

superficial da Base, sem se darem conhecidos algutis lados, & angulos, como se vio nos exemplos antecedentes.

§. 3.

Medir as áreas dos Cylindros.

CYlindro he húa figura solida contheuda de dous circulos iguaes, & quidistantes, & de húa superficie redonda entre elles interposta, a maneira de húa coluna redonda de igual grossura, qual he o solido A K C H, cujas Bases A B K D, C F H G saõ circulos parallelos, & iguaes. A área corporea desta fig. se gera da multiplicação da Base C F H G pella altura C A [entendendose pella altura a perpendicular.] A mesma Base C F H G que he o plano do circulo se achará dado o diametro C H, ou a circunferencia C F H G conforme o que temos ditto.

Fig. 65.

§. 4.

Medir as áreas das Pyramides, & figuræ conicas.

PYramide he húa fig. solida terminada de planos Triangulares, excepto o da Base que pôde ser de qualquer forma, & q̄ levantandose de algum plano acaba em hum ponto; qual he a Pyramide A B C D E sobre cuja Base quadrilatera A B C D se levanta a ditta Pyramide terminada de quatro superficies triangulares A B E, B C E, C D E, D A E; que todas acabão no ponto E, & isto fôra a superficie da Base quadrilatera A B C D, que tambem termina a Pyramide.

Se a Base fora de mais lados seria a Pyramide terminada de tantas superficies triangulares quâtos fossem os lados, afôra a superficie da Base, como a Pyramide pentagonica D K H C O F, & as menos que pôde ter saõ tres, porque não pôde haver Base de Pyramide de menos de tres lados, por não haver fig. de linhas rectas de menos lados, que o Triangulo.

A fig. Conica he húa fig. solida redonda que se levanta sobre húa Base circular, & acaba em hú ponto, & vem a ser húa Pyramide redonda qual he A C D G H na 68. fig.

Fig. 67.

A área de qualquer destas figuras se gera da multiplicação da Base pella terceira parte de sua altura perpendicular H O; mas a ditta perpendicular pôde cahir em qualquer ponto da Base de cada húa destas figuras, ou fôra della conforme a fig. for direita,

Mmm 2 ou

ou inclinada, por onde serà necessário darem-se sabidos, ou acharrem-se por medida os requisitos necessarios.

§.5.

Medir a área corporea de hum segmento de húa Pyramide, ou fig. Conica.

Fig.69.

* Clavio na
Geom.pract.
liv.5.c.3.

SEJA a porçao da Pyramide A B C D E F, cujas Bases A B C, D E F sejaõ parallelas, & semelhantes: querse investigar sua quantidade corporea. Isto se pôde fazer por dou s modos. Primeiramente imaginandose a Pyramide inteira A B C H, & investigandose sua altura H G perpendicular sobre a Base da seguinte maneira a saber, assi se ha a linha S B diferença entre os lados semelhantes A B, D E das Bases para D E lado menor, como G I altura do segmento da Pyramide (a qual altura se conhecerá pella linha perpendicular lançada, desde algum ponto da superficie plana D E F, atè a Base estendida, se necesario for) para húa quarta proporcional; a qual serà a linha I H altura da Pyramide D E F H; a qual acrescentada a G I resultará conhecida toda a altura G H.

* No §.4

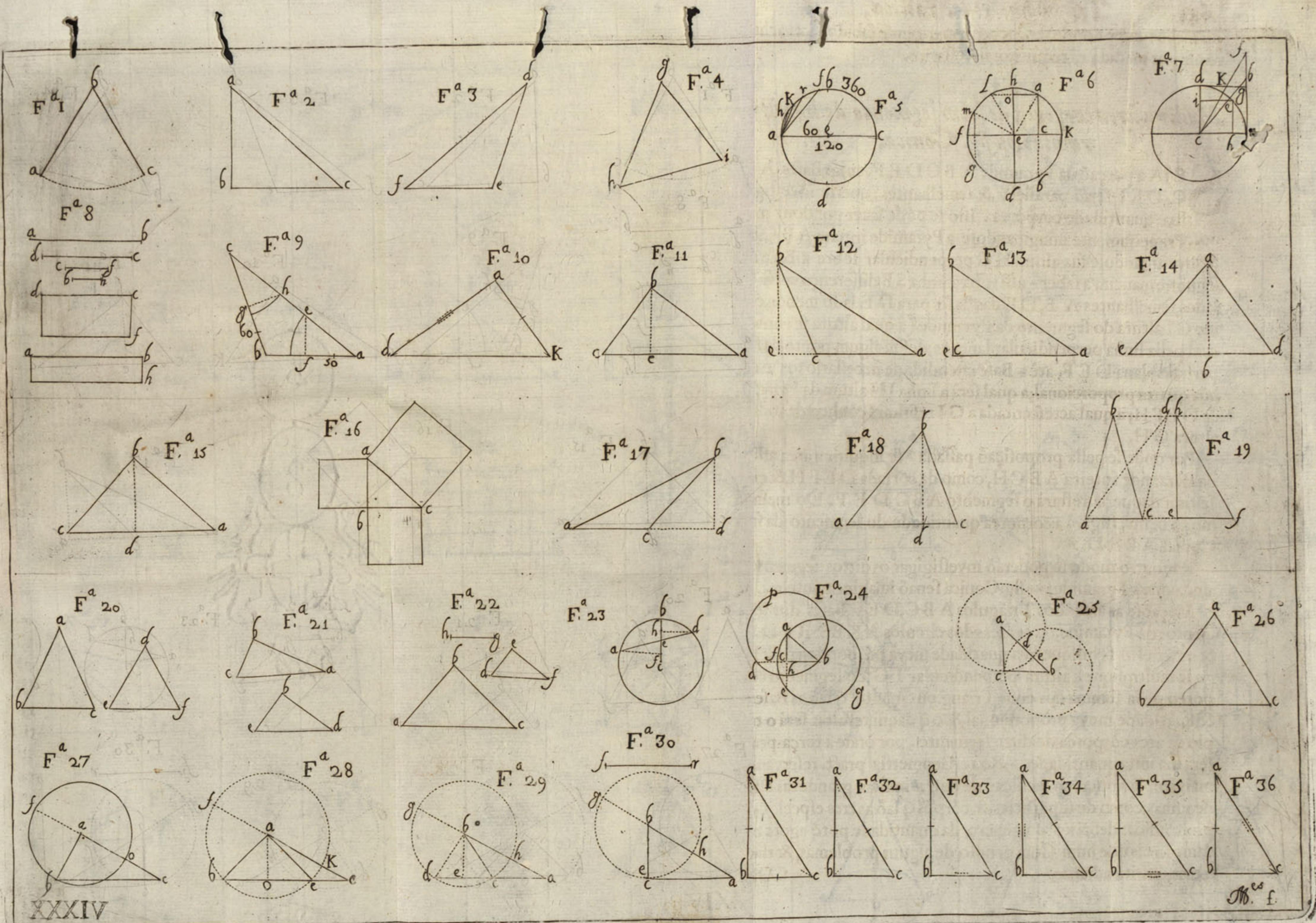
* Fig.70.

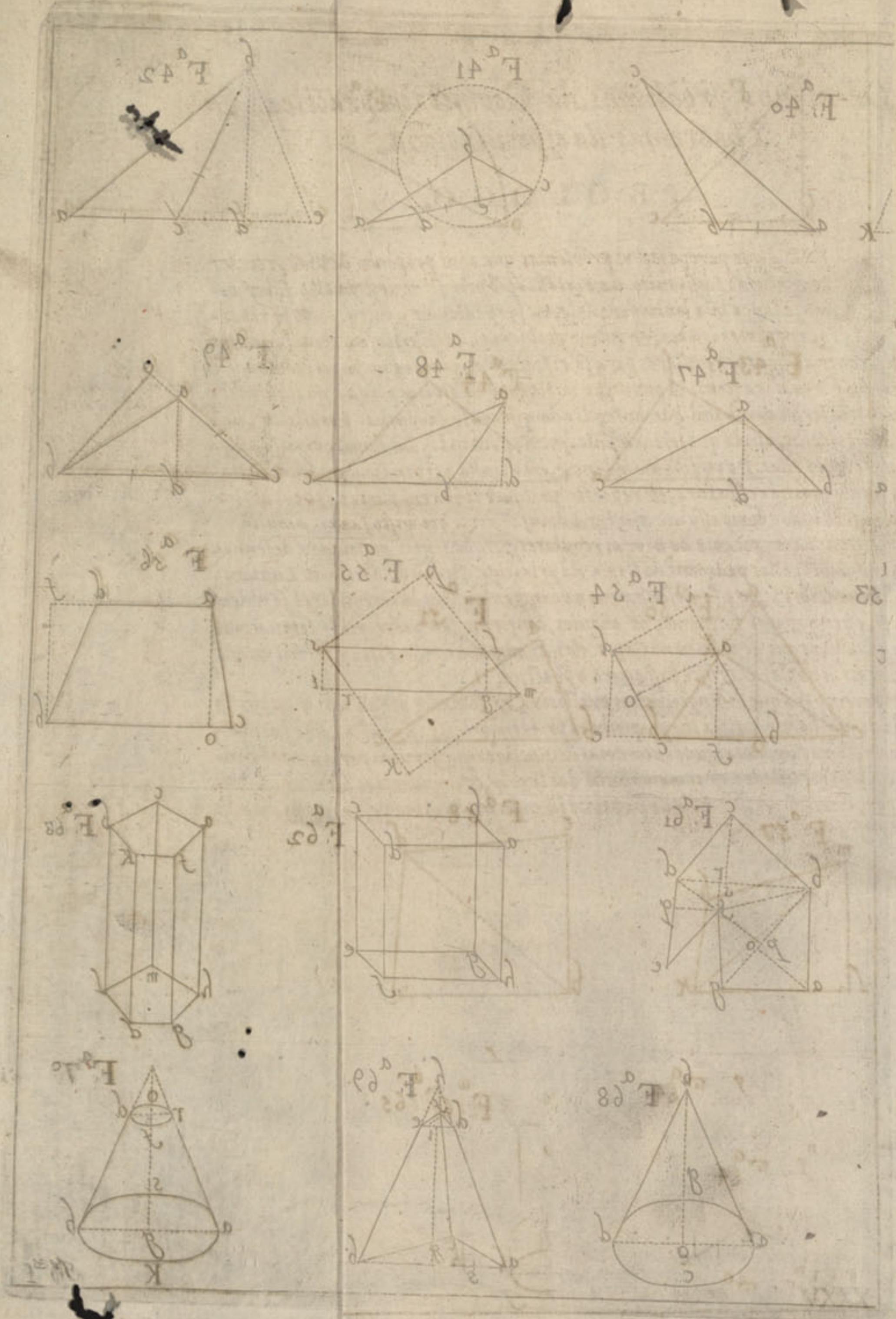
Por onde se pella proposição passada * se inquirir a área assim da Pyramide inteira A B C H, como da cortada D E F H, & esta se tirar daquella, restará o segmento A B C D E F. Do mesmo modo se investigará a corporea quantidade do segmento da fig. Conica A B R D. *

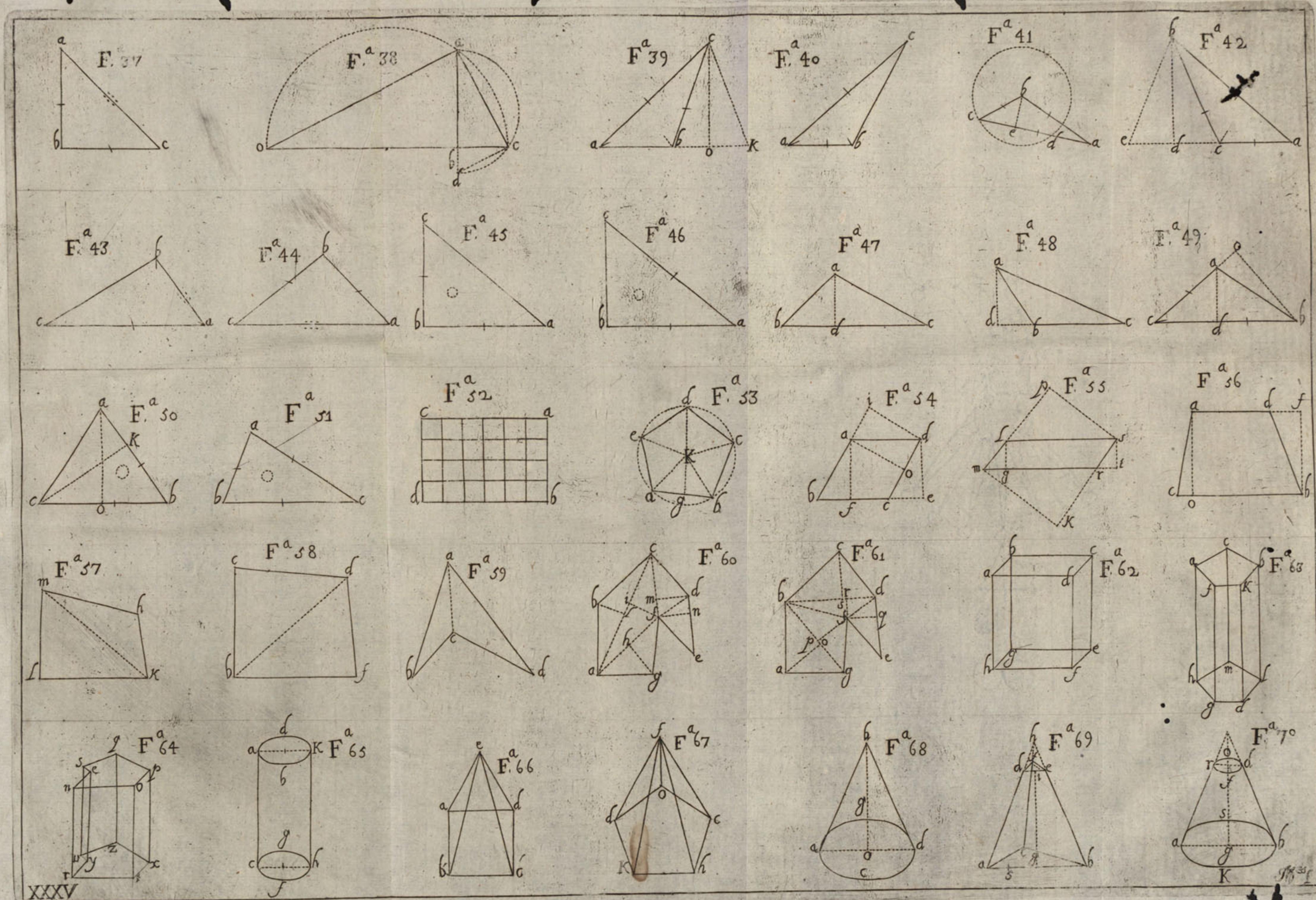
Por outro modo se poderá investigigar os dittos segmentos, ainda que a Pyramide, ou fig. Conica senão imaginem inteiras.

