Aos numeros 142 e 143

Para escolher as estrellas, e collocar o oculo na direcção conveniente, tiram-se do triangulo ZPS as formulas

$$\cos P = \operatorname{tang} D \cot \Delta,\ \cos z = \frac{\cos \Delta}{\cos D} \ldots\ldots\ldots\ (a).$$

Estas formulas, calculadas approximadamente, darão os tempos sideraes $t = AR \mp \frac{P}{15}$, em que hão de observar-se as passagens oriental e occidental pelo fio do meio, e a altura correspondente $90^\circ - z$.

As formulas (2) e (2') do n.º 143, com as correspondentes

$$\cos z_1 = \cos P_1 \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} D + \cos \Delta \cos D,\ \cos z_2 = \cos P_2 \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} D + \cos \Delta \cos D,$$

farão conhecer os instantes em que a estrella ha de tocar o primeiro fio nas duas passagens, e as alturas respectivas; tomando por x a distancia angular entre este fio e o do meio.

Mas, para facilitar o calculo, podem comparar-se os valores de $\cos P_1$, $\cos P_2$, e os de $\cos z_1$, $\cos z_2$, com os respectivos (a) de $\cos P$ e $\cos z$. Ter-se-hão assim:

Oriente

$$\cos P - \cos P_1 = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos D \operatorname{sen} \Delta},\ \cos z - \cos z_1 = \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} D}{\cos D},$$

Occidente

$$\cos P_2 - \cos P = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos D \operatorname{sen} \Delta},\ \cos z_2 - \cos z = \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} D}{\cos D},$$

isto é,

$$
\left.
\begin{array}{c}
\text{Oriente} \\
\operatorname{sen}\frac{1}{2}\delta P = \frac{\operatorname{sen} x}{2\cos D}\cdot\frac{1}{\operatorname{sen}\Delta\operatorname{sen}(P+\frac{1}{2}\delta P)},\ \operatorname{sen}\frac{1}{2}\delta z = \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} D}{2\cos D}\cdot\frac{1}{\operatorname{sen}(z+\frac{1}{2}\delta z)} \\
\text{Occidente} \\
\operatorname{sen}\frac{1}{2}\delta P = -\frac{\operatorname{sen} x}{2\cos D}\cdot\frac{1}{\operatorname{sen}\Delta\operatorname{sen}(P+\frac{1}{2}\delta P)},\ \operatorname{sen}\frac{1}{2}\delta z = -\frac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} D}{2\cos D}\cdot\frac{1}{\operatorname{sen}(z+\frac{1}{2}\delta z)}
\end{array}
\right\} (b).
$$

E aos valores de P e z dados por (a) applicar-se-hão as reducções δP e δz aos correspondentes ás passagens pelo primeiro fio.

Pelas formulas (a) e (b) formamos, para a latitude do Observatorio de Coimbra, as taboas juntas ao opusculo intitulado: *Uso do instrumento de passagens pelo primeiro vertical*, 1870 e 1871.

Aos numeros 281 até 287

A formula (2) do n.º 283 é approximada até a primeira ordem dos erros intrumentaes; porque o triangulo $S\pi Q$ (Fig. 66) mostra que a differença entre $\pi S = \Delta'$ e o angulo lido, $SQ\pi = \Delta''$, dos planos QS e $Q\pi$, é da segunda ordem.

Para levar a approximação até os termos da segunda ordem, como logo se verá que convem quando Δ'' é pequena, sirvamos-nos antes dos triangulos $PQ\pi$, SQP. Pondo $\beta = SQP = \Delta'' - PQ\pi$, estes triangulos dão

$$\operatorname{sen} PQ\pi = \frac{\operatorname{sen} a \operatorname{sen}(t - t_0)}{\cos b},$$

$$\cos \Delta = \cos c \cos b \cos \beta - \operatorname{sen} c \operatorname{sen} b.$$

Da segunda, ou

$$\cos\beta - \cos\Delta = 2\left(\operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}(b+c)\cos^2\frac{1}{2}\beta - \operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(b-c)\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}\beta\right),$$

tira-se, desprezando as quantidades da terceira ordem,

$$\Delta = \beta + \frac{1}{2}(c^2+b^2)\operatorname{sen} 1'' \cot\beta + cb \operatorname{sen} 1'' \operatorname{cosec}\beta,$$

ou, com a mesma ordem de approximação,

$$\Delta = \Delta'' - a\operatorname{sen}(t-t_0) + \frac{1}{2}(c^2+b^2)\operatorname{sen} 1''\cot\Delta'' + cb\operatorname{sen} 1''\operatorname{cosec}\Delta'' .. \quad (b).$$

Mas, se for sufficientemente approximada a formula (2), bastará, (triangulo $SQ\pi$), substituir nella $\Delta'' + \frac{1}{2}(c^2+\varepsilon^2)\operatorname{sen}1''\cot\Delta'' + c\varepsilon\operatorname{sen} 1''\operatorname{cosec}\Delta''$ em logar de Δ', como se faz na Astronomia de Brunnow.

Os factores $\cot\Delta''$ e $\operatorname{cosec}\Delta''$ dos termos de segunda ordem mostram a necessidade de attender a estes termos quando Δ'' for muito pequena.

Altazimuth

Substituindo em logar de P o zenith, o equatorial torna-se em um altazimuth, ao qual serão applicaveis as formulas relativas ao primeiro, e de que se podem considerar como casos particulares o circular meridiano e o oculo de passagens no primeiro vertical, cujos eixos horizontaes estão respectivamente nas direcções éste – oeste e norte-sul.

Azimuths I. Assim a formula (1) do n.º 282, contando os azimuths A desde o plano perpendicular a $Z\pi Q_0$, ou fazendo $SZ\pi Q_0 = A \pm 90°, t - t_0 = A'$, dá

$$A = A' \pm (\varepsilon \mp a \cos A') \cot z \pm c \operatorname{cosec} z \ldots \quad (b):$$

onde se devem empregar os signaes superiores, ou os inferiores, segundo ficar o eixo do circulo vertical antes ou depois do mesmo circulo, contando desde a origem das divisões azimuthaes; similhantemente ao que se disse no n.º 284 (*).

II. Como no altazimuth se pode conhecer b pelo nivellamento, a primeira das expressões (a) do n.º 281, que dá $b = \varepsilon - a \cos A'$, serve para determinar as constantes ε e a.

Com effeito, nivellando em tres posições, nas quaes as differenças entre o primeiro azimuth instrumental e os outros dois sejam m, n, as tres equações

$$b_1 = \varepsilon - a \cos A_1', \quad b_2 = \varepsilon - a \cos (A_1' + m), \quad b_3 = \varepsilon - a \cos (A_1' + n),$$

(*) Se pelo movimento azimuthal de 180° se transportasse Q a uma nova posição Q', dos triangulos QZS e Q'ZS, nos quaes seriam: $ZQ = b$, $QS = 90° + c$, $SZQ = A - (a - a_0)$; e $ZQ' = b$, $Q'S = 90° + c$, $SZQ' = (a' - a_0) - A$: tirar-se-ia

$$-\operatorname{sen} c = \operatorname{sen} b \cos z + \cos b \operatorname{sen} z \cos (A - (a - a_0))$$

$$-\operatorname{sen} c = \operatorname{sen} b \cos z + \cos b \operatorname{sen} z \cos ((a' - a_0) - A),$$

que, desprezando as quantidades de segunda ordem, dariam as mesmas expressões de A:

$$A = a - a_0 + 90° + b \cot z + c \operatorname{cosec} z,$$

$$A = a' - a_0 - 90° - b \cot z - c \operatorname{cosec} z.$$

É a demonstração empregada na pagina 44 do 2.º vol. da Astronomia de Brunnow.

desenvolvidos os cosenos de $A_1'+m$, $A_1'+n$, e eliminados sen A_1', cos A_1', por meio d'ellas e de $\operatorname{sen}^2 A_1'+\cos^2 A_1'=1$, darão ε e a expressos em b_1, b_2, b_3, m, n.

