

*Off. pelo Doutorando ao seu presidente  
Mestre, Mm.º Sr. Pereira Caldas.*

# DISSERTAÇÃO INAUGURAL

PARA O ACTO

DE

## CONCLUSÕES MAGNAS

NA

### FACULDADE DE MATHEMATICA

[ POR

João Ignacio do Patrocinio da Costa

1869



COIMBRA

IMPRESA DA UNIVERSIDADE

Sala  
Gab. 501  
Est.  
Tab. COS  
N.º

Sala  
Gab.  
Est. 501  
Tab. 208  
N.º

Rsp

INSTITUTO NACIONAL

DE CIÊNCIAS E LETRAS

CONCURSO DE MAGISTRO

EM CIÊNCIAS E LETRAS

**DISSERTAÇÃO INAUGURAL**

DISSERTAÇÃO INAUGURAL

# DISSERTAÇÃO INAUGURAL

PARA O ACTO

DE

## CONCLUSÕES MAGNAS

NA

FACULDADE DE MATHEMATICA

POR

João Ignacio do Patrocinio da Costa



COIMBRA

IMPRESA DA UNIVERSIDADE

1869

DISSERTAÇÃO INAUGURAL

PARA O ATO

de

CONCLUSÕES MAGNAS

O escreuer algũa cousa pede muito repouso.

BERNARDIM RIBEIRO — *Saudades cap. 1.º*

Ce n'est qu'après avoir long-temps médité sur la nature et les raports mutuels de nos connaissances, qu'on peut bien juger des avantages et des inconvénients des diverses méthodes d'enseignement, ainsi que des méfionnements dont elles sont susceptibles, et comprendre tout ce qu'il reste à faire a cet égard.

Ampère — *Essai sur la philosophie des sciences, introduction.*

AO

ILL.<sup>mo</sup> E EX.<sup>mo</sup> SR.

**JOÃO DE SÁ COUTINHO**

FIDALGO CAVALLEIRO DA CASA REAL  
E COMMENDADOR DA ORDEM DE NOSSA SENHORA  
DA CONCEIÇÃO DE VILLA VIÇOSA

C.

João Ignacio do Patrocinio da Costa

fac. e. r. r. m.

JOÃO DE SA GOUTINHO

PROVISO CAVALHEIRO DA CASA REAL  
E COMENDADOR DA ORDEN DE NOSSA SENHORA  
DO CONCELHO DE VILLA VIEIRA

João Ignácio do Nascimento de Costa



# DISSERTAÇÃO INAUGURAL

## ARGUMENTO

Haverá vantagem, no ensino da mechanica racional, em subordinar a theoria do equilibrio dos corpos á do seu movimento?

DISSERTAÇÃO INAUGURAL

ARGUMENTO

Haverá vantagens no ensino da mecânica racional em  
substituir a teoria do equilíbrio dos corpos e do seu  
movimento?

## DISSERTAÇÃO INAUGURAL

### I

1. Avido de conhecimentos, o espirito humano procura sempre enriquecer-se de maior numero de ideas. Já nas sciencias de razão pura, já nas sciencias de observação, quer physicas, quer biologicas, quer sociaes, uma certa ordem de factos coordenados por um mestre constituem um corpo de doutrina, uma sciencia na sua infancia. Mas o numero de factos ou de observações augmenta, algumas lacunas são prehenchidas na collecção, uma nova ordem, um novo arranjo é dado áquella somma de conhecimentos, e a sciencia progride. Pelos methodos que existem e se podem seguir se vai obtendo a aquisição de novos methodos; mas, quando

para systematisar todas as conquistas que a sciencia tem feito um genio predestinado encontra um melhor methodo, a sua adopção faz a esta dar passos agigantados ou coadunar-se melhor á exposição didactica ou philosophica.

