri



49729 videlicet 223. maiorē rationem habere necesse est ad 71, latus quadratum numeri 5041 quàm 1440. latus quadratum numeri 2073600, ad latus quadratum ipsorū 210447 $\frac{1}{4}$. Habent autem 223, ad 71. rationem triplam super decupartientē septuagesimas primas, habebunt igitur 1440. ad latus quadratū eorundem 210447 $\frac{1}{4}$, minorem rationē tripla super decupartiente septuagesimas primas, quod erat ostendendū. Et proinde liquet Orōtiū Finæū non rectè tradidisse in protomathesi inuentum Archimedis de ratione circunferentiæ ad diametrum.

Quadraturam aliam circuli ab Orontio excogitatam, quam in protomathesi tradidit, falsam esse. CAP. XIII. Reprehensio. X.

ALium modum quadrandi circulū excogitauit Orontius, traditum ab eo in protomathesi, quem ad literã subijciam. Sit descriptus (inquit) circa centrum a, circulus b c d, cuius dimetiens b d: intra quem describatur quadratū e f, per 6. quarti, & per 7. eiusdem, eidem circulo b c d, circunscribatur quadratum b g d, postmodum ab angulo e, ipsius inscripti quadrati, ad circunscripti angulum g, recta linea ducatur per primum postulatum, quæ secet dimetientem b d, in puncto h, circulum verò b c d, in puncto i. Deinde ex data linea recta quæ sit ipsius a h, dupla, per datum punctum h, quadratum rursum describatur h l m, per 46. primi, vtrique & inscripto e f. & circunscripto b g d quadrato parallelum. Erit igitur quadratum h l m, mediū proportionale, inter ipsa e f, & b g d, quadrata: accipitur enim inter ambo quadrata, per intersectionem diametri vtriusque quadrati lateribus æquidistantis, quemadmodum in vulgato planisphærio, iuxta ipsius Ptolomæi demonstrationem, per similes diametralis & meridianæ lineæ intersectiones, inter duos circulos datos medium proportionalem describere solemus. Duabus enim magnitudinibus datis, possibile est tertiam assignare proportionalem

tionalem,per 13,sexti. Consequenter à puncto i,ad punctum l,recta ducatur i l, per idem primū postulatum,quæ secet eundem diametrum b d,in puncto n. Et cētro a,interuallo autē a n, circul⁹ describatur n o,per tertium postulatū. Erit itaq; circulus n o, tertia magnitudo post quadratum b g d,& inscriptum b c d, circulū respondenter ꝓportionalis,deducitur enim ex quadrato b g d,& circulo b c d,atq; e f, quadrato quod est medium proportionale inter e f, & b g d,quadrata per intersectionem ipsius dimetientis b d. Duabus namq; magnitudinibus datis posſibile est tertiam ꝓportionalē inuenire per 11 sexti. Circulus igitur b c d, est medium proportionale inter b g d,quadratum,& circulum n o,huic demū circulo n o, circūscribatur quadratum n o p,per septimā eiusdem quarti. Quoniam igitur per 2,duodecimi circuli se ad inuicē habent,sicut quę ex dimetientibus quadrata:sicut igitur quadratum b g d,ad quadratum n o p,ita circulus b c d,ad circulum n o. Et viciſsim igitur sicut quidem b g d, quadratum ad circulum b c d,sic quadratum n o p, ad circulum n o:per 18 quinti. Circulus itaq; b c d, & quadratum n o p,inter idem quadratū b g d, & circulum n o: sunt proportionalia:ea propter & adinuicē æqualia. Idem quoq; (addit) licet aliter concludere,quoniam circulus a b c, & quadratum n o p,ad eundē circulū n o, eandē habent rationem:nempe quę ipsius quadrati b g d,ad circulū b c d:quæ autem ad eandem eandē habēt rationē,illa sunt adinuicē æqualia,per 9 quinti:igitur circulus b c d, & quadratum n o p,ęquātur adinuicem. Dato igitur circulo b c d,datum est æquale quadratū n o p.