E tambem darão A_1', do qual a differença para a leitura (A) do primeiro arco dará a correcção d'indice azimuthal δ (A), e por conseguinte

$$A'=(A)+\delta(A).$$

III. O resto das constantes pode determinar-se pelas equações de condição deduzidas das (b), como se disse no n.º 287.

Assim, observando um objecto nas duas posições invertidas do instrumento, fará conhecer c a differença das equações

$$A_1=A'_1+b_1\cot z_1+c\operatorname{cosec} z_1,$$

$$A_2=A'_2-b_2\cot z_2-c\operatorname{cosec} z_2,$$

nas quaes: serão A_1-A_2 nulla e $z_1=z_2$ se o objecto distante observado é immovel, ou conhecidas pelas leis do movimento diurno se o objecto é uma estrella, por exemplo, a polar; serão dados b_1, b_2, pelo nivel; e z_1, z_2, pela observação das alturas, podendo mesmo tomar-se por ellas a media $\frac{z_1+z_2}{2}$.

Depois a comparação do valor de A, dado pela observação d'uma estrella conhecida, com o do azimuth Z contado do meridiano, e deduzido do triangulo PZS, fará conhecer a correcção h que se deve ajuntar a A para ter

$$Z=(A)+\delta(A)+h\pm b\cot z\pm c\operatorname{cosec} z.$$

Distancias zenithaes

As distancias zenithaes são dadas pela formula correspondente á (b),

$$z=\zeta'-a\operatorname{sen}A'+\frac{1}{2}(c^2+b^2)\operatorname{sen}1''\cot\zeta'+cb\operatorname{sen}1''\operatorname{cosec}\zeta'.$$

O termo a sen A', que é o angulo $ZQ\pi$, pode ser dado por um nivel parallelo ao plano do circulo, como no circular repetidor.

Designando p, n, as leituras do nivel em uma posição do circulo, e p, n, as das mesmas partes physicas na posição opposta, e suppondo positivo o valor correspondente á inclinação para a parte contraria á do astro, como na figura, será (n.º 50)

$$a \operatorname{sen} A' = ZQ\pi = \frac{(p-n)-(p'-n')}{4}.$$

O arco ζ' é a differença entre as leituras l e π relativas ao astro e ao ponto zenithal π do instrumento. Suppondo que na primeira posição se vai de π para a direcção do astro no sentido da graduação, será

$$\begin{array}{ll} \text{1.ª posição} & \zeta' = l - \pi, \\ \text{2.ª posição} & \zeta' = \pi - l', \\ \text{e por tanto} & \zeta' = \dfrac{l-l'}{2}, \pi = \dfrac{l+l'}{2}. \end{array}$$

Substituindo pois na expressão de z, teremos finalmente:

$$z = \frac{1}{2}\left(l - l' + \frac{(p-n)-(p'-n')}{2}\right)$$

$$+ \frac{1}{2}(c^2+b^2) \operatorname{sen} 1'' \cot \frac{l-l'}{2} + cb \operatorname{sen} 1'' \operatorname{cosec} \frac{l-l'}{2};$$

ou

$$z = l - \pi + \frac{(p-n)-(p'-n')}{4}$$

$$+ \frac{1}{2}(c^2+b^2) \operatorname{sen} 1'' \cot (l-\pi) + cb \operatorname{sen} 1'' \operatorname{cosec} (l-\pi),$$

devendo mudar-se l e π em $360° - l$ e $360° - \pi$ na posição opposta.

Oculo Meridiano

Neste instrumento o eixo de rotação deve estar na linha éste-oeste.

Adoptando o signal superior do ultimo termo de (b), e chamando ν o desvio da extremidade oriental do eixo para o sul, aquella equação dá

$$A = \nu + b \cot z + c \operatorname{cosec} z,$$

onde b e c representam a elevação da mesma extremidade e o erro de collimação para occidente. E como o triangulo comprehendido entre o polo, o zenith e o astro, dá

$$\frac{\operatorname{sen} \delta P}{\operatorname{sen} z} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} \Delta}, \text{ ou } \delta P = A \frac{\operatorname{sen} z}{\operatorname{sen} \Delta},$$

é

$$\delta P = \nu \frac{\operatorname{sen} z}{\operatorname{sen} \Delta} + b \frac{\cos z}{\operatorname{sen} \Delta} + \frac{c}{\operatorname{sen} \Delta},$$

ou

$$\delta P = \nu \frac{\operatorname{sen} (\Delta - D)}{\operatorname{sen} \Delta} + b \frac{\cos (\Delta - D)}{\operatorname{sen} \Delta} + \frac{c}{\operatorname{sen} \Delta}.$$

A correcção $-\delta P$ da passagem meridiana será portanto

$$t - \tau = -\nu \frac{\operatorname{sen} (\Delta - D)}{\operatorname{sen} \Delta} - b \frac{\cos (\Delta - D)}{\operatorname{sen} \Delta} - \frac{c}{\operatorname{sen} \Delta}.$$

Tomando porem b e c com signaes contrarios aos que temos supposto, isto é, representando b a elevação da extremidade occidental do eixo e c a collimação para oriente, teremos, como no n.° 113,

$$t - \tau = \nu \frac{\operatorname{sen} (D - \Delta)}{\operatorname{sen} \Delta} + b \frac{\cos (D - \Delta)}{\operatorname{sen} \Delta} + \frac{c}{\operatorname{sen} \Delta}.$$

Instrumento de passagens no primeiro vertical

Neste instrumento, fazendo as hypotheses do n.º 275, é o erro d'azimuth

$$\delta A = -(\nu + b \cot z + c \operatorname{cosec} z).$$

Ora os triangulos entre o zenith, o astro e o polo, um no instante da passagem pelo actual eixo optico, outro no da passagem pelo que estivesse collocado exactamente no primeiro vertical, dão

$$\cos D \cos P = \operatorname{sen} D \cot \Delta + \operatorname{sen} P \operatorname{tang} \delta A, \cos D \cos P' = \operatorname{sen} D \cot \Delta;$$

de cuja differença,

$$2 \cos D \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(P' - P) \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(P' + P) = \operatorname{sen} P \operatorname{tang} \delta A,$$

se tira $\delta A = (P' - P) \cos D.$

Portanto é

$$P' = P - \left(\frac{\nu}{\cos D} + b \frac{\cot z}{\cos D} + c \frac{\operatorname{cosec} z}{\cos D}\right),$$

ou $$P' = P - \left(\frac{\nu}{\cos D} + b \frac{\cot \Delta}{\cos^2 D \operatorname{sen} P} + \frac{c}{\cos D \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} P}\right),$$

como no referido numero.