2. As sciencias mathematicas estão, como todos os fructos da actividade humana, sujeitas á lei do progresso. Se as suas conquistas custam trabalhos e sacrificios, ás vezes muitissimo grandes, aos amadores que as cultivam, aos homens que consagram uma das suas maiores e mais nobres affeições á sciencia que tambem mais enobrece o espirito humano, são por via de regra innocentes as suas revoluções, e a criação de novos methodos não costuma vir acompanhada dos ligeiros inconvenientes que têm logar noutras sciencias de observação.

Depois que uma somma de conhecimentos organisados em corpo de doutrina reclama um novo impulso, o espirito illustrado, que encaminha a direcção das investigações dos mestres e dos discipulos, bem merece da sciencia e da sociedade; os resultados obtidos pelas gerações que lhe succedem são fructos d'uma herança que não podem fazer esquecer quem primeiro lhes estabelecera as bases.

3. Como a descoberta das leis do equilibrio foi

muito anterior á das do movimento, era natural seguir-se no ensino da mechanica o estudo das segundas ao das primeiras; os systemas didacticos não se emancipam promptamente d'aquella especie de tutela do genio descobridor. Quando porem um genio reformador, procurando dar melhor ordem á exposiçãõ do conjuncto de doutrinas que constituem uma sciencia, aponta ou mesmo executa um novo plano de exposiçãõ didactica ou philosophica, a preferencia manifestada por esse novo methodo não é falta de gratidão, não é falta de respeito, não é desattenção para com os sabios escriptores que, conformando-se com os methodos herdados e continuados, prestaram grande impulso á mesma sciencia, enriquecendo-a de novos, importantes e luminosos theoremas.

Mas na escolha entre methodos differentes, na adopção ou preferencia d'um d'elles, não deve ser guia o esplendor d'uma novidade; a natureza do assumpto, o traçado philosophico do corpo de doutrina, a economia de tempo ou de trabalho, a belleza mesmo e a elegancia da coordenação, são outras tantas luzes que devem guiar e illuminar a quem compete fazer tal escolha. Se póde porem ser nocivo o prejuizo de novidades, o prejuizo de antigualhas também muitas vezes é mais funesto do que o primeiro.

4. Coube-nos para assumpto d'esta dissertação o julgar da conveniencia da subordinação das leis do equilibrio ás do movimento dos corpos, conseguindo-se assim deduzir os theoremas da statica como consequencias dos da dynamica. É pois uma questão de methodo, um ponto da philosophia da sciencia, o que nos cumpre discutir; vamos para isso confrontar as razões que ha contra e a favor, d'onde resultará a nossa resposta á these proposta.

## II

5. A comparação dos objectos externos, fornecendo-nos a idea de quantidade e os meios de avaliar a sua grandeza, encaminhou á criação das sciencias mathematicas. Bastando apenas duas ideas, quantidade e unidade, para fundamento da sciencia que tem por objecto o estudo das relações entre as quantidades sem particularisar a natureza d'estas, são a arithmetica e a analyse mathematica as que na ordem logica occupam o primeiro logar.

A idea de espaço, e inseparavel d'esta a de extensão, de conjuncto com as outras duas, dá logar ao estudo das formas, das propriedades e da grandeza da mesma extensão, e d'aqui a geometria, a qual occupa o logar immediato ás duas primeiras sciencias.

Concebida a idea de extensão, a de movimento

é depois comprehendida; e como na mudança de posição ha successão e duração, da noção de movimento resultaria a de tempo, quando esta última não tivesse sido obtida por outra ordem de considerações.

São pois as ideas de quantidade, unidade, espaço, e ainda tempo, as unicas sobre que se baseam as mathematicas puras; passando porem ao estudo do equilibrio e do movimento dos corpos, de novas noções se ha mister.

Quando se estudam os movimentos considerados geometricamente, e sem attender ás causas que os poderão produzir, á *cinematica*, sciencia que tem por objecto as leis que assim regulam os differentes movimentos, competem as differentes considerações relativas aos espaços percorridos, aos tempos empregados em os percorrer, á determinação das velocidades etc., mas não são precisas ainda as ideas de força e de massa.

