A illustrada redacção
d'A Voz Publica, off.

ARITHMETICA DAS ESCOLAS PRIMARIAS

O auctor

PORTO
TYPOGRAPHIA UNIVERSAL, A VAPOR
54, Travessa de Cedofeita 56

1901

Arithmetica das Escolas Primarias

Systema metrico e noções de geometria synthetica
em harmonia com os programmas officiaes

Illustrada com gravuras no texto e contendo 538 exercicios e problemas

POR

Antonio Justino Ferreira
Professor d'ensino primario complementar no Porto

Revista e prefaciada pelo dr. João Simões Ferreira Figueirinhas
Distincto professor de sciencias mathematicas no Lyceu Central do Porto

PORTO
Casa editora de Antonio Figueirinhas
73, Rua das Oliveiras, 77

1901

PREFACIO

Meu caro amigo Justino:

HONROU-ME o meu amigo com o pedido de lhe revêr o seu bello livro Arithmetica das Escolas Primarias, e de lhe dizer em prefacio á mesma prestantissima obra, qual o sincero juizo que della faz o meu humilde, mas bem intencionado, criterio.

Com a mais intima e completa satisfação accedi a pedido tão honroso como grato, e não porque me desvanecesse com a auctoridade que tão generosamente se dignou dispensar-me, mas sim porque folguei de ter o ensejo de frisar quanto o seu bello livro vem preencher uma enormissima lacuna que tão desoladoramente envergonha a instrucção do nosso paiz.

E quer o meu amigo saber porque é que fallo assim dessa lacuna?

E' porque, sendo ha 14 annos professor do lyceu, tenho notado com funda tristeza quanto são raros os alumnos, por mais distinctos que sejam pela sua intelligencia e applicação, que nos exames d'instrucção primaria não manifestem, sobre arithmetica ou geometria, uma orientação tão falsa, que se approxima pavorosamente da sandice.

E, á puridade, poderão ser accusados por isso esses estudantes que em todas as demais provas ostentam, por vezes, uma intelligencia brilhantissima e um affincado amor ao estudo?

Não, porque é natural que elles, numa edade tão tenra, exponham apenas o que lhes ensinaram.

Caberá, portanto, a culpa aos professores cuja ignorancia possa ter permittido tão lamentavel desorientação?

Tambem não, porque, tendo tido a honra muitas vezes de fazer parte de jurys d'exames d'instrucção primaria com muitos professores primarios, impõe-me a justiça o dever de declarar, que elles primam quasi sempre por uma mentalidade elevada e lucida e por um nobilissimo e verdadeiro amor da sciencia.

O que é certo, e o que mais duma vez notei frisantemente, é que, quando interrogam sobre arithmetica, se lhes nota bem na physionomia quanto lhes repugnam os muitos erros crassos que têm d'ensinar, segundo a lettra dos compendios.

A razão é, portanto, bem obvia e clara: a falta de bons livros d'ensino d'arithmetica, confessada pelos melhores professores primarios, principalmente se, como muitas vezes tenho feito, veem destacados de tal maneira os erros desses livros que, a não ser a taboada e alguma operação, tudo o que alli se ensina tem de ser destruido nos lyceus.

E, meu amigo, não precisamos d'ir muito longe para provarmos, á saciedade, que isto é assim. Não é certo que se diz vulgarmente no ensino primario que ha *provas reaes?*

E existem, porventura, as provas reaes se, sendo ellas operações como quaesquer outras, estão fatalmente sujeitas a erros?

E, como o amigo sabe, ainda que admittamos que a prova e a operação conduzam ao mesmo resultado, não é verdade que nada nos certifica da certeza da operação *provada?*

E não é triste que só se leiam estas velharias na maior parte das arithmeticas portuguezas?

E, a proposito, bem conveniente e urgente era, que os programmas d'ensino tivessem uma revisão tão cuidadosa e sensata, que não permittisse destes e doutros dislates que de nada servem a não ser para sobrecarregar inutilmente o espirito das creanças que tanto precisa duma orientação verdadeira e scientifica.

Porque, infelizmente, não param alli as inexactidões. Sabe o amigo, por exemplo, que se costuma dizer que um numero decimal se multiplica por 10, por 100, ou por 1000, andando com a virgula uma, duas ou tres casas para a direita, como se se podesse chamar isso ás ordens e se devesse pôr de parte o principio da numeração em que, por assim dizer, assenta fundamentalmente a arithmetica.

De passagem digamos, porém, que nada admira que isto seja assim, se todos menosprezam nos seus livros a numeração, chegando a parecer que ella é indigna da menor attenção e desenvolvimento.

Como não heide, pois, meu amigo, saudar até com enthusiasmo o seu livro, em que se revela uma orientação completamente moderna sobre o ensino da arithmetica; em que dá a verdadeira noção do numero inteiro, indo buscal-a ás collecções ou grupos, e não á medição das grandezas, como se faz erroneamente, visto que a medição já é uma applicação do numero inteiro, como o meu amigo mostra magistralmente no capitulo *Numeros fraccionarios;* em que, depois da noção clara e rigorosa do numero inteiro, versa, com um consolador desenvolvimento, a numeração, expondo-lhe a sua theoria com toda a clareza e della deduzindo todas as suas logicas consequencias na numeração dos numeros decimaes e no systema metrico, como convencido que está de que sem numeração não ha arithmetica, o que egualmente se pensa no estrangeiro, onde ao contrario do que tristemente succede em Portugal, se dá o mais extraordinario desenvolvimento ao estudo da numeração; em que, finalmente, o meu amigo, quanto á disposição das materias, observou sempre com admiravel segurança o maximo rigor logico e scientifico?

Bem sei, a respeito desta ultima qualidade, que não dispôz as doutrinas conforme os programmas, porque decerto, e a meu vêr com toda a razão, desprezou a maxima de d'Alembert: «*allez en avant, la foi vous viendra,* e seguiu o preceito cartesiano que diz: *nunca receber uma cousa, como verdadeira, sem que se reconheça como tal.*»

Foi, obedecendo com certeza a este principio, que tratou primeiramente dos numeros inteiros, depois dos fraccionarios, mostrando com a maior precisão e clareza que, se os numeros decimaes são tambem fraccionarios, podem elles, attenta a natureza do seu denominador, ser escriptos á maneira d'inteiros para não cançar com inutilidades e falsidades a memoria das creanças; e foi ainda o citado principio cartesiano que o levou a collocar as noções elementares de geometria que, por signal, expõe com a mais completa clareza, antes do systema metrico, ao contrario do que a velha rotina tem ensinado até hoje.

Permitta-me, meu amigo, que o felicite ainda pela maneira superior como tratou as operações sobre numeros inteiros, e que destaque a inegualavel clareza das respectivas definições e que ficam sendo as unicas que se podem admittir no ensino da instrucção primaria.

A divisão, que tantas difficuldades apresenta para ser definida e explicada, é exposta duma maneira nova e logica, mostrando a inopportunidade da velha definição que as arithmeticas vulgarmente ensinam e que, como é sabido, diz *que a divisão é a operação pela qual, sendo dado o producto de dois factores e um delles, se determina o outro*, o que não pode acceitar-se antes de se saber o que é o inteiro e a fracção; porque, por exemplo, qual é o numero inteiro que, multiplicado por 3 produz 7?...

Mas, para terminar, quero felicital-o ainda por ter supprimido a palavra *somma* que impropriamente designa a addição, quando esta é um resultado e não uma operação; por, para maior utilidade, não se esquecer tambem de apresentar uma razão d'ordem no principio dos capitulos *Numeros fraccionarios*, *Numeros* *decimaes e Systema metrico,* o que tem alto valor pedagogico; pela frequencia de questionarios que não só favorece o interrogatorio dos alumnos, mas tambem recapitula facilmente as materias de que se vai tratando, e ainda pelos numerosissimos exercicios que fazem a sua arithmetica mais volumosa, mas não menos preciosa.

Eu, como todos os professores d'instrucção secundaria, avalio bem os erros de que o seu livro vem desviar o ensino primario, e com tanto maior jubilo quanto reconheço que a mathematica é uma sciencia fundada sempre nos mesmos principios, desde os seus primeiros elementos até ás mais altas theorias, harmonisando-se os seus fundamentos constantemente com as suas mais transcendentes soluções, pelo que é evidente a necessidade de não falsear o espirito das creanças connoções que, por serem as primeiras, ficam perpetua e indelevemente gravadas nos seus espiritos.

Numa palavra: o seu livro vem prestar um relevantissimo serviço aos professores, aos alumnos e a mim proprio que, como pae, não consentirei nunca, em nome do amor com que estremeço os meus filhos, que outra arithmetica me entre em casa, a ensinar erros e futilidades que, mais tarde, têm de repellir como indignos da boa razão, quando lhes não innoculam no pequenino espirito a repugnancia tradicional que, por causa de tantas sandices, existe em quasi todos pelo ensino da mathematica, a sciencia positiva e logica por excellencia.

Porto, 23 de Janeiro de 1901.

Creia-me sempre amigo certo,

João Simões Ferreira Figueirinhas.

ARITHMETICA DAS ESCOLAS PRIMARIAS

CAPITULO I

ESCRIPTA E LEITURA DOS NUMEROS INTEIROS

Formação dos numeros

1—Se o menino Alfredo deseja saber quantos livros possue, que faz?—conta-os.

E querendo certificar-se de quantas janellas tem a sala da aula?—conta-as.

O guardador de gado como verifica que no seu rebanho não falta nenhum animal?—conta.

Contando, reconhece: que tem *cinco* livros; que na sala da aula ha *oito* janellas; e que, finalmente, o guardador vigia *noventa e seis* animaes.

a) **2**—Chama-se *unidade* um dos objectos que se contam.

b) **3**—Um *numero* é a unidade ou a reunião de unidades.

4—Contar é enunciar a serie natural dos numeros.

5—Para se comprehender mais facilmente a formação dos numeros, tomemos por unidade um pequeno animal bem conhecido—o coelho.

O menor de todos os numeros é aquelle que não contém senão a unidade e enuncia-se

um . . . . 

Se á unidade se junta outra unidade, temos um novo numero que se enuncia **dois** 

Reunindo a este numero ainda uma unidade, teremos um novo numero que se enuncia

tres . . . . 

Continuando da mesma forma a reunir sempre uma unidade ao ultimo numero obtido, teremos successivamente outros numeros que se enunciam:

quatro

cinco

seis

sete

oito

nove

dez

c) Formam-se, pois, todos os numeros juntando a unidade a si mesmo, depois a unidade ao numero obtido e assim successivamente.

d) **6** — Deste modo forma-se o que se chama *série natural dos numeros inteiros,* que é illimitada, porque um numero, por maior que seja, pode ser sempre augmentado d'uma unidade.

QUESTIONARIO

a) O que é unidade?

b) O que é numero?

c) Qual é o menor de todos os numeros e como se formam todos os outros?

d) A serie dos numeros é limitada ou illimitada?

Numeração fallada e numeração escripta

7 — Depois de sabermos como se formam os numeros, precisamos aprender a enuncia-los e a escreve-los.

a) **8** — Sendo illimitada a serie dos numeros inteiros, se cada um d'elles tivesse um nome particular para o enunciar e um signal differente para o representar, seriam illimitados os nomes e os signaes o que, por ser impossivel de fixar, deu logar á *numeração.*

A numeração ensina a enunciar e a representar os numeros duma maneira simples.

Divide-se em *numeração fallada e numeração escripta.*

b) **9** — *Numeração fallada* é a que ensina a enunciar, com poucas palavras, todos os numeros que se empregam.

c) **10** — *Numeração escripta* é a que ensina a representar todos os numeros com poucos signaes chamados *algarismos.*

Unidades simples

d) **11** — Os primeiros dez numeros são assim designados:

I	**um**
II	**dois**
III	**tres**
IIII	**quatro**
IIIII	**cinco**
IIIIII	**seis**
IIIIIII	**sete**
IIIIIIII	**oito**
IIIIIIIII	**nove**
IIIIIIIIII	**dez**

e) **12** — Para representar os nove primeiros numeros, imaginaram-se outros tantos signaes particulares.

São elles:

1 ou **um** que vale . . . . . |
2 » **dois** » » . . . . . ||
3 » **tres** » » . . . . . |||
4 » **quatro** » » . . . . . ||||
5 » **cinco** » » . . . . . |||||
6 » **seis** » » . . . . . ||||||
7 » **sete** » » . . . . . |||||||
8 » **oito** » » . . . . . ||||||||
9 » **nove** » » . . . . . |||||||||

QUESTIONARIO

a) Será possivel dar nomes particulares e distinctos a todos os numeros?

b) Qual é o objecto da numeração e como se divide?

c) Que é numeração fallada?

d) Que é numeração escripta?

e) Enuncie os numeros desde um a dez.

f) Como se chamam os signaes que servem para representar os nove primeiros numeros? Diga os seus nomes e escreva-os na ardosia.

EXERCICIOS

1.º — Substitua o traço pelo numero conveniente:
A escola é dirigida por —— professor.
O concelho é administrado por —— administrador.
O exercito é commandado por —— general.

2.º — Substitua os pontos pelo numero conveniente:
Um mais um são . . . .
A palavra pé tem . . . . letras.
Duas maçãs mais uma maçã são . . . . maçãs.
A palavra virtude tem . . . . letras.
A mão tem . . . . dedos.

A semana tem . . . . dias.

As palavras papá e mamã tem cada uma . . . . letras.

3.º — Qual é o numero que se segue immediatamente a 4? — a 7? — a 8? — a 2? — a 5? — a 6?

4.º — Escrever, representando o numero por algarismos: *quatro* arvores; — *duas* laranjas; — *nove* cavallos; — *oito* nozes; — *tres* livros, etc.

Dezenas

13 — Dados os nomes aos primeiros dez numeros, convencionou-se que:

a) — A reunião de dez unidades simples forme uma nova unidade chamada dezena.

b) **14** — Para distinguir as dezenas das unidades simples, diz-se que as dezenas são *unidades de 2.ª ordem* e as unidades simples *unidades de 1.ª ordem.*

Portanto, uma reunião de dez unidades simples chama-se *unidade de 2.ª ordem* ou *dezena.*

Ex.: Ha *dez* dedos nas duas mãos do homem; a palavra Grammatica compõe-se de *uma dezena* de letras. (1)

15 — Representaremos uma dezena por um pequeno circulo, suppondo que elle encerra dez unidades como se vê na figura 1.

Fig. 1

Formam-se novos numeros juntando uma dezena a si mesmo, depois outra dezena ao numero

(1) Para melhor fazer comprehender ás creanças o que seja uma dezena, poderá o professor lançar mão duma

obtido e assim successivamente até *nove* dezenas. Noutros termos: conta-se por dezenas como se conta por unidades simples. E assim obteremos os numeros:

o.	*uma dezena*	ou	**dez**
o o	*duas dezenas*	»	**vinte**
o o o.	*tres* »	»	**trinta**
o o o o.	*quatro* »	»	**quarenta**
o o o o o	*cinco* »	»	**cincoenta**
o o o o o o. . . .	*seis* »	»	**sessenta**
o o o o o o o. . .	*sete* »	»	**setenta**
o o o o o o o o o .	*oito* »	»	**oitenta**
o o o o o o o o o o	*nove* »	»	**noventa**

EXERCICIOS

5.º — Contar por dezenas desde uma até nove.

6.º — Quantas unidades simples são precisas para formar uma dezena?

7.º — Contar as dezenas a partir de nove até uma.

8.º — Quantas dezenas ha em quarenta maçãs? — em oitenta? — em sessenta? — em noventa?

9.º — Que differença existe entre duas dezenas e vinte?

10.º — Quanto é uma dezena mais outra dezena?

11.º — Quantas são dez unidades mais dez unidades

12.º — Quantas unidades simples são precisas para formar tres dezenas?

c) **16.** — Entre dous numeros consecutivos de dezenas, ha nove numeros que se obtém fazendo seguir cada numero de dezenas dos nomes dos nove primeiros numeros.

---

enfiada de 10 espherasinhas, de 10 cubos, de 10 feijões, de 10 conchas, etc.

Numeros compreendidos entre dez e vinte

Os numeros compreendidos entre dez e vinte não se ennunciam da mesma forma como entre quaesquer outras duas dezenas consecutivas.

Assim:

	em vez de	diz-se
o |	dez e um	*onze*
o ||	dez e dois	*doze*
o |||	dez e tres	*treze*
o ||||	dez e quatro	*quatorze*
o |||||	dez e cinco	*quinze*
o ||||||	dez e seis	*dezeseis*
o |||||||	dez e sete	*dezesete*
o |||||||| ...	dez e oito	*dezoito*
o ||||||||| ..	dez e nove	*dezenove*

Numeros compreendidos entre vinte e trinta

o o |	*vinte e um*
o o ||	*vinte e dois*
o o |||	*vinte e tres*
o o ||||	*vinte e quatro*
o o |||||	*vinte e cineo*
o o ||||||	*vinte e seis*
o o |||||||	*vinte e sete*
o o ||||||||	*vinte e oito*
o o ||||||||| . . » . .	*vinte e nove*

Da mesma forma, entre quarenta e cincoenta, temos:

o o o o |	*quarenta e um*
o o o o ||	*quarenta e dois*
o o o o |||	*quarenta e tres*
o o o o ||||	*quarenta e quatro*
o o o o |||||	*quarenta e cinco*
o o o o ||||||	*quarenta e seis*
o o o o ||||||| . . .	*quarenta e sete*
o o o o |||||||| . . .	*quarenta e oito*
o o o o ||||||||| . . .	*quarenta e nove*

EXERCICIOS

13.º — Que differença ha entre quatro dezenas e quarenta?

14.º — Tres dezenas mais uma dezena quantas dezenas são?

15.º — Quantas dezenas ha em trinta laranjas? — em vinte? — em sessenta? — em cincoenta? — em noventa?

16.º — Quantas dezenas d'arvores são precisas para obter o numero vinte? — quarenta?

Numeros compreendidos entre setenta e oitenta

o o o o o o o |	*setenta e um*
o o o o o o o || . . .	*setenta e dois*
o o o o o o o ||| . . .	*setenta e tres*
o o o o o o o |||| . .	*setenta e quatro*
o o o o o o o ||||| . .	*setenta e cinco*
o o o o o o o |||||| . .	*setenta e seis*
o o o o o o o ||||||| .	*setenta e sete*
o o o o o o o |||||||| .	*setenta e oito*
o o o o o o o ||||||||| .	*setenta e nove*

Numeros compreendidos entre oitenta e noventa

o o o o o o o o	`	. . . .`	*oitenta e um*
o o o o o o o o	`		. . . .`	*oitenta e dois*
o o o o o o o o	`			. . .`	*oitenta e tres*
o o o o o o o o	`				. .`	*oitenta e quatro*
o o o o o o o o	`					. .`	*oitenta e cinco*
o o o o o o o o	`						. .`	*oitenta e seis*
o o o o o o o o	`							.`	*oitenta e sete*
o o o o o o o o	`								.`	*oitenta e oito*
o o o o o o o o	`								|`	*oitenta e nove*

QUESTIONARIO

a) — Que é uma dezena?

b) — A que ordem pertencem as unidades? — as dezenas?

c) — Conte por dezenas, desde *uma dezena até nove dezenas ou noventa.*

d) — Quantos numeros ha entre duas dezenas consecutivas? — e como se obtém?

e) — Como se enunciam os numeros compreendidos entre duas dezenas consecutivas? Ex.: entre vinte e trinta, entre trinta e quarenta, entre quarenta e cincoenta?

f) — Ha algumas excepções? — enuncie os numeros entre *dez* e *vinte*.

EXERCICIOS

17.º — Quaes são os numeros compreendidos entre *trinta* e *quarenta?* — entre *quarenta* e *cincoenta?* — entre *cincoenta* e *sessenta?*

18.º — Enunciar os numeros a partir de *trinta* até *cem*.

19.º — Qual é o numero que segue a quarenta e seis? — a cincoenta e nove? — a sessenta e sete? — Etc.

20.º — Que numero é uma dezena de laranjas, mais uma laranja?—Uma dezena e duas laranjas?—Uma dezena e tres laranjas?

21.º—Que numero é duas dezenas de espheras mais uma esphera?—Duas dezenas de espheras mais duas espheras?

22.º—Contar todos os numeros por ordem, desde um a cem e desde cem a um.

Escripta dos numeros desde dez a noventa e nove

a) **17**—Um numero compreendido entre *dez* e noventa e nove contém *unidades* e *dezenas*.

b) O numero das unidades não é superior a nove; pode-se representar este numero por qualquer dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

c) O numero das dezenas não é superior a nove; pode-se representar por qualquer dos mesmos algarismos.

Sendo *sete* dezenas, por exemplo, representa-las-hemos pelo algarismo 7; quando forem *quatro* empregaremos o algarismo 4, e assim successivamente.

d) Surge-nos neste ponto uma difficuldade; como havemos de distinguir o algarismo das dezenas do das unidades?

e) Resolveu-se esta difficuldade convencionando-se que:

Se um algarismo representa unidades, todo o algarismo escripto á sua esquerda representará dezenas.

E assim querendo escrever, por exemplo, o numero *trinta e sete*, que se compõe de *tres dezenas* e *sete unidades*, empregaremos o algarismo 3 para representar as dezenas e o algarismo 7 para exprimir as unidades, tendo o cuidado de collocar o algarismo 3 á esquerda do algarismo 7. D'esta forma obteremos, escrevendo da esquerda para a direita: *37*.

Do exemplo anterior deduziremos a seguinte regra pratica:

f) **18** — *Para se escrever um numero contendo dezenas e unidades, escreve-se primeiro o algarismo das dezenas e á sua direita o das unidades.*

g) **19** — Vejamos agora a maneira de ler ou enunciar um numero de dois algarismos:

1.º — Seja o numero *54*. Este numero contém, segundo a regra precedente, 5 *dezenas* e *4 unidades;* mas 5 dezenas enunciam-se *cincoenta;* o numero dado enunciar-se-ha *cincoenta e quatro.*

2.º — Seja o numero *13*, isto é, uma *dezena* e 3 unidades. Uma dezena enuncia-se *dez;* dever-se-ia dizer dez e tres, mas convencionou-se substituir esta expressão por *treze.*

Pode-se, pois, estabelecer a regra seguinte:

Para **ler** *ou* **enunciar** *um numero de dois algarismos, enuncia-se o algarismo das dezenas e seguidamente o das unidades.*

h) **20** — **Zero.** — Pode succeder que um numero contenha um numero exacto de dezenas: taes são os numeros *dez, vinte, trinta,* etc.

i) — Imaginou-se, para preencher a ordem das unidades, um decimo caracter **0**, chamado **zero** que por si só não tem valor algum.

Assim, para escrever o numero *quarenta* que contém 4 dezenas e nenhuma unidade, empregaremos o algarismo 4 para representar as dezenas e o **0** para occupar o logar das unidades, á direita do 4. O numero escripto será, pois, **40**.

Portanto, os numeros *dez, vinte, trinta, quarenta, cincoenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa,* escrevem-se:

10 20 30 40 50 60 70 80 90

QUESTIONARIO

a)—De que se compõe os numeros compreendidos entre *dez* e *noventa e nove?*

b)—Póde conter mais unidades?—e dezenas?

c)—Que difficuldade se nos offerece?

d)—Que convenção se estabeleceu para resolver esta difficuldade?

e)—Como se escreve um numero formado de dezenas e de unidades?

f)—Como se lê um numero de dois algarismos?

g)—Ha numeros que contém só dezenas?

h)—Que signal se imaginou para preencher o logar das unidades num numero composto só de dezenas?

EXERCICIOS

23.º—Escrever, por meio d'algarismos, os numeros compreendidos entre *dez* e *vinte;*—entre *vinte* e *trinta,* etc.

24.º—Escrever os numeros: *doze, quinze, dezoito,* etc.

25.º—Escrever, por meio d'algarismos: *trinta e nove;* —*quarenta e cinco;*—*setenta e oito.*

26.º—Collocar á direita de 4, successivamente, os algarismos 0, 1, 2... até 9 e lêr os numeros que se obtém.

27.º — Decompor em dezenas e unidades os numeros 38, 46, 53, 74.

28.º — Escrever, por meio d'algarismos, quatro dezenas de espheras; seis dezenas de laranjas, etc.

29.º — Quantas dezenas ha em *oitenta?* — em *trinta?* — em *setenta?*

30.º — Augmentando ao numero 36 uma dezeua, qual é o resultado?

Centenas

a) **21** — Se ao numero *noventa e nove* juntarmos uma unidade simples, obteremos um numero formado de *dez dezenas.*

OOOOOOOOOO

22 — Da mesma maneira que se considera a reunião de dez unidades como uma nova unidade chamada dezena, *convencionou-se* que a reunião de **dez dezenas** *formaria uma nova unidade chamada* **centena** *ou unidade de terceira ordem.*

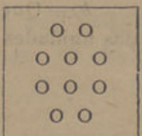


Fig. 2

23 — Representaremos uma centena pela figura □, chamada quadrado, suppondo que nella se contém dez dezenas como se vê da figura 2.

Conta-se por centenas como se conta por

unidades simples ou por dezenas, e assim se obtém os numeros:

b) —

□	*uma centena*	ou	**cem**
□□	*duas centenas*	»	**duzentos**
□□□	*trez* »	»	**trezentos**
□□□□	*quatro* »	»	**quatrocentos**
□□□□□	*cinco* »	»	**quinhentos**
□□□□□□	*seis* »	»	**seiscentos**
□□□□□□□	*sete* »	»	**setecentos**
□□□□□□□□	*oito* »	»	**oitocentos**
□□□□□□□□□ . . .	*nove* »	»	**novecentos**

c) **24** — Entre dois numeros consecutivos de centenas ha noventa e nove numeros que se obtém fazendo seguir cada numero de centenas dos nomes dos noventa e nove primeiros numeros.

Assim, entre cem e duzentos, diz-se:

□| . . . . **cento e um**
□|| . . . . **cento e dois**
. . . .
□○ . . . . **cento e dez**
. . . .
□○○| . . . . **cento vinte e um**
. . . .
□○○○○○○○○○||||||||| **cento noventa e nove**

Entre duzentos e trezentos:

□□| . . . . **duzentos e um**
□□|| . . . . **duzentos e dois**
. . . .
□□○ . . . . **duzentos e dez**
. . . .
□□○○○|||| . . . . . . **duzentos trinta e quatro**
. . . .
□□○○○○○○○○○||||||||| **duzentos noventa e nove**

Chegaremos assim a

□□□□□□□□□□ I . . . . **novecentos e um**
□□□□□□□□□□ I I . . . . . . **novecentos e dois**
. . . .
□□□□□□□□□□○○○○○○○○○ I I I I I I I I I
novecentos noventa e nove

QUESTIONARIO

a)—Que é uma centena?

b)—Conte por centenas desde *uma até nove.*

c)—Quantos numeros ha entre duas centenas consecutivas, e como se obtém?

d)—Como se enunciam os numeros compreendidos entre duas centenas consecutivas?

EXERCICIOS DE CALCULO MENTAL *(a)*

31º—Quantas dezenas tem uma centena?—e unidades?

32.º—Quantas centenas ha em novecentos,—duzentos, — quinhentos, — quatrocentos, — oitocentos, — seiscentos, —setecentos, —cem?

33.º—Contar desde cem até cento e trinta na ordem ascendente, e vice versa.

34.º—Enunciar os numeros entre cem e cento e quarenta, — cento e quarenta e cento e oitenta, — cento e cincoenta e duzentos.

35.º—Enunciar os numeros de duzentos a cento e dez na ordem descendente.

36.º—Que ordem occupam as unidades?—as dezenas? —as centenas?

37.º—As centenas são unidades de . . . . ordem.

(a) Os exercicios de calculo devem ser diarios; e não se passará ao exercicio seguinte sem saber bem o precedente. Não deveremos esquecer que os objectos são o mais poderoso auxiliar no ensino do calculo.

As unidades simples são —— de . . . . ordem.

As dezenas de unidades simples são —— de . . . . ordem.

38.º—As unidades simples quantas vezes são menores do que as dezenas?—do que as centenas?—As dezenas quantas vezes são menores do que as centenas?

39.º—Quantas dezenas tem uma centena?—e unidades?

40.º—Quantas unidades ha em 7 dezenas?—em 26 dezenas?—em 83 dezenas?

41.º—Como se chama a reunião de dez dezenas?

42.º—Quanto é uma centena e uma dezena?—uma centena e duas dezenas?—uma centena e tres dezenas?

43.º—Quantas dezenas ha em trezentos e vinte?—em trezentos e cincoenta?—em duzentos e quarenta?—em cento e oitenta?

Escripta dos numeros desde cem a novecentos noventa e nove

25—Vejamos agora como se escrevem os numeros compreendidos entre *cem* e *novecentos noventa e nove.*

a)— O numero das centenas não é superior a nove; e pode-se representar por qualquer dos algarismos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

b)— Por analogia com o principio estabelecido nas dezenas, *convencionou-se que qualquer algarismo escripto á esquerda doutro que occupa a ordem das dezenas, represente centenas.*

c)—Posto isto, se tivermos o numero **48**, que contem **4** dezenas e **8** unidades, e se escrevermos á esquerda do **4** o algarismo **5**, teremos o numero **548**, no qual o algarismo **5** representa centenas; e o numero assim escripto vale *quinhentos quarenta e oito.*

Supponhamos ainda o numero *setecentos e quatro,* que contem *sete centenas* e *quatro unidades.* Representam-se as centenas pelo algarismo **7**, as dezenas, que faltam, por um *zero,* e as unidades pelo algarismo **4**; assim teremos: **704**.

O numero *quinhentos e oitenta* escreve-se da mesma fórma **580**, ficando o *zero* na ordem das unidades que faltam.

Egualmente, os numeros *cem, duzentos, trezentos... novecentos,* escrevem-se

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900

d) **26** — Regra. *Para se escrever um numero contendo centenas, dezenas e unidades, escreve-se primeiro o algarismo das centenas, á sua direita o das dezenas e á direita deste o das unidades, tendo o cuidado de preencher com zeros as unidades das ordens que faltarem.*

e) **27** — Da mesma forma, *para se ler um numero de tres algarismos, enunciam-se successivamente o algarismo das centenas, o das dezenas e o das unidades que o compõe.*

Assim, o numero 478 contem 4 centenas ou *quatrocentos,* 7 dezenas ou *setenta* e 8 unidades, e enuncia-se *quatrocentos setenta e oito.*

O numero 306 contem 3 centenas e 6 unidades e enuncia-se *trezentos e seis.*

QUESTIONARIO

a) — Qual é o maior numero de centenas contido em um numero?

b) — Que convenção se estabeleceu relativamente ao algarismo das centenas?

c) — Como se escreve um numero compreendido entre *cem* e *novecentos noventa e nove?*

d) — Como se lê um numero de tres algarismos?

EXERCICIOS

44.º — Quantas centenas ha em *trezentos?* — e dezenas?

45.º — Como se enuncia o numero composto de *quatro centenas* e *vinte dezenas?* — o que é formado de *seis centenas, cinco dezenas* e *tres unidades?*

46.º — Qual é o numero formada de *nove dezenas* e *quatro unidades?*

Unidades, dezenas, centenas de mil

a) **28** — Se ao numero *novecentos noventa e nove* juntarmos *uma unidade* simples, obteremos um numero formado de *dez centenas.*

b) — Da mesma maneira que se considera a reunião de dez dezenas como uma nova unidade chamada centena, *convencionou-se* que a reunião de **dez centenas** *formaria uma nova unidade chamada* **unidade de mil** *ou unidade de quarta ordem.*

c) **29** — Convencionou-se contar as **unidades de mil**, desde **mil** até **novecentos noventa e nove mil**, da mesma forma que se contam as unidades simples, desde um até novecentos noventa e nove.

Basta para isso fazer seguir cada unidade de mil dos nomes dos novecentos noventa e nove primeiros numeros.

Desta forma obteremos os numeros:

mil	**dez mil**
dois mil	**onze mil**
. . . .	. . . .
. . . .	**vinte mil**
. . . .	. . . .
nove mil	**noventa e nove mil**

cem mil
cento e um mil
. . . .
duzentos mil
. . . .
novecentos noventa e nove mil

d) **30 — A unidade de mil é unidade de quarta ordem.**

e) — A reunião de dez unidades de mil forma uma unidade de **quinta ordem**, chamada **dezena** de **mil** ou **dez mil**.

f) — A reunião de dez dezenas de mil forma uma unidade de **sexta ordem**, chamada **centena** de **mil** ou **cem mil**.

g) **31** -- Entre dous numeros consecutivos de unidades de mil ha *novecentos noventa e nove numeros* que se obtém fazendo seguir cada numero de unidades de mil dos nomes dos *novecentos noventa e nove* primeiros numeros.

Assim, entre *mil* e *dois mil*, diz-se: **mil e**

um, mil e dois, mil e tres... até **mil novecentos noventa e nove.**

Da mesma forma, entre *dois mil* e *tres mil*, diz-se: **dois mil e um, dois mil e dois...** até **dois mil novecentos noventa e nove.**

E assim successivamente até **novecentos noventa e nove mil novecentos noventa e nove.**

QUESTIONARIO

a) — Que numero se obtem juntando uma unidade a *novecentos noventa e nove?*

b) — Como se chama a reunião de dez centenas?

c) — Como se conta por unidades de mil?

d) — De que ordem são as unidades de mil? — A reunião de dez unidades de mil, que unidade forma e de que ordem? — e de dez dezenas de mil?

e) — Quantos numeros ha entre dous numeros consecutivos de unidades de mil e como se enunciam?

EXERCICIOS

47.º — A *unidade símples* é uma uidade de . . . . ordem; — a *dezena* é unidade de . . . . ordem; — a *centena* é unidade de . . . . ordem; — a unidade de *mil* é unidade de . . . . ordem.

48 º — Quantas centenas são precisas para formar uma unidade de mil? — para formar tres unidades de mil? — para formar sete unidades de mil? — etc.

49.º — Quantas unidades de mil são precisas para formar uma dezena de mil? — nove dezenas de mil?

5o.º — Quantas dezenas de mil tem uma centena de mil?

Escripta dos numeros contendo unidades de mil

a) **32**—Considerando as unidades de mil como unidades simples, pode-se escrever um numero que contenha unidades, dezenas e centenas de mil, como se fosse um numero de tres algarismos exprimindo unidades, dezenas e centenas d'unidades simples. Por exemplo: se um numero contem *trezentas oitenta e seis unidades de mil*, representa-lo-hemos pelo numero 386.

b) **33**—Mas para se não confundirem na escripta d'um numero as unidades de mil com as unidades simples, convencionou-se o seguinte:

Todo o algarismo escripto á esquerda das centenas d'unidades simples, exprime unidades de mil.

Posto isto, se tivermos o numero **485** e se escrevermos á esquerda do **4** o algarismo **7**, teremos o numero **7485**, no qual o algarismo **7** representa unidades de mil; e o numero assim escripto vale *sete mil quatrocentos oitenta e cinco.*

Pode-se, pois, enunciar a seguinte

c) **34**—REGRA. *Para se escrever um numero superior a mil, escreve-se o numero d'unidades de mil como se fossem unidades simples, e á sua direita as centenas, dezenas e unidades simples, preenchendo com zeros as ordens que faltarem.*

Por exemplo: para se escrever o numero *duzentos quarenta e seis mil oitocentos e dezenove*, escreveremos as 246 unidades de mil e á sua direita 819 unidades, o que dá o numero 246819.

Da mesma maneira:

Dezoito mil seiscentos e quatro . .	18604
Quatrocentos mil vinte e sete . . .	400027
Cincoenta mil e seis.	50006
Dois mil	2000
Oitenta mil e seiscentos	80600
Cem mil	100000

d) **35** — REGRA. *Para se ler um numero de quatro, cinco ou seis algarismos, separa-se em duas partes ou duas* **classes,** *uma comprehendendo os tres primeiros algarismos da direita e a outra os que lhe ficam á esquerda. Lê-se primeiro esta ultima como se fosse um numero de unidades simples, dando-lhe a designação de mil, e lê-se em seguida a primeira que representa unidades simples.*

Assim: para se ler o numero 726458, colloca-se um ponto á esquerda do terceiro algarismo a partir da direita (726.458) e diz-se: *setecentos vinte e seis mil quatro centos cincoenta e oito.*

O numero 640.028 enuncia-se *seiscentos quarenta mil vinte e oito unidades.*

QUESTIONARIO

a) Considerando as unidades de mil como unidades simples, como se pode escrever um numero contendo unidades, dezenas e centenas de mil?

b) Que principio se estabeleceu para se não confundirem as unidades de mil com as unidades simples?

c) Enuncie a regra para se escrever um numero superior a mil.

d) Enuncie a regra para se ler um numero de quatro, cinco ou seis algarismos.

EXERCICIOS

51.º — Quantas dezenas ha numa unidade de mil? — numa dezena de mil? — numa centena de mil?

52.º — Quantas centenas ha numa unidade de mil? — numa dezena de mil? — numa centena de mil?

53.º — Conte por unidades de *mil*, desde *mil* a *vinte mil*; desde *quarenta mil* a *noventa mil*.

54.º — Conte por dezenas de mil, desde *dez mil* a *cem mil*.

55.º — Que ordens de unidades ha nos numeros 6425, 18327 e 306908?

Unidades, dezenas, centenas de milhão

a) **36** — Juntando uma unidade a *novecentos noventa e nove mil novecentos noventa e nove*, obtem-se um numero composto de *dez centenas de mil*.

b) **37** — *A reunião de dez centenas de mil forma uma nova unidade chamada* **milhão.**

c) **38** — Da mesma forma que se conta por unidades simples, desde um até novecentos noventa e nove, e por unidades de mil, desde mil até novecentos noventa e nove mil, assim se conta por **milhões,** desde **um milhão** até **novecentos noventa e nove milhões.**

Basta para isso fazer seguir cada unidade de milhão dos nomes dos novecentos noventa e nove mil novecentos noventa e nove primeiros numeros.

um milhão	**dez milhões**
dois milhões	**onze milhões**
. . . .	. . . .
nove milhões	**vinte milhões**
. . . .	**noventa e nove milhões**

cem milhões
cento e um milhões
. . . .
duzentos milhões
novecentos noventa e nove milhões

d) **39**—As **unidades de milhão** são **unidades** de **setima ordem.**

e)—A reunião de dez dezenas de milhão forma **uma unidade de oitava ordem,** que se enuncia **dezena** de **milhão** ou **dez milhões.**

f)—A reunião de dez dezenas de milhão forma **uma unidade** de **nona ordem,** que se enuncia **uma centena** de **milhão** ou **cem milhões.**

g) **40**—Entre dois numeros consecutivos de unidades de milhão ha *novecentos noventa e nove mil novecentos noventa e nove numeros,* que se obtém fazendo seguir cada numero de unidades de milhão dos nomes dos *novecentos noventa e nove mil novecentos noventa e nove* primeiros numeros. E assim teremos:

Um milhão e um, um milhão e dois . . . . um milhão novecentos noventa e nove mil novecentos noventa e nove.

QUESTIONARIO

a) Que numero se obtem juntando uma unidade ao numero *novecentos noventa* e *nove mil novecentos noventa* e *nove?*

b) Como se chama a reunião de dez centenas de mil?

c) Como se conta por milhões?

d) De que ordem são as unidades de milhão?

e) Como se chama a reunião de dez unidades de milhão?

f) Como se chama a reunião de dez dezenas de milhão?

g) Quantos numeros ha entre dois numeros consecutivos de unidades de milhão e como se enunciam?

Escripta dos numeros contendo milhões

a) **41** — Considerando as unidades de milhão como unidades simples, pode-se escrever um numero que contenha unidades, dezenas e centenas de milhão, como se fosse um numero de tres algarismos exprimindo unidades, dezenas e centenas d'unidades simples. Por exemplo, se um numero contem *seiscentos oitenta e nove unidades de milhão,* representa-lo-hemos pelo numero 689.

b) **42** — Mas para se não confundirem na escripta dum numero as unidades de milhão com as unidades simples ou com as unidades de mil, convencionou-se o seguinte:

Todo o algarismo escripto á esquerda das centenas de mil exprime unidades de milhão.

Posto isto, se tivermos o numero **275476**, que contem 2 centenas de mil, 7 dezenas de mil, 5 unidades de mil, 4 centenas, 7 dezenas e 6 unidades simples, e se escrevermos á esquerda do **2** o algarismo **8**, teremos o numero **8275476**, no qual o algarismo **8** representa unidades de milhão; e o numero assim escripto vale *oito milhões duzentos setenta e cinco mil quatrocentos setenta e seis.*

Pode-se, pois, enunciar a seguinte regra:

c) **43** — Regra. *Para se escrever um numero superior a um milhão, escreve-se o numero de unidades de milhão que elle contem como se escreveria um numero d'unidades simples; seguidamente á direita d'este numero de unidades de milhão, escrevem-se successivamente as centenas, dezenas e unidades de mil, depois as centenas, dezenas e unidades simples, tendo o cuidado de preencher com zeros as ordens d'unidades que faltarem.*

Para representar o numero quatrocentos oitenta e seis milhões duzentos setenta e cinco mil quinhentos quarenta e oito, escreveremos:

486275548

d) **44** — Da mesma forma: *para se ler um numero de sete, oito ou nove algarismos, separam-se em classes de tres algarismos a partir da direita; a primeira classe da direita representa unidades simples, a segunda unidades de mil e a terceira milhões, podendo esta ter um, dois ou tres algarismos. Enuncia-se depois successivamente o numero de unidades de milhão, de unidades de mil e de unidades simples.* Exemplo: o numero 74.265.386 enuncia-se 74 milhões 265 mil 386 unidades.

QUESTIONARIO

a) — Considerando as unidades de milhão como unidades simples, como se escreve um numero contendo unidades, dezenas e centenas de milhão?

b) — Qual é a convenção estabelecida para se não confundirem as unidades de milhão com as unidades simples e com as unidades de mil?

c) — Enuncie a regra para se escrever um numero superior a um milhão.

d) — Enuncie a regra para se escrever um numero de sete, oito ou nove algarismos.

EXERCICIOS ESCRIPTOS

56.º — Fazer exprimir aos algarismos 5, 7, 6, 9, 8, 1, 4, 2, 3:

Centenas de unidades simples.
Centenas de mil.
Dezenas de milhão.
Centenas de milhão.
Unidades de mil.
Dezenas de milhão.

57.º — Escrever, por meio de algarismos, os numeros seguintes:

A população de Portugal é pouco mais ou menos de *cinco milhões de habitantes.*

A circumferencia da terra mede *quarenta* milhões de metros.

A superficie de Portugal mede *oitenta o nove mil seis centos vinte e cinco* kilometros quadrados ou *oito milhões novecentos sessenta e dois mil e quinhentos* hectares.

58.º — A *unidade* simples é unidade de 1.ª ordem; — a *dezena* é unidade de . . . . ordem; — a *centena* de . . . . ordem; — a *unidade* de *mil* de. . . . . . ordem; a *dezena* de *mil* de . . . . . ordem; — a *centena* de *mil* de. . . . . ordem; — a *unidade* de *milhão* de . . . . ordem, etc.

59.º — As *centenas* de *mil* são *unidades* de . . . . . ordem; — as *unidades* simples de . . . . ordem; — as *unidades* de *milhão* de . . . . ordem; etc.

Unidades, dezenas, centenas de billião

45 — Juntando uma unidade a *novecentos noventa e nove milhões novecentos noventa e nove* *mil novecentos noventa e nove* obtem-se um numero composto de dez centenas de *milhão.*

46 — *A reunião de dez centenas de milhão forma uma nova unidade chamada* **billião** *ou* **mil milhões.**

47 — O billião é uma unidade de **duodecima ordem.**

48 — Conta-se por unidades de billião como se conta por unidades simples ou por milhões, isto é: desde *um billião a novecentos noventa e nove billiões.*

49 — As **dezenas de billião** são unidades de **decima terceira ordem.**

50 — As **centenas de billião** são unidades de **decima quarta ordem.**

51 — Não ha necessidade de irmos alem na nomenclatura dos numeros; é raro, na pratica, encontrarmos numeros superiores a um billião.

52 — Escrevem-se os billiões dum numero por meio dum numero de tres algarismos, como se escrevem as unidades de milhão, as unidades de mil e as unidades simples.

RESUMO

a) **53** — A reunião de **dez unidades simples** forma **uma dezena**;

A reunião de **dez dezenas d'unidades simples** forma uma centena;

A reunião de **dez centenas d'unidades simples** forma uma unidade de mil;

A reunião de **dez unidades** de mil forma uma dezena de mil.

b) **54**—D'onde: *A reunião de* **dez unidades** *de qualquer ordem vale uma unidade de ordem immediatamente superior.* E vice-versa: **Uma** *unidade de qualquer ordem vale* **dez unidades** *d'ordem immediatamente inferior.*

c) **55**—No numero 75, o algarismo 5 representa unidades, e o algarismo 7, collocado á sua esquerda, representa dezenas.

No numero 260, o algarismo 6 representa dezenas, e o algarismo 2, collocado á esquerda, representa centenas.

O numero 6450735 compõe-se de...

5	unidades simples
30	»
700.	»
50000	»
400000.	»
6000000	»

ou:

5 unidades simples;
3 dezenas;
7 centenas;
5 dezenas de mil;
4 centenas de mil;
6 unidades de milhão:

Os algarismos cinco, tres, sete, etc., têm respectivamente o valor de 5 unidades, 3 dezenas, 7 centenas, etc.

O algarismo 5, que occupa a primeira ordem, vale cinco **unidades simples;** o algarismo 3, que occupa a segunda ordem, vale trez **dezenas** — unidades d'ordem superior; o algarismo 7 que occupa a terceira ordem vale sete **centenas d'unidades simples** ou unidades superiores ás dezenas.

d) **56** — Ha, pois, nos algarismos dois valores: de *figura* ou absoluto e de *posição* ou relativo.

e) **57** — Valor absoluto dum algarismo é o que tem pela sua forma.

f) **58** — Valor relativo é o que tem pelo logar que occupa num numero.

Assim, em 768, o algarismo 6 representa unidades de ordem superior ás do algarismo 8 e o algarismo 7 representa unidades de ordem superior ás do 6; por outras palavras: o algarismo 6 vale *dez* vezes mais do que se estivesse no logar do 8; o algarismo 7, *dez* vezes mais que se estivesse no logar do 6.

g) **59** — D'onde:

Um algarismo collocado á esquerda doutro representa unidades de ordem immediatamente superior a esse outro, ou vale dez vezes mais do que se estivesse no lugar desse outro.

h) **60** — No numero 500, o cinco representa centenas, porque occupa a 3.ª ordem, devido aos dois zeros que estão a sua direita.

i) **61** — O zero serve para indicar em um numero escripto a ordem das unidades que faltam; permitte assim conservar a cada algarismo a ordem das unidades que deve representar.

j) **62** — O systema de numeração tem por base o numero **dez,** por isso se chama *decimal.*

k) **63** — As diversas ordens d'unidades formam **classes d'unidades principaes,** contendo cada uma unidades, dezenas e centenas. São precisas, pois, **mil unidades** d'uma classe para formar **uma unidade de classe** immediatamente superior. E vice-versa; cada unidade classe vale **mil** unidades da classe immediatamente inferior.

A primeira classe é a das **unidades simples**
A segunda classe é a das » **de mil**
A terceira classe é a das » » **milhão**
A quarta classe é a das » » **billião**

4.ª CLASSE *billiões*			3.ª CLASSE *milhões*			2.ª CLASSE *unidades de mil*			1.ª CLASSE *unidades*		
CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
12.ª ordem	11.ª ordem	10.ª ordem	9.ª ordem	8.ª ordem	7.ª ordem	6.ª ordem	5.ª ordem	4.ª ordem	3.ª ordem	2.ª ordem	1.ª ordem

l) **64** — REGRA GERAL PARA ESCREVER UM NUMERO. *1.º Quando o numero enunciado é menor que mil, escrevem-se successivamente, da esquerda para a direita, as centenas, as dezenas e as unidades.*

2.º Se o numero é maior que mil, escrevem-se successivamente as centenas, as dezenas e as unidades de classe, começando pela mais elevada a *partir da esquerda para a direita até á classe das unidades simples, sem esquecer de preencher com zeros as classes ou as ordens que faltarem.*

m) **65** — REGRA GERAL PARA SE LER UM NUMERO. — *1.º Quando o numero dado não tem mais de tres algarismos, enunciam-se successivamente as centenas, as dezenas e as unidades.*

2.º Se o numero dado tem mais de tres algarismos, separam-se com um ponto as classes a partir da direita, podendo a ultima da esquerda ter só um ou dois algarismos. Depois, começando da esquerda, enuncia-se successivamente cada classe com a sua denominação respectiva.

