ſuperficial da Baſe, ſem ſe darem conhecidos alguns lados, & angulos, como ſe vio nos exemplos antecedentes.

§. 3.

Medir as áreas dos Cylindros.

CYlindro he hũa figura ſolida contheuda de dous circulos iguaes, & quidiſtantes, & de hũa ſuperficie redonda entre elles interpoſta, a maneira de hũa coluna redonda de igual groſſura, qual he o ſolido A K C H, cujas Baſes A B K D, C F H G ſaõ circulos parallelos, & iguaes. A área corporea deſta fig. ſe gera da multiplicaçaõ da Baſe C F H G pella altura C A [entendendoſe pella altura a perpendicular.] A meſma Baſe C F H G que he o plano do circulo ſe achará dado o diametro C H, ou a circunferencia C F H G conforme o que temos ditto. Fig. 65.

§. 4.

Medir as áreas das Pyramides, & figuras conicas.

PYramide he hũa fig. ſolida terminada de planos Triangulares, excepto o da Baſe que póde ſer de qualquer fórma, & q̃ levantandoſe de algum plano acaba em hum ponto; qual he a Pyramide A B C D E ſobre cuja Baſe quadrilatera A B C D ſe levanta a ditta Pyramide terminada de quatro ſuperficies triangulares A B E, B C E, C D E, D A E; que todas acabaõ no ponto E, & iſto fóra a ſuperficie da Baſe quadrilatera A B C D, que tambem termina a Pyramide. Fig. 66.

Se a Baſe fora de mais lados ſeria a Pyramide terminada de tantas ſuperficies triangulares quãtos foſſem os lados, afóra a ſuperficie da Baſe, como a Pyramide pentagonica D K H C O F, [r] & as menos que póde ter ſaõ tres, porque não póde haver Baſe de Pyramide de menos de tres lados, por não haver fig. de linhas rectas de menos lados, que o Triangulo. [r]Fig. 67.

A fig. Conica [r] he hũa fig. ſolida redonda que ſe levanta ſobre hũa Baſe circular, & acaba em hũ ponto, & vem a ſer hũa Pyramide redonda qual he A C D G H na 68. fig. [r] Fig. 68.

A área de qualquer deſtas figuras ſe gera da multiplicaçaõ da Baſe pella terceira parte de ſua altura perpendicular H O; mas a ditta perpendicular póde cahir em qualquer ponto da Baſe de cada hũa deſtas figuras, ou fóra della conforme a fig. for direita, ou inclinada, por onde serà necessario daremse sabidos, ou acharemse por medida os requisitos necessarios.

§. 5.

Medir a ârea corporea de hum segmento de hũa Pyramide, ou fig. Conica.

SEJA a porçaõ da Pyramide A B C D E F, cujas Bases A B C, D E F sejaõ parallelas, & semelhantes: querse investigar sua quantidade corporea. Isto se pòde fazer por dous modos. Primeiramente imaginandose a Pyramide inteira A B C H, & investigandose sua altura H G perpendicular sobre a Base da seguinte maneira a saber [r] assi se ha a linha S B differença entre os lados semelhantes A B, D E das Bases para D E lado menor, como G I altura do segmento da Pyramide (a qual altura se conhecerá pella linha perpendicular lançada, desde algum ponto da superficie plana D E F, atè a Base estendida, se necessario for) para hũa quarta proporcional; a qual serà a linha I H altura da Pyramide D E F H; a qual acrescentada a G I resultarà conhecida toda a altura G H.

Fig. 69.

[r] Clavio na Geom. pract. liv. 5. c. 3.

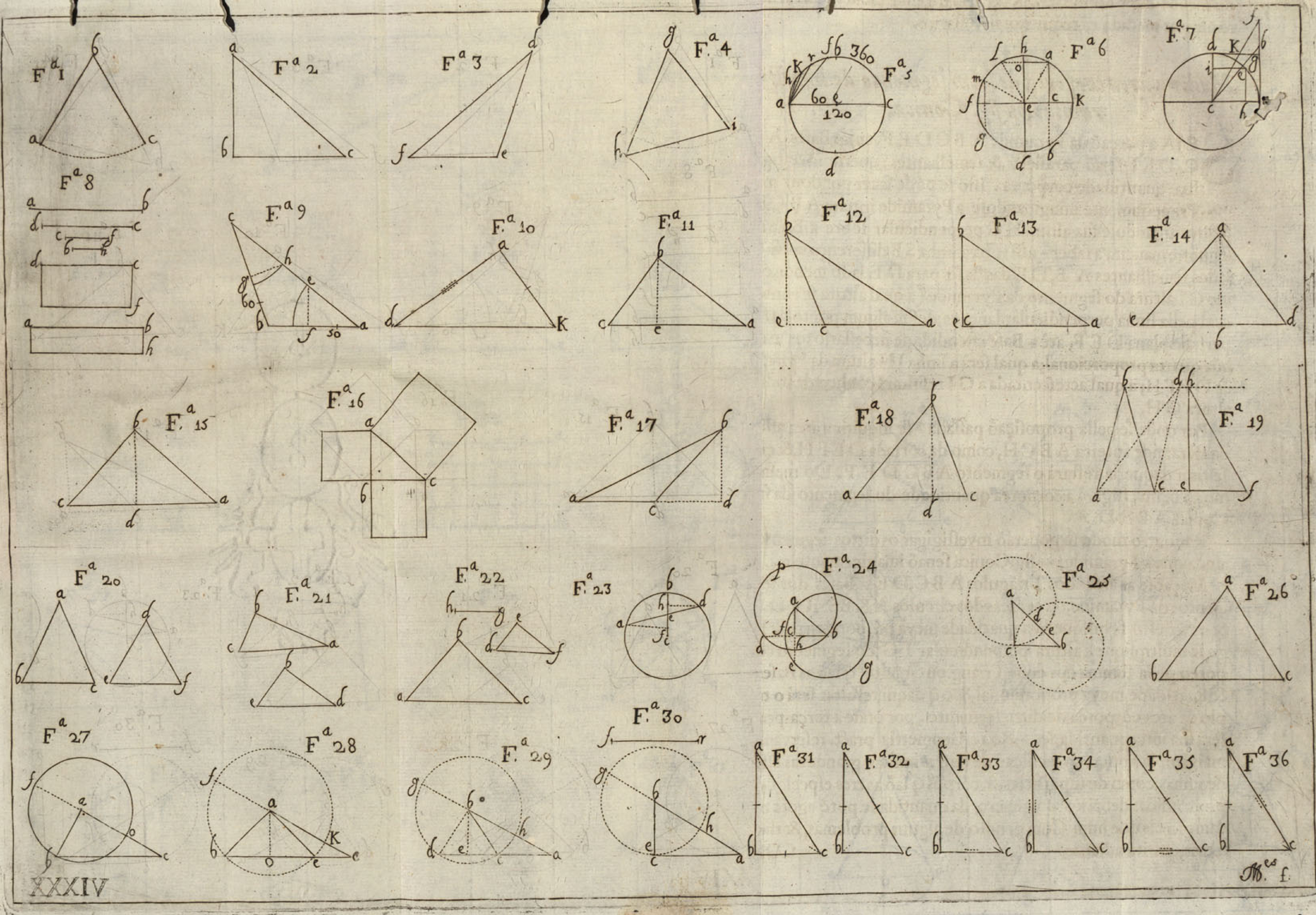
Por onde se pella proposiçaõ passada [a] se inquirir a ârea assim da Pyramide inteira A B C H, como da cortada D E F H, & esta se tirar daquella, restarà o segmento A B C D E F. Do mesmo modo se investigarà a corporea quantidade do segmento da fig. Conica A B R D. [a]