6. A primeira d'estas é devida á observação do movimento nos corpos. Quando pomos por nossa propria acção um corpo em movimento, quando pelo contrario, estando em movimento o corpo, nós vamos impedir ou modificar esse mesmo movimento, empregamos necessariamente um certo esforço maior ou menor, sem o qual não conseguíamos dar,



impedir ou modificar o movimento. Sendo diferentes as intensidades dos esforços empregados conforme os corpos, as circumstancias e os movimentos impressos ou para imprimir, poderão os esforços ser representados numericamente, adoptado um certo para termo de comparação.

Passando a considerar os movimentos nos corpos, independentes da nossa intervenção, concebe-se que um certo ou certos esforços combinados, e da mesma natureza que os nossos, poderiam produzir aquelles movimentos, e d'aqui a idea de força para exprimir essas *quantidades* capazes de produzir ou modificar nos corpos o movimento.

7. Um mesmo esforço nosso applicado a diversos corpos dá-lhes movimentos diversos, e isto porque a quantidade de materia que tem de se pôr em movimento é diferente de uns para outros. Vem d'aqui a idea de massa, e dois corpos da mesma ou diferente natureza têm massas eguaes quando, submettidos successivamente a uma mesma força constante, durante o mesmo tempo e segundo a mesma direcção, adquirem a mesma velocidade. Um corpo tem  $n$  unidades de massa quando se pode considerar formado da reunião de  $n$  partes eguaes a uma tomada para unidade.

---

insigne ou quelque mouvement, sendo elle  
remuee de son lieu, les estrois angles  
contenus en elle, se trouuentz & se mou-  
uent en divers ou plus impuissans, deors  
estors se representent, necessairement, au  
sens un autre pour l'ordre de l'ouvrage.

L'essence & consistence en mouvement nos est  
par consequent de deux choses, savoir  
de que un corps en certain est de combinas  
de deux naturez que on ne peut separer par  
leur estrois angles, & l'essence & l'ordre de l'ou-  
vrage est de deux choses, savoir de l'ordre  
de l'essence & de l'ordre de l'ouvrage.

En l'essence d'un corps nous appercevons divers  
corps de divers manieres, savoir de l'ordre  
de l'essence & de l'ordre de l'ouvrage. En  
l'essence d'un corps, nous appercevons  
divers corps de divers manieres, savoir  
de l'essence & de l'ordre de l'ouvrage. En  
l'essence d'un corps, nous appercevons  
divers corps de divers manieres, savoir  
de l'essence & de l'ordre de l'ouvrage.

### III

8. Um corpo ou um systema de corpos está em movimento, quando muda de posição no espaço. Está em repouso quando não muda de posição.

Um corpo ou um systema de corpos está em equilibrio sob a acção de um systema de forças, quando estas forças applicadas ao corpo ou systema no estado de repouso não alteram esse estado. Em geral duas ou mais forças equilibram-se quando, applicadas a um corpo ou systema de corpos, não têm influencia sobre o estado de repouso ou movimento d'esse corpo.

9. Como da applicação d'um grupo de forças a um corpo ou systema o estado resultante é em geral o de movimento, sendo o de equilibrio um

caso particular, segue-se que é uma ordem muito systematica e eminentemente philosophica tractar das condições de equilibrio como caso especial das de movimento.

Para um ponto material as equações fundamentaes de movimento são, como é sabido,

$$X=m\frac{d^2x}{dt^2}, Y=m\frac{d^2y}{dt^2}, Z=m\frac{d^2z}{dt^2} (1).$$

Como por definição, para que as forças, das quaes as sommas das componentes sobre os tres eixos coordenados são respectivamente  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , estejam em equilibrio sobre um ponto material, não deve o grupo d'essas forças alterar o estado de repouso ou de movimento do ponto, a applicação ou a supressão d'esse grupo de forças não influirá no valor das coordenadas do mesmo ponto material. Ora a simples inspecção das equações (1) mostra que os valores das coordenadas do ponto, as quaes sem a applicação do grupo de forças terão a forma