QUESTIONARIO

a) — Qual é o principio fundamental da numeração fallada?

b) — Como se grupam as diversas ordens d'unidades?

c) — Enuncie todas as ordens desde as unidades simples até ás centenas de billião.

d) — Quantos valores têm os algarismos?

e) — Que é algarismo significativo?

f) — Que principio se estabelece para escrever os numeros?

g) — Que é valor absoluto dum algarismo?

h) — Que é valor relativo dum algarismo?

i) — Regra geral para se escrever um numero.

j) — Regra geral para se ler um numero.

EXERCICIOS DE CALCULO MENTAL

60.º — O primeiro algarismo dum numero, partindo da direita para a esquerda, representa . . . .; o 7.º algarismo representa . . . . ; o 9.º representa . . . . ; o 5.º representa . . . . ; o 11.º representa . . . .

61.º — Para exprimir centenas são precisos . . . . algarismos; — para exprimir unidades de milhão são precisos . . . . algarismos; — para unidades de billião . . . . algarismos; — para centenas de milhão . . . . algarismos; — para unidades simples . . . . algarismos; para dezenas de billiões . . . . algarismos.

62.º — Como se chama a primeira classe partindo da direita para a esquerda? — a 3.ª? — a 2.ª? — a 4.ª?

63.º — Quando um algarismo está collocado á direita doutro representa unidades maiores ou menores? Quantas vezes?

64.º — Quantas ordens tem uma classe?

65.º — Porque signal são representadas as unidades que faltam num numero?

66.º — Como se chamam as unidades que estão á *esquerda* e á *direita* dum algarismo collocado na 5.ª ordem? — na 10.ª ordem? — na 8.ª ordem?

67.º — Um zero collocado na 3.ª ordem que unidades substitue? — na 5.ª ordem? — na 9.ª?

68.º — Uma centena de billião vale dez . . . ; uma dezena de billião vale dez . . . ; uma unidade de billião vale dez . . . ; uma centena de milhão vale dez . . . ; uma dezena de milhão vale dez . . . .

69.º — O mesmo exercicio invertendo a ordem.

70.º — Dez unidades valem uma . . . ; dez dezenas valem uma . . . ; dez centenas valem uma . . . ; dez unidades de mil valem uma . . . ; dez dezenas de mil valem uma . . . .

71.º — O mesmo exercicio invertendo a ordem.

72.º — Enunciar todas as ordens de unidades desde as unidades simples até ás centenas de billião e inversamente.

73.º — Quantas dezenas ha numa unidade de mil? — centenas de mil, numa unidade de milhão? — numa unidade de billião? — unidades de mil numa unidade de milhão?

74.º — Qual é o nome da 3.ª ordem da 2.ª classe? — da 4.ª — da 1.ª? — da 3.ª?

75.º — Nos numeros 578346 — 25680 — 349420 — 7895739 — 71314206 quantas centenas ha? — unidades de mil? — dezenas de mil? — centenas de mil? — unidades de milhão?

OPERAÇÕES ARITHMETICAS

CAPITULO I

Addição

a) **66** — *Se o menino Alfredo tiver 5 espheras e lhe juntar mais 3, com quantas espheras fica?*

Para o saber, reune em um só numero todas as unidades contidas em 5 e em 3.

5 espheras e 3 espheras

são 8 espheras

Fez uma operação arithmetica chamada *addição.*

b) **67** — Addição é *a operação pela qual se acha um numero que contem todas as unidades de dous ou mais numeros dados.*

O numero que se acha ou o resultado da operação chama-se *somma* ou *total* e os numeros dados chamam-se *parcellas.*

c) **68** — Natureza da somma. — Achar a somma de dous ou mais numeros é *junta-los* ou *addiciona-los*. Estes numeros, sendo concretos, devem ser da mesma especie e então a somma é da mesma especie que as parcellas. Não se pode juntar numeros de differente especie; por exemplo: 8 homens e 7 dias.

d) **69** — Ha tres casos a considerar na addição dos numeros inteiros: *1.º addição de dous numeros dum só algarismo; 2.º addição de dous numeros, sendo um dum só algarismo e o outro qualquer numero; 3.º addição de quaesquer numeros.*

e) **70** — 1.º CASO. — Para se addicionar, por exemplo, os numeros 7 e 4, lembra naturalmente juntar a 7, contando pelos dedos, as unidades de 4, dizendo: 7 e 1, 8, e 1, 9 e 1, 10 e 1, 11. Logo a somma é 11.

f) **71** — Convem, porém, saber *de cór* a somma de dous numeros dum só algarismo, para que se possa dizer immediatamente: 7 e 4 são 11, o que se escreve:

$$7+4=11$$

e se lê: 7 *mais* 4 é egual a 11.

g) **72** — O signal +, que se lê *mais*, é o signal da addição e colloca-se entre as parcellas.

h) **73** — No quadro seguinte, chamado *taboada da addição*, encontram-se as sommas de dous numeros dum só algarismo.

Taboada da addição

1 e 1, 2	
2 e 1, 3	1 e 2, 3
2 e 2, 4	
3 e 1, 4	1 e 3, 4
3 e 2, 5	2 e 3, 5
3 e 3, 6	
4 e 1, 5	1 e 4, 5
4 e 2, 6	2 e 4, 6
4 e 3, 7	3 e 4, 7
4 e 4, 8	
5 e 1, 6	1 e 5, 6
5 e 2, 7	2 e 5, 7
5 e 3, 8	3 e 5, 8
5 e 4, 9	4 e 5, 9
5 e 5, 10	
6 e 1, 7	1 e 6, 7
6 e 2, 8	2 e 6, 8
6 e 3, 9	3 e 6, 9
6 e 4, 10	4 e 6, 10
6 e 5, 11	5 e 6, 11
6 e 6, 12	

7 e 1, 8	1 e 7, 8
7 e 2, 9	2 e 7, 9
7 e 3, 10	3 e 7, 10
7 e 4, 11	4 e 7, 11
7 e 5, 12	5 e 7, 12
7 e 6, 13	6 e 7, 13
7 e 7, 14	
8 e 1, 9	1 e 8, 9
8 e 2, 10	2 e 8, 10
8 e 3, 11	3 e 8, 11
8 e 4, 12	4 e 8, 12
8 e 5, 13	5 e 8, 13
8 e 6, 14	6 e 8, 14
8 e 7, 15	7 e 8, 15
8 e 8, 16	
9 e 1, 10	1 e 9, 10
9 e 2, 11	2 e 9, 11
9 e 3, 12	3 e 9, 12
9 e 4, 13	4 e 9, 13
9 e 5, 14	5 e 9, 14
9 e 6, 15	6 e 9, 15
9 e 7, 16	7 e 9, 16
9 e 8, 17	8 e 9, 17
9 e 9, 18	

QUESTIONARIO

a) — Enuncie um problema cuja resolução seja reunir as unidades de dois numeros num só.

b) — Que é addição?

c) — Como se chama o resultado d'esta operação? — e os numeros dados?

d) — De que natureza é a somma?

e) — Quantos casos ha a considerar na somma de numeros inteiros?

f) — Enuncie o primeiro caso. — Para se poder addicionar rapidamente que é preciso saber.

g) — Diga a taboada da addição.

EXERCICIOS E CALCULO MENTAL

76.º — Quantas unidades são:

1 e 1	6 e 6	1 e 2	1 e 3	1 e 4	1 e 5	1 e 6	1 e 7	1 e 8	1 e 9
2 e 2	7 e 7	3 e 2	2 e 3	3 e 4	3 e 5	3 e 6	4 e 7	3 e 8	3 e 9
3 e 3	8 e 8	5 e 2	3 e 3	6 e 4	6 e 5	5 e 6	6 e 7	6 e 8	5 e 9
4 e 4	9 e 9	7 e 2	4 e 3	8 e 4	4 e 5	7 e 6	9 e 7	9 e 8	7 e 9
5 e 5		9 e 2	5 e 3	9 e 4	9 e 5	9 e 6	8 e 7	5 e 8	8 e 9 *(a)*

77.º — *Addicionar oralmente e por escripto de cima para baixo e de baixo para cima*

4	7	3	4	3	5	2	5	4	5	6	2	3	4	1	2	2	5	7	4	8
3	2	2	5	6	3	4	2	3	0	2	7	2	0	5	1	4	1	2	1	2
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

78.º — Quantas unidades são precisas juntar a 3 para ter 7? — a 5 para ter 9? — a 2 para ter 8?

6	4	5	3	2	5	4	3	2	3	5	4	9	6	7	2	8
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
8	9	9	8	5	6	7	5	9	6	7	6	9	8	9	7	9

79.º — Luiza tinha 4 maçãs e a mamã deu-lhe mais 3; com quantas maçãs ficou?

80.º — Jorge ganhou 4 bons pontos na 2.ª feira, 2, na 3.ª feira e 5 na 4.ª feira; quantos bons pontos ganhou ao todo?

81.º — Luiza tinha 5 livros e a mamã comprou-lhe mais 7; com quantos livros ficou?

82.º — Quautas unidades são precisas juntar a 3, para ter 6? — a 8, para ter 10? — a 5, para ter 9? — a 6, para ter 10?

(a) Estes exercicios, a principio com objectos, realizam-se depois mentalmente, devendo a creança saber *de cór* o resultado da addição de dois numeros dum só algarismo.

i) **74** — 2.° CASO.— Para se addicionar, por exemplo, os numeros 45 e 4, junta-se o numero 4 ao algarismo 5 das unidades do numero 45 e obtem-se 9 unidades; a somma é, pois, 49. Se, porém, os numeros forem 45 e 7, junta-se 7 ao algarismo 5 das unidades do numero 45 e obtem-se assim 12 unidades, ou duas unidades e uma dezena que, junta ao algarismo 4 das dezenas do numero 45, dá 5 dezenas; a somma pedida, sendo formada de 5 dezenas e 2 unidades, é egual a 52.

Daqui se tira a seguinte

j) **75** — REGRA.—*Para se addicionar a qualquer numero um numero dum só algarismo, juntam-se as unidades deste ás unidades do primeiro numero, tendo-se o cuidado de juntar as dezenas que possam provir desta somma ás dezenas do mesmo numero.*

k) **76** — 3.° CASO. — CASO GERAL.—Sejam, por exemplo, 786,983, 544 e 78 os numeros que se pretende addicionar.

Escrevem-se uns debaixo dos outros, de modo que as unidades da mesma ordem fiquem na mesma columna vertical, e traça-se em seguida uma linha horisontal debaixo da ultima parcella, para a separar da somma. Assim:

$$\begin{array}{r} 876 \\ 983 \\ 544 \\ 78 \\ \hline 2481 \end{array}$$

Feito isto, addicionam-se separadamente os algarismos de cada columna, principiando a operação pela columna da direita, e diremos: 6 e 3, pelo primeiro caso, são 9; e 4, pelo primeiro caso, são 13; e 8, pelo segundo caso, são 21 unidades, ou 1 unidade e 2 dezenas. Escreve-se 1, que representa unidades, debaixo da linha e da columna das unidades e reservam-se as 2 dezenas para se juntar aos algarismos da segunda columna. Passando-se á segunda columna, diremos: 2 dezenas anteriores e 7, são 9; e 8, são 17; e 4, são 21; e 7, são 28; dezenas ou 8 dezenas e 2 centenas. Escreve-se 8, que representa dezenas, debaixo da linha e da columna das dezenas, e reservam-se as 2 centenas para se juntar aos algarismos da terceira columna.

Passando á terceira columna, diremos: 2 centenas anteriores e 8, são 10; e 9, são 19; e 5, são 24 centenas ou 4 centenas e 2 unidades de mil. Escreve-se o 4 que representa centenas, debaixo da linha e da columna das centenas e o 2 á esquerda.

A somma pedida é, pois: 2481.

Do que precede deduz-se a seguinte

l) REGRA. — *Para se addicionar numeros inteiros, escrevem-se uns por baixo dos outros, de modo que as unidades da mesma ordem fiquem na mesma columna vertical; traça-se em seguida uma linha horisontal debaixo da ultima parcella,* *para a separar da somma que se quer obter e que se escreve por baixo.*

Feito isto, addicionam-se os algarismos contidos em cada columna, começando a operação pela direita; se a somma dos algarismos da primeira columna não exceder a 9, escreve-se por baixo da linha e da columna correspondente tal qual se acha; mas se exceder a 9, escreve-se sómente o algarismo das unidades, e reservam-se as dezenas para se juntar aos algarismos da segunda columna, sobre a qual se opera dum modo semelhante.

Continua-se assim até á ultima columna da esquerda, por baixo da qual se escreve a respectiva somma.

77 — FIM DA ADDIÇÃO. — A addição tem por fim achar um *todo* do qual se conhecem as partes.

QUESTIONARIO

a) — Como se acha a somma de qualquer numero com um numero dum só algarismo. — Exemplo:

b) — Como se acha a somma de quaesquer numeros? — exemplo.

c) — Qual é o fim da addição?

EXERCICIOS

83.º — Addicionar os numeros:

13 e 5; 14 e 7; 18 e 9; 74 e 9; 26 e 7; 48 e 5; 54 e 8; 47 e 5.
47 e 30; 24 e 50; 15 e 50; 65 e 30; 32 e 80; 75 e 70.
13 e 13; 15 e 18; 14 e 17; 16 e 12; 19 e 14; 38 e 17; 65 e 24.

84.º —

54	43	31	42	28	82	16	79	28
35	26	54	16	31	17	63	15	26

85.º —

324	675	479	875	376	520
543	228	326	279	428	375

86.º —

2745	4327	6453	3687	2748
8635	286	2796	4563	9635

87.º —

3674	2379	3764	3986
2753	4658	8549	4540
9876	6789	2736	2708
4538	3785	4538	5067

88.º — Antonio tinha 7 bons pontos e ganhou mais dois pela sua boa lição. Com quantos bons pontos ficou?

89.º — Julio tinha seis estampas e a mamã deu-lhe mais duas. Quantas tem agora?

90.º — Luisa tinha tres bonecas e a madrinha deu-lhe mais 5. Quantas bonecas tem?

91.º — Nicolau tinha 4 lapis e deram-lhe 3; quantos lapis tem agora?

92.º — Uma casa tem nove janellas dum lado e 5 do outro; quantas janellas tem?

93.º — Contar de 10 em 10 até 100, e escrever os resultados obtidos.

94.º — Contar de 5 em 5, a partir de 5 até 50, e descendo de 50 até 5; escrever os resultados obtidos.

95.º — Contar até 30 espheras de 3 em 3, a partir de 1, — a partir de 2, — a partir de 3, — e escrever os resultados.

96.º — Victorino colheu 4 maçãs e 4 damascos. Quantos fructos colheu?

97.º — Contar de 3 em 3, a partir de 30, 31 e 32 até 50, e escrever os resultados obtidos.

98.º — Contar espheras em grupos de 4, a partir de 4, — a partir de 1, — a partir de 2, — a partir de 3, até 50, e escrever os resultados.

99.º — Qual é a somma de:

6 e 18 e 4	9 e 13 e 9	6 e 14 e 7
7 e 15 e 9	8 e 18 e 7	8 e 19 e 7

100.º — Uma fruteira vendeu 8 laranjas a um freguez, 15 maçãs a outro e 9 damascos a outro. Quantos fructos vendeu?

101.º — Completar as addições seguintes:

11 = 6 + . . .	18 = 9 + . . .	15 = 9 + . . .
14 = 5 + . . .	11 = 5 + . . .	14 = 8 + . . .

102.º — Juntar successivamente os 9 primeiros numeros a um outro terminado pela unidade:

1 e 2, 3;	11 e 2,...;	21 e 2,...;	91 e 2,....;
1 e 3, 4;	11 e 3,...;	21 e 3,...;	91 e 3,....;
....	....	....	....
1 e 9, 10;	11 e 9,...;	21 e 9,...;	91 e 9,....;

103.º — Os mesmos exercicios com os numeros terminados em 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

104.º — Bernardino tinha 6 bons pontos; ganhou 8 na lição de geographia e 7 na de historia. Com quantos bons pontos ficou?

105.º — Um lavrador tem 16 bois, 8 cavallos e 5 carneiros. Quantos animaes possue?

PROVA DUMA OPERAÇÃO

a) **78** — Os exercicios de calculo são susceptiveis d'engano. Ha sempre necessidade em verificar se a operação está exacta, o que se consegue por meio duma segunda operação, em tal caso denominada *prova*.

b) **79** — PROVA *é, pois, uma segunda operação que se faz para verificar se a primeira está exacta.*

Sendo uma operação, claro é que não existe prova absoluta, pois que tanto a operação primitiva como a que lhe serve de prova podem ser affectadas de erros equivalentes.

c) A prova deve ser, pelo menos, tão facil como a operação a verificar.

d) **80** — PRINCIPIO FUNDAMENTAL. *A ordem das parcellas é arbitraria.*

Tendo, por exemplo, 6 unidades a juntar a 4 unidades, pode-las-iamos dispor assim:

6 unidades		4 unidades
||||||	+	||||

e) Se contarmos os traços a partir da esquerda para a direita, 6+4, a somma é 10. Se os contarmos da direita para a esquerda, 4+6, a somma é de 10, d'onde:

$$6+4=4+6$$

Estabelecido o principio de que a ordem das parcellas é arbitraria, podemos facilmente encontrar a

f) **81** — PROVA DA ADDIÇÃO, *que se obtem fazendo a addição de baixo para cima, se a operação primitiva se fez de cima para baixo e vice-versa.* Encontrando-se resultados eguaes, é provavel que a operação esteja exacta.

E assim:

Na operação	4736 5879 3645 3693	4736 5879 3645 3693	operando em sentido inverso,
encontramos a somma	17953	17953	encontramos resultado egual

E' provavel, pois, que a operação esteja exacta.

QUESTIONARIO

a) — Haverá necessidade em verificar se uma operação está exacta? porque?

b) — Que é prova?

c) — Enuncie o principio fundamental que serve de base á prova da addição.

d) — Como se acha a prova da addição?

EXERCICIOS E CALCULO MENTAL

106.º — Affonso tinha 20 laranjas; colheu mais 30 por uma vez e 40 pela outra. Com quantas laranjas ficou?

107.º — Collocou-se num dos pratos da balança um peso de 50 grammas, um de 20 e um de 10. Qual é o peso total?

108.º — Eduardo tem numa sacca 60 tentos e 200 noutra. Quantos tentos tem?

109.º — Ha 20 soldados numa caserna, 30 noutra e 40 numa terceira. Quantos soldados são?

PROBLEMAS SOBRE A ADDIÇÃO

110.º — Um lavrador recolheu das suas propriedades: 1.º, 875 decalitros de trigo; 2.º, 346 decalitros; 3.º, 89 decalitros; 4.º, 304 decalitros. Qual foi a totalidade da colheita?

111.º — Um lavrador tem 3 rebanhos; um de 236 rezes, outro de 189 e outro de 85. Quantas rezes tem o lavrador?

112.º — Quantos alumnos ha numa classe, se 98 estão doentes, ficando ainda 24?

113.º — Quantas laranjas ha em 4 caixas, tendo a 1.ª 390, a 2.ª, 865, a 3.ª, 240, e a 4.ª, 86?

114.º — Camillo tem 14 annos. Que idade terá, passados 26 annos?

115.º — Qual é o peso total de 5 bois, pezando o 1.º 645 kilogrammas, o 2.º, 436, o 386, o 4.º, 607 e o 5.º, 289 kilogrammas?

116.º — Alberto depositou na caixa economica 815 reis num mez, 710 reis noutro, e 425 no outro. Que quantia tem elle em deposito?

117.º — Que quantia é precisa para pagar a 5 trabalhadores que ganham: o 1.º, 240 reis; o 2.º, 185 reis; o 3.º, 420 reis; o 4.º 260 reis e o 5.º, 150 reis?

118.º — Uma propriedade custou 375$610 reis; necessita de concertos no valor de 11$650 reis. Querendo-se ganhar 854$000 reis, por quanto se deve vender?

119.º — Um vinhateiro tem 4 toneis; o 1.º contem 86 hectolitros de vinho; e 2.º, 145; o 3.º, 96 e o 4.º, 172. Quantos hectolitros são de vinho?

120.º — Um negociante vendeu 3 peças de panno: a 1.ª por 48$750 reis, a 2.ª por 26$500 reis e a 3.ª por 56$975 reis; quanto deve receber?

121.º — Um livro tem 425 paginas, outro 2500 e um 3.º 468. Quantas paginas têm os 3 livros?

122.º — Portugal cahiu no dominio dos hespanhoes em 1580; libertamo-nos passados 60 annos. Em que data foi a restauração?

123.º — Uma pessoa que nasceu em 1896 em que data terá 58 annos.

124.º — O mez de janeiro tem 31 dias, o de fevereiro 28, o de março 31, o de abril 30, o de maio 31, o de junho 30, o de julho 31, o de agosto 31, o de setembro 30, o de outubro 31. Quantos dias têm os 10 mezes?

124.º — Um vaso vasio pesa 675 kilogrammas. Deitando-lhe dentro 5875 grammas d'agua, qual é o peso total?

125.º — Um estudante gastou: em papel 580 reis, em pennas 115 reis, em lapis 45 reis, em tinta 15 reis e em livros 1$640 reis. Quanto gastou ao todo?

126.º — Um regimento de cavallaria compõe-se de 450 cavallos no primeiro esquadrão; 298 no 2.º e 326 no 3.º Quantos cavallos ha no regimento?

127.º — Um individuo percorreu no 1.º dia 16 kilometros, no 2.º, 8, no 3.º, 12 e no 4.º, 5. Quantos kilometros andou nos 4 dias?

128.º — Uma pessoa pagou 365$620 reis a um credor; 520$000 reis a outro e deve ainda 245$670 reis. Quanto devia ao todo?

129.º — Comprei um cavallo por 96$250 reis e uma egua por 63$800 reis. Vendi o cavallo com o lucro de 18$400 reis e a egua, ganhando 10$500 reis. Qual é o preço da venda do cavallo e da egua?

130.º — Comprei um carregamento de vinho por reis 94$735. Paguei de transporte 8$640 reis e de direitos reis 23$260. Por quanto ficou o carregamento de vinho?

131.º — Um lavrador colheu 640 hectolitros de milho, 256 hectolitros de trigo, 188 hectolitros de centeio. Quantos hectolitros colheu de cereaes?

132.º — Um prado produziu no 1.º anno 6545 kilogrammas de forragens, no 2.º, 5480 kilogrammas e no 3.º, 276 kilogrammas. Qual foi a producção em kilogrammas durante os tres annos?

133.º — A cidade de Londres tem pouco mais ou menos 4500000 habitantes; Paris, 2447000; Berlim, 1600000; Vienna, 364000 e Lisboa, 250000. Quantos habitantes ha nestas 5 cidades?

134.º — Um negociante vendeu 380 hectolitros de vinho por 225600 rs.; 140 hectolitros por 96500 rs.; e finalmente 265 hectolitros, por 1965100 rs. Quantos hectolitros vendeu de vinho, e por quanto?

135.º — Uma junta de bois custou 96500 rs. Para os engordar gastou-se em forragens 18600 rs.; aveia 4670 rs. e luzerna 2500 rs; porquanto se ha de vender a junta de bois para não perder?

137.º — Um regimento tem 4 batalhões; no 1.º ha 960 homens, no 2.º 850, no terceiro 765 e no 4.º 638. Quantos homens tem o regimento?

138.º — Sancho tem uma fortuna de 6375000 rs. e Gaspar tem mais 4280000 que Sancho. Qual é a fortuna de Gaspar?

139.º — A guarnição duma praça compõe-se de 5800 infantes, 1600 soldados de cavallaria e 980 de artilheria. De quantos homens se compõe a guarnição?

140.º — Um proprietario gastou na construcção dum predio: na obra de pedreiro 5684000 rs., na de carpinteiro 275000 rs., na de pintor 416510 rs. e em telha, vidros, ferragens, etc., 123000 rs. Quanto gastou na construcção do predio?

141.º — Achar o total da factura seguinte:

Deve o sr. Manoel Rodrigues da Silva & C.ª

Uma porta envidraçada	9675 rs.
Duas mezas de cozinha.	3500 »
Um guarda-vestidos.	29730 »
Um aparador.	24300 »
Total.	

CAPITULO II

Subtracção

a) **82** — *Se o menino Alfredo tiver 8 espheras e der 3 a um dos seus camaradas, com quantas fica?*

Para o saber, tira do numero 8 as unidades do numero 3. Assim:

8 espheras menos 3 espheras

são 5 espheras

Fez uma operação arithmetica chamada *subtracção.*

b) **83** — SUBTRACÇÃO *é a operação pela qual, sendo dados dois numeros, se tiram do maior todas as unidades do menor.*

O numero que se cha ou o resultado da operação chama-se *resto, excesso* ou *differença;* o numero maior chama-se *diminuendo* ou *additivo* e o menor chama-se *diminuidor* ou *subtractivo.*

O diminuendo e o diminuidor são chamados os *dous termos da differença.*

c) **84** — NATUREZA DA DIFFERENÇA OU RESTO. — Achar a differença de dous numeros é *sub-*

trai-los. Estes numeros, sendo concretos, devem ser da mesma especie e então a differença é da mesma especie que o diminuendo ou additivo e o diminuidor ou subtractivo. Não se pode subtrair numeros de differente especie; por exemplo: 5 homens de 8 dias.

d) **85** — Ha dous casos a considerar na subtracção de dous numeros inteiros: 1.º *o diminuidor e o resto são numeros dum só algarismo; 2.º os numeros que se pretende subtrair são quaesquer.*

e) **86** — 1.º CASO.— Para se subtrair, por exemplo, os numeros 7 e 4, lembra naturalmente tirar a 7, contando pelos dedos, as unidades de 4, dizendo: 7 menos 1, 6; menos 1, 5; menos 1, 4; menos 1, 3. Logo o resto é 3.

f) **87** — Convem, porém, saber *de cór* a differença de dous numeros em que o diminuidor e o resto sejam numeros dum só algarismo, para que se possa dizer immediatamente: 7 menos 4 são 3, o que se escreve:

$$7 - 4 = 3$$

e se lê: 7 *menos* 4 é egual a 3.

g) **88** — O signal —, que se lê *menos*, é o signal da subtracção e colloca-se entre o diminuendo, que se escreve primeiro, e o diminuidor que se escreve depois.

No exemplo apresentado, 7 é o *diminuendo,* 4 é o *diminuidor* e 3 o *resto.*

h) **89** — Como 4 mais 3 produz 7, isto é, o *resto* junto ao *diminuidor* produz o *diminuendo,* segue-se que o resto tambem se póde achar procurando o numero que, junto ao diminuidor, produza o diminuendo. Assim:

$$15 - 8 = 7$$

porque 7 é o numero que junto a 8 produz 15. Daqui a necessidade de se saber bem *de cór* a taboada da addição.

E' por isto que a subtracção é considerada operação inversa da addição.

QUESTIONARIO

a) — Enunciar um problema cuja resolução seja subtrair dum numero as unidades doutro.

b) — Que é subtracção?

c) — Como se chama o resultado desta operação? — e os numeros dados? — que é diminuendo ou additivo? — que é diminuidor ou subtractivo?

d) — Que são termos da differença?

e) — De que natureza é o resto?

f) — Quantos casos ha a considerar na substracção de numeros inteiros.

g) — Enuncie o primeiro caso. Para se poder subtrair rapidamente, o que é preciso saber-se?

h) — Qual é o signal da subtracção? — onde se colloca?

i) — Diga a outra fórma de se achar o resto.

EXERCICIOS E CALCULO MENTAL

141.º —

3,	tirados de	7,	restam	....	8,	tirados de	13,	restam	....
4,	» »	9,	»	....	4,	» »	9,	»	....
5,	» »	11,	»	....	8,	» »	15,	»	....
8,	» »	14,	»	....	9,	» »	18,	»	....

142.º — Que differença ha entre 7 e 9? — entre 8 e 11? — entre 6 e 14? — entre 5 e 11? — entre 3 e 7?

143.º — Quantas unidades é preciso juntar-se a 8, para ter 12? — a 6, para ter 14? — a 8, par ter 15? — a 2, para ter 9?

144.º — Faça as subtracções seguintes:

8	4	5	9	6	8	7	5	6	8	3	9	2	6	8	6	3
7	2	3	2	6	4	3	2	2	4	3	1	1	5	3	4	3
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

145.º — Quantas unidades devemos juntar a 5, para ter 8? — a 6, para ter 11? — a 5, para ter 9? — a 2, para ter 7? — a 1, para ter 5? — a 4, para ter 8?

i) **90** — 2.º CASO. — Este caso subdivide-se em dous. I.º — *Subtracção de dous numeros, quando cada algarismo do diminuidor não excede o da mesma ordem no diminuendo.* Sejam, por exemplo, 856 e 435 os numeros que se pretende subtrair.

Escreve-se o menor, 435, que é o diminuidor, debaixo do maior, 856, que é o diminuendo, de modo que as unidades da mesma ordem fiquem na mesma columna vertical, e traça-se em seguida uma linha horisontal debaixo do diminuidor, para o separar do resto. Assim:

$$\begin{array}{r} 856 \\ \underline{435} \\ 421 \end{array}$$

Feito isto, subtrae-se separadamente cada algarismo do diminuidor do seu correspondente no diminuendo, principiando a operação pela columna da direita, e diremos: 6 unidades menos 5 unidades é 1 unidade; escreve-se 1 debaixo da linha e da columna das unidades. Passando á segunda columna, diremos: 5 dezenas menos 3 dezenas são 2 dezenas; escreve-se 2 debaixo da linha e da columna das dezenas. Passando á terceira columna, diremos: 8 centenas menos 4 são 4 centenas; escreve-se 4 debaixo da linha e da columna das centenas.

O resto é, pois: 421.

Na pratica abrevia-se a operação dizendo: 5 para 6, 1; 3 para 5, 2; 4 para 8, 4.

j) **91** — 2.º. — *Subtracção de dous numeros, quando alguns algarismos do diminuidor excedem os da mesma ordem no diminuendo.*

Este caso reduz-se ao anterior, pelo seguinte principio:

k) **92** — PRINCIPIO FUNDAMENTAL. — *O resto duma subtracção não muda de valor quando se junta ou tira o mesmo numero tanto ao diminuendo como ao diminuidor.* Assim, é sabido que

$$17 - 10 = 7$$

Ora, juntando 4 a 17 e a 10, temos os numeros 21 e 14, cuja differença é ainda 7, isto é,

$$21 - 14 = 7$$

l) **93** — Posto isto, sejam, por exemplo, 658 e 479 os numeros que se pretende subtrair. Dispondo os numeros como no caso anterior, attendendo a que o numero 658 tem, como é sabido pela numeração, 6 centenas, 5 dezenas e 8 unidades, e que o numero 479 tem tambem 4 centenas, 7 dezenas e 9 unidades, temos:

658 = 6 cent., 5 dez. e 8 unidades.
479 = 4 cent., 7 dez. e 9 unidades.

Ora, não sendo possivel, pôr definição de subtracção, subtrair 9 unidades de 8 unidades e 7 dezenas de 5 dezenas, temos de preparar os numeros de fórma que a subtracção se possa fazer. Para isso juntam-se 10 unidades, tanto ao diminuendo como ao diminuidor, as quaes se devem juntar aos algarismos 8 e 9 das unidades do diminuendo e do diminuidor; mas, como 10 unidades formam 1 dezena, podemos então juntar 10 unidades ao algarismo 8 do diminuendo, o que dá 18 unidades, e 1 dezena ao algarismo 7 das dezenas do diminuidor, o que dá 8 dezenas. Desta fórma os numeros ficarão assim formados:

658 = 6 cent., 5 dez. e 18 unid.
476 = 4 cent., 8 dez. e 9 unid.

e a subtracção da columna das unidades já se pode fazer. Porém, por definição de subtracção, ainda não é possivel subtrair das 5 dezenas do diminuendo as 8 dezenas do diminuidor, por isso juntam-se 10 dezenas, tanto ao diminuendo como ao diminuidor, as quaes se devem juntar aos algarismos 5 e 8 das dezenas do diminuendo e do diminuidor; mas, como 10 dezenas formam uma centena, podemos juntar 10 dezenas ao algarismo 5 das dezenas do diminuendo, o que dá 15 dezenas, e 1 centena ao algarismo 4 das centenas do diminuidor, o que dá 5 centenas, e assim teremos os numeros em condições de se poder subtrair, como no caso anterior. Teremos, pois:

6 cent.,	15 dez. e	18 unid.
5 cent.,	8 dez. e	9 unid.
1 cent.,	7 dez. e	9 unid. = 179

Na pratica abrevia-se a operação dizendo: 9 para 18, 9; e vae 1 e 7, 8 para 15, 7; e vae 1 e 4, 5 para 6, 1.

Podemos, pois, estabelecer a seguinte

m) **94** — REGRA. — *Para se subtrair dous numeros inteiros, escreve-se o diminuidor debaixo do diminuendo, de modo que as unidades da mesma ordem fiquem na mesma columna vertical; traça-se em seguida uma linha horisontal debaixo do diminuidor, para o separar do resto ou differença que se quer obter e que se escreve por baixo.*

Feito isto, subtrae-se separadamente cada algarismo do diminuidor do seu correspondente no diminuendo, começando a operação pela direita, e escreve-se o resto debaixo da linha e da columna correspondente; mas se algum algarismo do *diminuidor excede o da mesma ordem no diminuendo, junta-se a este dez unidades da ordem que elle representa, acha-se a differença dos dous numeros assim preparados e,—na subtracção parcial seguinte, junta-se uma unidade da sua ordem ao algarismo seguinte do diminuidor.*

Continua-se assim até á ultima columna, por baixo da qual se escreve a respectiva differença.

n) **95**—Fim da subtracção.—A subtracção tem por fim achar a differença entre dous numeros,—ou saber quantas unidades um excede as do outro,—ou ainda quantas unidades faltam a um numero para produzir outro.

QUESTIONARIO

a)—Enuncie o segundo caso da subtracção de numeros inteiros.

b)—Como se acha a differença entre dous numeros quaesquer?

c)—Quantos casos se podem dar? Enuncie-os.

d)—Como se faz a subtracção no primeiro caso?—e no segundo?

e)—Em que principio se funda o segundo caso?

f)—Qual é o modo pratico de abreviar a subtracção?

g)—Enuncie a regra geral da subtracção.

h)—Qual é o fim da subtracção?

EXERCICIOS

146.º—Effectuar de memoria as subtracções seguintes:

9—7; 26—3; 24—5; 37—8; 46—7; 54—3; 82—7;
74—3; 85—9; 46—8; 35—2; 19—3; 27—7; 12—1.

147.º — Effectuar as subtracções seguintes:

640—30; 258—16; 189—64; 76—42; 58—33; 436—19; 268—51; 346—28; 274—160; 389—504; 745—108; 493—302; 2476—124; 483—212; 568—147; 852—48; 646—19; 235—28.

148.º	5006	40523	43020	126048
	—3978	—32684	—21345	—28789
	=....	=.....	=.....	=.....

149.º	54300	43222	73688	46555
	—32685	—24563	—12799	—20099
	=.....	=.....	=.....	=.....

150.º	840700	500007	655555	807014
	—288953	—233449	—249876	—439226
	=......	=......	=......	=......

151.º — Qual é o excesso de 8345723 sobre 349854?
152.º — Quanto resta, tirando 306245 a 896397?

PROBLEMAS ORAES

153.º — Tenho 8 paginas para escrever; escrevendo 3, quantas me faltam ainda?

154.º — Se tivesse 6 nozes mais do que as que possuo, teria 15; quantas nozes tenho?

155.º — Tinha 14 kilometros a percorrer, e andei 4; quantos kilometros me faltam para completar a viagem?

156.º — Um chapeu custou-me 15 tostões; mas só possuo 6; quantos tostões me faltam?

157.º — Carlos terá 14 annos d'aqui por 9 annos; qual é a sua idade actual?

158.º — Camillo tinha 13 bons pontos, mas perdeu 5, por não saber a lição; quantos lhe ficaram?

159.º Comprei 40 litros de vinho para beber durante um mez; havendo bebido já 15 litros, quantos me restam?

PROVAS DA SUBTRACÇÃO

o) **96** — Ha dois meios ou duas formas de verificar com probabilidade se a operação está certa.

p) — Consiste o primeiro meio em se addicionar o diminuidor e o resto, e, se a somma fôr egual ao numero diminuendo, ha probabilidade de que a operação esteja certa.

Assim:

$$\text{na subtracção} \left\{ \begin{array}{r} 68457 \\ \underline{36374} \\ 32083 \end{array} \right.$$

se addicionarmos o numero diminuidor, 36374, com o resto, 32083, encontraremos o numero diminuendo, 68457, isto é:

$$\begin{array}{rl} 68457 & \text{diminuendo} \\ \underline{36374} & \text{diminuidor} \\ \underline{32083} & \text{resto} \\ 68457 & \text{egual ao diminuendo} \end{array}$$

q) — Consiste o segundo meio em subtrair o resto do diminuendo, e, se o novo resto fôr egual ao diminuidor, ha probabilidade de que a operação esteja certa.

Assim:

$$\text{na operação} \left\{ \begin{array}{r} 68457 \\ \underline{36374} \\ 32083 \end{array} \right.$$

se subtrairmos o resto, 32083, do numero diminuendo, 68457, encontramos o numero diminuidor 36374, isto é:

68457 diminuendo
36374 diminuidor
32083 resto
36374 egual ao diminuidor

QUESTIONARIO

a) — Quantas maneiras ha de verificar se a subtracção está certa?

b) — Enuncie o primeiro processo.

c) — Enuncie o segundo.

d) — Qual dos dois numeros devemos encontrar na prova, pelo primeiro processo? — e pelo segundo?

PROBLEMAS SOBRE A SUBTRACÇÃO

160.º — Uma pessoa quer pagar com uma nota de 20000 reis uma divida de 8455 reis; quanto deve receber de troco?

Deve receber a differença entre 20000 e 8455 reis; temos de fazer uma subtracção:

$$\begin{array}{r} 20000 \\ -\ 8455 \\ \hline 11545 \end{array}$$

Resposta: 20000 reis—8455=11545 reis que a pessoa deve receber.

161.º — Um negociante de gado lanigero fez 3 compras de carneiros: na 1.ª, comprou 35; na 2.ª, 28; e na 3.ª, 29. Vendendo 54, quantos carneiros lhe restam?

1.º — Total dos carneiros comprados:

35 + 28 + 29 = 92 carneiros

2.º — Differença entre o total e a venda feita:

92 — 54 = 38 carneiros

Resposta: restam 38 carneiros ao negociante.

162.º — Justino tinha 1230 laranjas e vendeu 890; com quantas ficou ainda?

163.º — Uma pessoa fez dois depositos na caixa economica no valor de 46450 reis, tendo sido o primeiro deposito de 29760 reis; de quanto foi o segundo?

164.º — Um individuo tinha depositado na caixa economica 86320 reis e levantou 40980 reis; quanto lhe ficou ainda em deposito?

165.º — Uma pessoa de 92 annos de edade falleceu em 1896; em que anno nasceu?

166.º — D. Diniz subiu ao throno em 1280 e morreu em 1325; que tempo reinou?

167.º — Um regimento tinha 5684 homens; tendo perdido em um combate 378, a quantos homens ficou reduzido?

168.º — Dois toneis contém, um 625 litros de vinho e outro 398; quantos litros tem um mais do que o outro?

169.º — Dois terrenos medem juntos 765 ares; medindo um 380 ares, qual é a medida do outro?

170.º — Um pae e seu filho têm juntos 138 annos; o pae tem 82, quantos annos tem o filho?

171.º — Quantos annos são decorridos depois de 1385, epocha da subida de D. João I ao throno?

172.º — Um cavallo custou 126350 reis e foi vendido por 147840 reis; quanto se ganhou na venda?

173.º — D. Manoel tinha 52 annos, quando morreu em 1521; em que epocha nasceu?

174.º — Um individuo comprou fazendas no valor de 4675 reis e deu em pagamento uma nota de 5000 reis; quanto tem a receber de troco?

175.º — A somma de dois numeros é 4586, e um desses numeros é 1625; qual é o outro numero?

176.º — Um pae de familia tem hoje 56 annos e tinha 26 quando lhe nasceu o primeiro filho; qual é a edade do filho?

177.º — Dois bois pesaram 1645 kilos; pesando o primeiro 516 kilos; quanto pesou o segundo?

178.º — Uma casa de commercio faz de receita diaria, termo medio, 365670 reis e 125000 de despeza; qual é o lucro diario?

179.º — Um proprietario comprou uma quinta por 2785000 reis e vendeu-a por 2960000 reis; quanto ganhou?

180.º — Uma armada de 25600 homens ficou reduzida a 22785, depois de um combate; quantos homens perdeu?

181.º — Dois operarios fazem juntos 2460 metros d'obra; o primeiro fez 897 metros; quantos metros fez o segundo?

182.º — Uma vasilha cheia de vinho pesa 475 kilogrammas, e vasia pesa 46; qual é o peso do vinho?

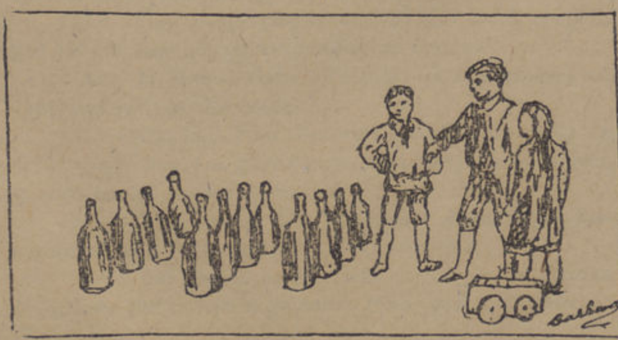
183.º — Que resto se obtem juntando 46 a 765, e subtraindo 568 ao total?

CAPITULO III

Multiplicação

a) **97** — *Se o menino Alfredo, seu irmão Carlos e sua irmã Judith transportar cada um 4 garrafas, quantas garrafas são ao todo?*

Alfredo transporta 4 garrafas; Carlos transporta 4 garrafas e Judith transporta 4 garrafas.



Ao todo são 12 garrafas.

Fizeram uma addição de parcellas eguaes, a qual neste caso, se pode fazer por meio doutra operação mais simples do que a da addição ordinaria.

b) — Essa nova operação chama-se *multiplicação.* A parcella que se repete chama-se *multiplicando;* o numero de vezes que é repetida, *multiplicador* e a somma chama-se *producto.*

O multiplicando e o multiplicador chamam-se *factores do producto.*

Assim, no exemplo precedente, 4 é o multiplicando, 3 o multiplicador, 12 o producto; 4 e 3 são os factores do producto 12, e a operação por meio da qual se acha, neste caso, o producto 12, chama-se *multiplicação.*

c) **98** — MULTIPLICAÇÃO *é a operação que tem por fim repetir um numero, chamado multiplicando, tantas vezes, quantas são as unidades doutro, chamado multiplicador.*

d) **99** — NATUREZA DO PRODUCTO. — Sendo a multiplicação uma addição abreviada, em que o multiplicando se repete tantas vezes como parcella, quantas são as unidades do multiplicador, segue-se que o producto deve vir sempre referido á unidade do multiplicando.

Exemplo: se quizermos multiplicar 15 dias por 7 homens, multiplicaremos 15 por 7, isto é, repetimos 15 sete vezes como parcella; e como a somma vem sempre referida á mesma unidade que as parcellas, e 15 está referido a dias, a somma tinha de vir referida a dias ([1]).

e) **100** — Ha tres casos a considerar na multiplicação de numeros inteiros: *1.º multiplicação de dous numeros dum só algarismo; 2.º multiplicação dum numero qualquer por outro dum só algarismo; 3.º multiplicação de dous numeros quaesquer.*

f) **101** — 1.º CASO. — Para se multiplicar, por exemplo, os numeros 7 e 4, lembra naturalmente addicionar 7, contando pelos dedos, 4 vezes, dizendo: 7 e 7 são 14; e 7, 21; e 7, 28. Logo o producto é 28.

g) **102** — Convém, porém, saber *de cór* o producto de dous numeros dum só algarismo, para que se possa dizer immediatamente: 7 vezes 4 são 28, o que se escreve:

$$7 \times 4 = 28 \text{ ou } 7 \cdot 4 = 28$$

e se lê: 7 vezes 4 é egual a 28.

h) **103** — Os signaes da multiplicação são: $\times$ ou ., que se lêm *multiplicado por* ou mais simplesmente *vezes;* collocam-se entre o multiplicando que se escreve primeiro e o multiplicador que se escreve depois.

No quadro seguinte, chamado *taboada da multiplicação,* encontram-se os productos de dous numeros dum só algarismo.

---

(1) Ha uma excepção que adeante se verá.

Taboada da multiplicação

$1\times1=1$ $1\times2=2$ $1\times3=3$ $1\times4=4$ $1\times5=5$ $1\times6=6$ $1\times7=7$ $1\times8=8$ $1\times9=9$	$2\times1=2$ $2\times2=4$ $2\times3=6$ $2\times4=8$ $2\times5=10$ $2\times6=12$ $2\times7=14$ $2\times8=16$ $2\times9=18$	$3\times1=3$ $3\times2=6$ $3\times3=9$ $3\times4=12$ $3\times5=15$ $3\times6=18$ $3\times7=21$ $3\times8=24$ $3\times9=27$
$4\times1=4$ $4\times2=8$ $4\times3=12$ $4\times4=16$ $4\times5=20$ $4\times6=24$ $4\times7=28$ $4\times8=32$ $4\times9=36$	$5\times1=5$ $5\times2=10$ $5\times3=15$ $5\times4=20$ $5\times5=25$ $5\times6=30$ $5\times7=35$ $5\times8=40$ $5\times9=45$	$6\times1=6$ $6\times2=12$ $6\times3=18$ $6\times4=24$ $6\times5=30$ $6\times6=36$ $6\times7=42$ $6\times8=48$ $6\times9=54$
$7\times1=7$ $7\times2=14$ $7\times3=21$ $7\times4=28$ $7\times5=35$ $7\times6=42$ $7\times7=49$ $7\times8=56$ $7\times9=63$	$8\times1=8$ $8\times2=16$ $8\times3=24$ $8\times4=32$ $8\times5=40$ $8\times6=48$ $8\times7=56$ $8\times8=64$ $8\times9=72$	$9\times1=9$ $9\times2=18$ $9\times3=27$ $9\times4=36$ $9\times5=45$ $9\times6=54$ $9\times7=63$ $9\times8=72$ $9\times9=81$

Observação.—Se o multiplicando ou o multiplicador fôr 0, o producto é tambem 0. Exemplo: ——— $8\times0=0$; e $0\times8=0$.

i) **104** — OBSERVAÇÃO. — Tornar um numero 2, 3, 4, etc. vezes maior é multiplicar este numero por 2, 3, 4, etc.

Exemplo: Torne 5 vezes maior o numero 7. Multiplicando 7 por 5, obtem 35 que é 5 vezes maior do que 7, porque, por definição de multiplicação, é 7 repetido 5 vezes como parcella.

j) **105** — LOCUÇÕES USUAES. — A multiplicação dum numero por 2, 3, 4, 5, 6, 10 e 100 diz-se tambem, respectivamente, *duplicar, triplicar, quadruplicar, quintuplicar, sextuplicar, decuplicar* e *centuplicar* o numero.

QUESTIONARIO

a) — Enuncie um problema cuja solução seja achar a somma de dois ou mais numeros eguaes.

b) — Como se resolve rapidamente a addição de dous ou mais numeros eguaes?

c) — Como se chama a parcella que se repete? — e o numero de vezes que é repetida? — e a somma?

d) — Que é multiplicando? — e multiplicador?

e) — Como se chama o resultado da multiplicação?

f) — Como se chamam no conjuncto os numeros dados?

g) — Que é multiplicação?

h) — De que natureza é o producto?

i) — Quantos casos ha a considerar na multiplicação dos numeros inteiros?

j) — Enuncie o primeiro caso.

k) — Quaes são os signaes da multiplicação e como se lêm?

l) — Para se multiplicar rapidamente, o que é preciso saber-se?

m) — Diga a taboada da multiplicação?

n) — Quando o multiplicando ou o multiplicador fôr um 0, qual é o producto?

o) — Como se torna um numero 2, 3, 4, 5 vezes maior?

p) — Quaes são as *locuções* usuaes empregadas na multiplicação dum numero por 2, 3, 4, 5, 6, 10, 100?