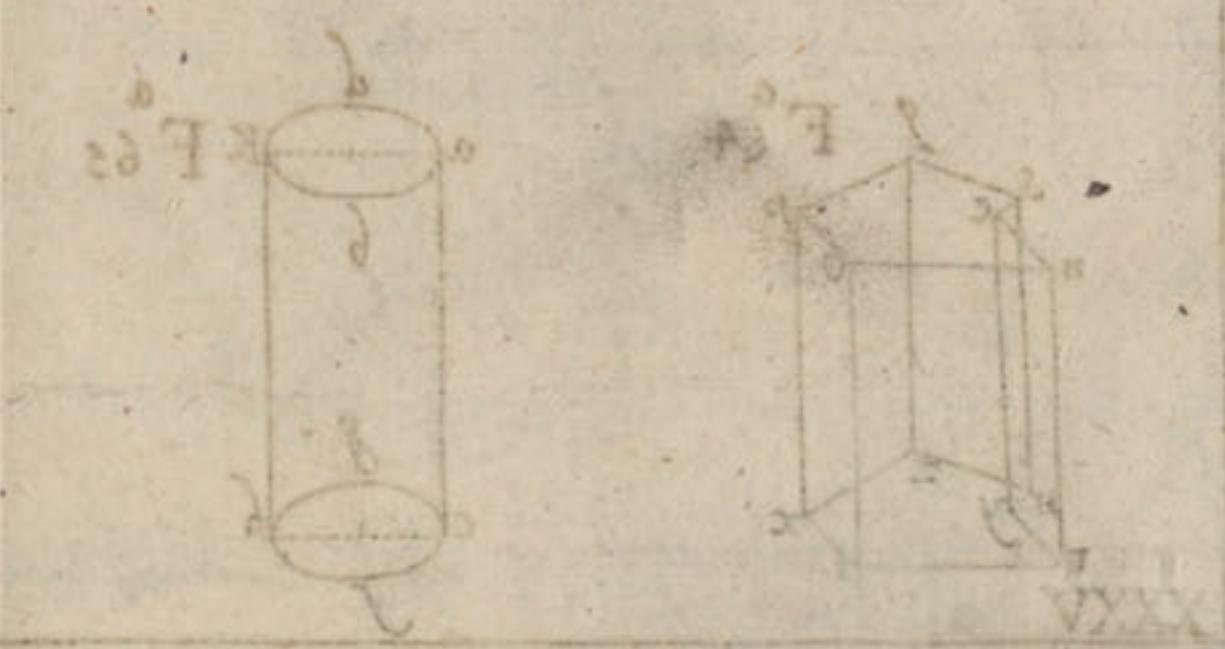
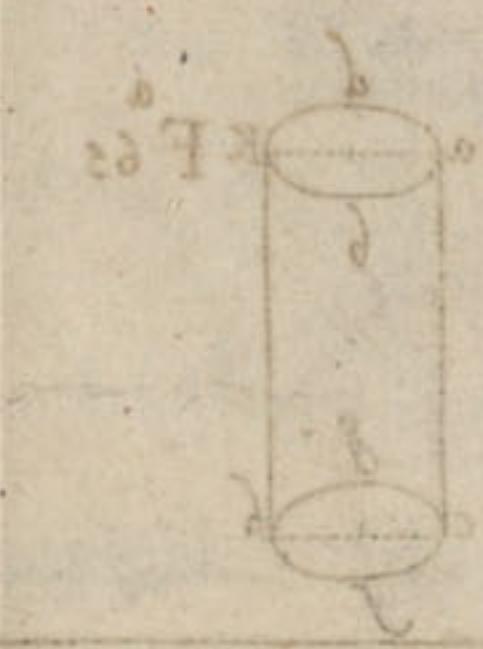
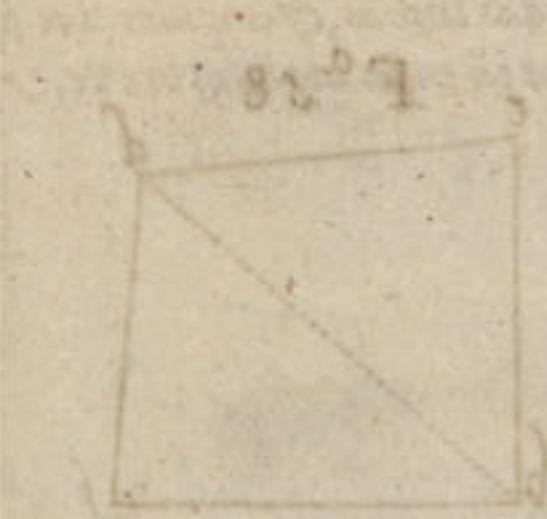
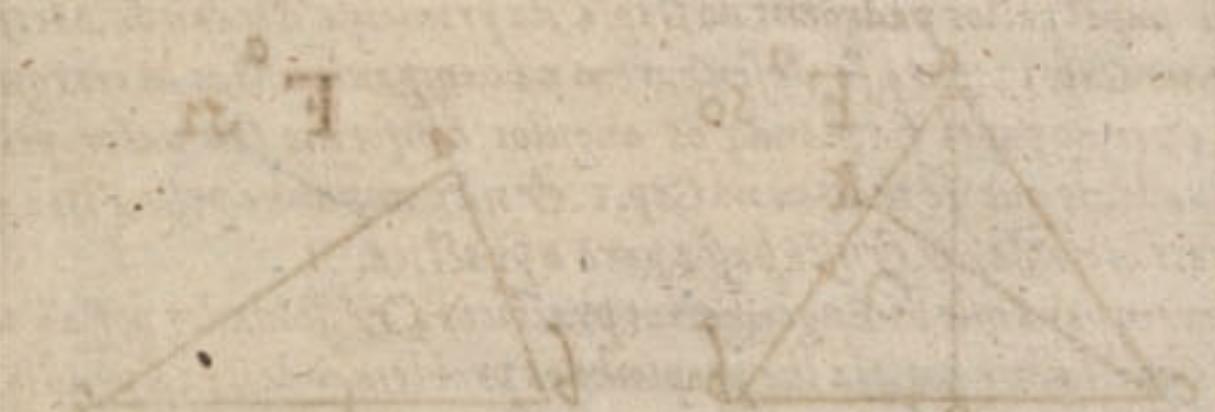
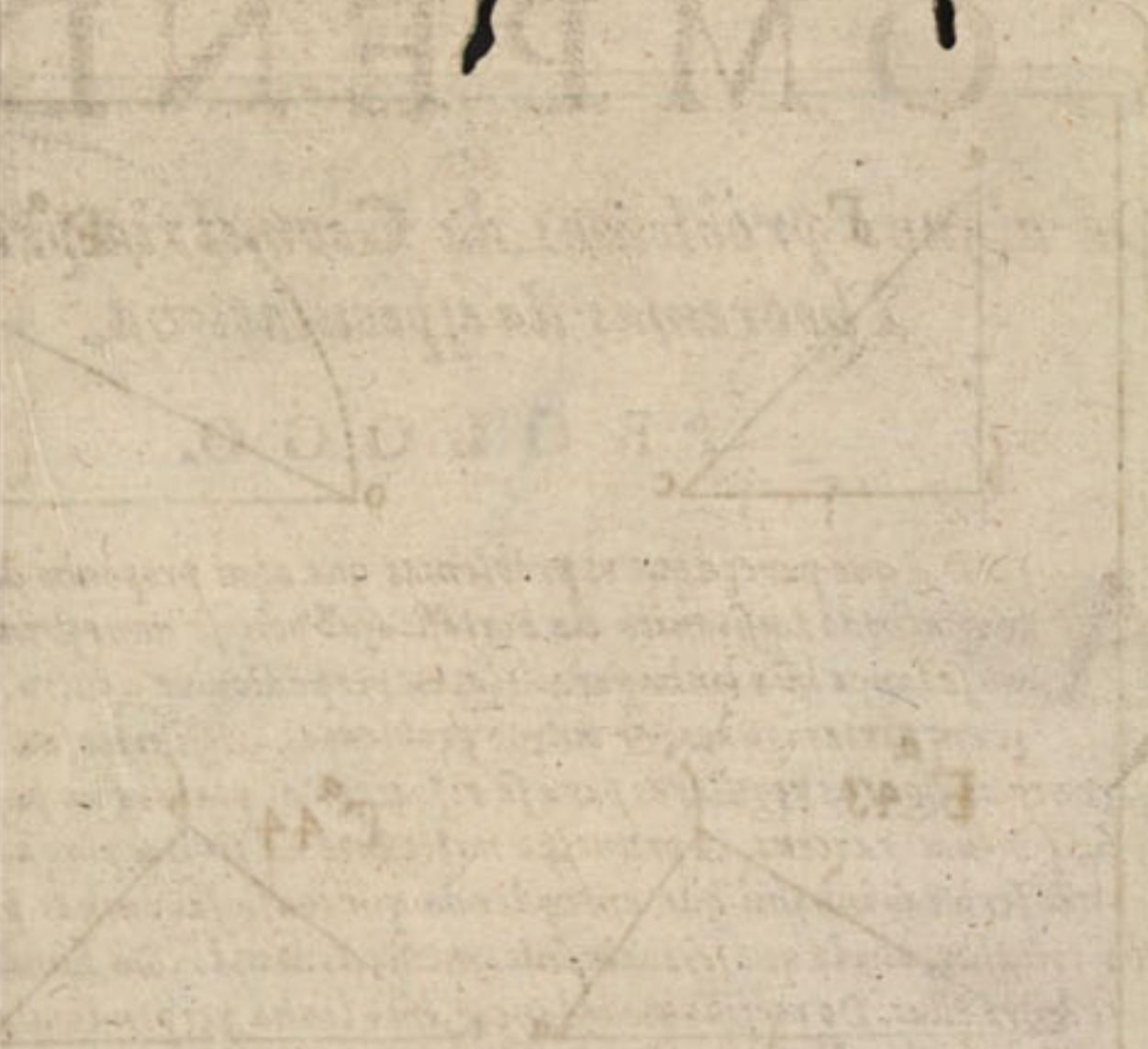
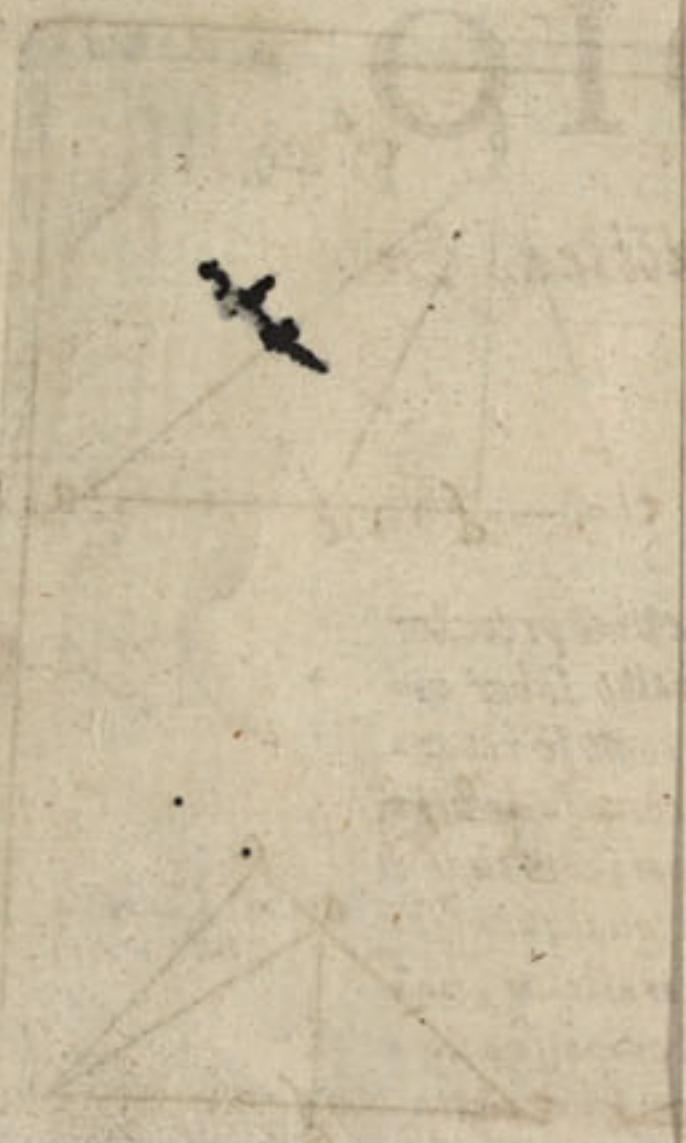
Meçaõse as áreas dos Triágulos A B C, D E F, Bases dos segmentos da Pyramide, ou as áreas dos circulos A K B S, R F D O & entre estas se busque húa quātidade meya proporcional, & logo se multiplique a altura perpendicular I G do segmento corporeo pella somma dos dou s Triang. ou circulos (q̄ saõ as Bases) & quātidade meya proporcional, & o q̄ daqui resultar será o triplo da área corporea do ditto segmento, por onde a terça parte serà sua justa quantidade. Para a Geometria pract. reservamos mais ampla noticia da medição de outras muitas grandezas assim de linhas, como de superficies, & corpos q̄ saõ as tres especies comprehendidas debaixo do genero da quantidade porq̄ agora não damos mais que hum Compendio de alguns problemas, & theoremas, que irá adiante.

