

158
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

REVISTA

DA

FACULDADE DE CIÊNCIAS

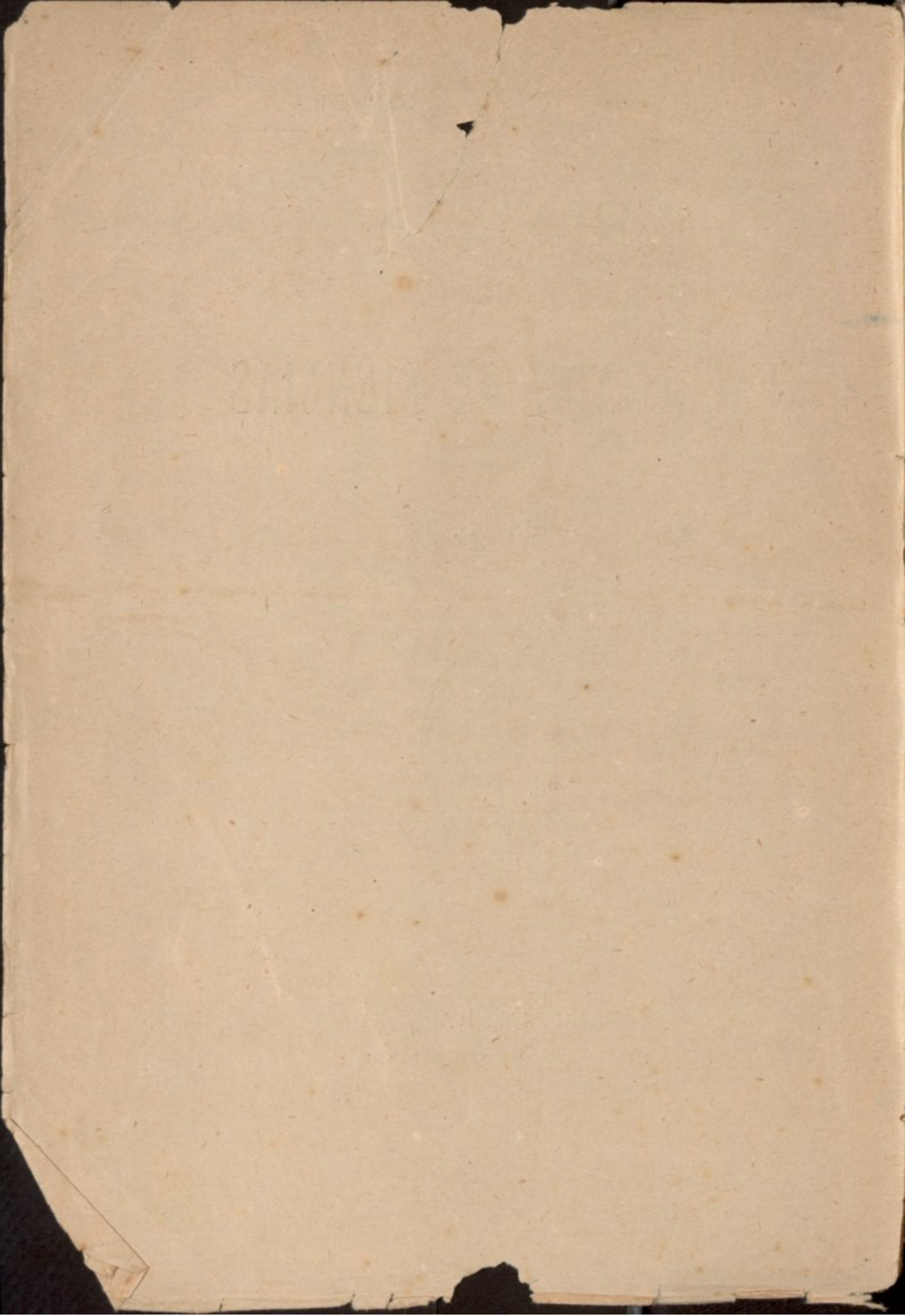
—
VOL. II — N.º 3



SA
9
13
COIMBRA

IMPRESA DA UNIVERSIDADE

1932



Evolução do conceito de grupo (1)

Numa conferência célebre, realizada em Koenigsberg em Setembro de 1930, sobre *O conhecimento da natureza e a lógica*, definiu Hilbert, por três modalidades típicas de paralelismo, o acôrdo fundamental entre a experiência e a teoria, entre a natureza e o pensamento.

A primeira, relacionada com o conceito de *infinito*, de que o ilustre Mestre de Göttingen é, na ciência moderna, um dos mais notáveis ordenadores.

A segunda, caracterizada por um princípio de *unidade* a que o pensamento aspira e que a natureza confirma.

A terceira, finalmente, traduzida no que elle chama, em acepção diferente daquela que lhe attribuia Leibnitz, a *harmonia preestabelecida*, da qual a teoria das secções cônicas é um dos mais antigos modelos e a teoria da relatividade a mais notável revelação.

Essa harmonia é, por vezes, tão perfeita que até a nomenclatura é adaptável sem esforço. São exemplos frisantes a teoria das variáveis em número infinito, do próprio Hilbert, criada sem o mais leve pressentimento da sua utilização futura na estruturação da mecânica atômica; a teoria das matrizes de Hermite, que hoje serve de base às concepções quânticas da escola de Heisenberg; e a genial iniciativa de Dirac, aproveitando as propriedades de invariância dos parêntesis de Poisson da teoria clássica, para estabelecer as equações da mecânica quântica.

Mas não há, certamente, na instrumentação do raciocínio matemático, destino mais singularmente privilegiado, algoritmo

(1) Conferência realizada na Sala dos Capelos da Universidade, em 31 de Maio de 1932, comemorando o 1.º centenário da morte de Evaristo Galois.

mais fecundo, conceito mais rico pelas suas qualidades de adaptação e mais notável pelo seu poder de uniformização e de síntese, do que o de *grupo*.

De tal modo a idea de grupo chegou a invadir todos os domínios do pensamento matemático, robustecendo-se a cada nova tentativa feliz de sistematização doutrinária, enriquecendo-se, dia a dia, ao contacto de novas espécies científicas, iluminando, uma a uma, as obscuridades do seu passado com o brilho dos seus triunfos; de tal maneira, na teoria dos grupos, se sobrepõem, dominando horizontes, rasgando perspectivas, revelando afinidades, os conceitos fecundos de isomorfismo, invariância, semelhança, estrutura; que a nossa confiança na proficiência dos seus métodos e na elegância dos seus raciocínios, quasi sempre augura rápidos progressos e definitiva modelação àquelas teorias em que intervem a noção de grupo. Até às vezes acontece, como nalgumas das mais recentes criações de Weyl e Cartan, reverterem em beneficio da teoria dos grupos, originando novas concepções e novas doutrinas, os altos serviços por ela prestados à Geometria e à Física. Preciosa alfaia esta, de tão variada e proveitosa serventia, que, com o uso não se gasta, antes se apura!

E esta notável qualidade bastaria, se outras não houvesse, para nos justificar a universalidade dum conceito a que a ciência deve as suas mais belas conquistas nos últimos cem anos,

Outros há que se inculcam à devoção dos investigadores e à curiosidade especulativa por uma não menor opulência de potencialidade criadora; mas nenhum deles (excluindo os que se encontram ainda na fase embrionária e sobre os quais não há que precipitar um juízo incerto), possui tamanha capacidade de insinuação e tão alto valor instrumental.

* * *

No último quartel do século XVIII e no primeiro do século XIX, o problema da resolubilidade algébrica ocupou demoradamente as atenções do mundo científico. Lagrange tinha dado, nas « Memórias da Academia de Berlim » dos anos de 1770 e 1771, um método uniforme de resolução das equações algébricas dos quatro primeiros graus; e, ao mesmo tempo, Vandermonde, nas « Memórias da Academia das Ciências de Paris » de 1771, chegava

aos mesmos resultados, por um processo que o próprio Lagrange confessa ser mais directo que o seu. Infelizmente, além do quarto grau, o método das resolventes não pode ser utilizado com proveito, por conduzir a equações de grau superior ao da equação dada. Começa então a avolumar-se a presunção de que a resolução algébrica das equações gerais seria impossível. A mais antiga tentativa de demonstração dessa impossibilidade é devida a Ruffini; mas foi Abel quem primeiro a conseguiu, em termos de rigor, numa nota publicada no *Journal de Crelle*, em 1826.

Não será demais, neste rápido esboço da inquietação do pensamento matemático, que imediatamente precedeu a genial concepção de Galois, mencionar os termos precisos em que Abel pôs o problema: *A questão proposta* (diz ele, referindo-se ao método de Lagrange), *era a da resolução das equações, sem saber se ela era possível. Nesses termos, poder-se-ia chegar á resolução, embora isso não fosse certo; mas se, por infelicidade, a resolução fosse impossível, bem poderíamos procurá-la eternamente. Para chegar, dum modo infalível, a algum resultado, importa seguir outro caminho. Deve-se dar ao problema uma forma tal que seia, em qualquer caso, possível resolvê-lo, o que se pode sempre fazer com todos os problemas. Em vez de se procurar uma relação cuja existência se não conhece, é preciso investigar se tal relação pode existir.*

Acentuo estas palavras de Abel pelo que elas valem como revelação duma atitude científica que começava a evoluir das formas clássicas de Lagrange e Euler para os novos paradigmas de Cauchy, Jacobi e Riemann.

Deve-se ainda a Abel, cuja demonstração da impossibilidade da resolução algébrica das equações gerais foi posteriormente simplificada por Wantzel, numa memória publicada nas *Nouvelles Annales de Mathématique*, em 1848, a definição rigorosa do conceito de *resolubilidade algébrica*, até aí impreciso e precário.

Três anos depois de publicada a sua célebre memória de 1826, sumia-se no túmulo, com 27 anos incompletos, essa genial figura de precursor das mais belas conquistas científicas dos tempos modernos. Já então Evaristo Galois enviara à Academia das Ciências de Paris a sua primeira Memória sobre a teoria das equações algébricas, perdida por Cauchy; e foi em Janeiro de

1830 que elle apresentou à mesma academia, já então aluno da Escola Normal Superior, onde entrara em Outubro de 1829, uma segunda Memória sobre o conjunto das suas investigações nos domínios da Álgebra. Esta perdeu-se no espólio de Fourier, secretário perpetuo da Academia, que a levava para casa e que morreu nesse ano,

Singular destino o desta criança de génio, já duas vezes rejeitada em concursos de admissão à Escola Politécnica, que via perder-se, sem exame, por desastre ou incuria, o que elle julgava ser, com justo orgulho, um título de consagração do seu talento! Peor sorte aguardava a sua *Memória sobre as condições de resolubilidade das equações por meio de radicais*, enviada à Academia um ano depois da segunda. Esta foi apreciada por um juri de académicos e... julgada incompreensível!

E, no entanto, ella é o maior dos seus trofeus de glória. Em estilo conciso, confiado na elevada estatura mental dos seus juizes, receando, talvez, banalizar-se nas minúcias do raciocínio, Galois expõe nessa Memoria tudo o que há de fundamental nas suas doutrinas. Ella contém a análise das relações que ligam os coeficientes duma equação algébrica com um determinado grupo de substituições sobre as suas raizes, a que hoje se dá o nome de grupo de Galois, e de cujas propriedades resulta a possibilidade ou impossibilidade de resolução da equação, por meio de radicais. E o conceito de *grupo de substituições*, apoiado num critério de *ordem* que até aí não tivera o merecido destaque, veio occupar, desde então, no raciocínio matemático, um lugar dia a dia mais proeminente.

Singular destino o de Evaristo Galois! Ninguém o attendia, dentre aqueles que podiam entendê-lo! E uma fácil sentença, pronunciada *ex-cathedra*, relegava para os domínios do incompreensível, por imperdoável desatenção, a sùmula duma criação genial! Se Abel fôsse vivo e tivesse tido conhecimento, nesse agitado meio europeu de 1830, das Memórias de Galois, talvez ellas não tivessem aguardado, durante quinze anos, a consagração que só vieram a ter pela honrosa e benemérita intervenção de Liouville. O infeliz Abel, sonhador paciente, vítima de analogas desditas, talvez tivesse feito justiça ao irrequieto sonhador Evaristo Galois; aquella justiça que não quizeram fazer-lhe os matemáticos de Paris que, numa frase delicadamente irónica do mesmo Abel, *entendiam que a sua missão era ensinar e não aprender!*

* * *

Examinemos, mais de perto, este conceito de *grupo*. Serve-lhe de base a idea de *permutação*; são seus elementos as *substituições*, ou trocas ordenadas de permutações sobre os mesmos objectos; é sua operação fundamental o *produto* ou *composição* de duas ou mais substituições, effectuadas seguidamente por uma certa *ordem*. As substituições consideradas *formam grupo*, se esse produto é ainda uma delas.

Figuram assim, na génese da noção de grupo, as ideas de *ordem*, *reiteração* e *restituição*. E, conservados esses conceitos, a idea de grupo facilmente se estendeu a elementos de natureza qualquer, que não apenas substituições.

Compreende-se agora como a noção de grupo, pela generalidade dos seus elementos geradores, de resto, em pequeno número, pelo seu grande poder de relação, e, conseqüentemente, pela quantidade de proposições que constituem a sua teoria, tenha adquirido, a breve trecho, tamanha importância.

A passagem do descontínuo para o contínuo, trazendo, certamente, consigo novos atributos e diferentes modalidades de estrutura, não alterou a analogia e interdependência das propriedades fundamentais.

E é então que intervém, dando um inesperado rendimento à noção de grupo, *aquella harmonia preestabelecida* de que falava Hilbert na sua conferência de Königsberg. Não esqueçamos, antes de abordar novos domínios em que a noção de grupo impera com tamanho êxito, os continuadores da obra de Galois no definitivo acabamento desse edificio grandioso que é a *Álgebra Superior*, apoiada na teoria dos grupos de substituições: Cauchy, Bertrand, Hermite, Hölder, Sylow e Jordan, o autor do monumental *Tratado das Substituições*.

* * *

Depois da *Álgebra*, é a *Geometria* que vai dever à noção de grupo novas concepções e mais altos destinos. Klein vai dar-lhe uma sistematização que tem o conceito de grupo como indispensável fundamento, e, a par da velha geometria euclidea, vão ter assinalada categoria e iguais direitos outros con-

ceitos geométricos de espaço. Não os ia tirar do nada o génio de Klein, apoiado apenas na idea de grupo: tinham decorrido quarenta anos sobre a elaboração das Memórias de Galois, vinte e seis sobre a sua publicação no *Journal* de Liouville, e a Geometria tivera, nesse intervalo, notáveis progressos. Criara-se a geometria projectiva e a teoria do imaginarismo geométrico; tinham sido estudadas as métricas não-euclideanas; vivera Staudt; e vivera também esse outro grande precursor que se chamou Riemann, cuja obra devia aguardar, largos anos, a hora do triunfo.

A célebre Memória de Klein, chamada vulgarmente *Programa de Erlangen*, era um protesto contra os exclusivismos da escola de Staudt e contra a pretendida soberania da geometria projectiva. Klein mostrou que a cada grupo possível de transformações corresponde uma geometria no espaço abstracto que serve de suporte às propriedades geométricas que as transformações desse grupo não alteram. A Geometria é assim a ciência das propriedades dos espaços abstractos que são *invariantes* para cada um dos grupos de transformações que nesses espaços se podem definir. A subordinação dos grupos, corresponde a das respectivas geometrias.

Por ser o grupo projectivo constituído por tôdas as colineações do espaço, a geometria projectiva tem como subordinada a geometria afim, cujo grupo, formado apenas por aquelas colineações que deixam invariável o plano no infinito, é um subgrupo do primeiro. Pela mesma razão, a geometria métrica euclideana, cujo grupo conserva apenas, entre as colineações do grupo afim, aquelas que deixam invariante o circulo no infinito (o *absoluto* do espaço tridimensional), é subordinada da geometria afim.

As geometrias métricas *não euclideanas* têm como *absoluto* uma quádrica, real ou imaginária, consoante a métrica é hiperbólica ou elítica, subordinando-se, por isso, à geometria afim, paralelamente à métrica euclideana. Quando os respectivos grupos o impõem, uma geometria pode subordinar-se a duas geometrias diferentes; é assim que a geometria elementar é simultâneamente subordinada da geometria projectiva e da geometria conforme.

Não esqueçamos que tôdas estas geometrias de grupo fundamental têm como suporte espaços *homogêneos*; isto é, espaços

que se caracterizam pela identidade das suas propriedades geométricas em todos os seus pontos e direcções. Essa homogeneidade é o próprio grupo que a *mede*, visto que, perfeitamente homogéneo só é o espaço da Analisis Situs, cujo grupo é o de todas as transformações contínuas, e no qual, de resto, as propriedades geométricas não abundam.

Esta sistematização da geometria era já suficiente incentivo para a criação e desenvolvimento da *Teoria dos Grupos de Transformações* que muito deve ao próprio Klein, como veremos, e que na parte relativa aos grupos contínuos, é devida, sobretudo ao génio de Sophus Lie. Iniciada no começo do inverno de 1873, pode dizer-se que ao findar a primavera de 1874 estava completamente delineada a estruturação da teoria de Lie. E que vastos panoramas ela vinha abrir ao pensamento matemático!

Mais ampla que a teoria dos grupos de substituições, mais complexa na urdidura dos seus conceitos, mais estreitamente ligada às teorias da Análise, mais adaptável à interpretação dos fenómenos do contínuo, tão grandes têm sido os serviços por ela prestados nos últimos cinqüenta anos e tão notáveis os seus progressos, tão íntima a sua solidariedade com todas as formas do raciocínio abstracto, que chega a ser enternecedora a bonhomia dum Weyl, chamando apenas *injusta* à irritante campanha dum conhecido fisico que, há pouco tempo, afirmava ser indispensável banir da fisica atómica *essa peste dos grupos!* Como se o pensamento pudesse guiar-se, na investigação da verdade, com prévia escolha dos meios! Como se o conhecimento presente não fôsse a resultante duma estreita colaboração de todos os elementos do seu passado! Mais ainda: como se a Física, neste incipiente segundo quartel do século xx, pudesse impor aos seus domínios uma limitação de fronteiras!

Já numa carta ao seu amigo Mayer, dos princípios de 1874, Sophus Lie previa a importância que a sua teoria dos grupos contínuos de transformações viria a ter no problema da integração das equações diferenciais. Para estas devia ser possível, na concepção de Sophus Lie, uma classificação, baseada no conceito de grupo, discriminando as condições da sua integrabilidade, em termos análogos àqueles em que o grupo de Galois determina a resolubilidade duma equação algébrica. E mais uma vez os princípios de unidade e de harmonia de que fala Hilbert, haviam de ter, neste particular, uma notável confirmação.

Estamos chegados, nesta rápida peregrinação pelo passado, a um momento culminante na história da ciência. Os grupos descontínuos de transformações vão intervir na elaboração duma das mais belas teorias da Análise. Poincaré e Klein vão colaborar, com a mais nobre isenção e o mais desinteressado espírito científico, na construção desse grandioso monumento que é a teoria das funções *automorfas*. Já disse algures que esse espírito de colaboração *faz lembrar* o fervor da competência que, nos princípios do século XIX, levava Abel e Jacobi à criação da teoria das funções elíticas. E que consoladora é, na hora atribulada que o mundo está vivendo, a leitura da numerosa correspondência epistolar trocada entre ambos, religiosamente arquivada por Mittag-Leffler nas *Acta Mathematica*!

Em dez notas sucessivas apresentadas à Academia das Ciências no curto intervalo que vai de 14 de Fevereiro a 8 de Agosto de 1881, Poincaré esboça toda a teoria das funções fuchsianas, posteriormente desenvolvida em notáveis Memórias, que Humbert dizia conterem *as chaves do mundo algébrico*. E foi já depois de publicadas as duas primeiras, em Março desse ano, que a Academia se pronunciou sobre o *Grand Prix des Sciences Mathématiques* de 1880, ao qual Poincaré concorrera com uma Memória em que já se continham os princípios da teoria.

A questão proposta pela Academia era esta: *Aperfeiçoar nalgum ponto importante a teoria das equações diferenciais lineares com uma só variável independente.*

A Memória de Poincaré inspirava-se em trabalhos recentes de Fuchs acerca das condições em que se define uma função uniforme igualando a uma indeterminada o quociente de dois integrais duma equação diferencial linear de segunda ordem. Foram certas insuficiências da análise de Fuchs que levaram Poincaré à concepção das funções fuchsianas. Entretanto Klein utilizara já processos semelhantes de análise, na sua admirável teoria das chamadas funções modulares, mas o seu fim era outro: aperfeiçoar a teoria das funções elíticas; ao passo que Poincaré tinha, sobretudo, em vista, o aperfeiçoamento da teoria das equações lineares. As concepções de Klein presidiam os princípios da teoria geral das funções, segundo Riemann, apoiados na teoria dos grupos descontínuos de transformações, de que ele fora o principal criador. A análise de Poincaré, na criação das fuchsianas, é inicialmente aritmética, apoiada também na teoria dos

grupos descontínuos, a que chamou fuchsianos, e a cuja determinação chegou por uma engenhosa utilização da geometria de Lobatschewski; criando as funções *theta* e *zeta-fuchsianas*, inspirado na teoria das funções elíticas, aplicou-as à determinação analítica das funções fuchsianas e à integração das equações lineares.

A Memória de Poincaré, como já disse, era um trabalho incompleto, longe ainda da preciosa súplica das dez Notas a que há pouco aludi. Por isso, a Academia não lhe conferiu o prêmio; teve-o uma Memória de Halphen sobre a transformação das equações lineares noutras de coeficientes constantes, ou integráveis por meio de funções uniformes, racionais ou duplamente periódicas.

Não confundamos o *verdictum* deste juri de académicos, do qual foi relator Hermite, com o daquele outro júri que, meio século antes, tinha julgado incompreensível a Memória de Galois, e do qual foi relator Poisson.