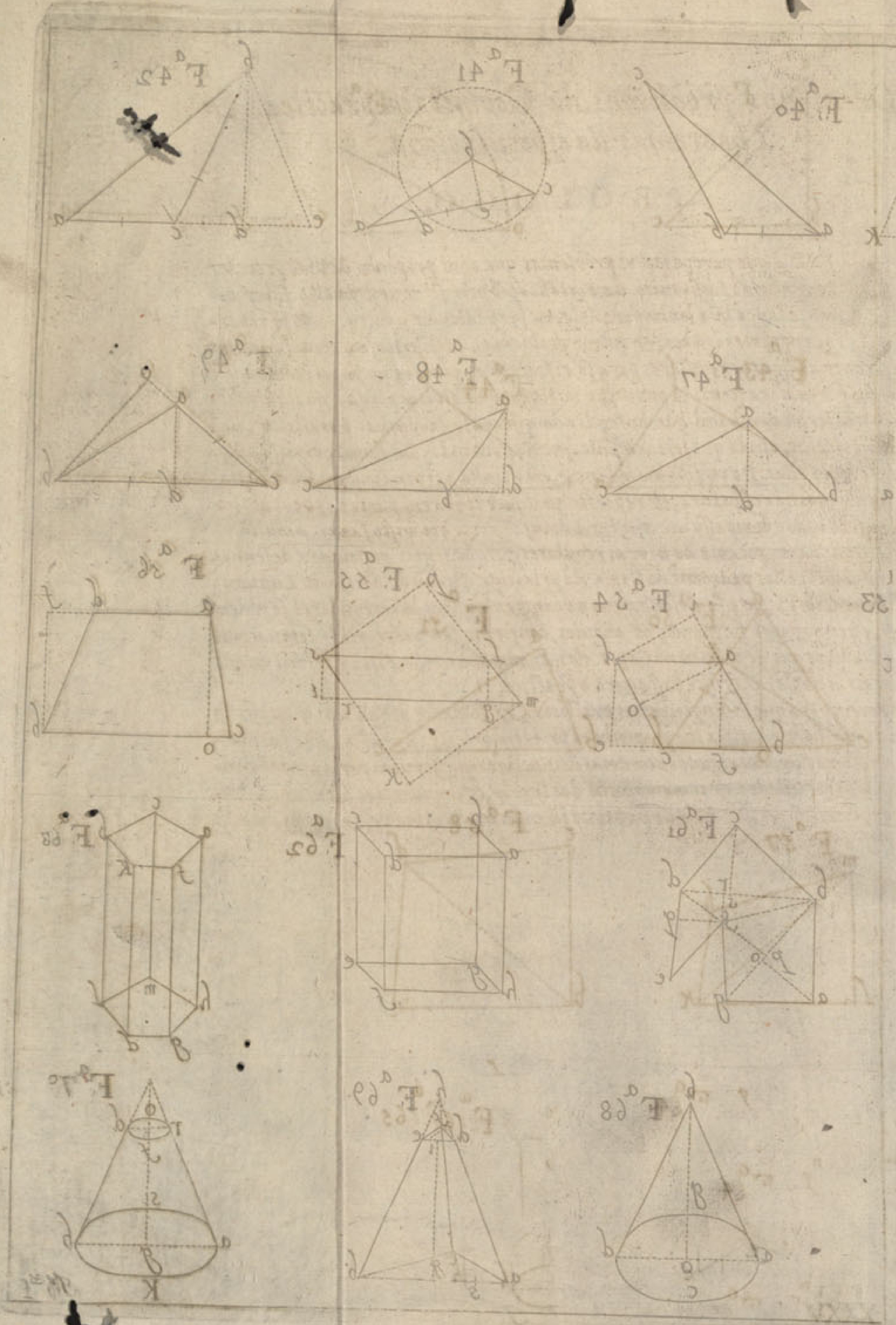
[a] No §. 4

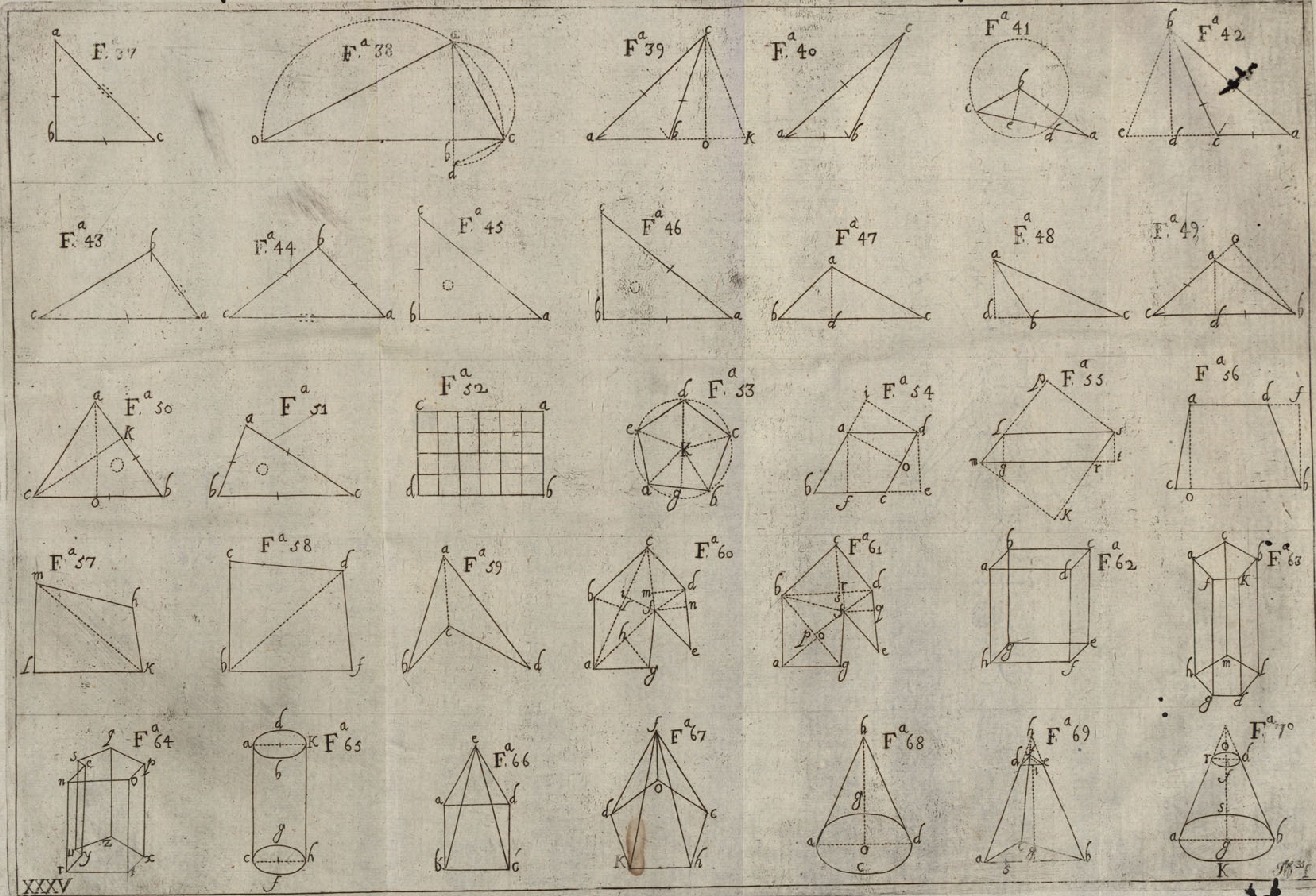
[a] Fig. 70.

Por outro modo se poderáõ investigigar os dittos segmentos, ainda que a Pyramide, ou fig. Conica senaõ imaginem inteiras.

Meçaõse as àreas dos Triãgulos A B C, D E F, Bases dos segmentos da Pyramide, ou as áreas dos circulos A K B S, R F D O & entre estas se busque hũa quãtidade meya proporcional, & logo se multiplique a altura perpendicular I G do segmento corporeo pella somma dos dous Triang. ou circulos (q̃ saõ as Bases) & quãtidade meya proporcional, & o q̃ daqui resultar será o triplo da área corporea do ditto segmento, por onde a terça parte serà sũa justa quantidade. Para a Geometria pract. reservamos mais ampla noticia da mediçaõ de outras muitas grandezas assim de linhas, como de superficies, & corpos q̃ saõ as tres especies cõprehendidas debaixo do genero da quantidade porq̃ agora naõ damos mais que hum Compendio de alguns problemas, & theoremas, que irá adiante.


Fa 1
Fa 2
Fa 3
Fa 4
Fa 5
Fa 6
Fa 7
Fa 8
Fa 9
Fa 10
Fa 11
Fa 12
Fa 13
Fa 14
Fa 15
Fa 16
Fa 17
Fa 18
Fa 19
Fa 20
Fa 21
Fa 22
Fa 23
Fa 24
Fa 25
Fa 26
Fa 27
Fa 28
Fa 29
Fa 30
Fa 31
Fa 32
Fa 33
Fa 34
Fa 35
Fa 36
XXXIV
M.es f.