COM.









COMPENDIO

*De alguns problemas da Geometria practica, &
Theoremas da especulativa.*

PROLOGO.

AINDA que pareça que os problemas que aqui proponho devião preceder ao Methodo Lusitanico da Fortificaçao pois se deve primeiro saber como se lança húa linha parallela, ou perpendicular a outra, como se reparte em partes iguaes, & outros problemas. Assim mesmo como se devem descrever as figuras regulares para se riscarem as plantas no papel; com tudo o não fiz por duas razoens. A primeira no tocante ás linhas porque qualquer soldado não será tão inabil que entendendo que coufa saõ linhas parallelas, não saiba riscalas, ainda que seja mecanicamente, tomindo com hum compasso a distancia entre elles. Do mesmo modo lançar húa linha perpendicular sobre outra, ao menos com húa esquadra, & repartir qualquer linha em partes iguaes abrindo, ou fechando o compasso ate ajustar a divisão, como hei visto fazer a muitos.

A segunda no tocante ás figuras regulares, porque temos ensinado a desenhá-las no papel pello padroens do Cap. 4 da primeira Secção do Methodo Lusitano, & no Cap. 12. para se desenharem na campanha. Mas as irregulares se podem descrever no papel formando os angulos conforme seu valor pello semicirculo graduado, de que se trattou no Cap. 1. & na campanha pella Fitta gradual de que se trattou no Cap. 6. & isto basta para a practica.

Porém para que os Engenheiros praticos, & soldados possão ter mais alguma ainda que breve noticia lhe proponho os problemas deste Cōpendio, que saõ vulgares, como tambem alguns theoremas de Euclides que servem para a intelligenzia das propriedades, & combinaçoes das linhas, & angulos das figuras da Fortificaçao posto que no Methodo havemos já ensinado hum breve, & facil caminho para se investigarem.

C A P. I.

Da direçāo das linhas em problemas.

Problema he a proposiçāo que manda, & ensina a construir, ou fabricar algūa couſa, & feita a demonstra.

Neste Compendio naõ trattamos mais que das construcçōens que he o que basta para o intento da delineação, & fabrica das obras da Architec̄tura Militar suppondo as demonstraçōens em Euclides, & seus commentadores.

PROBLEMA I.

Lançar por qualquer ponto hūa linha parallelâ á outra dada.

Linhas parallelas saõ aquellas que por mais que se estendaõ correm sempre em igual distancia hūa da outra.

Praxe.

Fig. 1. Estāpa
36.

SEJA o ponto assinado A do qual se descreva hum arco, quo spasse por qualquer ponto D da linha dada B C; na qual se tome outro qualquer ponto E bastante apartado do primeiro por melhor distinçāo. Do ponto E com o intervallo A D se descreva o arco do circulo G H, & do ponto A com o intervallo D E o arco F L que corte o primeiro no ponto O; pello qual tirando a linha A O, será parallelâ com a linha dada B C.

PROBLEMA II.

Lançar hūa linha perpendicular á outra dada.

Fig. 26

SEJA a linha A B aquella á que queremos lançar hūa perpendicular. Dos pontos C E nella assinados se descrevaõ com o mesmo intervallo de compasso mayor q̄ a metade da linha dada dous arcos para hūa parte que se cruzem no ponto F, & outros dous para a outra que se cruzem em G, & lançando a linha F G será perpendicular á linha A B.

Ou tambem dos mesmos pontos E C, ou de quaeſquer outros se descrevaõ para hūa banda dous arcos que se cortem em F, & logo com menor, ou maior intervallo de compasso outros dous para

para a mesma banda que se cortem em R; & tirando húa linha pellos pontos R F cortará perpendicularmente a linha dada A B

PROBLEMA III.

Lançar a mesma linha perpendicular a outra dada infinita de hum ponto dado fóra della.

DO pôto C dado se descrevaõ para húa, & outra parte dous arcos que cortem a linha dada nos pontos F, D, dos quaes com o mesmo intervallo de compasso se descrevaõ para a parte opposta do ponto C, outros dous arcos que se cortem no ponto E, ou com diferente intervallo para qualquer das partes que se cortem no ponto R, & lançando húa linha pellos pontos C E, ou por R C será perpendicular á dita linha infinita.

Dizemos infinita, porque com isso queremos significar que o ponto dado deve ser em tal sitio, que nunqua com elle concorra á linha dada (ainda que seja finita) se se produzir.

PROBLEMA IV.

Levantar a mesma perpendicular de hum ponto assinado na linha dada.

SEJA o punto assinado C do qual queremos levantar a perpendicular. Do ponto C para húa, & outra parte se tomem nella iguaes segmentos C D, C E: abrindo despois mais o compasso, com elle assim aberto se descrevaõ dos pontos D, E dous arcos q̄ se cortē em F, & lançando húa linha de F até C será a perpendicular.

Se o ponto assinado estiver no extremo da linha, & esta senão puder produzir se obre do seguinte modo. Seja assinado o ponto A no extremo da linha donde se quer levantar a perpendicular. Tome-se qualquer ponto D fóra da linha, com tanto q̄ produzida esta não concorra com aquelle; do qual com o intervallo D A se descreva hum arco que corte a linha dada no ponto E. Tirando despois húa linha por E D, cortará o mesmo arco no ponto H, do qual lançando húa linha até o ponto A será a perpendicular.

PRO-

PROBLEMA V.

Dicidir hūa recta dada em quaequer partes.

Fig.5.

SEJA a linha dada A B que se quer partit supponhamos em cinco partes iguaes. Do ponto A se lance para hūa parte a linha A D que cō a dada forme qualquer angulo A, cuja medida seja o arco B D descripto do ponto A, & do ponto B para a outra parte se lace a linha B C que forme o ang. B igual com o ang. A (o que se faz facilmente descrevendose do ponto B por A hū arco, & nelle tomardo A C igual com o arco B D, & do ponto B por C lançando a recta B C.) Feito o sobreditto se tomem na linha A D com qualquer intervallo de compasso quatro partes iguaes A E, E O, O M, M N [porque se devē tomar sempre tātas menos hūa, quantas forem aquellas em que queremos dividir a linha] & do ponto B se tomem com o mesmo intervallo outras quattro B K, K F, F H, H G. Ultimamente se lancem as linhas E G, O H, M F, N K, as quaeſ dividiraõ a ditta linea A B em cinco partes iguaes.

NOTA.

AINDA que descrevemos do ponto A o arco B D, nem por isso se impede que as quattro partes tomadas na linha A D se tomem da grandeza que quizerem, ainda que passem alèm do ponto D produzida a linha, & o mesmo se entende na linha B C.

E supposto que pella operaçāo acima podemos dividir hūa linha pello meyo; todavia mais facilmente se fará, & em quaequer partes de numero par pello problema seg.

PROBLEMA VI.

Achar hūa meya proporcional entre duas linhas dadas finitas.

Fig.6.

ESTE probl. tem muitos usos na Geometria practica. Algúſ pode ter para o Engenheiro, que adiante apontaremos.

Sejaõ as linhas dadas A B, C E entre as quaeſ convé achar hūa meya proporcional. Na linha A B produzida quanto for necesario se tome B D igual com C E. De modo que a composta A D seja igual à somma de A B, C E, & se divida pello meyo no ponto O;

O; do qual se descreva hum semicírculo pello extremos A, D. Finalmente do ponto B se levante a perpendicular B G até a circunferencia, a qual será a meya proporcional buscada. He praxe da proposição 13. do sexto de Euclides. Probl. 4.

SCHOLIO.

PARA se achar hum numero meyo proporcional entre doulos dados, se multiplique hum pello outro, & do producto se tire a raiz quadra, a qual será o meyo proporcional buscado.

EXEMPLO.

ENTRÉ os numeros 36, & 81. se busque hum meyo proporcional. Multipliquemse 36. por 81. de cujo producto 2916 tirando a raiz quadra que he 54. será este numero o meyo proporcional entre 36. & 81. porque 36. he os dous terços de 54. & 54. os dous terços de 81. & por tanto todos tres saão proporcionaes em continua proporção.

QUANDO o producto naõ tiver raiz justa, tirar-se ha approximada como buscando hum meyo proporcional entre 7. & 18. multiplicado hum numero por outro gera 126. que naõ tem raiz justa: por tanto se tire approximada com menos, ou mais miudeza como cada hum quizer, ou lhe mais convier; & bem approximada será

$\frac{22407}{109000}$.

PROBLEMA VII.

Achar duas meyas proporcionaes entre duas linhas rectas dadas.

SEjaõ dadas as duas rectas A B, B C entre as quaes he necessario achar duas meyas proporcionaes em continua proporção: Disponhaõse as rectas dadas de tal modo que constituaõ o angulo recto A B C, & acabese o parallelogrammo A B C D, no qual se lancem as duas diagonaes A C, B D, que se cortem pello meyo no ponto E centro do parallelogrammo. Produzaõse os lados D C, D A indefinitamente atè os pontos Z, M, & entendase posta, ou se ponha húa regoa no ponto D que sobre elle como sobre exo se move atè que fiquem iguaes as linhas E G, E F; o q̄ se fará pondo o pé do cōpasso no ponto E fechandoo, ou abrindo o necessario, & movendo a regoa sobre o ditto ponto B atè

Nnnn

que

Fig. 73

que fique na linha F B G, de modo que se igualem as linhas E G, E F do centro E até a ditta regoa, & serão as linhas A G, C F as duas meyas proporcionaes buscadas, de modo que assim se haverá A B para A G, como A G para C F, & como C F para B C em continua proporção, ou viceversa B C para C F, como C F para A G, & como A G para A B. He modo mechanico de Heron referido por Eutocio Ascalonita sobre o segundo livro de Archimedes, de Sphera, & Cylind. de quem o tomei; o qual traz també Joao Verner no commento sobre os 11. modos de dobrar o cubo, Nicolao Tartaglia part. 5. lib. 1. cap. 21. Clavio lib. 6. Geom. pract. propos. 15. & outros. Quem quizer ver outros modos dos antigos consulte o ditto Joao Verner no sobreditto livro, & Francisco Vieta insigne Geometria Frácez sobre hū seu particular modo no supplemento da Geometr. propos. 5. posto q̄ todos mecanicamente, por senão ter achado até o presente modo scientífico, de que larga noticia hei dado no Trattado da Geometr. adjunto à minha Hercotectonica militar.

Este probl. pôde ter alguns usos para o Engenheiro por tanto o propuz aqui.

SCHOLIO.

PARA se acharem douis numeros meyos proporcionaes entre outros douis se obra do seguinte modo.

Quadrese o primeiro numero, & este quadrado se multiplique pello outro numero dos douis dados, que he o que ha de ficar em quarto lugar, & a raiz cubica do producto será o primeiro dos douis meyos proporcionaes buscados que he o segundo de todos quatro. Achado este numero primeiro dos douis meyos, ou segundo de todos quatro se inquire o terceiro proporcional, ou segundo dos douis medios pello mesmo caminho, a saber quadrando o segundo numero dos dados, que he o que ha de ficar no quarto lugar, & este quadrado multiplicado pello primeiro numero dos dados; do producto se tire a raiz cubica; & sahirá o terceiro num. de todos quatro, ou segundo dos douis intermedios.

EXEMPLO.

Sejão os douis numeros dados 3. & 81. entre os quaes convém achar douis meyos proporcionaes. Quadrese o num. 3. fará 9 este

este multiplicado por 81. gera no producto 729. cuja raiz cubica 9. será o primeiro dos dous meyos proporcionaes; & para achar o outro se quadre o numero 81. cujo quadrado 6561. multiplicado por 3. faz 19683. de que tirada a raiz cubica 27. será o segundo dos dous meyos proporcionaes, demaneira que seraõ os dittos numeros dados, & buscados 3:9:27:81.

Há outros modos de se investigar o segundo dos dous numeros intermedios achado já o primeiro delles, a saber o numero 9: porque multiplicando este pellos 81. & do producto 729, tirando a raiz quadra 27. será o ditto segundo dos dous intermedios buscados.

OU tambem multiplicando os dous numeros dados 3. & 81. entre si, & o producto 243. partido pello segundo 9. primeiro dos dous intermedios já achado pella primeira regra, sahirà no quociente o terceiro numero 27. que he o segundo dos dous intermedios buscados.

Tambem descuberto já o segundo 9. pella primeira regra, se quadre, & o seu quadrado 81. partido pello primeiro 3. dará no quociente o terceiro 27.

NOTA.

HE porém de advertir que muitas vezes estes numeros intermedios buscados não poderão sahir ao justo, senão se significarem por raizes, por serem incômensuraveis com os numeros dados. Verdade seja que as raizes se poderão tirar approximadas quanto quizerem, porque eternamente se poderao ir approximando cada vez mais sem nunca se poder exprimir em numeros a verdadeira raiz.

EXEMPLO.

ENTRE 2.&7. se busquem dous numeros meyos proporcionaes. Quadrando o numero 2. conforme a regra, & multiplicando o seu quadrado 4. por 7. gera no producto 28. cuja raiz cubica será o primeiro dos dous intermedios buscados. Mas porque o numero 28. não tem raiz cubica precisa que se possa exprimir em numeros, se deve tirar proxima á verdade como sabem os Arithmeticos: provamos mais o modo por additamentos de ternarios de cifras, porque resulta a raiz cubica com seus quebrados

annexos reduzidos aos da Dizima, & será $3\frac{9}{100}$ o qual numero ferá o primeiro dos dous meyos proporcionaes. Pello mesmo caminho se buscará o segundo.

Ou tambem para buscar o segundo dos intermedios se podia multiplicar o primeiro 2, dos dados pello outro 7; cujo produc-
to 14. repartido pella raiz cubica de 28. sahirá no quociéte raiz
cubica de 98. como sabem os Algebristas. Esta raiz cubica de 98.
tirada em numeros proximamente à verdade a saber $4\frac{68}{100}$ ferá o
segundo numero dos dous intermedios.