Poincaré chama *hiperbólico* ao grupo descontínuo de transformações lineares fraccionárias de coeficientes reais que deixa inalterável o *círculo fundamental*; e *fuchsiano* a todo o grupo descontínuo contido no grupo hiperbólico. Para construir esses grupos, recorre à geometria não euclideana de Lobatschewski, mostrando que a superfície do círculo fundamental pode ser dividida (de infinitas maneiras) numa infinidade de regiões, que são polígonos curvilíneos, cujos lados são arcos de circunferências ortogonais ao círculo fundamental; regiões tais que há sempre uma operação do grupo hiperbólico que transforma, uma na outra, duas quaisquer delas. Define, a seguir, as funções *theta-fuchsianas* e, pelo seu quociente, as *fuchsianas*. Obtém os desenvolvimentos em série dumas e doutras. Define as funções *zeta-fuchsianas* e, na última das notas referidas, conclui, à custa dum engenhoso método de exclusão, a possibilidade de integrar, por seu intermédio, todas as equações lineares de coeficientes algébricos.

Em fins de Junho, respondendo às primeiras observações de Klein, dava o nome de grupos *kleineanos* àqueles grupos descontínuos de substituições lineares, de coeficientes quaisquer, para os quais se não estabelece a condição de invariância do círculo fundamental, e chamava *kleineanas* às funções uniformes que ficam invariáveis para todas as substituições dum grupo

kleineano. Klein tinha usado anteriormente um grupo dessa natureza, e daí a homenagem que lhe prestava Poincaré.

Numa dessas interessantes cartas, trocadas entre ambos, no verão de 1881, discorda Klein dessas designações, alegando que fôra Schottky, e não êle Klein, quem primeiro frisara a descontinuidade de certos dêsses grupos. Poincaré responde que seria injustiça adoptar outros nomes, pois fôra Klein quem primeiro tinha *acentuado a sua importância como principios (ihre principielle Wichtigkeit betont*, palavras do próprio Klein). Que delicadeza de insinuação! E já agora, não quero deixar de citar outra passagem dessa mesma carta de Poincaré, na qual, respondendo a uma alusão feita por Klein á obra de Riemann, termina nestes termos a afirmação da sua aquiescência às considerações de Klein: *Riemann criou uma teoria nova das funções, e será sempre possível encontrar nela o germe de tudo o que se fez e se fará, depois dêle em análise matemática*. Não sei de mais alto preito, prestado por voz mais autorizada, à memória dêsse grande espírito, a cuja obra as modernas teorias do espaço vieram dar a definitiva consagração.

Nos três anos seguintes são publicadas, como já disse, nas *Acta Mathematica*, as Memórias desenvolvidas de Poincaré sôbre as fuchsianas, que têm, como casos particulares, as funções elípticas e as funções modulares. E, a breve trecho, a teoria das funções *automorfas*, obra dos esforços reünidos de Poincaré e Klein, estava elaborada, faltando apenas apoiar em bases sólidas a intuição dos seus ilustres fundadores, com a demonstração rigorosa dos chamados *teoremas de uniformização*, a qual só foi conseguida por Koebe nos principios dêste século.

Não cabe nos acanhados moldes desta breve referência a menção pormenorizada dos vários domínios científicos a que os grupos fuchsianos levaram o seu precioso auxílio. Citarei apenas os serviços por êles prestados no campo da Aritmética. Numa Memória de 1887, publicada no *Journal de Mathématiques*, Poincaré cria o conceito de função fuchsiana aritmética, fazendo corresponder um grupo fuchsiano a todo o grupo de transformações lineares de coeficientes inteiros que deixa invariante uma forma quadrática também de coeficientes inteiros; estuda as applicações do conceito de função fuchsiana aritmética à teoria dos números; e mostra que as funções fuchsianas aritméticas admitem um teorema de adição, ou melhor, gozam de uma propriedade que

pode ser considerada como generalizando o teorema de adição das funções elíticas. É dessa Memória este belo princípio: *Para que haja uma relação algébrica entre uma função fuchsiana e a sua transformada por meio dum substituição S que não pertença ao grupo da função, é necessário e suficiente que o grupo da função e o seu transformado, por meio da substituição S , sejam comensuráveis.*

Não sei que mais deva admirar-se na criação desta teoria das funções automorfas: se a fecunda originalidade dos métodos, se a vastidão dos horizontes que veio desvendar, se a genialidade da sua concepção, se a rapidez do seu incremento.

* * *

Perdoai-me, Senhores, esta breve divagação pelo passado da teoria dos grupos. Relembrando conceitos que são do domínio da cultura matemática geral, tive apenas em vista dar relêvo, por imediato confronto, à função primacial que esses conceitos vão desempenhar na estruturação de quasi tôdas as grandes teorias da actualidade. A mecânica relativista e a mecânica quântica vão provocar novos progressos na idea de grupo; os princípios de *unidade e harmonia* de que falava Hilbert vão ter um realce que ninguém ousaria esperar ao findar o século XIX; as mais belas criações de Riemann e Hermite, os espaços heterogêneos de base métrica e a análise das matrizes, vão servir de instrumento às modernas teorias da Física; e a Geometria vai pagar generosamente à teoria dos grupos os benefícios que lhe devia desde a concepção do Programa de Erlangen. Mais ainda: mercê desta competência de serviços, reciprocamente prestados, as geometrias de Klein vão apresentar novos aspectos, criar nova seiva, encaminhar-se rapidamente para um definitivo e completo domínio do espaço. À noção de *grupo* vêm sobrepor-se os conceitos de *conexão e representação* e, graças, sobretudo, aos trabalhos de Cartan e Weyl, a geometria de Riemann e a geometria de Klein vão entrar num franco e fecundo entendimento.

É sabido, com efeito, que a concepção riemanniana de espaço, formulada em 1867 numa Memória *Sobre as hipóteses que servem de fundamento à Geometria*, partia dum princípio inteiramente diferente e, à primeira vista, sem nenhuma espécie de relação com aquele em se apoiam as geometrias de Klein. Para estas,

o princípio fundamental é o axioma de *igualdade*, iluminado pela noção de grupo; para Riemann, a idea fundamental é a de *distância*, definida entre dois pontos infinitamente próximos pela forma quadrática que caracterizá a métrica espacial. Os espaços de Klein, como o espaço ordinário, são homogéneos; o espaço de Riemann, como o espaço ordinário, é *métrico*, mas a sua métrica é uma propriedade *local* e *directional*, sendo, por isso, *heterogéneo*. Esta propriedade é que o havia de tornar singularmente idóneo para a representação do espaço físico, segundo a concepção de Einstein, que veio, de resto, pôr em maior relêvo o seu antagonismo com os espaços de grupo.

Por outro lado, quasi tôdas as leis e factos naturais podem ser traduzidos igualmente bem, adoptando um ao outro dos dois conceitos de espaço; e isso fazia supor que seria possível reûni-los numa mesma síntese geométrica.

Vieram realizá-la a idea de *conexão* e o princípio de *transporte*.

Vejamos ràpidamente de que maneira.

Sabe-se que um espaço de Riemann se reduz ao espaço euclideano quando os coeficientes da forma fundamental satisfazem a certas condições. E é sempre possível (de infinitas maneiras) construir uma forma quadrática euclideana cujos coeficientes tenham, num dado ponto, os mesmos valores que os coeficientes respectivos duma forma de Riemann. Diz-se então que essa forma define um espaço euclideano *tangente*, nesse ponto, ao espaço de Riemann considerado. E é também possível (ainda de infinitas maneiras) construir um espaço euclideano *tangente* tal que, não só os coeficientes da forma quadrática que o define, mas ainda as suas primeiras derivadas parciais, coincidam com os elementos correspondentes da forma que define o espaço de Riemann. Esse é um espaço euclideano *osculador*.

É o confronto, *in loco*, do espaço riemanniano com os seus espaços euclidianos tangentes e osculadores que vem suprir, no estabelecimento das suas relações com o espaço equiforme, a falta de um grupo característico, paradigma das suas propriedades geométricas.

Torna-se, porém, necessário relacionar entre si, em pontos diferentes do mesmo espaço de Riemann, os seres e propriedades geométricas *locaes*, não havendo entre elles, *à priori*, nenhuma correspondência imposta pela natureza do próprio espaço.

Intervém primeiro o conceito de *transporte paralelo*, estabe-

lecido por Levi-Civita em 1917, e posteriormente definido duma maneira intrínseca por Weyl; e é ainda Weyl quem, afirmando a relatividade do comprimento, chega à concepção de espaços heterogéneos de métrica mais geral que a dos espaços de Riemann. Struick e, principalmente, Schouten efectuam a classificação sistemática de todos os transportes lineares (ou afins); e, finalmente, Cartan põe em evidência que o conceito de transporte paralelo não dá apenas um processo de relação de vectores, em pontos diferentes do espaço, mas também, e sobretudo, um meio analítico de integração, num único espaço homogéneo, de todos os espaços homogéneos tangentes à multiplicidade riemanniana, ao longo duma linha; e, conseqüentemente, um critério de *homogenização* da ambiência infinitesimal circunstante a qualquer domínio linear dum espaço heterogéneo.

É manifesta a importância desta notável concepção do ilustre géometra, base de toda a *conexão* espacial. Em primeiro lugar, ela excede as possibilidades criadoras da noção de transporte. Com efeito, este processo geométrico só tem sentido quando o espaço homogéneo tangente é *afim*; na geometria projectiva, desaparece a noção de paralelismo, e na geometria conforme desaparece até a noção de vector. Ao passo que é sempre possível considerar, em qualquer ponto duma multiplicidade, um espaço projectivo, conforme, etc., a que se chama espaço tangente, e definir uma lei de integração, sobre qualquer deles, de todos os espaços tangentes à multiplicidade ao longo duma linha determinada. Em segundo lugar, ela permite uma classificação dos espaços heterogéneos, de harmonia com as suas possibilidades de conexão. ¿Sabe-se que o espaço de Riemann, admite uma conexão euclideana ao longo de uma linha qualquer? Pois bem, podemos dizer que o espaço de Riemann é um espaço euclideano *não holónimo*, admitindo o mesmo grupo fundamental da geometria euclideana (o grupo dos deslocamentos); mas as transformações desse grupo só são válidas na passagem dum ponto qualquer para outro infinitamente próximo. Entre os espaços heterogéneos, destacam-se, portanto, os espaços *não holónomos de grupo fundamental* ou *espaços de conexão kleiniana*.

E aí está vencida uma primeira *étape* da almejada síntese das geometrias de Klein e das geometrias de Riemann numa só disciplina.

Cumpre, porém, não esquecer que a conexão é essencial-

mente *linear*, quando pretendemos realizá-la entre os espaços tangentes em dois pontos da multiplicidade que não sejam infinitamente próximos. Isto é, tomando o espaço tangente no primeiro ponto para espaço da conexão, a posição do segundo ponto e a orientação de qualquer sistema de referência que o tem por origem, depois da representação, dependem essencialmente do caminho ao longo do qual a conexão se realizou. Assim, se o segundo ponto coincide com o primeiro e a linha de transporte é, portanto, fechada; se supusermos, além disso, que o contórno é infinitesimal, pode acontecer:

1.º — Que o sistema de referência, depois do desenvolvimento, venha a coincidir consigo mesmo, qualquer que seja o contórno considerado. Nêsse caso, o espaço é *holónomo*.

2.º — Que o sistema de referência não coincida consigo mesmo, depois de efectuada a representação. O espaço é *não holónomo*. E então, a divergência de origem dos dois sistemas de referência, confere ao espaço *torsão*; a divergência de orientação confere ao espaço *curvatura*. O espaço riemanniano ordinário tem curvatura, mas não tem torsão. O espaço de Clifford tem torsão, mas não tem curvatura.

É nesta altura que o conceito de grupo vem, mais uma vez, servir o princípio de *unidade* de que fala Hilbert. Consideremos os infinitos contornos fechados que partem dum mesmo ponto A e a êle regressam. A cada um dêles, se o espaço não é holónomo, corresponde, no espaço tangente em A, uma *transformação* do sistema de referência. Pois essas transformações formam um *grupo*, a que Cartan chamou grupo de *holonomia*. Êsse grupo é o *mesmo*, qualquer que seja o ponto A do espaço considerado, e é, além disso, um sub-grupo do grupo fundamental da conexão. O grupo de holonomia *mede o afastamento* entre o espaço considerado e o espaço homogêneo a que a conexão se refere, dum modo semelhante àquele por que o grupo de Galois dum equação algébrica mede o grau de irracionalidade das suas raízes. E, se houver no grupo fundamental da conexão algum sub-grupo ao qual também pertença o grupo de holonomia, o espaço em questão pode ser considerado como um espaço não holónomo, tendo como grupo fundamental êsse sub-grupo.

Eis aí um segundo princípio, o da subordinação das geometrias, estendido dos domínios da geometria de Klein aos da geometria riemanniana.

* * *

E vamos ver agora como, por sua vez, as modernas concepções da geometria diferencial vieram enriquecer a teoria dos grupos de transformações.

Em 1926, Schouten e Cartan criavam o conceito de *espaço de grupo*. Dado um grupo com r parâmetros, é possível representar cada transformação do grupo por um ponto numa multiplicidade a r dimensões. A multiplicidade assim definida admite três conexões afins, relacionadas com as propriedades do grupo, cada uma das quais faz do espaço do grupo um espaço afim não holónimo. Duas dessas conexões têm torsão e não têm curvatura; a terceira tem curvatura, mas é simétrica, isto é, não tem torsão. Em todas elas, as geodésicas do espaço são as mesmas e correspondem aos sub-grupos com um parâmetro do grupo considerado. Aos sub-grupos com mais dum parâmetro correspondem variedades totalmente geodésicas que são também comuns às três conexões; mas há outras variedades totalmente geodésicas, sem ser essas, que vão desempenhar na teoria dos grupos um papel importante.

Dois grupos, que admitem a mesma conexão espacial sem curvatura, são isomorfos; mas há grupos que admitem o mesmo espaço sem torsão e que não são isomorfos no sentido habitual. Daí um conceito novo de isomorfismo. A torsão de qualquer das duas conexões sem curvatura é definida pelas constantes de estrutura do grupo. Se o grupo é simples ou semi-simples, os seus espaços sem torsão são riemannianos, mas a sua forma quadrática fundamental pode ser indefinida. E Cartan mostrou que estes espaços riemannianos fazem parte daqueles para os quais o transporte paralelo conserva a curvatura. A sua determinação, quando a forma fundamental é definida, pode fazer-se dum maneira completa, deduzindo-se todos aqueles a que Cartan chamou espaços *irreductíveis*. São estes espaços irreductíveis que vêm abrir novos horizontes à teoria dos grupos e desvendar novos panoramas da geometria clássica.

Como mostrou Cartan, a cada estrutura *simples* corresponde um grupo de parâmetros complexos, em número igual à ordem de estrutura, chamado grupo *complexo*, e, além disso, grupos, chamados *reais*, que se obtêm substituindo os parâmetros com-

plexos do primeiro por funções analíticas, convenientemente escolhidas, de outros tantos parâmetros reais. Cartan tinha determinado, em 1914, todos os grupos reais distintos correspondentes a uma mesma estrutura simples. E averiguou, em 1926, que esse problema é equivalente ao da determinação de todos os espaços riemannianos, de forma fundamental definida, para os quais a curvatura se conserva por transporte paralelo; portanto, ao da determinação dos espaços irreduzíveis.

Entre esses grupos reais, correspondentes a uma dada estrutura simples, há um chamado *unitário*, cujo domínio é *fechado*, ao passo que os domínios dos outros grupos reais são *abertos*. Por outro lado, entre os espaços irreduzíveis, há uns cuja curvatura é constantemente positiva e outros cuja curvatura é constantemente negativa (ou nula). Estes últimos admitem todos um grupo de deslocamentos. E acontece que esse grupo de deslocamentos é o grupo complexo, ou o grupo real não unitário correspondente a esse espaço irreduzível. Daqui resultam consequências importantíssimas.

Assim, sabe-se que todo o grupo contínuo de transformações é gerado por transformações infinitesimais; às vezes, só por uma, mas, quando assim não acontece, toda a transformação finita do grupo é um produto de transformações, cada uma das quais admite uma transformação infinitesimal geratriz. Somente, não se pode saber se é finito o número de factores desse produto. Pois se o grupo dado for real não unitário, demonstra-se, por intermédio do espaço irreduzível correspondente, que toda a transformação finita do grupo é o produto de *duas* determinadas transformações, cada uma das quais admite uma geratriz infinitesimal. Mais. Os infinitos grupos correspondentes a uma dada estrutura são isomorfos; mas esse isomorfismo não é necessariamente holoédrico. Pode, porém, determinar-se um grupo abstracto G tal que esteja em isomorfismo meriédrico com todos esses grupos, correspondendo, possivelmente, a cada transformação de qualquer deles, G_1 , mais duma operação do grupo abstracto G . As operações de G , correspondentes à identidade em G_1 , formam, evidentemente, um sub-grupo. Cartan deu a esse sub-grupo o nome de *grupo de conexão* de G_1 .

Pois demonstra-se, por intermédio do respectivo espaço irreduzível, que *todo o grupo de conexão dum grupo simples real é finito, ou formado por um grupo finito e um grupo cíclico de*

ordem infinita. Para os grupos unitários, já Weyl demonstrara antes, por outro processo, que o grupo de conexão é finito.

Finalmente, sendo os espaços irreduzíveis espaços kleinianos cujo grupo fundamental é o grupo dos seus deslocamentos, com a sua existência pode mostrar-se que toda a geometria kleiniana se torna riemanniana, escolhendo convenientemente o elemento gerador do espaço.

E assim, por intermédio de multiplicidades cujo elemento gerador já não é o ponto, mas a recta, o plano, etc., chega-se à conclusão de que a forma de Riemann é aquela em que os espaços de Klein melhor exprimem todas as suas possibilidades geométricas. Mais um motivo para procurar desenvolver a teoria dos espaços *não pontuais*, já anteriormente relacionada com vários problemas da geometria diferencial projectiva e do cálculo absoluto.

* * *

É este, apòximadamente, meus Senhores, o estado actual das relações entre a geometria e a teoria dos grupos.

Domina essas relações um critério de *conexão espacial*.

Vamos ver agora, nas relações da teoria dos grupos com os algoritmos da moderna mecânica atómica, dominar o critério de *representação*.

Sendo a teoria dos grupos de transformações a mais perfeita e fecunda de todas as sistematizações da ideia de grupo, é natural que a ela se procurem referir e subordinar todos os grupos abstractos. E assim nasceu o conceito de *representação*: a cada elemento do grupo considerado faz-se corresponder, no espaço da representação, uma transformação das variáveis, de modo tal que, à composição de dois elementos do grupo, corresponda o produto das respectivas transformações. O caso mais simples, e também o mais importante, por agora, é aquele em que as *transformações-imagem* são lineares e homogéneas. Nesse caso, como a transformação é definida pela *matriz* dos respectivos coeficientes, aí temos a teoria dos grupos amplamente relacionada com a teoria das matrizes e, por consequência, com os métodos de análise da mecânica quântica, adoptados pela escola de Heisenberg. É, sobretudo, a Weyl que se deve a teoria da representação dos grupos contínuos por grupos de transformações lineares. Se todas as transformações do grupo *imagem*

transformam em si mesmo um sub-espaço do espaço da representação, esta diz-se *reductível*; e toda a representação reductível pode ser decomposta numa só maneira em representações irreductíveis. Na teoria da representação dos grupos finitos, devida principalmente a Cartan e Frobenius, estabelece-se a existência no caso em que o grupo é de transformações ortogonais, numa certa forma de Hermite, invariante para todas as transformações do grupo: basta construir uma forma de Hermite definida qualquer, submetê-la a todas as transformações do grupo e efectuar a soma das formas transformadas.

Na teoria da representação dos grupos contínuos de Weyl, esse processo somatório é naturalmente substituído por um processo de integração. Constrói-se um elemento de volume na variedade do grupo, gozando de certas propriedades de invariância, submete-se uma forma hermiteana definida qualquer a todas as transformações do grupo e integra-se, utilizando o elemento invariante de volume anteriormente definido. Se o grupo é fechado, a integração pode estender-se a toda a variedade do grupo. Se o sistema de coordenadas é convenientemente escolhido, as transformações do grupo são *unitárias*. E o traço da matriz da transformação, isto é, a soma dos seus elementos diagonais, à qual se dá o nome de *carácter* da representação, é independente do sistema de coordenadas.

Em seguida, à custa do conhecido conceito de ortogonalidade funcional e da teoria das equações integrais, Weyl define *os valores e as funções fundamentais*, correspondentes a um determinado núcleo. Claro está que estes elementos fundamentais, ou *próprios*, não são escalares, são *matrizes*, que reciprocamente se correspondem na mesma equação integral.

Este método transcendente de Weyl, da representação dum grupo por matrizes, converte-se num método algébrico, se utilizarmos as transformações infinitesimais geratrizes do grupo, identificando-se assim com os processos de Cartan. É, porém, muito mais fecundo, permitindo generalizar nos domínios intra-atómicos, onde não há possibilidade de introduzir padrões contínuos, uma concepção de medida que não é já traduzida por um *número*, mas por um *conjunto*; dando lugar a uma espécie de geometria unitária onde a *distância*, no sentido clássico de Pitágoras, é substituída por uma forma de Hermite. E é aí que temos de ir procurar a verdadeira razão de ser das chamadas

incertezas de Heisenberg, que não permitem uma nítida individualização simultânea do corpúsculo e da onda. E é nesta nova fase que a teoria dos grupos, associada aos simbolismos em que se apoiam as teorias baseadas numa álgebra de determinantes, no cálculo tensorial do espaço funcional de Hilbert, e na teoria das equações às derivadas parciais, está prestando os mais altos serviços à estruturação duma mecânica atômica em que os dados e as incógnitas dos problemas são repartições estatísticas.

* * *

Demasiadamente meus Senhores, tenho abusado da vossa benévola atenção.

Pareceu-me, porém, ao aceitar a honrosa incumbência de comemorar neste lugar o primeiro centenário da morte de Evaristo Galois, que a maior homenagem que pode ser prestada à sua memória glória, o mais alto preito que é possível render à sua obra genial, é o exame da inegalável fecundidade das suas conseqüências.