F. 37
F.a 38
Fa 39
F.a 40
Fa 41
Fa 42
F.a 43
F.a 44
F. 45
Fa 46
Fa 47
F.a 48
F.a 49
F.a 50
Fa 51
Fa 52
F.a 53
F.a 54
F.a 55
Fa 56
Fa 57
Fa 58
Fa 59
F.a 60
Fa 61
F.a 62
Fa 63
Fa 64
Fa 65
F.a 66
Fa 67
Fa 68
F.a 69
Fa 70
XXXV

COMPENDIO

De alguns problemas da Geometria practica, & Theoremas da especulativa.

PROLOGO.

AINDA que pareça que os problemas que aqui proponho deviaõ preceder ao Methodo Lusitanico da Fortificaçaõ pois se deve primeiro saber como se lança hũa linha parallela, ou perpẽdicular a outra, como se reparte em partes iguaes, & outros problemas. Assim mesmo como se devem descrever as figuras regulares para se riscarem as plantas no papel; com tudo o naõ fiz por duas razoens. A primeira no tocante âs linhas porque qualquer soldado não serà taõ inhabil que entendendo que cousa saõ linhas parallelas, naõ saiba riscalas, ainda que seja mecanicamente, tomando com hum compasso a distancia entre ellas. Do mesmo modo lançar hũa linha perpendicular sobre outra, ao menos com hũa esquadra, & repartir qualquer linha em partes iguaes abrindo, ou fechando o compasso atè ajustar a divisaõ, como hei visto fazer a muitos.

A segunda no tocante às figuras regulares, porque temos ensinado a desenhalas no papel pellos padroens do Cap. 4. da primeira Secçaõ do Methodo Lusitanico, & no Cap. 12. para se desenharem na campanha. Mas as irregulares se podem descrever no papel formando os angulos conforme seu valor pello semicirculo graduado, de que se trattou no Cap. 1. & na campanha pella Fitta gradual de que se trattou no Cap. 6. & isto basta para a practica.

Porem para que os Engenheiros practicos, & soldados possaõ ter mais algũa ainda que breve noticia lhe proponho os problemas deste Cõpendio, que saõ vulgares, como tambem alguns theoremas de Euclides que servem para a intelligencia das propriedades, & combinaçoens das linhas, & angulos das figuras da Fortificaçaõ posto que no Methodo havemos jà ensinado hum breve, & facil caminho para se investigarem.

CAP. I.

Da direçaõ das linhas em problemas.

PRoblema he a proposiçaõ que manda, & ensina a construir, ou fabricar algũa cousa, & feita a demonstra.

Neste Compendio naõ trattamos mais que das construcçoens que he o que basta para o intento da delineaçaõ, & fabrica das obras da Architectura Militar supondo ás demonstraçoens em Euclides, & seus commentadores.

PROBLEMA I.

Lançar por qualquer ponto hũa linha parallela á outra dada.

LInhas parallelas saõ aquellas que por mais que se estendaõ correm sempre em igual distancia hũa da outra.

Praxe.

Fig. 1. Estãpa 36. SEJA o ponto assinado A do qual se descreva hum arco, que passe por qualquer ponto D da linha dada B C; na qual se tome outro qualquer ponto E bastantemente apartado do primeiro por melhor distinçaõ. Do ponto E com o intervallo A D se descreva o arco do circulo G H, & do ponto A com o intervallo D E o arco F L que corte o primeiro no ponto O; pello qual tirando a linha A O, será parallela com a linha dada B C.

PROBLEMA II.

Lançar hũa linha perpendicular a outra dada.

SEJA a linha A B aquella a que queremos lançar hũa perpẽdicular. Dos pontos C E nella assinados se descrevaõ com o mesmo intervallo de compasso mayor q̃ ametade da linha dada

Fig. 2. dous arcos para hũa parte que se cruzem no ponto F, & outros dous para a outra que se cruzem em G, & lançando a linha F G será perpendicular á linha A B.

Ou tambem dos mesmos pontos E C, ou de quaesquer outros se descrevaõ para hũa banda dous arcos que se cortem em F, & logo com menor, ou mayor intervallo de compasso outros dous

para

para a mesma banda que se cortem em R; & tirando hũa linha pellos pontos R F cortarâ perpendicularmente a linha dada A B

PROBLEMA III.

Lançar a mesma linha perpendicular a outra dada infinita de hum ponto dado fóra della.

DO põto C dado se descrevaõ para hũa, & outra parte dous arcos que cortem a linha dada nos pontos F, D, dos quaes com o mesmo intervallo de compasso se descrevaõ para a parte opposta do ponto C, outros dous arcos que se cortem no ponto E, ou com differente intervallo para qualquer das partes que se cortem no ponto R, & lançando hũa linha pellos pontos C E, ou por R C será perpendicular á dita linha infinita.

Dizemos infinita, porque com isso queremos significar que o ponto dado deve ser em tal sitio, que nunqua com elle concorra á linha dada (ainda que seja finita) se se produzir.

PROBLEMA IV.

Levantar a mesma perpendicular de hum ponto assinado na linha dada.

SEJA o ponto assinado C do qual queremos levantar a perpẽdicular. Do ponto C para hũa, & outra parte se tomem nella iguaes segmentos C D, C E: abrindo despois mais o compasso, com elle assim aberto se descrevaõ dos pontos D, E dous arcos q̃ se cortẽ em F, & lançando hũa linha de F até C será a perpendic.

Se o ponto assinado estiver no extremo da linha, & esta senaõ puder produzir se obre do seguinte modo. Seja assinado o ponto A no extremo da linha donde se quer levantar a perpendicular. Tomese qualquer ponto D fòra da linha, com tanto q̃ produzida esta naõ concorra com aquelle; do qual com o intervallo D A se descreva hum arco que corte a linha dada no ponto E. Tirando despois hũa linha por E D, cortará o mesmo arco no ponto H, do qual lançando hũa linha até o ponto A será a perpendicular.

PRO-

PROBLEMA V.

Dividir hũa recta dada em quaesquer partes.

SEJA a linha dada A B que se quer partir supponhamos em cinco partes iguaes. Do ponto A se lance para hũa parte a linha A D que cõ a dada forme qualquer angulo A, cuja medida
Fig.5. seja o arco B D descripto do ponto A, & do ponto B para a outra parte se láce a linha B C que forme o ang. B igual com o ang. A (o que se faz facilmente descrevendose do ponto B por A hũ arco, & nelle tomando A C igual com o arco B D, & do ponto B por C lançando a recta B C.) Feito o sobreditto se tomem na linha A D com qualquer intervallo de compasso quatro partes iguaes A E, E O, O M, M N [porque se devẽ tomar sempre tãtas menos hũa, quantas forem aquellas em que queremos dividir a linha] & do ponto B se tomem com o mesmo intervallo outras quatro B K, K F, F H, H G. Ultimamente se lancem as linhas E G, O H, M F, N K, as quaes dividirão a ditta linha A B em cinco partes iguaes.

NOTA.

AINDA que descrevemos do ponto A o arco B D, nem por isso se impede que as quatro partes tomadas na linha A D se tomem da grandeza que quizerem, ainda que passem alèm do ponto D produzida a linha, & o mesmo se entende na linha B C.

E supposto que pella operação acima podemos dividir hũa linha pello meyo; todavia mais facilmente se fará, & em quaesquer partes de numero par pello problema seg.

PROBLEMA VI.

Achar hũa meya proporcional entre duas linhas dadas finitas.

ESTE probl. tem muitos usos na Geometria practica. Algũs pòde ter para o Engenheiro, que adiante apontaremos.
Fig.6. Sejaõ as linhas dadas A B, C E entre as quaes convẽ achar hũa meya proporcional. Na linha A B produzida quanto for necessario se tome B D igual com C E. De modo que a composta A D seja igual à somma de A B, C E, & se divida pello meyo no ponto

O;

O; do qual se descreva hum semicirculo pellos extremos A, D. Finalmente do ponto B se levante ᵃ a perpendicular B G atè a circunferencia, a qual serà a meya proporcional buscada. He praxe da proposiçaõ 13. do sexto de Euclides. ᵃProbl. 4.

SCHOLIO.

PARA se achar hum numero meyo proporcional entre dous dados, se multiplique hum pello outro, & do producto se tire a raiz quadra, a qual será o meyo proporcional buscado.

EXEMPLO.