$$x=A+at, y=B+bt, z=C+ct,$$

tomarão sob a applicação das forças as expressões seguintes

$$x = \alpha + \beta t + \gamma t^2 + \delta t^3 + \dots$$

$$y = \alpha_1 + \beta_1 t + \gamma_1 t^2 + \delta_1 t^3 + \dots$$

$$z = \alpha_{11} + \beta_{11} t + \gamma_{11} t^2 + \delta_{11} t^3 + \dots$$

uma vez que não sejam nullas as quantidades  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Logo, para que a introdução das forças não altere o valor das coordenadas, e por conseguinte fiquem essas forças sem influencia sobre o estado de repouso ou movimento do corpo, devem as sommas  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  das componentes segundo os tres eixos ser nullas separadamente, d'onde sahem logo as tres equações de equilibrio

$$X=0, Y=0, Z=0.$$

10. Passemos agora a um systema de pontos materiaes.

Entende-se por systema de pontos materiaes um conjuncto d'esses pontos por tal modo dependentes nas suas posições relativas, que o movimento d'um qualquer d'entre elles está subordinado aos movimentos dos outros.

Quando um ponto material está assim sujeito pela ligação com os outros, não pode ceder em todas as direcções á acção das forças que se lhe venham a applicar, e isto em virtude das *forças interiores*, isto é, das que resultam de sua ligação com os outros pontos. Conforme esta dependencia ou ligação se considera estabelecida por meio de forças, ou por intermedio de hastes rigidas e bem assim de fios inextensiveis, assim se distinguem os systemas em dynamicos e geometricos.

O character analytico dos systemas dynamicos consiste em haver para cada ponto pelo menos uma equação da forma

$$F=f(x, y, z, x', y', z', \dots),$$

onde  $x, y, z, x', y', z' \dots$  são as coordenadas dos diversos pontos, e  $F$  é uma força das que estabelecem a dependencia. Com effeito, para um ponto qual quer estar ligado dynamicamente ao movimento,

e por conseguinte ás posições dos outros pontos, é necessario que cada ponto do systema seja sollicitado ao menos por uma força função das coordenadas dos outros, sem o que poderiam estes outros pontos receber quaesquer movimentos sem por isso alterar o movimento do primeirò.

Temos pois que um systema dynamico de  $n$  pontos materiaes é definido pelo menos por  $n$  equações de ligação. No grupo de equações deve cada ponto entrar ao menos uma vez por uma ou mais das suas coordenadas, sem o que um ou mais pontos deixariam de influir em alguma das forças  $F$ , e por conseguinte no movimento de algum dos outros pontos. Não podem tambem as equações de ligação separar-se em dois grupos taes, que os pontos que figuram num deixem de entrar no outro, porque ter-se-hia então não um mas dois ou mais systemas.

Nos systemas geometricos o caracter analytico consiste em haver pelo menos uma equação da forma

$$f(x, y, z, x', y', z'...) = \text{const},$$

e nunca podendo o numero de taes equações exceder o triplo dos pontos do mesmo systema.

Por isso que na natureza não ha senão systemas

dinamicos, pareceria inutil a concepção dos systemas geometricos, senão fosse a circumstancia de haver systemas naturaes tão assimilaveis aos geometricos, que se torna vantajoso o estudo d'estes para servirem de typo aos outros. Mas para a questão que nos occupa a mechanica dos systemas dinamicos mostra que a idea de equilibrio é incompleta quando vem desligada da consideração de movimento.

Na statica, com effeito, consideram-se os corpos em equilibrio logo que estejam em repouso. Ora se tivermos um systema dinamico em repouso e submettido á acção de forças exteriores, a suppressão de taes forças pode dar logar ao movimento dos corpos do systema; porque pelo facto de o systema ser dinamico, as forças interiores, isto é, aquellas em virtude das quaes os corpos formam systema, existem sempre independentemente das forças exteriores applicadas ao mesmo systema, e porque era do conjuncto de umas e outras que o systema se conservava em repouso, a suppressão d'estas pode alterar este estado, por onde se vê que as forças exteriores não estavam em equilibrio. Já não acontece o mesmo com os systemas geometricos, porque nestes as forças interiores são devidas á applicação das forças exteriores, e a suppressão d'estas traz consigo a das outras. Vê-se



pois que neste caso estavam em equilibrio as forças exteriores e noutro não, e assim só se forma uma idea justa do equilibrio por meio do effeito que as forças produzem sobre o movimento ou repouso dos corpos.