EXERCICIOS

184.º —

$2 \times 2 = \ldots$	$4 \times 6 = \ldots$	$3 \times 7 = \ldots$	$9 \times 4 = \ldots$
$4 \times 7 = \ldots$	$4 \times 8 = \ldots$	$9 \times 3 = \ldots$	$5 \times 9 = \ldots$
$4 \times 3 = \ldots$	$5 \times 5 = \ldots$	$5 \times 8 = \ldots$	$4 \times 9 = \ldots$
$2 \times 9 = \ldots$	$4 \times 4 = \ldots$	$3 \times 8 = \ldots$	$8 \times 6 = \ldots$
$6 \times 3 = \ldots$	$6 \times 9 - \ldots$	$7 \times 5 = \ldots$	$7 \times 4 = \ldots$
$6 \times 8 = \ldots$	$6 \times 7 = \ldots$	$9 \times 5 = \ldots$	$9 \times 9 = \ldots$

185.º — Numa sala ha 7 carteiras, contendo cada uma 6 creanças. Quantas creanças são ao todo?

186.º — Bento estuda 4 linhas dum livro por dia; quantas linhas tem estudado no fim de 6 dias?

187.º — Num jardim ha 6 filas d'arvores, contendo cada uma 8 arvores; quantas arvores são ao todo?

188.º —

$\ldots \times 3 = 15$	$\ldots \times 9 = 63$	$9 \times \ldots = 18$	$4 \times \ldots\ 36$
$\ldots \times 4 = 21$	$\ldots \times 5 = 25$	$4 \times \ldots = 28$	$8 \times \ldots\ 24$
$\ldots \times 6 = 24$	$\ldots \times 9 = 54$	$7 \times \ldots = 42$	$5 \times \ldots\ 40$
$\ldots \times 7 = 35$	$\ldots \times 9 = 72$	$8 \times \ldots = 56$	$3 \times \ldots\ 27$
$\ldots \times 5 = 30$	$\ldots \times 6 = 48$	$3 \times \ldots = 21$	$8 \times \ldots\ 40$
$\ldots \times 9 = 45$	$\ldots \times 9 = 63$	$4 \times \ldots = 32$	$7 \times \ldots\ 56$

189.º — 5 meninos comeram cada um 9 morangos; quantos morangos comeram ao todo?

190.º —

$\ldots \times \ldots = 56$	$\ldots \times \ldots 35$	$\ldots \times \ldots = 72$	$\ldots \times \ldots = 45$
$\ldots \times \ldots = 18$	$\ldots \times \ldots 25$	$\ldots \times \ldots = 18$	$\ldots \times \ldots = 63$

k) **106** — 2.º Caso. — Para se multiplicar, por exemplo, o numero 248 por 6, escreve-se o multiplicador 6 debaixo das unidades do multiplicando, traça-se uma linha horisontal debaixo do multiplicador, para o separar do producto. Assim;

$$\begin{array}{r} 248 \\ 6 \\ \hline 1488 \end{array}$$

e diz-se:

6 vezes 8 são, pelo primeiro caso, 48 unidades ou 8 unidades e 4 dezenas. Escreve-se 8, que representa unidades simples, debaixo da linha e da columna das unidades e reservam-se as 4 dezenas para se juntar ao producto seguinte. Continuando: 6 vezes 4 são 24 dezenas, com mais 4 dezenas anteriores são 28 dezenas ou 8 dezenas e 2 centenas. Escreve-se 8 que representa dezenas, debaixo da linha e do algarismo das dezenas e reservam-se as 2 centenas para se juntar ao producto seguinte. Continuando ainda: 6 vezes 2 são 12 centenas, com mais 2 centenas anteriores são 14 centenas que se escrevem á esquerda do algarismo das dezenas do producto. O producto é pois: 1488.

Daqui tira-se a seguinte

l) **107** — Regra. — *Para se multiplicar qualquer numero por um numero dum só algarismo, escreve-se ordinariamente o multiplicador debaixo do algarismo das unidades do multiplicando, e traça-se uma linha horisontal debaixo do multiplicador,* *para o separar de producto que se quer obter e que se escreve por baixo. Feito isto, multiplica-se successivamente, começando a operação pela direita, cada algarismo do multiplicando pelo multiplicador. Se este producto não exceder a 9, escreve-se tal qual se acha; se exceder, escreve-se sómente o algarismo da direita e reserva-se o da esquerda para se juntar ao producto seguinte.*

m) **108** —3.º CASO. —CASO GERAL.— Sejam, por exemplo, 4872 e 38 os numeros que se pretende multiplicar. Escreve-se o multiplicador 38 debaixo do multiplicando 4872 e traça-se em seguida uma linha horizontal debaixo do multiplicador para o separar do primeiro producto parcial, que se escreve por baixo. Assim;

$$\begin{array}{r} 4872 \\ 38 \\ \hline 38976 \\ 14616 \\ \hline 185136 \end{array}$$

Feito isto, multiplica-se successivamente, começando a operação pela direita, cada algarismo do multiplicando, pelo algarismo das unidades do multiplicador, como no segundo caso e obtem-se 38976, que é o primeiro producto parcial; depois pelo algarismo das dezenas como se fossem unidades simples e obtem-se 14616, que é o segundo producto parcial; e assim até final, devendo cada producto parcial que se vae obtendo começar a escrever-se de fórma que o seu primeiro algarismo da direita fique debaixo do algarismo do multiplicador, que o produziu.

Addicionam-se todos os productos parciaes obtidos e a somma 185136 é o *producto total*, ou simplesmente *producto*.

Daqui tira-se a seguinte

n) **109** — REGRA. — *Para se multiplicar numeros inteiros, escreve-se ordinariamente o multiplicador debaixo do multiplicando, de fórma que as unidades da mesma ordem fiquem na mesma columna vertical, e traça-se em seguida uma linha horizontal debaixo do multiplicador, para o separar do primeiro producto parcial, que se escreve por baixo.*

Feito isto, multiplica-se successivamente, começando a operação pela direita, cada algarismo do multiplicando pelo algarismo das unidades do multiplicador, depois pelo algarismo das dezenas como se fosse d'unidades simples e assim successivamente, tendo o cuidado de começar a escrever cada producto parcial, que se vae obtendo, de fórma que o seu primeiro algarismo da direita fique debaixo do algarismo do multiplicador que o produziu. Addicionam-se depois todos os productos parciaes obtidos e a somma é o producto que se procurava.

o) **110** — CASOS PARTICULARES. — 1.º Se o multiplicando é qualquer numero e o multiplicador é a unidade seguida de um ou mais zeros, por exemplo, 843 vezes 100, escrevem-se os dous zeros á direita de 845, o que dá 84300. Desta fórma, cada algarismo significativo do numero 84300 fica representando, em virtude do principio da numeração escripta, unidades 100 vezes maiores do que as que representava em 843.

p) **111** — Regra. — *Para se multiplicar qualquer numero por 10, 100, 1000, etc., basta escrever-se á sua direita um, dois, tres, etc., zeros.*

q) **112** — 2.º — Se os dois factores ou só um delles terminam em um ou mais zeros, por exemplo 4800 vezes 260, acha-se o producto de 48 por 26, que dá 1248, e faz-se seguir este producto de 3 zeros, e assim se obtem 1248000, producto pedido.

Daqui tira-se a seguinte

r) **113** — Regra. — *Para se multiplicar dois numeros, ambos terminados em zeros ou só um delles, multiplicam-se os dois numeros que ficariam, se lhes supprimissimos os zeros, e faz-se seguir o producto obtido de tantos zeros quantos houver em cada um dos dous factores.*

s) **114** — Observação i. — Se no multiplicador houver um ou mais zeros intercalados, como por exemplo em 2468 vezes 306, obtém-se os productos do multiplicando pelos algarismos 6 e 3 do multiplicador, como no 3.º caso, sem nos importarmos do zero, não esquecendo começar-se a escrever o producto do multiplicando por 3 debaixo da mesma columna do 3. Addicionados os dois productos, encontramos 755208, producto procurado. Assim;

$$\begin{array}{r} 2468 \\ 306 \\ \hline 14808 \\ 7404 \\ \hline 755208 \end{array}$$

Daqui tira-se a seguinte

t) **115** — REGRA. — *Para se multiplicar dois numeros, havendo zeros intercalados no multiplicador, multiplica-se todo o multiplicando por cada um dos algarismos significativos do multiplicador sem fazer caso dos zeros, e não esquecendo começar-se a escrever o primeiro algarismo de cada producto parcial debaixo da columna do algarismo do multiplicador que o produziu. Addicionam-se os productos parciaes obtidos, e a somma é o producto.*

u) **116** — FIM DA MULTIPLICAÇÃO. — O principal fim da multiplicação é achar o valor de muitos objectos ou unidades, quando se conhecer o valor duma dellas.

Exemplos: 1.º *Se um metro de fazenda custa 3750 reis, quanto custarão 8 metros?*

Aqui, o valor duma unidade, que é 1 metro de fazenda, é 3750 reis; o valor de 8 metros, isto é, de todas as unidades, será: $3750 \times 8 = 30000$ reis.

2.º — *Um livro tem 400 paginas e cada pagina tem 32 linhas; quantas linhas tem o livro?*

Aqui, o valor duma unidade, que é o numero de linhas que tem uma pagina do livro, é 32 linhas; o valor de 400 paginas, isto é, de todas as unidades, será: $32 \times 400 = 12800$ linhas. O livro terá, pois, 12800 linhas.

QUESTIONARIO

a) — Como se torna um numero 2, 3, 4, 5 vezes maior?

b) — Quaes são as locuções usuaes na multiplicação?

c) — Enuncie o segundo caso da multiplicação de numeros inteiros.

d) — Qual é a regra da multiplicação de qualquer numero por outro dum só algarismo?

e) — Enuncie o terceiro caso da multiplicação de numeros inteiros.

f) — Qual é a regra geral da multiplicação de numeros inteiros?

g) — Casos particulares da multiplicação de numeros inteiros. Enuncie o primeiro; — enuncie o segundo.

h) — Como se multiplica qualquer numero por 10, 100, 1000, etc.?

i) — Como se multiplicam dous numeros, se ambos terminam em zeros ou só um delles?

j) — Como se multiplicam dous numeros, se no multiplicador houver zeros intercalados?

k) — Qual é o fim da multiplicação?

EXERCICIOS

191.º —

$49767 \times 2 = \ldots$	$346789 \times 8 = \ldots$	$769847 \times 3 = \ldots$
$87965 \times 4 = \ldots$	$396875 \times 9 = \ldots$	$78796 \times 6 = \ldots$
$48765 \times 5 = \ldots$	$97486 \times 2 = \ldots$	$487965 \times 7 = \ldots$
$579864 \times 6 = \ldots$	$867984 \times 4 = \ldots$	$347567 \times 9 = \ldots$
$2467 \times 10 = \ldots$	$8753 \times 100 = \ldots$	$54638 \times 1000 = \ldots$
$6000 \times 8 = \ldots$	$900 \times 7 = \ldots$	$30000 \times 5 = \ldots$

192.º —

2745 × 489 = ...	35600 × 2400 = ...
8763 × 704 = ...	75968 × 3600 = ...
65007 × 8006 = ...	48000 × 3678 = ...
33476 × 4853 = ...	75083 × 2659 = ...

PROBLEMAS

193.º — Um tecelão faz 5 metros d'obra por dia, e trabalha 344 dias por anno; quantos metros faz em um anno?

194.º — Um lavrador possue 28 hectares de vinha, cada um dos quaes lhe produz 9 hectolitros de vinho; qual é a colheita total?

195.º — Quanto pesa o algodão contido num carregamento de 65 fardos, pesando cada um 6 kilogrammas?

v) **117** — PRINCIPIO FUNDAMENTAL. — *A ordem dos factores é arbitraria.* Assim, o producto de 4 × 6, que é 24, é o mesmo que o poducto de 6 × 4, que é tambem 24.

Senão vejamos: Temos, por exemplo, 6 filas de 4 traços cada uma, assim dispostos:

Contando os traços de cada fila, vê-se que cada uma tem 4 e, como o numero de filas é 6, será o numero total dos traços:

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$
$$\text{ou } 4 \times 6 = 24$$

Dando-lhes esta disposição:

$$\begin{array}{cccccc} | & | & | & | & | & | \\ | & | & | & | & | & | \\ | & | & | & | & | & | \\ | & | & | & | & | & | \end{array}$$

e contando, da mesma fórma, os traços de cada fila, vê-se que cada uma tem 6 e, como o numero de filas é 4, será o numero total dos traços:

$$6+6+6+6 \text{ ou } 6\times 4=24$$

Logo $$4\times 6=6\times 4$$

x) **118** — OBSERVAÇÃO I. — Em virtude deste principio, pode-se, na multiplicação de dois numeros, mudar o multiplicando para multiplicador, se, com esta mudança, a operação se tornar mais facil. Porém, como o producto é da mesma natureza que o multiplicando, não se deve esquecer de referir o producto á unidade a que o numero que devia servir de multiplicando está referido.

Exemplo: Se se quizer multiplicar 35 reis por 287 dias, em que 35 é o multiplicando e 287 o multiplicador, devendo então o producto vir referido a reis, que é a unidade do multiplicando, multiplica-se antes, por ser mais facil, 287 por 35, dando-se ao producto 10045 a unidade reis.

y) **119** — OBSERVAÇÃO II. — E' em virtude do mesmo principio que o producto dum numero dum só algarismo por um numero de dois ou mais algarismos se reduz ao segundo caso da multiplicação. Assim, multiplicar 9 por 875 é o mesmo que multiplicar 875 por 9, isto é,

$$9 \times 875 = 875 \times 9 = 7875$$

Prova da multiplicação

120 — Estabelecido o principio de que a ordem dos factores é arbitraria, podemos facilmente encontrar a

z) **121** — PROVA DA MULTIPLICAÇÃO, *que se obtem invertendo a ordem aos factores e operando novamente.* Encontrando-se resultados eguaes, é provavel que a operação esteja exacta.

Assim:

$$\text{Na operação}\left\{\begin{array}{r} 2345 \\ \underline{467} \\ 16415 \\ 14070 \\ \underline{9380} \end{array}\right.$$

encontramos o producto.......... 1095115

$$\left.\begin{array}{r} 467 \\ \underline{2345} \\ 2335 \\ 1868 \\ 1401 \\ \underline{934} \end{array}\right\}\text{Operando depois de inverter os factores,}$$

1095115 encontramos resultado egual.

Deste modo se pode calcular com probabilidade que a operação esteja certa.

QUESTIONARIO

a) — Enuncie o principio fundamental da multiplicação. — Como se demonstra praticamente?

b) — Que simplificações se podem obter na multiplicação, em virtude deste principio?

c) — Na multiplicação de dous numeros, podemos mudar o multiplicando para multiplicador e vice-versa?

d) — A que caso se reduz achar o producto dum numero dum só algarismo por outro de dous ou mais algarismos?

e) — Em que principio se baseia a prova da multiplicação?

f) — Qual é a regra para se achar a prova da multiplicação?

PROBLEMAS SOBRE A MULTIPLICAÇÃO

196.º — O anno tem 365 dias e o dia 24 horas. Quantas horas tem o anno?

Se um dia tem 24 horas, 365 dias (ou um anno) tem 365 vezes mais, ou

$$24 \times 365 = 8760 \text{ horas} \qquad \begin{array}{r} 365 \\ \underline{24} \\ 1460 \\ \underline{730} \\ 8760 \end{array}$$

Resposta: 8760 horas.

197.º — Um individuo trabalha 6 horas por dia. Quantas horas trabalha em 35 dias?

198.º — Qual é o numero de laranjas contido em 9 caixas, tendo cada uma 416?

199.º — Quantos dias ha em 29 semanas?

200.º — Um livro tem 468 paginas, cada pagina 28 linhas. Quantas linhas tem o livro?

201.º — Tornar 247 vezes maior o numero 6825.

202.º — Um negociante dispende 3720 reis por dia, para pagar aos seus empregados. Quanto dispende por semana? E por mez? E por anno?

203.º — Numa freguezia ha 1245 habitantes. Quanto gastam annualmente para se alimentar, se a despeza media é de 36860 reis por habitante?

204.º — Num comboio de caminho de ferro ha 26 wagons; transportando cada um 5680 kilogrammas de mercadorias, qual é o peso total das mercadorias?

205.º — Quanto ganha por anno um operario, trabalhando 296 dias, a 350 reis por dia?

206.º — Qual é o numero 60 vezes maior que 7645?

207.º — Qual é o comprimento de 426 meadas de fio de ferro, medindo cada uma 25 metros?

208.º — Um terreno está plantado de oliveiras; ha 36 filas, tendo cada uma 68 arvores. Qual é o numero de oliveiras?

209.º — 24 operarios precisam 26 dias para fazer uma obra. Quantos dias gasta um operario, para fazer elle só a mesma obra?

210.º — Uma armada compõe-se de 28 navios, e transporta cada um 960 homens. Qual é o effectivo desta armada?

211.º — Uma peça de panno mede 48 metros; quantos metros tem 27 peças de egual comprimento?

212.º — Um negociante vendeu 246 hectolitros de vinho a 12350 reis cada hectolitro. Quanto apurou na venda?

213.º — O som percorre 340 metros por segundo. Contando-se 26 segundos entre a apparição do relampago e o ruido do trovão, a que distancia está de nós a trovoada?

CAPITULO IV

Divisão

a) **122** —*Supponha o menino Alfredo que tem 12 espheras para repartir por 4 pessoas, de modo que cada uma fique com o mesmo numero de espheras; quantas espheras terá a dar a cada pessoa?*

Como não sabe ainda quantas espheras tem de dar a cada pessoa, faz naturalmente a repartição do seguinte modo: dá uma esphera a cada pessoa, isto é, dá 4 espheras de 12 que tinha e ficam-lhe ainda 12 — 4 ou 8 para repartir.

Faz nova distribuição de espheras, dando uma a cada pessoa, isto é, 4 espheras das 8 com que tinha ficado e ficam-lhe ainda 8 — 4 ou 4 para repartir.

Faz, finalmente, uma outra distribuição de espheras, dando uma a cada pessoa, isto é, dando 4 espheras das 4 com que tinha ficado e fica sem espheras.

A repartição está então terminada. Contando depois o numero de espheras com que ficou cada pessoa, vê que foi 3; cada pessoa ficou, pois, com tantas espheras, quantas foram as distribuições ou as subtracções que fez.

O numero de subtracções feitas é egual ao numero de vezes que 12 contem 4. Logo, para saber quantas vezes 12 contem 4 teve de fazer 3 subtracções, nas quaes o diminuidor era sempre o mesmo. Porém, esta serie de subtracções, que seria muito longa, se o diminuendo fosse muito grande e o diminuidor pequeno, pode substituir-se por uma nova operação que dá immediatamente quantas vezes 12 contem 4, isto é, o numero maior contem o menor.

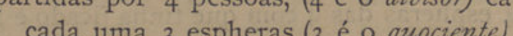
b) — Essa nova operação chama-se *divisão.*

O numero maior chama-se *dividendo,* o menor *divisor,* o numero de subtracções que se pode fazer e que indica quantas vezes o maior contem o menor chama-se *quociente,* e o resto da ultima subtracção *resto da divisão.*

O dividendo e o divisor chamam-se *os dous termos* da divisão.

Assim: 12 espheras, (12 é o *dividendo)*

repartidas por 4 pessoas, (4 é o *divisor)* cabe a cada uma 3 espheras (3 é o *quociente)*



e não fica nenhuma ou o resto da divisão é *zero.*

12 e 3 são os termos da divisão e a operação por meio da qual se acha, neste caso, o quociente 3 é a divisão.

c) **123** — DIVISÃO *é a operação que tem por fim* *achar um numero, chamado* **quociente,** *que indica quantas vezes um numero, chamado* **dividendo,** *contem outro, chamado* **divisor.**

Assim, achar quantas vezes 15 contem 5 é achar o quociente da divisão de 15 por 5 ou achar um numero que, multiplicando-se 5 por elle, o producto seja 15. Na pratica diz-se: em 15 quantas vezes ha 5? Sabe-se pela taboada da multiplicação que esse numero é 3, porque 5×3 é egual a 15; 3 é, pois, o quociente da divisão de 15 por 5.

d) **124**—Nem sempre, porém, se fazem divisões em que o dividendo contenha o divisor um numero exacto de vezes. Assim:

e) **125**—*Supponha o menino Alfredo que tem 11 espheras para repartir por 4 pessoas, de modo que cada uma fique com o mesmo numero de espheras; quantas terá de dar a cada pessoa?*

Fazendo a distribuição, como a indicada no primeiro exemplo, vê que, feitas 2 distribuições, ainda lhe ficam 3 espheras para repartir; isto é, tirando 4 a 11 e depois 4 ao resto 7, obtem nesta ultima subtracção o resto 3, do qual já não pode tirar 4, por definição de subtracção. Conclue, pois, que 11 contem 4 duas vezes e que o não pode conter 3 vezes, porque 4×3 é 12, numero maior do que 11.

Assim: 11 espheras, (11 é o *dividendo*)

repartidas por 4 pessoas (4 é o *divisor*), cabe a cada uma 2 espheras (2 é o *quociente*)

e ficam 3 para repartir (3 é o *resto*).

O quociente não indica aqui quantas vezes o dividendo contem o divisor, mas sim o maior numero de vezes que o dividendo contem o divisor.

Daqui o definir-se tambem

f) **126** — DIVISÃO *é a operação que tem por fim achar um numero, chamado* **quociente**, *que indica o maior numero de vezes que um numero, chamado* **dividendo**, *contem outro, chamado* **divisor**.

Assim, achar quantas vezes 17 contem 5 é achar o quociente da divisão de 17 por 5, ou achar um numero que, multiplicando-se 5 por elle, o producto seja 17. Porém, como se vê pela taboada, não ha numero inteiro que, multiplicando-se 5 por elle, o producto seja 17; logo a divisão, neste caso, limita-se a achar o maior numero inteiro que, sendo multiplicado por 5, dê um producto que diffira de 17 em menos de 5 unidades. Esse numero é 3. Não pode ser 4, porque 5×4 é 20, numero maior do que 17.

Logo 3 é o *quociente inteiro* de 17 por 5 e 2 o resto da divisão.

g) **127** — Vê-se, pois, que na divisão, quanto ao valor do resto, podem dar-se dois casos: 1.º *o dividendo contem o divisor um numero exacto de vezes*, sendo então *zero* o resto da divisão;

2.° *o dividendo não contem o divisor um numero exacto de vezes,* havendo então *resto* na divisão.

h) **128** — No primeiro caso, a divisão chama-se *exacta* e então o *dividendo é egual ao divisor multiplicado pelo quociente.*

i) **129** — No segundo caso, a divisão chama-se *inexacta* e então *o dividendo é egual ao divisor multiplicado pelo quociente, mais o resto.*

j) **130** — O *resto,* que deve ser sempre menor do que o divisor, *é a differença entre o dividendo e o producto do divisor pelo quociente.* Se em alguma divisão, o resto fôr maior do que o divisor, o algarismo do quociente é menor do que deve ser.

k) **131** — NUMERO D'ALGARISMOS DO QUOCIENTE.—Sabe-se sempre qual é o numero d'algarismos do divisor, porque o divisor é dado; mas não se sabe o numero d'algarismos do quociente, porque é o numero que se procura. Pode-se, comtudo, determinar antes de se fazer a divisão.

Assim, supponhamos que se quer saber, sem se fazer a divisão, o numero d'algarismos do quociente de 847 por 35. Para isso imagine-se escripto á direita do divisor um zero e tem-se 350, que é menor do que o dividendo; imaginando-se escriptos dous, tem-se 3500, numero maior do que o dividendo. O quociente, deve, pois, ter dous algarismos.

l) **132** — Logo, *o numero d'algarismos do quociente inteiro da divisão de dous numeros é egual ao menor numero de zeros que é necessario escrever á direita do divisor para se ter um numero superior ao dividendo.*

m) **133** — Ha tres casos a considerar na divisão dos numeros inteiros: 1.º *o divisor e o quociente têm um só algarismo;* 2.º *o divisor é qualquer e o quociente tem um algarismo;* 3.º *o divisor e o quociente são quaesquer.*

n) **134** — 1.º Caso.— Seja, por exemplo, 58 o numero que se quer dividir por 9. O quociente tem um só algarismo, porque imaginando-se um zero á direita de 9, tem-se o numero 90, que é maior do que o dividendo 58. Para se achar, pois, o quociente, deve-se procurar um numero dum algarismo que, multiplicado por 9, dê 58, ou, se o não houver, o maior numero inteiro dum algarismo, cujo producto por 4 possa subtrair-se de 58. Basta para isto saber-se bem *de cór* a taboada da multiplicação, que é tambem a da divisão.

Ora o maior producto da taboada da multiplicação, do qual um dos factores é 9, e que possa subtrair-se de 58, é 54, sendo o outro factor 6.

O quociente é, pois, 6 e o resto é 58—54=4.

Na pratica diz-se: em 58 quantas vezes ha 9? Ha 6 vezes. Logo o quociente é 6 e o resto 4.

o) — O signal da divisão é representado por dous pontos (:), que se lêm *dividido por* e collocam-se entre o dividendo, que se escreve primeiro, e o divisor que se escreve depois. Assim:

$$28 : 7 = 4$$

lê-se: 28, dividido por 7, é egual a 4.

28 é o dividendo, 7 o divisor e 4 o quociente. O resto é zero.

p) **135** — Observação. — Tornar um numero 2, 3, 4, etc. vezes menor é dividir este numero por 2, 3, 4, etc.

q) **136** — Locuções usuaes. — A divisão dum numero por 2, 3, 4, 5, etc., diz-se, respectivamente, tomar *metade*, a *terça*, a *quarta*, a *quinta*, etc. partes do numero.

QUESTIONARIO

a) — Enuncie um problema cuja solução seja achar o quociente de dous numeros sem deixar resto.

b) — Como se procede para repartir egualmente as unidades do numero que se quer dividir?

c) — Como se chama a operação feita?

d) — Como se chama o numero maior? — e o numero menor? — e o numero que indica quantas vezes o maior contem o menor?

e) — Que é dividendo? — que é divisor?

f) — Como se chama o resultado da operação?

g) — Como se chamam no conjuncto os numeros dados?

h) — Que é divisão?

i) — O dividendo contem sempre o divisor um numero exacto de vezes?

j) — Enuncie um problema em que o dividendo não contenha o divisor um numero exacto da vezes.

k) — Neste caso, o quociente que indica?

l) — O que é resto da divisão?

m) — O que é divisão, considerando o caso do dividendo não conter o divisor um numero exacto de vezes?

n) — Quanto ao valor do resto, que casos se podem dar na divisão? — Quaes são? — Enuncie-os.

o) — Como se chama a divisão no primeiro caso? — e no segundo?

p) — A que é egual o dividendo no primeiro caso? — e no segundo?

q) — O resto pode ser egual ou maior do què o divisor? — Se o fôr, o algarismo do quociente está bem achado?

r) — Como se verifica qual o numero d'algarismos que deve ter o quociente? — Enuncie a regra.

s) — Quantos casos ha a considerar na divisão?

t) — Enuncie o primeiro caso.

u) — Qual é o signal da divisão e como se lê?

v) — O que é tornar um numero 2, 3, 4, etc., vezes menor?

x) — Quaes são as *locuções usuaes*, empregadas na divisão dum numero por 2, 3, 4, 5, etc.?

EXERCICIOS

214.º — 6 : 2 = 3. Diz-se: 6 contem 2, 3 vezes, etc.

8 : 2 = ...	24 : 4 = ...	8 : 4 = ...	56 : 8 = ...
12 : 2 = ...	32 : 4 = ...	48 : 6 = ...	18 : 6 = ...
4 : 2 = ...	12 : 6 = ...	40 : 5 = ...	27 : 9 = ...
14 : 2 = ...	42 : 6 = ...	42 : 7 = ...	30 : 5 = ...
10 : 2 = ...	24 : 6 = ...	56 : 7 = ...	48 : 8 = ...
36 : 4 = ...	18 : 3 = ...	21 : 7 = ...	45 : 5 = ...
28 : 4 = ...,	15 : 3 = ...	21 : 3 = ...	63 : 7 = ...
12 : 4 = ...	9 : 3 = ...	12 : 3 = ...	35 : 7 = ...
20 : 4 = ...	35 : 5 = .:::.	9 : 3 = ...	27 : 9 = ...

215.º — 8 creanças repartiram entre si 56 morangos: quantos morangos pertenceram a cada uma?

216.º — Julio ganhou 63 bons pontos em 7 dias; quantos bons pontos ganhou por dia?

217.º — Julio repartiu 12 nozes por 3 creanças; quantas nozes recebeu cada uma?

218.º — Um comboio percorreu 42 kilometros em 7 horas; que distancia percorreu numa hora?

219.º — 8 trabalhadores fazem 56 metros d'obra; quantos metros faz cada trabalhador?

220.º — Em 9 garrafas ha 36 litros de vinho; quantos litros tem cada garrafa?

221.º — Indicar o quociente e o resto dos exercicios seguintes: Exemplo: 35 contem 8, 4 vezes e restam 3.

35 : 4 = 8 R. 3	28 : 5 = . . . R. . .	71 : 8 = . . . R. . .
39 : 8 = . . . R. . .	60 : 7 = . . . R. . .	85 : 9 = . . . R. . .
40 : 6 = . . . R. . .	64 : 8 = . . . R. . .	10 : 3 = . . . R. . .
49 : 9 = . . . R. . .	62 : 9 = . . . R. . .	74 : 8 = . . . R. . .
67 : 9 = . . . R. . .	54 : 6 = . . . R. . .	14 : 3 = . . . R. . .
76 : 8 = . . . R. . .	68 : 9 = . . . R. . .	88 : 9 = . . . R. . .
34 : 7 = . . . R. . .	72 : 8 = . . . R. . .	61 : 7 = . . . R. . .
15 : 2 = . . . R. . .	69 : 7 = . . . R. . .	65 : 7 = . . . R. . .
51 : 6 = . . . R. . .	11 : 2 = . . . R. . .	62 : 7 = . . . R. . .

r) **137** — 2.º CASO. — Seja, por exemplo, 2485 o numero que se quer dividir por 637. O quociente tem um só algarismo, porque, imaginando-se um zero á direita do divisor 637, tem-se o numero 6370, que é maior do que o dividendo 2485. Na pratica dispõe-se os numeros da seguinte forma:

Dividendo	2485	637	*Divisor*
Producto do divisor pelo quociente	1911	3	*Quociente*
Resto	574		

Isto é, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separando-os por uma linha vertical e traça-se depois uma linha horizontal debaixo do divisor, para o separar do quociente que se escreve por baixo.

Vejamos agora como se pode achar o quociente:

Como se sabe apenas dividir numeros em que o divisor e o quociente sejam numeros de um algarismo, segue-se que para se achar o quociente se torna necessario reduzir este caso ao primeiro. Para se conseguir isto, despresam-se os algarismos 3 e 7 no divisor, que assim fica reduzido ao algarismo 6, e despresa-se tambem egual numero d'algarismos á direita no dividendo, isto é, 8 e 5, que assim fica reduzido a 24. Divide-se depois o novo dividendo 24 pelo novo divisor 6; o quociente é, pelo primeiro caso, 4. Este quociente 4 é *egual* ou *superior* ao quociente procurado, mas nunca lhe é *inferior*. Para se saber se está ou não bem achado, ou como ordinariamente se diz, para *se verificar* o quociente, multiplica-se todo o divisor 637 por 4 e, se o producto fôr menor do que o dividendo ou egual, o quociente 4 está bem achado. Mas 637×4 dá o producto 2548, que é maior do que o dividendo 2485, e portanto não se pode subtrair de 2485; logo o algarismo 4 do quociente é maior do que deve ser. Tirando-se 1 ao algarismo 4 do quociente achado, vê-se que o producto do divisor 637 pelo novo algarismo 3, isto é, 1911 se pode subtrair do dividendo 2485.

Se esta nova subtracção se não podesse ainda fazer, tirava-se outra vez 1 ao quociente e multiplicava-se da mesma fórma. Porém, como a subtracção se pode fazer, o algarismo 3 é o quociente, e o resto, que deve ser sempre menor do que o divisor, é 2485 — 1911 = 574.

Do exposto, tira-se a seguinte

s) **138** — Regra. — *Para se dividir dous numeros, no caso de o divisor ter muitos algarismos e o quociente só um, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separando-se por uma linha vertical, e traça-se em seguida uma linha horizontal debaixo do divisor, para o separar do quociente, que se escreve por baixo. Feito isto, desprezam-se todos os algarismos do divisor, excepto o primeiro da esquerda, e despreza-se tambem á direita no dividendo o mesmo numero d'algarismos, de maneira que só fique com um ou dous. Divide-se depois, pelo primeiro caso, o dividendo assim reduzido pelo divisor egualmente reduzido e obtem-se assim o algarismo procurado ou um algarismo maior, que é necessario então verifica-lo. Para isto, multiplica-se todo o divisor pelo algarismo assim encontrado, e se o producto se pode subtrair do dividendo, o algarismo achado é exacto: se a subtracção se não pode fazer, tira-se-lhe uma unidade e recomeça-se a verificação. E assim se continua até que a subtracção se possa fazer. Se em alguma subtracção o resto fôr maior do que o divisor, o algarismo achado é menor do que deve ser e por isso junta-se-lhe uma unidade. O ultimo algarismo verificado é o quociente procurado.*

t) **139** — OBSERVAÇÃO I. — ENSAIO PREVIO DO QUOCIENTE. — Antes de se escrever o algarismo do quociente, é conveniente verifica-lo *mentalmente* (sem nada escrever), da seguinte fórma:

$$\begin{array}{r|l} 7854 & \underline{953} \\ \underline{7624} & 8 \\ 230 & \end{array}$$

Em 78 quantas vezes ha 9? Ha 8 vezes. Antes de se escrever 8 no quociente, multiplica-se apenas o numero 95, formado pelos dous primeiros algarismos da esquerda no divisor, por 8, sem escrever o *producto*, dizendo: 8 vezes 5, 40; reserva-se 4 para se juntar ao producto de 8 por 9, que é 72, que com 4 faz 76, numero que se pode subtrair de 78. Escreve-se, pois 8, no quociente e multiplica-se depois todo o divisor por 8, para ver se o producto pode ser subtraido do dividendo; podendo fazer-se a subtracção, o algarismo achado é o exacto.

u) **140** — OBSERVAÇÃO II. — A determinação do algarismo do quociente pode simplificar-se algumas vezes, quando o segundo algarismo do divisor fôr maior do que 5. Assim, seja 67837 a dividir por 8956:

$$\begin{array}{r|l} 67837 & \underline{8956} \\ \underline{62692} & 7 \\ 5145 & \end{array}$$

Como o segundo algarismo do divisor é maior do que 5, em logar de se dividir 67 por

8, divide-se 67 por 9, o que dá para quociente 7, que é preciso verificar-se.

Para isso, procede-se como fica indicado no exemplo anterior.

v) **141** — Observação III. — Simplificação. — Na pratica não se escreve ordinariamente debaixo do dividendo o producto do divisor pelo quociente. Subtrae-se á medida que se multiplica, como se segue:

$$\begin{array}{r|l} 542 & \underline{75} \\ 17 & 7 \end{array}$$

Em 54 quantas vezes ha 7? Ha 7 vezes. Verificando mentalmente este algarismo, vê-se que satisfaz e, por isso, escreve-se no quociente. Depois diz-se: 7 vezes 5 unidades são 35 unidades que se têm de subtrair de 2 unidades do dividendo; mas como tal subtracção se não pode fazer, junta-se 40 unidades, o que produz 42 unidades, das quaes já se pode tirar as 35 unídades, e diz-se: 35 para 42, 7; escreve-se 7 debaixo do 2, e restam 40 unidades ou 4 dezenas, que se juntam ao producto seguinte. Continua-se depois, dizendo: 7 vezes 7 dezenas são 49 dezenas que, com as 4 anteriores, produzem 53 dezenas, que se têm de subtrair de 4 dezenas do dividendo. Porém, como esta subtracção se não pode fazer, junta-se 50 dezenas a 4 dezenas, o que produz 54 dezenas, das quaes já se pode tirar as 53 dezenas, e diz-se: 53 para 54, 1; escreve-se 1 debaixo do 4, e restam 50 dezenas ou 5 centenas, que se subtraem das 5 centenas do dividendo, sendo esta differença egual a zero, que se não escreve.

Na pratica abrevia-se muito este calculo, dizendo: 7 vezes 5 são 35, para 42, 7 (escreve-se 7 debaixo do 2); e vão 4; 7 vezes 7 são 49 e 4 (dezenas anteriores) 53, para 54, 1 (escreve-se 1 debaixo do 4); e vão 5, para 5, 0 que é necessario escrever debaixo do 5. O quociente é, pois, 7 e o resto é 17.

x) **142** — 3.º Caso. — Seja, por exemplo, 57839 o numero que se quer dividir por 437. O quociente tem tres algarismos, porque tres representa o menor numero de zeros que, escriptos á direita do divisor, produzem um numero, que é 437000, maior do que o dividendo.

Dispostos os numeros como no caso anterior, tem-se:

$$\begin{array}{l|l}
57839 & \underline{437} \\
\underline{437} & 132 \\
1413 & \\
\underline{1311} & \\
\quad 1029 & \\
\quad \underline{874} & \\
\quad\ \ 155 &
\end{array}$$

Como se sabe apenas dividir numeros em que o divisor e o quociente sejam numeros de um algarismo (1.º caso), bem como dividir numeros em que o divisor seja qualquer e o quociente dum algarismo (2.º caso), segue-se que, para se achar o quociente, se torna necessario reduzir este caso, pelo menos ao 2.º, que, por seu turno, fica reduzido ao 1.º. Para se conseguir isto, separa-se para a esquerda, no dividendo 57839, os algarismos 5, 7 e 8, para que o numero 578 por elles formado, considerado como representando unidades simples, possa conter o divisor 437 pelo menos uma vez e menos de dez; será 578 o numero, chamado *primeiro dividendo parcial*, que, dividido pelo divisor 437, dá o primeiro algarismo do quociente. Assim se fica reduzido ao 2.º caso, porque o quociente de 578 por 437 tem um algarismo. E este acha-se applicando a regra do 2.º caso, dizendo: em 5 quantas vezes ha 4? Ha 1 vez. Escreve-se então 1 no quociente.

Verificação.— Multiplica-se o divisor por 1 e obtem-se o producto 437, numero menor do que o primeiro dividendo parcial 578; logo 1 é o algarismo exacto. Subtraindo-se então 437, producto do divisor 437 por 1, do dividendo parcial 578, acha-se o primeiro resto 141.

Para se continuar a divisão, abaixa-se o algarismo 3 do dividendo total, escreve-se á direita do primeiro resto 141 e assim se obtem o numero 1413, que constitue o *segundo dividendo parcial*. Assim se fica reduzido ao 2.º caso, porque o quociente de 1413 por 437 tem um algarismo. E este acha-se, applicando a regra do 2.º caso, dizendo: em 14 quantas vezes ha 4? Ha 3 vezes.

Verificação.— Procedendo-se como fica indicado no numero 139, ve-se que 3 satisfaz e portanto escreve-se no quociente á direita de 1. Multiplica-se depois 437 por 3 e obtem-se o producto 1311, numero menor do que o segundo dividendo parcial; logo 3 é o algarismo exacto. Subtraindo-se então 1311, producto do divisor 437 por 3, do segundo dividendo parcial 1413, acha-se o segundo resto 102.

Para se continuar a divisão, abaixa-se o algarismo 9 do dividendo total, escreve-se á direita do segundo resto 102 e assim se obtem o numero 1029, que constitue o *terceiro dividendo parcial.* Assim se fica reduzido ao 2.° caso, por que o quociente de 1029 por 437 tem um algarismo. E este acha-se applicando a regra do 2.° caso, dizendo: em 10 quantas vezes ha 4? Ha 2 vezes.

Verificação.— Procedendo-se como fica indicado no numero 139, vê-se que 2 satisfaz e por tanto escreve-se no quociente á direita de 3. Multiplica-se depois 437 por 2 e obtem-se o producto 874, numero menor do que o terceiro dividendo parcial 1029; logo 2 é o algarismo exacto. Subtraindo-se então 874, producto do divisor 437 por 2, do terceiro dividendo parcial 1029, acha-se o terceiro resto.

Como não ha mais algarismos a abaixar, a operação está terminada, sendo 132 o quociente inteiro e 155 o resto da divisão.

y) **143** — Chamam-se *dividendos parciaes* os numeros quese obtem, escrevendo á direita de cada resto o algarismo seguinte do dividendo total.

Daqui tira-se a seguinte

z) **144** — Regra. — *Para se dividir dous numeros quaesquer, quando o dividendo é maior do que o divisor, escreve-se o divisor á direita do dividendo, separando-os por uma linha vertical; traça-se em seguida uma linha horizontal debaixo do divisor, para o separar do quociente, que se escreve por baixo. Feito isto, separa-se para a esquerda no dividendo os algarismos necessarios para que o numero por elles formado, considerado como representando unidades simples, possa conter o divisor pelo menos uma vez e menos de dez vezes: será esse numero o primeiro dividendo parcial que, dividido pelo divisor (segundo a regra do 2.º caso), dará o primeiro algarismo do quociente, que se escreve debaixo do divisor. Multiplica-se o divisor por este quociente, subtrae-se o producto do dividendo parcial e á direita do resto obtido escreve-se o algarismo seguinte do dividendo total, e assim se obtem o segundo dividendo parcial, com o qual se opera como com o primeiro. Continua-se assim até que se tenham abaixado todos os algarismos do dividendo. Em cada divisão parcial, o quociente obtido escreve-se á direita do precedente e o conjuncto dos algarismos encontrados é o quociente, sendo o resto da divisão o resto da ultima divisão parcial.*

aa) **145**. — Observação. — *Um dividendo parcial é menor do que o divisor.* — Seja, por exemplo, 6115365 o numero que se pretende dividir por 873. Applicando a regra geral, tem-se:

$$\begin{array}{r|l} 6115365 & \underline{873} \\ \underline{6111} & 7005 \\ 4365 & \\ \underline{4365} & \\ 0 & \end{array}$$

Em 61 quantas vezes ha 8? Ha 7 vezes. Verificando mentalmente este algarismo, vê-se que satisfaz, por isso escreve-se no quociente. Multiplica-se depois todo o divisor 873 por 7 e o producto 5111, subtraido do primeiro dividendo parcial, dá o resto 4. Abaixa-se o algarismo 3 do dividendo geral, escreve-se á direita do resto 4 e assim se obtem o numero 43, que é o segundo dividendo parcial. Porém, como 43 é menor do que 873, abaixa-se o algarismo seguinte do dividendo, escreve-se este algarismo, que é 6, á direita do segundo dividendo parcial, 43, e assim se obtem o numero 436, que é o terceiro dividendo parcial, mas deve escrever-se um zero no quociente. Este zero corresponde ao quociente da divisão de 43 por 873, porque 43 não contem nenhuma vez o divisor.

Porém, como 436 é menor do que 873, abaixa-se o algarismo seguinte do dividendo, escreve-se este algarismo, que é 5, á direita do terceiro dividendo parcial, 436, e assim se obtem o numero 4365, que è o quarto dividendo parcial, mas deve escrever-se um zero no quociente. Este zero corresponde ao quociente da divisão de 436 por 873, porque 436 não contem nenhuma vez o divisor.

Como 4365 é maior do que 873, diz-se: Em 43 quantas vezes ha 8? Ha 5 vezes. Verificando mentalmente este algarismo, vê-se que satisfaz, por isso escreve-se no quociente.

Multiplica-se depois todo o divisor 873 por 5 e o producto 4365, subtraido do quarto dividendo parcial 4365, dá o resto zero.

A operação fica assim terminada, sendo 7005 o quociente e o resto zero.

bb) **146** — Daqui se conclue que, *quando numa divisão um dividendo parcial é menor do que o divisor, escreve-se um zero no quociente e abaixa-se o algarismo seguinte do dividendo geral, depois divide-se o novo dividendo parcial assim formado pelo divisor.*

cc) **147** — PRINCIPIO FUNDAMENTAL. — *O quociente da divisão de dous numeros não muda de valor quando se multiplica ou divide tanto o dividendo como o divisor pelo mesmo numero, mas o resto, se o houver, vem multiplicado ou dividido por este numero.* Assim, o quociente da divisão de 30 por 8 é 3 e o resto 6; se se dividir agora 30 e 8 por 2, obtém-se os numeros 15 e 4, cuja divisão por 2 dá o mesmo quociente 3 e o resto 3. Logo o quociente é o mesmo, mas o resto da segunda divisão, sendo 3, vem dividido por 2 em relação ao resto 6 da primeira.

dd) **148** — CASOS PARTICULARES. — 1.º CASO. —

O dividendo é qualquer numero inteiro terminado em zeros e o divisor é 10, 100, 1000, etc. Seja, por exemplo, 84300 o numero que se pretende dividir por 100. O quociente desta divisão obtem-se supprimindo os dous zeros á direita de 84300, o que dá 843. Desta forma, cada algarismo significativo do numero 843 fica representando, em virtude do principio da numeração escripta, unidades 100 vezes menores do que as que representava em 84300. Daqui tira-se a seguinte

ee) **149** — REGRA. — *Para se dividir um numero inteiro, terminado em zeros, por 10, 100, 1000, etc. basta supprimir á sua direita, um, dous, tres, etc. zeros.*

ff) **150** — 2.º CASO. — *O dividendo e o divisor terminam em zeros.* Seja, por exemplo, o numero 784000 que se pretende dividir por 5400. Supprimindo-se dous zeros á direita de cada um destes numeros, o que equivale a dividi-los por 100, como fica dito na regra anterior, obtém-se os numeros 7840 e 54, cujo quociente é, em virtude do principio fundamental, o mesmo que o da divisão de 784000 por 5400, mas o resto é 100 vezes menor. Ora o quociente de 7480 por 54, numeros 100 vezes menores de que os propostos, é, segundo a regra geral da divisão, 145 e o resto é 10; logo o quociente da divisão dos numeros dados é 145 e o resto é 10×100 ou 1000, isto é, é o resto da divisão de 7840 por 54, multiplicado por 100, visto que estes numeros são 100 vezes menores do que os dados. Daqui tira-se a seguinte

gg) **151** — REGRA. — *Para se dividir dous numeros terminados em zeros, supprime-se o mesmo numero de zeros tanto no dividendo como no divisor, isto é, tantos zeros quantos ha no numero que tem menos; faz-se a divisão dos numeros resultantes ao modo ordinario e obtem-se assim o verdadeiro quociente. O verdadeiro resto é egual ao achado, multiplicado pela unidade seguida de tantos zeros quantos os supprimidos no dividendo ou no divisor.*

hh) **152** — 3.º CASO. — *O dividendo é qualquer numero e o divisor tem um algarismo.* Seja, por exemplo, o numero 4673, que se pretende dividir por 5, ou tomar-lhe a quinta parte.

A operação dispõe-se da seguinte fórma:

Dividendo 4673 : 5 *Divisor*
Quociente 934

Esta divisão pode fazer-se ao modo ordinario, ou então, mais simplesmente, como se segue. Em logar de se dizer: em 46, quantas vezes ha 5? Diz-se: a quinta parte de 46 centenas, que constituem o primeiro dividendo parcial, é 9 centenas, porque 5×9 são 45 centenas, e estas subtraídas das 46 do dividendo, dão de resto 1 centena. Logo 9 é o quociente, e, como representa centenas, escreve-se debaixo das 6 centenas do dividendo; o resto 1 centena ou 10 dezenas junta-se ás 7 dezenas do dividendo, o que produz 17 dezenas, que constituem o segundo dividendo parcial. Depois continua-se, dizendo: a quinta parte de 17 dezenas é 3 dezenas, porque 5×3 são 15 dezenas e estas, subtraídas das 17 dezenas do dividendo, dão de resto 2 dezenas. Logo 3 é o quociente, e, como representa dezenas, escreve-se debaixo das 7 dezenas do dividendo; o resto 2 dezenas ou 20 unidades junta-se ás 3 unidades do dividendo, o que produz 23 unidades, que constituem o terceiro dividendo parcial. Depois continua-se, dizendo: a quinta parte de 23 unidades é 4 unidades, porque 5×4 são 20 unidades e estas, subtraídas das 23 unidades do dividendo, dão de resto 3 unidades. Logo 4 é o quociente e, como representa unidades, escreve-se debaixo das 3 unidades do dividendo. O quociente da divisão de 4673 por 5, que se escreve debaixo do dividendo, é, pois, 934 e o resto, que se não escreve, é 3.