Assim mesmo se podia inquirir o segúdo dos intermedios qua-
drando o primeiro delles que he $\sqrt{cu. 28}$. de q̄ resultará $\sqrt{cu. 784}$ a qual partida por 2. primeiro numero dos dados sahirá no
quociente $\sqrt{cu. 98}$. que tirada em numeros proximamente á
verdade dará os ditos $4\frac{68}{100}$ pello segundo dos intermedios.

Ou tambem se se multiplicar $\sqrt{cu. 28}$. já achada pellos 7. sa-
hirá no producto raiz cubica de raiz quadrada de 9604. & porq̄ este numero tem raiz quadrada q̄ he 98. ficará sòmente a raiz cu-
bica de 98. que senão pôde significar em numeros senão proxima
á verdade, como se tem ditto.

Demaneira que seraõ os quatro numeros dados, & buscados 2:
 $\sqrt{cu. 28}$: $\sqrt{cu. 98}$: 7. ou tirando os intermedios em numeros
proximamente verdadeiros seraõ 2: $3\frac{3}{100}$: $4\frac{68}{100}$: 7. São praxes do
nosso insigne Pedro Nunes na seg. Parte da Álgebra Cap. 14. Nicolao Tartaglia seg. Parte lib. 7. Cap. 7. Clavio na Geometria
pract. lib. 6. propos. 18. o qual traz tambem outro modo na Ál-
gebra Cap. 21. que deixa por ser hum pouco mais embaraçado.
Stevino lib. 2. Arith. probl. 45.

PROBLEMA VIII.

Dividir hum angulo, & hum arco pello meyo.

Fig. 8.

SEJA o ang. A O E, ou arco A E que o subtende aquelle q̄ se quer dividir pello meyo. Do ponto O se descrevaõ com
qualquer intervallo de compasso dous arcos que cortem os lados
O A, O E nos pontos C, H, dos quaes se descrevaõ outros dous
que se cortem no ponto B, & tirando a linha O B cortará o ang.
dado, & o seu arco pello meyo. Do mesmo modo se fará a divisão
em 4. partes, 8, 16, 32, &c. em proporçaõ dupla dividindo em
duas

duas cada hum dos angulos, & arcos que vaõ resultando de cada húa das divisoens. He praxe da 9. do 1.

PROBLEMA IX.

Descrever hum circulo por quaequer tres pontos que não estiverem em linha recta.

Sujaõ tres pontos dados A, E, I. De cada hum dos pôtos A, E, para húa, & outra parte se descrevaõ com qualquer intervallo de compasso dous arcos, que se cruzem nos pontos K, O, pellos quaes se tire a linha indefinita K O. Outra vez de cada hú dos pontos E, I se descrevaõ com o mesmo, ou diverso intervallo de compasso outros dous arcos, que se cruzem nos pontos M, X, pellos quaes se tire a indefinita M X, & o ponto H, onde esta se corta com a primeira K O serà o centro do circulo, que paſſará pellos tres pontos dados. He praxe da 25. do 3. & da 5. do 4. Fig. 9.

Corollario.

Daqui se colhe o modo com que se pôde achar o cêtro de qualquer circulo, porque assinados na peripheria quaequer tres pontos se obre conforme o problema acima, & se acharà o centro que serà o ponto, onde se cruzarem as duas linhas da operaçao.

C A P. II.

Da delineacão das figuras regulares.

PROBLEMA X.

Delinear dentro em hum circulo qualquer fig. regul.

Dividase o circulo dado em 4. quadrantes com os diametros A C, B D. Partase o Quadrante A B em tantas partes, quantos houverem de ser os lados da fig. que se pertende fazer, como por exemplo se houver de ser Pentagono, se dividirà o Quadrante A B em 5. partes iguaes, & tomando 4. dellas, lançaremos a linha A E que as subtende, a qual serà o lado do Pentagono, & assim iremos obrando nas mais figur. tomando sempre 4. partes daquellas em que dividirmos o Quadrante, como tambem se vè no

Fig. 10.

Heptagono, cujo lado he B E que subtende 4. partes das 7. em que para a descripçāo desta fig. se deve dividir o Quadrante B A.

He praxe que trazem alguns Autores da Fortificaçāo, & Claudio no Schol. da propos. 16. do 4. livro de Euclides. Porém he mecanica, porque naó dá modo geometrico, pello qual se possa dividir o Quadrante em quaequer partes que se pedirem, sem que seja tentando, a saber abrindo, ou fechando mais o compasso atē se acertar a divisaō que se pertende; nem atēgora está isto descuberto geometrica, ou scientificamente para qualquer divisaō absolutamente; sem embargo que algūs Autores se queiraō arrogar ha velo achado, sobre que hei dado larga noticia nos principios da Geometria practica que trago na Hercotectonica militar que senão tem impresso, mas andaō alguns traslados divulgados. Para muitas divisōens ha modos geometricos.

PROBLEMA XI.

Delinear todas as fig. regul. sobre húa linha dada.

Fig. II.

SEJA a linha dada A B sobre a qual se quer por exéplo formar hum Heptagono equilatero, & equiangulo. Do ponto B se levante húa perpendicular indefinita, & delle mesmo se descreva por A hum semicirculo, que corte a indefinita perpendicular no ponto E. Dividase o Quadrante A E em tantas partes por via do compasso, quantos lados houver de ter a figur. que se quer construir, & porque supponmos ser Heptagono, se divida o ditto Quadrante em 7. & do ponto E pordiante se tomem tantas partes [sempre por regra geral] quantas forem as do Quadrante menos 4. & pois nelle ha 7. se tomem 3. de E atē O, & lançando a linha B O será o seg. lado do Heptagono.

Fig. 6.

Para descrever os outros lados se obre por hum de douis modos, a saber, ou descrevendo do ponto B com qualquer intervallo de compasso o arco X M que subtenda o ang. A B O, & do ponto O com o mesmo intervallo o arco H K, do qual se corte o arco H I igual com o arco X M, & pellos pontos O I se tire a linha O F igual com cada húa das linhas A B, B O, procedendo semelhantemente pordiante para achar os mais lados do Heptagono.

Probl. 16.

Ou pellos tres pontos A B O se descreva r húa circulo no qual se appliquē os mais lados iguaes aos douis A B, B O já descriptos.

He

He praxe da 16. do 4. supposto que a puz com algúia variedade na fabrica por me parecer mais accommodo, porém he mecanica para muitas divisoens das em que for necessario repartir o Quadrante pella razaõ que havemos apontado no problema 10; posto que para muitas haja meyos geometricos.

C A P. III.

Do augmento, & diminuição das figuras planas, & corporeas.

PROBLEMA XII.

Dado hum Quadrado [ou qualquer outra fig. regular] fazer outro, cuja área contenha outro tanto, & mais a terceira parte como a área do dado.

SEJA o Quadrado dado ABCD; a cujo lado CD se acrescente em linha recta continuada outro tanto, & mais a terça parte (porque se deve sempre acrecentar ao lado da figur. outro tanto de linha como se quer acrecentar de área) & resultará composta toda a linha CP; a qual se divida ¹ pello meyo no ponto O ^{Fig. 12. Probl. 2. vel 5.} & deste feito centro se descreva pellos extremos C, P o semicírculo CFP. Do ponto D onde se terminava o lado da figur. se levante ² a perpendicular DF até cortar o semicírculo no ponto F. Digo que a ditta perpendicular DF será o lado do Quadrado ^{Probl. 4.} cuja área conterá outro tanto, & mais a terça parte da área do Quadrado dado.

Se se quizesse acrecentar o Quadrado de modo que sua área resultasse o dobro do que de antes tinha, acrecentarselheia dobrada linha ao lado dado CD: se o tresdobro, tres vezes outra tanta linha, & semelhantemente conforme o augmento que se quizer, & entaõ proseguir a operaçao na fôrma ditta.

Isto se entende para acrecentar qualquer fig. de lados iguaes, ou hum circulo obrando na mesma fôrma com seu diametro, ou semidiametro.

Mas se a fig. tiver todos, ou alguns lados desiguales, obrarselhe do mesmo modo com cada hum dos lados desiguales de per si, & as linhas que forem sahindo da operaçao se tomem para os lados da fig. acrecentada.

Se.

Semelhantemente se obra na diminuição das áreas das figuras como por exemplo. Seja dado o Pentagono A B C D E, & pesece outro cuja área tenha sómente os $\frac{3}{4}$ da área do dado. A hum dos lados A B se acrescentem em linha recta cōtinuada os seus $\frac{3}{4}$ B H, & resultará composta a linha A H de cujo ponto medio O se descreva pellos extremos A H, hú semicirculo, & obrado pordiânte na fórmula sobreditta serà a perpendicular B K o lado do Pentagono igual na área aos $\frac{3}{4}$ do dado. São prácticas de Nicolao Tar taglia part. 5. lib. 1. Cap. 3. de seu geral Trat. de numeros, & medidas: Alberto Dureiro referido por Clavio no Schol. da 33. do 6. Stevino lib. 3. Geomet. pract. propos. 7. & de outros muitos.

NOTA.

PARA se achar por numeros o lado da fig. que se busca se deve multiplicar o numero do lado da fig. dada pelo numero da linha que se acrescenta, & do que resultar no producto tirarse a raiz quadra, a qual serà o lado da fig. pertendida.

Exemplo do primeiro caso.

Proponhamos que o lado C D do Quadrado era de 30. palmos, & porque queríamos fazer outro que cōtivesse outro tanto, & mais a terça parte, se lhe havia de acrescentar outra tanta linha, & mais a terça parte conforme a práctica sobreditta, & por tanto feria a acrescentada de 40. palmos, multiplicando pois 30. por 40. resultaõ no producto 1200, que não tem raiz justa; por onde tirando-se a approximada, serà $34\frac{64}{100}$ & de tantos palmos serà o lado do Quadrado pertendido.

Exemplo do segundo caso.

Supponhase que o lado do Pentagono dado era de 36. palmos, & porque se pertende fazer outro que tenha sómente os tres quartos da área do primeiro, busquese o numero que seja $\frac{3}{4}$ de 36. que he 27. multiplicando pois 36. por 27. sahe no producto 972. cuja raiz quadra proxima menor $31\frac{1760}{10000}$ serà o lado do novo Pentagono buscado Supponho nestas operaçōens de numeros que falo com quem sabe tirar a raiz quadrā.

Outros modos ha de se acrescentarem, ou diminuirem as figuras geometricamente em qualquer pedida proporção. O sobre ditto he o mais facil, & geral,

PRO-

PROBLEMA XIII.

Acrecentar, ou diminuir as figuras corporeas em qualquer pedida proporção.

SEJA hum corpo dado o cubo A, ou Sphera H. Pertendese outro cubo (ou Sphera) dobrada. Entre o lado B C do cu-^{bo, ou diametro D F da Sphera, & outra linha q̄ seja o seu dobro} Fig. 13. se busque ^p a primeira de duas meyas proporcionaes, a qual serà ^p Probl. 7. o lado do cubo, ou diametro da Sphera pertendida.

³¹ Se se pertendese que o cubo, ou Sphera fosse tres vezes tanto, se tomaria tres dobre linea do lado, ou diametro: se tres vezes, & hum terço, tres vezes outra tanta linea, & mais hum terço, como o lado do cubo, ou diametro da Sphera, & entre o ditto lado, ou diametro, & o seu tresdobro, ou tresdobro, & hum terço se buscariam a primeira das duas meyas proporcionaes que seria o lado do cubo, ou diametro da Sphera pertendida. Do mesmo modo se obra-ria com qualquer outra proporção em que se pertendesse acre-
centar.

Exemplo de dobrar o Cubo, ou Sphera.

O lado do Cubo A he B C, & sua igual D F diametro da Sphera H: o seu dobro B K. A primeira das duas meyas proporcionaes entre B C, B K achada pello problema 7. he a linea C M a qual serà o lado do Cubo dobrado do Cubo A, ou diametro da Sphe-
ra dobrada da Sphera H.

Pello mesmo teor se diminuem os corpos porque se se quizer fazer hum Cubo que seja por exemplo a metade do Cubo A, ou Sphera a metade da Sphera H, tome-se a linea B O que seja a metade de B C ou de D F, & se investigue C L primeira das duas meyas proporcionaes, a qual serà o lado do Cubo, ou diametro da Sphera igual no corpo (ou no peso sendo da mesma materia) cõ a metade do Cubo dado, ou da Sphera.

Se se quizesse que o Cubo, ou Sphera pertendida fosse sômen-
te a terça parte, se tomaria a linea B O igual a terça parte de B C
ou D F, & semelhantemente em qualquer outra proporção. He
práctica de Clavio lib. 6. Geomet. practica propos. 17. Tartaglia
5. part. lib. 2. Cap. 5. Theofilo Bruno nos seus frutos da Geom.
Cap. 11. Simão Stevino lib. 3. Geometria pract. propos. 11.

Qoooo

NOTA.

NOTA.

SE o corpo for de todos, ou de alguns lados desiguales, se obrará com cada hum dos desiguales de per si, na sobreditta forma, & as linhas que forem sahindo, seraõ os lados do novo corpo buscado semelhante ao dado.

C A P. IV.

Dos Theoremas a cerca das linhas.

THeorema he aquella demonstraçāo q̄ inquire, & descobre algāa propriedade de húa, ou muitas quantidades juntas.

Theorema I.

Fig. 14.

Se húa linha cahir sobre outra, como E B ou A B sobre C D, ou farà dous angulos rectos a saber C B E, D B E, ou dous iguaes a dous rectos, a saber C B A, D B A; porque quanto C B A obtuso excede ao recto C B E; tanto o agudo D B A he menor que o recto D B E. A demonstraçāo deste Theorema, que he a proposiçāo 13. do prim. liv. de Euclides, & dos mais seguintes se pôde ver nelle.

Theorema II.

Fig. 15.

Se duas linhas A B, C D se cortarem reciprocamente no ponto O, faraõ os angulos no vertice A O C, D O B iguaes entre si, & tambem os ang. A O D, C O B. He a propos. 15. do 1. de Euclid.