Os fundamentos de tôda esta grandiosa e complexa teoria dos grupos, ao mesmo tempo alicerce e utensílio insubstituível das mais belas e profundas concepções da ciência moderna, lá estão nessa Memória de Galois, repudiada por *imcompreensível!*

Meses antes de apresentar a sua Memória, em Setembro de 1830, com o natural desalento que lhe causara a perda das duas primeiras, Galois previa as dificuldades de aceitação que ia ter uma teoria nova, apoiada em conceitos inteiramente estranhos à ciência do seu tempo, formulada por quem não tinha ainda um nome consagrado no mundo científico. *Tivemos de nos conformar*, dizia êle, *com as necessidades dum assunto, cuja importância merece, sem dúvida, alguma atenção.* E acrescenta: *O que faz a beleza e ao mesmo tempo a dificuldade desta teoria, é termos que indicar, incessantemente, a marcha dos cálculos e que prever os seus resultados, sem nunca poder efectuá-los.* Mas há nesse *Discurso preliminar*, publicado em 1908 por Jules Tannery, uma frase de Galois que merece especial relevo: *Podemos afirmar*, diz êle, *que não existe na Análise pura matéria mais obscura e, talvez, mais isolada de tudo o mais.*

Não vou referir-me à *obscuridade* que, para a sua modéstia, queria significar *profundeza* e inevitável *dificuldade* de acesso;

essa dificuldade que não quiseram vencer, numa hora de mau conselho e incerta consciência, os seus julgadores. Quero destacar apenas a convicção em que êle estava do *isolamento* da sua genial concepção, dentro da Análise Matemática. Extraordinário juízo êsse! O que Galois supunha ser (e era, de facto, dentro da ciência dos princípios do século passado) um padrão solitário do engenho humano, transformava-se, em breve, no mais poderoso instrumento de raciocínio, no mais plástico de todos os algoritmos, no mais rico e adaptável de todos os conceitos abstractos!

A esta opinião sobre a natureza da sua obra, Galois juntava a certeza da sua prioridade. Foram, talvez, escritas na prisão de Santa Pelágia, poucos meses antes de morrer, as palavras que vou citar. Depois de se referir a uma carta particular, em que Abel anunciava a Legendre que tinha tido a felicidade de descobrir uma regra para reconhecer se uma equação é, ou não, resolúvel por meio de radicais, Galois acrescenta: *Mas, tendo a morte prematura dêste géometra privado a ciência das suas investigações, nem por isso deixava de ser necessário dar uma solução dêste problema, a qual me é bem penoso possuir, pois que devo essa posse a uma das maiores perdas que jâmais teve a ciência. Em todo o caso, ser-me-ia fácil provar que eu ignorava até o nome de Abel quando apresentei ao Instituto os meus primeiros trabalhos sobre a teoria das equações; e que a solução de Abel não teria podido aparecer antes da minha.*

Podia ter acrescentado o generoso e perseguido Galois que a solução de Abel, se é que existiu no seu espirito com a generalidade que veio dar-lhe a noção de grupo, era certamente baseada num conceito diferente. Não há, na obra de Abel, referência, consideração, recurso de nenhuma espécie, à idea de grupo. E esta, mais ainda que a solução do problema da resolubilidade algébrica, é a grande conquista de Evaristo Galois; pelo seu valor algorítmico e pelo seu poder de síntese. Mas isso não advinhava Galois, que a supunha um artificio isolado e ocasional do seu raciocínio!

Nos seus manuscritos, em notas de revisão da sua grande Memória sobre as equações resolúveis, febrilmente redigidas nas torturadas vinte e quatro horas que precederam o duelo que o vitimou, Galois resume na frase *não tenho tempo* a expressão de tôda a sua amargura por mal lhe ser possível

lançar no papel os principais resultados das suas últimas investigações.

Também Abel *não teve tempo*. Também estouta criança de génio redigia à pressa, nas vésperas de morrer, atormentada pelo sofrimento moral e físico, o essencial da Memória que apresentara ao Instituto de França, sobre a integração das funções algébricas, e que ele supunha perdida (também por Cauchy). Esse artigo, publicado no *Journal de Crelle*, é o seu testamento científico, como o é, para Galois, a sua célebre carta a Augusto Chevalier.

Mas Abel foi mais feliz. Teve a resignação dos fortes, aqui e além vincada por um leve traço de ironia; e teve o amor duma mulher que lhe amparou os últimos passos na vida, lhe encheu de esperanças a visão dum futuro de quimeras e lhe cerrou os olhos na hora suprema.

Galois foi sempre um revoltado (e com que motivos!). Contra os examinadores que o rejeitaram, contra os académicos que o feriram, contra a Escola Normal que o expulsou. Contra os seus perseguidores e contra o seu destino. Contra as realidades da sua existência amargurada e contra os mitos da sua fantasia pessimista. Contra as injustiças duma sociedade pervertida cuja análise immortalizou o nome de Balzac e contra o desleixo duma *élite* intelectual sem nobreza de crítica.

Nos últimos dias da sua vida tormentosa, aparece também um vulto de mulher. Mas não é uma companheira de infortúnio, nem sequer uma esperança de ventura; é uma alma perversa que atraiçoa os seus sonhos de amor e, por causa da qual, se bateu, não se sabe contra quem, aos vinte e um anos de idade, no alvorecer da vida, cheio de ambições nobres e de ideas geniais, em 30 de Maio de 1832.

Mortalmente ferido, expirou num hospital na manhã do dia seguinte. Faz hoje cem anos.

MIRA FERNANDES.

Astronomia prática

DETERMINAÇÃO DA INCLINAÇÃO DO EIXO DE ROTAÇÃO DO INSTRUMENTO CIRCULAR MERIDIANO

A determinação da inclinação do eixo de rotação do circular meridiano, embora não merecendo grande confiança por razões que adiante exporemos, é contudo uma operação fundamental para o cálculo da correção a aplicar ao tempo da passagem dos astros no meridiano, e tão importante que o erro de inclinação, multiplicado pela secante da declinação, influi integralmente no tempo da passagem meridiana de estrelas zenitais

O rigor dos resultados depende, em grande parte, das qualidades do observador, que deve ser bastante experimentado e metuculoso, nunca se dispensando de verificar os resultados obtidos por todos os processos ao seu alcance, quer físicos, quer astronómicos. Referir-nos-emos apenas aos métodos físicos por serem os mais usados e os de maior precisão, descrevendo-os pela ordem seguinte:

I

INCLINAÇÃO PELOS NÍVEIS

A-pesar-da enorme dificuldade em se conseguir um nível de bôlha bastante sensível, apresentando uma perfeita regularidade em toda a sua curvatura, isento tanto quanto possível dos efeitos de capilaridade, no conceito de muitos observadores ocupa ainda a primazia entre os instrumentos auxiliares para este género de determinações.

Obtem-se maior rigor duplicando o número de leituras para uma dada posição do nível, para o que se usam dois níveis colocados paralelamente num plano vertical, montados em suporte

adequado. Este dispositivo é adoptado no serviço meridiano do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra (fig. 1).

Como se vê na figura, os níveis assentam num suporte horizontal, ligado aos extremos de duas hastes verticais terminadas

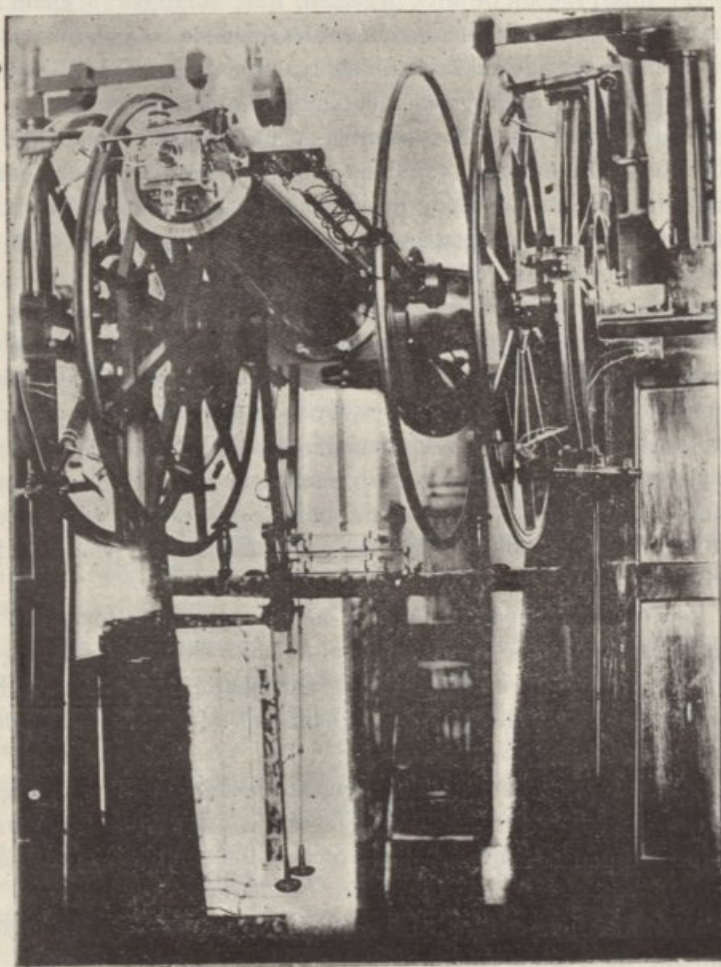


Fig. 1

por garras com a forma de V, que suspendem todo o conjunto pela parte média dos munhões.

Outros aparelhos niveladores há que assentam sobre os munhões, ficando-lhes em plano superior.

Os níveis devem ser previamente estudados no zigómetro, de

modo a conhecer-se, com a máxima precisão, a sua regularidade e o valor exacto das divisões, isto é, o valor do ângulo formada pelas duas posições do eixo do nível para um deslocamento da bôlha correspondente a uma divisão da graduação.

Em observações de alta precisão, que, em regra, ocupam diversos dias, estes valores devem ser verificados freqüentes vezes, pois as mudanças de curvatura, devidas especialmente às variações de temperatura, alteram constantemente aquela grandeza.

Outra causa de erro encontra-se na própria graduação do tubo nível. No entanto, atendendo aos grandes aperfeiçoamentos realizados nas máquinas de dividir, parece que não nos devemos preocupar com essas pequenas quantidades, que ficam sempre inferiores aos erros que cometemos nas leituras.

Na impossibilidade de conhecermos os valores angulares de tôdas as divisões da graduação para diferentes comprimentos da bôlha a qualquer temperatura, será suficiente o conhecimento do valor provável da média dessas várias grandezas desiguais existentes na região do nível normalmente utilizada. A adopção desta região é determinada pelo exame de regularidade da curvatura do nível, a qual, nos de melhor construção deve estender-se para um e outro lado da parte média, até próximo dos extremos.

Pelo que deixamos exposto, é manifesta a dificuldade em se obter, com níveis de bôlha, um valor muito exacto da inclinação do eixo dos munhões dum circular meridiano, visto o seu conhecimento ficar dependente do comprimento da bôlha e da imperfeição das leituras.

Estes inconvenientes reduzir-se-iam bastante se a construção atingisse uma tal perfeição que a curva longitudinal superior interna fôsse realmente um arco de círculo e não um arco ondulado com saliências mais ou menos pronunciadas.

Ainda que os níveis satisfaçam tobricamente às condições máximas de regularidades e sensibilidade, convém tomar, ao fazer as leituras, tôdas as precauções para evitar as variações no estado do liquido que dão origem a movimentos da bôlha.

Assim, são de aconselhar as precauções seguintes:

a) Quanto à temperatura:

- 1) Evitar correntes de ar junto do instrumento;
- 2) Não usar, nas proximidades, lâmpadas, nem mesmo eléctricas;

3) Suspender a respiração, junto dos níveis, no momento das leituras;

4) Empregar, se fôr possível, um anteparo isolador entre o observador e o nível; ou

5) Fazer as leituras a distância, com o auxílio duma luneta ou lupa de grande distancia focal;

6) Evitar a existência de humidade sôbre os níveis.

b) Quanto a movimentos:

1) Esperar que o líquido retome a posição de equilíbrio estático;

2) Evitar movimentos bruscos que possam dividir a bôlha;

3) Não produzir choques que possam deslocar o nível dos seus suportes;

4) Quando os níveis não devam ser utilizados por largo tempo, é de tôda a conveniência fazê-los variar de posição, pois que se têm notado deformações no tubo, suficientes para produzirem saltos bruscos no movimento da bôlha.

É aconselhável fazer deslocar tôda a bôlha para uma das extremidades, sendo possível.

Estas precauções são tão importantes, que a simples aproximação da mão do observador é suficiente para produzir imediatamente modificações na posição de equilíbrio do líquido.

Pôsto isto, vejamos as condições a que deve satisfazer o nível, quanto à sua posição sôbre o circular meridiano em relação ao eixo dos munhões, supondo estes com diâmetros desiguais nas secções rectas onde o aparelho nivelador é suspenso pelas suas garras com a forma de V.

Para que o instrumento esteja perfeitamente rectificado, de modo a dar, sem erros sistemáticos, o valor da inclinação, devem o eixo do nível e a linha dos vértices dos V ser paralelos e encontrar-se no mesmo plano sensivelmente vertical.

Se esta condição não se realizar, e admitindo que os dois eixos fazem entre si um ângulo φ e os suportes laterais um ângulo θ com a vertical, a inclinação B' vem afectada dum êrro em segundos de arco, da ordem $\varphi \theta$, dado pela expressão (1):

$$B' = B \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} \text{sen } 1'' \right) \pm \varphi \theta \text{sen } 1'' \dots (1)$$

(1) V. *Participation Française a la Revision des Longitudes Mondiales* par Armand Lambert, pág. 32.

Assim, para um ângulo φ de $10'$ e um ângulo θ de $30'$, a inclinação medida B' é dada, em função de B , pela igualdade

$$B' = + 0',127 B \pm 5'',236.$$

Na expressão (1), para $\varphi = 0$ vem $B' = B$, mesmo que não se verifique a verticalidade dos suportes laterais do aparelho nivelador.

Por conseqüência, bastaria que o eixo do nível estivesse num plano com a linha dos vértices dos V , no momento da observação.

Na prática procuramos sempre suspender o nível de maneira que a verticalidade das hastes seja a mais perfeita, nunca se conseguindo a verticalidade ideal, devido ao atrito dos V sobre os munhões. Procedede-se assim para diminuir o valor de θ , que pode influir bastante no de B' , desde que não se possa eliminar por completo o ângulo φ .

A eliminação destas duas quantidades é bastante difícil de conseguir, atendendo à maneira como se faz a suspensão nos munhões. Pode ser realizada aproximadamente, desde que a bôlha, colocada sensivelmente a meio da graduação, fique imóvel ao deslocar-se todo o aparelho nivelador duma certa quantidade para um e outro lado da sua posição de equilíbrio.

Vejamos como praticamente se realiza esta condição.

Suponhamos o nível na sua posição de observação, com a bôlha em equilíbrio, aproximadamente a meio do tubo, e o eixo dos munhões com uma inclinação quási nula; afastemos cêrca de 15° o conjunto nivelador para um e outro lado do plano vertical do eixo de rotação, de modo que a pressão exercida sobre o suporte horizontal do nível seja bem normal ao seu eixo.

Procedendo assim, temos três casos a considerar:

a) Se a bôlha permanecer imóvel dentro da amplitude em que realizamos o deslocamento, verifica-se o paralelismo num mesmo plano, do eixo do nível e da recta dos vértices dos V . Neste caso o nível está perfeitamente rectificado.

b) Se a bôlha se afastar da sua posição de equilíbrio, apenas num sentido, os dois eixos estão no mesmo plano mas não são paralelos. Regula-se o paralelismo, fazendo girar, com os parafusos convenientes, o eixo do nível em volta duma recta perpendicular ao plano das hastes do instrumento nivelador.

Neste segundo caso, o eixo do nível descreverá um cone de revolução quando se faz girar todo o aparelho em volta do eixo de suspensão.

c) Se a bôlha se deslocar num e noutro sentido, os dois eixos não estão no mesmo plano e então devemos mover convenientemente os parafusos, que fazem girar o eixo do nível, em volta duma recta paralela às hastes, até que o instrumento esteja no caso anterior, e, em seguida, se fôr necessário, deslocamos os outros parafusos até que o aparelho satisfaça à primeira condição.

Neste último caso, o eixo do nível descreverá um hiperbolóide de revolução cujas geratrizes são paralelas às dum cone tendo por eixo o eixo de rotação.

Rectificados os níveis, vejamos como se determina a inclinação do eixo dos munhões, supondo os diâmetros das suas secções desiguais, empregando níveis de graduação contínua.

Colocado o aparelho nivelador em suspensão no circular meridiano, faz-se trepidar ligeiramente o suporte de níveis a fim de vencer a inércia da bôlha e espera-se que esta fique completamente imóvel, o que, em regra, demora um minuto, lendo imediatamente e rapidamente as graduações correspondentes aos extremos da bôlha, estimando-se as partes de divisão, usualmente décimos. Em seguida, inverte-se o conjunto dos níveis e procede-se novamente como acima fica indicado.

A inclinação da recta de união dos vértices dos V supostos rectangulares, será expressa, em partes de nível, pela fórmula

$$B = \frac{(E + W) - (E' + W')}{4}, \dots (2)$$

representando-se as leituras da primeira posição por E e W, correspondentes aos extremos dirigidos para Este e Oeste da parte média do nível, e os da segunda posição por E' e W'.

O valor de B virá expresso em arco multiplicando-o pelo valor angular duma divisão do nível.

Nos instrumentos meridianos, atendendo à correcção ao tempo da passagem dum astro, a inclinação é considerada positiva quando o munhão W está mais elevado do que o E, e negativa no caso contrário. Logo, B deve ser reduzido de modo a entrar na fórmula da referida correcção com o sinal conveniente.

Para isso considera-se como primeira posição dos níveis aquela em que a gradação aumenta de E para W.

Exemplo:— No dia 2 de Junho de 1931, no Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, para determinar a inclinação do eixo dos munhões do circular meridiano, fizeram-se as seguintes leituras dos níveis:

	E	W
Inclinação do nível superior (Bs) . .	75 ^a ,1 . .	106 ^a ,0
} 1. ^a posição . .		
} 2. ^a posição . .	102 ^a ,0 . .	71 ^a ,0
Inclinação do nível inferior (Bi) . .	12 ^a ,4 . .	46 ^a ,0
} 1. ^a posição . .		
} 2. ^a posição . .	43 ^a ,0 . .	9 ^a ,0

Pela expressão (2) teremos:

$$B_s = +2^a,025 \text{ e } B_i = +1^a,600.$$

Donde

$$B = +1^a,812 = +1'',812$$

O valor angular médio duma divisão dos níveis é igual a 1".

O nivelamento, que acabamos de expor, dá, em todos os casos, a inclinação da aresta do diedro superior formado pelos planos rectangulares tangentes ao munhões, quer estes e os VV das garras do nível sejam iguais ou não.

NOTA I — Alguns observadores usam, como mnemónica, considerar a inclinação positiva se a soma das leituras ao Norte, com a gradação a crescer de Este para Oeste, é superior à soma das leituras com os níveis ao Sul.

NOTA II — Em vez de dividirmos por 4 a soma algébrica dos números da expressão (2), pode convir, para facilitar os cálculos, multiplicar essa soma pela quarta parte do valor duma divisão do nível.

No caso das secções rectas dos munhões, nos pontos de contacto com as garras dos níveis, serem iguais, a inclinação obtida é a do eixo de rotação, visto este eixo ser paralelo à aresta do diedro definido anteriormente.

Esta condição, puramente teórica, nunca o construtor consegue realizá-la, a-pesar-de dispor de meios mecânicos extremamente aperfeiçoados.

Por consequência, admitindo que as secções têm diâmetros diferentes, à inclinação calculada devemos aplicar uma correcção,

chamada da *desigualdade dos munhões*, para obter a verdadeira inclinação do eixo real de rotação.

Este defeito, que todos os circulares meridianos apresentam, até certo ponto admissível, é geralmente muito pequeno e constitui «*uma constante instrumental*» a aplicar às observações. Já o mesmo não acontece se os munhões apresentarem irregularidades apreciáveis nas suas secções rectas, pois, neste caso, pode tornar a luneta inutilizável enquanto o construtor não proceder ao retorneamento dos referidos munhões.

Não citaremos aqui os diferentes processos que se têm imaginado para estudar os munhões dum circular meridiano, assunto que tem sido objecto de aturadas investigações por parte dos mais distintos astrónomos, como Verrier, Struve, Airy, Loewy, Perigaud e outros.

Esses vários métodos, de que se têm servido para o exame bastante exacto da forma e regularidade dos munhões, baseiam-se em geral na aplicação de instrumentos especiais que permitam avaliar as fracções do micron.

Na determinação da correcção da desigualdade dos munhões do circular meridiano do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, que vamos expor, utilizamos o instrumento nivelador já descrito, com níveis fornecidos pela casa Pessler & Sohn, de valor médio angular aproximadamente igual a 1".

Antes, porém, havíamos observado atentamente com uma lupa os munhões e munhoneiras, não se notando nêles qualquer desgaste ou irregularidade que prejudicasse o estudo a que fomos proceder.

O processo que seguimos, exposto em quasi todos os tratados de Astronomia, é baseado na aplicação da fórmula.

$$p = \frac{B' - B}{4}, \dots (3)$$

que vamos primeiro deduzir. Não daríamos esta dedução extremamente simples, se não tivessemos encontrado, nalgumas memórias e até tratados de Astronomia, um esquema que não corresponde à disposição que toma o aparelho nivelador sobre os respectivos munhões.

Suponhamos assente sobre as munhoneiras, o eixo de rotação de secções circulares e desiguais, e o aparelho nivelador suspenso

dêste eixo por garras com a forma de V, supondo que os ângulos dêstes medem 90° ou aproximadamente, o que geralmente sucede, admitindo-se a melhor hipótese para os V das munhoneiras.

Consideremos o eixo dos munhões nas duas posições do círculo como mostra a figura n.º 2.

Sejam B e B' as inclinações de EF e E'F', aresta do diedro

1ª Posição (P.I.)