ENTRE os numeros 36, & 81. se busque hum meyo proporcional. Multipliquemse 36. por 81. de cujo producto 2916 tirando a raiz quadra que he 54. será este numero o meyo proporcional entre 36. & 81. porque 36. he os dous terços de 54. & 54. os dous terços de 81. & por tanto todos tres saõ proporcionaes em continua proporçaõ.

Se o producto naõ tiver raiz justa, tirarseha approximada como buscando hum meyo proporcional entre 7. & 18. multiplicado hum numero por outro gera 126. que naõ tem raiz justa: por tãto se tire approximada com menos, ou mais miudeza como cada hum quizer, ou lhe mais convier; & bem approximada serà $11\frac{22497}{100000}$.

PROBLEMA VII.

Achar duas meyas proporcionaes entre duas linhas rectas dadas.

SEjaõ dadas as duas rectas A B, B C entre as quaes he necessario achar duas meyas proporcionaes em continua proporçaõ: Disponhaõse as rectas dadas de tal modo que constituaõ o angulo recto A B C, & acabese o parallelogrammo A B C D, no Fig. 7. qual se lancem as duas diagonaes A C, B D, que se cortem pello meyo no ponto E centro do parallelogrammo. Produzaõse os lados D C, D A indefinitamente atè os pontos Z, M, & entendase posta, ou se ponha hũa regoa no ponto D que sobre elle como sobre exo se mova até que fiquem iguaes as linhas E G, E F; o q̃ se fará pondo o pé do cõpasso no ponto E fechandoo, ou abrindoo o necessario, & movendo a regoa sobre o ditto ponto B atè que fique na linha F B G, de modo que se igualem as linhas E G, E F do centro E até a ditta regoa, & seraõ as linhas A G, C F as duas meyas proporcionaes buscadas, de modo que assim se haverá A B para A G, como A G para C F, & como C F para B C em continua proporçaõ, ou viceversa B C para C F, como C F para A G, & como A G para A B. He modo mechanico de Heron referido por Eutocio Ascalonita sobre o segundo livro de Archimedes, de Sphera, & Cylind. de quem o tomei; o qual traz tambẽ Joaõ Vernero no commento sobre os 11. modos de dobrar o cubo, Nicolao Tartaglia part.5 lib.1. cap.21. Clavio lib. 6. Geom. pract. propos. 15. & outros. Quem quizer ver outros modos dos antigos consulte o ditto Joaõ Vernero no sobreditto livro, & Frãcisco Vieta insigne Geometra Frãcez sobre hũ seu particular modo no supplemento da Geomet. propos. 5. posto q̃ todos mechanicamente, por senaõ ter achado atè o presente modo scientifico, de que larga noticia hei dado no Trattado da Geomet. adjunto à minha Hercotectonica militar.

Este probl. póde ter alguns usos para o Engenheiro por tanto o propuz aqui.

SCHOLIO.

PARA se acharem dous numeros meyos proporcionaes entre outros dous se obra do seguinte modo.

Quadrese o primeiro numero, & este quadrado se multiplique pello outro numero dos dous dados, que he o que ha de ficar em quarto lugar, & a raiz cubica do producto será o primeiro dos dous meyos proporcionaes buscados que he o segundo de todos quatro. Achado este numero primeiro dos dous meyos, ou segũdo de todos quatro se inquire o terceiro proporcional, ou segundo dos dous medios pello mesmo caminho, a saber quadrando o segundo numero dos dados, que he o que ha de ficar no quarto lugar, & este quadrado multiplicado pello primeiro numero dos dados; do producto se tire a raiz cubica; & sahirá o terceiro num. de todos quatro, ou segundo dos dous intermedios.

EXEMPLO.

SEjaõ os dous numeros dados 3. & 81. entre os quaes convẽ achar dous meyos proporcionaes. Quadrese o num. 3. fará 9 este

este multiplicado por 81. gera no producto 729. cuja raiz cubica 9. será o primeiro dos dous meyos proporcionaes; & para achar o outro se quadre o numero 81. cujo quadrado 6561. multiplicado por 3. faz 19683. de que tirada a raiz cubica 27. será o segundo dos dous meyos proporcionaes, demaneira que seraõ os dittos numeros dados, & buscados 3:9:27:81.

Há outros modos de se investigar o segundo dos dous numeros intermedios achado já o primeiro delles, a saber o numero 9: porque multiplicando este pellos 81. & do producto 729, tirãdo a raiz quadra 27. será o ditto segundo dos dous intermedios buscados.

Ou tambem multiplicando os dous numeros dados 3. & 81. entre si, & o producto 243. partido pello segundo 9. primeiro dos dous intermedios já achado pella primeira regra, sahirà no quociente o terceiro numero 27. que he o segundo dos dous intermedios buscados.

Tambem descuberto já o segundo 9. pella primeira regra, se quadre, & o seu quadrado 81. partido pello primeiro 3. dará no quociente o terceiro 27.

NOTA.

HE porém de advertir que muitas vezes estes numeros intermedios buscados naõ poderáõ sahir ao justo, senaõ se significarem por raizes, por serem incõmensuraveis com os numeros dados. Verdade seja que as raizes se poderáõ tirar approximadas quanto quizerem, porque eternamente se poderaõ ir approximando cada vez mais sem nunca se poder exprimir em numeros a verdadeira raiz.

EXEMPLO.

ENTRE 2. & 7. se busquem dous numeros meyos proporcionaes. Quadrando o numero 2. conforme a regra, & multiplicado o seu quadrado 4. por 7. gera no producto 28. cuja raiz cubica será o primeiro dos dous intermedios buscados. Mas porque o numero 28. naõ tem raiz cubica precisa que se possa exprimir em numeros, se deve tirar proxima á verdade como sabem os Arithmeticos: approvamos mais o modo por additamentos de ternarios de cifras, porque resulta a raiz cubica com seus quebrados annexos reduzidos aos da Dizima,& ſerá $3\frac{03}{100}$ o qual numero ſerá o primeiro dos dous meyos proporcionaes. Pello meſmo caminho ſe buſcará o ſegundo.

Ou tambem para buſcar o ſegundo dos intermedios ſe podia multiplicar o primeiro 2, dos dados pello outro 7; cujo producto 14. repartido pella raiz cubica de 28. ſahirá no quociéte raiz cubica de 98.como ſabem os Algebriſtas. Eſta raiz cubica de 98. tirada em numeros proximamente à verdade a ſaber $4\frac{68}{100}$ ſerà o ſegundo numero dos dous intermedios.

Aſſim meſmo ſe podia inquirir o ſegũdo dos intermedios quadrando o primeiro delles que he $\surd$ cu. 28. de q̃ reſultarà $\surd$ cu. 784 a qual partida por 2. primeiro numero dos dados ſahirà no quociente $\surd$ cu. 98. que tirada em numeros proximamente á verdade darà os dittos $4\frac{68}{100}$ pello ſegundo dos intermedios.

Ou tambem ſe ſe multiplicar $\surd$ cu. 28. já achada pellos 7. ſahirà no producto raiz cubica de raiz quadrada de 9604. & porq̃ eſte numero tem raiz quadrada q̃ he 98. ficarà ſòmente a raiz cubica de 98.que ſenaõ pòde ſignificar em numeros ſenaõ proxima á verdade,como ſe tem ditto.

Demaneira que ſeraõ os quatro numeros dados, & buſcados 2: $\surd$ cu. 28: $\surd$ cu. 98: 7. ou tirando os intermedios em numeros proximamente verdadeiros ſeraõ 2: $3\frac{3}{100}$: $4\frac{68}{100}$: 7. Saõ praxes do noſſo inſigne Pedro Nunes na ſeg. Parte da Algebra Cap. 14. Nicolao Tartaglia ſeg. Parte lib.7.Cap.7. Clavio na Geometria pract.lib.6.propoſ. 18. o qual traz tambem outro modo na Algebra Cap.21.que deixo por ſer hum pouco mais embaraçado. Stevino lib. 2. Arith. probl.45.

PROBLEMA VIII.

Dividir hum angulo, & hum arco pello meyo.

Fig. 8. SEJA o ang. A O E, ou arco A E que o ſubtende aquelle q̃ ſe quer dividir pello meyo. Do ponto O ſe deſcrevaõ com qualquer intervallo de compaſſo dous arcos que cortem os lados O A, O E nos pontos C,H, dos quaes ſe deſcrevaõ outros dous que ſe cortem no ponto B, & tirando a linha O B cortarà o ang. dado,& o ſeu arco pello meyo. Do meſmo modo ſe farà a diviſaõ em 4. partes, 8, 16, 32, &c. em proporçaõ dupla dividindo em

duas

duas cada hum dos angulos, & arcos que vaõ resultando de cada húa das divisoens. He praxe da 9. do 1.