Corollario I.

Daqui, & do Theor. I. colhe Euclides que os quatro angulos A O C, A O D, D O B, B O C saõ iguaes a quatro rectos.

Corollario II.

Fig. 16.

Colhe mais que todos quantos angulos estiverem á roda de qualquer ponto C, sejaõ muitos, ou poucos, se igualaõ sómente a 4. rectos; que a tantos saõ iguaes os cinco angulos que por exemplo se vem na fig. 16

Theorema III.

Fig. 17.

Se húa linha A B cahindo em duas linhas H F, G D fizer os ang. alternos H O M, D M O iguaes entre si: ou tambem os angulos G M O,

GMO, FOM, seraõ parallelas as dittas rectas HF, GD. He a 27. do 1.

Theorema IV.

Se húa linha EF cortando as duas AB, CD, fizer o ang. externo EHB igual ao interno, & opposto para a mesma banda HK Fig. 186 D: ou fizer os internos da mesma banda AHK, CKH iguaes a douz rectos [o mesmo se entêde dos angulos BHK] seraõ as ditas linhas AB, CD parallelas entre si. He a 28. do 1.

Theorema V.

Se húa linha KF cahir em duas parallelas DB, GM fará os ang. alternos DCL, MLC iguaes entre si: assim mesmo o angulo externo KCB com o interno opposto para a mesma parte CLM; Fig. 191 ou DCK com CLG; & os douz internos da mesma banda BC L, MLC iguaes a douz rectos, ou tambem DCL, GLC. He a 29. do 1.

Theorema VI.

Se duas linhas AB, CD forem parallelas a húa terceira FH, tambem seraõ parallelas entre si. He a 30. do 1. Fig. 192

Theorema VII.

Se tres linhas AB, CD, EF forem proporcionaes o parallelogramo rectangulo G feito das extremas AB, EF sera igual ao Quadrado H feito da media CD, & se o rectangulo das extremas for igual ao Quadrado da media, seraõ todas tres proporcionaes. He a 17. do 6: O mesmo he em numeros pella 20. do 7. Fig. 214

SCHOLIO.

Tambem sera o mesmo ainda que o Parallelogrammo das extremas naõ seja rectangulo, com tanto que em lugar do Quadrado da media se faça hum Rhombo equiangulo ao tal parallelogramo

Theorema VIII.

Se quatro linhas HC, FD, RM, KL forem proporcionaes com proporção continua, ou discreta, o Parallelogrammo rectangulo feito das extremas HC, KL sera igual ao Parallelogrammo rectangulo feito das intermedias FD, RM. He a 16. do 6. O mesmo he em numeros pella 19. do 7. Fig. 224

SCHOLIO.

Tambem será o mesmo ainda que os parallelogrammos naõ sejaõ rectangulos com tanto que sejaõ equiangulos.

Theorema 9.

Fig. 23.

Se quatro linhas A B, C D, E F, G H forem proporcionaes continua, ou discretamente; tambem as figuras semelhantes feitas sobre elles seraõ proporcionaes: por tanto o Triangulo K ou qualquer outro Polygono feito sobre a primeira linha, terá para o Triangulo L, ou qualquer outro Polygono semelhante feito sobre a segunda, a mesma razaõ que o Quadrado M ou qualquer outra fig. feita sobre a terceira E F para o quadrado P ou qualquer outra fig. semelhante descripta sobre a quarta G H. He a 22. do 6.

SCHOLIO.

O mesmo será se forem tres linhas proporcionaes porque també as figuras rectilineas semelhantes feitas sobre elles seraõ proporcionaes: mas entaõ he necessário que todas as tres figuras sejaõ semelhantes como se declara, o que não he necessário sendo 4. proporcionaes; porque neste caso podem as primeiras duas figuras ser de húa especie, & as outras duas de outra como se vio na explicaçao do theorema.

Theorema X.

Fig. 24.

Se a linha A B for dividida em qualquer ponto C; o quadrado A E D B de toda a linha he igual ao quadrado F E H O feito do segmento A C ou de seu igual F O, & ao quadrado C O M B do outro segmento C B, & aos dous rectangulos F O C A, H O M D feitos de hum segmento por outro, a saber de A C por C B, ou de suas iguaes F O, O C, H O, O M. He a 4. do 27.

Acerca das figuras Theor. XI.

Fig. 25.

Semelhantes Polygonos A B C D E, F G H I K tem entre si dupla razaõ de seus lados homologos C D, H I. Quer dizer, que se aos lados C D, H I semelhantes se achar húa terceira linha proporcional M L, assim se haverá o Polygono primeiro para o Polygono segundo como C D lado do primeiro para a terceira proporcional M L. He a seg. part. da 20. do 6.

Co-

Corollario.

Daqui se segue que se forem tres linhas rectas proporcionaes, assim se haverá a fig. feita sobre a primeira para a figur. semelhante feita sobre a segunda como a primeira linha para a terceira; & também a fig. feita sobre a segunda para a fig. semelhante feita sobre a terceira como a mesma primeira linha para a terceira.

Theor. XII.

Os Triangulos, & Paralelogrammos A, B que tem a mesma altura se haõ entre si, isto he tem a mesma proporção que suas bases Fig. 26, F C, G M. He a 1. do 6.

Mais propriedades acerca dos Trian. **Theor. XIII.**

Todo o Triangulo equilatero A B C he equiangulo, & viceversa Fig. 27, quer dizer que têdo todos os lados iguaes, terá os angulos iguaes, & ao contrario. Consta dos Corollarios da 5. & 6. do 1.

Theor. XIV.

Todo o Triangulo isoscelos a saber de douis lados iguaes, como G F K tem os douis angulos F G K, F K G sobre a Base G K, iguaes entre si, & produzidos os lados iguaes, os douis angulos de- Fig. 28, baixo da Base M G K, P K G tambem iguaes. He a 5. do 1.

SCHOLIO.

Este theorema he também verdadeiro nos Triangulos equilateros.

Corollario.

Daqui se colhe que se o Triangulo tiver douis lados iguaes, terá tambem iguaes os angulos oppostos aos taes lados.

Theor. XV.

Se os douis angulos A B do Triangulo A B C forem iguaes, tam- Fig. 29, bem seraõ iguaes os lados B C, A C que se lhe oppoem. He a 6. do 1.

Theor. XVI.

Em todo o Triangulo Scaleno (que he o de lados desiguaes) também os angulos saõ desiguaes, & ao contrario. He o Corollario da 18. do 1.

Theor.

Theor. XVII.

Fig. 30.

Em qualquer Triangulo A B C se se produzir qualquer dos lados por exemplo A C, o angulo externo B C D he maior que qualquer dos internos oppostos C A B, A B C. He a 16. do I.

Theor. XVIII.

Fig. 31.

Em qualquer Triangulo H K F quaequer dous angulos saõ menores que dous rectos. He a 17. do I.

Corollario.

Daqui se segue que em todo o Triangulo onde houver ang. recto ou ob tufo, seraõ os outros dous agudos.

Que toda a linha que cahindo sobre outra fizer angulos desiguales, sera hum obtuso, outro agudo.

Que todos os angulos do Triang. equilatero, & os dous do isosceles sobre a Base, saõ agudos.

Theor. XIX.

Fig. 32.

Em todo o Triangulo quaequer dous lados B C, D C em sua somma saõ maiores que o terceiro B D. He a 20. do I.

Theor. XX.

Fig. 33.

Em todo o Triangulo rectilineo A B C, produzido qualquier lado B C, o angulo externo A C D he igual aos dous internos oppostos A, B, & os tres angulos internos A, B, C saõ iguaes a dous rectos. He a 32. do I. Tem grande uso para se investigarem ang. necessarios para os calculos da Fortificaçao.

Corollario.

Desta proposição se colhe que os angulos de qualquer figur. saõ iguaes a tantas vezes dous rectos quantos saõ os lados da fig. menos dous. Isto, ou a fig. seja regular, ou irregular.

EXEMPLO.

Proponhase que a fig. he hum Pentagono regular; & porque tem cinco lados, deitando dous fôra, restaõ tres; por tanto os cinco angulos do Pentagono se igualaõ a tres vezes dous rectos, isto he a seis rectos, & porque 6. rectos contém 540.gr. [pois cada recto tem

tem 90.] repartidos os dittos 540. pellos cinco angulos do Pentagono, sahe a cada hum 108.gr.& de tantos he o seu valor.

Mas se o Pentagono for irregular, ainda que todos os angulos contenhaõ a mesma somma; todavia cada hum de per si será vario ou se houver alguns iguaes entre si, seraõ os outros differentes; & assim serà necessario investigar sua quantidade pellos preceitos da Trigonometria.

Theor. XXI.

Se em qualquer Triangulo A B C se lançar húa parallelia D E a qualquer lado B C, cortará os lados A B, A C proporcionalmente: quer dizer que assim se haverá A D para D B como A E para E C. He a 2. do 6. Tem grande uso para os calculos da minha Fortificaçao.

Fig. 34.

SCHOLIO.

Supposta a subreditta proporção, seraõ tambem proporcionaes toda A B para B D, como toda A C para E C, & toda A B para A D como toda A C para A E pelas Fig. 34. do 5.

Theorema XXII.

Se em hum Triangulo A B C, qualquer ang. B for dividido pel. Fig. 35. lo meyo com a linha B H que venha a cortar a Base A C no ponto H, terá o lado A B para o lado B C a mesma proporção que o segmento A H da Base para o segmento H C. He a 3. do 6.

Theorema XXIII.

Nos Triangulos equiangulos A B C, D F H saõ proporcionaes Fig. 36. os lados que estaõ à roda de angulos iguaes, & homologos, ou semelhantes os que subtendem angulos iguaes. Quer dizer que se o angulo A de hum Triangulo for igual com o angulo F do outro, a mesma proporção terá B A para A C no primeiro, que D F para F H no segundo. E se o ang. C he da mesma grandeza que o ang. H, assim se haverá A C para C B, como F H para H D, & semelhantemente C B para B A como H D para D F. Assim mesmo seraõ o lado B A semelhante com D F: A C com F H: C B cõ H D. He a 4. do 6.

Corollario.

Corollario.

Fig. 37.

Daqui se segue que se no Triangulo K D G se lançar a linha M L parallel a qualquer lado por exemplo a D G, fará o Triang. K M L semelhante & equiangulo a todo o Triang. K D G, & se haverá K D para D G como K M para M L: K G para G D como K L para L M: assi mesmo D G para G K como M L para L K: D G para D K como M L para M K conforme a 4. do 6.

Theorema XXIV.

A mesma fig.
do Theor. 23.

Se dous Triangulos A B C, D F H tiverem os lados proporcionaes, a saber que assim se haja B A para A C, como D F para F H: A C para C B, como F H para H D; C B para B A, como H D para D F, seraõ os dittos Triangulos equiangulos, & teraõ iguaes aquelles angulos a que se oppoem semelhantes lados a saber A com F: C com H: B com D.

Ou tambem se tiverem sômente hum ang. igual com outro A com F, & proporcionaes os lados á roda delles a saber B A para A C como D F para F H, seraõ os dittos Triangulos equiangulos, & teraõ iguaes os angulos que se oppoem a semelhantes lados. He a 5. & 6. do 6.

Theorema XXV.

Fig. 38.

Se em qualquer Triang. rectang. A B C do ang. recto B for lançada sobre a Hypotenusa A C (assim se chama o lado opposto ao ang. recto, ou tambem base) a perpendicular B O, seraõ os dous Triangulos A B O, B C O semelhâtes entre si, & a todo o Triag. He a 8. do 6.

Corollario.

Daqui se colhe que a perpendicular B O he meya proporcional entre os segmentos A O, C O da Hypot.

Colhe se mais que qualquer dos lados como A B he tambem meyo proporcional entre toda a Hypot. C A, & o segmento O A que jaz entre a perpendicular B O, & o ditto lado A B: Assim meyso o lado C B meyo proporcional entre a Hypot. A C, & o segmento C O,

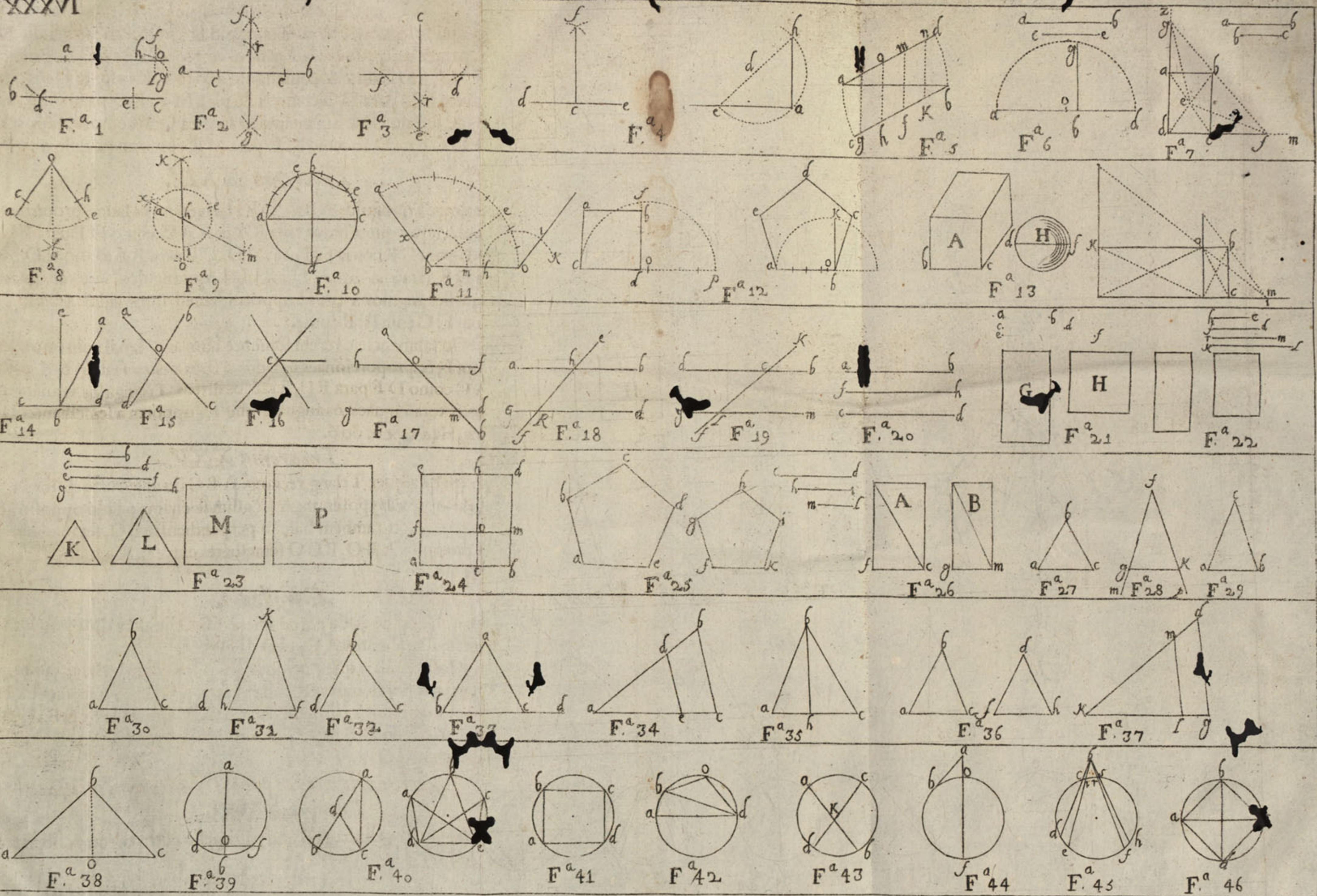
Acerca de outras propriedades em circulos.