Na pratica, abrevia-se a operação, conservando mentalmente os restos, e diz-se: a quinta parte de 46 é 9; de 17, é 3; de 23, é 4 e restam 3. O quociente é, pois, 934 e o resto é 3.

ii) **153** — Fins da divisão — Os principaes fins da divisão são:

jj) — 1.º Quando se quer achar quantas vezes um numero contem outro.

kk) — 2.º Quando se quer achar um numero que é um certo numero de vezes menor do que outro. Exemplo: *Achar um numero que seja 7 vezes menor do que 322.* Esse numero obtem-se, tomando a setima parte a 322, o que corresponde a dividir 322 por 7. O quociente 46 é o numero pedido.

ll)—3.º Quando se quer conhecer o valor dum objecto ou unidade, conhecendo-se o numero e o valor de muitos objectos ou unidades. Exemplo: *Se 8 metros de fazenda custaram 30.000 reis, quanto custará um metro?*

Neste problema, conhece-se o valor de 30.000 reis de muitas unidades, que são os 8 metros de fazenda, e pede-se o valor duma unidade, que é 1 metro de fazenda.

Ora, se 8 metros custam 30.000 reis, 1 custará 8 vezes menos; tem-se, pois, de tornar a quantia 30.000 8 vezes menor, o que se consegue pela divisão de 30.000 por 8. O quociente 3750 reis é o preço de 1 metro de fazenda e vem referido á unidade do dividendo.

Podia-se tambem raciocinar da seguinte fórma: se 8 metros de fazenda custam 30.000 reis, 1 custará tanto quantas as vezes que 30.000 contem 8; e para se achar quantas vezes 30.000 contem 8, emprega-se a divisão, como indica a definição.

mm)—4.º Quando se quer conhecer o numero d'objectos ou unidades, conhecendo-se o valor de todos e o dum só. Exemplo: *Quantas paginas terá um livro que tem 12800 linhas, tendo cada pagina 32 linhas?*

Neste problema, conhece-se o valor 12800 de muitas unidades, que é o numero de linhas que têm todas as paginas do livro, e o valor duma só, que é 32, numero de linhas que tem cada pagina, e pede-se o numero de unidades, que é o numero de paginas do livro.

Ora, se o livro tem 12800 linhas e cada pagina 32, o numero de paginas do livro será egual ao numero de vezes que 12800 linhas contem 32 linhas, o que se consegue pela divisão de 12800 por 32. O quociente 400 representa o numero de paginas do livro e não vem referido ás unidades do dividendo nem do divisor.

nn)—5.º Quando se quer repartir egualmente muitos objectos ou unidades por muitas pessoas. Exemplo: *Um professor pretende repartir egualmente 24 lapis por 8 dos seus alumnos; quantos lapis ha de dar a cada alumno?*

Neste problema, conhece-se o numero de objectos, que é 24 lapis, que se quer repartir por muitos alumnos, cujo numero é 8, e pretende-se saber quantos lapis cabe a cada um.

Ora, a cada alumno caberão tantos lapis quantas as vezes que 24 contem 8; logo tem de se fazer a divisão de 24 por 8. O quociente 3 representa o numero de lapis que cabe a cada alumno.

oo)—6.º Quando se quer converter um numero inteiro d'unidades em unidades que são um certo numero de vezes maiores. Exemplo: *Quantas horas ha em 565 minutos?*

Neste problema, quer-se converter 565 minutos em horas, que são unidades 60 vezes maiores do que o minuto.

Ora, como a hora tem 60 minutos, segue-se que em 565 minutos haverá tantas horas quantas as vezes que 565 cantem 60. O quociente 9 representa quantas horas ha em 565 minutos e ainda restam 25 minutos.

QUESTIONARIO

a) — Enuncie o segundo caso da divisão de numeros inteiros.

b) — Na pratica como se dispõe os numeros que se hão de dividir?

c) — Como se verifica que o quociente tem um só algarismo e como se acha?

d) — Qual é a regra da divisão, quando o divisor tem muitos algarismos e o quociente só um?

e) — Como se verifica mentalmente o algarismo do quociente, para se saber se foi ou não bem achado?

f) — Como se determina o algarismo do quociente, quando o segundo algarismo do divisor fôr maior do que 5?

g) — Na pratica escreve-se o producto do quociente pelo divisor debaixo do dividendo, para se subtrair? — Como se simplica a operação?

h) — Euuncie o terceiro caso da divisão de numeros inteiros.

i) — A que caso se pode reduzir a divisão, quando o divisar e o quociente são quaesquer numeros?

j) — Que são dividendos parciaes?

k) — Qual é a regra da divisão, quando o divisor e o quociente são quaesquer numeros?

l) — Quando um dividendo parcial é menor do que o divisor, o que se faz para se continuar a divisão?

m)— O quociente de dous numeros muda de valor, quando se multiplica ou divide tanto o dividendo como o divisor pelo mesmo numero?

n) — E, neste caso, o resto virá multiplicado ou dividido por esse numero?

o) — Como se faz a divisão no caso em que o dividendo é qualquer numero inteiro, terminado em zeros e o divisor é 10, 100, 1000, etc.?

p) — Como se faz a divisão de dous numeros inteiros, quando o dividendo e o divisor terminam em zeros?

q) — Como se faz a divisão, se o dividendo é qualquer numero e o divisor tem só um algarismo? — Como se abrevia esta operação na pratica?

r) — Fins da divisão. Quaes são os principaes fins da divisão? — Enuncie-os e exemplique cada um delles?

EXERCICIOS

222.º — Dispor e effectuar as divisões seguintes:

6473 : 862=...	8643 : 2374=...	8976 : 5=...	8478 : 9=..
3457 : 423=...	7864 : 6875=...	9876 : 8=...	8432 : 6=..
4532 : 563=...	7986 : 2=...	3257 : 4683=...	9643 : 7=..
3745 : 824=...	2457 : 3=...	2374 : 3785=...	8754 : 4865=..
3976 : 537=...	7324 : 4=...	7868 : 2=...	7328 : 879=..

223.º — A 5 reis cada lapis de lousa, quantos lapis se compraram com 45 reis?

224.º — Dividindo 25 laranjas por 4 meninos, quantas laranjas recebe cada um? — e quantas restam?

225.º — Um viajante percorreu 63 kilometros em 9 dias; que distancia caminhou em cada dia?

226.º — Judith resolveu 82 problemas em 9 dias; quantos problemas resolveu em cada dia?

227.º — Em 6 horas, um trabalhador faz 48 metros de obra. Que porção faz em cada hora?

228.º — Multiplicando-se 7 por um numero, encontra-se 56; qual é o numero?

229.º — Numa sala estão 48 creanças distribuidas em 8 carteiras; quantas creanças estão em cada carteira?

230.º — Effectuar as divisões seguintes:

8635 : 89 = . . .	6571 : 15 = . . .
7295 : 17 = . . .	3455 : 81 = . . .
43689 : 24 = . . .	4210 : 37 = . . .
2152 : 37 = . . .	7896 : 12 = . . .
4357 : 59 = . . .	99749 : 95 = . . .

231.º —

6442 : 26 = . . .	80356 : 243 = . . .	712346 : 3456 = . . .
46829 : 25 = . . .	397684 : 275 = . . .	578347 : 4458 = . . .
68325 : 25 = . . .	324607 : 632 = . . .	783967 : 4576 = . . .
83256 : 26 = . . .	246073 : 748 = . . .	836397 : 4899 = . . .
32568 : 26 = . . .	460738 : 287 = . . .	3678453 : 4988 = . . .

232.º —

30057 : 27 = . . .	835962 : 294 = . . .	6300075 : 2897 = . . .
83040 : 28 = . . .	389746 : 119 = . . .	8736500 : 8899 = . . .
75487 : 29 = . . .	457030 : 148 = . . .	6758346 : 2735 = . . .

233.º —

45000 : 3400 = . . .	340000 : 26000 = . . .
21000 : 8000 = . . .	753400 : 48500 = . . .
72500 : 4800 = . . .	607000 : 30560 = . . .
34000 : 6460 = . . .	24500000 : 24000 = . . .
87530 : 2600 = . . .	48370000 : 234000 = . . .

Provas da multiplicação e da divisão

pp) **154** — Se multiplicarmos, por exemplo, os factores 6 e 8, o producto é 48, isto é:

$$6 \times 8 = 48$$

qq) Se dividirmos o producto por um dos factores, 6 por exemplo, o quociente é o outro factor, ista é:

$$48 : 6 = 8$$

rr) Do exposto, conclue-se que a divisão é uma operação *inversa* da multiplicação, e que a multiplicação é uma operação *inversa* da divisão.

Posto isto, torna-se-nos facil conhecer com probabilidade se qualquer destas duas operações está certa, servindo-nos da divisão para verificar a multiplicação e vice-versa.

ss) **155** — Assim, na *multiplicação:*

$$\begin{array}{r} 246 \\ \underline{24} \\ 984 \\ \underline{492} \\ 5904 \end{array}$$

se dividirmos o producto 5904, por exemplo, pelo factor 246, encontramos no quociente o factor 24 e o resto zero, isto é:

$$\begin{array}{r|l} 5904 & \underline{246} \\ \underline{492} & 24 \\ 984 & \\ \underline{984} & \\ 0 & \end{array}$$

E assim, podemos estabelecer a seguinte

tt) **156** — REGRA. — *Obtem-se a prova da multiplicação, dividindo o producto por qualquer dos factores; se o quociente fôr o outro factor e a di-*

visão não deixar resto, é provavel que a operação esteja certa.

uu) **157** — Na *divisão:*

```
487 |35
35   13
---
137
105
---
 32
```

se multiplicarmos o quociente 13 pelo divisor 35 e ao producto addicionarmos o resto da divisão 32, encontramos 487, resultado egual ao dividendo.

```
  35
  13
 ---
 105
 35
 ---
 455
+ 32
 ---
 487
```

E assim, podemos estabelecer a seguinte

vz) **158** — Regra.— *Obtem-se a prova da divisão, multiplicando o quociente pelo divisor, ou vice-versa, addicionando ao producto o resto, se o houver; se o resultado fôr egual ao dividendo, é provavel que a operação esteja certa.*

QUESTIONARIO

a) — Apresente um exemplo em que se demonstre que a multiplicação é uma operação inversa da divisão e vice-versa.

b)—Pode-se concluir daqui que a prova da multiplicação se encontra por meio da divisão e vice-versa?

c)—Qual é a regra para se achar a prova da multiplicação pela operação inversa?

d)—Qual é a regra para se achar a prova da divisão pela operação inversa?

PROBLEMAS SOBRE A DIVISÃO

234.º—Sabendo-se que 5 metros de fita custaram 280 reis, qual é o preço de 1 metro?

Solução:—5 metros de fita custaram 280 reis; cada metro ha de custar tantos reis quantas vezes 280 contem 5. O preço de 1 metro obtem-se, pois, dividindo 280 por 5

$$\begin{array}{r|l} 280 & 5 \\ \cline{2-2} \underline{25} & 56 \\ 30 & \\ \underline{30} & \\ 0 & \end{array} \qquad 280 : 5 = 56$$

Resposta: Cada metro custa 56 reis.

235.º—Sentando-se 8 creanças em cada banco, quantos bancos são precisos para se sentarem 1232 creanças?

236.º—Qual é o numero que, multiplicado por 9, dá o producto 4104?

237.—9 melancias custaram 540 reis; qual é o preço de cada uma?

238.º—Qual é o numero 6 vezes menor que 1632?

239.º—Se um homem andar 4 kilometros por hora, quantas horas gastará para percorrer 376 kilometros?

240.º—A 240 reis o volume, quantos volumes se compram com 22680 reis?

241.º—O litro de vinho custa 165 reis; quantos litros se compram com 12720 reis?

242.º—Um viajante deve percorrer uma distancia de 183 kilometros em 3 dias. Quantos kilometros deve percorrer por dia?

243.º — Um operario ganhou 685 reis por dia. Que tempo precisa para ganhar 18720 reis?

244.º — Num jardim ha 4725 arvores distribuidas em 9 filas. Quantas arvores ha em cada fila?

245.º — Vendeu-se uma vinha de 40 ares por 285600 reis; qual foi o preço do are?

246.º — Um empregado que ganha 860 reis por dia, recebeu 25800 reis. Por quantos dias lhe foi feito o pagamento?

247.º — Quantas vezes se pode subtrair 72 de 14976?

248.º — Compraram-se 845 metros de seda por 76560 reis; qual é o preço do metro?

249.º — Um homem dispende 3600 reis por semana, ou 7 dias; em que tempo terá elle consumido 76470 reis?

250.º — Um operario economisa por mes 6430 reis; em quantos mesês economisará 245000 reis?

251.º — O producto de dous numeros é 506; um dos numeros é 21; qual é o outro numero?

252.º — Compraram-se 256 decalitros de trigo por 50750 reis; quanto custou cada decalitro?

253.º — O are de um terreno vale 8700 reis; quantos ares se podem comprar com 5:550.600 reis?

254.º — Dando-se 2850 reis por semana, no fim de quantas semanas poderá estar paga uma divida de 126000 reis?

255.º — Um relogio atraza-se 4 minutos por semana; quantas semanas são precisas para se atrazar uma hora?

CAPITULO V

DIVISIBILIDADE — PROVAS

Divisibilidade

a) **159** — Dividindo 8 por 2, achamos o *quociente* 4 sem haver resto, isto é, 8 contem 2 *quatro* vezes exactamente. Da mesma fórma, dividindo 54 por 9, achamos o *quociente* 6 sem haver resto, isto é, 54 contem 9 *seis* vezes exactamente.

b) **160** — Num e noutro caso diz-se que o primeiro numero é *divisivel* pelo segundo ou é *multiplo* do segundo, e que este é *divisivel* ou *submultiplo* do primeiro.

Nos exemplos anteriores, 8 e 54 são multiplos, respectivamente, de 2 e de 9, e 2 e 9 são submultiplos, respectivamente, de 8 e de 54. Portanto

c) **161** — *Um numero inteiro é divisivel por outro, quando a divisão do primeiro pelo segundo se faz exactactamente.*

d) **162** — *Reconhece-se que um numero é divisivel por 2 quando o algarismo das unidades é divisivel por 2.* Assim, 234 é divisivel por 2, por que 4, algarismo das unidades, é divisivel por 2. São divisiveis por 2 todos os numeros em que o algarismo das unidades simples fôr 0, 2, 4, 6 ou 8. Não são divisiveis por 2 os numeros em que o algarismo das unidades simples fôr 1, 3, 5, 7, ou 9.

e) **163** — *Chama-se numero par o que* **é divisivel** *por 2.*

f) **164** — *Chama-se numero impar o que* **não é divisivel** *por 2.*

g) **165** — *Reconhece-se que um numero é divisivel por 5, quando o algarismo das unidades é divisivel por 5.* Assim, 675 é divisivel por 5, porque 5, algarismo das unidades, é divisivel por 5. São divisiveis por 5 todos os numeros em que o algarismo das unidades fôr 0 ou 5.

h) **166** — PRINCIPIO FUNDAMENTAL DA DIVISIBILIDADE POR 9.— *O resto da divisão dum numero por 9 é o mesmo que se obtem, dividindo por 9 a somma dos seus algarismos.* Assim: 7895. dividido por 9, dá o quociente 877 e o *resto 2*, A somma dos seus algarismos, isto é,

$$7 + 8 + 9 + 5$$

ou 29, dividido por 9, dá o quociente 3 e tambem o *resto 2.*

Portanto:

i) **167** — *Um numero é divisivel por 9 quando a somma dos seus algarismos é divisivel por 9.* Assim: 7254, dividido por 9, dá o quociente 806 e o *resto 0.* A somma dos seus algarismos, isto é, 7 + 2 + 5 + 4 ou 18, dividido por 9, dá o quociente 2 e tambem o *resto 0.*

Na pratica, simplifica-se ainda mais este processo; á medida que formos addicionando os algarismos do numero proposto, podemos ir tirando 9 unidades ás sommas obtidas, quando forem superiores a 9, e até deixar de addicionar o algarismo 9, se entrar no numero. O ultimo resto é o resto da divisão do numero por 9. E' isto o que vulgarmente se chama *extracção dos noves*. Assim: no numero 47859648, dizemos: 4 e 7, 11, menos 9, ou, como ordinariamente se costuma dizer, *noves fóra*, 2 (ou que 11, dividido por 9, dá o quociente 1 e o resto 2); 2 e 8, 10; *noves fóra*, 1; e 5, 6; e 6, porque despresamos o 9, 12; *noves fóra*, 3; e 4, 7; e 8, 15; *noves fóra*, 6. Portanto, o resto da divisão do numero 47855648 por 9 é 6.

Provas

j) **168** — No logar competente occupamo-nos já das provas pela *mesma operação* e por uma *operação inversa*. Além destas, temos ainda a *prova por um divisor* e, como exemplo desta, unica exigida pelo programma, a dos *noves*, baseada no principio fundamental da divisibilidade por 9, que se acha da seguinte maneira:

PROVA DOS NOVES DA ADDIÇÃO: — Seja operação a verificar:

$$\left.\begin{array}{r} 43786 \\ 76978 \\ 35468 \\ 68450 \end{array}\right\} \text{Resto da divisão por } 9 = 6$$

$$\overline{224682} \quad \text{Resto da divisão por } 9 = 6$$

Extraem-se os noves ás parcellas, suppondo-as collocadas umas adeante das outras como se fosse um só numero e toma-se nota do resto. Em seguida, extraem-se os noves á somma e toma-se egualmente nota do resto. Se os dois restos forem eguaes, é provavel que a operação esteja certa.

k) **169**—PROVA DOS NOVES DA SUBTRACÇÃO.—Seja a operação a verificar:

$$\begin{array}{r l} 8730456 & \text{Resto da divisão por } 9 = 6 \\ \underline{2063462} & \rule{0pt}{0pt} \\ 6666994 & \text{Resto da divisão por } 9 = 6 \end{array}$$

Extraem-se os noves ao diminuendo e toma-se nota do resto. Em seguida, extraem-se os noves ao diminuidor e ao resto, suppondo-os collocados um adeante do outro como se fosse um só numero, e toma-se egualmente nota do resto. Se os dous restos forem eguaes, é provavel que a operação esteja certa.

l) **170**—PROVA DOS NOVES DA MULTIPLICAÇÃO.—Seja a operação a verificar:

$$\begin{array}{r l} 7846 & \text{Resto da divisão por } 9 = 7 \\ \underline{382} & \text{Resto da divisão por } 9 = 4 \\ 15692 & \\ 62768 & \\ \underline{23538} & \\ 2997172 & \text{Resto da divisão por } 9 = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} 7 & 1 \\ \hline 4 & 1 \end{array}$$

Extraem-se os noves, separadamente, ao multiplicando e ao multiplicador e forma-se o producto dos dous restos, ao qual se extraem tambem os noves, tomando-se nota do resto. Finalmente, extraem-se os noves ao producto total e, se o resto obtido fôr egual ao precedente, é provavel que a operação esteja certa.

E' uso na pratica escrever os restos nos angulos formados por duas linhas que se cortam, formando entre si angulos rectos.

m) **171** — PROVA DOS NOVES DA DIVISÃO. — Seja a operação a verificar:

Resto da divisão por 9=7	317248	536	resto da divisão por 9=5
	4924	591	resto da divisão por 9=6
	1008		
	472		resto da divisão por 9=4

$$\begin{array}{c|c} 5 & 7 \\ \hline 6 & 7 \end{array}$$

Extraem-se aos noves, separadamente, ao divisor e ao quociente, e forma-se o producto dos dous restos, ao qual se extraem os noves. Havendo resto na operação, extrae-se-lhe os noves, addiciona-se o resto achado com o precedente e á somma extraem-se-lhe egualmente os noves, tomando-se nota do resto. Finalmente, extraem-se os noves ao dividendo e, se o resto obtido fôr egual ao precedente, é provavel que a operação esteja certa.

E' uso na pratica escrever-se os restos duma fórma semelhante ao que se fez na prova da multiplicação.

QUESTIONARIO

a) — Se se dividir, por exemplo, 8 por 2 que quociente se encontra?

b) — Que é numero *divisivel* ou *multiplo* doutro?

c) — Que é numero *divisor* ou *submultiplo* doutro?

d) — Quando é que um numero inteiro é divisivel por outro?

e) — Como se reconhece se um numero é divisivel por 2?

f) — Quaes são os numeros divisiveis por 2? — e os que não são divisiveis por 2?

g) — Que é numero par? — e numero impar?

h) — Como se reconhece se um numero é divisivel por 5?

i) — Quaes são os numeros divisiveis por 5?

j) — Qual é o principio fundamental da divisibilidade por 9?

k) — Quando é que um numero inteiro é divisivel por 9?

l) — Como se simplifica, na pratica, o processo de achar o resto da divisão dum numero por 9?

m) — Como se chama vulgarmente este processo?

n) — Provas. Quantas especies ha de provas?

o) — Como se acha a prova dos noves da addição?

p) — Como se acha a prova dos noves da subtracção?

q) — Como se acha a prova dos noves da multiplicação?

r) — Como se acha a prova dos noves da divisão?

EXERCICIOS

256.º — Indicar nos numeros seguintes aquelles que são divisiveis por 2 ou por 5:

26, 37, 45, 44, 90, 638, 705, 849, 712, 630, 9000, 10002, 365, 2468.

257.º — Indique nos numeros seguintes aquelles que são divisiveis por 9:

87, 51, 180, 3091, 726, 632, 432, 909.

258.º — Calcular o resto da divisão por 9 de cada um dos numeros anteriores.

259.º — Effectuar as operações seguintes e verificar os resultados, empregando a prova dos noves:

$275 + 326 + 18 = \dots$; $3794 + 2500 + 1264 = \dots$
$687954 - 372865 = \dots$; $407528 - 2765 = \dots$
$58764 \times 375 = \dots$; $279584 \times 609 = \dots$
$45376 : 859 = \dots$; $7468397 : 2460 = \dots$

NUMERAÇÃO ROMANA

CAPITULO I

a) **172** — Os Romanos adoptaram, para representar os numeros, sete letras do seu alphebeto, tendo cada uma um valor particular convencional. Tal numeração já hoje não é adoptada. Servimo-nos della apenas para marcar as horas nos mostradores dos relogios, para numerar os capitulos dos livros, os volumes duma obra, etc.

b) **173** — As sete letras, chamadas *algarismos romanos*, são as seguintes:

I V X L C D M

e valem respectivamente:

1 5 10 50 100 500 1000

c) Com estas letras pode-se representar qualquer numero, mediante as seguintes convenções:

d) **174** — 1.ª *Quando á direita dum algarismo romano se escreve outro de valor egual ou menor, o valor do primeiro é augmentado do do segundo.*

Exemplos:

II	representa	2,	isto é $1+1$
III	»	3,	» » $1+1+1$
XX	»	20,	» » $10+10$
CCC	»	300,	» » $100+100+100$
VI	»	6,	» » $5+1$
DX	»	510,	» » $500+10$
MCXV	»	1115,	» » $1000+100+10+5$

e) **175** — 2.ª *Quando á esquerda dum algarismo se escreve outro de valor menor, o valor do primeiro é diminuido do do segundo.* Exemplos:

IV	representa	4,	isto é, $5-1$
IX	»	9,	» » $10-1$
IL	»	49,	» » $50-1$
XC	»	90,	» » $100-10$
CM	»	900,	» » $1000-100$

f) **176** — 3.ª *Quando um algarismo romano se colloca entre dous algarismos de maior valor que elle, subtrae-se do que lhe fica á direita.* Exemplos:

XIV	representa	14,	isto é, $10+4$
DXC	»	590,	» » $500+90$
MXLI	»	1041.	» » $100+40+1$

QUESTIONARIO

a) — Que caracteres adoptavam os romanos para representar os numeros?

b) — Em que se emprega actualmente a numeração romana?

c) — Quantas e quaes são as letras denominadas *algarismos romanos?*

d) — Quando á direita dum algarismo romano se escreve outro de valor egual ou menor, que alteração soffre o valor do primeiro?

e) — Quando á esquerda dum algarismo romano se escreve outro de valor menor, que alteração soffre o valor do primeiro?

f) — Quando entre dous algarismos romanos se colloca outro de valor menor, que alteração soffre o algarismo da direita?

EXERCICIOS

260.º — Escrever em caracteres romanos:

1	I	21	XXI
2	II	22	XXII
3	III	29	XXIX
4	IV	30	XXX
5	V	37	XXXVII
6	VI	40	XL
7	VII	43	XLIII
8	VIII	49	IL
9	IX	58	LVIII
10	X	67	LXVII
11	XI	88	LXXXVIII
12	XII	90	XC
13	XIII	99	IC
14	XIV	100	C
15	XV	159	CLIX
16	XVI	248	CCXLVIII
17	XVII	499	ID
18	XVIII	500	D
19	XIX	620	DCXX
20	XX	1000	M

261,º — Escrever em caracteres ordinarios os numeros seguintes:

V, XV. XXIV, XL, XXXIV, LX, CXXI, CL, CCXIV, CCCLVII, L, MDCCCXCVII.

262.º — Escrever em caracteres romanos os numeros seguintes:

47, 99, 44, 86, 115, 176, 189, 225, 400, 709, 852, 499, 999, 1007, 1648, 1900.

NUMEROS FRACCIONARIOS

CAPITULO I

Noções geraes

a) **177** — Um monte de livros, um rebanho de carneiros, um grupo d'homens, o comprimento duma mesa, a superficie duma sala, etc., são grandezas. ([a])

b) Entre estas grandezas ha umas que constam de partes separadas; exemplo: um monte de livros, um rebanho de carneiros, etc.; são chamadas grandezas *descontinuas* ou *discretas;* outras ha que não constam de partes separadas; exemplo: o comprimento duma mesa, a superficie duma sala, etc.; são chamadas *grandezas continuas.*

c) **178** — Já vimos no principio deste livro que, para se fazer uma idéa clara das grandezas descontinuas, se contavam as partes, chamadas *unidades*, que as formavam, e que se chamava *numero* á unidade ou reunião de unidades.

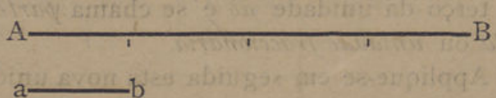
([a]) Alguns auctores definem grandeza do seguinte modo: *Grandeza* é tudo o que é susceptivel de augmento ou de diminuição.

d) Nas grandezas continuas, porém, que não são formadas de partes separadas, não ha unidades e por isso não se pode contar; não nos podem, pois, ellas dar a idéa de numero, a não ser que se reduzam ao caso das grandezas descontinuas, o que se consegue, comparando a grandeza dada com uma outra da sua especie, chamada *unidade de medida.* Este meio chama-se *medir* a grandeza.

e) **179** — *Medir uma grandeza* é ver quantas vezes ella contém a unidade ou qualquer parte da unidade, dividida em partes eguaes.

f) Mas na medição de grandezas podem dar-se dous casos, que são: *1.º a grandeza contém exactamente a unidade; 2.º a grandeza não contém um numero exacto de vezes a unidade, mas contém qualquer parte da unidade, dividida em partes eguaes.*

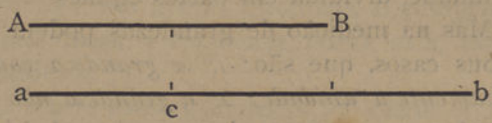
g) **180** — 1.º CASO — Seja AB um comprimento que se quer medir e ab a unidade de medida.



Applique-se ab sobre AB, a partir de A, tantas vezes quantas seja possivel e contem-se as vezes que ab cabe em AB. Neste caso ab coube 4 vezes em AB e por isso diz-se que AB tem por medida o numero 4.

h) **181** — OBSERVAÇÃO. — Antes de se passar a considerar o segundo caso convem recordar que ficou dito na divisão que a divisão de um numero por 2, 3, 4, 5, etc., se diz respectivamente, tomar a *metade,* a *terça,* a *quarta,* a *quinta,* etc., parte do numero. Analogamente, se se dividir uma grandeza contínua, por exemplo uma maçã, uma linha, etc., em duas, tres, quatro, cinco, etc., partes eguaes, cada uma dellas se chamará a *metade,* a *terça,* a *quarta,* a *quinta,* etc., parte da laranja, da linha, etc.

i) **182**—2.º CASO.—Seja *AB* um comprimento que se quer medir e *ab* a unidade de medida.



Neste caso, como a unidade *ab* é maior do que *AB,* divide-se *ab* em qualquer numero de partes eguaes, em 3 por exemplo, e toma-se para nova unidade uma destas partes *ac,* que é um terço da unidade *ab* e se chama *parte alíquota* ou *unidade fraccionaria.*

Applique-se em seguida esta nova unidade sobre *AB* tantas vezes quantas seja possivel e contem-se as vezes que ella cabe em *AB.* Neste caso *ac* ou um terço da unidade *ab* coube duas vezes em *AB* e por isso diz-se que *AB* tem por medida 2 vezes a terça parte da unidade *ab.*

j) Logo, para se medir o comprimento *AB* são necessarios dous numeros inteiros que são

2 e 3. Um, 3, chamado *denominador* que indica em quantas partes eguaes se divide a unidade *ab;* outro, 2, chamado *numerador* que indica quantas vezes uma dessas partes cabe no comprimento *AB.* Estes dous numeros, escriptos dum modo convencional, constituem um novo numero a que se deu o nome de *numero fraccionario* ou mais simplesmente *fracção* ou *quebrado.*

k) O numerador e o denominador chamam-se *termos* da fracção.

l) FRACÇÃO é o numero que indica quantas vezes um determinado comprimento contem uma parte alíquota da unidade; ou é uma ou mais partes alíquotas da unidade ou unidades fraccionarias.

m) **183** — NUMERAÇÃO DAS FRACÇÕES — Para se representar uma fracção convencionou-se escrever o numerador por cima do denominador, separando estes dous numeros por um traço horisontal. Assim, a fracção que tem por numerador 2 e por denominador 3, escreve-se assim:

$\frac{2}{3}$ e lê-se: 2 *sobre* 3.

Esta fracção indica que a unidade foi dividida em 3 partes eguaes, sendo portanto necessarias 3 partes para formar a unidade, e que uma dessas partes coube 2 vezes na grandeza que se mediu.

n) Da mesma maneira, a fracção que tenha por numerador 12 e por denominador 7, escreve-se assim:

$$\frac{12}{7} \text{ e lê-se: 12 } \textit{sobre} \text{ 7.}$$

Esta fracção indica que a unidade foi dividida em 7 partes eguaes, sendo portanto necessarias 7 partes para formar a unidade, e que uma dessas partes coube 12 vezes na grandeza que se mediu.

o) Na pratica, porem, a leitura das fracções, faz-se, em geral, duma outra maneira, que varia, segundo o denominador é um numero dum só algarismo ou de mais do que um.

p) Se o denominador é um numero dum só algarismo, lê-se o numerador, seguido duma das palavras *meios, terços, quartos, quintos, sextos, setimos, oitavos* ou *nonos*, segundo o denominador é 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9. Assim, as fracções

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{4}, \frac{11}{5}, \ldots \frac{8}{9},$$

lêm-se: *um meio, dois terços, sete quartos, onze quintos,... oito nonos.*

q) Se o denominador é um numero de mais de um algarismo, lê-se o numerador, e depois o denominador, seguido da terminação *ávos*.

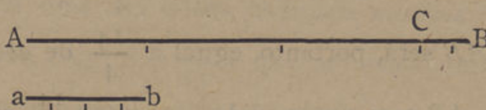
Assim, a fracção $\frac{12}{37}$, lê-se: *quinze trinta e sete ávos.*

Exceptua-se o caso de o denominador ser 10, 100, 1000, etc., porque então lê-se o numerador, seguido das palavras *decimos, centesimos, millesimos,* etc. Assim, as fracções

$$\frac{13}{10}, \frac{423}{100}, \frac{8}{1000}, \dots$$

lêm-se *treze decimos, quatrocentos vinte e tres centesimos, oito millesimos.*

r) **184** — Se o comprimento *AB* que se pretende medir fôr maior do que a unidade *ab,*



e se esta não couber um numero inteiro de vezes em *AB,* procede-se da seguinte fórma: — Applica-se a unidade *ab* sobre *AB,* a partir de *A,* tantas vezes, quantas seja possivel e contam-se as vezes que ella cabe em *AB.*

Vê-se que coube 3 vezes e que ainda ficou um resto *CB* por medir.

Para o medir, procede-se como no exemplo anterior, isto é, divide-se a unidade em qualquer numero de partes eguaes, 4 por exemplo, applica-se uma destas 4 partes, que é um quarto de *ab* sobre *CB* e vê-se quantas vezes ahi cabe. Vê-se que coube 2 vezes. Logo o comprimento *AB* é egual a 3 vezes *ab* mais $\frac{2}{4}$ de *ab*, isto é, tem por medida o numero $3+\frac{2}{4}$, que alguns auctores chamam numero *mixto*.

Logo *numero mixto* é o numero composto dum inteiro e duma fracção.

s) Ora, como *AC* contém 3 vezes *ab* e *ab* está dividido em 4 parte eguaes, cada uma das quaes se chama *um quarto, ab* contem $\frac{4}{4}$ de *ab* e portanto *AC* contém $\frac{12}{4}$ de *ab*, os quaes, com os $\frac{2}{4}$ que cabem em *CB* produzem $\frac{14}{4}$ de *ab*.

AB será, portanto, egual a $\frac{14}{4}$ de *ab*; isto é, *AB* tem por medida o numero $\frac{14}{4}$, que é tambem, por definição, uma fracção.

t) Da propria definição de fracção resulta que o numerador pode ser maior, menor ou egual ao denominador. Destes differentes casos resulta uma classificação das fracções.

u) Se o numerador é maior do que o denominador, a fracção chama-se *impropria* ou *numero fraccionario;* se o numerador é menor do que o denominador, a fracção chama-se *propria* ou simplesmente *fracção*.

Exemplos:

$$\frac{57}{13},\quad \frac{103}{78} \quad \text{e} \quad \frac{128}{112} \quad \text{são numeros}$$

fraccionarios ou fracções improprias.

E $\frac{7}{11}$, $\frac{22}{53}$ e $\frac{30}{67}$ são fracções.

v) Se o numerador fôr egual ao denominador, a fracção é egual a 1. Assim,

$$\frac{7}{7} = 1.$$

x) **185** — Observação. As fracções improprias são maiores do que 1. Assim, $\frac{57}{13}$ indica que a unidade foi dividida em 13 partes eguaes, cada uma das quaes, chamada *unidade fraccionaria,* é egual a $\frac{1}{13}$ e que se consideraram 57 dessas partes, portanto mais do que as que são necessarias para formar a unidade. Estas fracções resultam da medição de grandezas maiores do que a unidade.

E as fracções proprias são menores do que 1. Assim, a fracção $\frac{7}{11}$ indica que a unidade foi dividida em 11 partes eguaes, cada uma das quaes, chamada *unidade fraccionaria*, é egual a $\frac{1}{11}$ e que se consideraram 7 dessas partes, portanto 4 partes menos do que as que são necessarias para formar a unidade. Estas fracções resultam da medição de grandezas menores do que a unidade.

y) Na prática, porém, classificam-se uns e outros destes numeros simplesmente de *fracções* ou *numeros fraccionarios.*

z) **186** — Entre as fracções apresentadas ha umas em que o denominador é qualquer numero differente da unidade seguida de zeros e que se chamam *fracções ordinarias,* e ha outras em que o denominador é a unidade seguida de um ou mais zeros e que se chamam *fracções decimaes.* As unidades fraccionarias das primeiras são chamadas *unidades fraccionarias ordinarias;* e as das segundas são *unidades fraccionarias decimaes.* Assim:

$\frac{13}{18}$ e $\frac{7}{4}$ são fracções ordinarias;

$\frac{1}{18}$ e $\frac{1}{4}$ são unidades fraccionarias ordinarias.

$\frac{13}{10}$ e $\frac{7}{100}$ são fracções decimaes.

$\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$ são unidades fraccionarias decimaes.

QUESTIONARIO

a) — Como se dividem as grandezas?

b) — O que são grandezas descontínuas? Dê exemplos.

c) — O que são grandezas continuas? Dê exemplos.

d) — Quaes são as que dão a noção de numero inteiro?

e) — As grandezas contínuas tambem podem dar a noção de numero inteiro? Como e quando?

f) — O que é medir uma grandeza? Quantos casos se podem apresentar na prática da medição das grandezas?

g) — Como se medem em cada um dos casos? Como se chama a grandeza que serve para medir todas as da sua especie?

h) — Como se chama o numero que mede as grandezas no 1.º caso?

i) — Dividindo a unidade em 2, 3, 4, 5, etc., partes eguaes, como se chama cada uma destas partes?

j) — Dividida a unidade em 2, 3, 4, etc., partes eguaes, quantas são necessarias para formar a unidade?

k) — Quantos numeros inteiros são necessarios para medir as grandezas no 2.º caso? E como se chama o novo numero formado.

l) — O que é numerador, o que é denominador e como se escrevem?

m) — Como se lêm as fracções?

n) — Que excepções se estabelecem e quaes são?

o) — O que é um numero mixto e donde provem? O que é um numero fraccionario?

p) — Que indicam as fracções $\frac{3}{4}$, $\frac{13}{100}$, $\frac{48}{57}$? — Como se dividem as fracções?

q) — O que são fracções ordinarias? — O que são fracções decimaes?

r) — Quantas especies ha de unidades fraccionarias e como se chamam?

EXERCICIOS

263.º — Dividindo a unidade em 8 partes eguaes e tomando 5 dessas partes, que fracção se obtem?

264.º — Uma obra póde acabar-se em 12 dias de trabalho regular; que parte do trabalho se faz por dia?

265.º — Escreva as seguintes fracções: tres septimos, oito nonos, dous treze ávos, cinco dezoito ávos, doze oitenta ávos, dezoito quarenta e tres ávos.

266.º — Escrever os seguintes numeros mixtos: oito unidades e onze treze ávos, vinte e tres unidades e um quinto.

267.º — Leia as seguintes fracções: $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{15}{13}$, $\frac{87}{49}$, $\frac{725}{100}$.

268.º — O dia está dividido em 24 horas. Que parte do dia são 7 horas?

269.º — Um sujeito tem de percorrer uma distancia de 11 kilometros; que porção de distancia terá ainda para andar, tendo já percorrido 6 kilometros?

CAPITULO II

Numeros decimaes

a) **187** — Viu-se que, se se dividir a unidade em qualquer numero de partes eguaes, uma dessas partes se chamava *unidade fraccionaria*. Viu-se tambem que *fracção era o numero formado por uma ou mais unidades fraccionarias.*

Assim, se se dividir a unidade em 9 partes eguaes, por exemplo, cada uma dellas se chama *unidade fraccionaria ordinaria* e se representa por $\frac{1}{9}$. Se se tomar 2, 3, 4,... dessas partes, formar-se-hão os numeros $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{9}$, ... que, com $\frac{1}{9}$, se chamam *fracções.*

b) Porém, se em logar de se dividir a unidade em qualquer numero de partes eguaes, se se dividir systematicamente em 10, 100, 1000, 10000,... partes eguaes, chamadas *partes decimaes* da unidade, *ou unidades fraccionarias de-*

cimaes, cada uma dellas será representada respectivamente por

$$\frac{1}{10},\ \frac{1}{100},\ \frac{1}{1000},\ \frac{1}{10000},\ \frac{1}{100000},\ \ldots$$

c) Estas unidades fraccionarias decimaes, que se designam respectivamente *uma decima*, *uma centesima*, *uma millesima*, *uma decima millesima*, *uma centesima millesima*, *uma millionesima*, *uma decima millionesima*, *uma centesima millionesima*, *uma billionesima*, . . . , porque a unidade contem 10, 100, 1000, 10000, 100000, . . . , das partes eguaes em que foi dividida, chamam-se tambem unidades decimaes de 1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª, . . . , ordem decimal.

d) **188** — *Fracção decimal* é o numero formado por uma ou mais unidades fraccionarias decimaes; ou é a fracção que tem por denominador a unidade seguida de um ou mais zeros. Exemplos. $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{237}{1000}$.

e) **189** — Vê-se pelo exposto que as unidades das differentes ordens decimaes conservam entre si a mesma relação que as unidades das differentes ordens nos numeros inteiros, isto é, *uma unidade de qualquer ordem contém dez unidades da ordem immediatamente inferior*.

O mesmo principio da numeração fallada dos numeros inteiros se estende, pois, ás fracções decimaes, isto é, uma dezena vale 10 unidades; uma unidade vale 10 decimas; uma decima 10 centesimas, etc.

f) **190** — Todas as ordens de unidades podem reunir-se no quadro seguinte:

. . . .

6.ª *Unidade de milhão*	vale	10 centenas de mil
5.ª *A centena de mil*	»	10 dezenas de mil
4.ª *A dezena de mil*	»	10 unidades de mil
3.ª *Unidade de mil*	»	10 centenas
2.ª *A centena*	»	10 dezenas
1.ª *A dezena*	»	10 unidades
A unidade	»	10 decimas

1.ª *A decima*	vale	10 centesimas
2.ª *A centesima*	»	10 millesimas
3.ª *A millesima*	»	10 decimas millesimas
4.ª *A decima millesima*	»	10 centesimas millesimas
5.ª *A centesima millesima*	»	10 millionesimas
6.ª *A millionesima*	»	10 decimas millionesimas

. . . .

g) Este quadro mostra que duas ordens de unidades, situadas a egual distancia da unidade, têm nomes similares.

Assim, dezenas e decimas; centenas e centesimas; mil e millesimas; dezenas de mil e decimas millesimas, etc., têm nomes similares.

As unidades das differentes ordens decimaes tambem formam, como as inteiras, reunidas tres a tres, a partir da unidade, *unidades de classe.*

Assim, as tres primeiras ordens decimaes, que são as das decimas, centesimas e millesimas, formam a primeira classe decimal, chamada a das *millesimas;* as tres seguintes a das *millionesimas;* depois a das *billionesimas*, etc.

Estes nomes são tirados, como para os numeros inteiros, dos nomes da 3.ª ordem das unidades que formam a classe.

h) **191** — COMO SE PODEM ESCREVER AS FRACÇÕES DECIMAES Á MANEIRA DOS INTEIROS:

i) 1.º — É sabido da numeração escripta dos numeros inteiros que um algarismo escripto á esquerda doutro representa unidades de ordem superior ás dess'outro; logo, um algarismo escripto á direita doutro, representa unidades d'ordem inferior ás dess'outro. Ora, como nada nos obriga a deixar de estender esta lei além do algarismo das unidades simples, d'aqui o poder escrever-se, á direita do algarismo das unidades simples, outros algarismos, mas mediante a seguinte convenção: *que o primeiro algarismo escripto á direita das unidades simples represente decimas; o escripto á direita do das decimas represente centesimas e assim successivamente.*

j) 2.º — Importa, porém, saber-se distinguir na escripta o algarismo das unidades do das decimas e por consequencia de todos os outros que se escrevem á sua direita. Para isso, convencionou-se o seguinte: *collocar uma virgula á direita do algarismo das unidades para o separar do das decimas e, por consequencia, de todos os outros que representem unidades de ordem inferior.*

k) 3.º — Como podem faltar alguns algarismos d'algumas ordens, convencionou-se tambem, como já se fez para os inteiros, *preencher com zeros os algarismos das ordens que faltarem.*

l) **192** — Mediante estas convenções podem-se escrever as fracções decimaes á maneira dos inteiros. Assim, a fracção decimal $\frac{75}{10}$, que se lê *75 decimas*, indica que ha 7 unidades e 5 decimas; logo

$$\frac{75}{10} = 7{,}5.$$

Da mesma maneira, a fracção decimal $\frac{75}{100}$ indica que ha 75 centesimas e nenhumas unidades; logo

$$\frac{75}{100} = 0{,}75$$

E as unidades das differentes ordens decimaes representar-se-hão assim:

$$0{,}1; \quad 0{,}01; \quad 0{,}001; \quad 0{,}0001; \ldots$$

m) **193** — Daqui a seguinte

REGRA. — *Para se escrever uma fracção decimal á maneira dos numeros inteiros, escreve-se o numerador, separando em seguida nelle, por meio duma virgula, da direita para a esquerda, tantos algarismos quantos forem os zeros do denominador e tendo-se o cuidado de preencher com zeros as unidades das ordens que faltam.* Fxemplos:

$$\frac{784}{100} = 7{,}84; \qquad \frac{42}{1000} = 0{,}042.$$

n) **194** — Ora são as fracções decimaes escriptas desta nova fórma, isto é, á maneira dos numeros inteiros, que se chamam *numeros decimaes*. São, pois, numeros decimaes os seguintes:

73,85 e 0,043.

Desta fórma, os numeros decimaes ficam constando de duas partes; uma á esquerda da virgula, chamada *parte inteira*, que póde ser zero; outra á direita da virgula, chamada *parte decimal*.

Cada algarismo da parte decimal chama-se *algarismo decimal*.

o) **195** — Observação. — Alguns auctores estabelecem uma distincção entre os numeros decimaes que têm parte inteira dos que a não têm, como estabelecem distincção entre as fracções que têm o numerador maior do que o denominador, e que chamam numeros *fraccionarios* ou *fracções improprias*, e as fracções que têm o numerador menor do que o denominador e que chamam *fracções proprias*. Assim, chamam fracções decimaes aos numeros decimaes sem parte inteira, isto é, provenientes das fracções decimaes proprias; e *numeros decimaes* aos que têm parte inteira e parte decimal, isto é, provenientes das fracções decimaes improprias. Exemplos: 0,48 é uma fracção decimal, e 7,93 é um numero decimal.

p) Na prática, porém, tanto uns como outros numeros são designados sob a denominação commum de *numeros decimaes.*

q) Desta fórma, póde-se definir assim **numero decimal:** *É o numero que consta de uma ou mais partes decimaes da unidade.*

Esta definição abrange os numeros decimaes, que têm parte inteira e os que a não têm.

Um numero inteiro póde considerar-se como um numero decimal, cuja parte decimal é zero. Assim: 425 = 425,0 = 425,000.

r) **196** — OBSERVAÇÃO. — Estes numeros não são numeros novos que aqui se introduzem, como o eram as fracções ordinarias; são sómente fracções decimaes, que, como as ordinarias, têm a mesma origem, mas ás quaes se póde dar a fórma dos numeros inteiros, em virtude de certas convenções.

s) **197** — REGRA PARA A LEITURA DOS NUMEROS DECIMAES. — Os numeros decimaes podem lêr-se de dous modos: 1.º *lendo a parte inteira e depois a decimal;* 2.º *lendo todo o numero como se fosse inteiro.*

1.º modo. — REGRA I — *Para se lêr um numero decimal, lendo primeiro a parte inteira e depois a decimal, lê-se cada uma das partes como se fossem numeros inteiros, lendo primeiro a parte inteira, se a ha, e dando á parte decimal o nome das unidades que o ultimo algarismo decimal representa.*

Mas, para se determinar o nome das unidades decimaes que o ultimo algarismo decimal representa, divide-se mentalmente a parte decimal em classes de tres algarismos, a partir da virgula e dá-se á primeira classe o nome de *millesimas,* á segunda o de *millionesimas,* á terceira o de *billionesimas,* etc. Se a ultima classe da direita tem um só algarismo, que é o ultimo, representa este decimas da classe antecedente; se tem dous, representa centesimas da mesma classe. Assim, seja 13,876450065 o numero que se pretende ler. Dividindo a parte decimal, a partir da virgula, em classes de tres algarismos, teremos a primeira classe 876, que representa *millesimas,* a segunda 450, que representa *millionesimas,* e a terceira 065, que representa *billionesimas;* logo, o ultimo algarismo 5 representa billionesimas. Sabido, pois, o nome das unidades que 5 representa, lê-se agora a parte decimal, como se fosse numero inteiro, dando ao ultimo algarismo 5 o nome de billionesimas. O numero lê-se, pois: 13 unidades, 876 milhões 450 mil e 65 billionesimas. Da mesma fórma, o numero 0,80040000765 lê-se 80 billiões 40 milhões 765 centesimas billionesimas.

t) **198 — 2.º modo.** — REGRA II. — *Lê-se todo o numero como se fosse inteiro, dando-se á ultima classe o nome das unidades que o ultimo algarismo decimal representa.*

Assim, o numero decimal 478,0078945 lê-se: 4 billiões 780 milhões 78 mil 945 decimas millionesimas.

u) **199** — REGRAS PARA ESCREVER UM NUME-

RO DECIMAL ENUNCIADO. — A maneira de escrever um numero decimal enunciado varia com o modo de o enunciar.

v) **1.° modo.** — REGRA I. — *Quando se enuncia separadamente a parte inteira e a parte decimal, escreve-se primeiro a parte inteira, em seguida á qual se põe uma virgula e depois escreve-se a parte decimal, como se fosse numero inteiro, tendo-se o cuidado de fazer com que o seu primeiro algarismo da direita represente unidades decimaes da ordem enunciada; para isso, colloca-se, se fôr necessario, um ou mais zeros entre a virgula e o primeiro algarismo decimal significativo.* Exemplos:

1.° — Escrever o numero 27 unidades e 35 decimas millesimas. Escreve-se primeiro a parte inteira 27 e põe-se uma virgula; em seguida, escreve-se 35, mas de fórma que o 5 occupe a 4.ª ordem decimal, visto representar decimas millesimas, para o que é necessario escrever antes dous zeros, o que dá 27,0035.