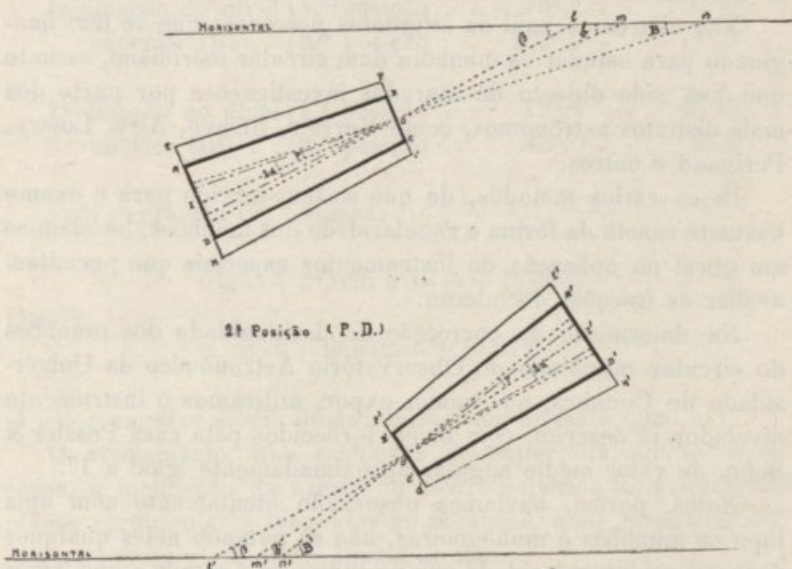


Fig. 2

formado pelos planos rectangulares tangentes aos munhões, nas duas posições da luneta, β a inclinação do GH e G'H', linha dos vértices das munhoneiras, que se considera constante durante a observação, b e b' as inclinações de IO e I'O', eixo real de rotação e p a correcção devida à desigualdade dos munhões (1). Da figura deduz-se:

Primeira posição (círculo a W) $b = B + p = \beta - p$

Segunda posição (círculo a E) $b' = B' - p = \beta + p$

(1) Não devemos confundir esta correcção com a desigualdade angular dos munhões que na figura é representada por $2d$. As duas quantidades estão relacionadas pela equação $\frac{d}{p} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\text{Donde } \begin{cases} B + 2p = \beta \\ B' - 2p - \beta \text{ ou } B + 2p = B' - 2p, \text{ e } p = \frac{B' - B}{4}, \end{cases}$$

que é a fórmula apresentada anteriormente.

Determinado p , calculemos a inclinação do eixo pelas fórmulas:

$$b = B + p \text{ e } b' = B' - p \dots (4),$$

respectivamente para a primeira e segunda posições do círculo.

Se os V das munhoneiras não forem iguais aos V das garras das hastes do aparelho nivelador, a correcção da desigualdade dos munhões será obtida pela seguinte fórmula:

$$p = \frac{B' - B}{2} \times \frac{\text{sen } v_1}{\text{sen } v + \text{sen } v_1} \dots (5)$$

sendo $2v$ o ângulo dos V do nível e $2v_1$ o ângulo dos V das munhoneiras.

Como exemplo, apresentamos a seguir a determinação dum valor da correcção da inclinação, devida à desigualdade dos munhões.

Data	Posição da Luneta	Leituras do círculo	Leituras				Inclinação	$B' - B$	Correcção da desigualdade dos munhões	Temperat.
			Nível superior		Nível inferior					
1980 Dezembro 14	D	170°	W - 65,8	E - 98,8	W - 6,2	E - 42,1	' '' B = + 1,900	- 0',437	- 0',109	14°,5 c.
	I	190°	+ 102,8	+ 69,8	+ 45,7	+ 9,8	' '' B = + 2,337			

As determinações foram feitas com a luneta a diferentes alturas, e em geral de 10 em 10 graus, de modo que esta tivesse nas munhoneiras os mesmos pontos de contacto, na posição di-

Leitura do círculo		Correcções da desigualdade dos munnhões										Médias	
P. D.	P. I	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	arco	tempo
0	0	+ 0,065	+ 0,012	- 0,044	+ 0,075	+ 0,174	- 0,001	+ 0,050	+ 0,003	+ 0,042	+ 0,003	+ 0,042	+ 0,003
10	350	+ 0,106	- 0,022	+ 0,165	+ 0,084	+ 0,053	+ 0,078	+ 0,139	+ 0,147	+ 0,094	+ 0,006	+ 0,094	+ 0,006
20	340	+ 0,130	+ 0,206	+ 0,028	+ 0,083	+ 0,124	+ 0,069	+ 0,028	+ 0,115	+ 0,098	+ 0,006	+ 0,098	+ 0,006
30	330	+ 0,137	+ 0,159	+ 0,053	+ 0,100	+ 0,121	+ 0,165	+ 0,062	+ 0,141	+ 0,117	+ 0,008	+ 0,117	+ 0,008
90	90	- 0,165	- 0,197	- 0,225	- 0,297	- 0,150	- 0,159	- 0,069	- 0,203	+ 0,183	- 0,012	+ 0,183	- 0,012
160	200	- 0,166	- 0,175	- 0,253	- 0,178	- 0,256	- 0,168	- 0,175	- 0,169	- 0,192	- 0,013	- 0,192	- 0,013
170	190	- 0,084	- 0,159	- 0,072	- 0,132	- 0,181	- 0,218	- 0,100	- 0,109	- 0,132	- 0,009	- 0,132	- 0,009
175	185	- 0,084	- 0,059	- 0,137	- 0,131	- 0,181	- 0,137	- 0,119	- 0,008	- 0,106	- 0,007	- 0,106	- 0,007
180	180	- 0,131	- 0,144	- 0,056	- 0,175	- 0,137	- 0,100	- 0,097	- 0,131	- 0,121	- 0,008	- 0,121	- 0,008
185	175	- 0,153	- 0,178	- 0,141	- 0,155	- 0,203	- 0,163	- 0,075	- 0,025	- 0,137	- 0,009	- 0,137	- 0,009
190	170	- 0,172	- 0,059	- 0,087	- 0,094	- 0,138	- 0,090	- 0,090	- 0,062	- 0,099	- 0,007	- 0,099	- 0,007
200	160	- 0,178	- 0,156	- 0,216	- 0,178	- 0,183	- 0,178	- 0,199	- 0,153	- 0,174	- 0,012	- 0,174	- 0,012
270	270	+ 0,159	+ 0,156	+ 0,100	+ 0,072	- 0,053	+ 0,002	+ 0,062	- 0,012	+ 0,064	+ 0,004	+ 0,064	+ 0,004
340	20	+ 0,119	+ 0,037	+ 0,012	+ 0,053	+ 0,131	+ 0,069	+ 0,053	- 0,056	+ 0,052	+ 0,003	+ 0,052	+ 0,003
350	10	+ 0,034	+ 0,072	+ 0,087	+ 0,087	- 0,050	+ 0,031	- 0,016	- 0,038	+ 0,029	+ 0,002	+ 0,029	+ 0,002

recta e inversa, salvo para aquelas posições em que não é possível suspender os níveis.

Este estudo deve compreender um grande número de nivelamentos a fim de eliminar, tanto quanto possível, erros accidentais das leituras, etc.

Assim, determinámos 240 valores de inclinação, correspondentes a 1920 leituras dos níveis.

O quadro seguinte resume tôdas as observações a que procedemos nesta determinação, com o valor médio da correcção e respectivos erros médios e prováveis, duma observação isolada e da média.

270° → Leitura para o nadir

n	p	v	vv	
1	+0,003	+0,006	0,000036	$m = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = 0,00765$
2	+0,006	+0,009	0,000081	
3	+0,006	+0,009	0,000081	
4	+0,008	+0,011	0,000121	
5	-0,012	-0,009	0,000081	$m_0 = \frac{m}{\sqrt{n}} = 0,00051$
6	-0,013	-0,010	0,000100	
7	-0,009	-0,006	0,000036	$r = 0,67449 \times m = 0,005160$
8	-0,007	-0,004	0,000016	
9	-0,008	-0,005	0,000025	
10	-0,009	-0,006	0,000036	$r_0 = 0,67449 \times m_0 = 0,000344$
11	-0,007	-0,004	0,000016	
12	-0,012	-0,009	0,000081	$p = -0,003 \pm 0,0003$
13	+0,004	+0,007	0,000049	
14	+0,003	+0,006	0,000036	
15	+0,002	+0,005	0,000025	
$\frac{[p]}{n}$	= 0,003	[v] = 0	[vv] = 0,000820	

Do valor médio encontrado ($-0,003 \pm 0,0003$) concluímos que os munhões são praticamente do mesmo diâmetro. Basta

notar que para esta correcção a diferença de raios, calculada pela fórmula

$$r - r' = \frac{p \cdot l \operatorname{sen} 1''}{\sqrt{2}}, \dots (6)$$

corresponde apenas a $0^{\text{mm}},0001496$, o que significa uma perfeita construção dos dois cilindros que constituem os munhões.

Mas no estudo a que procedemos não nos interessou apenas o conhecimento do valor médio daquela correcção, tendo achado conveniente, para avaliar as irregularidades dos munhões, fazer as determinações em certas posições da luneta.

Assim, reconhecemos que os munhões não são perfeitamente circulares, pois a correcção da desigualdade varia de sinal para uma rotação de 180° .

Parece-nos, no entanto, não ser aconselhável proceder a um retorneamento, visto esses valores serem extremamente pequenos, isto é, da ordem dos erros que podemos cometer na estima das leituras dos níveis, e a sua influência no tempo de passagem dos astros não ultrapassar, em nenhuma das posições da luneta $0^{\text{s}},9$, para uma estrêla cuja distância polar fôsse $30'$.

Se, na determinação da passagem dum astro, quiséssemos atender às irregularidades de cada região, utilizaríamos os valores do quadro da pág. 156 ou o gráfico respectivo, fig. 3.

Para aplicar, às fórmulas que dão a inclinação do eixo real de rotação, o valor de p com o sinal conveniente, temos que precisar a significação dêste sinal.

Na determinação de p começámos com a luneta na posição inversa (Círculo a Oeste) e que designámos por primeira posição, tendo-se representado por B a inclinação dada pelos níveis.

Na segunda posição (Círculo a Este) a respectiva inclinação foi designada por B' . É evidente, atendendo à diferença $B' - B$, que o sinal $+$ indica que o munhão de maior diâmetro ficou para Este na primeira posição, e o sinal $-$ significa que o munhão de maior diâmetro estava para Oeste, nesta mesma posição.

Exemplo: No dia 2 de Junho de 1931, com o circular meridiano na posição directa deduzimos para B' os valores $+0^{\text{s}},120$, $+0^{\text{s}},106$, $+0^{\text{s}},092$ e $+0^{\text{s}},070$, respectivamente para as seguintes leituras do círculo: 270° , 28° , 90° e 180° .

Entrando na tabela das correcções, ou no gráfico, com estas diferentes leituras do círculo, encontramos os valores que devem

GRÁFICO das CORRECÇÕES à INCLINAÇÃO por DESIGUALDADE
das
MUNHÕES

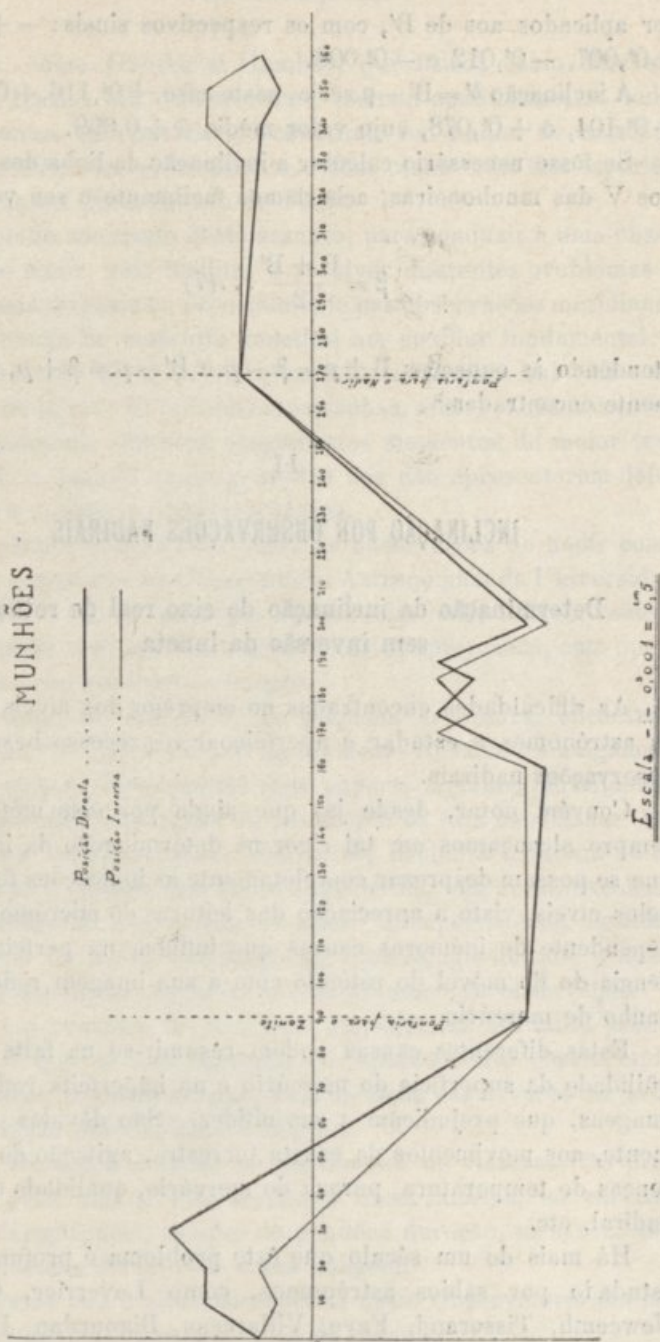


Fig. 3

ser aplicados aos de B' , com os respectivos sinais: $- + 0^s,004$, $+ 0^s,007$, $- 0^s,012$ e $- 0^s,008$.

A inclinação $b' = B' - p$ seria, neste caso, $+ 0^s,116$, $+ 0^s,099$, $+ 0^s,104$, e $+ 0^s,078$, cujo valor médio é $+ 0,099$.

Se fôsse necessário calcular a inclinação da linha dos vértices dos V das munhoneiras, acharíamos facilmente o seu valor

$$\beta = \frac{B + B'}{2} \dots (7)$$

atendendo às equações $B + p = \beta - p$ e $B' - p = \beta + p$, anteriormente encontradas.

II

INCLINAÇÃO POR OBSERVAÇÕES NADIRAIS

Determinação da inclinação do eixo real de rotação, sem inversão da luneta

As dificuldades encontradas no emprêgo dos níveis levaram os astrónomos a estudar e aperfeiçoar o processo baseado nas observações nadirais.

Convém notar, desde já, que ainda por este método nem sempre alcançamos um tal rigor na determinação da inclinação que se possam desprezar completamente as indicações fornecidas pelos níveis, visto a apreciação das leituras do micrómetro estar dependente de inúmeras causas que influem na perfeita coincidência do fio móvel do retículo com a sua imagem reflectida no banho de mercúrio.

Estas diferentes causas podem resumir-se na falta de tranquilidade da superfície do mercúrio e na imperfeita reflexão das imagens, que prejudicam a sua nitidez. São devidas, especialmente, aos movimentos da crusta terrestre, agitação do ar, diferenças de temperatura, pureza do mercúrio, qualidade da ocular nadiral, etc.

Há mais de um século que este problema é profundamente estudado por sábios astrónomos, como Leverrier, Oertling, Newcomb, Tisserand, Faye, Villarceau, Bigourdan, Perigaud, Campos Rodrigues e Oom, e outros, por construtores dos mais

célebres, como Gautier e Gambey, por físicos como Mauvais, Aubert, Hamy, etc. Este último deduziu analiticamente, todos os elementos que haviam de constituir um banho de mercúrio ideal, confirmados praticamente e com pleno êxito nas experiências feitas no Observatório de Paris.

O estudo constante d'êste assunto, para conduzir a uma observação do nadir, veio facilitar e resolver diferentes problemas de astronomia de posição, especialmente nas observações meridianas, onde o banho de mercúrio constitui um auxiliar fundamental.

A-pesar-de tôdas as soluções adoptadas para subtrair a superfície do líquido às influências estranhas, atrás referidas convém, se fôr possível, observar somente nos momentos de maior tranquillidade e quando as imagens dos fios não apresentarem deformações e deslocamentos irregulares.

No estudo que fizemos sobre as observações do nadir com o circular meridiano do Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, com a adaptação duma ocular nadiral de conveniente amplificação e duma iluminação eléctrica apropriada, esta operação melhorou consideravelmente.

O banho de mercúrio, de pequena espessura, encontra-se numa tina circular, de fundo ligeiramente côncavo e amalgamado, a qual assenta directamente num suporte metálico perfeitamente ao abrigo das trepidações do pavimento da sala meridiana. Esta instalação, que nos parece boa, talvez devido à natureza do terreno onde o edificio assenta, tem permitido, em geral, excellentes observações do nadir, sem se notar, à superfície do mercúrio, essa série de ondas concêntricas, alternadamente num e noutro sentido, que tanto prejudicam êste processo de observação.

Só em ocasiões de correntes atmosféricas um tanto pronunciadas é que se tem constatado o aparecimento dessas ondas, produzidas, segundo cremos, pela agitação das árvores do jardim e trepidação dos edificios contíguos.

As vibrações devidas ao movimento de viaturas, tão prejudiciais para alguns dos melhores observatórios, só em casos muito excepcionais, sempre de pequena duração, tornaram difficil a coincidência do fio com a sua imagem.

Deve-se isto à situação especial d'êste Observatório em relação às ruas mais movimentadas da cidade.

Das experiências previamente realizadas para conseguir imagens dos fios do retículo bem definidas e sem vibrações, vimos

que não era possível obtê-las com o foco determinado com o auxílio das estrelas. É fácil compreender o motivo desta circunstância, atendendo à diferença das radiações predominantes na luz eléctrica e nas estrelas. Neste último caso, em que predomi-

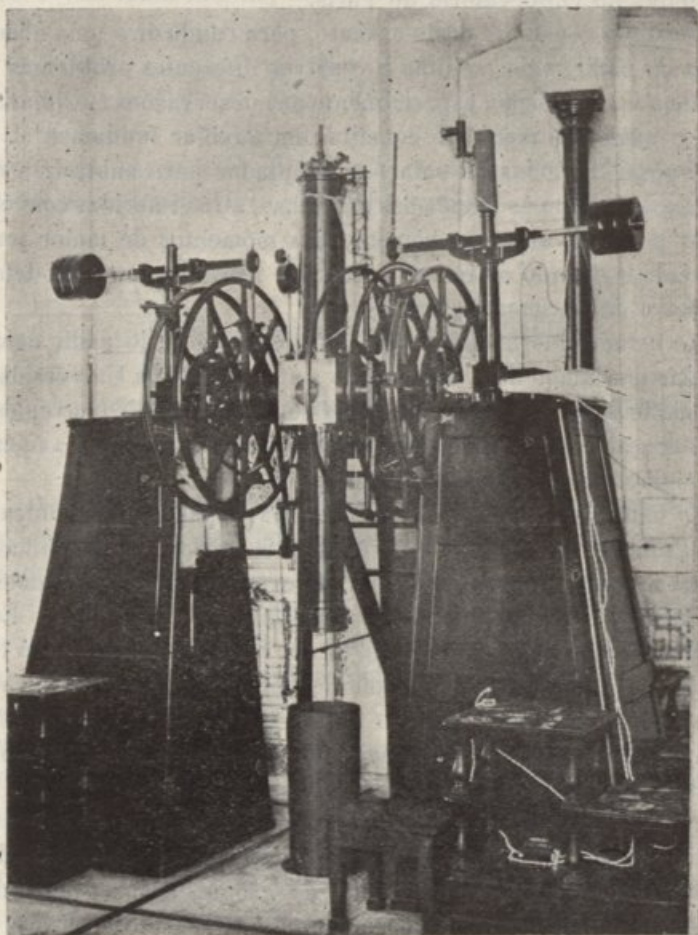


Fig. 4

nam as radiações azuis e brancas, o foco é mais curto do que para a luz eléctrica, rica em radiações amarelas e avermelhadas.

Por consequência, adoptámos um foco intermédio, sem contudo prejudicar a boa observação das estrelas.

Tem ainda a experiência mostrado, por estudos realizados em diferentes observatórios, que as coincidências dos fios com

as suas imagens variam com a posição do observador, conforme este está ao Norte ou ao Sul da luneta, e ainda parece não ser indiferente a posição da luz, a Este ou Oeste. No primeiro caso, em que a origem do fenómeno ainda hoje não é bem conhecida, supõe-se que os sentidos do observador são impressionados de diferente modo e que as variações de equilíbrio das pressões exercidas sobre o pavimento também lhe não são estranhas. No circular meridiano, a que nos referimos, não é, por enquanto, possível observar nas duas posições; possui contudo um dispositivo para a iluminação dum e outro lado da luneta. Fig. 4.

Posto isto, vejamos como se procede para a determinação da inclinação do eixo dos munhões.

Conhecida previamente a leitura do v_0 do tambor do micrómetro de ascensão recta, correspondente à posição do fio sem colimação, procuramos a coincidência do fio móvel com a sua imagem.

Seja v_1 a leitura do tambor para esta posição.

Se representarmos por μ o valor da volta do micrómetro, teremos

$$b = \pm \mu (v_0 - v_1) \begin{cases} (+) \text{ Posição directa. } \dots (8) \\ (-) \text{ Posição inversa. } \dots \end{cases}$$

Exemplo: No dia 2 de Junho de 1931, às 14 horas (T. M. G.) fizemos as seguintes leituras correspondentes às coincidências do fio móvel com a sua imagem.

Posição da luneta	Iluminações	Coincidências do fio móvel com a sua imagem	Média das coincidências	v_1''	Iluminação	Coincidências do fio móvel com a sua imagem	Média das coincidências	v_2''	Temperatura	Qualidade da imagem	Observador	$v_1 = \frac{v_1'' + v_2''}{2}$
D	W	^v 6,806	^v 6,821	6 ^v ,822	E	^v 6,807	^v 6,823	6 ^v ,823	18° 2 c.	B	M	6 ^v ,8225
		6,837				6,840						
		6,806	6,823			6,806	6,823					
		6,840				6,840						
		6,809	6,822			6,804	6,822					
		6,835				6,840						
		6,807	6,823			6,809	6,825					
		6,838				6,840						
		6,808	6,821			6,807	6,823					
		6,834				6,839						

Substituindo em (8) v_1 pelo seu valor, conhecendo previamente $v_0 = 6^{\text{v}},857$ e $\mu = 3^{\text{s}},30995$, teremos:

$$b = +0^{\text{s}},114$$

Covém notar que em nenhuma das nossas observações fizemos a sobreposição do fio com a sua imagem, tendo preferido, para maior rigor, determinar as coincidências obtidas levando o fio a ser tangente a um e outro lado da sua imagem, e considerar em seguida a média das duas leituras como correspondente à da sobreposição.