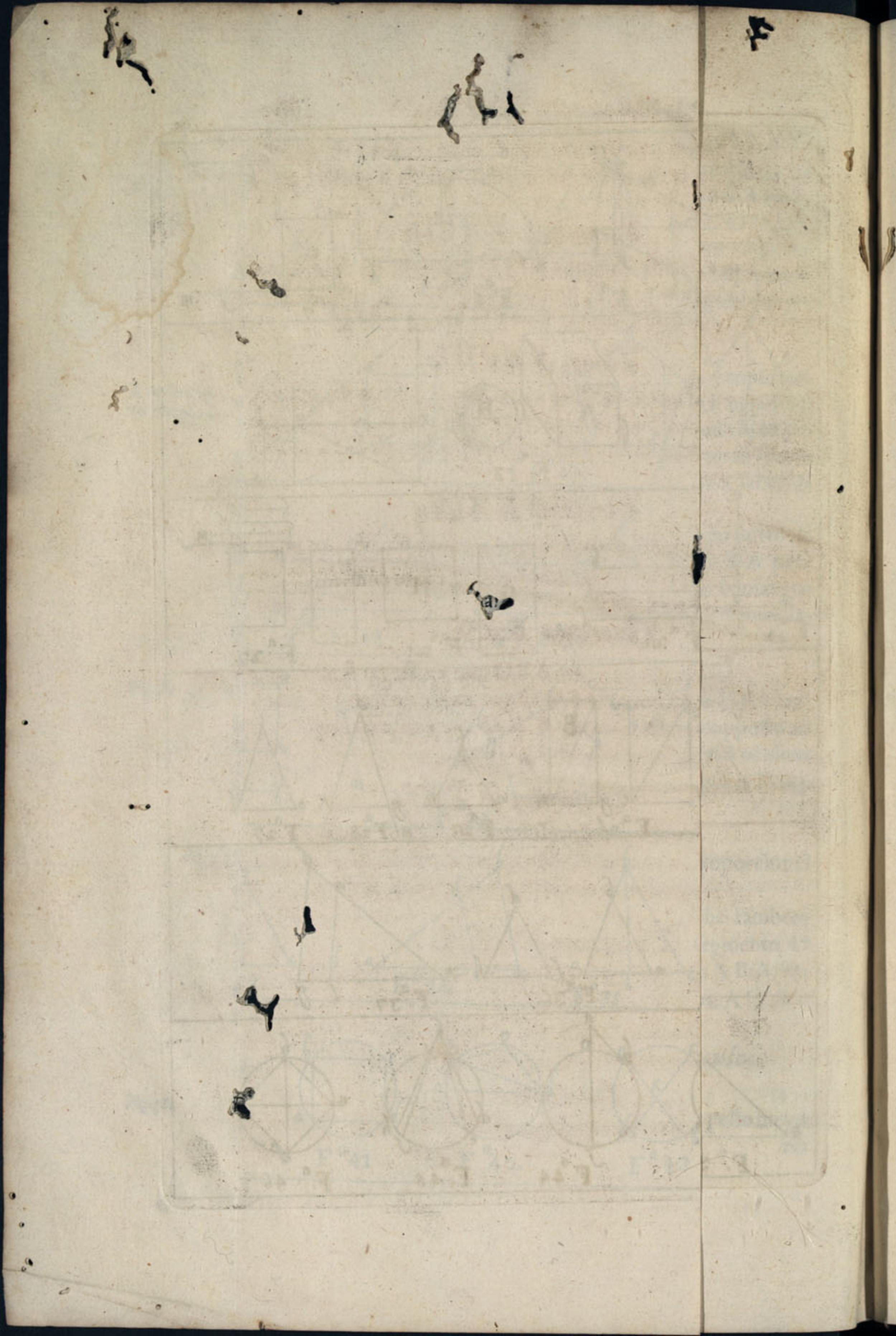
Theorema XXVI.

Fig. 36.

No circulo a linha A B que passa pello cetro cortar pello meyo no

XXXVI





no ponto O a linha DF que naõ passa pello centro a cortará em angulos rectos, & se a cortar em angulos rectos, a cortará pello meyo.

Theorema XXVII.

Em qualquer circulo o angulo BDC formado no centro, he dobrado do angulo BAC formado na peripheria, quando ambos tiverem por Base o mesmo arco BC. He a 20. do 3.

Fig. 40.

Theor. XXVIII.

Todos os ángulos que existem no mesmo segmento do circulo, saõ entre si iguaes, como os angulos DAE, DBE, DCE, que todos existem no segmento do circulo DA BCE. He a 21. do 3.

Theorema XXIX.

Em qualquer quadrilatero descripto em hum circulo, os angulos oppostos BD saõ iguaes a dous rectos; como tambem os angulos CA. He a 22. do 3.

Fig. 41.

Theorema XXX.

Em qualquer circulo o angulo ABD que existe no semicirculo AOD he recto: o angulo BOD que existe no menor segmento DOB he obtuso: o angulo BAD que existe no mayor segmento DRAB, he agudo. He a 31. do 3.

Fig. 42.

Theorema XXXI.

Se no circulo se cortarem duas linhas AB, CD de qualquer modo no ponto K, o rectangulo dos segmentos AK, KB da linha AB será igual ao rectangulo dos segmentos CK, KD da outra CD.

Fig. 43.

Theorema XXXII.

Se fôra do circulo se tomar qualquer ponto A, & delles se lançarem duas linhas AB, AF, aquella que o toque; esta que o corta o rectangulo de toda a Secante AF pello segmento exterior AA' O será igual ao quadrado da Tangente AB. He a 36. do 3.

Fig. 44.

Corollario.

Daqui se colhe que de qualquer ponto B fôra do circulo se lança-

Fig. 45.

Pppp

rem

rem muitas linhas BD, BE, BF, BH, que o cortem, os rectangulos de todas pellos segmentos exteriores seraõ iguaes; a saber o de BD por BC: de BE por BI: de BF por BR: de BH por BS.

Theorema XXXIII.

Fig. 45.

Se dentro de hum circulo for descripto qualquero quadrilatero ABCD, no qual se lancem duas diagonaes AC, BD; o rectangulo feito das duas diagonaes sera igual aos douos rectangulos dos lados oppostos juntamente, a saber ao rectangulo de AB por DC, & ao de AD por BC em húa somma. He de Ptolemeo dict.

1. Cap. 9. §. 3.

Estes saõ os Theoremas que me pareceo apontar, pois ainda que não sejaõ todos necessarios para a Fortificaçao; com tudo porque tem muito uso, & servem para muitos casos, os referi, que os Engenheiros praticos, & soldados podem facilmente perceber. Suas demonstraçoes reservamos para a Geometria speculativa em outra forma, & ordem: entre tanto pôde quem quizer ver as de Euclides em qualquer de seus Expositores.

F I M.



Capitulo.

ppp



INDICE, DAS COVSAS PRINCIPAES, QVE SE contém neste Livro.

.

A

ACHAR húa meya pro-
porcional entre duas li-
nhas dadas. Pag. 648.
Achar duas meyas pro-
porcionaes 649.

Acrecentar, ou diminuir os lados das
fig. por padroens. 7.

Acrecentar, & diminuir as figur. pla-
nas. 655.

Acrecentar, ou diminuir as fig. cor-
poreas em qualquer pedida propor-
ção. 657.

Advertencia na execuçāo das mura-
lhas 107.

Angulo plano rectilineo que coufa
seja. 1. 558. Como se mede seu valor
por graos. 2. como se reconhece seu
valor por instrumento. 2.

Angulo do centro, que coufa seja. 22

Angulo do centro das figur. regula-
res, como se conhece seu valor. 5.

Angulo do centro do Hexagono 5.
do Enneagono 5.

Angulos muito obtusos, como se me-
dem pella Fitta gradual. 13.

Angulos na Campanhā, como se de-
senhaõ pella Fitta gradual, & como
se toma o valor dos desenhados, assim
no terreno, como nas obras já fei-
tas 14.

Angulo solido, como se possa medir
pella Fitta gradual 15.

Angulo das fig. ou Polygonos regu-
lares, como se conhece seu valor sem
instrumento 3.

Angulo do Pentagono regulat 4. an-
gulo do Heptagono regular 4. ang.
do Polygono 22.

Angulo flanqueado 22. angul. flan-
queante 23. angul. flanqueante inte-
rior 22. ang. flanqueante exterior 23.

Angulo da linha razante, & Fláco 23

Angulo da Espalda 23.

Angulo Forma-flanco 23.

Angulo de 86. gr. o menor que se ad-
mitte para se fortificar com Baluarte
inteiro pello Methodo do Cap. 14.
pag. 45. apontase a razão 364.

Angulo de 87. gr. o menor para se
fortificar com Baluarte inteiro pello

Pppp 2 Cap.

Cap. 45. & 47. pag. 194. & 199.
Angulos nas fig. regul. fortificadas
pello Methodo do Cap. 14. como se
sabe 336. a quātidade das linhas 342
Entre diversas alturas como se acha
a media 315.
Arcen que coufa seja 24. quanto se
deva estender 112.
Arcos circulares como se fabricaõ, &
medem 274.
Area circular como se acha, dado o
diametro, ou circunferencia 278.
Area de qualquer Ellipse como se a-
cha, dados seus diametros mayor, &
menor 279. 283.
Outras proporçoens mais ajustadas
para achar a área de qualquer circu-
lo 281.
Area da fig. óvada como se sabe 300
Areas dos Triang. rectilineos rectan-
gulos 624. até 627.
Areas dos Triang. rectilineos obli-
quangulos 628. até 633.
Areas das fig. regul. 634.
Area do Rhombo, & Rhôboide 636
Areas dos Trapezios 637.
Areas das fig. multilateras irregulares
638.
Artilleria que o Cõde de Pagan ap-
plica ás suas Praças Reaes. 514.

Baluarte que coufa seja 17.
Baluarte Fossos, & Reparos se-
gundo a doutrina do Conde de Pa-
gan 502.
Banqueta que coufa seja 17.
Banqueta do Parapeito de que altu-
ra, & largura 129.

Barreiras que coufa sejaõ, & para que
servem 176.
Base do Reparo 23. Base do Parapei-
to 23.
Base mayor do Reparo segundo nos-
so Perfil 146. Base das Escarpas dos
Parapeitos 129.
Baterias que coufa sejaõ 17.
Berma que coufa he 18.

C Alculos muitas vezes necessa-
rios 259.
Calculo das medicoens pella Dizi-
ma ajustadissimo para a practica 249
Caminho das Rondas 17.
Canhoneiras 130.
Capoeiras que coufa sejaõ 185. Ca-
poeiras em que lugares, & com que
medidas 186. Capoeiras no Fosso
melhores que a Falsabraga 186. per-
mittidas nos angulos da Contrascarpa
188.
Casamatta que coufa seja 17.
Cava que coufa he 18. Cava particu-
lar ao pé da Praça baixa de que lar-
gura, & profundidade 124.
Cavalleiro que coufa he 18. Caval-
leiros em que sitio, & para que effei-
tos 143.
Circunferencia elliptica como se a-
cha por modo do Autor 283. sua de-
monstraõ 411. por outro modo
mais facil 285. & sua demonstraõ
416.
Como pella circunferencia elliptica,
& proporção dos diametros se colhe
cada hum delles 288.
Corpo de húa Spheroide como se
acha

acha 289. sua demonstraçao 423.
Citadellas. 325.
Citadellas que coufa sejaõ 15.
Citadellas, ou Castellos Reaes, do-
drantaes, dimidiatos, quadrantaes, &
intermedios. 15. 136.
Cofres que coufa sejaõ, em que lug-
ares, com que circunstancias, & de que
capacidade 188.
Complemento da Cortina 20.
Contraguardas preferidas ás Meyas-
luas 76.
Contrafortes que coufa sejaõ, & co-
mo se fabricaõ 103.
Contrascarpa 24.
Contramuro na parte que responde
ao Cavalleiro 146.
Cordaõ nas muralhas sómente para
adorno, & em que lugar se deva pôr
102.
Cordel de pedreiro, & linha de pesca-
dor bons para o desenho no terreno
41.
Cornas, obras cornutas, ou Hornave-
ques que coufa sejaõ 16.
Coroas, obras coroadas, que coufa se-
jaõ 16.
Coroas para que servem 85.
Coroas como se desenhaõ, & suas
proporçoens 86. atè 88. apontaõ-se
em numer. as dittas proporçoës 37 r.
Circunstancia no desenho das Co-
roas 89.
Corredor que coufa he 18.
Corpos de guarda despois da porta
interior 154.
Corpos de guarda com a serventia
para o transito entre as Portas ex-
terior, & interior 151.