2.° — Escrever o numero 13 millionesimas. Como não ha parte inteira, põe-se um zero e uma virgula á sua direita. Além disto, como o algarismo 3 representa millionesimas, deve occupar a 6.ª ordem decimal e por isso é preciso escrever depois da virgula quatro zeros; logo o numero enunciado será 0,000013.

x) **2.° modo.** — REGRA II. — *Quando o numero é enunciado á maneira dos inteiros, escreve-se como se fosse inteiro, tendo-se o cuidado de collocar a* *virgula de modo que o primeiro algarismo da di-direita represente unidades decimaes da ordem enunciada.* Exemplo: Escrever o numero 425807 centesimas millesimas. Como o algarismo 7 representa centesimas millesimas, deve então occupar a 5.ª ordem depois da virgula, e para isso, tem de se collocar entre o 4 e o 2. Logo o numero enunciado será 4,25807.

QUESTIONARIO

a) — O que é uma unidade fraccionaria ordinaria?

b) — O que é uma unidade fraccionaria decimal? — Em que se distinguem as duas?

c) — Se se dividir a unidade em 10, 100, 1000, ..., partes eguaes, como se representa cada uma destas partes e como se chama?

d) — Justifique as denominações de decimas, centesimas, millesimas, etc.

e) — O que é fracção decimal?

f) — O principio da numeração fallada dos numeros inteiros tambem se estende além das unidades simples? — Como?

g) — O que são unidades decimaes de 1.ª, 2.ª, 3.ª, ... ordem? — Quaes são as unidades da classe?

h) — Quaes são as ordens que constituem a 1.ª, 2.ª, 3.ª, ... classes?

i) — 3 unidades quantas decimas, centesimas ... têm?

j) — As fracções decimaes tambem se podem escrever á maneira dos numeros inteiros? — Quaes são as convenções em que assenta tal transformação? Qual é a regra?

k) — O que são numeros decimaes, de quantas partes constam e como se chamam?

l) — Haverá differença entre os numeros decimaes e as fracções decimaes? — Qual é? — Mas na prática admitte-se tal distincção?

m) — Os numeros inteiros tambem se podem escrever á maneira dos numeros decimaes? — Como?

n) — De quantos modos se póde ler um numero decimal e quaes são as respectivas regras? — Como se determina o nome das unidades que representa o primeiro algarismo decimal da direita?

o) — De quantos modos se póde ler um numero decimal e quaes as respectivas regras?

EXERCICIOS

270.º — Enunciar as ordens decimaes a partir das unidades simples até ás billionesimas, e desde as billionesimas até ás unidades simples.

271.º — Que ordem occupam á direita da virgula as decimas? — as millesimas? — as centesimas millesimas? — as millionesimas? — as centesimas millionesimas? — as billionesimas? — as decimas billionesimas?

272.º — Qual é a unidade decimal representada pelo algarismo que occupa a 3.ª ordem? —, a 5.ª? —, a 2.ª? —, a 6.ª? —, a 9.ª? —, a 7.ª? —, a 4.ª? —, 8.ª? —, a 3.ª? —

273.º — Quantos algarismos são precisos para representar centesimas? — decimas millesimas? — millionesimas? — millesimas? — centesimas millesimas? — decimas? — centesimas millionesimas? — billionesimas? — decimas millionesimas?

274.º — A unidade quantas decimas vale? — millesimas? — centesimas millesimas? — centesimas? — decimas millesimas? — millionesimas? — centesimas millionesimas? — decimas millionesimas? — billionesimas? —

275.º — Fazer exprimir aos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, decimas; — centesimas; — centesimas millesimas; — billionesimas; — centesimas millionesimas.

276.º — Quantas decimas valem 4 uuidades? — millesimas? — centesimas?

277.º—Uma dezena quantas decimas vale? —, millesimas? —, centesimas?

278.º—Cinco unidades de mil quantas centenas valem? —, dezenas? —, centenas? —, unidades? —, decimas? —, millesimas? —, decimas millesimas?

279.º—Qual é a unidade cem vezes maior que as decimas millionesimas? —, que as decimas? —, que as millionesimas? —, que as decimas millionesimas? —, que as centesimas millionesimas?

CAPITULO III

Propriedades dos numeros decimaes

a) **200**—1.ª *Um numero decimal não muda de valor escrevendo ou supprimindo zeros á sua direita ou á sua esquerda.* Assim: 3,47 = 3,470 = 3,4700 = 003,47000.

E isto é evidente, porque a posição de cada algarismo do numero 3,47, relativo á virgula, não mudou; 3 representa em todos os numeros unidades; 4 representa decimas e 7 centesimas.

b) **201**—Observação 1.—E' em virtude desta propriedade que se póde fazer com que differentes numeros decimaes exprimam unidades da mesma ordem, escrevendo-se á direita dos que têm menos algarismos decimaes tantos zeros, quantos sejam necessarios para que todos tenham um numero d'algarismos decimaes egual ao que tem mais. Assim: 0,7, 0,85 e 9,4863 podem escrever-se:

0,7000 0,8500 e 94863

c) **202** — OBSERVAÇÃO II. — E' em virtude da mesma propriedade que se póde variar a leitura dum numero decimal, escrevendo ou supprimindo zeros á sua direita. Assim, o numero 6,7 lê-se 67 decimas; escrevendo dous zeros á sua direita, o que dá 6,700, ler-se-ha: 6700 millesimas.

d) **203** — 2.ª *Para se multiplicar um numero decimal por 10, 100, 1000,... o que corresponde a torna-lo 10, 100, 1000... vezes maior, basta mudar respectivamente a virgula uma, duas, tres ordens para a direita.* Seja o numero 4,235: mudando-se a virgula duas ordens para a direita, tem-se o numero 423,5, que é o producto do primeiro por 100 ou 100 vezes maior do que o primeiro. Com effeito, no numero 4,235, o 4, que representa unidades, fica representando centenas no numero 423,5; ora 4 centenas são 100 vezes maiores do que 4 unidades; e da mesma fórma se provará que cada um dos outros algarismos representa unidades 100 vezes maiores; logo o numero está multiplicado por 100 ou tornou-se 100 vezes maior.

e) **204** — 3.ª *Para se dividir um numero decimal por 10, 100, 1000,... o que corresponde a torna-lo 10, 100, 1000... vezes menor, basta mu-*

dar respectivamente a virgula uma, duas, tres,... ordens para a esquerda. Seja o numero 423,5: mudando-se a virgula duas ordens para a esquerda, tem-se o numero 4,235, que é o quociente de 423,5 por 100, ou um numero 100 vezes menor. Com effeito, cada algarismo do quociente representa unidades 100 vezes menores.

f) **205** — Observação I. — A mudança da virgula para a direita ou para a esquerda num numero decimal corresponde a multiplica-lo ou a dividi-lo por 10, se se mudar uma ordem; por 100, se se mudar duas, etc.

g) **206** — Observação II. — Como os numeros inteiros podem ser considerados como numeros decimaes, esta propriedade estende-se a elles.

h) **207** — Observação III. — Quando o numero não tem algarismos sufficientes para se operar a mudança da virgula, completa-se o numero com zeros escriptos á direita ou á esquerda. Assim, o numero 3,8 multiplicado por 1000 produz 3800 e dividido por 1000 produz 0,0038.

QUESTIONARIO

a) — Quantas e quaes são as propriedades dos numeros decimaes?

b) — Um numero muda de valor escrevendo ou supprimindo zeros á sua direita ou á sua esquerda?

c) — Como se consegue que differentes numeros exprimam unidades da mesma ordem?

d) — Como se consegue variar a leitura dum numero decimal?

e)—Como se multiplica um numero decimal por 10, 100, 1000, ... etc.?

f)—Como se divide um numero decimal por 10, 100, 1000, ... etc.?

g)—A que corresponde a mudança da virgula num numero decimal para a direita ou para a esquerda?—Esta propriedade estende-se aos numeros inteiros?

h)—Quando o numero não tem algarismos sufficientes para se operar a mudança da virgula, que se faz?

i)—Quaes são as vantagens das propriedades dos numeros decimaes?

EXERCICIOS

280.º—Fazer a leitura dos seguintes numeros:

4,7	24,045	120,0512
12,25	138,434	95,004
320,32	731,4318	7,4005008

281.º—

15,094	51,00005	5,4032
85,72	8,000034	0,532608
64,8	12,0564	65,60043
7,05	0,004321	20,0345
	6,00039	0,4523

282.º—Escrever os numeros acima mencionados.

283.º—Decompor os mesmos numeros nas diversas unidades decimaes.

284.º—Quantas unidades ha em 50 decimas? — decimas, em 70 centesimas? — , centesimos, em 800 millesimas? — centesimas, em 74 uuidades e 7 centesimas? — , millesimas, em 6 unidades e 4 millesimas?

285.º—Escrever os numeros seguintes:

5 unidades e 4 decimas;

24 unidades, 3 decimas e 5 centesimas;

6 unidades, 2 decimas, 6 centesimas e 7 millesimas.

286.º — 405 centesimas millesimas. Mil cento e quinze millionesimas. 2 unidades e cincoenta e duas decimas millesimas. Dez millesimas. 32 unidades e 35 centesimas. 2 unidades e 6 centesimas. 12 unidades e 22 millesimas. 5743 millionesimas. 34 decimas. 34223 centesimas.

OPERAÇÕES SOBRE OS NÚMEROS DECIMAES

CAPITULO IV

Addição

a) **208** — Nas operações sobre numeros decimaes observa-se a mesma doutrina já conhecida das operações sobre os numeros inteiros.

Seja, por exemplo, addicionar os numeros 431,26, 0,564 e 14,6.

Para se achar a sua somma, basta, como para a addição de numeros inteiros, addicionar separadamente as unidades da mesma ordem, o que conduz a escreve-los uns debaixo dos outros, de modo que as virgulas se correspondam, ficando, desta fórma, os algarismos, que exprimem as unidades duma mesma ordem, situados na mesma linha vertical. Operando, pois, temos:

$$\begin{array}{r} 431{,}26 \\ 0{,}564 \\ 14{,}6 \\ \hline 446{,}424 \end{array}$$

Daqui deduz-se a seguinte

b) **209** — REGRA. — *Para se addicionar numeros decimaes, escrevem-se uns debaixo dos outros, de modo que as virgulas se correspondam: addicionam-se em seguida, como se fossem numeros inteiros, tendo o cuidado de collocar na somma a virgula debaixo da columna das virgulas.*

Subtracção

c) **210** — Os principios estabelecidos na addição, applicam-se egualmente á subtracção. Assim, seja, por exemplo, subtrair 8,552 de 412,376.

Operando e estabelecendo o mesmo raciocinio que na addição, temos:

$$\begin{array}{r} 412{,}376 \\ 8{,}552 \\ \hline 403{,}824 \end{array}$$

Daqui deduz-se a seguinte

d) **211** — REGRA. — *Para se subtrair numeros decimaes, escreve-se o menor debaixo do maior, de modo que as virgulas se correspondam; subtraem-se em seguida como se fossem numeros inteiros, tendo o cuidado de escrever no resto a virgula debaixo da columna das virgulas.*

e) **212** — OBSERVAÇÃO. — *Se um dos numeros tem menos algarismos decimaes que o outro, sup-*

põe-se que ha zeros no logar das unidades das ordens que faltam. Exemplos:

$$\begin{array}{r} 34{,}26 \\ \underline{18{,}3479} \\ 15{,}9121 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 475{,}3882 \\ \underline{312{,}29} \\ 163{,}0982 \end{array}$$

No primeiro exemplo deve suppor-se á direita do algarismo 6 do diminuendo dous zeros, e no segundo deve suppor-se tambem dous zeros á direita do algarismo 9 do diminuidor.

Multiplicação

f) **213** — Podem dar-se dous casos: 1.º *um dos factores é um numero inteiro; 2.º ambos os factores são numeros decimaes.*

g) 1.º CASO.—Sejam, por exemplo, 8,43 e 35 os numeros que se pretende multiplicar. E' claro que, se em logar de se multiplicar 8,43 por 35, se multiplicasse 843, que é um numero 100 vezes maior, por 35, o producto viria 100 vezes maior e por isso, para que elle não venha alterado, é preciso dividi-lo por 100, isto é, separar no producto, por meio duma virgula, da direita para a esquerda, dous algarismos.

h) 2.º CASO.—Sejam, por exemplo, 3,45 e 26,8 os numeros que se pretende multiplicar. E' claro que, se em logar de se multiplicar 3,45 por 26,8, se multiplicasse 345 por 268, que são numeros respectivamente 100 e 10 vezes maiores do que

3,45 e 26,8, o producto viria 100 × 10 vezes maior e por isso, para que elle não venha alterado, é preciso dividi-lo por 1000, isto é, separar no producto, por meio duma virgula, da direita para a esquerda, tres algarismos. Exemplos:

```
   8,43             3,45
     35             26,8
   ----          -------
   4215             2760
  2529             2070
 ------           690
 295,05         -------
                  92,460
```

Daqui deduz-se a seguinte

i) **214** — Regra. — *Multiplicam-se numeros decimaes, ou um decimal por um inteiro, como se fossem numeros inteiros, tendo o cuidado de separar, da direita para a esquerda, no producto, por uma virgula, tantos algarismos quantos são os algarismos decimaes do multiplicando e do multiplicador.*

Divisão

j) **215** — Ha dous casos a considerar na divisão dos numeros decimaes: 1.º *o dividendo é decimal e o divisor inteiro;* 2.º *o dividendo e o divisor são numeros decimaes.*

k) 1.º Caso. — Seja, por exemplo, 274,48 o numero que se pretende dividir por 35. E' claro que, se em logar de se dividir 274,48 por 35, se se dividir 27448, que é um numero 100 vezes maior, por 35, o quociente virá 100 vezes maior e por isso, para que elle não venha alterado, é preciso dividi-lo por 100, isto é, separar no quociente, por meio duma virgula, da direita para a esquerda, dous algarismos. [1]

```
274,48 |35
 294    7,84
  148
    8
```

Daqui deduz-se a seguinte

l) **216** —REGRA.—*Divide-se um numero decimal por um numero inteiro, operando-se como se o dividendo fosse inteiro e no quociente separam-se para a direita, por uma virgula, tantos algarismos decimaes quantos são os do dividendo.*

m) OBSERVAÇÃO.— Na pratica, colloca-se a virgula no quociente, logo que se escreve o algarismo das decimas do dividendo á direita do outro.

n) 2.º CASO.— *O divisor é um numero decimal.* Seja, por exemplo, dividir 83,542 por 5,7.

---

(1) Podia-se tambem raciocinar da seguinte fórma: dividir 274,48 por 35 é dividir 27448 centesimas por 35, isto é, procurar um numero de centesimas, que, multiplicado por 35, produza 27448 centesimas ou um numero de centesimas que, multiplicado por 35, dê o maior numero de centesimas contidas em 27448 centesimas. Dividindo-se, pois, 27448 por 35, acha-se o quociente incompleto 784 que, devendo exprimir centesimas, se terá de escrever 7,84.

Como o *quociente da divisão de dous numeros não muda de valor, quando se multiplica tanto o dividendo como o divisor pelo mesmo numero, mas o resto vem multiplicado por esse numero,* podemos, neste caso, multiplicar o dividendo e o divisor por 10; desta fórma ficamos reduzidos á divisão de dous numeros inteiros, quando o dividendo é numero inteiro ou contém um numero d'algarismos decimaes egual ao do divisor, ou ao caso precedente.

E assim, multiplicando-se o dividendo 83,542 por 10, obtem-se 835,42; e multiplicando o divisor 5,7 tambem por 10 obtem-se 57, numero inteiro.

835,42	57
265	14,65
374	
322	
37	

Daqui deduz-se a seguinte

o) **217** — Regra. — *Divide-se um numero inteiro ou decimal por outro numero decimal, deslocando a virgula para a direita, tanto no dividendo como no divisor, tantos algarismos decimaes quantos são os do divisor e supprime-se em seguida a virgula tanto no divivendo como no divisor, se ambos têm o mesmo numero d'algarismos decimaes, e só no divisor, se o dividendo tiver mais; desta fórma ficamos reduzidos a dividir numeros* *inteiros, ou um decimal por um inteiro, o que se faz segundo as regras estabelecidas.*

p) **218** — PROVAS.—As provas das quatro operações sobre os numeros decimaes fazem-se exactamente como as dos numeros inteiros. Uma só, a da divisão, feita pela multiplicação, é que offerece alguma difficuldade. Exemplo: seja 7,856 o numero que se pretende dividir por 4,8. O quociente desta divisão é, como é sabido, o mesmo que da divisão de 78,56 por 48, mas o resto é 10 vezes maior. Mas, fazendo-se a divisão, tem-se:

DIVISÃO		PROVA	
78,56	48	1,63	Quociente
305	1,63	48	Divisor
176		1304	
32		652	
		78,24	Producto
		0,32	Resto
		78,56	Dividendo

Vê-se, pois, que ao producto 78,24 do quociente 1,63 pelo divisor 48 se não juntou o resto 32, como exprimindo unidades simples, mas sim 0,32, isto é, o resto 32 exprimindo unidades decimaes da ordem das do dividendo, que são centesimas. *O resto exprime sempre unidades decimaes da mesma ordem que o dividendo.*.

Se se quizer o verdadeiro resto da divisão de 7,856 por 4,8, ter-se-ha ainda de dividir 0,32, que representa o resto da divisão de 78,56 por 48, por 10, o que daria 0,032.

QUESTIONARIO

a) — Como se addicionam numeros decimaes? — Enuncie a regra.

b) — Como se subtraem numeros decimaes? — Enuncie a regra.

c) — Como se procede quando um dos numeros tem menos algarismos decimaes do que o outro?

d) — Quantos casos ha a considerar na multiplicação de numeros decimaes?—Enuncie o primeiro, depois o segundo e a respectiva regra.

e) — Quantos casos ha a considerar na divisão de numeros decimaes?—Enuncie o primeiro e a respectiva regra.—Enuncie o segundo e a respectiva regra.

f) — Como se obtem as provas das quatro operações sobre numeros decimaes?—Ha alguma difficuldade a resolver, quando se trata da prova da divisão por uma operação inversa? — Qual é? — Como se resolve?

EXERCICIOS

287.º — 849,24 + 74,05 + 904,47 + 39,68 =

288.º — 79,648 + 678,324 + 9,528 + 482,354 =

289.º — 8,52 + 57,946 + 6,24 + 128,7 + 0,345 =

290.º — 145,35 + 29,608 + 9,50086 + 134,1284.

291.º — Uma peça de panno mede 75,25 metros de comprimento; outra mede 86,5 metros e uma terceira mede 116,70 metros. Quantos metros de comprimento medem as tres peças de panno?

292.º — Se misturarmos 416,35 litros de vinho duma qualidade com 98,470 litros doutra, quantos litros se obtêm?

293.º — Effectuar as subtrações:

$$\begin{array}{r} 8,3 \\ -4,5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 7,1 \\ -1,8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 5,4 \\ -2,8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9,3 \\ -4,7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24,32 \\ -14,83 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 34,15 \\ -19,26 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9,10 \\ -8,75 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,95 \\ -0,38 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,323 \\ -4,587 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 15,111 \\ -9,345 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 18,423 \\ -7,972 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 394,234 \\ -87,585 \\ \hline \end{array}$$

294.º — Effectuar as subtrações:

62,52 — 34,25 = ...
39,014 — 18,245 = ...
864,825 — 397,645 = ...

87,364 — 7,6916 = ...
89,359 — 0,967 = ...
8,709 — 0,084 = ...

295.º — Se duma peça de panno, que mede 86,75 metros de comprimento, cortarmos 16,5 metros, quantos metros restam?

296.º — Uma caixa cheia d'assucar pesa 168,35 kilogrammas; estando vasia, pesa 14,5 kilogrammas. Qual é o peso do assucar?

297.º — Effectuar as multiplicações seguintes:

9087,45 × 604 = ...
49,387 × 19 = ...
329 × 76,4 = ...
700 × 12,64 ...

346,25 × 482 = ...
24,003 × 386 = ...
3912 × 0,005 = ...
7431 × 0,1 = ...

3,009 × 6 = ...
325,075 × 348 = ...
7429 × 7,008 = ...
16941 × 21,05 = ...

298.º — Effectuar e tirar a prova dos noves ás multiplicações seguintes:

$148 \times 0{,}37 = \ldots$	$3948 \times 0{,}01 = \ldots$
$54{,}37 \times 56{,}7 = \ldots$	$806{,}21 \times 0{,}28 = \ldots$
$204{,}125 \times 0{,}354 = \ldots$	$4{,}064 \times 0{,}098 = \ldots$
$372{,}86 \times 0{,}789 = \ldots$	$570{,}261 \times 0{,}6731 = \ldots$

$79300 \times 0{,}001 = \ldots$
$52{,}45 \times 4{,}563 = \ldots$
$8{,}9 \times 7{,}5085 = \ldots$
$175{,}47 \times 47{,}006 = \ldots$

299.º — Custando 1 metro de panno 650 reis, quanto custam 278,25 metros?

300.º — Uma bica lança em cada hora 418,25 litros d'agua. Quantos litros lançará em 18,75 horas?

301.º — Achar o quociente de,

765,3 por 3	297,5 por 3	7517,35 por 58
118,95 » 8	0,715 » 2	3274,25 » 96
74,45 » 6	5,264 » 8	6,728 » 3

302.º —

$735{,}32 : 10 =$	$745{,}52 : 100 =$	$745{,}32 : 10000 =$
$3{,}2684 : 0{,}1 =$	$3{,}2684 : 0{,}01 =$	$3{,}2684 : 0{,}001 =$
$79{,}45 : 43 =$	$189{,}8 : 9 =$	$9{,}74 : 8 =$
$631{,}78 : 91 =$	$14{,}712 : 9 =$	$438{,}67 : 11 =$

303.º — Effectuar as divisões seguintes:

$63257{,}45 : 6943.48 =$	$34{,}87 : 876{,}8 =$
$83{,}674 : 482{,}78 =$	$687{,}63 : 798{,}62 =$
$1624{,}9 : 3674{,}85 =$	$34{,}52 : 867{,}24 =$

304.º — Havendo uma peça de panno de 126,35 metros de comprimento para dividir por 18 pessoas, quantos metros pertencem a cada uma?

305.º — Um comboio percorre 426,585 kilometros em 29,5 horas; quantos kilometros percorre em cada hora?

CAPITULO V

Quociente approximado e reducção duma fracção ordinaria a numero decimal

a) **219** — Víu-se na divisão dos numeros inteiros e dos numeros decimaes que nem sempre as divisões se faziam sem resto e que, portanto, não era sempre possivel achar o quociente exacto de dous numeros. Porém, como os numeros inteiros podem ser considerados como numeros decimaes, cuja parte decimal póde ser formada por um ou mais zeros e como, por outro lado, os numeros decimaes não mudam de valor escrevendo á sua direita um ou mais zeros, segue-se que o quociente exacto de dous numeros, não podendo ser inteiro, nem decimal, póde comtudo obter-se com a approximação que se quizer, visto que elle deve ter tantos algarismos decimaes quantos forem os do dividendo.

b) Assim, dividindo-se, segundo a regra da divisão dos numeros inteiros e dos decimaes, 428; 428,0; 428,00; 428,000, por 35, obteem-se os quocientes

428	35	428,0	35	428,00	35	428,000	35
78	12	78	12,2	78	12,22	78	12,228
8		80		80		80	
		10		100		100	
				30		300	
						20	

12; 12,2; 12,22 e 12,228, que não são exactos, porque as divisões deram resto, mas vão exprimindo tanto mais approximadamente ou com tanto menor erro o quociente exacto, quanto maior é o numero dos seus algarismos decimaes.

O primeiro quociente 12 é menor do que o exacto, porque 35 $\times$ 12 é egual a 420, numero menor do que o dividendo 428, mas tambem não póde ser 13, porque 35 $\times$ 13 é egual a 455, numero maior do que 428; logo o quociente exacto, estando compreendido entre 12 e 13, toma-se 12 por defeito e chama-se *quociente por defeito com um erro inferior a uma unidade*, visto que é preciso juntar-se-lhe um numero menor do que *uma unidade*, para se ter o quociente exacto. O quociente 13 chama-se *quociente por excesso inferior a uma unidade*, visto que é preciso tirar-se-lhe um numero menor do que 1, para se ter o quociente exacto.

c) Da mesma fórma, o quociente 12,2, na segunda divisão, é menor do que o exacto, porque 35 $\times$ 12,2 é egual a 427,0, numero menor do que o dividendo 428, mas tambem não póde ser 12,3, porque 35 $\times$ 12,3 é egual a 430,5, numero maior do que 428; logo o quociente exacto, estando compreendido entre 12,2 e 12,3, toma-se 12,2 por defeito e chama-se *quociente por defeito com um erro inferior a* 0,1, visto que é preciso juntar-se-lhe um numero menor do que 0,1 para se ter o quociente exacto.

O quociente 12,3 chama-se *quociente por exesso com um erro inferior a* 0,1, visto que é preciso tirar-se-lhe um numero menor do que 0,1, para se ter o quociente exacto.

O terceiro quociente 12,22 é tambem um quociente por defeito, mas já com um erro inferior a 0,01 e 12,23 é o quociente por excesso com um erro inferior a 0,01. E assim successivamente.

d) **220** — Daqui se conclue que o *quociente da divisão de dous numeros se póde obter com um erro inferior a* 1, *a* 0,1, *a* 0,01. . . *segundo o numero d'algarismos decimaes que o dividendo tenha ou se possa fazer ter, escrevendo zeros á direita do dividendo, sendo decimal; sendo inteiro, põe-se uma virgula á direita do algarismo das unidades e escreve-se depois um numero de zeros egual ao numero d'algarismos decimaes que se quizer obter no quociente. A approximação, por defeito e por excesso, é sempre com um erro menor do que uma unidade da ordem do ultimo algarismo do quociente.*

e) **221** — E' tambem por este meio que se consegue reduzir uma fracção ordinaria a numero decimal, mas em logar de se considerar o numerador, que representa o dividendo, como um numero decimal, sendo a parte decimal constituida por zeros, vão-se escrevendo á direita dos successivos réstos, de fórma que se obtenham sempre numeros superiores ao divisor, que é o denominador da fracção. Assim, seja $\frac{6}{7}$ a fracção ordinaria que se quer reduzir a numero decimal. Dir-se-ha: em 6 quantas vezes ha 7? não ha nenhuma vez. Escreve-se por isso um zero no quociente. Depois reduzem-se as 6 unidades do dividendo a decimas, assim: como 6 unidades valem 60 decimas, o que corresponde ao caso anterior de o dividendo ser 6,0, põe-se uma virgula no quociente á direita do zero e dividem-se as 60 decimas por 7, o que dá 8 decimas para quociente e 4 decimas para resto. Escreve-se então 8 á direita da virgula.

$$\begin{array}{l|l} 60 & 7 \\ \cline{2-2} \;40 & 0{,}8571 \\ \;\;50 & \\ \;\;\;10 & \\ \;\;\;\;3 & \end{array}$$

Querendo-se continuar a divisão, como 4 decimas do resto se não podem dividir por 7, reduzem-se a centesimas, assim: como 4 decimas valem 40 centesimas, o que corresponde ao caso de o dividendo ser 6,00 e baixar-se o segundo zero, e 40 já se póde dividir por 7, faz-se a divisão e o quociente 5 centesimas escreve-se á direita do 8. O resto 5 centesimas reduzir-se-ia da mesma fórma a millesimas e assim se continuaria a divisão até se obter um numero decimal no quociente, cujo ultimo algarismo exprimisse a approximação desejada.

QUESTIONARIO

a) — E' sempre possivel achar-se o quociente de dous numeros inteiros ou decimaes sem resto?

b) — Póde obter-se o quociente de dous numeros inteiros ou decimaes com a approximação que se quizer?

c) — Que é quociente por *defeito?*—que é quociente por *excesso?*

d) — Como se obtem o quociente de dous numeros com um erro inferior a 1, a 0,1, a 0,01 ...?

e) — Como se reduz uma fracção ordinaria a fracção decimal?

EXERCICIOS

306.º — Ache o quociente dos seguintes numeros com a approximação de 0,1.

431206 : 2976 = ...　　1432987 : 69543 = ...
312437 : 3589 = ...　　3142675 : 894 = ...

307.º — Ache o quociente dos seguintes numeros a menos de 0,01

3148769 : 675 = ...　　2754867 : 4986 = ...
1329674 : 3798 = ...　　4328759 : 987 = ...

308.º — Ache o quociente dos seguintes numeros a menos de 0,001

37548,7 : 6,74 = ...　　6432679 : 83,45 = ...
754876 : 7386 = ...　　43126,86 : 9783 = ...

309.º — Reduza as seguintes fracções ordinarias a fracções decimaes com a approximação de 0,1, de 0,01, de 0,001, etc.

$\frac{3}{7}$, $\frac{4}{37}$, $\frac{18}{79}$, $\frac{11}{17}$, $\frac{25}{418}$, $\frac{3}{647}$, $\frac{238}{579}$, $\frac{4111}{8754}$

CAPITULO VI

Calculo mental

a) **222** — Calculo mental é o que se pratica de cór, isto é, sem se escrever. E' geralmente mais rápido do que o calculo escripto.

Eis as regras principaes:

b) **223** — Addicionar numeros exactos de dezenas. — *Addicionam-se mentalmente os algarismos significativos e colloca-se um zero á direita da somma.* Assim, addicionar os numeros 30, 50 e 60, corresponde a addicionar 3, 5 e 6, o que dá 14, e a collocar á direita de 14 um zero, o que dá 140, que é a somma pedida.

c) **224** — Addicionar a um numero um numero exacto de dezenas. — *Addiciona-se mentalmente este numero de dezenas ás dezenas do primeiro numero e conservam-se as unidades.* Assim, addicionar os numeros 356 e 60, corresponde a addicionar a 35 dezenas 6 dezenas, o que dá 41 dezenas ou 410 unidades e a conservar as 6 unidades de 356, o que produz 416, que é a somma pedida.

d) **225** — Addicionar a um numero um numero de dous algarismos. — *Addicionam-se ao primeiro numero as dezenas do segundo e juntam-se á somma obtida as unidades do segundo.* Assim, addicionar os numeros 568 e 36, corresponde a addicionar 568 a 30, o que dá, em virtude da regra anterior, 598 e a juntar a esta somma as 6 unidades de 36, o que dá, pelo segundo caso da addição, 604, que é a somma pedida.

e) **226** — Addicionar a um numero um numero de dous algarismos e terminado em 9. — *Junta-se a este numero uma unidade, o que dá um numero exacto de dezenas, e o numero assim abtido, junta-se ao primeiro, e da somma obtida, tira-se uma unidade.* Assim: addicionar os numeros 478 e 59, corresponde a addicionar os numeros 478 e 60, o que dá, pela terceira regra, 538 e a tirar desta somma uma unidade, o que dá 537, que é a somma pedida.

f) **227** — SUBTRAIR UM NUMERO EXACTO DE DEZENAS. —*Subtrae-se mentalmente o algarismo significativo do diminuidor do algarismo significativo do diminuendo e colloca-se um zero á direita da differença.* Assim, subtrair o numero 30 de 70, corresponde a subtrair 3 de 7, o que dá 4 e a collocar á direita do 4 um zero, o que dá 40, que é a differença pedida.

g) **228**—SUBTRAIR A UM NUMERO QUALQUER UM NUMERO EXACTO DE DEZENAS.—*Subtrae-se mentalmente este numero de dezenas das dezenas do primeiro numero e conservam-se as unidades.*— Assim, subtrair o numero 60 de 356, corresponde a subtrair 6 dezenas de 35 dezenas, o que dá 29 dezenas ou 290 unidades, e a conservar as 6 unidades de 356, o que produz 296, que é a differença pedida.

h) **229**—MULTIPLICAR DOUS NUMEROS EXACTOS DE DEZENAS.—*Multiplicam-se mentalmente os algarismos significativos e collocam-se dous zeros á direita do producto.* Assim, multiplicar os numeros 30 e 50, corresponde a multiplicar 3 por 5, o que dá 15, e a collocar á direita de 15 dous zeros, o que dá 1500, que é o producto pedido.

i) **230**—MULTIPLICAR UM NUMERO DE DOUS ALGARISMOS POR 11.— *Se a somma dos algarismos do numero dado não excede a 9, escreve-se esta somma entre esses algarismos, e o numero resultante será o producto; porém, se a somma excede a 9, procede-se da mesma fórma, mas augmenta-se numa unidade o algarismo das dezenas do numero.* Assim, o producto de 54 por 11 é 594; collocou-se entre os algarismos 5 e 4 do numero 54 a sua somma 9.

Porém, o producto de 86 por 11 é 946; collocou-se entre o algarismo 8 e 6 do numero 86 o algarismo 4 da sua somma 14 e juntou-se o algarismo 1 das dezenas ao algarismo 8 das dezenas do numero 86.

j) **231**—MULTIPLICAR UM NUMERO POR 25 OU POR 0,25.—*Para se multiplicar um numero por 25, multiplica-se esse numero por 100 e divide-se o producto por 4; e se fôr por 0,25,* *basta dividi-lo por 4, isto é, tomar-lhe a quarta parte.* Como 25 é egual a 100 : 4, ter-se-ha:

$$87 \times 25 = 87 \times 8700 : 4 = 2175$$

Tambem, como 0,25 é egual a $\frac{1}{4}$, porque $\frac{1}{4}$ reduzido a numero decimal produz 0,25, segue-se que, multiplicar um numero por 0,25 corresponde a dividi-lo por 4, isto é, tomar-lhe a quarta parte. Assim

$$87 \times 0{,}25 = 87 : 4 = 21{,}75$$

k) **232** — MULTIPLICAR QUALQUER NUMERO POR 99. — *Multiplica-se o numero por 100 e ao producto subtrae-se o multiplicando.* Assim, multiplicar 84 por 99, corresponde a multiplicar 84 por 100, o que dá 8400 e a subtrair 84 a este producto, o que dá 8316, que é o producto pedido.

QUESTIONARIO

a) — Que é calculo mental?

b) — Como se addicionam numeros exactos de dezenas?

c) — Como se addiciona a um numero um numero exacto de dezenas?

d) — Como se addiciona a um numero um outro de dous algarismos?

e) — Como se addiciona a um numero um outro de dous algarismos terminando em 9?

f) — Como se subtraem numeros exactos de dezenas?

g) — Como se subtrae dum numero qualquer um numero exacto de dezenas?

h) — Como se multiplicam dous numeros exactos de dezenas?

i) — Como se multiplica um numero de dous algarismos por 11? — Quantos casos se podem dar?

j) — Como se multiplica um numero por 25 ou por 0,25?

k) — Como se multiplica um numero por 9?

EXERCICIOS

310.º — Addicionar mentalmente:

60 + 20 = ...   50 + 50 = ...   30 + 50 + 40 = ...
80 + 10 = ...   70 + 40 = ...   20 + 60 + 10 = ...

311.º — Addicionar mentalmente:

48 + 60 = ...   57 + 20 = ...   193 + 20 = ...
76 + 30 = ...   39 + 80 = ...   465 + 70 = ...

312.º — Addicionar mentalmente:

3476 + 54 = ...   18426 + 78 = ...   3475 + 78 = ...
838 + 63 = ...   6325 + 18 = ...   3796549 + 27 = ...

313.º — Addicionar mentalmente:

7265 + 49 = ...   27645 + 89 = ...   537 + 19 = ...
893 + 59 = ...   648 + 79 = ...   8436 + 29 = ...

314.º — Subtrair mentalmente:

80 — 30 = ...   90 — 40 = ...   60 — 20 = ...
60 — 50 = ...   70 — 20 = ...   50 — 40 = ...

315.º — Subtrair mentalmente:

87 — 30 = ...   275 — 80 = ...   3475 — 70 = ...
96 — 50 = ...   89 — 20 = ...   754 — 60 = ...

316.º — Multiplicar mentalmente:

80 × 30=...	40 × 90=...	20 × 80=...
60 × 70=...	70 × 50=...	20 × 80=...

317.º — Multiplicar mentalmente:

26 × 11=...	36 × 11=...	58 × 11=...
74 × 11=...	64 × 11=...	29 × 11=...

318.º — Multiplicar mentalmente:

46 × 25=...	19 × 25=...	276 × 25=...
73 × 25=...	348 × 25=...	3248 × 25=...
27 × 0,25=...	46 × 0,25=...	389 × 0,25=...
38 × 0,25=...	254 × 0,25=...	2629 × 0,25=...

319.º — Multiplicar mentalmente:

26 × 99=...	324 × 99=...	4266 × 99=...
58 × 99=...	286 × 99=...	36785 × 99=...

320.º — Tendo o menino Alfredo 40 laranjas e a menina Judith 50, quantas laranjas são ao todo?

321.º — Juntando-se 36 espheras a 40 espheras, quantas espheras são?

322.º — Num pomar ha 128 macieiras e 46 laranjeiras. Quantas arvores tem o pomar?

323.º — O menino Julio deu 76 faltas durante um anno e 59 no anno seguinte. Quantos dias faltou na escola?

324.º — Se a 70 laranjas tirarmos 40, quantas ficam?

325.º — De 126 arvores abateram-se 50; quantas arvores ficaram?

326.º — Sendo o preço dum metro de fita 40 réis, quanto custam 90 metros?

327.º — Ha 56 caixinhas contendo cada uma 12 dados. Quantos são ao todo?

328.º — Custando um pão 25 réis, quanto custam 83 pães?

329.º — Sendo o comprimento de cada peça de panno de 99 metros, quantos metros ha em 58 peças?

GEOMETRIA ELEMENTAR

CAPITULO I

CORPOS — VOLUMES — SUPERFICIES — LINHA — PONTO — SUPERFICIES CURVAS E PLANAS

a) **233** — A ardosia em que os meninos escrevem, o tinteiro que têm deante de si, o lapis, um pedaço de giz, a esphera que vêm sobre esta mesa, a terra, a lua, o sol, emfim toda essa immensa variedade de objectos que occupam o espaço denominam-se **corpos**.

b) **234** — Todos estes corpos occupam uma porção de espaço que se denomina **volume**. Assim, diz-se: o volume duma pedra, dum tronco de madeira, dum sacco de milho, etc., querendo-se significar com isto o *espaço* occupado por estes corpos. [1]

c) **235** — Uma garrafa, um copo, uma caixa, além do espaço que occupam, isto é, do seu volume, têm volume interior, espaço considerado vasio que se denomina **capacidade**.

---

[1] E este espaço occupado pelos corpos, por outras palavras, qualquer corpo tem tres *dimensões: comprimento, largura* e *altura*. A altura chama-se tambem algumas vezes *espessura* ou *profundidade*.

d) **236** — Numa mesa, por exemplo, o limite que separa este corpo do resto do espaço, denomina-se **superficie**. Diz-se a superficie duma parede, duma esphera, da capa dum livro, dum tinteiro, etc., querendo-se com isto significar o limite exterior destes corpos. (1)

e) **237** — As superficies dos corpos não apresentam todas o mesmo aspecto.

Na superficie desta mesa póde-se assentar uma regua ou uma linha em todos os sentidos; o mesmo se faz sobre uma folha de papel; diremos então que a superficie é **plana**.

f) Sobre a casca dum ovo, duma laranja, dum cylindro, etc., já se não póde ajustar uma regua em todas as direcções; diremos então que a superficie é **curva**.

g) O numero que mede uma superficie ou a sua medida, chama-se **área** desta superficie.

h) **238** — Quando duas superficies se encontram, a sua intersecção é o limite commum e denomina-se **linha**. (2)

i) **239** — O limite duma linha ou o logar onde duas linhas se encontram denomina-se **ponto**.

O ponto não tem dimensão alguma. Tem-se uma ideia grosseira do ponto na impressão que deixa a ponta dum lapis muito aguçado ou o bico da penna no papel.

---

(1) As superficies têm duas *dimensões: comprimento* e *largura*.

(2) As linhas são os *limites* das superficies e têm uma só *dimensão: o comprimento*.

j) Uma linha é formada por uma infinidade de pontos.

QUESTIONARIO

a)—O que são corpos?—Dê alguns exemplos.

b)—Como se chama o espaço que os corpos occupam?—Dê alguns exemplos.

c)—O que se entende por capacidade?—Que differença ha entre volume e capacidade?

d)—Como se chama o limite que separa o corpo do resto do espaço?—que é superficie?—Dê alguns exemplos.

e)—Como se dividem as superficies?—Que é superficie plana?—Que é superficie curva?

f)—Que é área?

g)—Como se chama o limite duma superficie?—Que é linha?—Dê alguns exemplos.

h)—Que é comprimento?

i)—Como se chama o limite duma linha ou o logar onde duas linhas se encontram?—Que é ponto?

CAPITULO II

DAS LINHAS

Linha recta, quebrada e curva

a) **240**—As folhas dum livro, os caixilhos de uma janella, as reguas, etc., são limitadas por **linhas rectas,** fig. 1. Uma linha recta lê-se com duas letras, collocadas nas suas extremidades; assim, a linha AB, fig. 1.

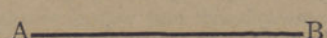


Fig. 1

b) Esta linha gosa da propriedade de marcar a menor distancia entre dous pontos, a qual se denomina **distancia entre estes pontos.**

c) **241** — Um fio de seda bem esticado, fig. 2, dá ideia perfeita duma linha recta.

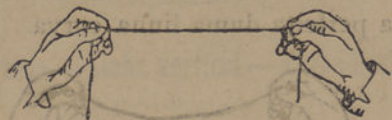


Fig. 2

d) **242** — Dum ponto para outro não se póde traçar mais do que uma recta.

e) **243** — As linhas que formam as letras maiusculas **M**, **Z** e **N** denominam-se **quebradas** ou **polygonaes**; são formadas por linhas rectas. Assim, a linha ABCD, fig. 3.

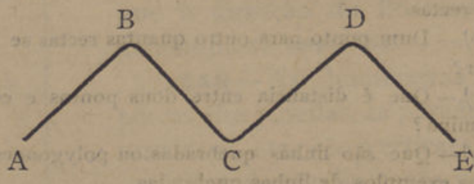


Fig. 3

f) **244** — Os bordos dum copo, os contornos duma roda, das plantas, das folhas, etc., são limitados por **linhas curvas.**

Estas linhas não são rectas, nem compostas de linhas rectas. Assim, a linha ACB, fig. 4.

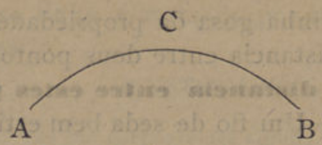


Fig. 4

g) **245** — Um fio de seda não esticado, fig. 5, dá ideia perfeita duma linha curva.

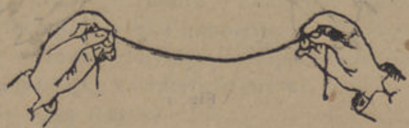


Fig. 5

h) Do exposto se conclue que as linhas podem ser, quanto á sua fórma, *rectas, quebradas* ou *curvas*.

QUESTIONARIO

a) — Que é linha recta? — Dê alguns exemplos de linhas rectas.

b) — Dum ponto para outro quantas rectas se podem traçar?

c) — Que é distancia entre dous pontos e como se denomina?

d) — Que são linhas quebradas ou polygonaes? — Dê alguns exemplos de linhas quebradas.

e) — Que é linha curva? — Dê alguns exemplos de linhas curvas.

f) — Como se dividem as linhas, quanto á sua fórma?

EXERCICIOS

330.º — Fazer traçar ao alumno linhas rectas.

331.º — Fazer traçar ao alumno linhas quebradas.

332.º — Fazer traçar ao alumno linhas curvas.

333.º — Mostrar ao alumno que linhas que limitam as folhas dum livro, as que limitam os mappas que estão na parede, etc., são *linhas rectas*.

334.º — Mostrar ao alumno que as linhas que limitam o contorno dum annel, dum cylindro, etc., são *linhas curvas*.

Fio de prumo — Linha vertical — Linha horizontal

a) **246** — Se a um fio prendermos numa das extremidades um peso, ordinariamente de chumbo, e suspendermos esse fio pela outra extremidade, teremos um **fio de prumo**. (Fig. 6).

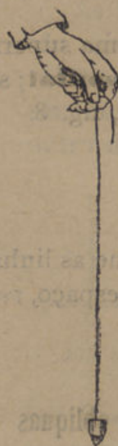


Fig. 6

b) **247** — Suspendendo o fio de prumo pela extremidade A e esperando que elle fique immovel ou em equilibrio, a linha que segue a direcção do fio suspenso denomina-se **vertical**.

c) **248** — As hombreiras das portas, das janellas, as paredes de uma casa, etc., são verticaes.

Quando não ha vento, a chuva cae verticalmente.

d) **249** — As paredes duma casa, duma torre, dum muro para se sustentarem em pé, precisam ser verticaes, isto é, alinharem com o fio de prumo.

E' por isso que os pedreiros se servem muitas vezes deste instrumento para darem ás suas construcções a direcção vertical.

e) Toda a linha, pois, que seguir a direcção do fio de prumo é uma **linha vertical,** fig. 7.

Fig. 7

f) **250** — Colloquemos uma regua de madeira sobre a agua tranquilla; a regua fluctuará, isto é, não vae ao fundo e póde tomar tantas posições differentos quantas quizermos.

Diz-se que a regua está em posição **horizontal**.

Os sobrados, as superficies superiores das mesas, etc., são superficies *horizontaes*.

g) **251** — Toda a linha situada numa superficie horizontal chama-se **linha horizontal**; segue a direcção da agua em repouso, fig. 8.

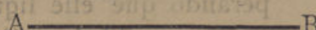


Fig. 8

h) **252** — Do exposto se conclue que as linhas podem ser, quanto á sua posição no espaço, *verticaes* ou *horizontaes*.

Linhas parallelas, perpendiculares e obliquas

a) **253** — As linhas ferreas sobre as quaes caminham os comboios, as duas linhas oppostas que limitam uma folha de papel, etc. denominam-se **linhas parallelas.**

b) **254** — As linhas parallelas são linhas que, situadas num mesmo plano nunca se encontram por mais que se prolonguem, fig. 9. Conservam invariavelmente a mesma distancia entre si.

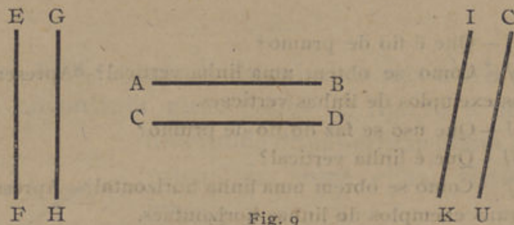


Fig. 9

As hombreiras das portas e das janellas duma casa são parallelas entre si.

As linhas descriptas pelas rodas dum carro são egualmente parallelas entre si.

c) **255** — Quando uma linha encontra outra sem se inclinar mais para um lado do que para outro denomina-se *linha perpendicular*.

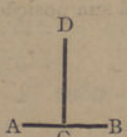


Fig. 10

CD é uma perpendicular a AB, fig. 10.

A linha vertical é perpendicular á horizontal e esta áquella.

As hombreiras das portas e das janellas são perpendiculares á soleira.

d) **256** — Quando uma linha CD encontra outra AB de modo que se encline mais para um lado CB do que para o outro CA, diz-se que a primeira é *obliqua* á segunda.

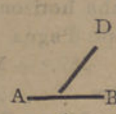


Fig. 11

e) **257** — Do exposto se conclue

que as linhas podem ser, quanto á sua posição relativa, *parallelas, perpendiculares* ou *obliquas*.