Sobre as correcções instrumentaes das observações feitas com o altazimuth, com o equatorial e com o circular meridiano, podem consultar-se os cap. III, IV e V do segundo tomo da citada traducção franceza da Astronomia de Brunnow.

ADDITAMENTO ÁS ERRATAS DA PRIMEIRA PARTE

Pag.	*Linh.*	*Erros*	*Emendas*
(*) 2	4	pertencente á	perto da
19	antepen.	teria a segunda	teria
45	5 sub.	$-12'',5$	$-11^s,3$
»	3 sub	$38^s,1$	$39^s,3$
20	(do supplemento)	D	*b*
27	10 *supprima-se:* no capitulo precedente		

(*) Das constellações visinhas da polar só mencionamos a *Barca*, por ser a que suppomos conhecida do leitor, e porque o alinhamento do *leme* costuma servir para achar a estrella.

Instrumento de passagens no primeiro vertical

Neste instrumento, fazendo as hypotheses do n.º 273, δA o erro d'azimuth

$$\delta A = -(v + b \cot z + c \operatorname{cosec} z).$$

Ora os triangulos entre o zenith, o astro e o polo, um no instante da passagem pelo actual eixo optico, outro no da passagem pelo que estivesse collocado exactamente no primeiro vertical, dão

$$\cos D \cos P' = \operatorname{sen} D \cot \Delta + \operatorname{sen} P' \operatorname{tang} \delta A, \quad \cos D \cos P = \operatorname{sen} D \cot \Delta;$$

de cuja differença,

$$2 \cos D \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(P' - P) \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(P' + P) = \operatorname{sen} P' \operatorname{tang} \delta A,$$

Portanto é

$$P' = P - \left(\frac{v}{\cos D} + b \frac{\cot z}{\cos D} + c \frac{\operatorname{cosec} z}{\cos D}\right),$$

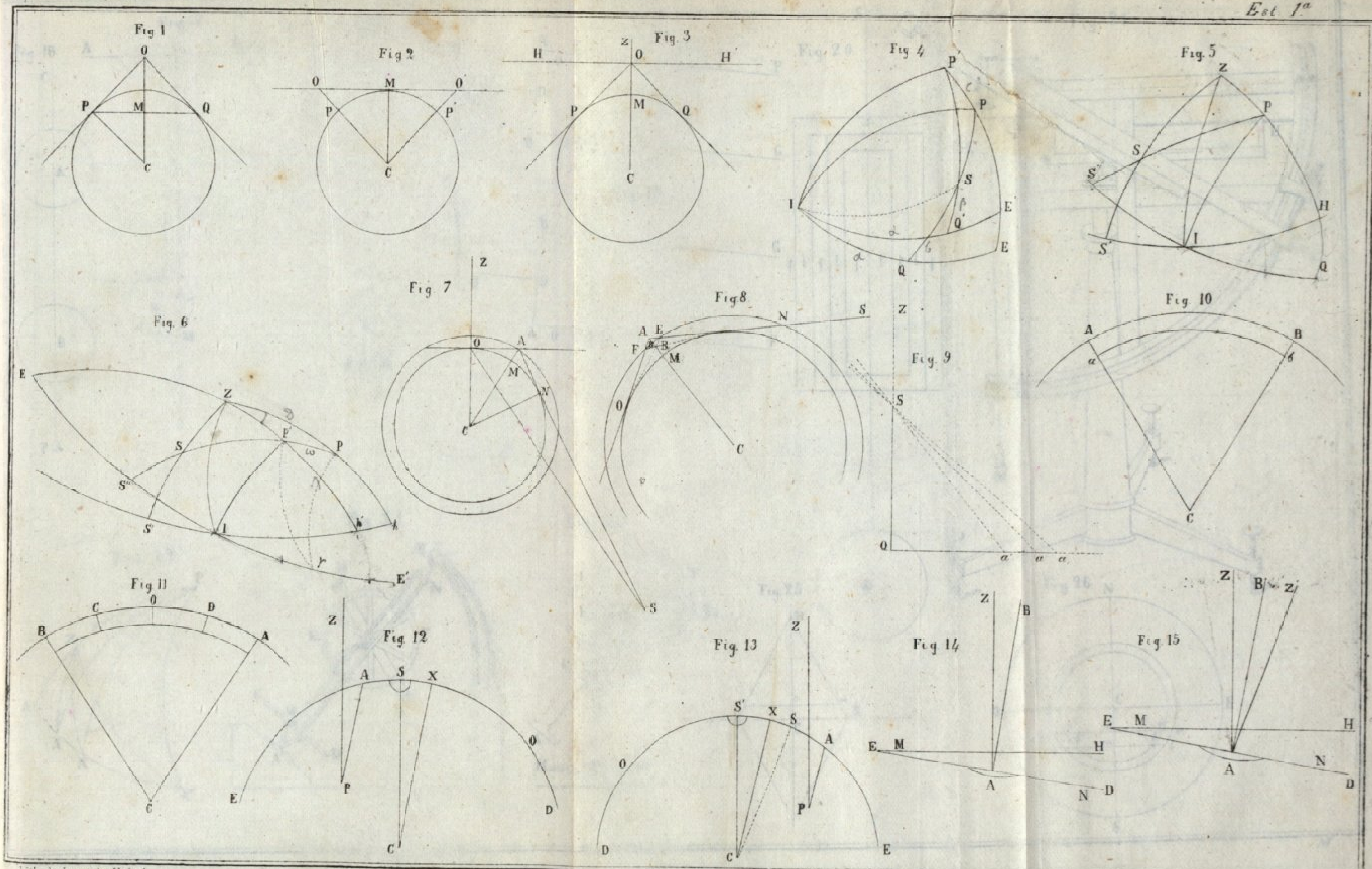
ou

$$P' = P - \left(\frac{v}{\cos D} + b \frac{\cot \Delta}{\cos^2 D \operatorname{sen} P} + \frac{c}{\cos D \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} P}\right),$$

como no referido numero.

Sobre as correcções instrumentaes das observações feitas com o altazimuth, com o equatorial e com o circular meridiano, podem consultar-se os cap. III, IV e V do segundo tomo da citada traducção franceza da Astronomia de Brunnow.

Est. 1ª



Lith. da Impr. da Univ.ᵉ

M.