Corpos de guarda nas Pontes, ou jú-
to dellas 174.

Corpos de guarda das Pontes em que
sitio 175.

Cortina que coufa he 20.

Cortina de 500. pès, ou à roda del-
les para Fortificaçao Real 210.

D

Defendese Campano de húa no-
ta do Padre Christovaõ Clavio
396.

Delinear dentro de hú circulo qu al-
quer fig. 653.

Delinear todas as figur. sobre húa li-
nha recta 654.

Demigolla que coufa he 20.

Descrever hum circulo por quaes-
quer tres pontos 653.

Diminuir numeros da Dizima 551.

Distancia dos Polygonos interior, &
exterior 21.

Dividir hum ang. & hum arco pello
meyo 652.

Dividir húa recta dada em quaesquer
partes 648.

Dizima que coufa seja 548.

E

Efeitos das bombas com o peso
184.

Ellipses como se descrevem 278.

Entradas para a Praça bem assegura-
das 146.

Escarpa que coufa he 24.

Espaço entre as Canhoneiras 115.

Espalda que coufa he 22. como se
desenha 105.

Estacada na Explanada junto do Pa-

PPPP 3 rapeito

rapeito da Estrada encuberta 140.
Estacada no mesmo plano da Estrada encuberta 141. Estacadas juto do pé da muralha 189.

Estrada encuberta que coufa he 18.
Estrada encuberta de q largura 136.
Estrada encuberta cortada em parte do terreno natural 138.

Estrada encuberta que alarga para o ang. da Contrascarpa 139. Estrada encuberta nos Fortes de meyos Baluartes 225.

Estrelas que coufa sejaõ 16.

Explanada 24.

Extensaõ da Face que coufa seja 20.

Extensaõ do Flanco 20.

Face que coufa seja 20.
Ffalsabraga que coufa he 17. Falsabragas se devem fazer, naõ se fazendo Praças baixas 130. Falsabragas em que lugares 181. Falsabragas cõ que circunstâncias na disposição 182. Falsabragas cõtra a opinião do Autor 185.

Fig. irregular qual seja 4.
Fitta gradual como se fabrica para se desenharem os angulos na campanha 8. Apontase a razão da ditta fabrica 332.

Flanco que coufa he 20. Flanco secundario 20. Flanco prolongado 20. Flanco encuberto 21. Flanco cuberto que parte deve ocupar do total 114. Flancos cubertos de Pagan 498. Fojos nas entradas dos tráxitos entre as Portas 153.

Forte que coufa seja 15. Forte de cãos 899.

panha 15. Fortaleza que coufa seja

16. Fortes em fôrma de estrella para que servem 94. como se desenhaõ 95. Fortes de meyos Baluartes como se desenhaõ do lado do Polygono ext. para dentro 203. Fortes triangulares como se desenhaõ 206. Fortes triangulares muito imperfeitos 206. 207. & 226.

Fortes de meyos Baluartes pello lado do Polyg. inter. para fôra como se desenhaõ 224.

Fortes triangulares do lado do Polygono interior para fôra como se desenhaõ 226.

Fosso que coufa he 18. Fossos como se desenhaõ nas Praças regulares 63.

Fossos para as Praças irregulares 68.

Fossos dos revelins como se desenhaõ 72. Fosso das Meyas-luas 74. Fosso obliquo melhor tambem nas Meyas-luas 74. Fossos das Meyas-luas defetuosos em alguns Autores 75. Fossos dos Hornaveques com que medidas 84.

Fosso da Coroa comunicavel cõ o da Praça principal 90. Fosso da Coroa com que circunstâncias no desenho 91.

Fosso das Tenalhas simples como se desenha 93. Fosso das Tenalhas dobles 94. Fossete na Falsabraga ao pé da Cortina da Praça 183.

Guaritas sua forma, medidas, & materia 106. Graos, minutos, & segúdos que coufa sejaõ 558.

Go-

Gofier, ou Golla que coufa seja 20.

H

Hornaveque que coufa seja 16. Hornaveques diante dos Baluartes 80. Hornaveques admittidos ainda que seus ramaes naõ sejaõ paralelos 80. Hornaveques he escusado terem faces mayores que a cortina 81. Hornaveques com que proporçoes se devem desenhar 81. apontaõse em numeros as dittas proporçoes 366.

L

Lado do Polygono exterior 21. Lados mayor, & menor de Polygono exterior que se admitem para se fortificarem com Baluartes inteiros 43. Lados mayor, & menor do Polyg. interior para fóra pello prim. Methodo 209. Lados da Meya-lua sem Parapeitos 78. Largura superior do Parapeito 23. Largura menor do Fosso defronte do ang. flanqueado como se sabe 250. Liminar do portal em que altura des de o fundo do Fosso 149. Liminar mais elevado que a metade da altura do Fosso 149. Linha ichnographica 19. Linha capital 20. Linha da defensa fixate 21. Linha da defensa razante 21. Linha da Espalda 22. Linha fixante admittida de 900. pés Portuguezes. 194. Linhas de húa Pláta que correm por seu comprimento como se achaõ praticamente. 238. como se achaõ por meyo mais artificioso supposta a medida de húa dellas 241. Linhas pa-

rallelas como se lançaõ 646. Linhas perpendiculares como se lançaõ 646. 647.

Lizira que coufa he 18.

Logarithmos que coufa sejaõ 566. declaraçaõ de suas taboas 570.

Luzes no alto da abobada do transito para que effeitos 153.

M

MArgem que coufa he 18.

Medidas de que usaõ os Autores da Fortificaçao 25.

Mediçaõ das muralhas de pedra, & cal, Terraplenos, & Fossos 238. Mediçaõ de húa cisterna na Fortaleza de São Theodosio junto a Cezimbra 302.

Medir as áreas corporeas dos Prismas 642. Medir as áreas corporeas dos parallelepipedos 641.

Medir as áreas dos Cylindros, Pyramides, & figuras Conicas 643. Medir hum segmento de húa Pyramide, ou figura Conica 644.

Meyas-luas que coufa sejaõ 16. Meyas luas como se desenhaõ nas figur regulares 73. Meyas luas se permitté separadas com seus Fossos 77. Meyas-luas como se fabricaõ nas Praças irregulares 78. Meyas-luas dos Hornaveques donde tomaõ a defensa 85. Meyas-luas nas Praças regulares fortificadas pello Methodo do Cap. 45. com que circunstancias 197. nas Praças irregulares fortificadas pello mesmo Methodo 198. Meyas-luas segudo o Conde de Pagan 506.

Meyo Reduto no ang. reintrante da

Con-

Contraescarpa não havendo Revelin
139. Methodo prim. de fortificar do lado
do Polyg. exterior para dentro 47.
Methodo segundo 193. Methodo
terceiro 198. Methodo particular cõ
tres Praças no Flanco do quadrado
com o Conde de Pagan 201. Metho-
do composto 202. Methodo de de-
senhar do lado do Polyg. exter. para
dentro proprio, & genuino 208. Me-
thodo do lado do Polygono interior
para fóra 211. Methodo segundo de
desenhar do lado do Polyg. inter. pa-
ra fóra 217. Methodo terc. nos Poly-
gonos regulares por via de taboada
219. Methodo para desenhar as
Praças irregulares do Polygono inte-
rior para fóra 221. Methodo de Fráscico Florencia Mi-
lanez 439. Methodo do Capitaõ Joseph Barca
441. Methodo do Capitaõ Pietro Rug-
giero 448. Methodos de D. Alonso de Zepeda,
& Adrada 449. Methodos de Allain Manesson Mallet
457. Methodos de D. Vicente Mut. 471. Methodo de Dom Pedro Anton Ramon Folch. de Cardona 474. Methodo de sir Jonas Moore 475. Methodo del Rey da grã Bretanha 478. Methodo com que el Rey Christia-
nissimo mandou fortificar Aeth, &
Lisle 497. Methodo do Emperador Ferdinan-
do III. 497.

Compilaçao das Fortificaçoes Frá-
cezas, Hollandezas por Silverre de Bi-
tainvieu 468. Propoemse o Methodo da Fortifica-
ção regular do Conde de Pagan do
Pentagono até a linha recta 484. Methodo do Conde de Pagan para
fortificar o quadrado 489. para as
Praças irregulares 493. & 495. Da disposição com que o Conde de
Pagan procede na doutrina do seu li-
vro das Fortificaçoes 483. Discorrese sobre a Fortificaçao reg.
do Conde de Pagan 522. sobre a das
Praças irregulares 526. Propoemse a doutrina de Pagan mais
abreviada, & facilitada 530. Combinaõse algúas circuſtancias en-
tre a fabrica de Pagan, & a nossa 533. Descrevemse as tres Praças na cor-
respondencia do Flanco 539. Molinetes que coufa sejaõ, & para
que servem 177. Mostrase como sahirá a Fortificaçao
com inconvenientes se se seguir húa
mesma proporçao para todas as fig.
403. Muralhas de que grossura 96. mura-
lhas de que altura 101. Multiplicar numeros da Dizima 5521
O Bras que se fazem no Fosso a-
quatico 191. Orelhaõ que coufa seja 22. como se
desenha 115. Orgaos que coufa sejaõ 157. Orgaos
melhor invéçao q os Rastrilhos 158. Oyados como se descrevem 297. de-
monstrase

monstrase a ditta descripçao 412.
Circunferencia da fig. óvada como
se sabe 299.

Ouriços que coufa sejaõ,& para que
servem 177.

PAlissada dobre, ou tresdobre se-
naõ deve admittir 179.

Paos ferrados de reserva nos Arma-
zens 189.

Parapeito que coufa he 17. de que
altura exterior,& interior 23. Para-
peito da Estrada encuberta 18. Para-
peitos em Praça Real de que largura
126. Parapeitos de que grossura em
Fortes pequenos 127. Parapeitos ad-
mittidos de 6. até 24. ou 25. pés de
grossso 127. Parapeitos de que mate-
ria 129. Parapeitos com duas,ou tres
Banquetas 130. Parapeitos da Estra-
da encuberta 138.

Das partes inter. da Fortaleza 319.

Pavimétos para jugar a artilheria 133
Plataforma que coufa seja 18.

Pè antigo Romano 40.

Pentem que coufa seja 125.

Perfil melhor que o ordinario 109.

Perfis dos Revelins, Meyas-luas, Hor-
naveques, & Tenalhas 227. Perfis
dos Fortes de meyos Baluartes,& Es-
trellas 228. Perfis para Redutos, &
Estrellas 230. Perfis de Fortins de
meyos Baluartes feitos em sitios dos
Paizes baixos segúdo Adam Fritach.
231. outros Perfis para Fortes mais
reforçados 232.

Mostrase que largura superior do
Fosso basta defronte da Face do Ba-

luarte para que a linha superior do
Fosso descubra toda a Estrada encu-
berta conforme o ditto Perfil 375.
Mostrase como dos Flancos se desco-
bre mais da ametade da Cortina no
plano do Fosso nas Praças Reaes se-
gundo o ditto Perfil 376.

Petipè para a fabrica da Fitta gradual
pôde ser de diverso numero de pa-
tes 13.

Polygono que coufa seja 3. como se
sabe o valor do ang. do Polygono re-
gular 3. Polygonos regulares até o de
20. lados como se descrevaõ no pa-
pel por meyo de padroens 7. fabrica
dos taes padroés, ou Petipès 330. seus
lados como se acrecentaõ, ou di-
minuem por hum dos padroens 7. Poly-
gonos regulares como se desenhaõ
practicamente no terreno 40. Poly-
gonos irregul. para as Estrellas que
condiçoens devem ter 96.

Plantas como se relevaõ para que re-
presentem a Fortificaçao levantada
sobre o terreno 235 por outro mo-
do 236.

Pontes que atravessaõ o Fosso de que
comprimento largura, altura, & de sua
materia 160. Pôtes de pedra nos Fos-
sos danos 161. Pôtes obliquas 162.
Pontes levadissas incorporadas nas
principaes 163. Pontes levadissas por
cadeas 163. Pontes levadissas de fre-
chas 165. Pontes levadissas de balan-
ça 167. Ponte de fíechas por nosso
modo 168. Ponte levadissa no meyo
da dormente 170. outro modo de
Ponte levadissa para o meyo da dor-
mente 172. ponticula para servir de
noite 173.

Qqqq por

portas levadissas no meyo da dorme-
te 173.

Portas de madeira com que circuns-
tancias 159.

Portas na Cortina 147. portas a cada
tres Cortinas húa 147. portas falsas
no meyo da Cortina quando 120.
portas collateraes nas Barreiras quá-
do sejaõ necessarias 179. portas dos
Fortins de meyos Baluartes de que
largura 233.

Portaes da ordem toscana , ou dorica
147. portaes de que altura, & largu-
ra 148.

Praças baixas em que lugar se for-
maõ 117.sua fabrica 118.praças bai-
xas com serventia para o Fosso 119.
Praças baixas com serventia de húa
para outra 122.praças baixas melhor
que as Falsasbragas 130.
proporçaõ do diametro para a circú-
ferencia de qualquer circulo como
de 7. para 22.pag.275.
proporçaõ do Cap.14.quando, com
melhor qualidade quando a do Cap.
45.& quando a do Cap.47.pag.196
propriedades dos Triang. planos re-
ctilineos 572.

QUadrado como se pôde forti-
ficar do Polygono inter. para
fóra, de modo que suas partes
fiquem na mesma proporçaõ, q fortifi-
candose do exter. para dentro 344.
Quantidade corporea da muralha
como se acha 245.

Ramaes das Coroas a tiro vehe-
mente de mosquete em respeito
da Praça 86.Ramaes das Tenalhas
até que distancia da Praça 92.

Rastrilhos para que servem , & em q
fórmā, & em que lugar 115. 156.
Redondeza dos angulos da Contrafa-
carpa nos Fossos obliquos das Praças
irregulares 69.