Esta operação foi repetida várias vezes e a média de todos estes valores foi representada por v_1 .

Os processos de nivelamento que acabamos de descrever fornecem resultados sensivelmente iguais, notando-se em tôdas as nossas observações uma diferença máxima de $0^{\text{s}},07$ entre os valores obtidos por um e outro método, sendo freqüente encontrar apenas uma diferença de $0^{\text{s}},01$. Estas pequenas discordâncias nada indicam sobre a preferência dum ou outro método, parecendo-nos que ambos são de igual precisão e que o valor mais provável é a média arimética das duas inclinações obtidas a seguir uma à outra.

Quando os valores encontrados por estes dois processos, difiram duma quantidade relativamente grande, é aconselhável repetir as observações; para confirmar essa diferença; e neste caso é natural que haja uma defeituosa rectificação dos níveis, devida a qualquer choque, ou então uma imperfeição na qualidade das imagens, podendo esta última ser devida, desde que não suspeitemos de nenhuma das causas anteriores, à falta de limpeza do mercúrio, que pode produzir, na superfície, irregularidades que convém evitar.

Determinação da inclinação por observações nadirais, com inversão da luneta

Consideremos ainda neste caso os munhões desiguais, e seja p a correcção da sua desigualdade, previamente conhecida.

Seja ainda b' a inclinação do eixo real de rotação, na posição directa da luneta, e b a inclinação do mesmo eixo, depois da inversão, isto é, na posição inversa.

Neste caso, a fórmula anterior, página (163), apresenta-se do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \text{Posição directa} \dots\dots b' &= +\mu(v_0 - v_1') \\ \text{Posição inversa} \dots\dots b &= -\mu(v_0 - v_1) \end{aligned} \dots\dots (9)$$

$$\text{donde } b' + b = +\mu(v_1 - v_1') \dots (10)$$

No estudo da correcção de desigualdade dos munhões, deduzimos $b' - b = 2p$, ou $b = b' - 2p$.

Substituindo este valor na equação (10), vem

$$b' = \frac{\mu(v_1 - v_1')}{2} + p \dots (11)$$

Procedendo de igual modo, teríamos a fórmula que dá o valor da inclinação, na posição inversa

$$b = \frac{\mu(v_1 - v_1')}{2} - p \dots (12)$$

A diferença $v_1 - v_1'$ é positiva se, depois da inversão, o fio móvel ficar para Oeste da sua imagem, vista na ocular nadiral, é negativa no caso contrário.

Exemplo:

$$\text{Posição directa} \dots\dots v_1' = 6^{\text{v}},735$$

$$\text{Posição inversa} \dots\dots v_1 = 6^{\text{v}},839$$

$$b' = \frac{3,30995 \times 0,104}{2} + 0,004 = +0^{\text{s}},176$$

$$\text{e } b = \dots\dots = +0^{\text{s}},168$$

III

DETERMINAÇÃO DA CORRECÇÃO DE DESIGUALDADE DOS MUNHÕES POR OBSERVAÇÕES DOS NÍVEIS E DO NADIR, SIMULTANEAMENTE

Vimos anteriormente como se calculava a inclinação do eixo real de rotação, observando o nadir, numa dada posição da luneta,

conhecendo-se a leitura v_0 do micrómetro de ascensão recta, correspondente ao eixo óptico sem colimação perpendicular ao eixo de rotação, ou seja a linha sem colimação.

A fórmula a empregar é $b' = +\mu(v_0 - v_1')$... P. Directa.

A inclinação calculada por este processo deve ser igual à que se obtém empregando os níveis, se os munhões forem rigorosamente iguais e circulares, e se não existir flexão lateral da luneta.

Como esta circunstância nunca se realiza, podemos aproveitar a diferença de inclinações, pelos dois métodos, para deduzir o valor da desigualdade dos munhões.

Assim, na mesma posição da luneta em que foi observado o nadir, determinamos pelos níveis a inclinação B' da aresta do diedro superior, formado pelos planos rectangulares tangentes aos munhões, cujo valor é dado em função de p pela fórmula $b' = B' - p$.

Igualando as duas expressões, de b' vêm

$$B' - p = +\mu(v_0 - v_1') \dots (13)$$

donde $p = B' - \mu(v_0 - v_1')$... P. directa

Do mesmo modo, considerando a fórmula

$$b = B + p, \text{ teríamos } p + B = -\mu(v_0 - v_1) \dots (14)$$

ou $p = -\mu(v_0 - v_1) - B$... P. inversa

Exemplo:

$$\left. \begin{array}{l} B' = +0^s,101 \\ b' = +0^s,078 \end{array} \right\} \dots \text{ P. directa}$$

$$\text{donde } p = B' - b' = +0,101 - 0,078 = +0^s,023$$

Este processo para a determinação de p tem sido usado nalguns observatórios, como o *United States Naval Observatory* de Washington.

A sua exactidão depende em parte da leitura v_0 , obtida com os dois colimadores horizontais, cujo valor influi directamente na inclinação dada pelas observações nadirais, e bem assim do número elevado de determinações, evitando-se o mais possível erros sistemáticos, quer na inclinação dada pelos níveis, quer na inclinação dada pelo banho de mercúrio.

Num pequeno número de observações que efectuámos no Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, a-fim-de confirmar as correcções de desigualdade dos munhões, obtidas pelo aparelho nivelador, encontrámos todos os valores um pouco superiores, não se podendo tirar quaisquer conclusões em virtude do reduzido número de observações feitas.

Por falta de tempo, não foi possível completar êste estudo com a determinação do valor da flexão lateral da luneta, o qual importa conhecer como correcção à inclinação determinada pelo nadir.

O seu efeito produz um desvio lateral do eixo óptico, o qual se inclina irregularmente em relação à linha Leste-Oeste.

É lícito supor que a divergência de valores atrás referida tenha sido influenciada, em parte, por êste erro sistemático.

ANTÓNIO MADEIRA

Engenheiro Geógrafo,

Observador Chefe do Observatório Astronómico
da Universidade de Coimbra.

A antiga população das Canárias

No Congresso Luso-Espanhol realizado em Coimbra, em Junho de 1925, tivemos ocasião de nos referir à importância que, para o estudo das origens étnicas da actual população da Península, tem o conhecimento das características morfológicas dos antigos habitantes das Canárias.

Depois dessa data duas importantes contribuições foram publicadas sobre a Antropologia das Canárias, uma de Earnest A. Hooton, *The Ancient inhabitants of the Canary Islands*, e a outra de Francisco de Las-Barras Aragon, *Estudio de los cráneos antiguos de Canarias, existentes en el Museo Antropologico Nacional* (1).

Nestes dois trabalhos vêm integralmente publicadas as observações individuais realizadas.

Igual circunstância se dá nas memórias anteriores de F. C. Schrubbsall, *Crania from Tenerife* (Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. ix, Parte III) e de Detloff v. Behr, *Metrische Studien an 152 Guanchenschädeln* (Stuttgart, 1908 — Verlag von Strecker & Schröder).

Como possuo o registo craniológico completo das observações por mim realizadas em 1914, nas colecções de crânios canarienses existentes em Paris — *Museum de Histoire Naturelle, Laboratoire Anthropologique* e *Société d'Anthropologie*, pareceu-me interessante efectuar uma análise de conjunto, que melhor permitisse definir o tipo e apreciar a variabilidade dalguns dos caracteres mais importantes daquela antiga população.

Não considerando os indivíduos de sexo duvidoso e os juvenis, dispomos de mais de 1.000 crânios bem identificados de

(1) «Sociedad Espanola de Antropologia, Etnografia y Prehistoria — Actas y Memorias». — Tómo VII, 1929.

canários antigos, o que representa indubitavelmente uma série importante. Dêstes, cêrca de dois terços são masculinos.

Limitarei as minhas considerações a alguns dos índices mais importantes e à capacidade do crânio.

A antiga população das Canárias considerada no seu conjunto

Índice cefálico. — As observações analisadas compreendem 1000 crânios, sendo 690 masculinos e 310 femininos.

Para os crânios masculinos a amplitude da variação vai desde 70 até 85; o valor médio é igual a 76.61 e o desvio padrão é igual a 2.28.

Nos crânios femininos o índice varia entre 68 e 85, a média é igual a 78.30 e o desvio padrão tem o valor de 2.60.

A população apresenta-se portanto acentuadamente dóllico-mesocéfala. O sexo feminino manifesta um índice um pouco mais elevado ($M - M' = 1.69$) o que está de harmonia com o comportamento geral do índice.

Na série masculina, os dolicocefalos verdadeiros representam cêrca de 23.4%, ao passo que os braquicefalos se acham apenas na proporção de 10.29%.

Na série feminina estas proporções encontram-se apròximadamente invertidas: 23.87% de braquicefalos contra 12.90% de dolicocefalos.

Vê-se, pois, que a mesocefalia mais acentuada dos crânios femininos se não pode atribuir apenas à sexualidade; pelo contrário o facto deve considerar-se resultante da intromissão dum elemento braquicefalo distinto, numa percentagem mais elevada.

Numa população dóllico-mesocéfala sensivelmente homogênea, como a portuguesa, por exemplo, embora o índice cefálico médio seja mais elevado no sexo feminino, as percentagens dos elementos braquicefalos puros, mantêm-se sensivelmente constantes nos dois sexos.

Entre nós portugueses, tanto quanto se pode avaliar pelos estudos realizados no meu Instituto, essas percentagens são de 5.35 para os homens e 4.69 para as mulheres.

Índice vértico-longitudinal. — As nossas séries compreendem 971 crânios, dos quais 666 são masculinos e os restantes 305 femininos.

Para os crânios masculinos o índice oscila entre 60 e 79, com o valor médio em 71.14 e o desvio padrão igual a 2.58.

Na série masculina encontram-se 23.27% de camecéfalos, e 13.81% de hipsicéfalos, ao passo que na série feminina há relativamente menos hipsicéfalos (8.85%), mantendo-se aproximadamente igual a percentagem dos camecéfalos (20.32%).

Esta menor hipsicefalia dos crânios femininos se nota também nas séries portuguesas do meu Instituto. As percentagens de crânios altos são respectivamente 10.71 (♂) e 2.82 (♀).

Índice facial superior (Kollman). — Foram estudadas as observações respeitantes a 831 crânios, dos quais 585 masculinos e 246 femininos.

A série masculina apresenta uma oscilação entre 40 e 63, com o valor médio em 51.90, e o desvio padrão igual a 3.39.

A série feminina oscila entre 42 e 62, tem o valor médio em 52.29, com o desvio padrão igual a 3.68.

Trata-se pois duma população nitidamente *came-mesoprosopa*.

A diferença sexual na distribuição dos valores deste índice é no sentido duma cameprosopia mais acentuada nos machos.

Na série masculina os cameprósopos são 22.22%, contra 18.29% da série feminina. Contrariamente os leptoprosopos são mais frequentes entre os crânios femininos (22.96%) do que entre os masculinos (14.35%).

Este carácter de cameprosopia acentuada é notável e separa nitidamente a população canariense dos elementos dolicocéfalos europeus actuais.

Assim, por exemplo, nos crânios portugueses, embora a cameprosopia dos machos seja mais acentuada que a das fêmeas — 10.74%, contra 3.22% — a grande maioria 43.51% (♂) e 52.23% (♀) tem o índice facial maior que 55.

Índice nasal. — Estudaram-se 992 crânios, dos quais 689 masculinos e 303 femininos.

Os valores do índice na série masculina oscilam entre 36 e 62; o valor médio é igual a 47.15 com o desvio padrão igual a 4.18.

A amplitude da variação na série feminina vai desde 38 a 62; o valor médio é igual a 49.23 e o seu desvio padrão igual a 3.80.

A população considerada é portanto *lepto-mesorina*.

As duas séries são porém nitidamente distintas. Na série

masculina os leptorinos ($I < 47$) são 40.34 0/0; ao passo que os platirinos ($I \geq 51$) são 24.38 0/0.

Na série feminina encontram-se, respectivamente, 23.43 0/0 de leptorinos contra 33.99 0/0 de camerinos.

Neste carácter as séries canarianas diferem consideravelmente da população portuguesa, que sendo igualmente leptomesorina [$I = 46.13 - 359 \text{ ♂}$], apresenta uma distribuição de valores notavelmente distinta: apenas 7 0/0 de platirinos ($I > 51$) contra 55 0/0 de leptorinos ($I < 47$), aproximadamente.

Na população canariana exerceu, por certo, influência notável um elemento étnico platirino.

Índice orbital. — Foram considerados 999 crânios, dos quais 692 masculinos e 307 femininos.

A amplitude de variação da série masculina estende-se desde 66 até 99, com o valor médio igual a 82.08 e o desvio padrão de 5.17 unidades.

Nos crânios da série feminina o índice varia entre 70 e 100, com a média em 84.94 e o desvio padrão igual a 5.25.

A população canariense estudada é portanto nitidamente *came-mesoconcha*.

Em confronto com a população portuguesa, que é manifestamente mesoconcha ($I = 85.49$ em 377 ♂), nota-se imediatamente o valor distintivo deste carácter dos crânios antigos das Canárias.

Na série masculina dos crânios canarienses a percentagem dos cameconchos é de 51.58 ao passo que hipsiconchos são apenas 10.40 0/0.

Na série feminina as proporções destas duas classes de crânios são diferentes [34.36 0/0 came, contra 25.08 hipsi] mas revelam o mesmo facto.

A população canariense apresenta-se portanto constituída por indivíduos com órbitas acentuadamente baixas.

Para os portugueses actuais as percentagens dos crânios came e hipsiconchos são muito diferentes: 28.5 0/0 de came, contra 21.5 0/0 de hipsi, na série masculina.

Índice alveolar de Flower. — O nosso estudo abrange 931 crânios; dos quais 642 masculinos e 289 femininos.

A série masculina oscila entre 81 e 107 com o valor médio em 93.82 e o desvio padrão igual a 3.67.

A amplitude de variação da série feminina tem por limites

os valores 83 e 106, com o valor médio igual a 94.41 e o desvio padrão igual a 3.85.

Trata-se portanto duma população *ortognata*, tanto quanto se pode apreciar por intermédio d'êste índice.

A percentagem dos crânios com índices iguais ou superiores a 103 (prognatas) é muito pequena; 1,4% para os masculinos e 2% para os femininos.

Capacidade do crânio. — Nem Schrubsall, nem Hooton publicaram os dados individuais respeitantes a êste carácter.

Nas observações por mim efectuadas nas colecções de Paris também não fiz determinações de cubagem.

Valores individuais de medidas directas da capacidade craniana temos apenas as que dizem respeito aos estudos de v. Behr e Barras Aragon.

Calculamos porém a capacidade dos crânios canarienses pelo emprêgo da fórmula de Manouvrier com resultados, que para efeitos comparativos, muito particularmente no que se refere aos valores médios, nos pareceram satisfatòriamente utilizáveis.

Assim, por exemplo, Schrubsall, embora não publicasse as observações individuais, dá para valor médio da capacidade dos crânios que estudou o valor de 1451 c. c.

Pelo emprêgo da fórmula de Manouvrier, obtivemos para os mesmos crânios o valor médio de 1476 c. c., diferença que se não pode considerar significativa se atendermos ao valor de variabilidade do carácter ($\sigma = 124$ c. c. apòximadamente).

Verneau (Cf. *Mission scientifique dans l'Archipel Canarien*, pág. 586) dá como valor médio da capacidade do crânio dos antigos habitantes de Tenerife, um número muito elevado (1672 c. c.).

A sua série era porém pequena em demasia para se poder estabelecer uma média estável.

Detloff v. Behr, que estudou uma série muito maior (152) de crânios Guanches, achou o valor médio de 1504 c. c., que se aproxima sensivelmente do número apresentado por Schrubsall.

Parece-me portanto que podemos ter confiança nos resultados das comparações baseadas nos valores do índice cúbico de Manouvrier.

As observações analizadas montam a 961, das quais 660 se referem ao sexo masculino e 301 ao feminino.

A série masculina oscila entre 1225 e 1925 c. c., com o valor médio de 1526 e o desvio padrão igual a 123 c. c.

A amplitude de variação da série feminina vai desde 1125 até 1725 c. c., com a média em 1447 c. c. e o desvio padrão igual a 109 c. c.

Por estes números verifica-se que os antigos habitantes das Canárias constituíam uma população de capacidade alta (megacéfala), não diferindo apreciavelmente, no que se refere ao valor médio do carácter, e à amplitude da sua variação, das populações europeias actuais.

Apenas notamos que a média para o sexo feminino nos aparece sensivelmente mais alta do que seria de esperar. Sabe-se com efeito que nas raças de grande capacidade a diferença sexual deste carácter orça por 150 c. c. Para as nossas séries essa diferença iguala 79 c. c.

Segundo as observações de Ferraz de Macedo a capacidade média dos crânios portugueses do sexo masculino é de 1572 c. c. e a dos crânios do sexo feminino de 1399 c. c.

Análise comparativa dos dados relativos às diversas ilhas do arquipélago Canariano

Apreciada a população canariana no seu conjunto, vejamos agora como ela se reparte pelas diferentes ilhas que constituem o arquipélago das Canárias.

Como se sabe, o arquipélago das Canárias é constituído por oito ilhas: Lanzarote, Fuerteventura, Gran Canária, Tenerife, Gomeira, Ferro e Palma.

De Lanzarote não possuímos dados alguns; e relativamente às outras ilhas os nossos elementos de estudo apresentam uma distribuição muito desigual.

A ilha de Tenerife pertence mais de metade dos exemplares que estamos estudando e à Gran Canária cêrca da quarta parte. Os restantes 25 % distribui-se pelas outras ilhas, cabendo à Gomeira cêrca de 7 %, e à Ilha do Ferro 8 %, apròximadamente. As duas ilhas restantes são representadas por um pequeno número de casos, cada uma.

Por outro lado, como fàcilmente se compreende, as séries estudadas pelos diferentes observadores apresentam composições muito distintas umas das outras, de modo que as conclusões a que se tem chegado são as mais contraditórias que se podem imaginar.

Assim, as colecções de Paris são ricas sobretudo de crânios provenientes da Gran Canária, ao passo que os estudos de Hooton dizem respeito principalmente a elementos de Tenerife.

Precisamente a vantagem do estudo de conjunto a que este nosso trabalho se refere, está em reunir elementos dispersos de modo a valorizar, sob o ponto de vista estatístico, as séries parciais relativas às diversas ilhas, tornando possível o seu estudo comparativo.

O processo mais rigoroso de efectuarmos esta comparação consiste evidentemente em tomar para tipo, para cada série e relativamente a cada um dos caracteres estudados, a população geral, e determinar o valor das diferenças relativas (1).

Essas diferenças constam do Quadro I; por êle se vê o seguinte:

ÍNDICE CEFÁLICO

Crânios masculinos. — Apenas apresentam diferença nitidamente significativa a Gran Canária que é muito mais dolicocefala (d. r. = -5.78) e a Gomeira com tendências muito acentuadas para o lado da braquicefalia (d. r. = +4.57).

As populações das outras ilhas não manifestam diferenças que nos inibam de as considerar amostras fortuitas da população geral.

Crânios femininos. — A Gran Canária apresenta-se nitidamente mais dolicocefala (d. r. = -5.60), ao passo que a Gomeira mostra um índice significativamente mais elevado (d. r. = +5.09).

Às diferenças manifestadas pelas populações das outras ilhas não se pode atribuir significação estatística.

ÍNDICE VÉRTICO-LONGITUDINAL

Crânios masculinos. — Apenas Tenerife apresenta diferença significativa (d. r. = -3.68) no sentido da camecefalia.

Os crânios masculinos de Fuerteventura também são forte-

(1) Como se sabe, para que a diferença entre o valor da média geral duma população e o da média relativa a um sub-grupo local tenha significação estatística, no caso da distribuição normal, é preciso, que essa diferença, expressa no respectivo desvio padrão, seja igual ou superior a 3.5. Cf. Tocher, *Biometrika*, vol. V.

mente camecéfalos, mas o seu número é tão pequeno (6) que não há o direito de fazer afirmações categóricas sobre o respectivo valor médio.

Crânios femininos. — As diferenças manifestadas são todas estatisticamente insignificantes.

ÍNDICE FACIAL SUPERIOR

Crânios masculinos. — A Gomeira é a única ilha que difere significativamente. Apresenta-se muito mais cameprósopa (d. r. = -4.46).

Crânios femininos. — Apenas a Gran Canária manifesta diferenças significativas no sentido duma leptrosopia mais acentuada (d. r. = $+4.17$).

ÍNDICE NASAL

Crânios masculinos. — Nenhuma das ilhas diverge significativamente da população geral.

Crânios femininos. — Apenas a Ilha do Ferro mostra tendência significativa para uma platirinia maior (d. r. = $+3.44$), mas o número dos crânios é muito pequeno (36) para sobre tal diferença se poderem fazer afirmações.

ÍNDICE ORBITAL

Série masculina. — Apenas a Gomeira se apresenta divergindo no sentido duma cameconchia significativa maior (d. r. = -5.74).

Série feminina. — A Gran Canária diverge significativamente no sentido da hipsiconchia (d. r. = $+3.59$).

ÍNDICE ALVEOLAR

Não há diferenças a que se possa atribuir significação estatística tanto para as séries masculinas, como para as femininas.

CAPACIDADE DO CRANIO

As diferenças observadas, tanto para a série masculina como para a feminina, devem considerar-se insignificantes. Apenas a diferença relativa de La Palma tem valor igual a 3, mas, como se trata apenas de dois crânios, não há o direito de sobre ela fazer afirmações.

* * *

Condensando os resultados desta análise no Quadro II, vê-se que Tenerife se apresenta divergindo significativamente, no índice vértico-longitudinal, com uma camecefalia maior na série masculina; a Gran Canária diverge significativamente no índice cefálico (δ) e nos índices cefálico, facial e orbital da série feminina.

A Gomeira diverge significativamente nos índices cefálico (δ e φ), facial (δ) e orbital (δ); apresentando-se menos dolicocefala, mais cameprósopa e mais cameconcha.

A Ilha do Ferro apenas diverge significativamente no índice nasal da série feminina, que é menos leptorina.

Mas os crânios pertencentes a estas duas últimas ilhas são em tão pequeno número (Gomeira 53 δ e 19 φ ; Ilha do Ferro 33 φ) que não seremos, por certo, acusados de prudentes em demasia se manifestarmos a opinião de que as diferenças encontradas se podem atribuir à deficiência numérica das séries.