#### IV

11. Pelas razões antecedentes, e porque, fazendo-nos conhecer claramente a observação e a analyse dos phenomenos physicos que nelles entram como elementos necessarios a força e a materia, estas noções concretas auxiliadas pela analyse mathematica nos dão a phoronomia, deprehende-se que no campo de philosophia compete ás leis dynamicas serem tractadas em primeiro logar.

Se estas considerações indicam assim como mais philosophico tractar das leis do equilibrio subordinando-as ás do movimento, algumas razões se offerecem comtudo para operar do modo inverso.

Pela ordem da descoberta, pode dizer-se, deve a statica ser tractada antes da dynamica, pois que, começando aquella pelos trabalhos de Archimedes,

esta ultima só teve principio pelos de Galileo; ora constituidas assim por está ordem as duas partes de mechanica, é tambem pela mesma ordem que devam ellas ser tractadas.

Para responder a esta objecção, poderemos lembrar que a lei da composição das forças, a qual é o fundamento da statica, não pode ser obtida independentemente da experiencia, a qual recahe sempre sobre phenomenos dynamicos. Se Archimedes, o fundador da statica, se importou menos com a base fundamental do principio da alavanca, convem observar que é qualidade dos grandes genios estabelecer muitas vezes proposições verdadeiras, mas que mais tarde compete a outros professores demonstrar com toda a evidencia. É assim que Leibnitz creou e estabeleceu o methodo infinitesimal, o qual sómente muito mais tarde foi justificado plenissimamente por Carnot na sua excellente obra intitulada *Reflexions sur la métaphysique du calcul infinitesimal*. Euclides admittiu como evidente a proposição que nas edições de Coimbra vem denominada Axioma XII, e que outros chamam Postulado V e Axioma XI; a geometras posteriores coube porem a tarefa de demonstrar a mesma proposição. Podia pois muito bem parecer evidente a Archimedes uma verdade, que a observação constante

dos factos inconscientemente lhe fizera conhecer; mas não é menos certo que a lei da composição das forças é devida á experiencia, isto é, á observação dos phenomenos dynamicós.

Mas, alem de tudo isto, cumpre sempre notar que a ordem chronologica não se deve confundir com a ordem logica; antes pelo contrario vemos em quasi todas as sciencias acontecer que o progresso e a perfeição nestas altera a ordem primitiva do ensino.

12. Dir-se-ha ainda que d'entre os escriptores que têm escripto tractados de mechanica, sabios abalisados, e aos quaes a sciencia é devedora de muito, expõem primeiramente a statica e depois a dinamica; pelo que será de presumir que uma tal ordem é a mais conveniente para o ensino.

Uma tal razão, sendo argumento *ad verecundiam*, e tendo por isso sómente a força que taes argumentos podem produzir, deve alem d'isto ser desattendida, considerando que muitos outros motivos, que não a conclusão que se pretende tirar, podia ter um escriptor para se não tornar revolucionario a este respeito.

13. Dir-se-ha ainda: na statica não entra a idea de tempo, pois que por isso mesmo que o equili-

brio existe, e uma vez que as forças não soffrem mudança nem na grandeza, nem na direcção, nem nos pontos de applicação, o equilibrio existirá sempre a todo o momento e a idea de tempo nada tem que intervir.

Mais ainda. As massas dos corpos não entram nas condições de equilibrio, pois que, se a modificação nas massas destruísse o equilibrio, uma modificação inversa, passando para as antigas, o restabeleceria, destruindo por isso o movimento; o que não pode ter logar, porque a mudança de massas sómente pode produzir modificação nas velocidades e não destruir o movimento que as forças pela primeira alteração tinham produzido.