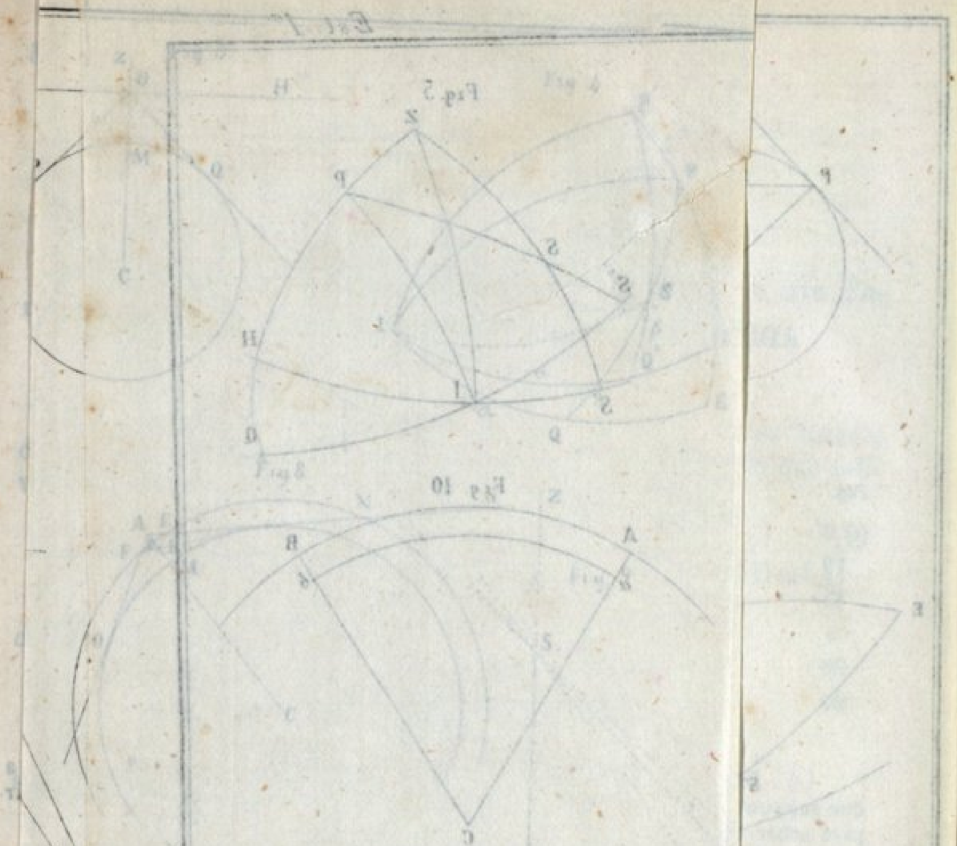


Fig 16

Fig 17

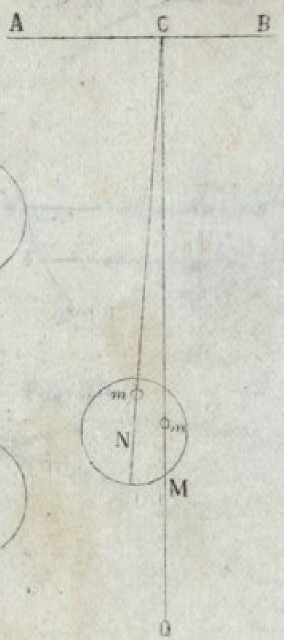


Fig 18

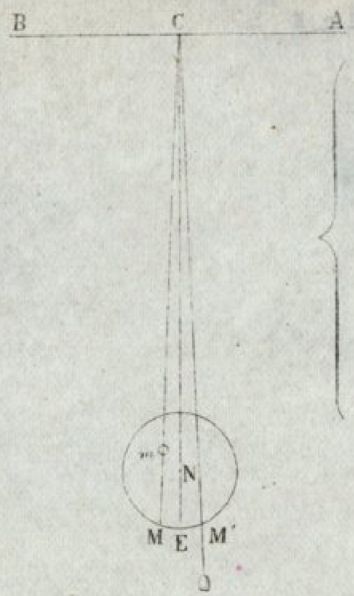


Fig 19

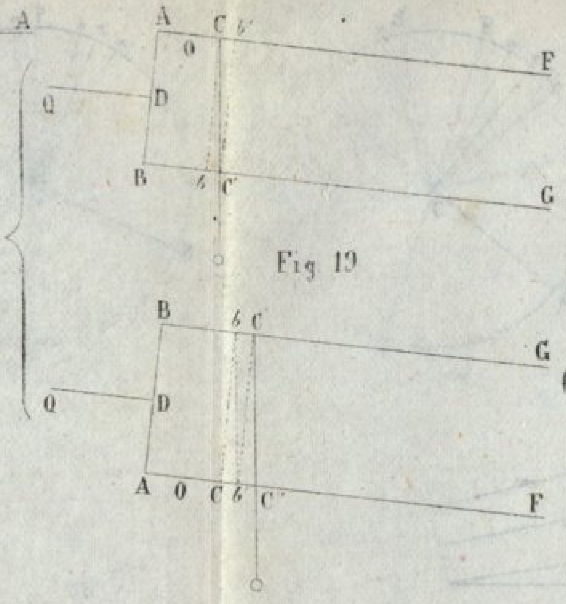


Fig. 20

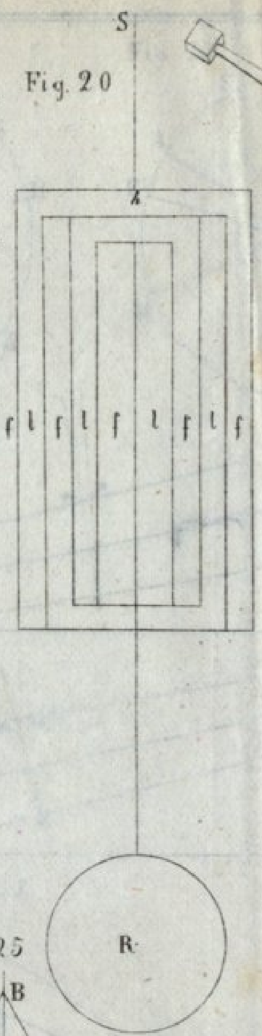


Fig 21

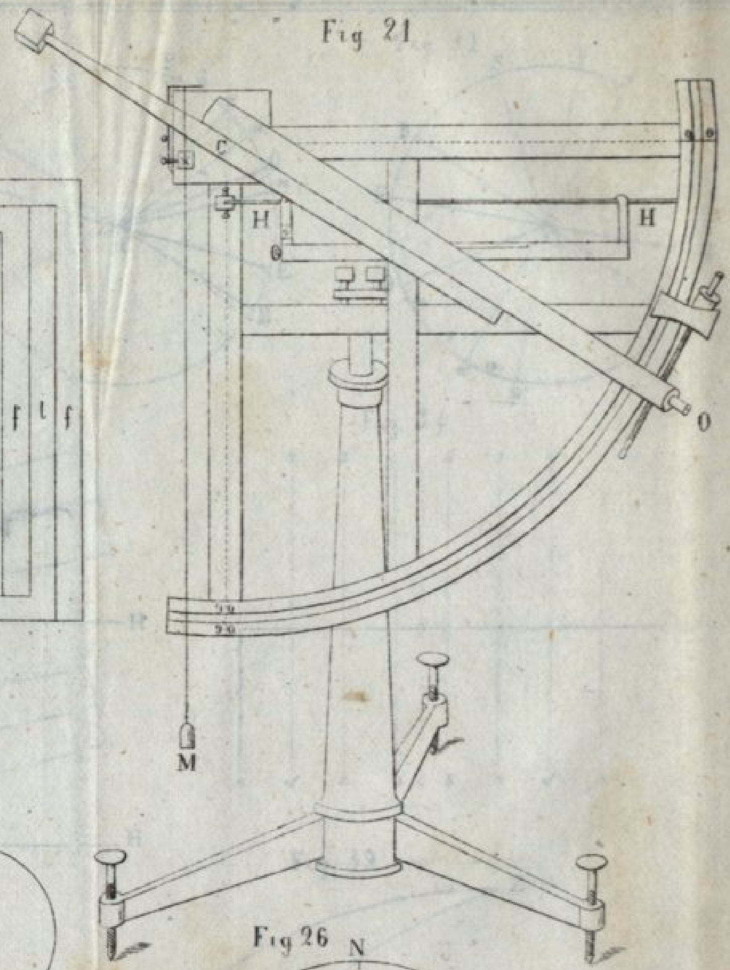


Fig 22