QUESTIONARIO

a) — Que é fio de prumo?

b) — Como se obtem uma linha vertical? — Apresente alguns exemplos de linhas verticaes.

c) — Que uso se faz do fio de prumo?

d) — Que é linha vertical?

e) — Como se obtem uma linha horizontal? — Apresente alguns exemplos de linhas horizontaes.

f) — Que é linha horizontal?

g) — Como se dividem as linhas quanto á sua posição no espaço?

h) — Que são linhas parallelas? — de que propriedade gosam? — Dê alguns exemplos de linhas parallelas.

i) — Que é linha perpendicular?

j) — Como é a linha vertical em relação á horizontal e vice-versa?

k) — O que são linhas obliquas?

l) — Como se dividem as linhas, quanto á sua posição relativa?

EXERCICIOS

335.º — Mostrar ao alumno o fio de prumo e ensina-lo a servir-se delle, para determinar as linhas verticaes.

336.º — Mostrar ao alumno como se determina uma linha horizontal por meio do nivel ou, na sua falta, dum copo d'agua.

387.º — Mostrar ao alumno o que sejam rectas parallelas.

338.º — Fazer traçar ao alumno linhas parallelas.

339.º — Mostrar ao alumno o que é uma linha perpendicular, ou obliqua a outra.

CAPITULO III

DOS ANGULOS

a) **258** — Quando duas linhas rectas AB e AC se encontram num ponto A, fig. 12, a porção indefinida de superficie plana, comprehendida entre ellas, chama-se *angulo*.

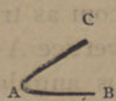


Fig. 12

As rectas AB e AC chamam-se *lados* do angulo e o ponto A do encontro *vértice*.

b) **259** — Um angulo lê-se ou só com a letra do vértice ou com tres letras, ficando a do vértice no meio. Assim se diz, fig. 12, o angulo A ou BAC.

c) Um angulo só se póde lêr com a letra do vértice, quando este não pertence a mais angulos.

d) **260** — Os angulos podem ser *rectos, agudos* ou *obtusos*.

e) *Angulo recto* é aquelle cujos lados são perpendiculares, fig. 13. O angulo recto vale 90°, que se lê: 90 graos.

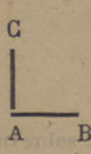


Fig. 13

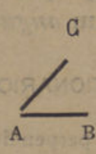


Fig. 14

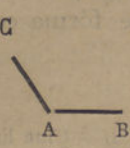


Fig. 15

f) **261** — *Angulo agudo* é aquelle que é menor do que um recto, fig. 14. O angulo agudo vale menos do que 90°.

g) **262** — *Angulo obtuso* é aquelle que é maior do que um recto, fig, 15. O angulo obtuso vale mais do que 90°.

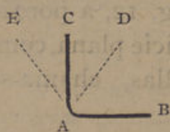


Fig. 16

i) **263** — A fig. 16 contém as tres especies de angulos e só se podem lêr com as tres letras, porque o vertice A é commum a muitos angulos. Tem-se o angulo BAD que é agudo e menor do que o angulo BAC, que é recto e este menor do que o angulo BAE, que é obtuso.

i) **264** — Para se traçar uma perpendicular a uma recta e, portanto, para se construir um angulo recto, emprega-se o **esquadro**, fig. 17.

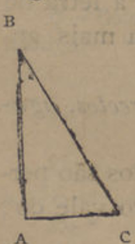


Fig. 17

Os lados AC e AB do esquadro formam entre si um angulo recto.

Se, pois, collocarmos o lado AC sobre uma linha traçada e fizermos deslocar ao longo de BA o giz ou o lapis ou a penna, a linha traçada é perpendicular á primeira e fórma com ella um *angulo recto.*

QUESTIONARIO

a) — Uma linha caindo perpendicularmente sobre outra que fórma com ella?

b) — Que é um angulo?—que especies ha de angulos?

c) — Que é angulo recto?—angulo agudo?—angulo obtuso?

d) — Que são lados do angulo?—que é vértice do angulo?

e) — De que instrumento nos servimos para traçar a perpendicular a uma recta?

f) — Que é um esquadro?

EXERCICIOS

340.º — Ensinar ao alumno a traçar uma linha perpendicular a outra, fazendo uso do esquadro.

341.º — Construir um angulo recto com o auxilio do esquadro.

342.º — Construir um angulo agudo.

343.º — Construir um angulo obtuso.

344.º — Mostrar ao alumno que a distancfa entre duas parallelas é constante.

CAPITULO IV

DO CIRCULO

CIRCULO — CIRCUMFERENCIA — CENTRO — RAIO — DIAMETRO — CORDA — SECANTE — TANGENTE — SEGMENTO — SECTOR CIRCULAR — DIVISÃO DA CIRCUMFERENCIA — TRANSFERIDOR E SEU USO

a) **267** — Partindo uma bola de bilhar ao meio, ou uma laranja, o disco ou plano que cada metade apresenta chama-se **circulo**.

O vidro dum relogio, as moedas, o fundo dum copo redondo, do litro, de um prato, etc. são *circulos*.

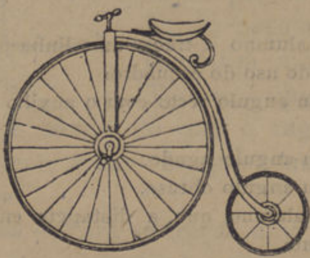


Fig. 18

b) **268** — A linha que limita o circulo denomina-se **circumferencia**.

As rodas dos carros, dos velocipedes, fig. 18, os arcos duma pipa, etc. são terminados por circumferencias.

c) **269** — Assentando uma das pontas dum compasso em um ponto **o** do papel, fig. 19, e obrigando a outra ponta a deslocar-se em torno da primeira, esta ultima descreve uma linha que é a circumferencia.

Fig. 19

E' claro que esta linha tem todos os seus pontos á mesma distancia do ponto **o** que se chama **centro** da **circumferencia** ou do **circulo.**

Fig. 20

d) **270**—A distancia do centro a um ponto da circumferencia denomina-se **raio**. OA é um raio, fig. 20.

Para qualquer parte da circumferencia que se tire o raio, elle será sempre egual, porque todos os pontos da curva se conservam sempre á mesma distancia do centro.

Fig. 21

e) **271** — Se prolongarmos o raio até encontrar outro ponto da circumferencia, a linha resultante denomina-se **diametro**. BC é um diametro, figura 22.

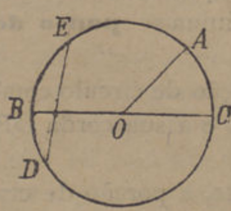


Fig. 22

O diametro passa pelo centro do circulo e divide-o em duas partes eguaes.

O diametro é egual a dous raios.

f) **272**—Na fig. 21 só uma parte da circumferencia está desenhada com traço cheio; a outra está pontuada; chama-se **arco** qualquer dessas porções da circumferencia. Mas, quando não ha referencia a arco, entende-se que é o menor.

g) Qualquer recta, por exemplo AB, fig. 21, que une as extremidades dum arco, ou por outra, dous quaesquer pontos duma circumferencia, denomina-se **corda**.

h) O diametro será, pois, uma corda e a maior que se póde tirar num circulo.

i) **273** — Prolongando-se as extremidades duma corda, esta toma então o nome de **secante**; corta a circumferencia em dous pontos, A e B, fig. 23.

AB é uma *secante.*

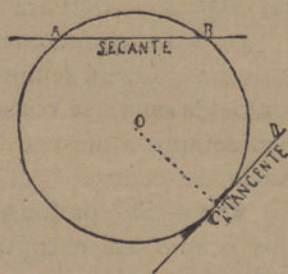


Fig. 23

j) **274**—Traçando-se uma linha de fórma que toque num ponto a circumferencia, essa linha chama-se **tangente**, fig. 23; o ponto C, onde ella toca a circumferencia, denomina-se **ponto de tangencia.**

k) **275**—Na fig. 22, a porção de circulo comprendida entre o arco DBE e a sua corda DE denomina-se **segmento**.

l) **276**—Na mesma fig. 22, a porção de circulo compreendida entre o arco AC e os raios OC e OA denomina-se **sector circular**.

m) **277**—A unidade de medida dos arcos é o **grao**.

A circumferencia divide-se em *360 partes eguaes* chamadas **graos**; o grao divide-se em *60 minutos* e o minuto divide-se em *60 segundos.*

n) **278**—Podemos considerar um angulo AOC como tendo os seus lados raios dum circulo cujo centro é o vertice do angulo, fig. 22, e tem por medida o arco compreendido entre os seus lados.

Medindo, pois, o arco compreendido entre os seus lados, teremos a medida do angulo.

Se os raios são perpendiculares entre si, o angulo mede 90°, porque tendo a circumferencia 360°, a quarta parte de 360° são 90°. Mas fóra deste caso não temos meio algum de avaliar a sua grandeza, senão com o auxilio dum instrumento chamado transferidor, fig. 24.

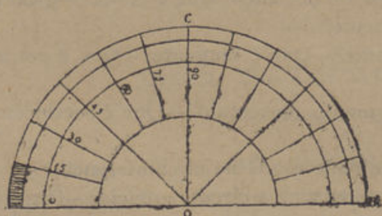


Fig. 24

o) **279** — E' um semi-circulo de corno ou de metal, cujo contôrno está divido em 180 partes eguaes, chamadas **graos.**

p) Mede-se um angulo, fazendo coincidir o lado AB com um dos lados do angulo, de fórma que o ponto **o** fique no vertice; lê-se depois no contorno do transferidor o numero de graos, escripto no ponto onde passa o outro lado do angulo. Esse numero exprime a grandeza do angulo.

q) O angulo recto mede 90°.
r) O angulo agudo mede menos de 90°.
s) O angulo obtuso mede mais de 90°.

QUESTIONARIO

a) — Que é circulo?—Apresente alguns exemplos.

b) — Que é circumferencia?—Apresente alguns exemplos.

c) — Como se traça uma circumferencia?—Como se chama o instrumento com que se traçam as circumferencias?

d) — Que é raio do circulo?—Que relação ha entre os raios dum mesmo circulo?

e) — Que é diametro?—De que propriedade gosa o diametro?—A quantos raios é egual um diametro?

f) — Que é arco do circulo?—Que é corda?—Qual é a maior corda do circulo?

g) — Que é secante?—Que é tangente?—Que é ponto de tangencia?

h) — Que é segmento do circulo?—Que é sector circular?

i) — Qual é a unidade usada na circumferencia?

j) — Quantos graos tem a circumferencia?—O grao quantos minutos tem?—O minuto quantos segundos tem?

k) — Qual é a unidade do angulo?

l) — Quantos graos mede o angulo recto?

m) — Qual é o instrumento que serve para medir os angulos?—Descreva-o.

n) — Como se mede um angulo?

o) — O angulo agudo mede mais ou menos graos do que o recto?—E o angulo obtuso?

EXERCICIOS

345.º — Com um raio dado, traçar uma circumferencia.

346.º — Traçar uma circumferencia egual a uma circumferencia dada.

347.º — Conhecido o centro do circulo, determine primeiro o raio, depois o diametro.

348.º — Traçar uma recta que corte a circumferencia em dous pontos.—Como se chama essa recta?

349.º — Traçar uma recta que toque num ponto a circumferencia.—Como se chama essa recta?

350.º — Determinar um arco na circumferencia, traçando a respectiva corda.—Designar o espaço compreendido entre a corda e o arco respectivo.

351.º — Prolongar a corda no sentido das duas extremidades.—Como se chama esta linha?

352.º — Faça repetidos exercicios de medição d'angulos.

CAPITULO V

DOS POLYGONOS

a) **280** — Traçando-se numa superficie plana, por exemplo no papel, numa lousa, etc., linhas rectas AB, BC, CD, DE, EA, de modo que ellas se encontrem duas a duas, fig. 25, limita-se assim uma parte da superficie plana que se chama **polygono**. Logo

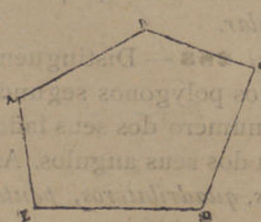


Fig. 25

b) Polygono é uma porção de superficie plana limitada por todas as partes por linhas rectas.

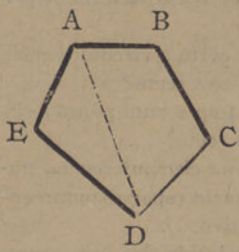


Fig. 26

c) Estas linhas AB, BC, CD, DE e EA chamam-se **lados** do polygono, e os pontos A, B, C, D, E, onde ellas se encontram duas a duas são chamados **vértices**.

d) Qualquer recta AD, que une dous vértices não contiguos chama-se **diagonal**; AD é uma diagonal, fig. 26.

e) **281** — A somma de todos os lados dum polygono chama-se **perimetro**.

f) **282** — Os polygonos que têm os lados e os angulos eguaes chamam-se **regulares**; os outros são **irregulares**.

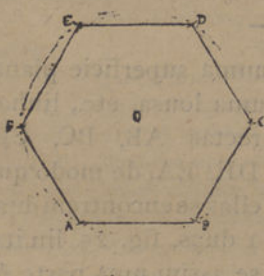


Fig. 27

O polygono representado na fig. 25 é *irregular*.

O polygono representado na fig. 27 é *regular*.

g) **283** — Distinguem-se os polygonos segundo o numero dos seus lados ou dos seus angulos. Assim, chamam-se *triangulos, quadrilateros, pentagonos, hexagonos, heptagonos, octogonos, enneagonos, decagonos, endecagonos, dodecagonos, pentadecagonos, icosagonos,* segundo têm respectivamente 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15 ou 20 lados.

h) Os outros polygonos não têm nomes particulares. Assim, diz-se um polygono de 14, de 16, etc., lados, quando tem 14, 16, etc., lados.

Triangulos

i) **284** — Chama-se triangulo o polygono de tres lados, fig. 28.

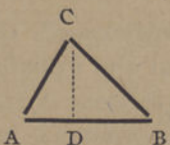


Fig. 28

j) O lado AB sobre o qual o triangulo assenta chama-se geralmente **base**; e a perpendicular CD, tirada do vértice C sobre a base chama-se **altura**.

k) **285** — Quanto á grandeza relativa dos lados, os triangulos dividem-se em **equilateros**, **isosceles** e **escalenos**.

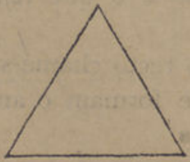


Fig. 29

Fig. 30

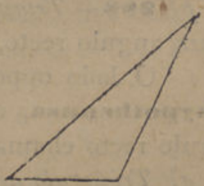


Fig. 31

l) **286** — *Triangulo equilatero* é o que tem todos os lados eguaes, fig. 29.

m) *Triangulo isosceles* é o que tem dous lados eguaes, fig. 30.

Num triangulo isosceles chama-se especialmente *vértice* o ponto A de encontro dos dous lados eguaes AB e AC, e *base* o lado BC opposto ao vértice.

n) *Triangulo escaleno* é o que tem os tres lados deseguaes, fig. 31.

o) **287** — Quanto á natureza dos angulos, os triangulos dividem-se em *rectangulos, acutangulos* e *obtusangulos.*

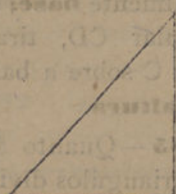


Fig. 32

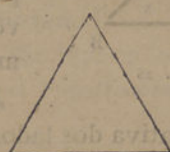


Fig. 33

p) **288** — *Triangulo rectangulo* é o que tem um angulo recto, fig. 32.

O lado opposto ao angulo recto chama-se **hypothenusa**, e os lados que formam o angulo recto chamam-se **cathetos**.

q) *Triangulo acutangulo* é o que tem todos os angulos agudos, fig. 33.

r) *Triangulo obtusangulo* é o que tem um angulo obtuso, fig. 31.

Quadrilateros

s) **289** — Quadrilatero é o polygono de quatro lados, fig. 34.

Fig. 34

t) **290** — Entre os quadrilateros ha dous com nomes particulares: são os **parallelogrammos** e os **trapesios**.

u) Parallelogrammo é o quadrilatero que tem os lados oppostos parallelos, fig. 34.

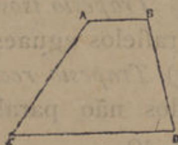


Fig. 35

v) Trapesio é o quadrilatero que tem dous lados parallelos e que se chamam bases, figura 35.

x) **291** — Entre os parallelogrammos ha dous com nomes particulares: são os **rectangulos** e os **losangos** ou **rhombos**.

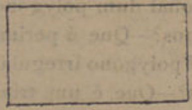


Fig. 36

y) **292** — *Rectangulo* é o parallelogrammo que tem todos os angulos rectos, figura 36.

z) Losango é o parallelogrammo que tem todos os lados eguaes e os angulos não rectos, fig. 37.

aa) **293** — Entre os rectangulos ha um com um nome particular: é o **quadrado**.

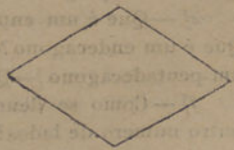


Fig. 37

bb) Quadrado é o rectangulo que tem os lados eguaes, fig. 38.

cc) **294**—Os trapesios podem ser **isosceles** ou **rectangulos**.

Fig. 38

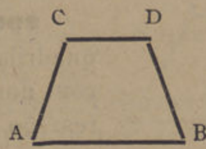


Fig. 39

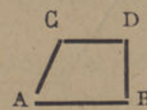


Fig. 40

dd) Trapesio isosceles é o que tem os lados não parallelos eguaes, fig. 39.

ee) Trapesio rectangulo é o que tem um dos lados não parallelos perpendicular ás bases, fig. 40.

QUESTIONARIO

a)—Se limitarmos uma porção de superficie plana por meio de linhas rectas, que figura se fórma?—Que é um polygono?—Que são lados do polygono?—Que são vértices dum polygono?—Que é diagonal dum polygono?

b)—Como se dividem os polygonos?—Que é perimetro?—Que é polygono regular?—Que é polygono irregular?—Como se distinguem os polygonos?—Que é um triangulo?

c)—Que é um quadrilatero?

d)—Que é um pentagono?—Que é um hexagono?—Que é um heptagono?—Que é um octogono?

e)—Que é um enneagono?—Que é um decagono?—Que é um endecagono?—Que é um dodecagono?—Que é um pentadecagono?—Que é um icosagono?

f)—Como se denominam os polygonos de qualquer outro numero de lados?

g)—Que é um triangulo?

h)—Como se dividem os triangulos quanto á grandeza dos seus lados?—Que é triangulo equilatero?—isosceles? —escaleno?

i) — Como se dividem os triangulos quanto á grandeza dos seus angulos?—Que é triangulo rectangulo?—Como se chamam os lados que formam o angulo recto?—E o lado que se oppõe ao angulo recto?

j) — Que é angulo obtuso?—E acutangulo?—Que é triangulo equiangulo?

k) — Que é base do triangulo?—E vértice?—E altura?

l) — Que é um quadrilatero?—Como se dividem os quadrilateros?

m) — Que é parallelogrammo?—Que é trapesio?

n) — Como se dividem os parallelogrammos?—Que é rectangulo?—Que é losango?

o) — Que é quadrado?

p) — Como se dividem os trapesios?—Que é trapesio isosceles?—Que é trapesio rectangulo?

q) — Que são bases do trapesio?

EXERCICIOS

353.º—Traçar um polygono irregular e as respectivas diagonaes.

354.º—Traçar um polygono regular e as respectivas diagonaes.

355.º—Traçar um quadrilatero; um pentagono; um hexagono; um heptagono; um octogono, etc.

356.º—Traçar um triangulo obtusangulo; isosceles; equilatero.

357.º—Traçar um triangulo rectangulo; obtusangulo; acutangulo.

358.º—Indicar o vértice do triangulo e fazer baixar uma perpendicular sobre a base.

359.º—Desenhe um parallelogrammo; um losango.

360.º—Desenhe um rectangulo; um quadrado; trace-lhes as diagonaes.

361.º—Desenhe um trapesio isosceles; um trapesio rectangulo; trace-lhe as diagonaes.

CAPITULO VI

DOS SOLIDOS

Dos solidos terminados por superficies planas

a) **295** — Já se sabe o que é uma superficie plana ou, simplesmente, plano. Sabe-se tambem que qualquer porção de superficie plana, limitada por linhas rectas, tem o nome de polygono, e sendo limitada por uma circumferencia tem o nome de circulo.

b) As superficies das paredes oppostas duma sala, dos degraus duma escada, etc., denominam-se **planos parallelos**.

c) Planos parallelos são planos ou superficies planas que nunca se encontram por mais que se prolonguem.

d) Mas as superficies das paredes contiguas duma sala, bem como estas e o soalho, encontram-se, sem se inclinar mais para um lado do que para o outro; denominam-se então **perpendiculares**.

e) Se, porém, o seu encontro tem logar de modo que uma se incline mais para um lado do que para outro, denominam-se **obliquas**.

f) **296**—Do exposto se conclue que as superficies planas ou planos podem ser, quanto á sua posição relativa, *parallelas*, *perpendiculares* ou *obliquas*.

g) **297**—A linha determinada pelo encontro ou intersecção de dous planos denomina-se **aresta**.

h) **298**—Supponhamos dous polygonos eguaes e parallelos e que pelos lados parallelos se fazem passar planos que se cortam dous a dous; fórma-se assim um corpo ou solido denominado prisma, fig. 41.

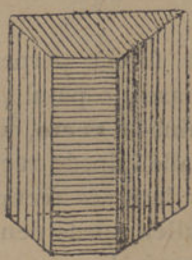


Fig. 41

Os polygonos eguaes e parallelos denominam-se *bases* do prisma, e os planos que se fazem passar pelos lados parallelos denominam-se *faces lateraes*. Estas são parallelogrammos e em numero egual ao dos lados dos polygonos. As intersecções das faces lateraes e destas com as bases denominam-se *arestas*. Geralmente chama-se base dum prisma o polygono sobre o qual assenta.

i) **299**—Os prismas denominam-se, como os polygonos, segundo o numero de lados dos polygonos da base. Assim se denominam *triangulares*, *quadrangulares*, *pentagonaes*, etc., segundo o polygono da base é um triangulo, fig. 42, um quadrilatero, fig. 41, um pentagono, etc.

j) O prisma cujas faces lateraes são perpendiculares ás bases, denomina-se **prisma recto**, fig. 43; se as faces lateraes forem obliquas ás bases, denomina-se **obliquo**.

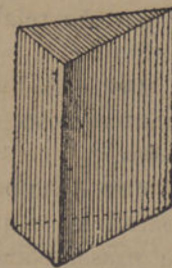


Fig.

k) **300** — PARALLELIPIPEDOS.— O prisma quadrangular que tem por base um parallelogrammo denomina-se **parallelipipedo**.

Se as faces lateraes do parallelipipedo forem perpendiculares ás bases, o parallelipipedo denomina-se **recto**, fig. 41. Se o parallelipipedo recto tiver as faces lateraes rectangulares, o parallelipipedo denomina-se *rectangulo*, fig. 43.

Fig. 43

Se o parallelipipedo tiver por bases e por faces lateraes quadrados denomina-se **cubo**, fig. 44 e 45.

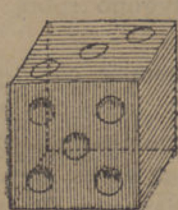


Fig. 44

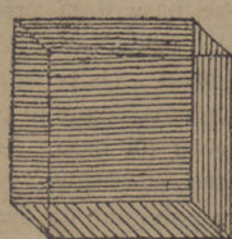


Fig. 45

l) O **cubo** é, pois, um parallelipipedo rectangulo cujas faces são quadrados.

m) Altura dum parallelipipedo é a perpendicular commum ás duas bases.

n) Quando a base dum prisma é um polygono regular, o prisma denomina-se **regular**.

o) **301** — PYRAMIDES.— O solido formado por um polygono e por triangulos que se appoiam sobre os lados deste polygono, interceptando-se dous a dous e encontrando-se pelos seus vértices num ponto commum denomina-se **pyramide**, fig. 46.

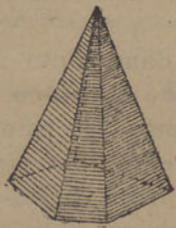


Fig. 46

p) O polygono denomina-se **base** da pyramide, e os triangulos **faces**.

q) O encontro ou intersecção das faces entre si e destas com a base denomina-se **arestas**.

r) As pyramides denominam-se como os prismas, segundo o numero de lados dos polygonos das bases. Assim se denominam *triangulares, quadrangulares,* etc., segundo o polygono da base é um triangulo, um quadrado, etc.

s) Altura duma pyramide é a perpendicular baixada do vértice sobre a base.

t) Quando a base duma pyramide é um polygono rogular, a pyramide denomina-se **regular**.

u) A recta que parte do vértice para o centro da base denomina-se **eixo da pyramide**.

Se o eixo é perpendicular á base, a pyramide denomina-se **recta;** se é obliquo, denomina-se **obliqua.**

Solidos terminados por superficies curvas

v) **302** — Cylindro. — Um rolo, uma garrafa sem gargalo, em geral um copo, um tubo recto, etc., têm a fórma dum *cylindro.*

x) As bases do cylindro são dois circulos eguaes e parallelos.

y) A perpendicular baixada dum ponto da base sobre a outra é a **altura do cylindro.**

z) A recta tirada do centro duma base para o centro da outra base chama-se **eixo.** Se o eixo é perpendicular ás bases, o cylindro chama-se **recto;** se é obliquo, o cylindro chama-se **obliquo.**

aa) **303** — Pyramide conica ou cone. — Os cartuxos do assucar, um funil, etc., têm a fórma de um **cone,** fig. 47.

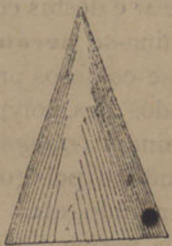


Fig. 47

bb) Neste solido a base é um **circulo.**

cc) A perpendicular baixada do vértice sobre a base é a **altura do cone.**

dd) A recta tirada do vértice para o centro da base chama-se **eixo.** Se o eixo é perpendicular á base, o cone chama-se **recto;** se o eixo é obliquo á base, o cone chama-se **obliquo.**

Fig. 48

ee) **304** — Esphera. Uma bola de bilhar, uma bala, a terra, etc., têm a fórma de uma esphera, fig. 48.

ff) A esphera, em qualquer posição que a colloquemos, apresenta sempre o mesmo aspecto; é perfeitamente redonda.

gg) O limite exterior da esphera chama-se **superficie espherica.**

hh) Todos os pontos da superficie espherica estão a egual distancia dum ponto interior, chamado *centro da esphera.*

ii) A recta que parte do centro da esphera para qualquer ponto da superficie chama-se **raio da esphera.**

jj) A recta que passar pelo centro e terminar em dois pontos da superficie espherica chama-se **diametro da esphera.**

QUESTIONARIO

a) — Que são superficies parallelas ou simplesmente planos parallelos?

b) — Que são superficies ou planos perpendiculares?

c) — Que são superficies ou planos obliquos?

d) — Como se dividem os planos quanto á sua posição relativa?

e) — Que é aresta?

f) — Que é prisma?—Que são bases do prisma?—E faces lateraes?—As faces lateraes o que são?—Como se denominam as intersecções das faces lateraes?—E as das faces com as bases?

g) — Quanto ao numero de lados dos polygonos das bases, como se dividem os prismas?—Que são prismas triangulares, quadrangulares, etc.?

h) — Que é prisma recto?—E obliquo?

i) — Que é parallelipipedo?—Que é parallelipipedo recto?—E rectangulo?

j) — Que é cubo?

k) — Que é prisma regular?

l) — Que é pyramide?—Que é base da pyramide?—E as faces da pyramide o que são?—Como se chama o encontro ou intersecção das faces entre si?—E das faces com a base?

m) — Quanto ao numero de lados do polygono da base, como se dividem as pyramides?—Que são pyramides triangulares, quadrangulares, etc.?

n) — Que é altura duma pyramide?

o) — Que é pyramide regular?

p) — Que é eixo da pyramide?

q) — Que é pyramide recta?—E obliqua?

r) — Indique alguns corpos que tenham a fórma dum cylindro?—O que são as bases dum cylindro?—Que é altura dum cylindro?—E eixo?—Que é cylindro recto?—E obliquo?

s) — Indique alguns corpos que tenham a fórma dum cone?—O que é a base dum cone?—Que é altura do cone?—E eixo?—Que é cone recto?—E obliquo?

t) — Indique alguns corpos que tenham a fórma de uma esphera?—Que particularidade nos offerece a esphera em qualquer posição que a colloquemos?

u) — Que é superficie espherica?—De que propriedade gosam todos os pontos da superficie espherica em relação ao centro da esphera?

v) — Que é raio da esphera?—E diametro?

SYSTEMA METRICO

CAPITULO I

PRELIMINARES

a) **305** — Viu-se já que para se fazer uma ideia das grandezas descontinuas era preciso contar os objectos ou partes, chamadas *unidades*, que as constituiam. O resultado da contagem era expresso por um *numero inteiro.*

b) Viu-se tambem, no capitulo dos numeros fraccionarios, que nas grandezas continuas, onde não ha partes separadas e portanto unidades, para se fazer uma ideia clara de taes grandezas, era necessario compara-las com outras da sua especie e que fosse bem conhecida, chamada *unidade de medida*, e ver quantas vezes a grandeza dada continha a unidade ou qualquer parte da unidade, dividida em partes eguaes. Este meio chama-se *medir a grandeza.* Deste confronto podia resultar um *numero inteiro* ou um *numero fraccionario.*

c) Viu-se tambem que os numeros fraccionarios ou as fracções, quer as proprias, quer as improprias, podiam ser ordinarias ou decimaes e que estas ultimas se podiam escrever á maneira de numeros inteiros, dando assim origem aos numeros decimaes, com os quaes se opera como com os inteiros.

d) D'aqui se vê quanta vantagem ha em medir as grandezas com unidades, de fòrma que os numeros que exprimem a sua medida sejam fracções decimaes ou numeros decimaes. E' o que se consegue com o *systema metrico decimal.* (1)

e) **306** — Ora os principaes generos de grandeza que se tem a avaliar são: os *comprimentos*, as *superficies*, os *volumes*, os *pesos* e o *dinheiro;* por consequencia ter-se-hão outras tantas especies de unidades, as quaes podem ser arbitrarias, porque a unidade de medida o póde ser, não apresentando as suas divisões entre si e com a unidade fundamental algum laço estreito, como acontecia com as medidas antigas.

f) **307** — Essas unidades apresentavam no antigo systema de pezos e medidas os seguintes inconvenientes:

g) 1.º NÃO ERA UNIFORME.—Cada pais tinha o seu systema de medidas, que não só variava de pais para pais, mas ainda no mesmo pais duma provincia para a outra e até muitas vezes as do mesmo nome tinham valores differentes na mesma provincia. Como exemplo deste ultimo caso, temos o alqueire que servia para medir os cereaes; esta medida era, quasi, differente de concelho para concelho.

A unidade principal das medidas de comprimento tinha, na Inglaterra, o nome de *jarda*, em França o de *toeza*, na Allemanha e de *pé do Rheno*, etc. Em Portugal havia tambem a *toeza* que tinha 6 *pés*, cada pé 12 *pollegadas*, cada pollegada 12 *linhas* e cada linha 12 *pontos;* havia ainda a *braça* que valia 2 *varas*, a *vara* 5 *palmos*, o *palmo* 8 *pollegadas*, etc.

E' claro que uma tal variedade de nomes e de valores para a mesma unidade principal de medida, tornando difficil a sua comparação, tornava tambem difficil as relações commerciaes e pouco seguras.

h) 2.º NÃO ERA SIMPLES.—As differentes medidas, como se viu nos exemplos anteriores, não se dividem segundo a lei da numeração decimal, isto é, em partes cada uma das

---

(1) Systema de pesos e medidas é o conjuncto de unidades de medida adoptadas num pais.

quaes fosse 10, 100,... vezes menores do que a antecedente; umas se dividiam em 6 partes eguaes, outras em 8, outras em 12, o que tornava os calculos morosos e difficeis,

i) 3.º NÃO ERA FIXO.—Estas unidades, tendo sido escolhidas arbitrariamente, não assentavam sobre uma base fixa; podiam variar com o tempo, como variavam de um logar para o outro.

j) **308**—Compreende-se, pois, facilmente a confusão e pouca segurança que um tal systema de medidas devia trazer ao commercio e a necessidade da creação dum outro que o podesse vantajosamente substituir. A ideia partiu de França. E foi em 8 de maio de 1790, por proposta de Talleyrand, que a Assembleia Constituinte resolveu crear um systema de pesos e medidas, uniforme, simples, fixo e susceptivel de ser adoptado por todos os povos da terra. Para conseguir este fim, nomeou a Academia das Sciencias uma commissão composta de Borda, Lagrange, Laplace, Monge e Condorcet, a qual decidiu que: 1.º que a nova unidade fundamental de comprimento fosse a decima millionesima parte do quarto do meridiano terrestre e que se chamasse *metro;* 2.º que o novo systema de medidas seguisse a lei decimal.

Em 26 de Março de 1790 a Assembleia Constituinte publicou um decreto em harmonia com as conclusões da commissão e ao mesmo tempo encarregou-a de medir o meridiano.

Ora, nesse tempo, já se conhecia um grande numero de medidas de arcos do meridiano terrestre. Pareceu, porém, conveniente á Commissão empreender novas medidas directas, para dar mais auctoridade ao resultado, e por isso decidiu-se medir, com todos os recursos de que a sciencia podia dispor, o arco do meridiano de Paris, compreendido entre Dunkerque e Barcellona.

E escolheu a commissão este arco pela seguinte razão: não sendo a terra rigorosamente espherica, por ser achatada nos polos, os arcos do meridiano não têm todos o mesmo comprimento, sendo mais compridos os das visinhanças dos pólos do que os do equador; mas estando tal arco situado quasi a egual distancia do pólo norte e do equador, daria muito approximadamente o comprimento dum grao terrestre.

Esta operação foi confiada aos geometras Méchain e Delambre que, depois de 7 annos de trabalho assiduo, entregaram o resultado dos seus estudos ao Instituto das sciencias e das artes, que tinha substituido a antiga Academia das sciencias. Este Instituto nomeou depois uma commissão, chamada de *Pesos* e *Medidas*, que foi encarregada das questões relativas ao estabelecimento definitivo do systema metrico.

A França convidou depois todas as nações amigas a enviar representantes que, com os da commissão de *Pesos* e *Medidas*, estabelecessem o novo systema. Esta grande commissão foi dividida em duas commissões especiaes; uma para fazer os calculos do meridiano, segundo os trabalhos de Méchain e Delambre, que foram comparados com outros já conhecidos, e a outra para determinar a unidade de peso.

Depois de grandes calculos e operações delicadas, o comprimento do metro foi definitivamente fixo, e o peso do kilogramma determinado. Assentou-se que o quarto do meridiano tinha de comprimento 5130740 toezas, sendo a toeza, que é approximadamente o dobro do metro, a base do antigo systema.

Este comprimento, dividido, em harmonia com o parecer da primeira commissão, por 1000000, representa o comprimento do metro.

O relatorio destas commissões foi apresentado ao corpo legislativo em 22 de junho de 1797 com os padrões prototypos do metro e do kilogramma. Estes padrões, construidos de platina, o menos dilatavel de todos os metaes, foram depositados no mesmo dia nos Archivos nacionaes, e collocados em duas caixas fechadas com chave, sendo estas mesmas collocadas num duplo armario de ferro fechado a quatro chaves. Ainda hoje ahi se conservam. Outros padrões eguaes foram depositados mais tarde no Observatorio de Paris e no Conservatorio de Artes e Officios, para servirem de modelos.

k) **309** — O novo systema de medidas foi chamado *metrico*, porque todas as medidas de que se compõe são deduzidas do metro; *decimal*, porque as unidades da mesma especie são 10, 100, 1000, 10000 vezes maiores ou menores do que a unidade principal desta especie; e *legal*, porque é prescripto pela lei.

l) **310** — **Systema metrico decimal** ou **systema legal de pesos e medidas** *é o conjuncto de medidas que tem por base o metro.*

m) Desta fórma consegue-se com o systema metrico fazer desapparecer os inconvenientes das medidas antigas.

n) **311** — GRANDEZAS METRICAS. — As grandezas de que o systema metrico se occupa são: as *lineares* ou de *comprimento*, as de *superficie*, as de *volume*, as de *peso* e as *monetarias*. Não se applica á medida do *tempo*, nem da *circumferencia* ou dos *angulos*.

o) **312** — Na pratica fixa-se ordinariamente para cada grandeza uma unidade, chamada *unidade principal* ou *fundamental*, da qual deriva um systema de unidades, chamadas *secundarias*, que são *multiplos* ou *submultiplos* desta unidade.

p) **313** — As unidades principaes de medida das differentes grandezas de que o systema metrico se occupa são:

Para as medidas lineares, o *metro linear*, que se escreve abreviadamente com um *m*;

para as de superficie, o *metro quadrado* (*mq*); [1]

para as de volume, o *metro cubico* (*mc*);

para as de peso, o *gramma* (*g*);

para as de dinheiro, o *franco* [2] (*fr*).

q) **314** — MULTIPLOS METRICOS. — Chamam-se multiplos metricos as unidades que são 10, 100, 1000, 10000 vezes maiores que a unidade principal.

Estes multiplos fórmam-se, antepondo ás unidades principaes das differentes medidas do systema metrico as palavras (prefixos de origem grega):

deca, hecto, kilo, myria,

que querem dizer 10, 100, 1000, 10000 e se representam por *D, H, K, M* [3].

r) **315** — SUBMULTIPLOS METRICOS. — Chamam-se *submultiplos metricos* as unidades que

(1) Alguns auctores escrevem metro quadrado m^2 e metro cubico m^3.

(2) O franco é unidade monetaria na França e em toda a união latina, que é constituida pela França, Italia, Suissa, Grecia e Belgica. O franco, porèm, cujo valor na nossa moeda é de 182 reis, tem o nome de *lira* na Italia e o de *drachma* na Grecia.

(3) As letras indicativas da representação abreviada das palavras que representam os multiplos e submultiplos têm o nome de symbolos.

são 10, 100, 1000 vezes menores do que a unidade principal.

Estes submultiplos fórmam-se, antepondo ás unidades principaes das differentes medidas do systema metrico as palavras (prefixos de origem latina):

deci, centi, milli,

que querem dizer 0,1, 0,01, 0,00,1, e se representam por *d, c, m.*

Assim um *decimetro* vale uma decima parte de metro, um *centimetro* vale uma centesima parte de metro, etc.

s) **316** — Do exposto se conclue que, *para se escrever um multiplo ou submultiplo de qualquer unidade de medida, basta escrever o symbolo do multiplo ou submultiplo seguido do symbolo da unidade considerada.* Assim, um hectometro escrever-se-ha: *Hm;* um decametro cubico escrever-se-ha: *Dmc;* etc.

t) **317** — Observação. — Estas unidades secundarias ou multiplos e submultiplos das unidades principaes eram necessarias para a medição de grandezas maiores ou menores do que as unidades principaes.

QUESTIONARIO

a) — Como se fórma uma ideia clara das grandezas descontinuas?

b) — Como se fórma uma ideia clara das grandezas continuas onde não ha partes separadas?

c) — Que é unidade de medida? — Que é medir uma grandeza?

d) — Como se consegue medir as grandezas com unidades de fórma que os numeros das medidas sejam fracções decimaes ou numeros decimaes?

e) — Quaes são os principaes generos de grandeza que se têm de avaliar no systema metrico? — A essas grandezas correspondem outras tantas especies de unidades? — Podem ser arbitrarias? — E a unidade de medida?

f) — Nas medidas antigas, a unidade de medida e as suas subdivisões apresentavam entre si e com a unidade fundamental uma relação constante, estando ligadas entre si por um laço estreito?

g) — O antigo systema de pesos e medidas apresentava inconvenientes? — Quaes?

h) — Em que consistia a sua não uniformidade? — A não uniformidade, a variedade de nomes e de valores para a mesma unidade principal da medida difficultava a sua comparação e tambem as relações commerciaes?

i) — As differentes medidas dividiam-se segundo a lei da numeração decimal?

j) — As unidades do antigo systema assentavam sobre uma base fixa?

k) — Dessa confusão de pesos e medidas e da pouca segurança dum tal systema que necessidade resultou?

l) — Quem propoz o estudo dum novo systema de pesos e medidas, e quando?

m) — Adoptada a proposta, a Assembleia constituinte em que bases mandou estudar o novo systema?

n) — A Academia de sciencias quem encarregou dessa commissão? — Em que concordou a commissão e que decidiu?

o) — Em que data é que a Assembleia constituinte decretou as conclusões da commissão? — Que outro encargo lhe impoz?

p) — Qual foi o arco do merediano que a commissão resolveu medir? — Porque motivo escolheu o arco comprehendido entre Dunkerque e Barcellona?

q) — Quaes foram os geometras encarregados dessa operação? — Quantos annos gastaram em fazer a medição? — O resultado dos seus estudos a quem foi entregue?

r) — Como se denominava a commissão encarregada pelo «Instituto» do estabelecimento definitivo do novo systema?

s) — A França convidou as nações amigas a enviarem delegados seus, para com a commissão de pesos e medidas, estabelecerem o novo systema?

t) — A commissão em quantas subcommissões se dividiu? — A primeira de que foi encarregada? — E a segunda?

u) — A commissão determinou o comprimento do metro e o peso do kilogramma? — Que comprimento attribuiu ao quarto do meridiano?

v) — Em que anno apresentou a commissão o seu relatorio ao corpo legislativo, bem como os padrões prototypos do metro e do kilogramma? — De que são construidos os padrões? — Porque se escolheu a platina? — Onde foram depositados? — Ainda se conservam esses padrões? — Construiram-se outros eguaes? — E onde foram depositados?

x) — Porque se chama ao novo systema de medidas *metrico? — E decimal? — E legal?*

y) — Que é systema metrico decimal? — Pelo systema metrico, conseguiu-se fazer desapparecer os inconvenientes das medidas antigas?

z) — Que são grandezas metricas? — Quaes são as grandezas de que se occupa o systema metrico? — Tambem se applica ás medidas de tempo e de circumferencia?

aa) — Que é medida principal ou fundamental? — Que são unidades secundarias, multiplos e submultiplos?

bb) — Quaes são as unidades principaes de medida das differentes grandezas de que se occupa o systema metrico?

cc) — Qual é a unidade das medidas lineares e como se escreve abreviadamente? — E das medidas de superficie? — Das medidas de volume? — Das medidas de peso? — Das medidas de dinheiro?

dd) — Que são multiplos metricos? — Como se fórmam? — Que significa *deca?* — *hecto?* — *kilo?* — *myria?* — Como se representam?

ee) — Que são submultiplos metricos? — Como se fórmam? — Que significa *deci?* — *centi?* — *milli?* — Como se representam?

ff) — Como se escreve um multiplo ou submultiplo de qualquer unidade?

gg) — Que necessidade justifica a existencia dos multiplos e dos submultiplos?

CAPITULO II

Medidas liniares ou de comprimento

a) **318 — Medidas lineares** são aquellas que servem para medir a extensão considerada com uma só dimensão: *comprimento.*

b) A unidade fundamental é o **metro liniar**, que é a *decima millionesima parte do quarto do meridiano terrestre,* fig. 1. E' desta unidade fundamental ou principal que derivam todas as outras.

Fig. 1

c) **319** — Para se indicar que um numero inteiro representa metros ou qualquer multiplo ou submultiplo, escreve-se á direita e um pouco acima o symbolo *m* do metro ou do seu multiplo ou submultiplo.

d) **320** — Os multiplos e submultiplos decimaes do metro, tomado como unidade principal, são, pela ordem decrescente:

	Nomes	Symbolos	Valores		
Multiplos	O myriametro	*Mm*	10^{Km} ou	10000^m	
	O kilometro	*Km*	10^{Hm} »	1000^m	
	O hectometro	*Hm*	10^{Dm} »	100^m	
	O decametro	*Dm*	10^m »	10^m	
METRO, unidade principal		*m*	10^{dm} »	1^m	
Submultiplos	O decimetro	*dm*	10^{cm} »	0,1	do metro
	O centimetro	*cm*	10^{mm} »	0,01	» «
	O millimetro	*mm*		0,001	» »

e) **321** — NUMERAÇÃO DAS MEDIDAS DE COMPRIMENTO. — A primeira columna de valores no quadro precedente mostra que o metro, os seus multiplos e submultiplos, que se podem considerar como unidades de differentes ordens, estão sujeitos á numeração decimal, isto é, *a reunião de dez unidades duma ordem produz uma unidade de ordem immediatamente superior;* ou *qualquer unidade vale 10 da que lhe é immediatamente inferior;* e a segunda columna dos mesmos valores mostra que, tomando o metro como unidade, o decametro representa *dezenas*, o hectometro *centenas*, etc.; o decimetro representa *decimas,* o centimetro *centesimas*, etc.

f) Resulta d'aqui que as medidas de comprimento variam na razão de 1 para 10 e que um numero que exprima metros se escreve e lê como um numero inteiro ou decimal.

g) **322** — Para se escrever no systema decimal a medida de qualquer comprimento, por exemplo o duma rua que tenha 175 metros e 325 millimetros de comprimento, tomando-se o metro como unidade, escrever-se-ha: $175^{m},325$. As unidades das ordens que faltarem preenchem-se com zeros.

h) **323** — Para se lêr um numero que exprima qualquer comprimento enuncia-se da mesma fórma que os numeros decimaes, isto é, lê-se a *parte inteira, se a houver, e depois a parte decimal ou a parte inteira juntamente com a parte decimal, tendo-se o cuidado de dar o nome da unidade metrica secundaria que corresponde ao ultimo algarismo decimal.* Assim o numero $7845^{Dm},876$, ler-se-ha: 7845 decametros e 876 centimetros ou 7845876 centimetros.

i) **324** — MUDANÇA DA UNIDADE. — Acontece muitas vezes nos calculos o haver necessidade de exprimir um numero referido a uma certa unidade em unidades duma outra ordem; por exemplo, exprimir em hectometros um numero expresso em metros ou reciprocamente: é o que se chama *converter* um numero em unidades duma outra ordem ou *mudar d'unidade.* Exemplos:

1.º *Converter* $38^{m},729$ *em centimetros.* — Muda-se a virgula para a direita do algarismo que representa centimetros e refere-se o numero resultante á unidade que esse algarismo representa. Assim

$$38^{m},729 = 3872^{cm},9$$

A razão desta transformação é facil de comprehender. Com effeito, estando o numero $38^{m},729$ referido a metros e querendo-se converter em centimetros, isto é, em unidades 100 vezes menores do que o metro é preciso torna-lo 100 vezes maior, para o que se desloca a virgula duas ordens para a direita; ha, pois, uma verdadeira compensação.

2.º *Converter $7456^{m},83$ em kilometros.*— Recua-se a virgula tres ordens para a esquerda para a collocar á direita do algarismo 7, que representa kilometros, e refere-se o numero resultante á unidade que esse algarismo representa. Assim

$$7456^{m},83 = 7^{Km},45683$$

A razão desta transformação é facil de comprehender. Com effeito, estando o numero $7456^{m},83$ referido a metros e querendo-se converter em kilometros, isto é, em unidades 1000 vezes maiores do que o metro é preciso torna-lo 1000 vezes menor, para o que se desloca a virgula tres ordens para a esquerda; ha, pois, uma verdadeira compensação.

3.º *Converter $74^{dm},25$ em hectometros.*—Recua-se a virgula tres ordens para a esquerda, mas, como não ha algarismos que representem os decametros e os hectometros, substituem-se por dous zeros e virá

$$74^{dm},25 = 0^{Hm},07425$$

4.° *Converter $74^{Dm},38$ em millimetros.*—Muda-se a virgula quatro ordens para a direita: mas, como não ha algarismos que representem os centimetros, substituem-se por dous zeros e virá

$$74^{Dm},38 = 743800^{mm}$$

Daqui nasce a seguinte

j) **325** — REGRA.— *Para se converter um numero referido a uma certa unidade em outro referido a outra unidade basta deslocar a virgula e colloca-la á direita do algarismo que representa a nova unidade.*

k) Esta mudança de unidade torna-se indispensavel quando se queira operar com numeros que, referidos a unidades differentes, se precisar referi-los á mesma unidade.

l) **326** — MEDIDAS REAES E NOMINAES. As medidas do systema metrico podem ser reaes e nominaes.

m) *Medidas reaes ou effectivas* são as que se encontram representadas por objectos materiaes. Servem para as operações do commercio, da industria e da sciencia. São construidas de differentes maneiras, segundo o uso a que se destinam. E são:

O *decimetro* ($0,^{m}1$) e o *duplo decimetro* ($0,^{m}2$) são reguas construidas de marfim ou de madeira e talhadas em bisel nos seus bordos; têm no centro um botão de metal para tornar o seu manejamento commodo. Estão divididas em centimetros e millimetros. São empregadas pelos desenhistas, e pelos carpinteiros e marceneiros para medir a espessura das tabuas.