Em resumo: O estudo dos valores das diferenças relativas apresentadas pelos diversos caracteres estudados na população das várias ilhas do Arquipélago canariano não nos permite afirmar com segurança a existência de qualquer distribuição diferencial dos respectivos elementos étnicos constitutivos, com excepção do que se refere à de Tenerife onde por certo um elemento mais camecefalo se manifesta seguramente significativo, e à Gran Canária onde a dolicocefalia, a leptoprosopia e hipsiconchia são mais acentuadas.

Caracterização étnica da antiga população canariana

Trata-se evidentemente duma população altamente diferenciada, de grande capacidade craniana e nítido ortognatismo. Mas as diferenças notáveis que existem entre as séries masculina e feminina, bem como a forma das distribuições dos valores dos índices nasal, facial, orbital e vértico-longitudinal, permitem afirmar com segurança a sua heterogeneidade étnica.

Por outro lado os estudos dos ossos longos efectuados por Schruhsall, Verneau e Hooton mostram claramente que, no que se refere à estatura, diferentes elementos étnicos se devem ter sobreposto e inter cruzado.

Não cabe nos limites d'este trabalho, nem foram nunca minhas intenções, discutir as diferentes opiniões aventadas sobre a constituição étnica desta população.

Semelhante problema envolve a consideração de outros caracteres que não foram discutidos e a análise de várias correlações que presentemente estou estudando.

Por agora limitarei as minhas considerações ao problema das relações entre a população canariana e o chamado tipo de Cro-Magnon.

Numa comunicação, a que me referi apresentada no Congresso Luso-Espanhol para o avanço das Ciências, em que apenas foram considerados os exemplares das colecções canarianas existentes nos Museus de Paris, fiz a demonstração de que os elementos desarmónicos da população canariana manifestam uma divergência notável, relativamente ao tipo de Cro-Magnon, no valor do índice nasal, em virtude da sua meso-platirínia acentuada.

Hoje, que dispomos de uma colecção de crânios canarienses muito mais numerosa, só temos de confirmar as palavras que então proferimos, como se evidencia pelo Quadro III (48 ♂ + 11 ♀).

No grupo desarmónico encontram-se porém alguns elementos leptorinos, ao todo 15 crânios (14 ♂ e 1 ♀), que representam uma percentagem insignificante da população geral.

¿ Em presença destes factos não será mais lógico supôr tais crânios desarmónicos resultantes da influência dum elemento platirino e cameprósopo de afinidades negróides?

Por outro lado, a opinião de Hooton, de que não houve propriamente uma raça de Cro-Magnon e que os crânios atribuídos a esse tipo se devem antes considerar de origem híbrida, é logicamente sustentável em face do que actualmente se sabe relativamente ao comportamento hereditário dos caracteres morfológicos.

Os estudos de Boas — *The Half-Blood Indian*, de Fischer — *Die Rehoboth Bastards*, de C. B. Davenport — *Inheritance of stature* e de Frets — *Heredity of the cephalic index*, e tantos outros provam à evidência que os caracteres humanos se transmitem mendelianamente.

* * *

Em conclusão:

I—A antiga população canariana considerada no seu conjunto apresenta-se-nos acentuadamente dólico-mesocéfala, ortocamecéfala, came-mesoprósopa, leptorina, came-concha, ortognata.

II—As séries masculina e feminina divergem consideravelmente, no que diz respeito à distribuição dos valores dos índices cefálico, nasal e orbital.

III—Estas divergências demonstram cabalmente a heterogeneidade da respectiva população e justificam a hipótese da influência de elementos braquicéfalos e de afinidades negróides sobre o núcleo da população primitiva.

IV—A análise comparativa dos dados referentes às diversas ilhas do Arquipélago canariano não nos permite afirmar com segurança a existência de qualquer distribuição diferencial dos elementos étnicos constitutivos da respectiva população, se exceptuarmos o que se refere a Tenerife, cuja população se apresenta significativamente mais camecéfala e à Gran Canária que é mais dolicocéfala, mais leptoprósopa e mais hipsiconcha.

V—A análise da constituição morfológica dos elementos desarmónicos demonstra a sua tendência platirínica; e a insuficiência da percentagem dos elementos de afinidades cromagnonóides, não dá alento à suposição duma sobrevivência desse discutido tipo étnico.

VI—Pelo contrário, o estado actual dos nossos conhecimentos, no que se refere ao comportamento hereditário dos caracteres humanos, favorece a hipótese da origem híbrida dos chamados tipos desarmónicos.

DR. EUSÉBIO TAMAGNINI.

QUADRO I

Diferenças locais relativas

		Tene- rife	Gran Canária	Go- meira	Ilha do Ferro	Fuerte- ventura	Palma
Índice cefálico.	♂ . . .	+ 2.71	- 5.78	+ 4.57	- 1.73	+ 1.07	- 1.46
	♀ . . .	+ 2.53	- 5.60	+ 5.09	- 2.92	-	- 0.91
Índice vertical.	♂ . . .	- 3.68	+ 2.56	+ 2.70	+ 0.99	- 4.60	+ 0.62
	♀ . . .	- 0.95	+ 1.33	+ 1.17	- 1.45	-	- 2.95
Índice facial.	♂ . . .	+ 1.58	+ 2.04	- 4.46	- 2.38	- 3.33	+ 0.59
	♀ . . .	- 2.70	+ 4.17	- 1.06	- 1.02	-	+ 0.81
Índice nasal . .	♂ . . .	- 2.44	+ 1.19	+ 1.57	+ 1.17	- 1.62	+ 0.87
	♀ . . .	- 0.46	- 2.61	+ 1.64	+ 3.44	-	- 2.59
Índice orbital .	♂ . . .	+ 0.88	+ 1.66	- 5.74	+ 0.07	+ 0.97	- 1.34
	♀ . . .	- 1.75	+ 3.59	- 0.78	+ 0.94	-	+ 2.58
Índice alveolar.	♂ . . .	- 0.25	- 1.15	+ 1.02	- 1.04	+ 1.57	+ 1.26
	♀ . . .	- 1.01	+ 0.53	- 0.90	+ 1.48	-	- 1.00
Capacidade . .	♂ . . .	- 0.76	+ 2.55	- 2.32	- 1.38	+ 0.27	+ 1.01
	♀ . . .	0.00	+ 0.85	+ 0.54	- 1.84	-	- 3.57

QUADRO II

Divergências significativas

	Tenerife	Gran Canária	Gomeira	Ilha do Ferro	
Índice cefálico.	♂ . . .	—	Maior dolicocefalia	Menor dolicocefalia	—
	♀ . . .	—	Maior dolicocefalia	Menor dolicocefalia	—
Índice vertical.	♂ . . .	Maior camecefalia	—	—	—
	♀ . . .	—	—	—	—
Índice facial.	♂ . . .	—	—	Maior cameprosópia	—
	♀ . . .	—	Maior leptoprosópia	—	—
Índice nasal.	♂ . . .	—	—	—	—
	♀ . . .	—	—	—	Maior platiníria
Índice orbital.	♂ . . .	—	—	Maior camecônchia	—
	♀ . . .	—	Maior hipsicônchia	—	—

QUADRO III

Crânios desarmónicos

48 ♂ e 11 ♀

Valores Médios

Índice cefálico	Índice vertical	Índice facial	Índice nasal	Índice alveolar	Índice orbital	Capacidade
♂ 73.40	♂ 71.51	♂ 47.91	♂ 50.10	♂ 93.06	♂ 79.99	♂ 1523
♀ 72.95	♀ 69.38	♀ 48.07	♀ 51.68	♀ 95.27	♀ 80.93	♀ 1477

Relatório do Dr. Aurélio Quintanilha, dirigido à Junta de Educação Nacional

EX.^{MO} SR. PRESIDENTE DA JUNTA
DE EDUCAÇÃO NACIONAL:

Durante o meu estágio de estudo em Berlim tive ocasião de informar frequentemente a Junta a que V. Ex.^a mui dignamente preside quer por intermédio de relatórios quer por meio de correspondência com carácter mais ou menos oficial muito a miúdo trocada com o Secretário Geral, Dr. Simões Raposo. Cumpre-me agora, terminado que foi o meu estágio, resumir em um último relatório os trabalhos ali efectuados, expondo à Junta as vantagens que dêsse estágio resultaram para a minha preparação profissional. Até à data da minha partida para a Alemanha em 1928 eu tinha sido em Botânica um auto-didata. Ainda que discípulo de dois grandes Mestres — os Prof. Júlio Henriques e Pereira Coutinho — o que com eles aprendi teve de facto uma pequena influência na minha formação como investigador pois que um e outro se dedicavam especialmente à sistemática de plantas superiores que na verdade nunca me atraiu. Inclinado desde muito cedo para problemas de citologia e de fisiologia, foram de facto os meus professores da Faculdade de Medicina de Lisboa que tiveram na minha preparação como botânico uma considerável influência. Dentre êles é justo destacar os nomes de Celestino da Costa, Aníbal Betencourt e Mark Athias.

Entregue depois às minhas próprias fôrças, comecei procurando aplicar aos domínios da Botânica os conhecimentos técnicos aprendidos em histologia, citologia, bacteriologia e fisiologia animais. Trabalhando completamente só, num país onde mais ninguém se dedicava a essa especialidade, consegui publicar entre 1919 e 1927 dois trabalhos de citofisiologia: *Contribuição ao es-*

tudo do género *Synchytrium*; e *O problema das plantas carnívoras*. Cheguei assim a Prof. catedrático da Faculdade de Ciências sem nunca ter realizado qualquer estágio no estrangeiro.

Em 1927 mandou-me a minha Faculdade representá-la no Congresso Internacional dos Anatomistas, que então se realizava em Londres. Aproveitei a oportunidade para visitar os Institutos de investigação científica que mais me interessavam nos países que me foi possível percorrer — Inglaterra, Alemanha, Holanda, Bélgica, França e Espanha. Apesar de muito rápida, foi esta visita para mim imensamente proveitosa. Tive ocasião de conhecer pessoalmente em Berlim o Prof. Kniep, cujos trabalhos sobre a sexualidade dos fungos tanto me haviam interessado, e que havia de desempenhar mais tarde um papel importante na minha carreira científica. Tivemos uma larga conversa no seu gabinete de trabalho. Expus-lhe o que tinha sido até aí a minha vida de botânico, os trabalhos realizados e as aspirações quanto ao futuro. Manifestei-lhe o meu vivo desejo de aproveitar a primeira oportunidade para ir trabalhar algum tempo sob a sua direcção. Kniep acolheu com a maior simpatia esse projecto e prometeu-me guardar-me um lugar de trabalho no seu esplêndido Instituto, sempre que eu precisasse de o utilizar.

De regresso a Portugal procurei orientar as coisas de modo a aproveitar esta oferta tão depressa quanto possível. Tinha eu já então 36 anos e sentia a necessidade urgente de um longo estágio em um Instituto de investigação científica onde me fôsse possível aprender um conjunto de técnicas que se não aprende sozinho nem pela consulta dos livros. Foi esse pois o objectivo principal da minha partida para Berlim.

Exposto o projecto à minha Faculdade, resolveu esta conceder-me das suas próprias verbas um pequeno subsídio para um estágio de um ano — 9.000,500 incluindo viagens. A minha permanência em Berlim só se tornou possível pela coincidência feliz de ser simultaneamente convidado pelo seminário romano daquela Universidade e por amável indicação do Prof. Providência da Faculdade de Letras de Coimbra para ali reger cursos de língua e literatura portuguesa.

Parti para Berlim em Setembro de 1928 e comecei logo em Outubro os meus trabalhos no Instituto de Kniep. Frequentava as suas lições, assistia aos trabalhos práticos que mais me inte-

ressavam e simultaneamente comecei a executar sob a sua direcção um trabalho de investigação científica sobre a sexualidade de um certo grupo de fungos. Kniep desde logo me avisou que não era possível no espaço de nove ou dez meses de que eu dispunha concluir semelhante trabalho. O que eu poderia era encontrar uma técnica, aperfeiçoar-me nela e continuar depois os meus trabalhos em Portugal.

O ano de 1928-29 ocupei-o com a criação de uma técnica nova para o isolamento das tétradas de esporos de um *Coprinus*, trabalho complicado e erizado de dificuldades, realizado em parte com um micro-manipulador, em parte à mão, com o auxílio de uma lupa binocular forte. As férias de verão desse ano aproveitei-as para ir frequentar na Estação de biologia marítima de Helgoland um curso sobre algas marinhas, dirigido pelo Prof. Oltmanns talvez o mais notável algologista da actualidade. Muito proveitosa em ensinamentos de toda a ordem me foi a frequência desse curso.

No ano imediato, 1929-30, fui pela primeira vez subsidiado pela Junta de Educação Nacional. Continuei os meus trabalhos sobre a sexualidade do *Coprinus* no Instituto de Kniep, assisti a um curso por êle realizado pela primeira vez sobre fisiologia vegetal e fui simultaneamente ao Instituto Superior de Agronomia de Berlim frequentar um curso teórico de patologia vegetal, dirigido pelo Prof. Appel e os respectivos trabalhos práticos. Nesse ano adoeceu gravemente Kniep, tendo vindo a falecer antes do fim de 1930. A sua perda representou para os trabalhos que eu estava realizando um considerável prejuízo. Logo a seguir fui convidado por Hartmann para continuar os trabalhos começados em colaboração com Kniep na secção por êle dirigida no Kaiser Wilhelm Institut für Biologie. Aceitei a sua oferta e ali trabalhei durante o segundo semestre do ano de 1930-31, o último que passei na Alemanha. Ali terminei a parte laboratorial do meu trabalho cuja redacção estou agora terminando. Aproveitei a oportunidade para me pôr em contacto com os investigadores que ali trabalham particularmente Goldschmidt, Correns, Mangold e os seus assistentes e colaboradores, para ver as suas instalações, os seus processos de trabalho e me pôr ao corrente de um vastíssimo campo de investigação que eu quasi desconhecia. Em resumo, durante os três anos que permaneci na Alemanha consegui pôr-me ao corrente de um número

considerável de métodos técnicos que em Portugal me seria impossível aprender. Dediquei particular atenção aos problemas de genética, aliados por um lado com a citologia por outro lado com a fisiologia. E realizei um trabalho de investigação científica sobre a distribuição e hereditariedade do sexo no género *Coprinus*. Posso afirmar que êsses três anos foram mais proveitosos para a minha preparação profissional que os quatorze anos que havia trabalhado sozinho em Portugal. As consequências benéficas desse estágio estão-se fazendo sentir muito particularmente na nova orientação que tenho dado aos meus cursos teóricos e respectivos trabalhos práticos, desde que reassumi as minhas funções em Coimbra.

Aproveitei por outro lado tôdas as oportunidades para estabelecer um inter-câmbio cultural entre a Alemanha e o nosso país, servindo-me para isso da minha situação de leitor de português na Universidade e procurando levar a Junta de Educação Nacional a trazer ao país investigadores estrangeiros que aqui viessem realizar cursos de aperfeiçoamento com demonstrações e trabalhos práticos.

São estes Sr. Presidente os mais importantes resultados do meu estágio na Alemanha que V. Ex.^a encontrará de uma maneira mais desenvolvida, quer nos relatórios precedentes, enviados à Junta, quer na minha correspondência com o Sr. Secretário Geral. — Saúde e Fraternidade.

Influências lunares sôbre o magnetismo terrestre

INVESTIGAÇÕES SOBRE AS INFLUÊNCIAS LUNARES
NA VARIAÇÃO DIÁRIA DA DECLINAÇÃO E DA FORÇA MAGNÉTICA
DE COIMBRA

Foi com agradável surpresa que, há dias, foi chamada a nossa atenção, pelo ilustre Director do Instituto Geofísico de Coimbra, para uma proposta apresentada em Copenhague pelos Drs. D. La Cour e J. Egedel à Comissão do Magnetismo Terrestre e da Electricidade Atmosférica. É que essa proposta vem ao encontro dum trabalho que, há meses, havíamos encetado, e em cujo desenvolvimento se foram desenrolando resultados tão animadores que, comunicando-os a S. Ex.^a o Director dêste Instituto, encontrámos na sua satisfação mais um estímulo para prosseguirmos nas nossas investigações.

Segundo D. La Cour e Egedel expõem nas considerações que acompanham a sua proposta *para a organização de Comissões Internacionais que se dediquem ao estudo das possíveis influências da Lua no magnetismo terrestre*, não tem êste problema sido tratado até hoje com a atenção que parece merecer. Foi essa mesma suspeita, gerada e alimentada no nosso espirito por factos de ordem diversa, quer puramente físicos, quer mesmo biológicos, em que essa influencia se revela, que nos impeliu a investigar do seu valor em relação ao magnetismo terrestre, utilizando para tal fim os elementos colhidos e arquivados no Instituto em que exercemos as nossas funções.

Sendo incontestavelmente o jogo das marés oceánicas o fenómeno em que mais frizantemente se denuncia a acção da Lua à superficie do globo, se bem que ela não deixe de patentear-se com maior ou menor nitidez em fenómenos de outra ordem, como, pór exemplo, os que se repercutem na vida agrícola e

na criação de gado, e sabido, como é, que todos êsses fenómenos estão relacionados com as fases da Lua, pensámos na possibilidade de existir também qualquer relação entre a idade do nosso satélite e as variações diurnas normais do magnetismo terrestre.

Consultando, antes de encetarmos o nosso trabalho, a opinião de E. Mascart a tal respeito (1), sentimos de princípio invadir-nos um certo desânimo perante êste período deveras concludente: «*On verra d'ailleurs que l'action propre de la Lune, comme corps magnétique, est absolument négligeable, si grande que l'on suppose l'aimantation directe ou induite.*» Prosseguindo, porém, na sua exposição, reproduz E. Mascart alguns documentos de Edw. Sabine, de Bache e de M. Van der Stok, relativos à variação diurna lunar em Kew, Toronto, Pekin, Sainte-Hélène, Le Cap, Hobarton, Philadelphia e Batávia, tão concordantes nos seus resultados que, reanimando-nos, nos decidiram a verificar se as observações de Coimbra conduziriam a idênticas conclusões, isto é, se nelas se descobriria alguma relação entre a idade da Lua e as variações diurnas das componentes do magnetismo terrestre.

Sendo incontestavelmente preponderante a influência do Sol nas variações magnéticas, e reconhecida a relação existente entre as suas perturbações e o desenvolvimento das manchas solares, impõe-se, em primeiro lugar, eliminar, no estudo das influências lunares, essas outras mais poderosas que, sobrepondo-se-lhe e salientando-se, as ocultariam mais ou menos completamente. Obedecendo a êsse critério, iniciámos as nossas investigações pela análise do ano de 1923 a que corresponde um mínimo de manchas, análise pela qual, excluídos os dias perturbados e adoptados os valores da variação diurna dos restantes pela fórmula de A. Henry $\left(b = \frac{1}{4} [a + 2b + c]\right)$, fomos surpreendidos por tão animadores resultados, que nos abalançámos a alargar o nosso estudo, tomando uma série de cinco anos seguidos e contidos, tanto quanto possível, no período de menor actividade solar. Para êsse fim reunimos ao ano de 1923 os dois anos anteriores e os dois posteriores, assim organizando os mapas I e II, nos

(1) *Traité de Magnetisme Terrestre* de E. Mascart, págs. 269 e seg.

quais se reproduzem, para a Declinação e para a Componente horizontal, os desvios da variação diurna dos meses lunares em relação à variação média de cada um deles, e bem assim a distribuição desses desvios no ano e em cada estação do ano.

Como acima se diz, as curvas foram tôdas adoçadas pela fórmula de Henry, tendo presidido, para que assim procedessemos, o seguinte facto: sem qualquer oscilação que permita classificar as curvas dos magnetógrafos como perturbadas, dias há em que a variação se afasta exageradamente da média o que faz presumir que não correspondam a dias tão puramente calmos como a regularidade do seu traçado aparenta. Deveriam por tal facto ser rejeitados êsses dias; mas só por uma medida arbitraria se poderiam convencionar os máximos e mínimos dentro de cujos limites as curvas seriam aceitáveis, razão por que, para amaciar êsses desvios a que correspondem certas irregularidades que até certo ponto comprometem a harmonia do conjunto, resolvemos proceder a êsse adoçamento, embora nem sempre êle seja suficiente, — tal é o valor que por vezes atingem as oscilações anormais —, para conduzir a curva das variações a um desenvolvimento tal, que essas anomalias fiquem inteiramente rebatidas. Tal é, por exemplo, o caso do ano de 1923 (mapa IV e gráficos II e III), ou, seja, o ano de actividade solar mínima dentro do período dos cinco anos considerados, em que, pelo confronto das correspondentes oscilações da Declinação e da Componente horizontal com as curvas anuais obtidas pela média das variações diurnas respeitantes a êsses cinco anos e que, por tal facto, tomamos na discussão como curva normal, se nota uma anomalia muito importante no desvio sofrido pela Declinação no décimo segundo dia lunar e, bem assim, para a Componente horizontal, no período de dias lunares que antecedem o dia 11, e muito particularmente nos dias 8 e 9. A êsses exagerados afastamentos da normal a que nos vimos referindo e que justificariam a exclusão dos dias em que se observassem, considerando-os perturbados, se deverá atribuir a menor regularidade das curvas respeitantes ao ano de 1923 em relação às de 1924 e 1925 que já se encontram na fase de crescimento da actividade solar.