Subiungit autem si quispiam dixerit rectilineam quāuis figuram,potius quàm circulū n o post quadratum b g d,atq; circulum b c d, fore tertium ꝓportionale:nihilominus deducetur propositum. Data namq; figura ad quadratū reduci potest,per vltimā secundi:sit igitur quadratū R.S. Cum igitur quadratum d b g, sit maius extremū,ipsum maius erit quadrato R S:& consequenter latus latere maius. Secentur igitur g t,& v x,eiusdem quadrati R S,lateribus æquales,& cōnectatur t x,per primum postulatum. Rectangulū igitur g x, erit medium proportionale inter quadratum b g d,& quadratū R S,fit enim ex eorundem quadratorum lateribus. Sed b c d,circulus est medium proportionale inter quadratum b g d, & præfatum quadratum R S, Igitur circulus b c d, & rectangulum g x,adinuicem æquantur. Dato itaq; rectangulo g x,æquale quadratum constituatur, per vltimam secundi:sitq; rursum n o p. Proposito igitur circulo b c d,ęquale describitur quadratum:quod facere oportebat. Rursum si quispiā morosus,vel vsq; adeo rudis negauerit quadratum h l m,ex quo n o p,quadratum proportionaliter deducitur,fore medium proportionale inter duo quadrata , quorum vnum intra circulum b c d,describitur,vt e f,alterum vero circunscribitur eidem circulo: dabo ei figurā recti lineam,vt pote octogonā descriptam intra eundem circulum b c d,quā inter ipsa quadrata medium fore proportionale probabo, ipsum demum octogonum vertam in quadratum, per vltimam secundi,& adimplebo reliqua, vt in præmiſſa demonstratioae. Hæc Orōtius.

Ita igitur putauit quadraturā circuli inueniſſe,ac demonstraſſe:Sed tamen morosus quispiam atq; rudis,iure negabit quadratum h l m medium eſſe proportionale inter duo quadrata e f:& b g d,Nam si proportionalia sunt tria illa quadrata b g d,h l m,& f e,latera igitur eorum proportionalia erunt:est enim quadratorum ratio dupla quàm laterum,per 20 propositionem sexti:quapropter & ipsorum laterum dimidia,item proportionalia erunt. Secet autem recta a b,latus quadrati e f,in s, Idcirco sicut b g, ad h l, sic h l, ad s e. His verò æquales sunt quæ ex centro a,ducuntur, videlicet a b, a h,& a s:sicut igitur a b,ad a h,ita a h,ad a s. Et propterea diuisim per 17, quinti, sicut b h, ad h a,sic h s,ad s a. Atqui sicut h s,ad s a,sic h s,ad s e per 7,eiusdē quinti,sicut igitur b h, ad h a, sic h s,ad s e,per 11, eiusdem quinti. Aequiangula sunt autem bina rectangula triāgula h e s, & h g b,per 32,primi,ob æqualitatem angulorum cōtrapositorum qui ad h: Idcirco sicut h s ad s e,sic b h, ad b g.per 4 propositionē sexti. Et idcirco sicut b h,ad h a,sic b h,ad b g, per eādem 11,quinti. Equales sunt igitur adinuicem h a,& b g,per 9 eiusdē quinti. Aequalis est autem a b,ipsi b g,idcirco ipsa recta linea h a,ipsi rectæ a b æqualis erit per cōmunem sententiā, pars toti quod est impoſsibile.

Ostendetur etiam alio modo impoſsibile se qui per 19,propositionem quinti,si tria illa quadrata dentur proportionalia . Erit enim sicut b a,totum ad h a,totum,sic h a, ablatum ad s a, ablatum:quapropter sicut b a,totum ad h a,totū sic b h,reliquū ad h s,reliquuū. Sed sicut b h, ad h s,sic b g,ad s e,ob similitudinem triangulorum b g h,& s e h: igitur sicut b a, ad h a, sic g b,ad s e,per vndecimā quinti,Atqui g b, ipsi b a,est æqualis,& s e,ipsi s a: igitur sicut b a, ad h a,sic b a ad s a:& propterea æqualis erit recta linea s a,ipsi h a,per nonā quinti,pars toti quod est impossibile. Et proinde quadratū h l m, nō est mediū proportionale inter ipsa e f,& b g d, quadrata,quod assertum est ab Orontio. Demonstrrtio nem igitur Ptolomæi aut non intellexit, aut perperàm accōmodauit. Iam verò si aliud quadratū inueniatur, quod inter eadē quadrata e f,& b g d,sit medium proportionale, cuiusmodi est id quadratum quod describitur ex recta linea media proportionali inter latera eorundem quadratorum, & ponatur eis parallelum, secabit igitur vnum eius latus rectam a b,aut ante h,aut post h, & quoniam duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt, linea idcirco ab e, ducta per sectionis punctum, non ibit recta ad g. Non deducet igitur Orontius circulum n o,tertiam magnitudinem pro portionalem post quadratum b g d,& inscriptum circulū b c d,ex duobus quadratis b g d,& e f,& circulo b c d,iuxta ipsius institutū. Et deniq; quoquo modo id fieret, siue etiā cōcederetur quadratū h l m, mediū esse proportionale inter ipsa extrema quadrata b g d,& e f,adhuc nō probat circulū b c d,esse mediū proportionale inter b g d,quadratū,& circulū n o. Citat autem vndecimā sexti,sed præter rem: nam in ea propositione tantū docet Euclides quomodo duabus datis rectis lineis tertia proportionalis sit inuenienda. Neq; soluit obiectionē quā fecit,si diceretur rectilineam quāuis figuram, potius quam circulū n o, post quadratū b g d, atq; circulū b c d,fore tertium proportionale, quoniā videlicet data figura ad quadratū reduci posset. Non enim dubitamus quonā modo figura quæcunq; rectilinea ad quadratū sit reducēda,sed artē ignoramus inueniēdi figuram rectilineā,tertiā proportionalē post quadratū & circulū. Solū igitur probaret hæc sua solutio,si quidpiā probaret,quod circuli quadratura possibilis sit. Sed aliud est dato circulo æquū quadratū inuenire, quēadmodū proposuerat. Et proinde falsa est circuli quadratura tradita ab Orōtio in protomathesi,quod erat à nobis ostendendum.