O *meio metro* ($0^m,5$).

O *metro* (1^m) affecta tres fórmas; umas vezes é uma regua construida de madeira, dividida em decimetros, centimetros e millimetros, e emprega-se geralmente no commercio; outras vezes é uma serie de dez decimetros, construidos de madeira, latão ou marfim, articulados nas extremidades para melhor se dobrar e occupar menos espaço; todos os decimetros estão divididos em centimetros e o primeiro ou ultimo decimetro dividido ainda em millimetros; outras vezes, é uma fita que se enrola. O metro emprega-se nas necessidades ordinarias da vida.

O *duplo metro* (2^m) affecta a mesma fórma que o metro.

O *meio decametro* (5^m), o *decametro* (10^m) e o *duplo decametro* (20^m) são formados por hastes de ferro, ligadas por anneis. O decametro tem tambem o nome de *cadeia metrica d'agrimensor* e emprega-se para medir terrenos.

m) Medidas nominaes ou de conta são as que não são representadas por objectos materiaes; servem apenas para os calculos. E são:

O *hectometro*, o *kilometro* e o *myriametro*.

n) **327** — Escolha da unidade.—Quando se quer medir o comprimento duma grandeza, deve escolher-se uma unidade em relação com o da grandeza que se quer medir. Assim, para se medirem comprimentos muito pequenos, taes como a largura duma ferida, a espessura dum vidro, etc., emprega-se o *millimetro* e o *centimetro*. Quando se querem medir fazendas, o comprimento duma meza ou o duma sala, etc., emprega-se o *decimetro* e o *metro*; quando se querem medir as dimensões das propriedades dos particulares, emprega-se o *decametro*; quando se querem medir grandes comprimentos, taes como os de canaes, itenerarios, etc., emprega-se o *hectometro*, o *kilometro* e o *myriametro*, mas sobretudo o *kilometro*. E' por isso que estas ultimas medidas se denominam *medidas itenerarias*.

QUESTIONARIO

a) — Que são medidas lineares?—Qual é a sua unidade fundamental?

b) — Que é metro?—Que unidades se derivam do metro?

c) — Como se indica que um numero inteiro representa metros ou qualquer multiplo ou submultiplo?

d) — Quaes são os multiplos decimaes do metro?—E os submultiplos?

e) — Quaes são os aymbolos do metro, dos seus multiplos e submultiplos?

f) — Qual é o valor do myriametro?—do kilometro? —do hectometro?—do decametro?—do metro?—do decimetro?—do centimetro?

g) — Um numero, exprimindo unidades de comprimento, póde enunciar-se segundo as regras da numeração decimal?

h) — Em que razão variam as medidas de comprimento?

i) — Como se escreve um numero que exprima unidades de comprimento?—E como se lê?

j) — Como se faz a mudança da unidade?—Ha necessidade em se fazer a mudança da unidade?—Explique. —Como se procede quando faltam algarismos em qualquer das ordens de unidades?

k) — Enuncie a regra da conversão d'unidade maiores em menores ou vice-versa.

l) — Como se dividem as medidas?—Que são medidas reaes ou effectivas?—Quaes são?—Descreva o decimetro e o duplo decimetro.—Que uso se faz delles?

m) — Quantas fórmas póde affectar o metro?—Descreva o meio decametro, o decametro e o duplo decametro.—Que uso se faz destas medidas?

n) — Que são medidas nominaes ou de conta?—Quaes são?

o) — Em que relação deve estar a escolha da unidade com a grandeza a medir?—Quando se deve empregar o millimetro e o centimetro?—O decimetro e o metro?—O decametro?—o hectometro, o kilometro e o myriametro?

p) — Que são medidas itenerarias?

EXERCICIOS

362.º—Como se chama a decima parte do metro?—a millesima parte?—a centesima parte?

363.º—Quantos centimetros vale o metro?—decimetros?—millimetros?

364.º—O decimetro quantos centimetros vale?—millimetros?

365.º—Quantos centimetros são precisos para ter 1 metro?—millimetros, para ter 1 centimetro?—millimetros, para ter 1 metro?

366.º—Quantos centimetros são precisos para ter 1 metro?—para ter 3 decimetros?—para ter 5 decimetros?

367.º—Quantos decimetros ha em 30 — 60 — 80 — 90 centimetros?

368.º—Que nome se dá a 10 metros?—a 1000?—a 100?—a 10000?

369.º—O decametro quantos metros vale?—o kilometro?—o hectometro?—o myriametro?

370.º—O metro quantos centimetros vale?—decimetros?—millimetros?

371.º—Quantos centimetros são precisos para ter 1 decimetro?—para ter 1 decametro?

372.º—O decametro quantos centimetros vale?—decimetros?—millimetros?

373.º—O hectometro quantos decametros vale?—centimetros?—decimetros?

374.º—O kilometro quantos decametros vale?—hectometro?—centimetros?—decimetros?

375.º—O myriametro quantos decametros vale?—kilometros? — decimetros? — hectometros? — centimetros?

376.º—Se tomarmos o metro por unidade, em que ordem, á esquerda, deve ficar o myriametro?—o decametro?—o kilometro?—o hectometro?

377.º—Como se chama a medida 100 vezes maior que o metro?—dez vezes maior que o metro?—mil vezes maior?—dez mil vezes maior?

378.º—Como se chama a centesima parte do metro? —a decima parte?—a miliesima parte?

379.º—O que é o decametro em relação ao myriametro?—o centimetro, em relação ao decametro?—o millimetro, em relação ao kilometro? o metro, em relação ao hectometro?—o decimetro, em relação ao kilometro?—o decametro, em relação ao kilometro?

380.º—Que nome se dá a 30 metros?—a 3500?—a 4500?—a 4000?

381.º—A que é egual a decima do decimetro?—a centesima do decimetro?—a centesima do centime-tro?

382.º—Quantos hectometros ha em 3467^{dm}?

383.º—Quantos kilometros ha em 145677^{dm}?

384.º—Quantos hectometros ha em 154560^{cm}?

385.º—O hectometro quantas vezes é maior que o centimetro?

386.º—O decametro quantas vezes é maior que o decimetro?

387.º—O myriametro quantas vezes é maior que o decimetro?

388.º—Quantos decametros ha em 7 hectometros?—hectometros, em 6 myriametros?—millimetros, em 3 decametros?—decametros, em 29 hectometros?

389.º—O metro quantos meios metros tem?—decimetros?—duplos decimetros?

390.º—O decametro quantos decimetros tem?—duplos decimetros?—meios metros?—metros?

391.º—Qual é a medida 20 vezes maior que o metro? —cinco vezes maior que o decametro?—dez vezes maior que o metro?—cinco vezes maior que o metro?—duas vezes maior que o metro?—cinco vezes maior que o decimetro?

CAPITULO III

Medidas de superficie

a) **328—Medidas de superficie** são aquellas que servem para medir a extensão considerada com duas dimensões: *comprimento* e *largura.*

b) A unidade fundamental é o metro quadrado (mq), que é a *superficie dum quadrado que tem por lado o metro linear,* isto é, a unidade fundamental das medidas lineares.

c) **329**—As medidas de superficie não variam, como as lineares, na razão de 1 para 10, isto é, nestas medidas, o metro não tem 10 decimetros, o decametro 10 metros, etc.; variam na razão de 1 para 100, como se vae ver.

d) Supponhamos o quadro ABCD, fig. 2, e que

AB é egual a 1 metro linear; será esta figura um metro quadrado. Dividamos o lado AB em 10 partes eguaes, isto é, 10 decimetros e tiremos pelos pontos da divisão rectas parallelas a AD, até encontrarem DC; teremos assim o quadrado dividido em 10 tiras rectangulares, tendo um metro d'altura e um decimetro de largura. Dividamos em seguida o lado AD em 10 partes eguaes, isto é, em 10 decimetros e tiremos egualmente pelos pontos de divisão rectas parallelas a AB até encontrarem BC; desta fórma, cada uma das tiras rectangulares ficou dividida em 10 quadradinhos, tendo um decimetro por lado, e portanto o quadrado ou metro quadrado ABCD ficou dividido em 100 quadradinhos ou decimetros quadrados. Logo o *metro quadrado* contem *100 decimetros quadrados*, e portanto o decimetro quadrado é a *centesima* parte do metro quadrado.

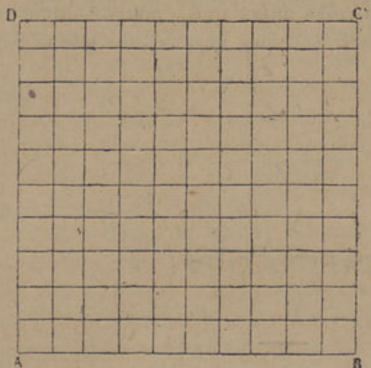


Fig. 2

Da mesma fórma se prova que o decimetro quadrado contem 100 centimetros quadrados, etc.

e) **330** — Um decimetro, um centimetro, um decametro, etc., quadrados, são quadrados que têm respectivamente por lado, um decimetro, um centimetro, um decametro, etc., lineares.

f) **331** — Os multiplos e submultiplos do metro quadrado, tomado como unidade principal, são, pela ordem decrescente:

	Nomes	Symbolos	Valores		
Multiplos	O myriametro quadr.	*Mmq*	100^{Kmq}	ou	100000000^{mq}
	O kilometro »	*Kmq*	100^{Hmq}	»	1000000^{mq}
	O hectometro »	*Hmq*	100^{Dmq}	»	10000^{mq}
	O decametro »	*Dmq*	100^{mq}	»	100^{mq}
METRO QUADRADO, unidade principal		*mq*	100^{dmq}	»	1^{mq}
Submultiplos	O decimetro quadrad.	*dmq*	100^{cmq}	»	$0^{m},01$ do metr. quad.
	O centimetro »	*cmq*	100^{mmq}	»	0,0001 » «
	O millimetro »	*mmq*			0,000001 » »

g) **332** — Numeração das unidades de superfície. — A primeira columna de valores no quadro precedente mostra que o metro quadrado, os seus multiplos e submultiplos, que se podem considerar como, unidades de differentes ordens, não variam como as das medidas lineares; aqui estão sujeitas á seguinte lei: *a reunião de 100 unidades duma ordem produz uma unidade d'ordem immediatamente superior;* ou *qualquer unidade vale 100 das que lhe é immediatamente inferior;* e a segunda columna dos mesmos valores mostra que, tomado o metro quadrado como unidade, os decametros occupam o logar das *centenas,* os hectometros o das *deze-*

nas de mil, etc.; os decimetros o das *centesimas*, os centimetros o das *decimas millesimas,* etc.

h) Resulta daqui que as medidas de superficie variam na razão de 1 para 100 e cada unidade de superficie é representada por dous algarismos.

i) **333** — Para se escrever, no systema decimal, a medida duma superficie, por exemplo a superficie dum campo que tenha 175 metros quadrados e 32 decimetros de superficie, tomando-se o metro quadrado por unidade, escrever-se-ha: $175^{mq},32$.

As unidades ou decimaes das unidades que faltarem preenchem-se com zeros.

j) **334** — Seja $37845^{mq},87659$ o numero que se pretende ler. Primeiro que tudo, divide-se mentalmente este numero em classes de dous algarismos, a partir da virgula, tanto para a direita como para a esquerda, podendo as ultimas classes á esquerda ou á direita da virgula constar dum só algarismo; a da direita póde sempre suppôr-se que tem dous, visto poderem-se escrever zeros á direita dos numeros decimaes. Neste numero, a primeira classe á esquerda da virgula é 45 que representa 45^{mq}; a segunda é 78 que representa 78^{Dmq}; a terceira é só 3 que representa 3^{Hmq}. Para a direita da virgula, a primeira classe é 87 que representa 87^{dmq}; a segunda é 65 que representa 65^{cmq}; a terceira é 9 que representa 9 decimas do centimetro, mas póde suppôr-se que é 90 e representa então 90^{mmq}.

k) Posto isto, a leitura do numero póde fazer-se de tres modos: 1.º lendo por classes e então teremos:

3^{Hmq} 78^{Dmq} 45^{mq} 87^{dmq} 65^{cmq} e 9 decimas do centimetro ou 90^{mmq}.

2.º Lendo a parte inteira e depois a decimal, assim:

37845^{mq} e 87659 decimas do centimetro ou 876590^{mmq}.

3.º Lendo todo o numero como se fosse inteiro, assim:

3784587659 decimas do centimetro ou 37845876590 millimetros quadrados.

l) Em vista do exposto, ler-se-hão os numeros seguintes:

$0^{mq},01$ um decimetro quadrado,

$0^{mq},0001$ um centimetro quadrado,

$0^{mq},000001$ um millimetro quadrado,

que se não devem confundir com

$0^{mq},1$ que é uma decima do metro quadrado ou 10^{dmq};

$0^{mq},01$ que é uma centesima do metro quadrado ou 1^{dmq};

$0^{mq}001$ que é uma millesima do metro quadrado ou 10^{cmq}.

m) **335** — MUDANÇA DA UNIDADE.—Já se sabe o que é mudança d'unidade pelo que se disse nas medidas lineares; vejamos agora como se effectua nas de superficie. Exemplos:

1.º *Converter $745^{mq},67894$ em centimetros quadrados.*— Muda-se a virgula para a direita do algarismo 9, que representa centimetros, isto é, quatro algarismos para a direita da virgula, e refere-se o numero resultante á unidade que esse algarismo representa. Assim:

$$745^{mq},67894 = 4567899^{cmq},4$$

A razão desta transformação é facil de compreender. Com effeito, estando o numero $745^{mq},67894$ referido a metros quadrados e querendo-se converter em centimetros quadrados, isto é, em unidades 100×100 ou 10.000 vezes menores do que o metro quadrado é preciso torna-lo 10.000 vezes maior, para o que se desloca a virgula quatro ordens decimaes para a direita; ha, pois, uma verdadeira compensação.

2.º *Converter $876^{mq},965$ em kilometros quadrados.* — Recua-se a virgula seis ordens para a esquerda e refere-se o numero resultante á unidade que esse algarismo representa, mas como não ha algarismos que representem os decametros, a não ser só o 8, os hectometros e os kilometros, substituem-se por zeros, e virá:

$$876^{mq},965 = 0^{Kmq},000876965$$

A razão desta transformação é facil de compreender. Com effeito, estando o numero $876^{mq}965$ referido a metros quadrados e querendo-se converter em kilometros quadrados, isto é, em unidades $100 \times 100 \times 100$ ou 1000000 vezes maiores do que o metro quadrado, é preciso torna-lo 1000000 vezes menor, para o que se desloca a virgula seis ordens para a esquerda; mas como não ha algarismos que representem as classes das unidades que faltam, preenchem-se com zeros; ha, pois, uma verdadeira compensação.

3.º *Converter* $74^{Dmq},765$ *em centimetros quadrados.*—Muda-se a virgula para a direita seis ordens ou algarismos e refere-se o numero resultante á unidade que o ultimo algarismo representa. Assim:

$$74^{Dmq},765 = 74765000^{cmq}$$

Daqui nasce a seguinte

n) **336**—REGRA.—*Para se converter um numero referido a uma certa unidade em outro referido a outra unidade, basta transportar a virgula para a direita do algarismo que exprime a nova unidade, avançando ou recuando duas, quatro, seis, etc., ordens para a direita ou para a esquerda, tendo-se o cuidado de preencher com zeros as ordens das unidades que faltarem.*

o) **337**—As medidas de superficie são todas nominaes.

p) **338**—ESCOLHA DA UNIDADE.—Quando se quer medir qualquer superficie, deve-se escolher uma unidade de superficie em relação com a que se quer medir. Assim, quando se querem medir pequenas superficies, taes como a de uma folha de papel, dum cartão, duma gravura, etc., emprega-se o *decimetro*, o *centimetro* e mesmo o *millimetro* quadrados; quando se querem medir a superficie dum pateo, duma sala, dum jardim, etc., emprega-se o *metro quadrado;* quando se querem medir as superficies dos bosques, campos, etc., isto é, *superficies agrarias,* emprega-se o *decametro* e o *hectometro quadrados,* que passam a ter, neste caso, o nome de *medidas agrarias;* quando se querem medir superficies de grande extensão, taes como a superficie dum pais, dum continente, da terra, etc., emprega-se o *kilometro e o myriametro quadrados,* que passam a ter, neste caso, o nome de *medidas topographicas.* Assim, diz-se que a superficie total da Terra é de 509950000^{kmq}; a de Portugal de 89372^{kmq}; a da Europa de 10000000^{kmq}; a do Brazil de 8537218^{kmq}.

Medidas agrarias

q) **339**—A sua unidade fundamental é o decametro quadrado, que, neste caso, tem o nome de **are**.

r) **340**—O *are* tem um só multiplo que é o **hectare** e um só submultiplo que é o **centiare**. A sua correspondencia com as outras medidas de superficie é: *Hectare (Ha),* que corresponde ao hectometro quadrado; vale 100 ares ou 100^{Dmq}.

Are (a), que corresponde ao decametro quadrado; vale 100 centiares ou 100^{mq}.

Centiare (ca), que corresponde ao metro quadrado; vale 1^{mq}.

s) **341** — Estas medidas, variando na razão de 1 para 100, como as outras de superficie, a sua numeração e mudança d'unidade faz-se da mesma fórma.

t) **342** — Um numero referido a medidas agrarias póde facilmente transforma-se noutro referido a medidas de superficie e reciprocamente; basta attender-se á sua mutua correspondencia. Assim: converter $459^a,763$ em metros, hectometros, kilometros quadrados, e em hectares e centiares; ter-se-ha respectivamente:

$$459^a,763 = 45976^{mq},3 = 4^{Hmq},59763 =$$
$$0^{Kmq},0459763 = 4^{Ha},56763 = 45976^{ca},3.$$

u) **343** — COMO SE MEDEM AS SUPERFICIES. — Não ha medidas effectivas para as superficies e comtudo ha necessidade de se saber qnantas unidades de superficie contém uma dada superficie.

A geometria fornece o meio de determinar a superficie das figuras, combinando as suas dimensões lineares. Assim, se se quizer determinar a superficie duma sala rectangular ou de qualquer outra da mesma fórma, mede-se com o metro linear o comprimento da sala, depois a largura, multiplicam-se estes numeros e o producto representará o numero de metros quadrados que a sala tem. Se a sala tiver $7^m,4$ de comprimento e $5^m,38$ de largura, o producto $39^{mq},812$, referido a metros quadrados, será a superficie.

v) **344** — OBSERVAÇÃO I — E' este producto um dos que faz excepção á regra de que o producto deve ser da natureza do multiplicando; aqui, o producto de dous numeros, que exprimam metros lineares, exprime metros quadrados. Se os dous numeros exprimissem decametros lineares, o producto exprimiria decametros quadrados; etc.

x) **345** — OBSERVAÇÃO II — E inversamente, conhecida qualquer superficie e uma das suas dimensões rectangulares, facilmente se encontra a outra. Assim, se a superfie duma sala fôr $39,^{mq}812$ e o comprimento $7^m,4$, a sua largura será o quociente de $39^{mq},812$ por $7^m,4$, isto é, será $5^m,38$.

QUESTIONARIO

a) — Que são medidas de superficie? — Qual é a sua unidade fundamental?

b) — As medidas de superficie em que rasão variam? — Demonstre que variam na rasão de 1 para 100.

c) — Quaes são os multiplos do metro quadrado? — E os submultiplos?

d) — Quaes são os symbolos do metro quadrado, dos seus multiplos e submultiplos?

e) — Qual é o valor do myriametro quadrado? — Do kilometro quadrado? — Do hectometro quadrado? — Do decametro quadrado? — Do metro quadrado? — Do decimetro quadrado? — Do centimetro quadrado? — Do millimetro quadrado?

f) — Ennuncie a lei em que se baseia a numeração das unidades de superficie.

g) — Como se escreve um numero que exprima unidades de superficie? — E como se lê?

h) — Como se faz a mudança da unidade nas medidas de superficie? — Enuncie a regra.

i) — Em que relação deve estar a escolha da unidade de superficie com a grandeza a medir?

j) — Existem medidas de superficie effectivas?

k) — Que são medidas agrarias? — E medidas topographicas?

l) — Qual é a unidade fundamental das medidas agrarias?

m) — Qual é o multiplo do are? — E o submultiplo?

n) — A que corresponde o hectare? — O are? — O centiare?

o) — Quaes são os symbolos do are, do hectare e do centiare?

p) — Qual é o valor do hectare? — Do are? — Do centiare?

q) — Em que rasão variam o are, o seu multiplo e submultiplo?

r) — Como se converte um numero referido a medidas agrarias noutro referido a medidas de superficie, e vice-versa?

s) — Como se medem as superficies? — A natureza do producto, neste caso, obedece á regra geral?

t) — Conhecida qualquer superficie e uma das dimensões, como se obtem a outra dimensão?

EXERCICIOS

392.º — O metro quadrado quantos decimetros quadrados vale? — centimetros quadrados? — millimetros quadrados?

393.º — O decametro quadrado quantos metros quadrados vale?—decimetros quadrados?—centimetros quadrados?

394.º — O hectometro quadrado quantos decametros quadrados vale? — decimetros quadrados?—centimetros quadrados?

395.º — O kilometro quadrado quantos metros quadrados vale?—decametros quadrados?—hectometros quadrados? — decimetros quadrados? — millimetros quadrados?

396.º — O myriametro quadrado quantos metros quadrados vale?—kilometros quadrados?—hectometros quadrados? — decametros quadrados? — centimetros quadrados?—millimetros quadrados?

397.º — O decimetro quadrado que é em relação ao metro quadrado?—ao centimetro quadrado?—ao millimetro quadrado?

398.º — Que é o metro quadrado em relação ao decimetro quadrado?—ao centimetro quadrado?—ao millimetro quadrado?

399.º — Quantos metros quadrados vale o are?—decimetros quadrados?—centimetros quadrados?

400.º — O hectare quantos ares vale? — decimetros quadrados?—metros quadrados?

401.º — O centiare quantos metros quadrados vale?

402.º — Que differença ha entre o are e o decametro quadrado?

403.º — Que differença ha entre o hectare e o hectometro quadrado?

404.º — A que é egual o centiare?—o hectare?—o are?

405.º — 64 hectares quantos centiares valem?—ares?—decametros quadrados? — hectometros quadrados? — metros quadrados?

406.º — A millesima parte do hectare quantos metros quadrados vale?

407.º — Quantos decametros quadrados são precisos para formar 1 hectare?—quantos metros quadrados, para formar 4 hectares?

408.º — Quantos centiares ha em 24^{mq}? — em 4^{Hmq}? — em 6^{Dmq}?

409.º — Qual é a superficie, em centiares, dum campo quadrado que tem $83^{m},65$ de lado?

410.º — Um quadrado tem $25^{m},36$ de lado; qual é a superficie?

411.º — Uma prancha de $5^{m},25$ de comprido por $0^{m},18$ de largo, foi paga por 1$750 reis. Qual foi o preço do metro quadrado?

412.º — Arrendou-se um campo, tendo $264^{m},25$ de comprido por $85^{m},50$ de largo, a 260 reis o are. Quanto se deve pagar?

413.º — Qual é a superficie dum campo rectangular, medindo $79^{m},25$ de comprido por $49^{m},6$ de largo?

CAPITULO IV

Medidas de volume

a) **346 — Medidas de volume** são aquellas que servem para medir a extensão considerada com tres dimensões: *comprimento, largura e altura.*

b) A sua unidade fundamental é o **metro cubico** (mc), *que é o volume dum cubo que tem por faces metros quadrados,* ou que *tem por aresta o metro linear*, isto é, a unidade fundamental das medidas lineares.

c) **347** — As medidas de volume não variam como as lineares na razão de 1 para 10, nem como as de superficie na razão de 1 para 100; variam na razão de 1 para 1000, como se vae ver.

d) Supponhamos o cubo ABCDEFGH, fig. 3, em que a base ABCD e portanto todas as outras faces é um metro quadrado, porque a aresta AD e portanto todas as outras é um metro linear.

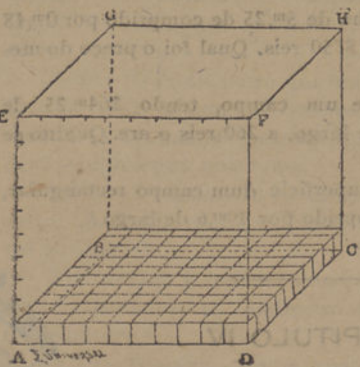


Fig 3

Decomponhamos a base ABCD em decimetros quadrados e a aresta AE em decimetros lineares, e construamos cubos sobre cada um dos decimetros quadrados da base; teremos assim 100 cubos que têm por face um decimetro quadrado ou por aresta um decimetro linear. Se agora construirmos sobre cada uma das faces superiores deste cubo outros cubos, teremos uma nova camada de 100 cubos nas mesmas condições. Continuando a mesma construcção, formaremos assim 10 camadas de 100 cubos e portanto dividiremos o metro cubico em 10 × 100 ou 1000 cubos eguaes, cada um dos quaes se chama um *decimetro cubico.*

Logo, o *metro cubico* contem 1000 *decime-*

tros cubicos e portanto o decimetro cubico é a *millesima* parte do metro cubico.

Da mesma fórma se prova que o decimetro cubico contém 1000 centimetros cubicos, etc.

e) **348** — Um decimetro, um centimetro, um decametro, etc., cubicos, são cubos que têm respectivamente por faces um decimetro, um centimetro, um decametro, etc., quadrados, ou que têm por arestas um decimetro, um centimetro, um decametro, etc., lineares.

f) **349** — Os multiplos e submultiplos do metro cubico, tomados como unidade principal, são pela ordem decrescente:

	Nomes	Symbolos	Valores		
Multiplos	O myriam. cub.	*Mmc*	1000^{Kmc}	ou	1000000000000^{mc}
	O kilom. »	*Kmc*	1000^{Hmc}	»	1000000000^{mc}
	O hectom. »	*Hmc*	1000^{Dmc}	»	1000000^{mc}
	O decam. »	*Dmc*	1000^{mc}	»	1000^{mc}
METRO CUBICO, unidade principal		*mc*	1000^{dmc}	»	1^{mc}
Submultiplos	O decim. cub.	*dmc*	1000^{cmc}	»	0^{m},0001 do metr. cub.
	O centim. »	*cmc*	1000^{mmc}	»	0,000001 » »
	O millim. »	*mmc*			0,000000001 » »

g) **350** — NUMERAÇÃO DAS MEDIDAS DE VOLUME. — A primeira columna de valores do quadro precedente mostra que o metro cubico, os seus multiplos e submultiplos, que podemos considerar como unidades de differentes ordens, estão sujeitas á seguinte lei: *a reunião de 1000 unidades duma ordem produz uma unidade d'ordem immediatamente superior;* ou *qualquer uni-*

dade vale 1000 das que lhe é immediatamente inferior; e a segunda columna dos mesmos valores mostra que, tomado o metro cubico como unidade, os decametros occupam o logar das *unidades de mil,* os hectometros o da de *milhões,* etc.; os decimetros o das *millesimas,* os centimetros o das *millionesimas,* etc.

h) Resulta daqui que as medidas de volume variam na razão de 1 para 1000, e que cada unidade de volume é representada por tres algarismos.

i) **351** — Para se escrever, no systema decimal, a medida dum volume, por exemplo o volume dum corpo que tenha 7547 metros cubicos e 426 decimetros de volume, tomando-se o metro cubico por unidade, escrever-se-ha: $7547^{mc},426$.

As unidades ou decimaes das unidades que faltam preenchem-se com zeros.

j) **352** — Seja $4576^{mc},3458$ o numero que se pretende lêr.

Primeiro que tudo divide-se mentalmente este numero em classes de tres algarismos, a partir da virgula tanto para a direita como para a esquerda, podendo as ultimas classes á esquerda ou á direita da virgula constar dum ou de dous algarismos; a da direita póde sempre suppor-se que tem tres, visto poderem-se escrever zeros á direita dos numeros decimaes. Neste numero, a primeira classe á esquerda da virgula é 576, que representa 576^{mc}; a segunda 4, que representa 4^{Dmc}. Para a direita da virgula, a primeira classe é 345, que representa 345^{dmc}; a segunda é 8, que representa 8 decimas do decimetro cubico, mas póde suppor-se que é 800 e representa então 800^{cmc}.

k) Posto isto, a leitura do numero póde fazer-se de tres modos: 1.º lendo por classes e o numero ler-se-ha então: 4^{Dmc} 576^{mc} 345^{dmc} e 8 decimas do decimetro cubico ou 800^{cmc}.

2.º Lendo a parte inteira e depois a decimal, assim: 4576^{mc} e 3458 decimas de decimetro cubico ou 345800^{cmc}.

3.º Lendo todo o numero como se fosse inteiro, assim: 45763458 decimas do metro cubico ou 4576345800 centimetros cubicos.

l) **353** — Em vista do exposto, ler-se-hão os numeros seguintes:

$0^{mc},001$ um decimetro cubico,

$0^{mc},000001$ um centimetro cubico,

$0^{mc},000000001$ um millimetro cubico,

que se não devem confundir com

$0^{mc},1$ que é uma decima do metro cubico ou 100^{dmc};

$0^{mc},01$ que é uma centesima do metro cubico ou 10^{dmc};

$0^{mc},001$ que é uma millesima do metro cubico ou 1^{dmc}.

m) **354** — Mudança da unidade. — Já se sabe o que é mudança de unidade, pelo que se disse nas medidas lineares; vejamos agora como se effectua nas medidas de volume. Exemplos:

1.º *Converter $73^{mc},8976543$ em centimetros* *cubicos.*— Muda-se a virgula para a direita do algarismo 4 que representa centimetros, isto é, seis ordens ou algarismos para a direita da virgula, e refere-se o numero resultante á unidade que esse algarismo representa. Assim:

$$73^{mc},8976543 = 73897654^{cmc},3$$

A razão desta transformação é facil de compreender. Com effeito, estando o numero $73^{mc},8976543$ referido a metros cubicos e querendo-se converter em centimetros cubicos, isto é, em unidades 1000×1000 ou 1000000 de vezes menor do que o metro cubico é preciso torna-lo 1000000 vezes maior para o que se desloca a virgula seis ordens decimaes para a direita da virgula; ha, pois, uma verdadeira compensação.

2.° *Converter* $7458^{mc},765$ *em hectometros cubicos.*— Recua-se a virgula seis ordens para a esquerda e refere-se o numero resultante á unidade que esse algarismo representa; mas, como não ha algarismos que representem os decametros, a não ser 7, os hectometros e os kilometros, substituem-se por zeros e virá:

$$7458^{mc},765 = 0^{Hmc},007458765$$

A razão desta transformação é facil de compreender. Com effeito, estando o numero $7458^{mc},765$ referido a metros cubicos e querendo-se converter em hectometros cubicos, isto é, em unidades 1000 × 1000 ou 1000000 de vezes maiores do que o metro cubico, é preciso torna-lo 1000000 de vezes menor, para o que se desloca a virgula seis ordens para a esquerda; mas, como não ha algarismos que representem as classes das unidades que faltam, preenchem-se com zeros; ha, pois, uma verdadeira compensação.

3.º *Converter $74^{Dmc},765$ em decimetros cubicos.*— Muda-se a virgula para a direita seis ordens ou algarismos e refere-se o numero resultante á unidade que o ultimo algarismo representa. Assim:

$$74^{Dmc},765 = 74765000^{dmc}$$

Daqui nasce a seguinte

n) **355** — REGRA.— *Para se converter um numero referido a uma certa unidade em outro referido a outra unidade, basta transportar a virgula para a direita do algarismo que exprime a nova unidade, avançando ou recuando trez, seis, nove, etc., ordens para a direita ou para a esquerda, tendo o cuidado de preencher com zeros as ordens das unidades que faltarem.*

o) **356**— As medidas de volume propriamente ditas são nominaes.

p) **357** — COMO SE MEDEM OS VOLUMES.—Não ha medidas effectivas para os volumes, a não ser para as madeiras, lenha, liquidos e cereaes;

e comtudo ha necessidade de se saber quantas unidades de volume tem um determinado corpo.

A geometria fornece o meio de determinar o volume de certos corpos, combinando as suas dimensões lineares. Assim, se se quizer determinar o volume dum corpo que tenha a fórma dum parallelipipedo rectangulo, mede-se com o metro linear o comprimento do corpo, depois a largura e finalmente a altura, multiplicam-se estes numeros e o producto representará o numero de metros cubicos que o corpo tem. Se o corpo tiver $4^{m},3$ de comprimento, 2^{m} de largura e $2^{m},5$ de altura, multiplica-se $4^{m},3$ por 2^{m} e o producto $8^{mq},6$, referido a metros quadrados, por $2^{m},5$; este novo producto $21^{mc},50$, referido a metros cubicos, será o volume do corpo.

q) **358**—Observação I—E' o producto de $8^{mq},6$ por $2^{m},5$ um outro que faz excepção á regra de que o producto deve ser de natureza do multiplicando; o producto dum numero referido a metros quadrados por outro referido a metros lineares vem referido a metros cubicos.

r) **359**—Observação II—E inversamente, se se dividir um numero que exprima metros cubicos por outro que exprima metros lineares ou quadrados, o quociente exprimirá metros quadrados ou lineares. Assim,

$$21^{mc},50 : 2^{m},5 = 8^{mq},6 \text{ e } 21^{mc},50 : 8^{mq},6 = 2^{m},5$$

s) **360**—Escolha da unidade.—Quando se quer medir o volume de qualquer corpo, deve-se escolher uma unidade de volume em relação com o volume do corpo que se quer medir. Assim, quando se quer medir o volume de pequenos corpos, taes como o volume dum livro, duma caixa de charutos ou de lumes, etc., emprega-se o *decimetro*, o *centimetro* e mesmo o *millimetro*; quando se quer medir o volume duma caixa, duma estante de madeira, de lenha, etc., emprega-se o *metro cubico;* quando se quer medir o volume de corpos grandes, como o volume da terra, etc., emprega-se o *kilometro cubico.* As palavras decametro e hectometro cubicos são pouco usadas.

t) **361** — Quando o metro cubico se emprega na medição de madeiras ou de lenha tem o nome de *stere*, que constitue a unidade fundamental das *medidas de madeira e lenha;* e quando o decimetro cubico se emprega na medição de seccos e liquidos tem o nome de *litro*, que constitue a unidade fundamental das *medidas de capacidade.*

Medidas de solidez para madeiras

a) **362** — *Medidas de solidez* são as que servem para medir o volume das madeiras e da lenha.

b) A unidade principal é o metro cubico, que neste caso tem a designação especial de *stere.* Diz-se um stere de madeira em vez dum metro cubico.

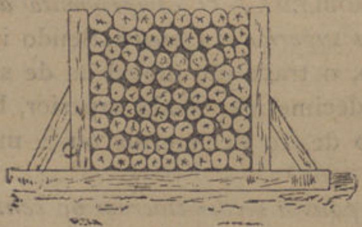


Fig. 4

c) **363**—O instrumento que representa o stere, fig. 4, é muito simples. Compõe-se duma prancha horizontal de madeira sobre a qual assentam duas columnas verticaes tambem de madeira e á distancia uma da outra de um metro. As columnas acham-se graduadas em decimetros e centimetros e entre ellas está disposto um travessão movel, que se póde fazer subir ou descer.

d) **364** — O stere tem um só multiplo, o *decastere* que vale 10 steres ou 10 metros cubicos. Tem um só submultiplo, o *decistere* que é a decima parte do stere ou 100 decimetros cubicos.

e) **365** — MANEIRA DE USAR DO STERE.— 1.º PROBLEMA — *Os paus a medir têm exactamente 1 metro de comprimento.* Neste caso, vão-se collocando os paus no stere até á altura precisa de um metro, altura a que deve estar o travessão movel.

O volume da madeira assim disposta é de 1 metro cubico ou stere, porque esse volume tem exactamente 1 metro de comprimento, o dos paus, 1 metro de largura, distancia que separa as duas columnas, e um metro d'altura, aquella até onde foram collocados os paus.

f) **366** — 2.º PROBLEMA — *O comprimento dos paus é inferior ou superior a 1 metro.* Sendo inferior a 1 metro, o travessão movel ha de subir alem de 10 decimetros; sendo superior, ha de descer abaixo de 10 decimetros ou 1 metro.

g) Assim, *se os paus a medir tiverem 60 centimetros de comprimento, a que altura deve ficar o travessão para se obter 1 stere de madeira?*

Dividindo 1 metro cubico pelo comprimento dos paus, o quociente indica-nos a altura pedida.

$$1^{mc} : 0^{m},60 = 1^{m},66$$

E' preciso, pois, collocar os paus no stere até á altura de $1^{m},66$ centimetros, para se obter 1 metro cubico de madeira ou 1 stere.

h) Egualmente, *se os paus medirem* $1^{m},40$ *de comprimento, teremos, dividindo* 1^{mc} *por* $1^{m},40$, *isto é*

$$1 : 1^{m},40 = 0^{m},71$$

Neste caso devem collocar-se os paus, para se obter um stere de madeira, á altura de $0^{m},71$.

i) **367** — 3.° PROBLEMA—*Determinar o volume duma porção qualquer de madeira.* Sendo o comprimento dos paus $2^{m},60$ e subindo no stere até á altura de $1^{m},80$, qual é o seu volume?

Para o sabermos, basta achar o producto do comprimento pela altura, isto é, $2{,}60 \times 1{,}80$, ou sejam $4^{mc},680$ ou 4 steres e 680 decimetros cubicos.

Rigorosamente deveriamos multiplicar $2^{m},60$, comprimento dos paus, por 1^{m}, largura do stere, e o producto por $1^{m},80$, altura dos paus.

Mas como o producto dum numero differente da unidade pela unidade é o mesmo numero, neste caso despresamos a largura e multiplicamos sómente a altura a que foram collocados os paus pelo comprimento dos mesmos.

QUESTIONARIO

a) — Que são medidas de volume?—Qual é a sua unidade fundamental?

b) — Em que razão variam as medidas de volume?—Como se prova que as medidas de volume variam na razão de 1 para 1000?

c) — Quaes são os multiplos do metro cubico?—E os submultiplos?

d) — Quaes são os symbolos do metro cubico, dos seus multiplos e submultiplos?

e) — Qual é o valor do myriametro cubico?—Do kilometro cubico?—Do hectometro cubico?—Do decametro cubico?—Do metro cubico?—Do decimetro cubico?—Do centimetro cubico?—Do millimetro cubico?

f) — Em que lei se funda a numeração das unidades de volume?

g) — Como se escreve, no systema decimal, um numero, exprimindo unidades de volume?—Como se lê, e de quantas fórmas?

h) — Como se opera a mudança d'unidade nas medidas de volume?—Enuncie a respectiva regra.

i) — Como se medem os volumes?—O producto, neste caso, é da mesma natureza do multiplicando?

j) — Se dividirmos um numero que exprima metros cubicos por outro que exprima metros quadrados, o quociente que exprime?—E sendo o divisor metros lineares, o quociente que exprime?

k) — Que relação deve haver entre a escolha da unidade de volume e o volume a medir?

l) — Que nome toma o metro cubico quando se emprega na medição de madeiras?—E o decimetro cubico na medição de cereaes e liquidos?

m) — Que são medidas de solidez?—qual é a sua unidade principal?

n) — Descreva o apparelho que serve para medir a madeira?

o) — Qual é o multiplo do stere?—o submultiplo?

p) — A que é egual o decastere?—O stere?—O decistere?

q) — Como se faz uso do stere?—Quantos problemas se apresentam a resolver?—Enuncie cada um delles.

r) — Como se datermina o volume da madeira em cada um dos casos?

EXERCICIOS

414.º—O metro cubico quantos decimetros cubicos vale?—centimetros cubicos?—millimetros cubicos?

415.º—O decimetro cubico quantos centimetros cubicos vale?—millimetros cubicos?

416.º—O que é o decimetro cubico em relação ao metro cubico?—o centimetro cubico?—o millimetro cubico?

417.º—Que é o centimetro cubico em relação ao decimetro cubico?—o millimetro cubico?

418.º—Que differença ha entre a decima do metro cubico e o decimetro cubico?—e entre a centesima do metro cubico e centimetro cubico?—entre a millesima do metro cubico e o millimetro cubico?

419.º—A decima do metro cubico quantos decimetros cubicos vale?—centimetros?—millimetros?

420.º—A centesima do metro cubico quantos decimetros cubicos vale? centimetros cubicos?—millimetros cubicos?

421.º—A millesima do do metro cubico quantos decimetros cubicos vale?—centimetros?—millimetros?

422.º—Como se chama a millesima parte do metro cubico?—a billionesima parte?—a millesima parte do decimetro cubico?—a millionesima parte?

423.º—Quando se toma por unidade o metro cubico, que exprime o 3.º algarismo depois da virgula?—o 6.º?—o 9.º?—o 2.º?—o 7.º?—o 4.º?—o 8.º?

424.º—Que ordem occupam os decimetros cubicos?—os millimetros?—os centimetros cubicos?

425.º—O decametro cubico quantos metros cubicos vale?

426.º—Quantos decametros cubicos vale o hectometro cubico?

427.º—O kilometro cubico quantos metros cubicos vale?—decametros cubicos?—hectometros cubicos?

428.º—Que é o metro cubico em relação ao decametro cubico?—o decametro cubico em relação ao hectometro cubico?—ao kilometro cubico?—ao metro cubico?—ao decimetro cubico?

429.º—Quantos decimetros vale uma decima do metro cubiço?—uma centesima?—uma millesima do metro cubico?

430.º—Enuncie todos os multiplos e submultiplos do metro cubico, primeiro na ordem ascendente, depois na ordem descendente.

431.º—O stere que é em relação ao decistere?—Que differença ha entre o stere e o metro cubico?—entre o decister e o decimetro cubico?

432.º—O que são 5 decisteres em relação ao stere?—Que differença ha entre o decastere e 10 metros cubicos?

433.º—7 steres quantos decisteres valem?

434.º—Qual é a 5.ª parte do stere?

435.º—Que é o stere em relação ao decastere?—ao decistere?

436.º—Quantos decasteres ha em 85 steres?—em 643 decisteres?

437.º—Quantos steres ha em 5 decasteres?—em 3 meios decasteres?—em dous duplos decasteres?

438.º—O que são 5 steres em relação ao decastere?—e 2 steres?

439.º—Se tomarmos o decastere por unidade, que representa o 2.º algarismo á direita da virgula?—o 1.º algarismo?

440.º—Qual é maior, um decistere de madeira ou uma decima do metro cubico?

441.º—Que differença ha entre 300dcm e meio stere?—entre 500 steres e meio decametro cubico?

Medidas de capacidade

a) **268 — Medidas de capacidade** são aquellas que servem para se avaliar o volume dos liquidos e dos seccos, como vinho, cereaes, etc.

b) A sua unidade fundamental é o **litro**, cujo volume interior ou capacidade é a dum decimetro cubico, fig. 5.

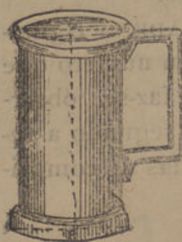


Fig. 5

c) **269** — Para se indicar que um numero inteiro representa litros ou qualquer multiplo ou submultiplo, escreve-se á direita e um pouco acima o symbolo *l* do litro ou do seu multiplo ou submultiplo.

d) **270** — Os multiplos e submultiplos decimaes do litro, tomados como unidade principal, são, pela ordem decrescente:

	Nomes	symbolos	Valores		
Multiplos	O myriolitro	*Ml*	10 Kl	ou	10000 litros
	O kilolitro	*Kl*	10 Hl	»	1000 »
	O hectolitro	*Hl*	10 Dl	»	100 »
	O decalitro	*Dl*	10 l	»	10 »
	LITRO, unidade principal	*l*	10 dl	»	1 »
Submultiplos	O decilitro	*dl*	10 cl	»	0,1 do litro
	O centilitro	*cl*	10 ml	»	0,01 » »
	O millilitro	*ml*			0,001 » »

e) **371** — NUMERAÇÃO DAS UNIDADES DE CAPACIDADE.—Como nas medidas de comprimento, as medidas de capacidade variam na razão de 1 para 10. D'ahi resulta que a leitura e a escripta dum numero que exprima unidades de capacidade faz-se exactamente como se se tratasse de unidades de comprimento.

f) **372** — MUDANÇA DA UNIDADE. — Egualmente, a mudança da unidade num numero que exprima medidas de capacidade faz-se, observando-se os mesmos principios e segundo a regra já estabelecida para as medidas de comprimento.

g) **373** — MEDIDAS REAES OU EFFECTIVAS.—São construidas de madeira ou de metal, segundo a sua applicação para medir os *seccos* ou os *liquidos*. As medidas para os seccos são geralmente de fórma cubica e algumas vezes tambem de fórma cylindrica. As destinadas a medir os liquidos são construidas de folha de Flandres ou de zinco e affectam sempre a fórma cylindrica. E são:

Fig. 6

O *centilitro* ($0^l,01$), o *duplo centilitro* ($0^l,02$), o *meio decilitro* ($0^l,05$), o *decilitro* (0,1) e o *duplo decilitro* ($0^l,02$), construidas de folha de Flandres para os liquidos propriamente ditos e de zinco para os oleos. São empregadas no commercio para se medirem porções muito pequenas.

O *meio litro* ($0^l,5$), o *litro* (1^l) e o *duplo litro* ($0^l,2$), construidas de madeira para os seccos, fig. 6, de zinco para os oleos, fig. 5, e de folha de flandres para os liquidos propriamente ditos, fig. 7. Empregam-se no commercio a retalho.

O *meio decalitro* (5^l), o *decalitro* (10^l), e o *duplo decalitro* (20^l).

O *meio hectolitro* (50^l), o *hectolitro* (100^l) e o *duplo hectolitro* (200^l), empregam-se no commercio por grosso de liquidos e seccos.

h) **374** — MEDIDAS NOMINAES OU DE CONTA.—São o *kilolitro* e o *myrialitro*.

i) **375** — ESCOLHA DA UNIDADE.—Quando se quer avaliar o volume dos liquidos ou dos seccos, escolhe-se uma unidade em relação com o da grandeza que se pretende medir. Assim, para se medirem volumes muito pequenos, de liquidos, emprega-se o *centilitro*, o *duplo centilitro*, o *meio decilitro*, o *decilitro* e o *duplo decilitro*. No commercio a retalho, escolhe-se o *meio litro*, o *litro*, o *duplo litro*, o *meio decalitro* e o *decalitro*. No commercio por grosso emprega-se o *meio hectolitro* e o *hectolitro*.

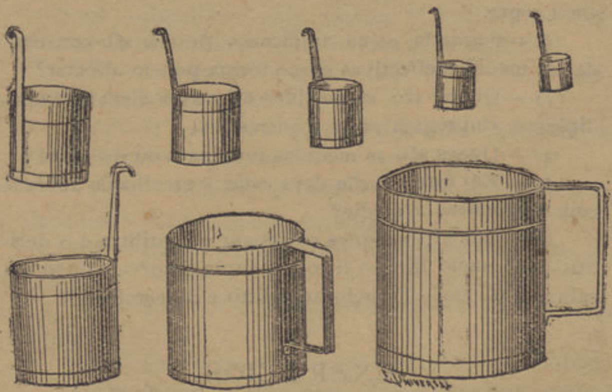


Fig. 7—Medidas de folha de Flandres para liquidos

QUESTIONARIO

a) — Que são medidas de capacidade e para que servem?

b) — Qual é a unidade fundamental das medidas de capacidade?

c) — Como se indica que um numero inteiro representa litros ou qualquer multiplo ou submultiplo?

d) — Quaes são os multiplos do litro?—E os submultiplos?

e) — Quaes são os symbolos do litro, dos seus multiplos e submultiplos?

f) — Qual é o valor do myrialitro?—Do kilolitro?—Do hectolitro?—Do decalitro?—Do litro?—Do decilitro?—Do centilitro?

g) — Um numero, exprimindo unidades de capacidade, póde enunciar-se segundo as regras da numeração decimal?

h) — Em que razão variam as unidades de capacidade?

i) — Como se escreve um numero que exprima unidades de capacidade e como se lê?

j) — Como se opera a mudança da unidade?—Enuncie a regra.

k) — Segundo a sua applicação, de que são construidas as medidas effectivas e que fórma podem affectar?

l) — Quaes são as medidas effectivas e em que condições se empregam umas e outras?

m) — Quaes são as medidas nominaes ou de conta?

n) — Em que relação deve estar a escolha da unidade com a grandeza a medir?

o) — Quando se deve empregar o centilitro e o decilitro?—O meio litro, o litro e o duplo litro?—O meio decalitro e o litro?—O meio hectolitro e o hectolitro?