Aproximando o mapa III elaborado por M. Van der Stok, em que nos são franqueados, para a Declinação, os valores da variação diurna lunar em Batávia para o grupo de anos de 1883

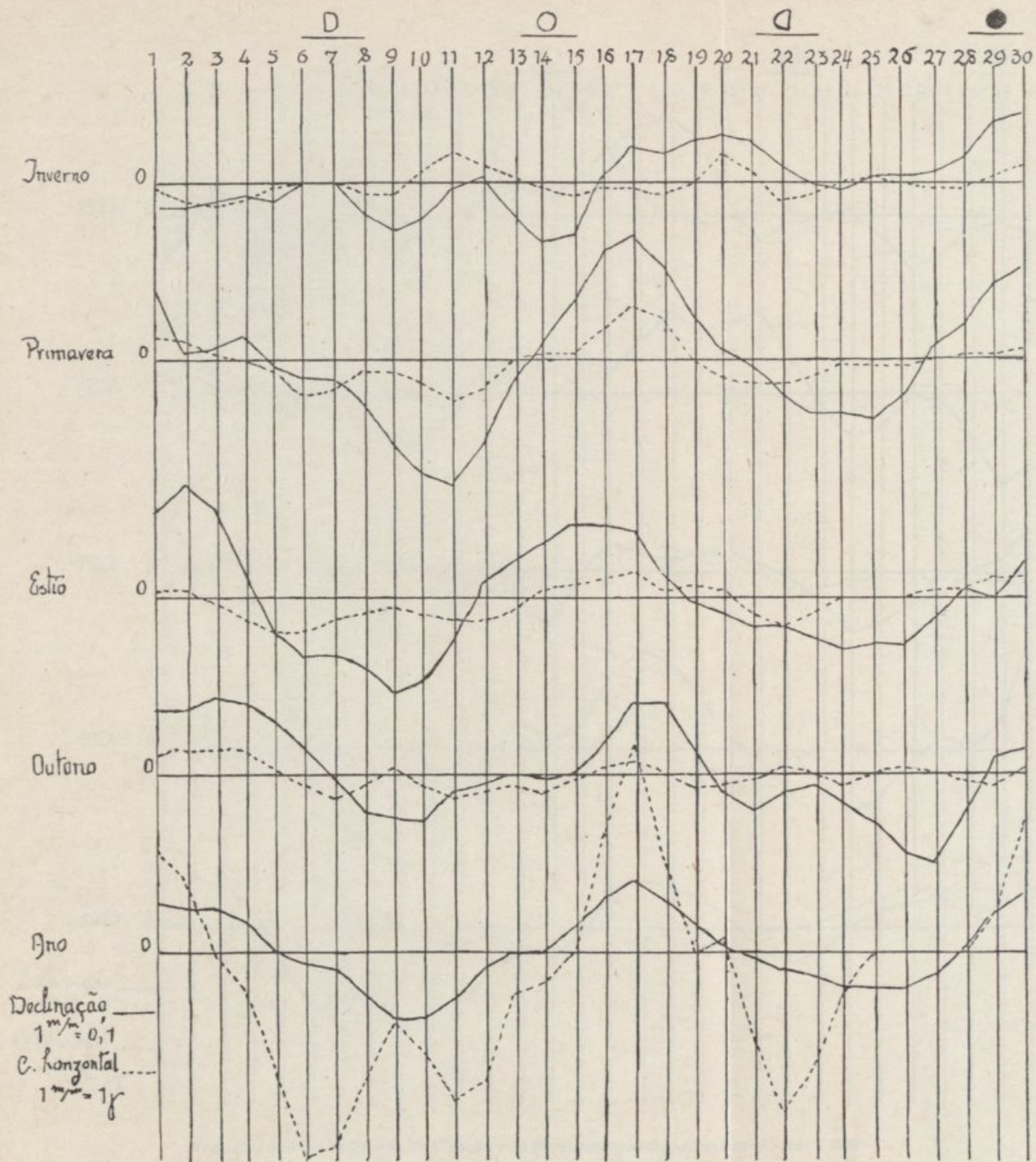
a 1894, em face do qual E. Mascart (1), de cuja obra o reproduzimos, conclui que « as variações seriam positivas na vizinhança do novilúnio e do plenilúnio e negativas no primeiro e último quartos », aproximando, — dizíamos —, o mapa III, respeitante às variações da Declinação em Batávia, dos mapas I e II, relativos às mesmas variações em Coimbra, para o período de cinco anos (1921 a 1925) de menor actividade solar, evidencia-se entre os elementos fornecidos por cada um deles uma concordância nitidíssima, se bem que esses mapas, os nossos e o de M. Van der Stok, não sejam absolutamente comparáveis, visto os planos respectivos que assistiram à sua organização, obedecerem a critérios um tanto diferentes. Entretanto alguma cousa os aproxima.

Observa-se, com efeito, pela análise do mapa I, que, para cada mês, os desvios da variação diurna, em relação à sua média mensal, se produzem num ou noutro sentido com as mudanças de fase lunar, fenómeno este que melhor ainda se evidencia nas médias sazonárias e anuais que se registam nos mapas I, II e IV, e são reproduzidas nos gráficos I, II e III, onde se torna mais fácil analisar o comportamento desse movimento em correspondência com a idade da lua.

Tomando cada um desses gráficos separadamente, um facto importante resalta de pronto à vista: — É que o movimento geral das variações, tanto para a Declinação como para a Componente horizontal, obedece a um plano comum e constante, embora oferecendo certas irregularidades mais ou menos pronunciadas, que deverão atribuir-se a influências ou causas de outra ordem que se sobrepõem com prejuízo da causa, ou da influência, a que esse plano está submetido —. Assim, duma maneira geral, se verifica que, em concordância com o que E. Mascart conclui do mapa de M. Van der Stok, a que acima se faz referência, as variações diurnas lunares se desviam, em relação à normal, no sentido positivo ao avizinhar-se o novilúnio e o plenilúnio, e no sentido negativo na vizinhança do primeiro e último quartos.

Analisando os dados fornecidos pelo mapa IV, ou pelos gráficos II e III, evidencia-se até certo ponto a responsabili-

(1) Veja-se a obra de E. Mascart acima citada: *Traité de Magnétisme Terrestre*.



Variações diurnas lunares, sazonárias e anuais da Declinação e da Fôrça horizontal (1921-1925)

GRÁFICO I. — Representando os dados dos mapas I e II

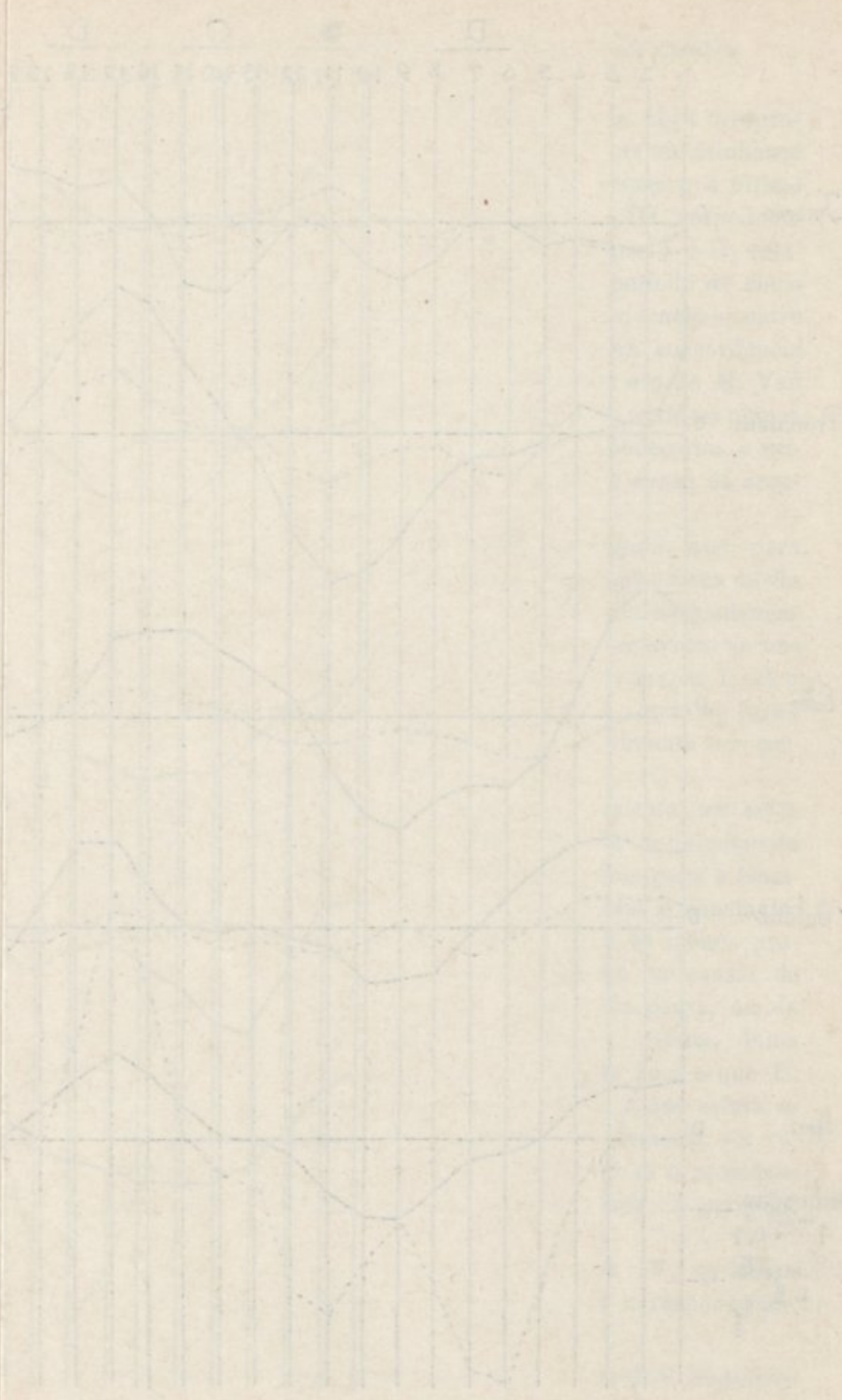
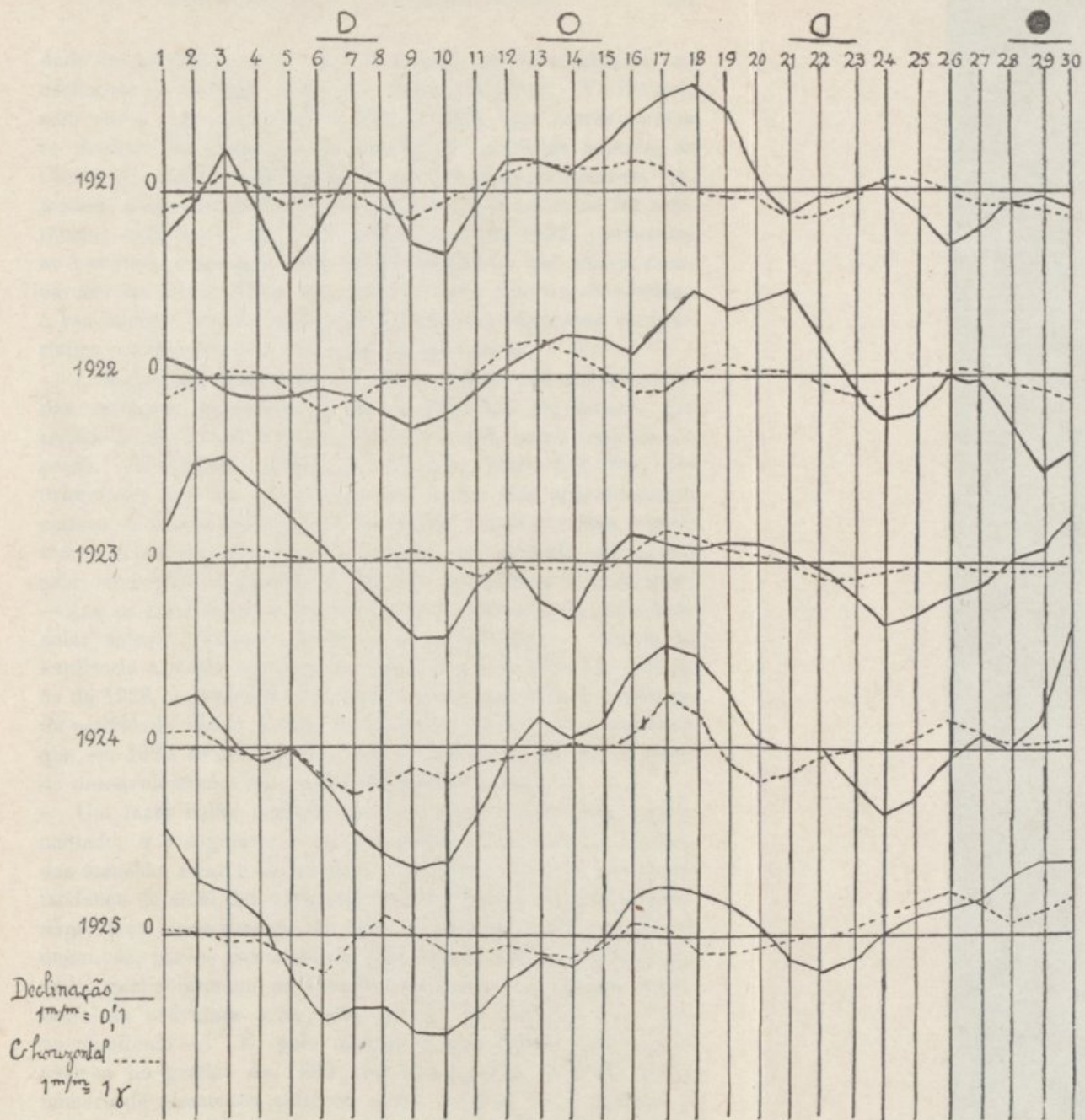
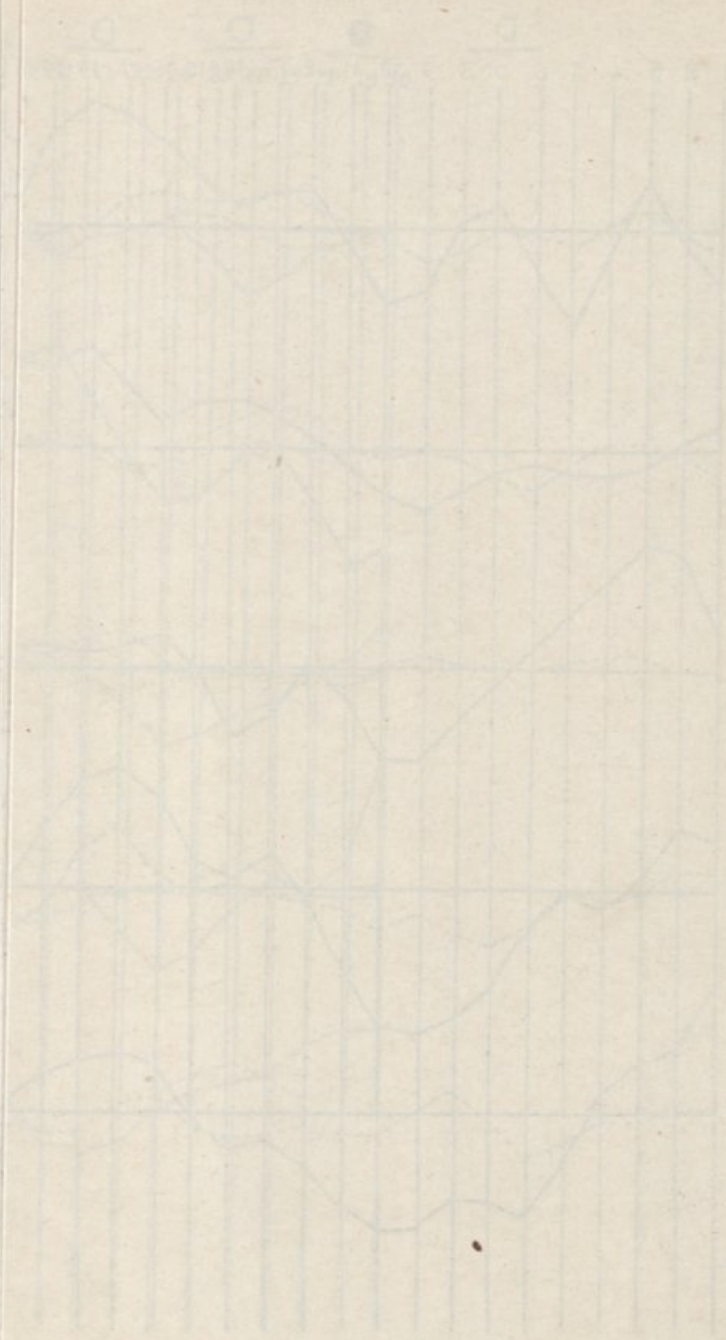


Figure 1. — Comparison of the results of the various methods of measuring the length of the wave.



Variações diurnas lunares da Declinação e da Fôrça horizontal para os anos de 1921 a 1925

GRÁFICOS II e III. — Representando os dados do mapa IV



The following figures illustrate the results of the experiments conducted on the subject of the influence of the frequency of the current on the rate of electrolysis. The figures are arranged in two columns and three rows. The first column shows the results of the experiments conducted at a frequency of 50 cycles per second, and the second column shows the results of the experiments conducted at a frequency of 100 cycles per second. The figures are arranged in three rows, corresponding to the three different frequencies of the current. The first row shows the results of the experiments conducted at a frequency of 50 cycles per second, the second row shows the results of the experiments conducted at a frequency of 100 cycles per second, and the third row shows the results of the experiments conducted at a frequency of 100 cycles per second.

dade da actividade solar nas desordens que se produzem nas oscilações da variação devidas à influência lunar. Verifica-se, com efeito, que nos anos de 1921 e 1922, que correspondem ao declínio do número e frequência das manchas solares, as curvas da variação diurna lunar tendem a regularizar-se, ou, melhor, a aproximar-se do plano geral a que acima se faz referência; entretanto, ainda em 1922, como em 1921, predomina no novilúnio a anomalia dos desvios negativos que vemos desaparecer no ano de 1923, em que o número das manchas atinge o seu mínimo, com uma acentuação sobremaneiramente característica e palpitante nas variações da Declinação.

Como acima se fez notar, e aqui se repete, não são as curvas das variações referentes ao ano de 1923 tão regulares e tão concordantes com o seu movimento normal, como seria de esperar. Atribuimos, porém, o fenómeno, como fica dito, aos exagerados desvios da variação em certos dias aparentemente calmos, mas que realmente não no serão, e que por esse motivo têm sido classificados com o caracter *O*. Quando assim não seja, uma outra explicação do facto se nos oferece de momento: — que as manifestações magnéticas por influência da actividade solar sofram qualquer atrazo na sua produção —. Assim se explicaria a maior regularidade das curvas de 1924 em relação às de 1923, a-pesar-de se iniciar naquele ano a fase crescente da actividade solar, a cujo facto deverá attribuir-se a tendência que em 1925 se esboça para novas alterações no plano geral de desenvolvimento das variações diurnas lunares.

Um facto muito curioso, que nos parece merecedor de ser anotado, é o seguinte: — que, enquanto no período de declínio das manchas solares as anomalias consistem essencialmente na mudança de sinal das variações no novilúnio, pois que de positivas, como normalmente são (veja gráficos II e III), passam a negativas, parece que a mesma perturbação tende a produzir-se, muito particularmente na Componente horizontal, na fase ascensional da actividade solar, não, porém, no novilúnio, mas sim no plenilúnio —. É, pelo menos, o que parece querer delinear-se no gráfico de 1925; entretanto, pela falta de maior número de elementos colhidos numa série de anos continua e suficientemente extensa para abranger períodos completos de aumento e diminuição da actividade solar, — o que não nos é possível realizar a curto praso, devido à falta de pessoal com

que luta o Instituto Geofísico e pela qual pouco tempo sobra dos serviços ordinários —, julgamos extemporâneo qualquer pronunciamento definitivo a tal respeito.

Da análise dos gráficos I, em que se faz sobressair o desenvolvimento das variações diurnas lunares, dadas pelos mapas I e II, e relativas ao ano e às quatro estações do ano, ressaltam de pronto vários pormenores que convirá mencionar, não só quanto à maior ou menor regularidade no desenvolvimento das curvas sazonárias e anual, mas ainda quanto à amplitude das suas oscilações.

Comparando a curva anual da variação diurna lunar, curva que, como se tem repetido, deverá constituir, neste estudo relativo a um tão diminuto número de anos, a curva normal, comparando, — *diziamos* —, a curva anual da variação diurna lunar com as respectivas curvas sazonárias, notam-se, em algumas, certos desvios que em parte alteram a pronunciada regularidade que naquela se observa, — especialmente na Declinação —, sem que, todavia, deixe de delinear-se, com maior ou menor nitidez, o traço geral a que os respectivos movimentos obedecem e que, como acima se fêz notar, se resumem em oscilações cujo sinal transita dos valores positivos do novilúnio e do plenilúnio para os valores negativos que caracterizam a passagem pelos quartos. Êste movimento, sobremaneira evidente sobretudo nas curvas relativas ao ano e às estações quentes, toma um comportamento que nos oferece grande analogia com o do jôgo das marés oceânicas, o que nos autoriza a suspeitar da possibilidade de produção de marés atmosféricas idênticas àquelas e por via das quais o movimento das variações diurnas lunares do magnetismo terrestre fôsse uma resultante do maior ou menor espessamento da camada diamagnética. Conveniente seria, pois, conjugar êste estudo com o das variações da pressão atmosférica para se verificar se algum paralelismo existiria entre os dois fenómenos, estudo êsse que de momento se nos torna impossível abordar por nos faltar o tempo disponível para isso.

Embora submetidas ao plano geral já definido, não possuem os gráficos do outono e, sobretudo, os do inverno, uma regularidade tão perfeita como os restantes (primavera, estio e ano). Assim é que, focando apenas o traçado das variações do inverno, se nota uma inversão de sinal que, de positivo na curva normal, passa a negativo, e vice-versa, em alguns dos dias

ainda subordinados à influência da lua cheia, da lua nova e do último quarto, e que, perturbando por essa forma o traçado geral, faz suspeitar da existência de qualquer outra influência sobreposta que o altere sem contudo o destruir. Perante tal facto, julgamos viável attribuí-lo a um possível recrudescimento da influência solar, por virtude de, na sua translação, vir a Terra, na estação invernosa, a ocupar a posição menos distanciada do sol. ¿Será esta, de facto, a causa perturbadora da regularidade normal na curva em questão?

Um outro pormenor importante a colher dos gráficos em discussão, é o que diz respeito à localização das máximas amplitudes descritas no movimento da variação diurna lunar. Constatada-se, com efeito, pela análise dos referidos gráficos, que as variações, tanto positivas como negativas, atingem, duma maneira geral, os seus maiores valores na vizinhança do plenilúnio, registando-se a amplitude máxima na estação da primavera.