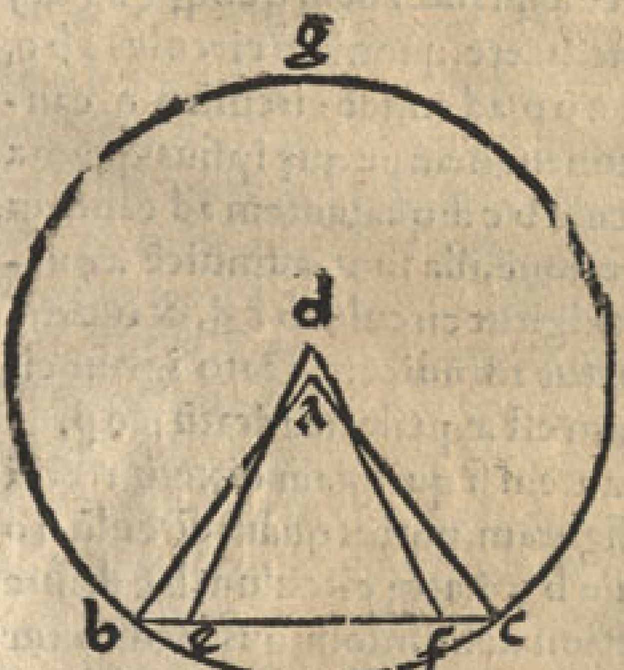
Orontij Finæi inuentū de rectilinearū figurarū descriptiōe merā esse hallucinationē.

CAP. XIIII. Reprehensio. XI.

INtegrum librū composuit Orontius de absoluta rectilinearū omnium & multāgularum figurarū,que regulares appellantur descriptione,tā intra quā extra datū circulū, ac super quauis oblata linea recta. Sed quū falsis inniteretur,vanaq; ac fallacia iaceret fundamenta, quicquid cōstruxit,corruat necesse est. Secūdū libri problema ex quo reliqua omnia pendent ad literam subijciam,ne scripta eius alio modo referendo,quicquam videar immutasse.

Problema. 2. libri de figurarum multangularū descriptione.

DAto triāgulo isoscele,cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliqui: cætera isoscelia triangula constituere, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorū, eam rationem obseruet ad reliquū, quam datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus quæ per oblatum describetur isosceles,simul reddere notum.



¶ Sit datum isosceles triāgulū a b c, cuius vnusquisque eorū qui ad basin b c, sunt angulorū, duplus sit reliqui anguli qui ad a, p decimā quarti geometricorū elementorū:cui⁹ in-super triāguli a b c,eadē basis b c,sit lat⁹ pētagoni,in circulo qui eidē circūscribitur triangulo descripti,p vndecimā eiusdē quarti elemētorū Ex hoc itaq; triāgulo isoscele a b c, veluti radicali & primario,cætera deducem⁹ & pcreabim⁹ isoscelia triāgula:quorū vnusquisq; eorū q ad basin erūt angulorū,cæteras rationes multiplices,vtpote triplā,quadruplā,quintuplā,sexcuplā (& sic cōsequēter) ad reliquū obseruabit angulū:quorū præterea bases,cæterarū multangularū et regulariū figurarū latera,in eis describendarū circulis,qui eisdē circūscribētur triāgulis, suo prēfiniēt ordine. Quod neminē hacten⁹ vel fecisse,

fecisse, vel excogitasse: quàm plurimos autẽ & proposuisse, & sæpius desiderasse compertum habemus.