Reducir pés Portuguezes em cōpri-
mento a palmos Craveiros em com-
primento 27.

Reducir palmos Craveiros em com-
primēto a pés Portuguezes em com-
primento 28.

Reducir pés de corpo a palmos cor-
poreos 28. assinase a razão da tal re-
ducçao 334.

Reducir palmos de corpo a pés cor-
poreos 30.

Reducir palmos cubicos a braças de
250.palmos cubicos 31.assinase a ra-
zaõ 413.

Reducir pés cubicos a braças de 250
palmos cubicos immediatamente 32.
& 248.assinase a razão da ditta regra
394.

Reducir quebrados ordinarios a que-
brados da Dizima 550.

Reduto que coufa seja 16.

Refossete pello meyo do Fosso prin-
cipal 66.Refossete de que largura 66
Refossete que se faça nas obras exte-
riores 67.

Regra para se avaliarem as braças das
muralhas repartindo o preço pro-
porcionalmente segundo as diversas
al-

alturas a que tiverem subido 268. assinase à razão da ditta regra 398.

Reparo que coufa seja 17. Reparo de que altura 23.

Repartir numeros da Dizima 553.

Revelin que coufa seja 16.

Revelins approvados 71. Revelins como se desenhaõ 71. Revelins, & seus Fossos nas Praças irregulares como se desenhaõ 72.

Revelins, & Meyas luas minados 79.

S

SEmicirculo de lataõ 3. Semicírculo de lamina 3.

Semidifferença dos lados dos Poly-gonos 21.

Semidiámetro mayor, & menor 21.

Senos, Tangentes, & Secantes 560. como se applicaõ a soluçaõ dos Triângulos 563.

Sêteiras para os trâsitos entre as portas exterior, & interior 152.

Serventia para a Falsabraga 183. serventias que se fazem no Fosso seco para subir à Estrada encuberta 190.

Sobreface que coufa seja 152.

Sommar num. da Dizima 551.

Stereometria bem trattada por Matthias Dogen 238.

Superficie de húa Spheroide como se acha 290. sua demonstraçaõ 420.

T

Taboada dos ângulos da circunferencia, & do centro das figuras regulares 6.

Taboada de Pagan para a fabrica da Fitta gradual 8.

Taboada de partes inteiras seus pri-

mos, & segundos, ou centessimos de parte para a fabrica da Fitta gradual 10.

Taboada da combinaçao de varias medidas de que usaõ os Autores da Fortificaçao 26. sua explicaçao, & uso 35.

Talud, ou Repuxo exterior, & interior do Reparo 23. Talud, ou repuxo exterior, & interior do Parapeto 23. Talud da Escarpa dos Fossos 67.

Tenaz, ou Tenalha que coufa seja 16. Tenalhas em lugar dos Hornâveques 81. 92. as simples como se desenhaõ 92. as dobras 94.

Terrapleno que coufa he 17. Terrapleno nas Meyas luas de que altura 75. Terraplenos de que largura nas praças Reaes 126.

Theorica, & practica juntamente necessarias para formar hum Engenheiro 259.

Theoremas necessarios para a resoluçao dos Triangulos rectilineos 576. Trâsito das portas em volta mais approvado 150.

Travez que coufa seja 20.

Triangulo que coufa seja, & de suas espécies 559. Triang. rectilineos retangulos 581. até 602. Triangulos rectilineos obliquangulos 602. até 608.

Trincheira na margem interior do Refossete com que, medidas, & circumstancias 180.

V

Vaõ dos Portaes mais abatido que o plano da Cápanha 148.

AS ESTAMPAS, E TABOADAS SEGUINTE S DE VEM ENTRAR
nas paginas apontadas.

Estampa I. entra na pag. 15.

Estampa II. pag. 24.

Estampa III. pag. 48.

Estampa IV. pag. 56.

Estampa V. pag. 64.

Estampa VI. pag. 72.

Estampa VII. pag. 80.

Estampa VIII. pag. 88.

Estampa IX. pag. 104.

Estampa X. pag. 112.

Estampa XI. pag. 128.

Estampa XII. pag. 152.

Estampa XIII. pag. 158.

Estampa XIV. pag. 166.

Estampa XV. pag. 170.

Estampa XVI. pag. 173.

Estampa XVII. pag. 174.

Estampa XVIII. pag. 179.

Estampa XIX. pag. 180.

Estampa XX. pag. 184.

Estampa XXI. pag. 189.

Estampa XXII. pag. 192.

Estampa XXIII. pag. 205.

Estampa XXIV. pag. 226.

Estampa XXV. pag. 232.

Estampa XXVI. pag. 237.

Estampa XXVII. pag. 249.

Estampa XXVIII. pag. 288.

Estampa XXIX. pag. 328.

Estampa XXX. pag. 420.

Estampa XXXI. pag. 472.

Estampa XXXII. & XXXIII.

pag. 544.

Estampa XXXIV. & XXXV.

pag. 644.

Estampa XXXVI. pag. 664.

Taboada numero 8. & 9. & 10. pag. 379.

Taboada num. 13. & 14. pag. 389.

E R R A T A S.

Pagina 32. linea 25. ⁰¹³⁷⁶ lease ⁰¹⁷³⁶ pag. 73. lin. 9. Meyas. luyas lease Meyas. luas pag. 98. lin. 26. cap. seguinte lease §. 4. pag. 99. lin. 3. cap. seguinte lease § 4. pag. 115. lin. 31. cubetto lease cuberto pag. 167. lin. 25. Genes lease Genova pag. 231. lin. 6. como lease com. pag. 383. lin. 23. E F lease E B. pag. 644. lin. 24. investigigar lease investigar. pag. 631. lin. 13. cøntos lease contos.

Vista da Universidade de Coimbra
obrigada a esta Pórtica mais adaptada
duque o bispo do Oporto



INSTITUTO DE HISTÓRIA DA FACULDADE DE LETRAS DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

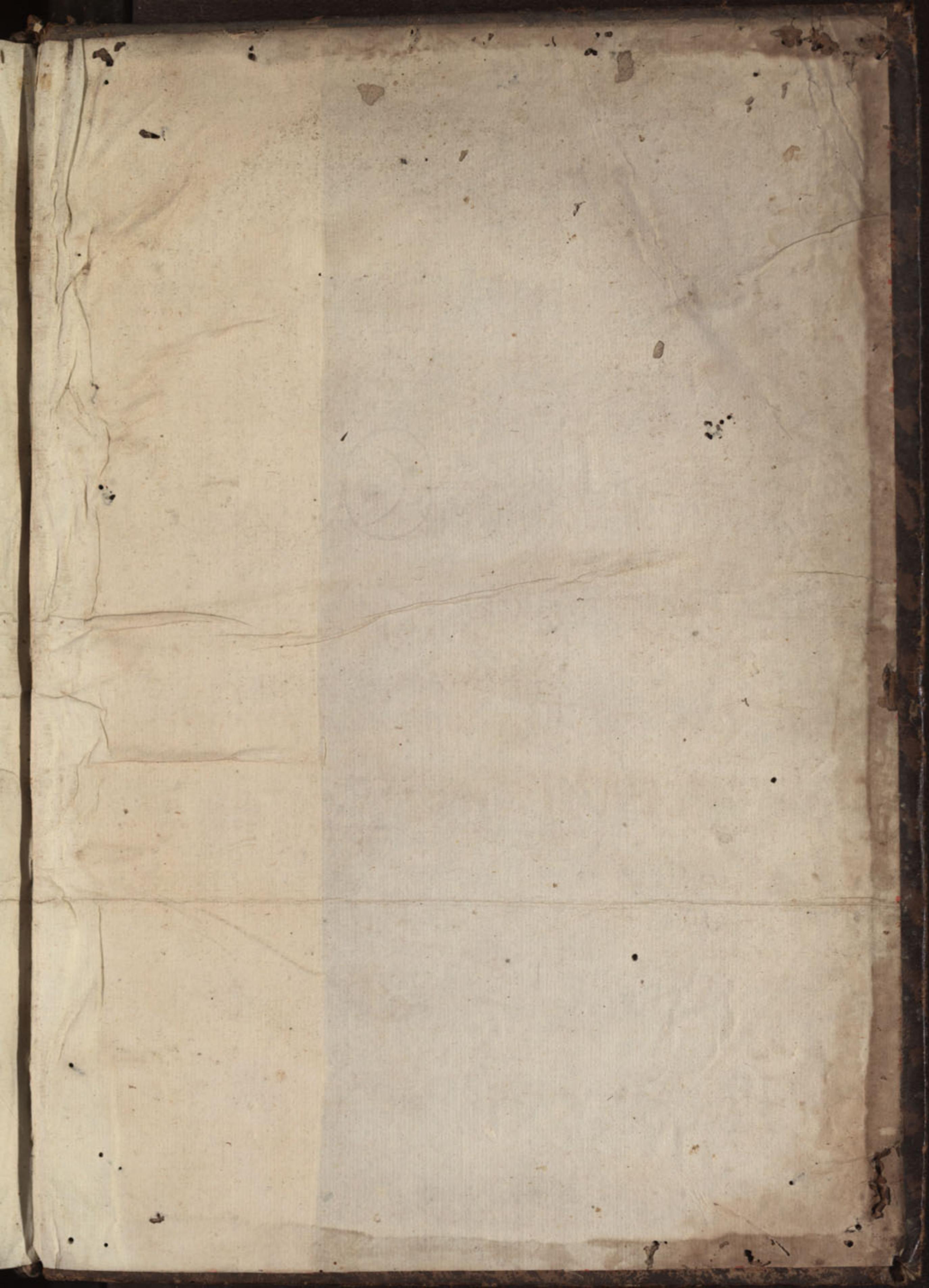
GOO

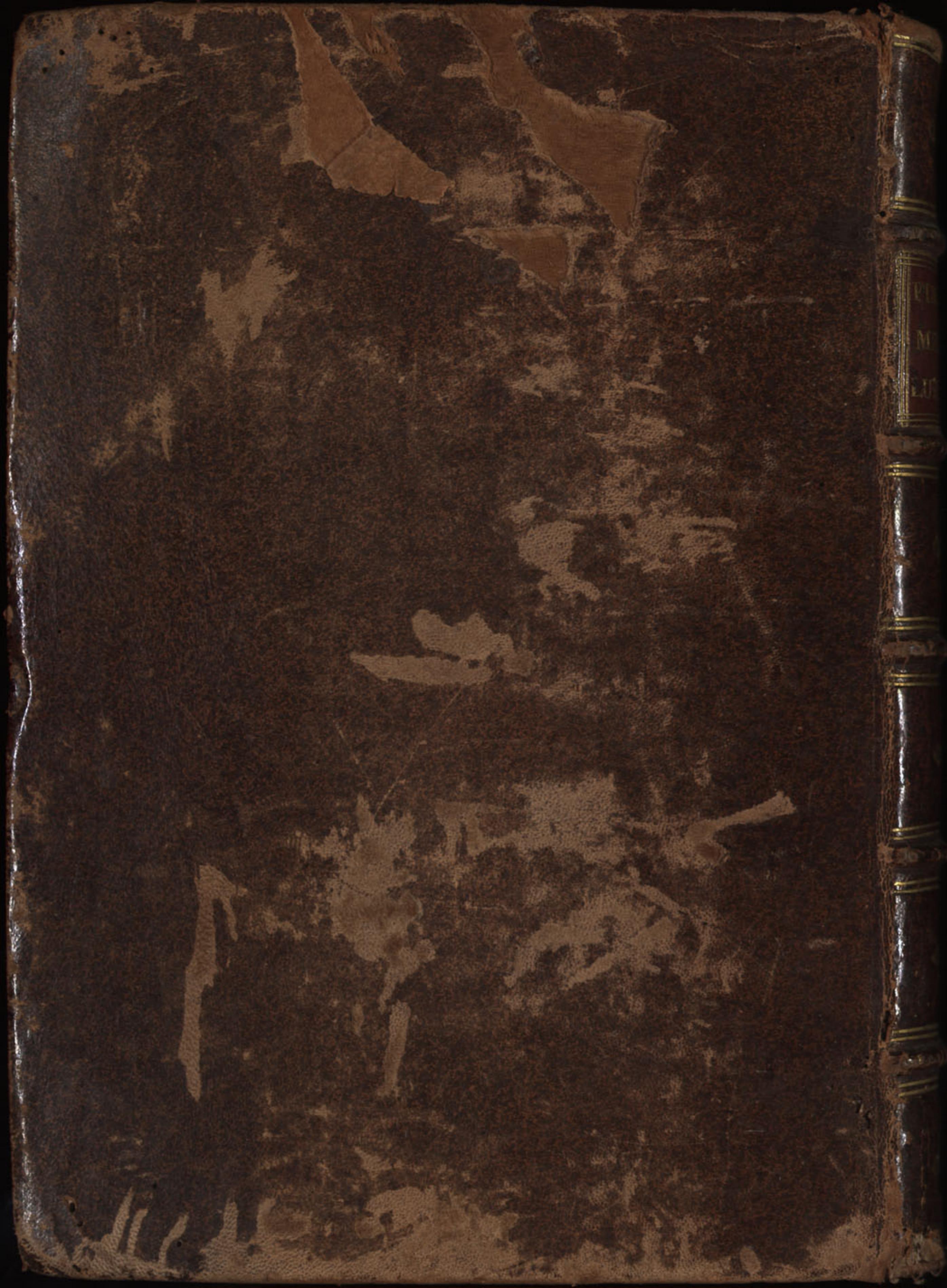
cañij - j.

sinas son de uso siso que son
en ollas que se usan para cocinar y las regularmente.
las que se usan en la casa pertenecen
a la señora de la casa que son de uso siso que
se usan en el hogar de la señora de la casa que son de uso
que se usan en el hogar de la señora de la casa que son de uso
que se usan en el hogar de la señora de la casa que son de uso

Ejemplo XXXVII

Palma grande 8. En Rota pag 170
y hoja grande 170





PIMENTEL
METHODO
LUSITANICO

C
501
+