PROBLEMA IX.

Descrever hum circulo por quaesquer tres pontos que naõ estiverem em linha recta.

SEjaõ tres pontos dados A,E,I. De cada hum dos pōtos A,E, para húa, & outra parte se descrevaõ com qualquer intervallo de compasso dous arcos, que se cruzem nos pontos K, O, Fig. 9. pellos quaes se tire a linha indefinita K O. Outra vez de cada hũ dos pontos E,I se descrevaõ com o mesmo, ou diverso intervallo de compasso outros dous arcos, que se cruzem nos pontos M,X, pellos quaes se tire a indefinita M X, & o ponto H, onde esta se corta com a primeira K O serà o centro do circulo, que passarà pellos tres pontos dados. He praxe da 25. do 3. & da 5. do 4.

Corollario.

Daqui se colhe o modo com que se póde achar o cētro de qualquer circulo, porque assinados na peripheria quaesquer tres pontos se obre conforme o problema acima, & se acharà o centro que será o ponto, onde se cruzarem as duas linhas da operaçaõ.

CAP. II.

Da delineaçaõ das figuras regulares.

PROBLEMA X.

Delinear dentro em hum circulo qualquer fig. regul.

DIvidase o circulo dado em 4. quadrantes com os diametros A C, B D. Partase o Quadrante A B em tantas partes, quan- Fig. 10. tos houverem de ser os lados da fig. que se pertende fazer, como por exemplo se houver de ser Pentagono, se dividirà o Quadrāte A B em 5. partes iguaes, & tomando 4. dellas, lançaremos a linha A E que as subtende, a qual serà o lado do Pentagono, & assim iremos obrando nas mais figur. tomando sempre 4. partes daquellas em que dividirmos o Quadrante, como tambem se vè no

Heptagono, cujo lado he B E que ſubtende 4. partes das 7. em que para a deſcripçaõ deſta fig. ſe deve dividir o Quadrante B A.

He praxe que trazem alguns Autores da Fortificaçaõ, & Clavio no Schol. da propoſ. 16. do 4. livro de Euclides. Porém he mecanica, porque naõ dá modo geometrico, pello qual ſe poſſa dividir o Quadrãte em quaeſquer partes que ſe pedirem, ſem que ſeja tentando, a ſaber abrindo, ou fechando mais o compaſſo atè ſe acertar a diviſaõ que ſe pertende; nem atègora eſtá iſto deſcuberto geometrica, ou ſcientificamente para qualquer diviſaõ abſolutamente; ſem embargo que algũs Autores ſe queiraõ arrogar havelo achado, ſobre que hei dado larga noticia nos principios da Geometria practica que trago na Hercotectonica militar que ſenaõ tem impreſſo, mas andaõ alguns traſlados divulgados. Para muitas diviſoens ha modos geometricos.

PROBLEMA XI.

Delinear todas as fig. regul. ſobre hũa linha dada.

SEJA a linha dada A B ſobre a qual ſe quer por exẽplo formar hum Heptagono equilatero, & equiangulo. Do ponto B ſe levante hũa perpendicular indefinita, & delle meſmo ſe deſcreva por A hum ſemicirculo, que corte a indefinita perpendicular no ponto E. Dividaſe o Quadrante A E em tantas partes por via do compaſſo, quantos lados houver de ter a figur. que ſe quer conſtruir, & porque ſuppomos ſer Heptagono, ſe divida o ditto Quadrantè em 7. & do ponto E pordiante ſe tomem tantas partes [ſempre por regra geral] quantas forem as do Quadrante menos 4. & pois nelle ha 7. ſe tomem 3. de E atè O, & lançando a linha B O ſerá o ſeg. lado do Heptagono. Fig. 11.

Para deſcrever os outros lados ſe obre por hum de dous modos, a ſaber, ou deſcrevendo do ponto B com qualquer intervallo de compaſſo o arco X M que ſubtenda o ang. A B O, & do ponto O com o meſmo intervallo o arco H K, do qual ſe corte o arco H I igual com o arco X M, & pellos pontos O I ſe tire a linha O F igual com cada hũa das linhas A B, B O, procedendo ſemelhãtemente pordiante para achar os mais lados do Heptagono.

Ou pellos tres pontos A B O ſe deſcreva [r] hũ circulo no qual ſe appliquẽ os mais lados iguaes aos dous A B, B O jà deſcriptos.

[r] Probl. 15.

He

He praxe da 16. do 4. ſuppoſto que a puz com algũa varieda-de na fabrica por me parecer mais accommodo, porèm he mecha-nica para muitas diviſoens das em que for neceſſario repartir o Quadrante pella razaõ que havemos apontado no problema 10; poſto que para muitas haja meyos geometricos.

CAP. III.

Do augmento, & diminuiçaõ das figuras planas, & corporeas.

PROBLEMA XII.

Dado hum Quadrado [ou qualquer outra fig. regular] fazer outro, cuja ârea contenha outro tanto, & mais a terceira parte como a área do dado.

SEJA o Quadrado dado A B C D; a cujo lado C D ſe acreſ- Fig. 12. cente em linha recta continuada outro tanto, & mais a terça parte (porque ſe deve ſempre acreſcentar ao lado da figur. outro tanto de linha como ſe quer acreſcentar de área) & reſultará cõ-poſta toda a linha C P; a qual ſe divida [r] pello meyo no ponto O & deſte feito centro ſe deſcreva pellos extremos C, P o ſemicir-culo C F P. Do ponto D onde ſe terminava o lado da figur. ſe le-vante [n] a perpendicular D F atè cortar o ſemicirculo no ponto F. Digo que a ditta perpendicular D F ſerá o lado do Quadrado cuja área conterá outro tanto, & mais a terça parte da àrea do Quadrado dado.

r Probl. 2. vel 5.

n Probl. 4.

Se ſe quizeſſe acreſcentar o Quadrado de modo que ſua área reſultaſſe o dobro do que de antes tinha, acreſcentarſehia dobra-da linha ao lado dado C D: ſe o tresdobro, tres vezes outra tanta linha, & ſemelhantemente conforme o augmento que ſe quizer, & entaõ proſeguir a operaçaõ na fòrma ditta.

Iſto ſe entende para acreſcentar qualquer fig. de lados iguaes, ou hum circulo obrando na meſma fòrma com ſeu diametro, ou ſemidiametro.

Mas ſe a fig. tiver todos, ou alguns lados deſiguaes, obrarſeha do meſmo modo com cada hum dos lados deſiguaes de per ſi, & as linhas que forem ſahindo da operaçaõ ſe tomem para os lados da fig. acreſcentada.

Se-

Semelhantemente se obra na diminuiçaõ das àreas das figuras como por exemplo. Seja dado o Pentagono A B C D E, & pedese outro cuja área tenha sómente os $\frac{3}{4}$ da área do dado. A hum dos lados A B se acrescentem em linha recta cõtinuada os seus $\frac{3}{4}$ B H, & resultarà composta a linha A H de cujo ponto medio O se descreva pellos extremos A H, hũ semicirculo, & obrãdo pordiãte na fòrma sobreditta serà a perpendicular B K o lado do Pentagono igual na área aos $\frac{3}{4}$ do dado. Saõ practicas de Nicolao Targlia part. 5. lib. 1. Cap. 3. de seu geral Trat. de numeros, & medidas: Alberto Dureiro referido por Clavio no Schol. da 33. do 6. Stevino lib. 3. Geomet. pract. propos. 7. & de outros muitos.

NOTA.

PARA se achar por numeros o lado da fig. que se busca se deve multiplicar o numero do lado da fig. dada pello numero da linha que se acrescenta, & do que resultar no producto tirarse a raiz quadra, a qual serà o lado da fig. pertendida.

Exemplo do primeiro caso.

Proponhamos que o lado C D do Quadrado era de 30. palmos, & porque queriamos fazer outro que cõtivesse outro tanto, & mais a terça parte, se lhe havia de acrescentar outra tanta linha, & mais a terça parte conforme a practica sobreditta, & por tanto seria a acrescentada de 40. palmos, multiplicando pois 30. por 40. resultaõ no producto 1200, que naõ tem raiz justa; por onde tirandoselhe approximada, serà $34\frac{64}{100}$ & de tantos palmos será o lado do Quadrado pertendido.