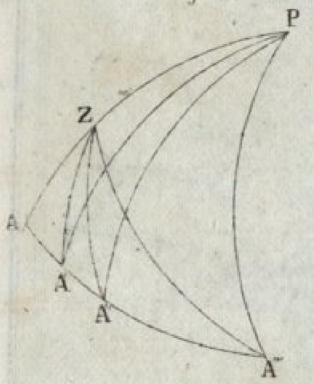


Fig. 23

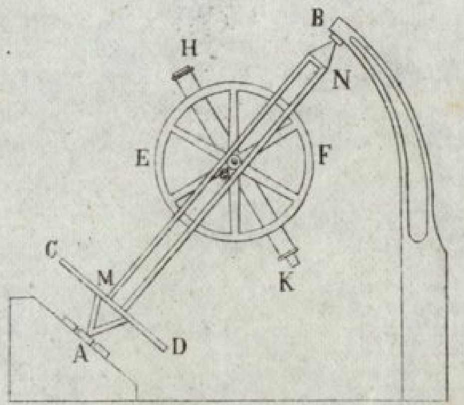


Fig 24

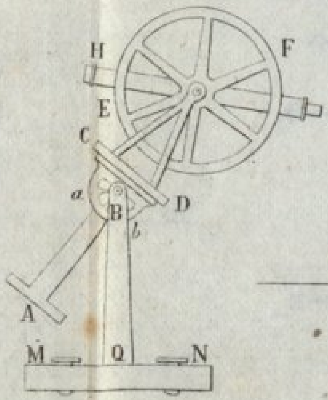


Fig. 25

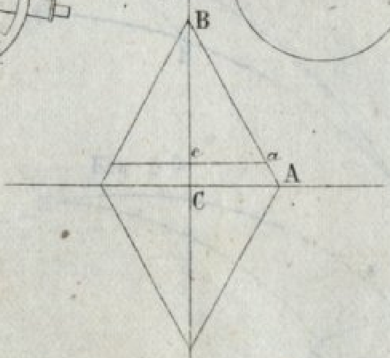
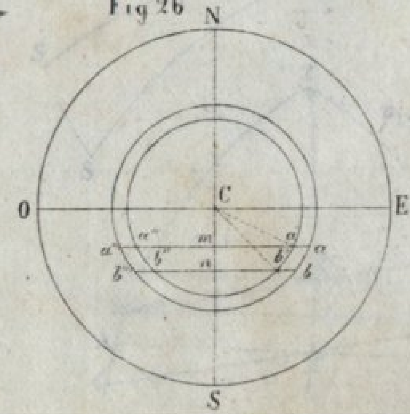
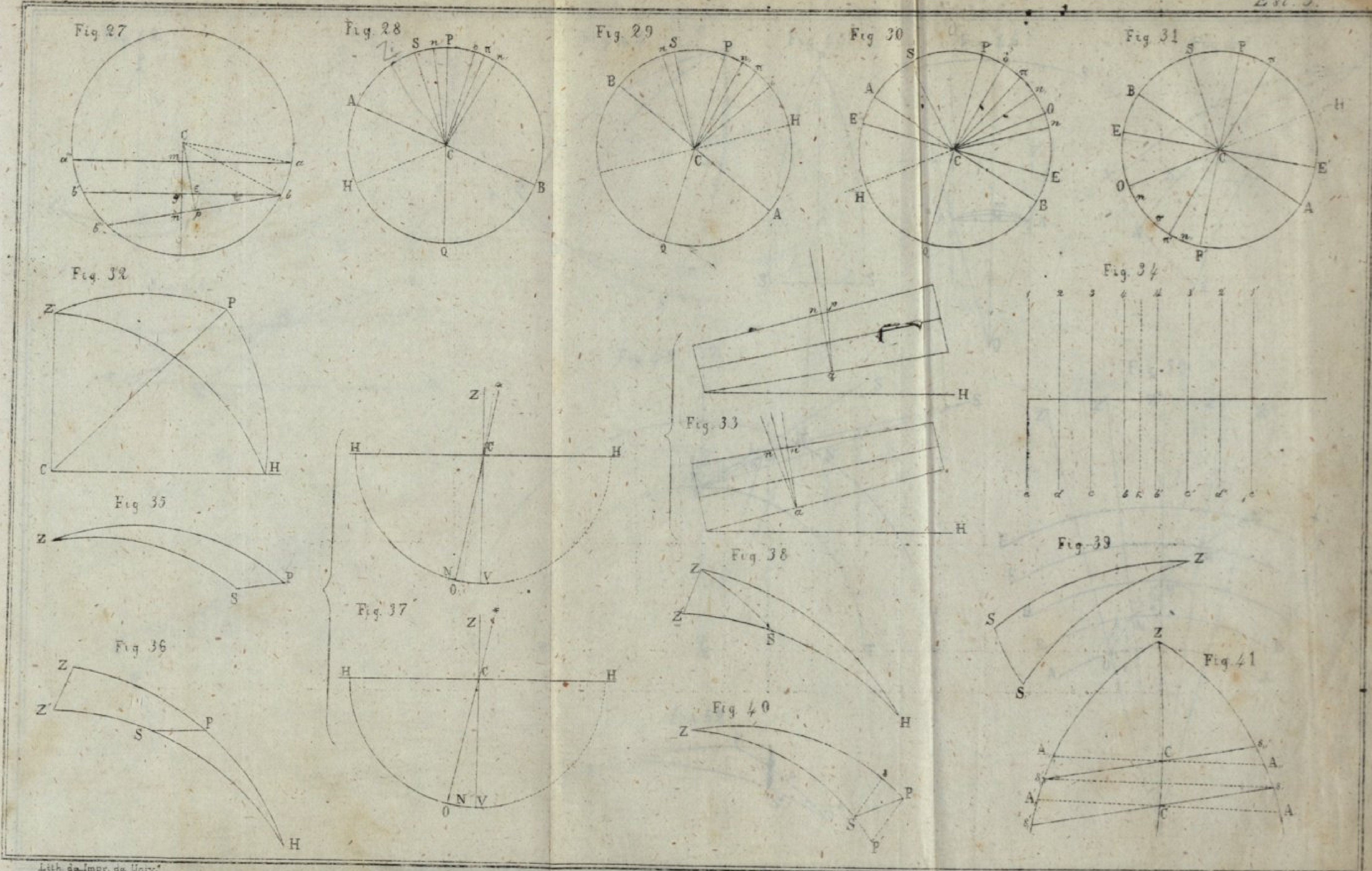


Fig 26





Lith. da Impr. da Univ.ᵈᵉ

M.