Não entram tambem em consideração nas condições de equilibrio as posições absolutas dos pontos do systema; pois que, não variando as forças, conservam sempre as mesmas relações entre si, e por tanto em qualquer posição que se transporte o ponto ou systema material, continuam a conservar-se em equilibrio.

Ao contrario de tudo isto, os valores das forças que devem communicar a um ponto ou systema um movimento determinado dependem da posição dos pontos materiaes, do tempo decorrido e das massas. Por aqui se vê que, sendo mais simples as condições relativas ao equilibrio do que as relativas

ao movimento, e como convem proceder do estudo do simples para o composto, parece que se deve tractar separadamente e em primeiro logar das condições de equilibrio, para em seguida passar ás de movimento.

Pode-se, porem, conhecer que estas razões não fazem ser mais vantajoso o methodo que separa a statica da dynamica, porque as difficuldades que se evitam na exposição das doutrinas da statica vão ser mais tarde encontradas na dynamica, e não se colhe por isso vantagem de ter na exposição didactica desattendido ao traçado philosophico do quadro da sciencia; encontram-se inevitavelmente todas as difficuldades inherentes á theoria do movimento, tendo-se usado de artificio para constituir a do equilibrio. Se pelo contrario attendermos a que tanto a theoria do equilibrio, como a do movimento se basêam nas leis fundamentaes dadas pela observação, e as quaes nenhuma consideração metaphysicas independentemente d'esta, por mais subtis e ingenhosas que sejam, podem demonstrar; se é pois no estudo dos phenomenos do movimento que tem a sua razão de ser o das leis do equilibrio; se é mais logico estabelecer relações geraes entre um grupo de forças quaesquer, e exprimir depois no caso particular de equilibrio que o movimento devido á acção d'essas forças é nullo,

obtendo d'est'arte as leis da statica deduzidas por meio das da dynamica; se emfim é conveniente que a idea da força appareça logo associada á de movimento e de massa, vê-se que no campo do methodo e da philosophia ha vantagem em subordinar as leis do equilibrio ás do movimento.

14. Dir-se-ha ainda: convem tractar isoladamente a theoria do equilibrio por causa das suas numerosas applicações ás necessidades da vida humana, á industria numa palavra.

As mais bem fundadas condições do progresso da industria, e em geral da sociedade, reclamando a união de forças e separação de occupações tornaram a troca, isto é, a permutação de *utilidades onerosas*, uma das maximas necessidades assim sociaes como individuaes. D'aqui veio a necessidade das medidas, e entre estas a medida de pezos. Ora os instrumentos, por meio dos quaes se medem estes, são fundados nas condições de equilibrio das forças parallelas.

Nas construcções de arcos, de abobadas, de pontes, de navios, etc., as leis do equilibrio encontram numerosas e importantissimas applicações, a fim de que se possam proporcionar aos esforços supportados nos differentes pontos resistencias taes, que garantam a estabilidade e a solidez da obra.





O estudo do equilibrio, applicado ás machinas, constitue uma outra importancia utilissima á industria, e por tanto á humanidade.

A medida das alturas pelo barometro, a theoria dos corpos fluctuantes, são importantes applicações das leis do equilibrio dos fluidos.

Em vista d'isto, sendo tão importante a statica nas construcções e nas outras necessidades da industria humana, não convirá que seja aquella sciencia compendiada á parte, separando-a da dynamica? Reconhecendo todas as vantagens referidas, achamos todavia que não prejudicam a conveniencia da subordinação da statica á dynamica.

15. Podem ainda adduzir-se outras razões, pode dizer-se que por ter a statica muita similhaça com as mathematicas puras convem servir de disciplina de transição do estudo d'estas para o da sciencia do movimento dos corpos; mas no campo theorico em que nos achamos collocado respondemos á these que faz o assumpto d'este curto trabalho com a nossa

### CONCLUSÃO

No ensino classico da mechanica racional, convem subordinar a theoria do equilibrio dos corpos á do seu movimento.