Estes factos que, na Declinação, se patenteiam com a mais clara evidência, porquanto apenas no inverno se verifica a excepção da coincidência da maior variação positiva com a passagem da lua nova, não deixam de verificar-se também nos gráficos da variação diurna lunar da Componente horizontal, se bem que na estação invernosa, como na calmosa, se produzam as maiores oscilações negativas na proximidade do novilúnio. Analisando, porém, os gráficos relativos ao ano, verifica-se, de facto, uma certa diferença quanto à posição que, na Declinação e na Componente horizontal, ocupam os correspondentes máximos e mínimos da variação; e assim é que, enquanto esses valores se registam, na Declinação, na vizinhança da lua cheia, assistimos, na Componente horizontal, ao deslocamento da variação mínima para a proximidade do novilúnio. Entretanto não deixam as duas curvas de concordar num pequeno acidente, ou, seja, no facto de se registarem os menores valores da variação na transição da lua nova para a lua cheia, isto é, na vizinhança do primeiro quarto, e os maiores valores na transição da lua cheia para a lua nova, isto é, ao caminhar-se para o último quarto. Aberta, pois, a excepção acima anotada quanto à posição que, na Declinação, ocupa no inverno a variação máxima, reproduz-se este fenómeno com a mesma uniformidade em tôdas as estações do ano, tanto na Declinação, como na Componente horizontal.

Decorre de tudo quanto acabamos de expor um certo número

de conclusões que esperamos ver ou não confirmadas em futuros estudos a que possam dedicar-se outros investigadores de maior envergadura. Quanto à parte que nos diz respeito, obedecendo ao estímulo e à indicação de S. Ex.^a o Director do Instituto Geofísico de Coimbra, tencionamos de ora àvante, e desde que se regularizem os serviços magnéticos presentemente inutilizados pela viação eléctrica da Cumiada na parte respeitante ao funcionamento dos magnetógrafos, tencionamos, — dizíamos —, enriquecer as publicações anuais, inserindo nelas, a par da tabulação mensal solar, — única em uso até aqui —, os mapas da variação diurna para cada mês lunar e, bem assim, para o ano e estações do ano, tomando para cada uma destas, de harmonia com o plano d'este trabalho, os seguintes períodos:

- a) Para o Inverno, os meses de Dezembro a Março;
- b) Para a Primavera, os de Março a Junho;
- c) Para o Estio, os de Junho a Setembro; e
- d) Para o Outono, os de Setembro a Dezembro.

Assim delineado o plano geral das nossas futuras investigações, resta-nos, para concluir este modesto trabalho, registar, em último resumo, as conclusões que dele julgamos poder tirar, e que são as seguintes:

- 1.^a) As variações diurnas lunares desviam-se da variação média no sentido positivo, na vizinhança do novilúnio e do plenilúnio, e no sentido negativo na vizinhança dos quartos;
- 2.^a) A amplitude d'esses desvios atinge o seu valor máximo na Primavera, e, para cada estação, durante o período de influência da lua cheia, notando-se, além disso, que a variação máxima se produz na transição do plenilúnio para o novilúnio, ou, seja, ao caminhar-se para o último quarto, e a variação mínima na passagem do primeiro quarto, isto é, na transição da lua nova para a lua cheia;
- 3.^a) As anomalias que o movimento da variação diurna lunar sofre pela influência solar são, parece-nos, da seguinte ordem:
 - a) Tendência à inversão do sinal no novilúnio, ou no plenilúnio, consoante se percorre o período

de decrescimento, ou de crescimento, da actividade solar;

- b) A maior aproximação do sol perturba profundamente no inverno o movimento das oscilações normais da variação diurna lunar.

ARTUR DIAS PRATAS

Observador do Instituto Geofísico

NOTA. — Depois de composto o nosso artigo, tivemos conhecimento duma memória sobre *Magnetismo terrestre*, publicada nos *Anais do Observatório do Infante D. Luiz* (Lisboa, 1886), em que Brito Capelo se refere ao mesmo assunto de que vimos tratando.

MAPA I

Variações diurnas lunares mensais, sazonárias e anual
expressas em minutos

DECLINAÇÃO (1921-1925)

Idade da Lua	Dezembro a Janeiro	Janeiro a Fevereiro	Fevereiro a Março	Março a Abril	Abril a Maio	Maio a Junho	Junho a Julho	Julho a Agosto	Agosto a Setembro	Setembro a Outubro	Outubro a Novembro	Novembro a Dezembro	Inverno (Dezembro a Março)	PRIMAVERA (Março a Junho)	Estio (Junho a Setembro)	Outono (Setembro a Dezembro)	Ano
1	+0,7	-0,1	-1,8	+0,6	+1,1	+0,7	+1,5	+1,1	+1,6	-0,2	+1,5	+1,9	-0,4	+1,2	+1,4	+1,1	+0,8
2	+0,4	+0,2	1,8	-0,3	0,4	+0,2	1,6	2,3	2,0	-0,1	1,4	1,9	0,4	0,1	1,9	1,1	0,7
3	-0,1	+0,4	1,2	-0,4	1,0	-0,1	+0,6	1,9	2,0	+0,7	1,8	1,4	0,3	0,2	1,5	1,3	0,7
4	+0,2	0,0	0,8	+0,1	0,7	+0,2	-0,6	0,8	+1,0	0,6	1,8	1,2	0,2	+0,4	+0,4	1,2	0,5
5	-0,4	-0,3	-0,3	0,0	0,0	-0,3	1,0	+0,1	-0,7	0,3	1,4	0,8	0,3	-0,1	-0,6	0,9	0,0
6	+0,2	0,4	+0,2	-0,3	-0,2	0,6	0,7	-0,4	1,8	0,5	+0,5	+0,1	0,0	0,3	1,0	+0,4	-0,2
7	+0,2	0,4	+0,1	0,7	+0,6	1,0	0,7	0,5	1,7	0,5	-0,4	-0,5	0,0	0,3	1,0	-0,1	0,3
8	-0,5	0,5	-0,7	1,4	+0,8	1,5	1,0	0,9	1,6	0,0	1,0	1,0	0,5	0,7	1,2	0,6	0,7
9	0,8	-0,3	1,5	2,0	-0,4	1,8	1,5	2,0	1,2	-0,7	-0,1	1,3	0,8	1,4	1,6	0,7	1,1
10	0,5	+0,2	1,6	2,2	0,6	2,2	1,8	2,3	0,0	1,3	+0,3	1,4	0,6	1,9	1,4	0,8	1,1
11	0,0	0,5	0,9	2,1	1,8	2,5	-0,9	1,6	+0,6	-0,8	+0,3	0,5	-0,1	2,1	-0,7	0,3	0,8
12	+0,1	+0,1	0,1	1,3	1,2	1,8	+0,8	-0,3	+0,1	+0,5	-0,4	-0,8	+0,1	1,4	+0,2	0,2	0,3
13	-0,5	-0,7	0,4	0,4	0,0	0,9	2,1	+0,6	-0,8	1,1	1,2	+0,1	-0,5	-0,4	0,6	0,0	0,0
14	-0,7	1,0	1,3	0,0	+0,9	-0,2	2,4	1,1	-0,8	0,5	0,8	-0,2	1,0	+0,3	0,9	0,1	0,0
15	+0,1	0,9	-1,1	+0,5	1,7	+0,6	2,0	1,4	+0,2	0,2	-0,1	-0,1	-0,9	1,0	1,2	0,0	+0,4
16	0,9	-0,4	+0,1	0,9	2,2	2,1	1,8	0,9	1,1	0,9	+0,2	+0,1	+0,1	1,8	1,2	+0,5	0,9
17	1,0	+0,4	0,3	1,0	2,0	3,3	1,7	+0,3	1,3	1,6	0,4	0,4	0,6	2,1	1,1	1,2	1,2
18	0,8	0,6	0,1	1,0	1,3	2,5	1,4	-0,7	0,6	1,9	0,2	0,3	0,5	1,6	+0,4	1,2	0,9
19	+0,6	0,5	0,8	1,0	0,0	1,3	+0,5	1,1	0,3	+0,9	+0,1	+0,1	0,7	0,8	-0,1	+0,4	0,5
20	-0,1	1,0	1,4	1,1	-1,3	0,7	-0,3	0,9	0,4	-0,6	-0,2	-0,1	0,8	+0,2	0,3	-0,3	+0,1
21	0,7	1,3	1,3	1,0	1,4	0,0	0,4	1,0	0,0	1,2	0,6	0,2	0,7	-0,1	0,5	0,6	-0,1
22	0,5	0,5	0,8	0,3	1,2	-0,9	0,5	0,7	-0,3	0,7	-0,1	0,2	0,3	0,6	0,5	0,3	0,3
23	0,2	0,0	+0,2	0,0	1,9	0,9	0,7	-0,2	1,2	0,3	+0,1	0,4	0,0	0,9	0,7	0,2	0,4
24	0,1	0,3	-0,7	+0,2	2,4	0,7	0,5	+0,1	2,3	0,5	-0,5	0,7	-0,1	0,9	0,9	0,5	0,6
25	0,0	+0,6	-0,4	-0,3	2,1	0,7	0,5	0,1	2,0	1,3	0,8	0,8	+0,1	1,0	0,8	0,8	0,6
26	0,2	-0,1	+0,6	0,7	1,2	0,0	-0,6	0,1	1,9	2,0	1,3	0,8	0,1	-0,6	0,8	1,3	0,6
27	-0,2	0,6	1,2	-0,4	-0,1	+1,0	+0,7	0,3	2,2	2,0	1,6	0,9	0,2	+0,2	-0,4	1,5	-0,4
28	+0,1	-0,4	1,3	+0,3	+0,4	1,1	1,9	0,5	2,1	-0,6	1,0	0,5	0,4	0,6	+0,1	-0,7	+0,1
29	0,2	+0,4	2,2	1,8	1,0	1,1	0,9	0,9	-1,6	+1,0	-0,2	0,1	-1,0	1,3	0,0	+0,3	0,7
30	0,0	+0,7	+2,8	+1,9	+1,5	+1,2	+0,2	+1,5	-	+1,1	-	-0,3	+1,2	+1,6	+0,6	+0,4	+1,0

MAPA II

Variações diurnas lunares mensais, sazonárias e anual, expressas em $\gamma\gamma$

COMPONENTE HORIZONTAL (1921-1925)

Idade da Lua	Dezembro a Janeiro	Janeiro a Fevereiro	Fevereiro a Março	Março a Abril	Abril a Maio	Maio a Junho	Junho a Julho	Julho a Agosto	Agosto a Setembro	Setembro a Outubro	Outubro a Novembro	Novembro a Dezembro	INVERNO (Dezembro a Março)	PRIMAVERA (Março a Junho)	ESTIO (Junho a Setembro)	OUTONO (Setembro a Dezembro)	Ano
1	-2	-4	+3	+9	0	+3	-2	-4	+11	+10	+2	-1	-1	+4	+1	+3	+1,7
2	3	4	-3	0	+5	4	5	1	10	9	2	+1	3	3	+1	4	+1,2
3	4	-2	7	-5	+5	4	8	2	8	7	4	3	4	+1	-1	4	0,0
4	3	+1	6	2	-1	+3	9	4	+2	5	4	4	3	0	4	4	-0,7
5	3	3	3	1	4	-1	6	5	-5	+2	+1	+2	-1	-2	6	+1	2,0
6	2	4	1	3	6	7	5	6	5	-1	-4	-1	0	6	6	-2	3,5
7	1	+2	1	3	-1	11	4	-3	4	3	-6	1	0	5	4	4	3,3
8	3	0	3	2	+5	-8	3	0	-5	4	+1	-1	-2	2	3	-2	2,2
9	-2	0	-3	2	0	0	6	0	+1	4	8	0	-2	2	2	+1	1,2
10	+1	+2	+3	3	-7	0	7	-7	7	8	+5	2	+2	4	3	-2	1,7
11	5	+7	5	8	-6	4	8	+2	7	7	-1	-4	5	7	4	4	2,5
12	4	5	0	5	-4	-5	-1	6	-3	4	4	+1	3	-5	4	3	2,2
13	+1	6	-5	3	+1	+2	+2	-1	5	3	7	5	+1	0	-2	2	0,7
14	-1	+1	3	-1	0	4	4	+6	5	-5	6	2	-1	+1	+1	3	-0,5
15	-1	-3	1	+1	0	3	6	+3	-3	0	-2	+1	2	1	2	-1	0,0
16	+1	3	-1	4	+3	6	10	-1	0	+8	0	-3	1	5	3	+1	+2,0
17	2	6	+1	15	+2	11	9	1	+4	14	-1	6	1	9	4	+2	3,5
18	1	8	0	20	-2	+5	6	-5	3	8	3	4	-2	+7	1	0	+1,5
19	+1	6	+6	+7	5	0	+1	+2	3	3	2	5	0	0	2	-2	0,0
20	0	2	18	0	3	-4	-5	+8	+2	2	1	-7	+5	-3	+1	2	+0,2
21	-4	-1	+12	-3	-1	7	5	-2	-2	+1	-2	0	+2	4	-3	-1	-1,5
22	5	0	-3	6	+1	6	4	6	3	-2	0	+7	-3	4	5	+1	2,7
23	-2	+2	6	5	4	6	-2	3	3	4	0	+4	-2	3	-3	0	2,0
24	+1	2	4	1	3	-4	+4	1	3	5	0	-1	0	1	0	-2	-0,7
25	3	+2	3	1	0	0	4	-1	3	3	+3	0	+1	1	0	0	0,0
26	3	-1	3	4	-1	+2	2	+3	4	1	3	+2	0	-1	0	+1	0,0
27	+1	-2	3	4	0	5	7	2	6	2	0	2	-1	0	+1	0	0,0
28	-1	0	-1	2	0	6	9	1	-5	4	-1	2	-1	+1	1	-1	0,0
29	0	+3	0	2	+2	3	3	5	+1	-3	-3	2	+1	1	3	-2	+0,7
30	0	+5	+5	-1	+6	+2	-2	+10	-	+2	-	+2	+3	+2	+3	+1	+2,2

MAPA III

DÉCLINAISON

Variation diurne lunaire à Batavia pour six périodes
du jour, suivant les phases (1883-1894)

Age de la Lune	6 à 7 h.	8 à 10 h.	11 à 13 h.	14 à 16 h.	17 à 19 h.	20 à 5 h.
1	+ 73	+ 199	+ 88	+ 137	+ 67	+ 36
3	+ 10	+ 45	+ 66	114	36	+ 6
5	- 55	- 159	- 33	+ 23	+ 8	- 9
7	56	212	146	- 104	- 20	21
9	- 36	196	155	150	52	20
11	+ 18	- 14	- 19	- 49	- 28	- 2
13	92	+ 106	+ 24	+ 24	+ 14	+ 4
15	103	169	95	189	33	10
17	13	+ 131	160	+ 133	28	20
19	+ 17	- 31	+ 18	- 7	+ 1	+ 9
21	- 75	202	- 104	144	- 12	- 6
23	93	221	86	152	44	16
25	- 23	- 58	- 34	- 86	47	7
27	+ 41	+ 148	+ 68	+ 7	- 22	- 0
29	+ 61	+ 258	+ 151	+ 137	+ 70	+ 16

MAPA IV

Variações diurnas lunares para cada um dos anos
do período de 1921 a 1925

Idade da Lua	Declinação					Componente horizontal				
	1921	1922	1923	1924	1925	1921	1922	1923	1924	1925
1	-0,7	+0,3	+0,5	+0,7	+1,7	-2	-3	0	+3	+1
2	-0,2	+0,1	1,6	0,9	0,9	-1	-1	0	+3	0
3	+0,7	-0,2	1,7	+0,2	0,7	+3	+1	+2	0	-1
4	-0,2	0,3	1,2	-0,2	+0,3	+1	+1	2	-1	1
5	1,3	0,3	0,8	0,0	-0,7	-2	-2	+1	0	4
6	-0,6	0,2	+0,3	-0,5	1,4	-1	5	0	-4	6
7	+0,3	0,3	-0,2	1,3	1,2	0	4	0	7	-1
8	+0,1	0,6	0,7	1,7	1,2	-3	-1	+1	5	+3
9	-0,8	0,8	1,2	1,9	1,6	4	0	+2	3	0
10	1,0	0,6	1,2	1,8	1,6	-1	-1	0	5	-3
11	-0,2	-0,2	-0,4	1,1	1,3	+1	+1	-2	2	3
12	+0,5	+0,2	+0,1	-0,1	0,7	3	5	1	-1	2
13	0,5	0,5	-0,6	+0,5	0,4	5	6	1	0	3
14	0,3	0,7	-0,9	0,2	0,5	4	4	1	+1	4
15	0,7	0,6	0,0	0,4	-0,1	4	+1	-1	0	-2
16	1,2	0,4	+0,5	1,3	+0,6	5	-2	+2	+3	+2
17	1,5	0,9	0,3	1,7	0,8	+4	-2	5	9	+1
18	1,7	1,4	0,2	1,5	0,7	0	+1	4	+6	-3
19	1,3	1,1	0,3	0,9	0,5	-1	2	2	-2	3
20	+0,2	1,2	0,3	+0,2	+0,1	1	1	+1	5	2
21	-0,4	1,4	+0,1	0,0	-0,4	4	+1	0	4	-1
22	-0,1	+0,7	-0,1	0,0	0,6	4	-1	-2	-1	0
23	0,0	-0,1	0,5	-0,6	-0,4	-1	3	2	0	+1
24	+0,1	0,7	1,0	1,1	0,0	+2	-3	-1	0	3
25	-0,3	-0,6	0,9	0,8	+0,3	+2	0	0	+2	5
26	0,9	0,0	0,6	-0,2	0,4	0	+1	0	5	7
27	0,6	-0,1	-0,4	+0,2	0,6	-2	+1	-1	3	5
28	0,2	0,7	0,0	0,0	0,9	2	-1	1	1	2
29	0,1	1,6	+0,2	+0,5	1,2	3	2	-1	1	4
30	-0,3	-1,2	+0,8	+2,1	+1,2	-4	-4	+2	+2	+6

Um afloramento do Silúrico na Beira Transmontana (Serra da Marofa)

Fui encarregado pelo Prof. da Cadeira de Geologia, sr. Doutor Ferraz de Carvalho, de fazer o reconhecimento das rochas da Serra da Marofa, representadas na nossa Carta Geológica como pertencendo às formações *pré-câmbricas* (C b₁). Do trabalho já realizado parece tratar-se antes de um importante afloramento do *ordoviciano*, semelhante a outro da margem direita do Douro, ao sul de Moncorvo, e que de Poiares se desenvolve para ocidente.

*

A serra da Marofa é uma sucessão quasi linear de picos, aproximadamente na direcção de leste-oeste. Ergue-se sobre uma vasta área cujo relêvo apresenta o aspecto tipico criado pela erosão das formações xistosas — vales profundamente escavados e sinuosos, serpeando por entre elevações arredondadas.

A serra domina estas elevações, culminando em picos aguçados. Entre dois deles dispõe-se uma crista alongada, que tem vista de longe, forma pitoresca e característica.

Acentuamos assim que os picos da Marofa, em conjunto, apresentam disposição diferente, transversal, em relação ao relêvo da região circunvizinha. Eleva-se, cruzando sobre os vales e as elevações arredondadas que os separam.

A rede hidrográfica da Beira Transmontana, naquela secção norte, tem, como troncos principais, o rio Coa e a ribeira de Aguiar. Estes cursos de água seguem de montante na direcção sul-norte; mas ao aproximarem se da Serra da Marofa sofrem desvio lateral: o Coa para oeste; a ribeira de Aguiar, para leste. É sobretudo curioso o do Coa, contornando-a numa larga curva.

* As rochas que constituem a serra são principalmente quartzitos, muito resistentes à acção dos agentes atmosféricos. No dorso existem afloramentos destas rochas em alinhamentos rectilíneos, formando nas suas cristas picos agudos; e a erosão deles desagregou blocos, dispersando-os, e com eles constituindo o revestimento das encostas. Os terrenos adjacentes à serra, logo nas vizinhanças das suas faldas, são xistosos.

Por tôdas estas considerações é se levado a considerar a Serra da Marofa como resto de um relêvo tectónico, desmantelado, em cujas rugas foram envolvidas formações sedimentares superiores às dos terrenos xistosos limitrofes, pertencentes ao precâmbrico.

A confirmar esta hipótese vem a existência das *Cruzianas* nos quartzitos de um nível bastante elevado da serra.

A elevação de maior cota acompanha-se do lado oriental por outra em que se encontram aqueles *bilobites*. O estado pouco alterado dos quartzitos permite reconhecer nos fósseis colhidos os caracteres das *Cruzianas*, *Cordieri* ou *Ximenesi*, descritas na memória de Nery Delgado, sobre os *Bilobites* portugueses (1).

Nessa memória noticia-se a existência destas espécies na mancha silúrica da margem direita do Douro, ao sul de Moncorvo, na vizinhança de Poiares e a que fizemos já referência.

*

Portanto concluímos que a natureza quartzítica da Serra da Marofa, em confronto com a xistosa do território que ela domina; a disposição transversal do seu relêvo, em ligação com os desvios dos cursos de água, principalmente o do Coa, apresentam-na como testemunha, muito atacada pela erosão, de um relêvo tectónico. E a atribuição dos quartzitos ao Silúrico inferior (ordoviciano), justificada pelos *Bilobites*, levam-nos a considerá-la do período orogénico herciniense.

É nosso intuito prosseguir no estudo desta região e especial-

(1) Nery Delgado — *Estudo sobre os Bilobites e outros fósseis dos quartzitos da base do sistema silúrico de Portugal*. Lisboa 1885.

mente ampliar a pesquisa dos seus Bilobites, apresentando os resultados definitivos da sua classificação num trabalho a publicar brevemente.

*

É muito notável a frequência em Portugal destes restos do silúrico inferior, com a uniformidade dos seus caracteres petrográficos e paleontológicos.

A dureza dos quartzitos permitiu-lhes oferecer grande resistência à erosão, constituindo afloramentos de alto interesse em relação com os estudos da tectonia de Portugal.

Estas rugas desmanteladas da Serra da Marofa limitam do lado sul a região das *terras quentes*, na secção mais oriental do Alto Douro.

Coimbra, Outubro de 1932.

JÚLIO GALHARDO DE ALMEIDA.

Aluno da cadeira de Geologia.

AVISO

Esta é a primeira edição da obra de
o Sr. Dr. João de Deus de Almeida
com a qual se trata de...

AVISO

Tôda a correspondência relativa à redacção deve ser dirigida à Direcção da Faculdade de Ciências, com a indicação de que se refere à REVISTA.