Fig. 42

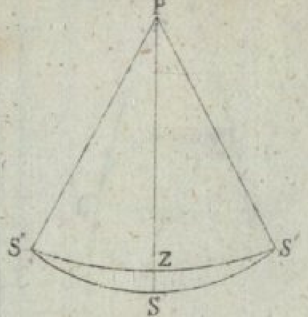


Fig. 43

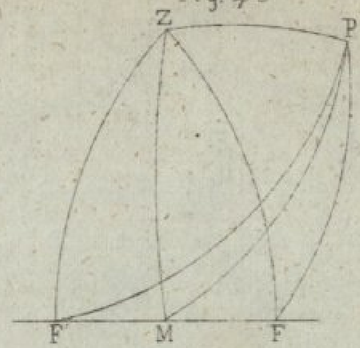


Fig 44

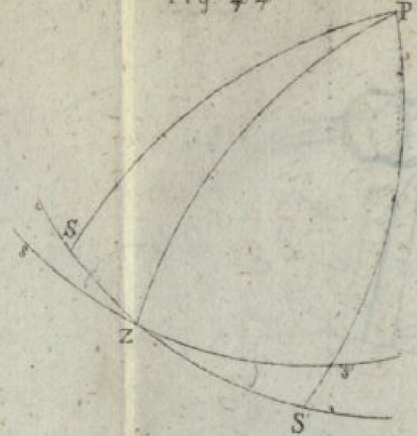


Fig 45

Fig 46

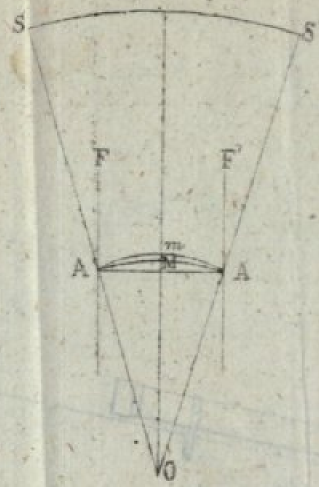


Fig 47

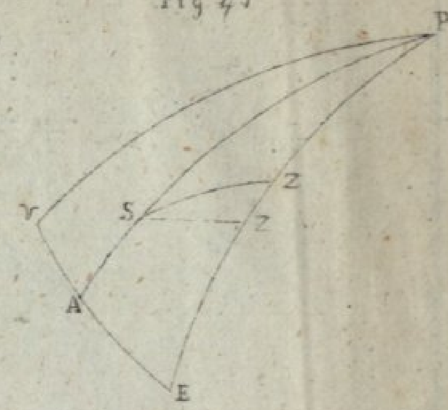


Fig 48

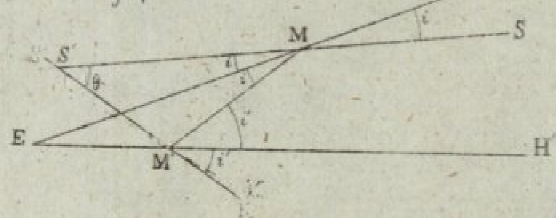


Fig 49

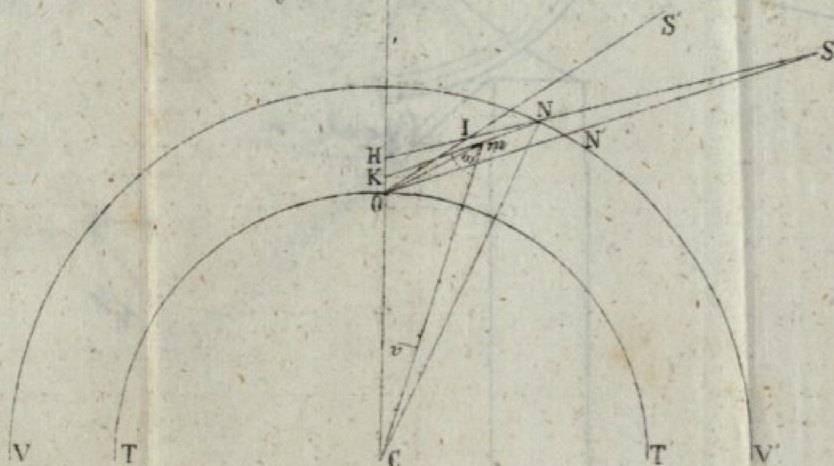


Fig 50

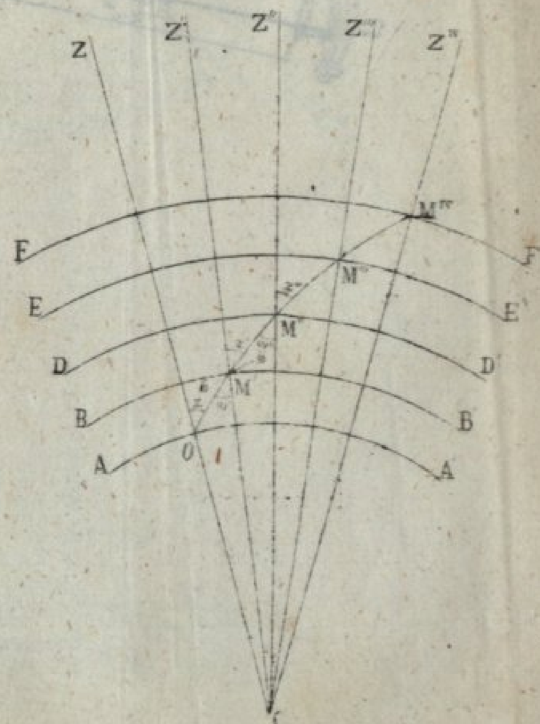


Fig 51

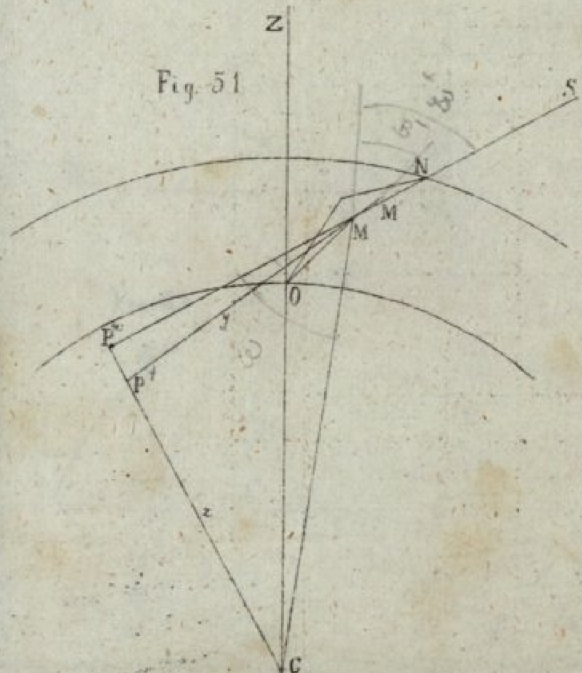
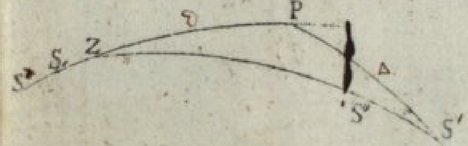