Exemplo do segundo caso.

Supponhase que o lado do Pentagono dado era de 36. palmos, & porque se pertende fazer outro que tenha sòmente os tres quartos da àrea do primeiro, busquese o numero que seja $\frac{3}{4}$ de 36. que he 27. multiplicando pois 36. por 27. sahe no producto 972. cuja raiz quadra proxima menor $31\frac{1760}{10000}$ será o lado do novo Pentagono buscado Supponho nestas operaçoens de numeros que falo com quem sabe tirar a raiz quadra.

Outros modos ha de se acrescentarem, ou diminuirem as figuras geometricamente em qualquer pedida proporçaõ. O sobreditto he o mais facil, & geral,

PROBLEMA XIII.

Acrescentar, ou diminuir as figuras corporeas em qualquer pedida proporçaõ.

SEJA hum corpo dado o cubo A, ou Sphera H. Pertendese outro cubo (ou Sphera) dobrada. Entre o lado B C do cubo, ou diametro D F da Sphera, & outra linha q̃ seja o seu dobro se busque *p* a primeira de duas meyas proporcionaes, a qual serà o lado do cubo, ou diametro da Sphera pertendida. Fig. 13. *p* Probl. 7.

Se se pertendese que o cubo, ou Sphera fosse tres vezes tanto, se tomaria tres dobre linha do lado, ou diametro: se tres vezes, & hum terço, tres vezes outra tanta linha, & mais hum terço, como o lado do cubo, ou diametro da Sphera, & entre o ditto lado, ou diametro, & o seu tresdobro, ou tresdobro, & hum terço se buscaria a primeira das duas meyas proporcionaes que seria o lado do cubo, ou diametro da Sphera pertendida. Do mesmo modo se obraria com qualquer outra proporçaõ em que se pertendesse acrescentar.

Exemplo de dobrar o Cubo, ou Sphera.

O lado do Cubo A he B C, & sua igual D F diametro da Sphera H: o seu dobro B K. A primeira das duas meyas proporcionaes entre B C, B K achada pello problema 7. he a linha C M a qual serà o lado do Cubo dobrado do Cubo A, ou diametro da Sphera dobrada da Sphera H.

Pello mesmo teor se diminuem os corpos porque se se quizer fazer hum Cubo que seja por exemplo ametade do Cubo A, ou Sphera ametade da Sphera H, tomese a linha B O que seja ametade de B C ou de D F, & se investigue C L primeira das duas meyas proporcionaes, a qual serà o lado do Cubo, ou diametro da Sphera igual no corpo (ou no peso sendo da mesma materia) cõ a ametade do Cubo dado, ou da Sphera.

Se se quizesse que o Cubo, ou Sphera pertendida fosse sòmente a terça parte, se tomaria a linha B O igual a terça parte de B C ou D F, & semelhantemente em qualqueroutra proporçaõ. He practica de Clavio lib. 6. Geomet. practicapropos. 17. Tartaglia 5. part. lib. 2. Cap. 5. Theofilo Bruno nos seus fruitos da Geom. Cap. 11. Simaõ Stevino lib. 3. Geometriapract. propos. 11.

NOTA.

SE'o corpo for de todos, ou de alguns lados desiguaes, se obrará com cada hum dos desiguaes de per si, na sobreditta forma, & as linhas que forem sahindo, seraõ os lados do novo corpo buscado semelhante ao dado.

CAP. IV.

Dos Theoremas a cerca das linhas.

THeorema he aquella demonstraçaõ q̃ inquire, & descobre algũa propriedade de hũa, ou muitas quantidades juntas.

Theorema I.

Fig. 14. Se hũa linha cahir sobre outra, como E B ou A B sobre C D, ou farà dous angulos rectos a saber C B E, D B E, ou dous iguaes a dous rectos, a saber C B A, D B A; porque quanto C B A obtuso excede ao recto C B E; tanto o agudo D B A he menor que o recto D B E. A demonstraçaõ deste Theorema, que he a proposiçaõ 13. do prim. liv. de Euclides, & dos mais seguintes se póde ver nelle.

Theorema II.

Fig. 15. Se duas linhas A B, C D se cortarem reciprocamente no ponto O, faraõ os angulos no vertice A O C, D O B iguaes entre si, & tambem os ang. A O D, C O B. He a propos. 15. do 1. de Euclid.

Corollario I.

Daqui, & do Theor. I. colhe Euclides que os quatro angulos A O C, A O D, D O B, B O C saõ iguaes a quatro rectos.

Corollario II.

Fig. 16. Colhe mais que todos quantos angulos estiverem á roda de qualquer ponto C, sejaõ muitos, ou poucos, se igualaõ sómente a 4. rectos; que a tantos saõ iguaes os cinco angulos que por exemplo se vem na fig. 16

Theorema III.

Fig. 17. Se hũa linha A B cahindo em duas linhas H F, G D fizer os ang. alternos H O M, D M O iguaes entre si: ou tambem os angulos

GMO,

G M O, F O M, feraõ parallelas as dittas rectas H F, G D. He a 27.do 1.

Theorema IV.

Se hũa linha E F cortando as duas A B, C D, fizer o ang. externo E H B igual ao interno, & oppoſto para a meſma banda H K D: ou fizer os internos da meſma banda A H K, C K H iguaes a dous rectos [o meſmo ſe entẽde dos angulos B H K] feraõ as dittas linhas A B, C D parallelas entre ſi. He a 28.do 1. Fig. 18.

Theorema V.

Se hũa linha K F cahir em duas parallelas D B, G M fará os ang. alternos D C L, M L C iguaes entre ſi: aſſim meſmo o angulo externo K C B com o interno oppoſto para a meſma parte C L M; ou D C K com C L G; & os dous internos da meſma banda B C L, M L C iguaes a dous rectos, ou tambem D C L, G L C. He a 29. do 1. Fig. 19.

Theorema VI.

Se duas linhas A B, C D forem parallelas a hũa terceira F H, tambem feraõ parallelas entre ſi. He a 30. do 1. Fig. 20.

Theorema VII.

Se tres linhas A B, C D, E F forem proporcionaes o parallelogrãmo rectangulo G feito das extremas A B, E F ferá igual ao Quadrado H feito da media C D, & ſe o rectangulo das extremas for igual ao Quadrado da media, feraõ todas tres proporcionaes. He a 17. do 6: O meſmo he em numeros pella 20.do 7. Fig. 21.

SCHOLIO.

Tambem ferá o meſmo ainda que o Parallelogrammo das extremas naõ ſeja rectangulo, com tanto que em lugar do Quadrado da media ſe faça hum Rhombo equiangulo ao tal parallelogrãmo

Theorema VIII.

Se quatro linhas H C, F D, R M, K L forem proporcionaes com proporçaõ continua, ou diſcreta, o Parallelogrammo rectangulo feito das extremas H C, K L ferá igual ao Parallelogrammo rectangulo feito das intermedias F D, R M. He a 16.do 6. O meſmo he em numeros pella 19. do 7. Fig. 32.

SCHOLIO.

Tambem será o mesmo ainda que os parallelogrammos naõ sejaõ rectangulos com tanto que sejaõ equiangulos.

Theorema 9.

Fig. 23. Se quatro linhas A B, C D, E F, G H forem proporcionaes continua, ou discretamente; tambem as figuras semelhantes feitas sobre ellas seraõ proporcionaes: por tanto o Triangulo K ou qualquer outro Polygono feito sobre a primeira linha, terá para o Triangulo L, ou qualquer outro Polygono semelhante feito sobre a segunda, a mesma razaõ que o Quadrado M ou qualquer outra fig. feita sobre a terceira E F para o quadrado P ou qualquer outra fig. semelhante descripta sobre a quarta G H. He a 22. do 6.

SCHOLIO.

O mesmo será se forem tres linhas proporcionaes porque tambẽ as figuras rectilineas semelhantes feitas sobre ellas seraõ proporcionaes: mas entaõ he necessario que todas as tres figuras sejaõ semelhantes como se declara, o que não he necessario sendo 4. proporcionaes; porque neste caso podem as primeiras duas figuras ser de hũa especie, & as outras duas de outra como se vio na explicaçaõ do theorema.

Theorema X.