EXERCICIOS

442.º—Que nome se dá a uma medida de 10 litros?—a uma medida de 100 litros?—á decima parte do litro?—á centesima parte do litro?

443.º—Quantos decalitros ha em 3 litros?—hectolitros, em 500 litros?—litros, em 60 decilitros?—litros, em 40 centilitros?—decalitros, em 30 litros?—hectolitros, em 900 litros?

444.º—Quantos decalitros ha em 500 litros?—hectolitros, em 6300 litros?—litros, em 30 hectolitros?

445.º—Como se denomina uma dezena de litros?—uma centena?—Que ordem occupam os decalitros?—os hectolitros?

446.º—Como se denomina a decima parte do litro?—a centesima parte do litro?—Que ordem occupam os decilitros?—os centilitros?

447.º—Quantos decilitros são precisos para formar um litro?—centilitros, para formar um litro?—centilitros, para formar um decilitro?—litros, para formar um decalitro?—para formar um hectolitro?—decalitros, para formar um hectolitro?

448.º—Quantos litros são precisos para formar 7 decalitros?—para formar 30 decalitros?—para formar 60 hectolitros?—decalitros, para formar 9 hectolitros?—para formar 70 hectolitros?—para formar 85 hectolitros?

449.º—O decalitro quantos litros vale?—decilitros?—centilitros?—decimetros cubicos?

450.º—O hectolitro quantos decalitros vale?—litros?—decilitros?—centilitros?

451.º—O kilolitro quantos litros vale?—decalitros?—decilitros?—hectolitros?—centilitros?

452.º—Que é o decilitro em relação ao litro?—ao centilitro?

453.º—Que é o centilitro em relação ao litro?—ao decilitro?

454.º—Que nome se dá a 10^{l}?—a 1000^{l}?—a 10000^{l}?

455.º—Quantos centilitros são precisos para perfazer um decilitro?—para um decalitro?

456.º—Se se tomar o litro por unidade, em que ordem, á esquerda, ficam os decalitros?—os hectolitros?—os kilolitros?

457.º—Como se chama a medida 100 vezes maior que o litro?—10 vezes maior?—Como se chama a centesima parte do litro?—a decima parte?

458.º—Que é o centilitro em relação ao decalitro?

459.º—Que é o litro em relação ao hectolitro?

460.º—Que nome se dá a 39^{l}?—a 3500^{l}?—a 4500^{l}?

461.º—A que é egual a decima do decilitro?—a centesima do centilitro?—a dezena do centilitro?

462.º—Quanto é preciso juntar a 60^{dl} para perfazer 1^{l}?

463.º—Qual é a medida 20 vezes maior que o litro?

CAPITULO V

Medidas de peso

a) **376**—**Medidas de peso** são aquellas que servem para pesar os corpos. A sua unidade fundamental é o **gramma,** que é o *peso, no vacuo, de um centimetro cubico d'agua distillada, á temperatura de 4° centigrados.* [1]

---

[1] Afim de se compreender bem esta definição, convem saber:

Escolhe-se a *agua*, por ser o liquido mais abundante na natureza. A agua deve ser *distillada*, isto é, isempta de materias terrosas ou salinas, que ella ordinariamente contém em maior ou menor quantidade, para que a agua empregada nesta operação seja sempre uma substancia identica. A agua impura póde ter, sob o mesmo volume, pesos differentes uns dos outros.

Pesa-se a agua no *vacuo*, com o fim de diminuír a influencia variavel do ar sobre ella.

Toma-se á temperatura de *4° centigrados*, porque é a esta temperatura que a agua, em volume egual, pesa mais; é o que se chama seu *maximo de densidade*. Acima ou abaixo de 4 graos, a agua tem, em volume egual, um peso maior ou menor.

b) Para se indicar que um numero inteiro representa grammas ou qualquer multiplo ou submultiplo, escreve-se á direita e um pouco acima o symbolo *g* do gramma ou do multiplo ou submultiplo.

c) **377** — Os multiplos e submultiplos decimaes do gramma, tomado como unidade principal, são, pela ordem decrescente:

	Nomes	symbolos	Valores		
Multiplos	O myriagramma	*Mg*	10^{Kg}	ou	10000 gram.
	O kilogramma	*Kg*	10^{Hg}	»	1000 »
	O hectogramma	*Hg*	10^{Dg}	»	100 »
	O decagramma	*Dg*	10^{g}	»	10 »
GRAMMA, unidade principal		*g*	10^{dg}	»	1 »
Submultiplos	O decigramma	*dg*	10^{cg}	»	0,1 do gr.
	O centigramma	*cg*	10^{mg}	»	0,01 » »
	O milligramma	*mg*			0,001 » »

Além daquelles multiplos ainda ha:

O quintal metrico (Q), que vale 10^{Mg} ou 100^{Kg}; a tonelada metrica (T), que vale 10^{Q} ou 100^{Mg} ou 1000^{Kg}.

d) **378** — Numeração das unidades de peso. — Como nas medidas de comprimento e nas de capacidade, as medidas de peso variam na razão de 1 para 10. D'ahi resulta que a leitura e a escripta de um numero que exprima unidades de peso se faz exactamente como se se tratasse d'unidades de comprimento ou de capacidade.

e) **379** — MUDANÇA DA UNIDADE. — Egualmente, a mudança da unidade num numero que exprima unidades de peso faz-se, observando-se os mesmos principios e segundo a regra já estabelecida para as medidas de comprimento.

f) **380** — MEDIDAS REAES OU EFFECTIVAS.—São construidas de ferro fundido ou de latão e têm fórmas diversas: podem ser prismas de base hexagonal ou rectangular, ou em fórma cylindrica, ou pequenas placas metalicas. E são:

O *milligramma* ($0^g,001$), o *meio centigramma* ($0^g,005$), o *centigramma* ($0^g,01$), o *duplo centigramma* ($0^g,02$), o *meio decigramma* ($0^g,05$), o *decigramma* ($0^g,1$), o *duplo decigramma* ($0^g,2$), o *meio gramma* ($0^g,5$), o *gramma* (1^g) e o *duplo gramma* (2^g), são pequenas placas metalicas, cortadas em octogono e servem para se avaliar pesos muito pequenos, empregando-se, sobretudo, nas pharmacias, para pesar medicamentos, nas ourivesarias, nos laboratorios, para pesar as especies chimicas, etc.

Fig. 8

O *meio decagramma* (5^g), o *decagramma* (10^g), o *duplo decagramma* (2^{Dg}), o *meio hectogramma* (50^g), o *hectogramma* (100^g) o *duplo hectogramma* (2^{Hg}), o *meio kilogramma*, fig. 8, (5^{Hg} ou 500^g), o *kilogramma* (1000^g), o *duplo hilogramma* (2^{Kg}), o *meio myriagramma* (5^{Kg}) e o *myriagramma* (10^{Kg}), são de fórma cylindrica, fig. 13, ou prismas de base hexagonal ou quadrangular e empregam-se nas pesagens ordinarias, sobretudo nas mercearias.

Fig. 9

O *duplo myriagramma* (20Kg), fig. 9, o *meio quintal* (50Kg) são prismas de base quadrangular e empregam-se nas grandes pesagens, como seja a carga dum navio, dum wagon, etc.

g) **381** — MEDIDAS NOMINAES OU DE CONTA.—São o quintal metrico e a tonelada metrica.

h) **382** — COMO SE FAZEM AS PESAGENS.—Os apparelhos que servem para pesar os corpos chamam-se *balanças*.

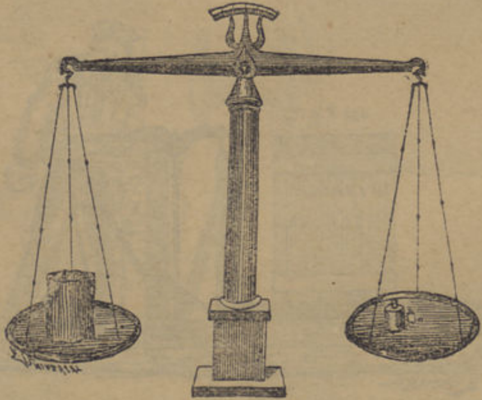


Fig. 10—Balança ordinaria

i) As balanças mais geralmente empregadas são a *balança ordinaria*, fig. 10 e a *balança* de Roberval, fig. 11, e servem nas mercearias e nos usos domesticos para se fazerem as pesagens ordinarias.

Fig. 11—Balança de Roberval

j) **383** — Obtem-se o peso dum corpo, collocando-o em um dos pratos da balança e no outro prato pesos marcados, até que o travessão fique em equilibrio horizontal ou, como é uso dizer-se, até que a balança esteja *no ouro*. A somma dos pesos collocados num prato é o peso do corpo collocado no outro.

k) **384** — Emprega-se particularmente nas grandes pesagens, uma outra balança chamada *balança decimal* ou *basculo*, fig. 12. Chama-se *de-*

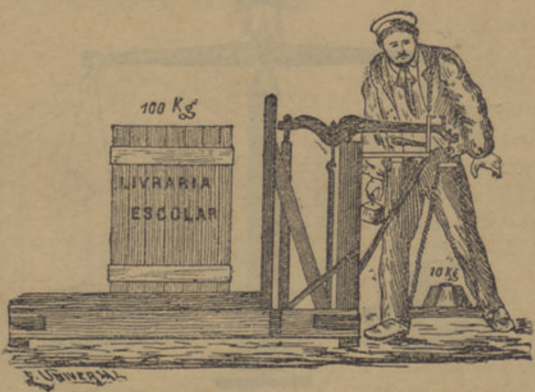


Fig. 12—Balança decimal

cimal, porque, para se obter o peso dum corpo qualquer, basta empregar a *decima parte* do seu peso em padrões, o que a torna, sobretudo, vantajosa quando se tenham de fazer grandes pesagens, como a de um carregamento d'algodão, de

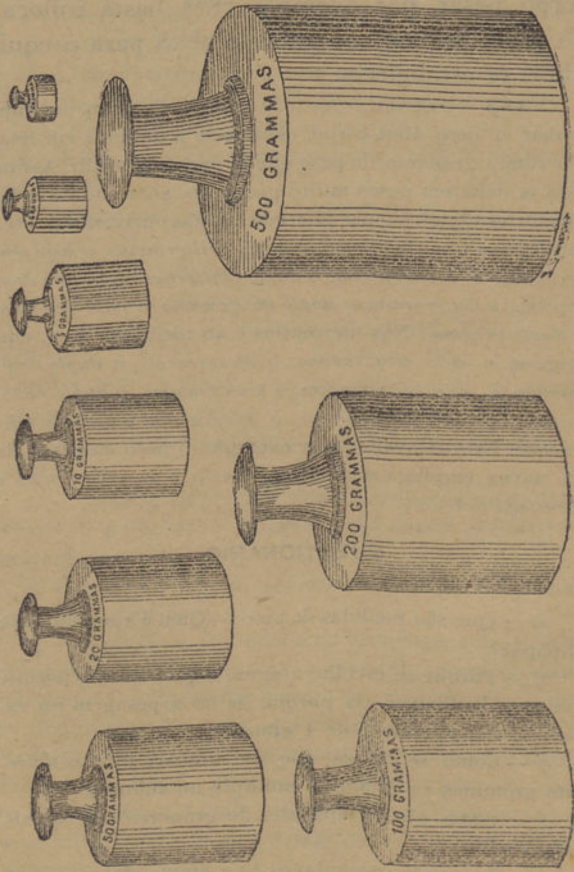


Fig. 13

milho, etc. Assim, 10^{Kg} de pesos poderão, no prato menor desta balança, accusar um peso de 100^{Kg} no prato maior, isto é, naquelle onde se collocam os corpos, cujo peso se deseja saber. Se o corpo pesar, por exemplo 78^{Kg}, basta collocar no prato menor um peso de $7^{Kg},8$ para o equilibrio se estabelecer.

l) **385** — ESCOLHA DA UNIDADE.— Quando se quer avaliar o peso dum corpo, escolhe-se a unidade em relação com a grandeza do peso que se pretende medir. Assim, para se acharem pesos muito pequenos, sobretudo nos laboratorios chimicos, nas pharmacias, nas ourivesarias, etc., emprega-se o *milligramma*, o *duplo milligramma*, o *meio centigramma*, o *centigramma*, o *duplo centigramma*, o *meio decigramma*, o *decigramma*, o *duplo decigramma*, o *meio gramma*, o *duplo gramma*. Nas mercearias e no uso domestico, emprega-se o *meio decagramma*, o *decagramma*, o *duplo decagramma*, o *meio hectogramma*, o *hectogramma*, o *duplo hectogramma*, o *meio kilogramma*, o *kilogramma* e o *duplo kilogramma*. Para se avaliar, por exemplo, o peso da carga de um navio, emprega-se o *myriagramma*, o *quintal metrico* e a *tonelada metrica*.

QUESTIONARIO

a) — Que são medidas de peso?—Qual é a sua unidade principal?

b) — Porque se escolhe a agua, e qual a razão porque deve ser distillada?—E porque se faz a pesagem no vacuo?—E á temperatura de 4 graos?

c) — Como se indica que um numero inteiro representa grammas ou qualquer multiplo ou submultiplo?

d) — Quaes são os multiplos do gramma?—E os submultiplos?

e) — Quaes são os symbolos do gramma, dos seus multiplos e submultiplos?

f) — Qual é o valor do myriagramma?—Do kilogramma?—Do hectogramma?—Do decagramma?—Do gramma?—Do decigramma?—Do centigramma?—Do milligramma?

g) — Ainda ha outras unidades de peso maiores do que o myriagramma?—Quaes são?—Qual é o valor do quintal metrico?—E da tonelada metrica?

h) — Um numero, exprimindo unidades de peso, póde enunciar-se segundo as regras da numeração decimal?

i) — Em que razão variam as unidades de peso?—Como se escreve um numero que exprima unidades de peso e como se lê?

j) — Como se opera a mudança da unidade?—Enuncie a regra.

k) — De que são construidas as medidas effectivas e que fórma podem affectar?

l) — Quaes são as medidas effectivas?—E as nominaes?

m) — Como se chamam os apparelhos onde se pesam os corpos?

n) — Quaes são as balanças mais geralmente empregadas?

o) — Onde se emprega a balança ordinaria e a de Roberval?—E a decimal?—Porque se lhe chama decimal?—Que vantagem offerece?

p) — Em que relação deve estar a escolha da unidade com o peso a medir?

q) — Quando se emprega o milligramma, o duplo milligramma, o meio centigramma, o centigramma, o duplo centigramma, o meio decigramma, o decigramma, o duplo decigramma, o meio gramma, o gramma e o duplo gramma?—E o meio decagramma, o decagramma, o duplo decagramma, o meio hectogramma, o hectogramma, o duplo hectogramma, o meio kilogramma, o kilogramma e o duplo kilogramma?—E o myriagramma, o quintal metrico e a tonelada metrica?

EXERCICIOS

464.º—Que nome se dá á medida de 10 grammas?—a uma medida de 1000 grammas?—a uma medida de 100 grammas?—a uma medida de 100 kilogrammas?

465.º—Que nome se dá á decima parte do gramma?—á millesima parte?—á centesima parte?—á decima parte do decigramma?—á decima parte do centigramma?—á centesima parte do gramma?

466.º—Quantos decagrammas ha em 30 grammas?—hectogrammas, em 500 grammas?—kilogrammas, em 9000 grammas?—Quintaes, em 500 kilogrammas?

467.º—Quantos grammas ha em 40 decigrammas?—em 700 centigrammas?—em 120 decigrammas?—em 2500 centigrammas?

468.º—Como se chama uma dezena do gramma?—uma centena?—uma medida de 1000 grammas?

469.º—Qual é a ordem dos decagrammas?—dos hectogrammas?—dos kilogrammas?

470.º—O kilogramma quantas grammas vale?—hectogrammas?—decagrammas?

471.º—Que nome se dá a 10 grammas?—a 100 grammas?—a 1000 grammas?—a 10000 grammas?

472.º—O myriagramma quantos grammas vale?—kilogrammas?—hectogrammas?

473.º—O gramma quantos centigrammas vale?—decigrammas?—milligrammas?

474.º—Quantos centigrammas são precisas para formar um decigramma?—para um decagramma?

475.º—O decagramma quantos centigrammas vale?—decigrammas?—milligrammas?

476.—O hectogramma quantos decagrammas vale?—centigrammas?—decagrammas?—o kilogramma quantos decagrammas vale?—hectogrammas?—centigrammas?—decigrammas?

477.º—Se se tomar o gramma por unidade, que ordem á esquerda, occupam os myriagrammas?—os decagrammas?—os kilogrammas?—os hectogrammas?

478.º—Qual é o peso 100 vezes maior que o gramma?—dez vezes maior?—mil vezes maior?—dez mil vezes maior?

479.º—Como se chama a centesima parte do gramma?—a millesima parte?—a decima parte?

480.º—Que é o decagramma em relação ao myriagramma?—o centigramma em relação ao decagramma?—o milligramma em relação ao kilogramma?—o decigramma em relação ao kilogramma?

481.º—Que nome se dá a 30 grammas?—a 35000 grammas?—a 4500?

482.º—A que é egual a decima do decigramma?—a centesima do decigramma?—a millesima do decigramma?—a dezena do centigramma?—a centena do milligramma?—a dezena do decagramma?—a centena do hectogramma?

483.º—Quantos myriagrammas ha em 347^{hg}?—decigrammas, em $3^{kg},24$?—hectogrammas, em 3467^{dg}?—kilogrammas, em 145647^{dg}?

484.º—O hectogramma quantas vezes é maior que o centigramma?—o decagramma, maior que o decigramma?—o myriagramma, maior que o decagramma?

485.º—O centigramma quantas vezes é maior que o decagramma?—que o kilogramma?—o decagramma, que o kilogramma?—que o hectogramma?

486.º—O kilogramma quantas decigrammas vale?—decagrammas?—O hectogramma quantas centigrammas vale?—milligrammas?

487.º—Quantas decigrammas ha em 5^{Dg}? em 7 grammas?—em $9^{g},67$?—em $0^{g},579$?

488.º—Quantas centigram. ha em 7^{Hg}?—em $6^{g},456$?

489.º—Quantos decagrammas ha em 7 hectogrammas?—milligrammas, em 3^{Dg}?—decigrammas, em 29^{Hg}?

490.º—Qual é a medida 20 vezes maior que o gramma?—cinco vezes maior que o decigramma?

CAPITULO VI

Relação mutua entre as medidas de volume, as de capacidade e as de peso

a) **386** — É já sabido que as medidas de volume variam na razão de 1 para 1000 e que as de capacidade, bem como as de peso, variam, como as lineares, na rasão de 1 para 10. São tambem conhecidas as regras para converter um numero, referido a uma unidade de volume, de capacidade ou de peso, em outro referido a um multiplo ou submultiplo da mesma unidade. Resta agora saber-se como se póde passar dum numero referido a uma unidade de volume para outro referido a uma unidade de capacidade ou de peso, e vice-versa.

b) **387** — Como a unidade fundamental das medidas de capacidade é o litro, que é a capacidade de um decimetro cubico, segue-se que, estando um numero referido a qualquer unidade de volume, basta, para se referir a qualquer unidade de capacidade, converte-lo primeiramente em decimetros cubicos, mudar-se esta denominação para litros, e assim fica convertido em medidas de capacidade, cuja mudança de unidade se faz como é sabido.

Exemplo: *converter* $45^{mc},9658$ *em decalitros.*

Far-se-ha:

$$45^{mc},9658 = 45965^{dmc},8 = 45965^{l},8 = 4596^{Dl},58.$$

c) **388** — Praticava-se o inverso, se o numero estivesse referido a medidas de capacidade e se quizesse referir a medidas de volume.

Exemplo: *Converter* $879^{Hl},386$ *em centimetros cubicos.* Far-se-ha:

$$879^{Hl},386 = 87938^{l},6 = 87938^{dmc},6 = 87938600^{cmc}$$

d) **389** — Como a unidade fundamental das medidas de peso é o gramma, que é o peso da agua pura contida num centimetro cubico ou num millilitro, segue-se que, estando um numero referido a qualquer unidade de volume ou de capacidade, basta, para se referir a qualquer unidade de peso, converte-lo primeiramente em centimetros cubicos ou millilitros, mudar-se esta denominação para grammas; ou converte-lo em decimetros cubicos ou litros e mudar esta denominação para kilogrammas, e assim fica convertido em medidas de peso, cuja mudança de unidade se faz como é sabido.

Exemplo: *Converter* $4^{mc},876596$ *em hectogrammas.* Far-se ha:

$$4^{mc},876596 = 4876596^{cmc} = 4876596^{g} = 48765^{Hg}96;$$

ou

$$4^{mc},876596 = 4876^{dmc},596 = 4876^{Kg},596 = 48765^{Hg}96.$$

Converter $475^{Hl},9587$ *em decagrammas.* Ter-se-ha:

$$475^{Hl},9587 = 47595870^{ml} = 47595870^{g} = 4759587^{Dg}$$

ou

$$475^{Hl},9587 = 47595^{l},87 = 47595^{Kg},87 = 4759587^{Dg}$$

e) Praticava-se o inverso, se o numero estivesse referido a medidas de peso, e se quizesse referir a medidas de capacidade ou de volume.

QUESTIONARIO

a) — Em que razão variam as medidas de volume?— as de capacidade?—as de peso?—as lineares?—as de superficie?

b) — Como se converte um numero referido a unidades de volume em unidades de capacidade?—Exempifique.

c) — Como se converte um numero referido a unidades de capacidade em unidades de volume?—Exemplifique.

d) — Como se converte um numero referido a unidades de volume em unidades de peso?—Exemplifique.

e) — Como se converte um numero referido a unidades de capacidade em unidades de peso?—Exemplifique.

f) — Como se converte um numero referido a unidadades de peso em unidades de volume?—Exemplifique.

g) — Como se converte um numero referido a unidades de peso em unidades de capacidade?—Exemplifique.

EXERCICIOS

491.º—Fscrever, tomando o metro por unidade:

$53^{Hm}\ 5^{m}$	45763^{mm}
3176^{dm}	$125^{Mm}\ 5^{Hm}\ 4^{m}$
4680^{cm}	$5382^{Dm}\ 46^{mm}$
$3^{Mm}\ 4^{Hm}\ 5^{m}\ 3^{cm}$	$135^{Hm}\ 4^{dm}\ 5^{mm}$

492.º—Fazer a addição de cada uma das columnas e indicar o numero de kilometros, de hectometros, de decametros, etc., contidos nos dous resultados.

493.º—Addicionar os numeros seguintes, referindo-os ao decametro:

$$6^{Hm}\ 8^{m}\ 5^{cm} + 47^{Km}\ 9^{Dm}\ 5^{m} + 635^{Dm}\ 46^{Hm} + 534^{m} + 64^{mm}$$

Exprimir o mesmo resultado em metros—em kilometros—em hectometros.

494.º—Escrever os numeros seguintes, tomando por unidade o metro quadrado:

$20^{mq}\ 66^{dmq}\ 4^{cmq}$	$3008^{mq}\ 25^{cmq}$	6432^{mq}
$5^{mq}\ 4^{dmq}\ 25^{cmq}$	8^{cmq}	$5^{mq}\ 324^{mmq}$
$6^{dmq}\ 20^{cmq}$	$18425^{dmq}\ 8^{cmq}$	130^{cmq}

495.º—Addicionar os numeros do exercicio precedente.

496.º—Escrever, tomando successivamente por unidade, o metro quadrado, o kilometro quadrado, o hectometro quadrado:

$85^{Dmq}\ 47^{dmq}$	$179^{Mmq}\ 354^{Hmq}$
$4^{dmq}\ 245^{mmq}$	$879^{cmq}\ 8^{mmq}$
13^{mmq}	$124^{Kmq}\ 6^{Dmq}\ 5^{dmq}$
$13^{Mmq}\ 3423^{Dmq}\ 524^{cmq}$	$134^{Hmq}\ 3008^{cmq}$

497.º—Converter $54^{mq},2345$ em decimetros quadrados, em centimetros quadrados, em millimetros quadrados, em decametros quadrados.

498.º—Escrever os numeros seguintes:

$10^{a}\ 20^{ca}$	864^{ca}	3424^{ca}
$6^{ha}\ 35^{ca}$	$5^{Ha}\ 6^{a}\ 4^{ca}$	15403^{ca}
$4^{ha}\ 2^{a}\ 8^{ca}$	$204^{a}\ 6^{ca}$	$2^{ha}\ 24^{ca}$

499.º—Addicionar estes numeros, tomando o are por unidade, depois o hectare, depois o kilometro quadrado.

500.º—Escrever os numeres seguintes, tomando por unidade o metro cubico:—23 metros cubicos, 26 decimetros cubicos; 48 metros cubicos, 3 decimetros cubicos, 304 centimetros cubicos, 8 millimetros cubicos; 63 decimetros cubicos, 6345 millimetros cubicos; 15132 decimetros cubicos; 34024 millimetros cubicos; 108025 centimetros cubicos, 9 millimetros cubicos.

501.º—Addicionar os numeros precedentes, convertendo depois o resultado em decimetros cubicos—em centimetros cubicos.

502.º—Referir ao stere, ao decastere, ao decistere, os numeros seguintes:

326 st.	$43^{Dst},34$	$42^{st},24$
158 dst.	$15^{st},63$	138 dst.
$24^{Dst},8$	$123^{st},32$	$3532^{dst},8$
432 dst.	53 st.	$65^{st},72$

503.º—Referir ao metro cubico, ao decimetro cubico, ao centimetro cubico os numeros do exercicio antecedente.

504.º—Referir successivamente ao litro, ao centilitro, os numeros seguintes:

$26^{Hl},7$	6543^{dl}	$0^{l},54$
$5^{Kl},324$	$0^{l},546$	$8^{Dl},345$
$7^{Hl},47$	$4765^{cl},3$	$7^{Hl},6$
5634^{Hl}	$4^{l},0348$	$326^{dl},55$

505.º—Exprimir em litros, depois em decalitros e ainda em hectolitros, o resultado da addição seguinte: $5^{Hl}034 + 27^{Hl},6 + 7^{Dl},9$.

506.º—Addicionar os numeros seguintes, e referi-los a decalitros, depois a litros e ainda a hectolitros: $6^{Hl}8 + 63^{Dl} + 46^{dl} + 534^{l} + 64^{cl}$.

507.º—Referir ao metro cubico os numeros seguintes:

5432^{l}	$12^{Hl},234$	$71^{Dl},265$
$345^{Hl}264$	$65432^{l},25$	246875 dl.
$0^{Hl},7246$	$29^{Kl},315$	$764^{hl},32$
$63721^{l},05$	$164^{Hl},05$	286467 cl.

508.º—Referir ao litro, ao decalitro, ao hectolitro:

$18^{dmc},24$	$5^{mc},24$	$164^{dmc},76$
1348 met. cub.	543286 cent. cub.	$82^{mc},345$
1594 mill. cub.	$9^{dmc},8$	$4^{mc},573$
53 centim. cub.	5534 cent. cub.	647 met. cubicos.

509.º—Escrever os numeros seguintes, tomando por unidade o gramma, o hectogramma, o decagramma, o kilogramma, o litro:

$26^{Hg},7$	5634^{Hg}	$4^{g},0348$
$18^{Dg},35$	6543^{dg}	$0^{g},54$
$5^{Kg},324$	$0^{g},646$	$82^{Kg},43$
$7^{Hg},47$	$3765^{cg},3$	$8^{Dg},445$

510.º—Exprimir em grammas o resultado da addição seguinte, depois em decagrammas e ainda em hectogrammas: $3^{Kg},28 + 5^{Hg},034 + 27^{Hg},6 + 7^{Dg},7$.

511.º—Escrever 28 kilogrammas, tomando successivamente por unidade: o decagramma, o gramma, o hectogramma, o decigramma.

512.º—Escrever 9 decagrammas, tomando successivamente por unidade: o kilogramma, o centigramma, o hectogramma, o decigramma, o gramma.

513.º—Qual é o peso d'agua pura contida em:

64 litros	$23^{hl},6$	$28^{cl},8$
25 decimet. cub.	$16^{l},25$	$0^{mc},3456$
36^{dmc} e 34^{cmc}	$9^{l},05$	$75^{Hl},18$

514.º—Referir ao litro, depois ao decimetro cubico os numeros seguintes:

9 decagr.	418 hectog.	375 centig.
48 kilog.	623Hg,25	47 decagr.
92 gram.	7g,023	236 hectog.

515.º—Qual é o peso de 8Dl,5l,8dl d'agua pura?—de 65dmc d'agua pura?—dum decimo do metro cubico?—de um centesima do metro cubico.

516.º—Qual é o peso de 3 hectolitros d'agua pura?

CAPITULO VII

Medidas monetarias

a) **390**—Quando os meninos precisam comprar, por exemplo um livro, dão, em troca delle, o seu valor representativo em **moedas** ou *dinheiro.* Succede o mesmo, se quizerem comprar um chapeo, um relogio, uma propriedade, etc.

b) A moeda foi escolhida para facilitar a troca dos productos, attribuindo-se-lhe um *valor* equivalente.

c) **391**—**Medidas monetarias** são as que servem para avaliar o *preço* das mercadorias.

d) Na França, a unidade adoptada é o *franco* e os seus multiplos e submultiplos estão na razão décupla, isto é, subordinados ao systema decimal.

e) Em Portugal, a unidade adoptada é o **real**. Esta unidade não é effectiva, porque não existe moeda de *um real*. A unidade usual, para contar, são **mil reis**.

f) **392** — As unidades portuguêsas são de ouro, de prata, de cobre e de nikel.

Estes metaes não se empregam puros na fabricação das moedas; combinam-se com outros, constituindo o que se chama **liga**.

g) **393** — **Titulo** duma *liga* ou **toque** *é o peso do metal precioso ou fino* que entra num kilogramma de liga. Assim, uma liga d'ouro e prata tem o titulo de 0,835, quando num kilogramma de liga ha $0^{Kg},835$ d'ouro e a differença para 1000 gram. é prata. O ouro puro e a prata pura têm de titulo ou o toque de $1^{kg},000$ ou 24 quilates.

h) As moedas portuguêsas de ouro e de prata têm o titulo ou toque de $0,916\frac{2}{3}$ ou 22 quilates.

Consideram-se legaes as moedas que têm mais ou menos 0,002 de toque ou 0,002 em peso; é o que se chama *tolerancia*.

i) **394** — Querendo-se saber, por exemplo, qual é o peso do ouro puro, contido numa liga, cujo titulo é 0,850 e o peso da liga $35^{Kg},15$, *multiplica-se o peso da liga pelo titulo.*

Como o titulo é de 0,850, um peso qualquer conterá 0,850 de metal fino. Tomando-se, pois, 0,850 de $35^{kg},16$, isto é, multiplicando-se 35,16 por 0,850, teremos $29^{kg},886$ de ouro puro.

j) **395** — Quadro das moedas portuguesas.

OURO	Corôa ou 10$000 rs., que tem de peso	$17^{g},735$
	$^1/_2$ corôa ou 5$000 » » » » »	$8^{g},868$
	$^1/_5$ » » 2$000 » » » » »	$3^{g},547$
	$^1/_{10}$ » » 1$000 » » » » »	$1^{g},774$
PRATA	Corôa ou 1$000 » » » » »	25^{g}
	$^1/_2$ » » 500 » » » » »	$12^{g},5$
	$^1/_5$ » » 200 » » » » »	5^{g}
NIKEL	Um tostão ou 100 reis	
	Meio » » 50 »	
COBRE	Um vintem ou 20 »	
	Dez reis ou 10 »	
	Cinco reis ou 5 »	

h) Tambem são consideradas legaes as seguintes moedas de ouro:

Libra inglêsa com o peso de $7^{g},981$
Meia libra » » » » $3^{g},990$

i) **396** — Notas de banco. — Além das moedas, empregam-se ainda como objecto de troca e como representando o valor d'aquellas, as **notas** de **banco**.

As notas que existem em circulação são:

De cem mil reis.	100$000 reis
De cincoenta mil reis . . .	50$000 »
De vinte mil reis	20$000 »

De dez mil reis	10$000 reis
De cinco mil reis	5$000 »
De dous mil e quinhentos reis	2$500 »
De mil reis	1$000 »
De quinhentos reis	500 »

m) **397** — MANEIRA DE CONTAR E ASSENTAR DINHEIRO.— Para se contar e assentar dinheiro observam-se as mesmas regras da numeração decimal, notando-se que as quantias em dinheiro são sempre 5 ou multiplo de 5, isto é, 5 reis 10 reis, 15 reis, 20 reis, 25 reis, etc.

Assim:

Cinco reis = 5 unidades . . .	5 rs
Dez reis = 10 unidades ou 1 dezena	10 »
Quinze reis = 15 unid. ou 1 dezena e 5 unidades	15 »
Vinte reis ou um vintem = 20 unidades ou 2 dezenas	20 »
Vinte e cinco reis = 25 unid. ou 2 dezenas e 5 unid.	25 »
Trinta reis = 30 unid. ou 3 dezen.	30 »
Trinta e cinco reis = 35 unid. ou 3 dezenas e 5 unid.	35 »
Dois vintens ou quarenta reis = 40 unid. ou 4 dezenas	40 »
Dois vintens e cinco reis = 45 unid. ou 4 dezenas e 5 unid. . . .	45 »
Meio tostão ou cincoenta reis = 50 unid. ou 5 dezenas	50 »

Meio tostão e cinco reis=55 unid. ou 5 dezenas e 5 unid. . . .	55 rs
Tres vintens ou sessenta reis=60 unid. ou 6 dezenas	60 »
Tres vintens e cinco reis=65 unid. ou 6 dezenas e 5 unid. . . .	65 »
Tres vintens e meio=70 unid. ou 7 dezenas	70 »
Tres vintens e quinze reis ou quatro vintens menos 5 reis=75 unid. ou 7 dezenas e 5 unid. .	75 »
Quatro vintens=80 unid. ou 8 dez.	80 »
Quatro vintens e cinco reis=85 unid. ou 8 dezenas e 5 unid. .	85 »
Quatro vintens e meio=90 unid. ou 9 dezenas	90 »
Quatro vintens e 15 reis ou 1 tostão menos 5 reis=95 unid. ou 9 dezenas e 5 unid.	95 »
Um tostão, cinco vintens=10 dezenas ou 1 centena	100 »
Um tostão e cinco reis=1 centena e 5 unid.	105 »
....	
Oito vintens e cinco reis=1 tostão, mais 3 vintens + 5 reis= 16 dezenas mais 5 unid. . .	165 »
Oito vintens e meio=1 tostão, mais tres vintens e meio=17 dezenas.	170 »
Nove vintens menos 5 reis=1 tos-	

tão, mais 70 reis, mais 5 reis= 17 dezenas mais 5 unid. . .	175 rs.
Dois tostões=2 centenas . . .	200 »
Doze vintens=2 tostões, mais dois vintens=24 dezenas	240 »
Dezenove vintens=tres tostões + 4 vintens=380 dezenas . . .	380 »
Dezenove vintens e meio=3 tostões + 90 reis=3 centenas mais 9 dezenas ou 39 dezenas . .	390 »
Um cruzado, quatro tostõos=4 centenas	400 »
Um cruzado e quatro vintens=4 centenas, mais 8 dezenas . .	480 »
Cinco tostões e tres vintens=5 centenas, mais 6 dezenas . .	560 »
Seis tostões e meio—6 centenas, mais 5 dezenas	650 »
Oito tostões e 25 reis=8 centenas, mais 2 dezenas, mais 5 unid. .	825 »
Nove tostões e 70 reis=9 centenas, mais 7 dezenas	970 »
Dez tostões=uma unidade de mil	1$000 »
Dez tostões e meio=uma unid. de mil, mais 5 dezenas	1$050 »
12 tostões=1 unid. de mil, mais 2 centenas	1$200 »
16 tostões e meio=1 unid. de mil, mais 6 centenas, mais 5 dezenas	1$650 »
Dois mil reis=2 unidades de mil.	2$000 »
vinte e sete tostões e meio=2 uni-	

dades de mil, mais 7 centenas, mais 5 dezenas	2$750 rs.
Trinta mil reis	30$000 »
Cento e quinze mil reis	115$000 »

QUESTIONARIO

a) — Quando queremos realizar a compra dum objecto, que offerecemos em troca?—Porque se escolheu a moeda para effectuar as trocas?

b) — Que são medidas monetarias?—Qual é a unidade adoptada em França?—e em Portugal?

c) — Os multiplos e submultiplos do franco estão subordinados á lei da numeração decimal?—a nossa unidade fundamental é effectiva ou nominal?—Qual é a unidade usual?

d) — De que metaes são feitas as moedas portuguêsas?—Empregam-se estes metaes no seu estado de pureza?—Que é liga?

e) — Que é titulo ou toque duma liga?—Qual é o titulo do ouro puro?—E o titulo legal das moedas portuguêsas?—Admitte-se alguma tolerancia?—Qual è?

f) — Como se obtem o peso do ouro puro, contido numa liga?

g) — Quaes são as moedas portuguêsas d'ouro?—De prata?—De nikel?—De cobre?—Qual é o valor em reis de cada uma dellas?—Ainda ha outras moedas d'ouro consideradas legaes?—Quaes são?

h) — Além das moedas, ha outro meio de facilitar as trocas?

i) — As notas de banco que valor representam?

j) — Quaes são as notas de banco em circulação?—Qual é o valor em reis de cada uma dellas?

k) — Que regras se observam para assentar dinheiro?—Em que razão variam as quantias em dinheiro?

EXERCICIOS

517.º—Quantas moedas de 500 reis ha numa corôa de ouro?—em meia corôa?—em 3$000 rs.?

518.º—Quantos meios tostões ha em uma moeda de 5 tostões?—numa moeda de 2 tostões?

519.º—Um tostão quantos vintens tem?—e moedas de 10 reis?—de 5 reis?

520.º—Em 20$000 rs. quantas vezes ha 500 rs.?—em 5$000 rs.?—em 10$000 rs.

521.º—Uma nota de 50$000 rs. quantas notas vale de 10$000 rs.?—de 5$000 rs.?

522.º—Quantas dezenas tem 4 vintens?—Quantos vintens ha num tostão?—em 2 tostões?—em 7 tostões?

523.º—Quantas centenas ha num tostão?—em 6 tostões?

524.º—Quantos tostões ha em 25 vintens?—em 40 vintens?—em 80?

525.º—Que differença ha entre um cruzado e vinte vintens?

526.º—Em 4$000 rs. quantas moedas ha de 500 rs.?—de 100 rs.?—de 200 rs.?

527.º—Quantas centenas ha em 46 tostões?—em 28 tostões?—em 27 tostões?—em 11 tostões?

528.º—Quantas unidades de mil e centenas ha em 6$400 rs.?—em 7$500 rs.?—em 16$000 rs.?

CAPITULO VIII

Numeros complexos — Medidas do tempo — Medida dos angulos e divisão da circumfencia

a) **398** — Os numeros dividem-se, em relação á sua unidade, em *abstractos* e *concretos.*

b) **399** — *Numero abstracto* é o numero que se enuncia não se indicando a especie da sua unidade. Exemplo: 7 ou 14. Estes numeros lêm-se: 7 unidades, 14 unidades, mas não se indica de que especie é a nnidade.

c) **400** — *Numero concreto* é o numero que se enuncia, indicando a especie de unidade. Exemplo: 7 homens, 14 litros. Nestes numeros já se especifica a unidade.

d) **401** — Os numeros concretos dividem-se em *homogeneos* e *heterogeneos.*

e) **402** — *Numeros homogeneos* ou *da mesma especie* são os que vêm referidos á mesma unidade. Exemplo: 7 homens e 14 homens.

f) **403** — *Numeros heterogeneos* ou *de differente especie* são os que vêm referidos a unidades differentes. Exemplo: 15 litros e 17 livros.

g) **404** — Ha grandezas que se não medem com uma unidade, cujos multiplos e submultiplos sejam formados segundo as regras da numeração decimal. Estão neste caso as grandezas *tempo, arcos do circulo* e *angulos.*

h) **405** — *Medidas do tempo.* A unidade do tempo que se emprega em toda a parte é o *dia*, que se define em cosmographia. Os multiplos do dia são: o *mês* tendo uns 30 dias e outros 31, excepto o de fevereiro que tem 28, e 29 nos annos bissextos [1]; o *anno* que tem 12 mêses; o *lustro* que tem 5 annos e o *seculo* que tem 100 annos. Os submultiplos do dia são: a *hora*, tendo o dia 24; o *minuto*, tendo a hora 60; o *segundo*, tendo o minuto 60. As fracções do segundo escrevem-se ordinariamente em fracção decimal.

i) **406** — *Medida dos angulos e divisão da circumferencia.* — Em geometria divide-se a circumferencia em 360 partes chamadas *graos;* cada grao em 60 *minutos;* e cada minuto em 60 *segundos.* As fracções do segundo escrevem-se ordinariamente em fracção decimal.

j) O grao e os seus submultiplos são as unidades adoptadas para medir arcos ou angulos.

k) **407** — Os symbolos empregados para representar as unidades do tempo são:

dias	horas	minutos	segundos
d	*h*	*m*	*s*

---

[1] O meio facil de se conhecer quantos dias tem cada mês encontra-se na seguinte quadra:

Trinta dias tem novembro,
abril, junho e setembro;
vinte e oito terá um
e os outros trinta e um.

E os empregados para representar a unidade dos angulos e dos arcos são:

graos minutos segundos
$^{\circ}$ $'$ $''$

Assim, 7 dias, 4 horas, 15 minutos e 16 segundos, escrever-se-ha:

7^{d} 4^{h} 15^{m} 16^{s}

e 18 graos, 36 minutos e 17 segundos escrever-se-ha:

13° $36'$ $17''$

l) Como se vê, os multiplos e submultiplos do dia, bem como os submultiplos do grao não são 10, 100, 1000 vezes maiores ou menores do que a unidade principal; não obedecem, pois, á lei da numeração decimal.

m) **408** — Os numeros neste caso chamam-se *complexos.*

n) **409** — **Numero complexo** *é o numero concreto que consta de differentes unidades todas referidas á unidade principal, mas que não são multiplos ou submultiplos, segundo a numeração decimal.*

o) **410** — Quando o numero concreto consta de unidades de uma unica especie chama-se *incomplexo.* Exemplo: 8 horas.

p) **411** — Os numeros concretos dividem-se, pois, ainda em *complexos* e *incomplexos.*

q) **412** — Nos numeros complexos, como nos decimaes, ha unidades de diversas ordens. A maior dellas chama-se *unidade principal* ou de 1.ª *ordem*, porque não se considera como parte de outra unidade; as outras, que são submultiplas desta, chamam-se *unidades secundarias*, e estas são de 2.ª *ordem*, 3.ª...; a ultima chama-se unidade de *infima especie*. Em 16^{d} 8^{h} 24^{m} e 18^{s}, o dia é a unidade principal e o segundo é a unidade de infima especie.

$$\begin{array}{r} 18^{\circ} \\ \times 60' \\ \hline 1080' \\ \times 9' \\ \hline 1089' \\ \times 60'' \\ \hline 65340'' \\ +26'' \\ \hline 65366'' \end{array}$$

r) **413** — *Reduzir um numero complexo á infima especie.* Seja $18^{\circ}\ 9'\ 26''$ o numero que pretendemos reduzir á infima especie, isto é, a segundos. Como cada grao tem 60 minutos, segue-se que 18° terão $60' \times 18^{\circ} = 1080'$, que, com $9'$ do numero dado, prefazem $1089'$; como cada minuto tem $60''$, segue-se que $1089'$ terão $60'' \times 1089' = 65340''$, que, com $26''$ do numero dado, prefazem 65366; logo

$$18^{\circ}\ \ 9'\ \ 26'' = 65366''$$

Daqui a seguinte

s) **414** — REGRA. — *Para se reduzir um numero complexo á infima especie, reduzem-se as unidades de 1.ª a unidades de 2.ª ordem e juntam-se ao numero resultante as unidades de 2.ª ordem, que existem no numero dado; reduzem-se em seguida* *as unidades de 2.ª a unidades de 3.ª ordem, e juntam-se ao numero resultante as unidades de 3.ª ordem, que existem no numero dado; e assim por deante, até que se tenham juntado as unidades de 3.ª ordem.*

t) **415** — *Reduzir um numero incomplexo a complexo.* Seja $25679''$ o numero que pretendemos reduzir a complexo. O calculo dispõe-se da seguinte fórma:

$$\begin{array}{rll} 25679'' & \underline{|\,60\quad} & \\ 167 & \;\;427' & \underline{|\,60\quad} \\ 479 & \;\;\;07' & \;7^\circ \\ 59'' & & \end{array}$$

Como $1'$ tem $60''$, procuramos saber em primeiro logar quantas vezes $60''$, isto é, $1'$ se contem em $25679''$; para isso dividimos $25679''$ por 60. Feita a divisão, vê-se que $25679''$ contém $427'$ e $59''$, conforme o resto indica. Como 1° tem $60'$, do mesmo modo precisamos saber em seguida quantas vezes $60'$, isto é, 1° se contém em $427'$, e assim vemos que $427'$ contém 7° e $7'$; logo

$$25679'' = 7^\circ\ 7'\ 59''$$

Daqui a seguinte

u) **416** — REGRA. — *Para reduzir um numero incomplexo inteiro a complexo, extraem-se ao numero dado as unidades de ordem immediatamente inferior nelle contidas; o quociente indicará as unidades de ordem superior, e o resto as unida-*

des da mesma ordem do dividendo. Em seguida extraem-se do mesmo modo ao quociente as unidades de ordem immediatamente superior, e assim por deante, até se chegar a um quociente em que se não possam extrair mais unidades. O ultimo quociente e os restos das successivas divisões constituirão o numero complexo.

QUESTIONARIO

a) — Como se dividem os numeros em relação á sua unidade?

b) — Que é numero abstracto?—E concreto?—Exemplifique.

c) — Como se dividem os numeros concretos?

d) — Que são numeros homogeneos?—heterogeneos? Exemplifique.

e) — Quaes são as grandezas que se não podem medir com uma unidade cujos multiplos e submultiplos sejam formados segundo as regras da numeração decimal?

f) — Qual é a unidade de tempo que se emprega em toda a parte?—Quaes são os multiplos do dia?—E os submultiplos?

g) — Quaes são os mêses que têm 30 dias?—E 31?—O mês de fevereiro tem sempre 28 dias?

h) — O anno quantos mêses tem?—E o lustro quantos annos?—E o seculo?

i) — Quantos minutos tem a hora?—E quantos segundos tem o minuto?

j) — Como se divide a circumferencia?—Quantos graos tem?—E o grao quantos miuutos?—E o minuto quantos segundos?

k) — Quaes são as unidades adoptadas para medir os angulos?—E os arcos?

l) — Quaes são os symbolos para representar as medidas de tempo?—E para representar as medidas dos angulos ou dos arcos?

m) — Os multiplos e submultiplos do dia e os submultiplos do grao obedecem á lei da numeração decimal?

n) — Que são numeros complexos?—E incomplexos?

o) — Como se dividem os numeros concretos?

p) — Que é unidade principal?—Que são unidades secundarias?—E unidade de infima especie?

q) — Como se reduz um numero complexo á infima especie?—Enuncie a regra.

r) — Como se reduz um numero incomplexo a complexo?—Enuncie a regra.

EXERCICIOS

529.º—Indique quaes dos numeros seguintes são abstractos, e quaes os concretos:

28, 48; $14^{d}\ 5^{h}\ 36^{m}$; $93^{o}\ 18^{l}\ 17^{ll}$; 47; 46^{g}; 19^{m}; 60

530.º—Indique quaes dos numeros seguintes são homogeneos e quaes são os heterogeneos:

$14^{m}\ 35^{m}\ 16^{m}$; $18^{l}\ 13^{g}$; $26^{mq}\ 35^{mc}$; $19^{h}\ 16^{d}\ 3^{Kg}$

531.º—Em 6 mêses quantos dias ha, suppondo cada mês de 30 dias?

532.º—Quantos dias ha em 4 annos e 5 mêses?

533.º—Em 48765 horas quantos dias ha?

534,º—Quantos minutos ha em 79 dias?—E segundos?

535.º—Quantos segundos tem um arco de 45^{o}?

536.º—Reduza $28^{a}\ 6^{m}\ 18^{d}$ e 24 horas a minutos, depois a segundos.

537.º—Reduza 3476^{ll} a numero complexo.

538.º—Reduza $16^{o}\ 8^{l}\ 27^{ll}$ á infima especie.

FIM

INDICE