Fig 52



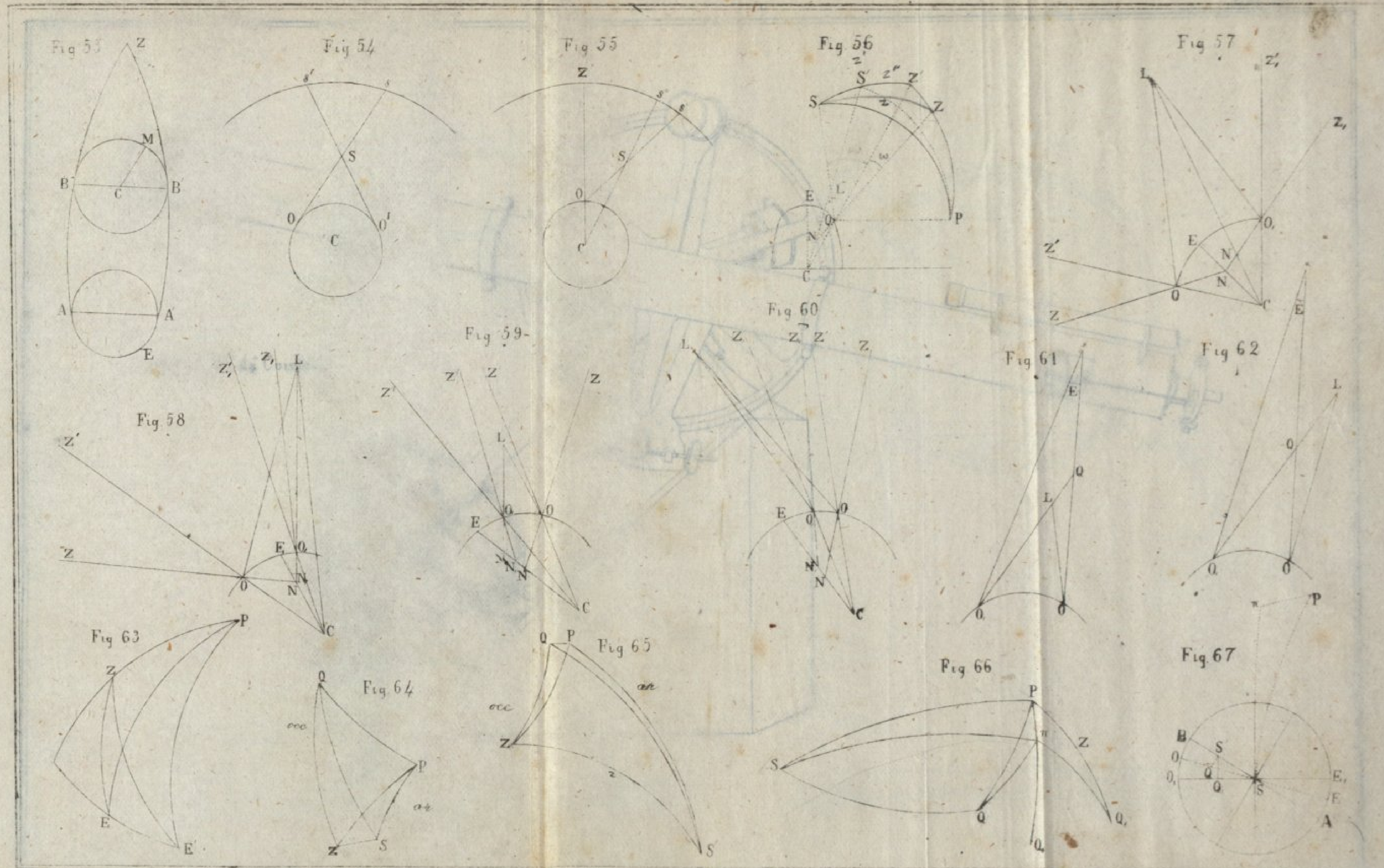
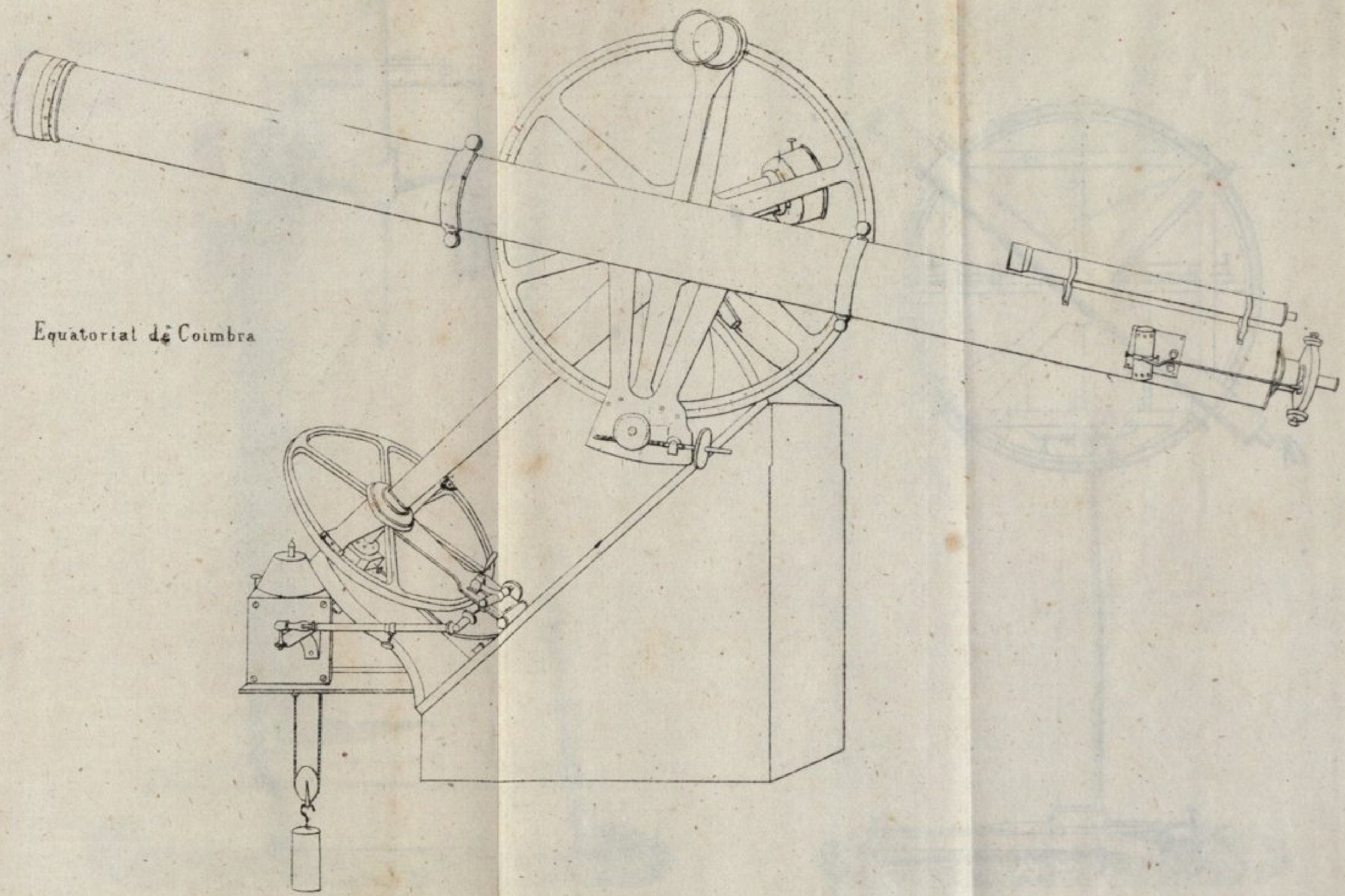


Fig 53
Fig 54
Fig 55
Fig 56
Fig 57
Fig 58
Fig 59
Fig 60
Fig 61
Fig 62
Fig 63
Fig 64
Fig 65
Fig 66
Fig 67