Fig. 24. Se a linha A B for dividida em qualquer ponto C; o quadrado A E D B de toda a linha he igual ao quadrado F E H O feito do segmento A C ou de seu igual F O, & ao quadrado C O M B do outro segmẽto C B, & aos dous rectangulos F O C A, H O M D feitos de hum segmento por outro, a saber de A C por C B, ou de suas iguaes F O, O C, H O, O M. He a 4. do 2.

Acerca das figuras Theor. XI.

Fig. 25. Semelhantes Polygonos A B C D E, F G H I K tem entre si duplicada razaõ de seus lados homologos C D, H I. Quer dizer, que se aos lados C D, H I semelhantes se achar hũa terceira linha proporcional M L, assim se haverá o Polygono primeiro para o Polygono segundo como C D lado do primeiro para a terceira proporcional M L. He a seg. part. da 20. do 6.

Co-

Corollario.

Daqui se segue que se forem tres linhas rectas proporcionaes, assim se haverá a fig. feita sobre a primeira para a figur. semelhante feita sobre a segunda como a primeira linha para a terceira; & tãbem a fig. feita sobre a segunda para a fig. semelhante feita sobre a terceira como a mesma primeira linha para a terceira.

Theor. XII.

Os Triangulos, & Parallelogrammos A, B que tem a mesma altura se haõ entre si, isto he tem a mesma proporçaõ que suas bases F C, G M. He a 1. do 6. Fig. 26.

Mais propriedades acerca dos Trian. Theor. XIII.

Todo o Triangulo equilatero A B C he equiangulo, & viceversa quer dizer que tẽdo todos os lados iguaes, terà os angulos iguaes, & ao contrario. Consta dos Corollarios da 5. & 6. do 1. Fig. 27.

Theor. XIV.

Todo o Triangulo isoscelos a saber de dous lados iguaes, como G F K tem os dous angulos F G K, F K G sobre a Base G K, iguaes entre si, & produzidos os lados iguaes, os dous angulos debaixo da Base M G K, P K G tambem iguaes. He a 5. do 1. Fig. 28.

SCHOLIO.

Este theorema he tambẽ verdadeiro nos Triangulos equilateros.

Corollario.

Daqui se colhe que se o Triangulo tiver dous lados iguaes, terá tambem iguaes os angulos oppostos aos taes lados.

Theor. XV.

Se os dous angulos A B do Triangulo A B C forem iguaes, tambem seraõ iguaes os lados B C, A C que se lhe oppoem. He a 6. do 1. Fig. 29.

Theor. XVI.

Em todo o Triangulo Scaleno (que he o de lados desiguaes) tãbem os angulos saõ desiguaes, & ao contrario. He o Corollario da 18. do 1.

Theor.

Theor. XVII.

Fig.30. Em qualquer Triangulo A B C se se produzir qualquer dos lados por exemplo A C, o angulo externo B C D he mayor que qualquer dos internos oppostos C A B, A B C. He a 16. do 1.

Theor. XVIII.

Fig.31. Em qualquer Triangulo H K F quaesquer dous angulos saõ menores que dous rectos. He a 17. do 1.

Corollario.

Daqui se segue que em todo o Triangulo onde houver ang. recto ou obtuso, seraõ os outros dous agudos.

Que toda a linha que cahindo sobre outra fizer angulos desiguaes, será hum obtuso, outro agudo.

Que todos os angulos do Triang. equilatero, & os dous do isosceles sobre a Base, saõ agudos.

Theor. XIX.

Fig.32. Em todo o Triangulo quaesquer dous lados B C, D C em hũa somma saõ mayores que o terceiro B D. He a 20. do 1.

Theor. XX.

Fig. 33. Em todo o Triangulo rectilineo A B C, produzido qualquer lado B C, o angulo externo A C D he igual aos dous internos oppostos A, B, & os tres angulos internos A, B, C saõ iguaes a dous rectos. He a 32. do 1. Tem grande uso para se investigarem ang. necessarios para os calculos da Fortificaçaõ.

Corollario.

Desta proposiçaõ se colhe que os angulos de qualquer figur. saõ iguaes a tantas vezes dous rectos quantos saõ os lados da fig. menos dous. Isto, ou a fig. seja regular, ou irregular.

EXEMPLO.

Proponhase que a fig. he hum Pentagono regular; & porque tem cinco lados, deitando dous fòra, restaõ tres; por tanto os cinco angulos do Pentagono se igualaõ a tres vezes dous rectos, isto he a seis rectos, & porque 6. rectos contèm 540. gr. [pois cada recto

tem

tem 90.] repartidos os dittos 540. pellos cinco angulos do Pentagono, sahe a cada hum 108.gr.& de tantos he o seu valor.

Mas se o Pentagono for irregular, ainda que todos os angulos contenhaõ a mesma somma; todavia cada hum de per-si será vario ou se houver alguns iguaes entre si, seraõ os outros differentes; & assim será necessario investigar sua quantidade pellos preceitos da Trigonometria.

Theor. XXI.

Se em qualquer Triangulo A B C se lançar hũa parallela D E a qualquer lado B C, cortarà os lados A B, A C proporcionalmente: quer dizer que assim se haverà A D para D B como A E para E C. He a 2. do 6. Tem grande uso para os calculos da minha Fortificaçaõ. Fig. 34.

SCHOLIO.

Supposta a sobreditta proporçaõ, seraõ tambem proporcionaes toda A B para B D, como toda A C para E C, & toda A B para A D como toda A C para A E pella 18. do 5.

Theorema XXII.

Se em hum Triangulo A B C, qualquer ang. B for dividido pello meyo com a linha B H que venha a cortar a Base A C no ponto H, terà o lado A B para o lado B C a mesma proporçaõ que o segmento A H da Base para o segmento H C. He a 3. do 6. Fig. 35.

Theorema XXIII.

Nos Triangulos equiangulos A B C, D F H saõ proporcionaes os lados que estaõ à roda de angulos iguaes, & homologos, ou semelhantes os que subtendem angulos iguaes. Quer dizer que se o angulo A de hum Triangulo for igual com o angulo F do outro, a mesma proporçaõ terà B A para A C no primeiro, que D F para F H no segundo. E se o ang. C he da mesma grandeza que o ang. H, assim se haverá A C para C B, como F H para H D, & semelhantemente C B para B A como H D para D F. Assim mesmo será o lado B A semelhante com D F: A C com F H: C B cõ H D. He a 4. do 6. Fig. 36.

Corollario.

Corollario.

Fig. 37. Daqui se segue que se no Triangulo K D G se lançar a linha M L parallela a qualquer lado por exemplo a D G, fará o Triang. K M L semelhante & equiangulo a todo o Triang. K D G, & se haverá K D para D G como K M para M L: K G para G D como K L para L M: assi mesmo D G para G K como M L para L K: D G para D K como M L para M K conforme a 4. do 6.

Theorema XXIV.

A mesma fig. do Theor. 23. Se dous Triangulos A B C, D F H tiverem os lados proporcionaes, a saber que assim se haja B A para A C, como D F para F H: A C para C B, como F H para H D: C B para B A, como H D para D F, seraõ os dittos Triangulos equiangulos, & teraõ iguaes aquelles angulos a que se oppoem semelhantes lados a saber A com F: C com H: B com D.

Ou tambem se tiverem sómente hum ang. igual com outro A com F, & proporcionaes os lados á roda delles a saber B A para A C como D F para F H, seraõ os dittos Triangulos equiangulos, & teraõ iguaes os angulos que se oppoem a semelhantes lados. He a 5. & 6. do 6.

Theorema XXV.

Fig. 38. Se em qualquer Triang. rectang. A B C do ang. recto B for lançada sobre a Hypotenusa A C (assim se chama o lado opposto ao ang. recto, ou tambem base) a perpendicular B O, seraõ os dous Triangulos A B O, B C O semelhātes entre si, & a todo o Triag. He a 8. do 6.

Corollario.