In primis itaque (vt ad rem ipsam deueniamus) diuidatur basis b c, ipsius trianguli isoscelis a b c, in septem partes inuicẽ æquales, per antecedens problema primũ: & relicta vna septima parte ad vtrosque limites ipsius b c, reliquæ quinque partes intermediæ in basin subrogentur alterius isoscelis trianguli, cuius bina latera ipsis a b, & a c, lateribus sint æqualia, sitque huiusce modi triangulum d e f, cuius basis est ipsa e f, prædictarum 5. partium. Aio itaque primum, angulum e d f, qui sub æquis lateribus ipsius trianguli d e f, comprehenditur, subtendere latus heptagoni æquilateri & æquianguli, descripti intra circulũ eidem triangulo d e f, circũscriptum: vtrunque præterea angulũ qui ad basin consistit e f, triplum fore reliqui anguli, qui sub eisdem lateribus inuicem æqualibus continetur. Cum enim duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales: basin quoque basi habent æqualem, per quartam primi elementorum. Bina rursum triangula, habentia duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basin basi æqualem: habent versa vice contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales, per octauam ipsius primi elementorũ. Quoties insuper duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, angulum vero angulo sub æquis lateribus contento maiorem: basis vnius basi alterius respondenter est maior, per vigesimãquartam eiusdem primi elementorum. Item si eadem bina triangula habuerint duo latera duobus lateribus alternatim æqualia, basin autem basi maiorem: ẽ conuerso angulum sub æquis lateribus contentũ angulo maiorem habebunt, per ipsius primi elementorum vigesimam quintam. Ex quibus haud difficile colligere est, in quibuslibet duobus triangulis, habentibus duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: ex data basium magnitudine, proportionatam subsequi eorũdem angulorum qui sub æquis continentur lateribus quantitatem, hoc est angulos ipsos basium imitari proportionem, & ẽ diuerso. Cum igitur præfata isoscelia triangula a b c, & d e f, habeant duo latera duobus lateribus omnibus modis æqualia, & bases b c, & e f, sint adinuicẽ inæquales: si vnius trianguli angulus qui sub æquis lateribus cõtinetur, ab alterius trianguli basi denominetur, necessum est & reliquum angulum à reliqua basi respõdẽter denominari. Tantũ enim altera prædictarũ inæqualium basium subtensum auget angulum, quantũ minuit & reliqua: ob seruatam laterũ inuicẽ æqualiũ hypothesin. Angulus porrò b a c, subtendit basin b c, partiũ 7. quæ est latus pẽtagoni æquilateri & æquianguli, à quinario numero partiũ basis e f, denominati, & in eo circulo descripti, qui ipsi a b c, triangulo circũscribitur, per vndecimã quarti ipsorũ elementorũ. Angulus igitur e d f, subtendit versa vice latus heptagoni æquilateri & æquiãguli, quod a septenario numero partiũ basis e f, denominatur, & in circũscripto eidẽ triangulo d e f, describitur circulo: vtpote basin e f, partiũ 5. qualium ipsa b c, est 7. Nam qualium partium circunferentia circuli est 35: talium latus inscripti pentagoni regularis subtendit 7. heptagoni verò latus 5. quinquies enim 7. aut septies 5: conficiunt 35. Basis igitur e f, ipsius trianguli isoscelis d e f, est latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunscripto eidem triangulo d e f, describitur circulo. Quod autem vterque angulorum, qui ad basin consistunt e f, ipsius isoscelis trianguli d e f, triplus sit reliqui anguli qui sub e d f continetur: sit per sese manifestum. Cũ enim angulus e d f, subtendat basin e f, quæ est latus heptagoni æquilateri & æquianguli, in circulo qui ipsi d e f, triangulo circunscribitur descripti: subtẽdit ergo septimã circunferentiæ partẽ eiusdẽ circũscripti circuli. Reliqui itaque duo anguli d e f, & d f e, qui sunt ad basin e f, reliquas sex partes septimas sibi vendicabunt: qui cum sint æquales ad inuicem, per quintam primi elementorum, vterque eorundem æqualiũ angulorum, tres subtendet eiusdem circunferentiæ septimas. Et proinde vterque triplus erit reliqui anguli, qui sub æqualibus lateribus continetur. Quemadmodum ex ipsa præcedẽti licet intueri figura.

¶ Item si præfata basis b c, eiusdem isoscelis trianguli a b c, in nouẽ partes inuicem æquales per antecedẽs problema diuidatur. Et reliqua.

PVtat igitur Orontius quòd in ipsis duobus triangulis isoscelibus a b c, & d e f, quoniam duo latera æqualia a b, & a c, duobus lateribus æqualibus d e, & d f, æqualia sunt eã propterea

 rationem