Fig 5

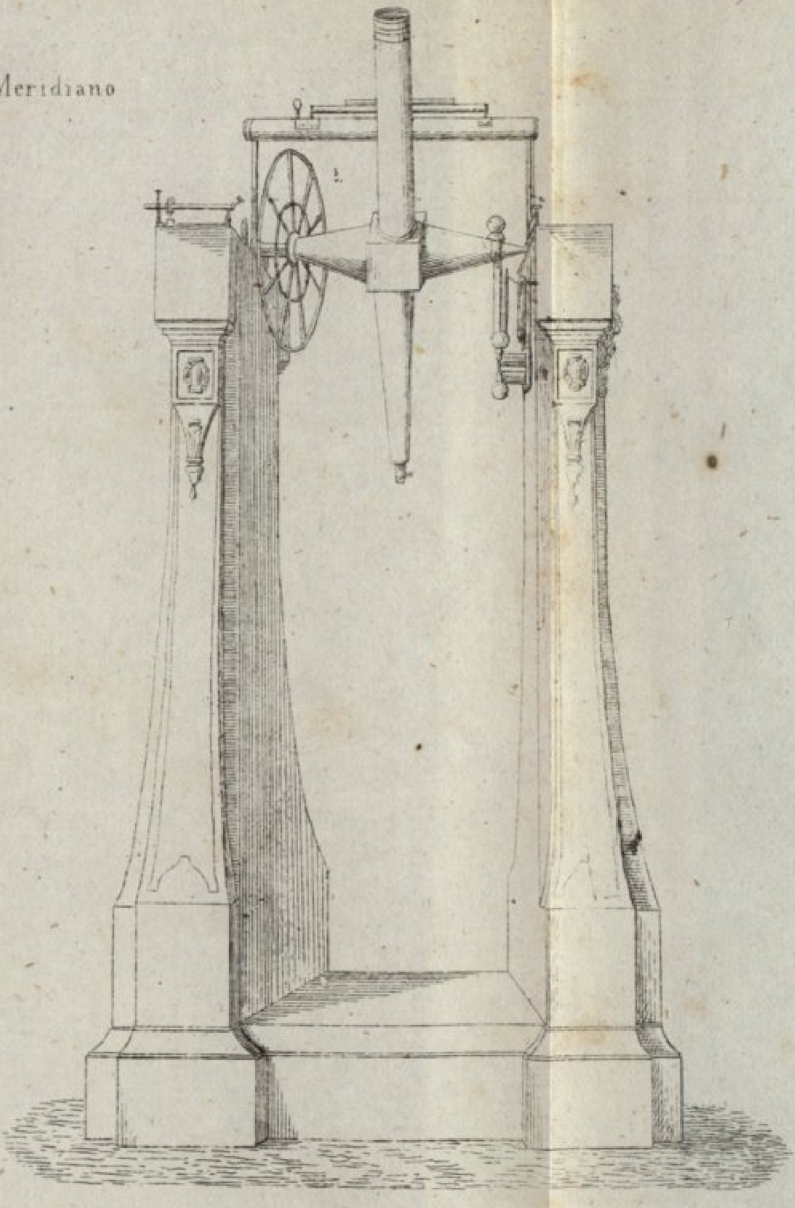
Fig 6

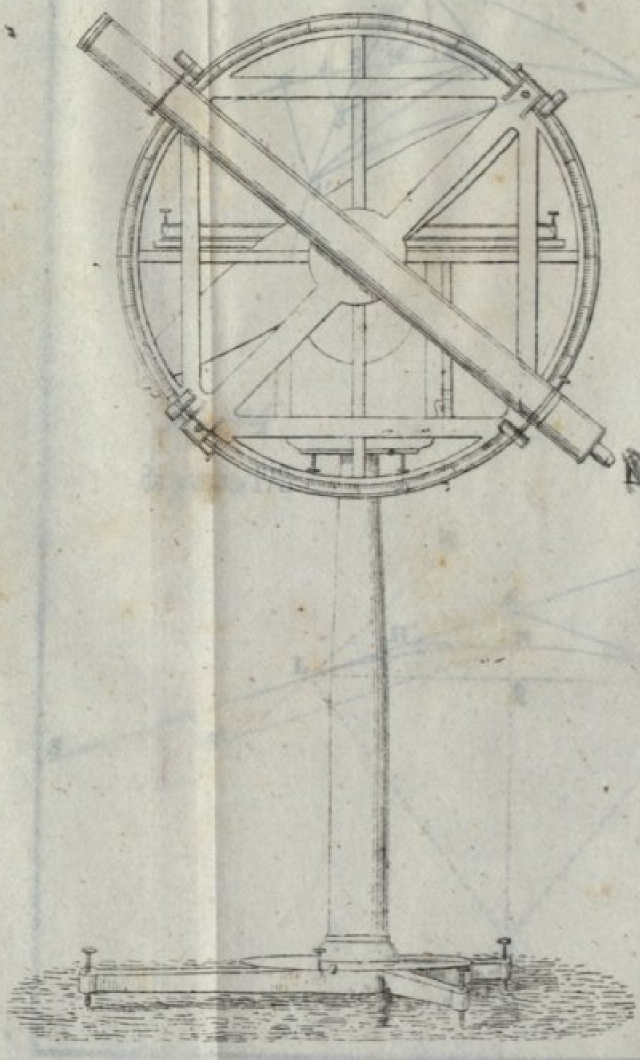


Lith. da Impr. da Univ.ª

M.

Circular Meridiano





Lith. da Impr. da Univ.e

M.

Fig. 63
da pagina 172

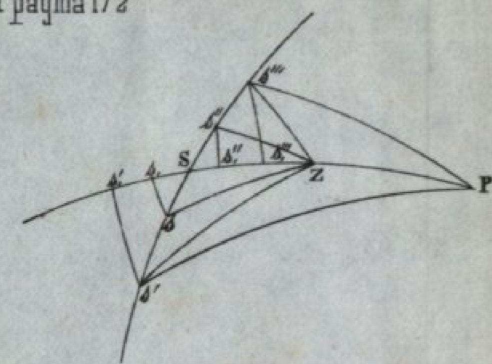
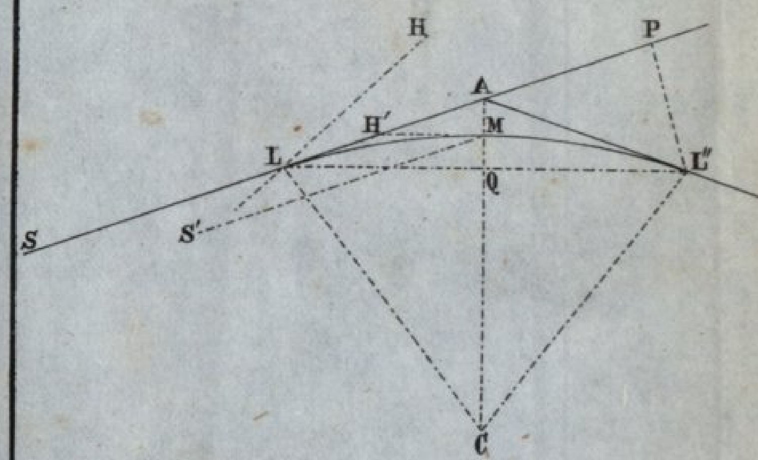


Fig. 64
da pagina 175



S. PINTO

ASTRONOMIA

1