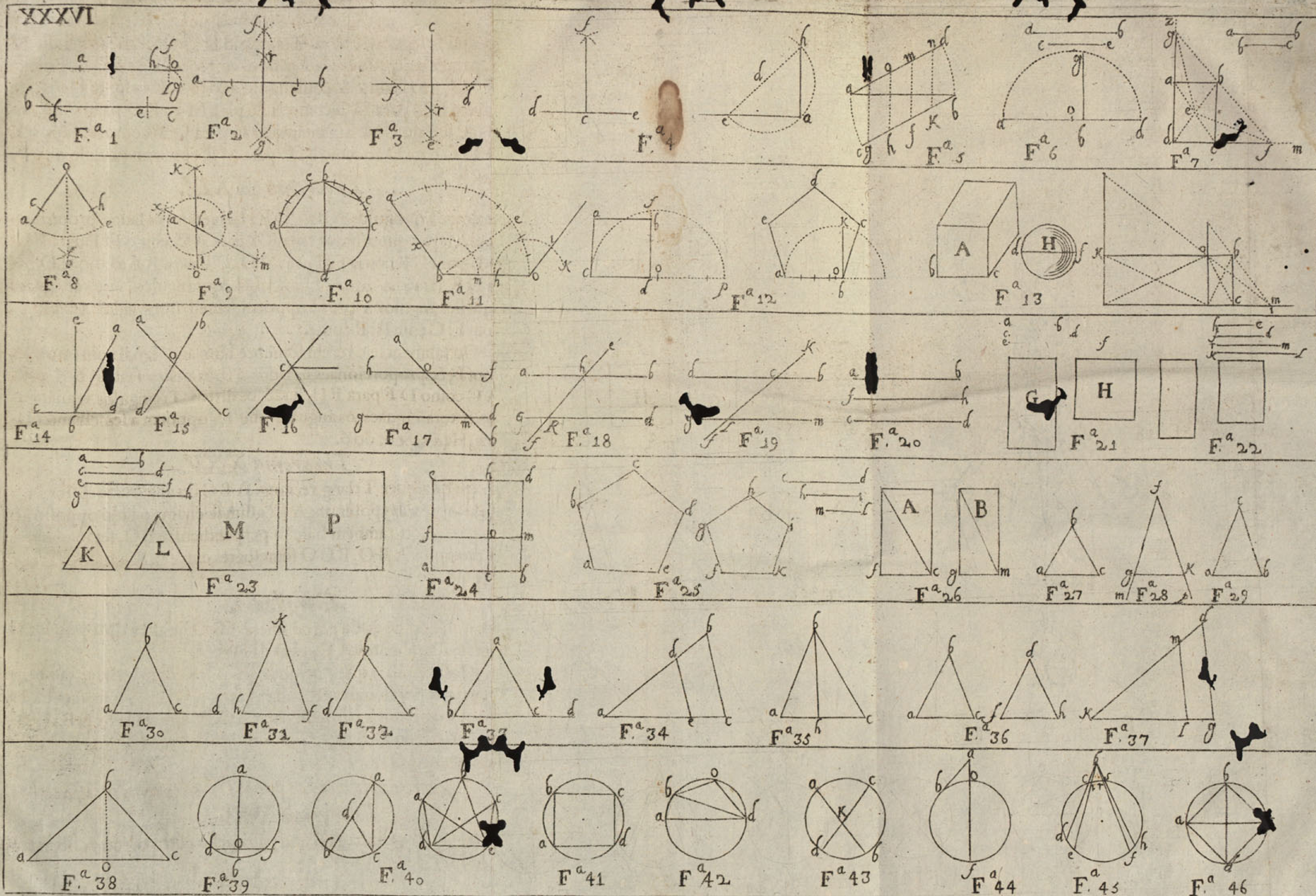
Daqui se colhe que a perpendicular B O he meya proporcional entre os segmentos A O, C O da Hypot.

Colhese mais que qualquer dos lados como A B he tambem meyo proporcional entre toda a Hypot. C A, & o segmento O A que jaz entre a perpendicular B O, & o ditto lado A B: Assim mesmo o lado C B meyo proporcional entre a Hypot. A C, & o segmento C O,

Acerca de outras propriedades em circulos.

Theorema XXVI.

Fig. 36. Se no circulo a linha A B que passa pello cētro cortar pello meyo no


XXXVI
F.ª 1
F.ª 2
F.ª 3
F.ª 4
F.ª 5
F.ª 6
F.ª 7
F.ª 8
F.ª 9
F.ª 10
F.ª 11
F.ª 12
F.ª 13
F.ª 14
F.ª 15
F.ª 16
F.ª 17
F.ª 18
F.ª 19
F.ª 20
F.ª 21
F.ª 22
F.ª 23
F.ª 24
F.ª 25
F.ª 26
F.ª 27
F.ª 28
F.ª 29
F.ª 30
F.ª 31
F.ª 32
F.ª 33
F.ª 34
F.ª 35
F.ª 36
F.ª 37
F.ª 38
F.ª 39
F.ª 40
F.ª 41
F.ª 42
F.ª 43
F.ª 44
F.ª 45
F.ª 46

no ponto O a linha D F que naõ passa pello centro a cortará em angulos rectos, & se a cortar em angulos rectos, a cortará pello meyo.

Theorema XXVII.

Em qualquer circulo o angulo B D C formado no centro, he dobrado do angulo B A C formado na peripheria, quando ambos tiverem por Base o mesmo arco B C. He a 20. do 3. Fig. 40.

Theor. XXVIII.

Todos os angulos que existem no mesmo segmento do circulo, saõ entre si iguaes, como os angulos D A E, D B E, D C E, que todos existem no segmento do circulo D A B C E. He a 21. do 3.

Theorema XXIX.

Em qualquer quadrilatero descripto em hum circulo, os angulos oppostos B D saõ iguaes a dous rectos; como tambem os angulos C A. He a 22. do 3. Fig. 41.

Theorema XXX.

Em qualquer circulo o angulo A B D que existe no semicirculo A O D he recto: o angulo B O D que existe no menor segmento D O B he obtuso: o angulo B A D que existe no mayor segmento D R A B, he agudo. He a 31. do 3. Fig. 42.

Theorema XXXI.

Se no circulo se cortarem duas linhas A B, C D de qualquer modo no ponto K, o rectangulo dos segmentos A K, K B da linha A B será igual ao rectangulo dos segmentos C K, K D da outra C D. Fig. 43.

Theorema XXXII.

Se fòra do circulo se tomar qualquer ponto A, & delles se lançarem duas linhas A B, A F, aquella que o toque; esta que o corte, o rectangulo de toda a Secante A F pello segmento exterior A O será igual ao quadrado da Tangente A B. He a 36. do 3. Fig. 44.

Corollario.

Daqui se colhe que de qualquer ponto B fòra do circulo se lançarem Fig. 45.

rem muitas linhas B D, B E, B F, B H, que o cortem, os rectangulos de todas pellos ſegmentos exteriores ſeraõ iguaes; a ſaber o de B D por B C: de B E por B I: de B F por B R: de B H por B S.

Theorema XXXIII.

Fig. 46. Se dentro de hum circulo for deſcripto qualquer quadrilatero A B C D, no qual ſe lancem duas diagonaes A C, B D; o rectangulo feito das duas diagonaes ſerá igual aos dous rectangulos dos lados oppoſtos juntamente, a ſaber ao rectangulo de A B por D C, & ao de A D por B C em hũa ſomma. He de Ptolemeo dict. 1. Cap. 9. §. 3.

Eſtes ſaõ os Theoremas que me pareceo apontar, pois ainda que não ſejaõ todos neceſſarios para a Fortificaçaõ; com tudo porque tem muito uſo, & ſervem para muitos caſos, os referi, que os Engenheiros practicos, & ſoldados podem facilmente perceber. Suas demonſtraçoens reſervamos para a Geometria ſpeculativa em outra fórma, & ordem: entre tanto póde quem quizer ver as de Euclides em qualquer de ſeus Expoſitores.

F I M.

INDICE

DAS COUSAS PRINCIPAES, QUE SE contém neste Livro.

A

Go-

Con-

S

T

V

FIM.

AS ESTAMPAS, E TABOADAS SEGUINTES DEVEM ENTRAR nas paginas apontadas.

ERRATAS.

Pagina 32.linea 25. $\frac{01376}{100000}$ leaſe $\frac{01736}{100000}$ pag.73.lin.9.Meyas-luyas leaſe Meyas-luas pag.98.lin.26.cap.ſeguinte leaſe §.4.pag.99.lin.3.cap.ſeguinte leaſe § 4.pag.115.lin.31.cubetto leaſe cuberto pag.167.lin.25. Genes leaſe Genova pag.231.lin.6.como leaſe com.pag.383.lin. 23. E F leaſe E B. pag. 644. lin.24.inveſtigigar leaſe inveſtigar.pag.631.lin.13. cantos leaſe contos.

rcuefjj-jl.

PIMENTEL
METHODO
LUSITANICO