A

QUESTÃO DOS PLANETAS INTRAMERCURIAES

DISSERTAÇÃO INAUGURAL

DISSERTAÇÃO INAUGURAL

PARA O ACTO

DE

CONCLUSÕES MAGNAS

NA

FACULDADE DE MATHEMATICA

DA

UNIVERSIDADE DE COIMBRA

POR

Gonçalo Xavier de Almeida Garrett

COIMBRA
IMPRENSA DA UNIVERSIDADE
1869

Á

MEMORIA

DE MEU PAE

ALEXANDRE JOSE DA SILVA LEITÃO DE ALMEIDA GARRETT

Em fio e fio as lagrimas deslizam!
Tu que em minha alma tenra
As primeiras sementes desparziste
Das letras, da virtude.

V. DE A. GARRETT.

E

DE MEU TIO

VISCONDE DE ALMEIDA GARRETT

Ah! que os olhos ainda se me arrasam,
Tu, varão estremado,
Tu não morreste ainda no meu peito.

V. DE A. GARRETT.

EM TESTEMUNHO DE SAUDADE

So tu, sabedoria, tu, virtude,
Sôbre a pyra da morte acrysolada
Mais nitida refulges, so te isentas
Da lei universal da natureza.

Mas a fama das letras não perece
. . . . . .
Renome e glória, bem o ganha a espada,
Mas conservá-lo so o póde a penna.

V. DE A. GARRETT.

QUESITO PROPOSTO

Circularão um ou mais planetas em orbitas interiores á de Mercurio?

Que segredos lhe disse das espheras,
Da vastidão dos orbes, do mysterio
Da creação inteira.....

V. DE A. GARRETT.

Agita-se-me nas mãos a penna de malsoffrida impaciencia, e quizera voar bem ligeira sôbre estes preliminares de meu assumpto.

V. de A. Garrett.

Tem sido modernamente ventilada uma questão importantissima, envolvendo as mais transcendentes difficuldades astronomicas, não direi so theoricas mas tambem prácticas; sôbre ella procurarei expressar minhas ideas e proprias reflexões, e do que em tal materia tenho estudado e notado, contribuir com escassa porção de luzes, para onde todas ellas são poucas, para onde não ha theoria ou experiencia que seja demaziada.

Ja de ha muito haviam sido observadas por alguns astronomos passagens de pontos negros sôbre o disco do Sol, o que fizera lembrar a existencia de planetas entre Mercurio e o astro que nos allumia. Mas essa idea vaga, sendo apenas um verdadeiro germen, nunca merecêra ser levada ao campo da discussão; e os astronomos, ligando-lhe

tam diminuta importancia, nem cogitavam n'ella, no possivel ou impossivel da questão, e, se pensavam, não se exprimiam.

Tal era o estado de cousas, quando Le Verrier emprehendêra o estudo do movimento de Mercurio, planeta que tanto havia embaraçado seus predecessores. Pôde alfim, depois de não poucos trabalhos, estabelecer pleno accôrdo na comparação da theoria com a observação, apezar de se terem mostrado graves difficuldades, segundo Le Verrier, impossiveis de explicar pela acção dos planetas conhecidos. Era pois necessario imaginar alguma causa perturbadora, sufficientemente plausivel, que desse a razão de similhante anomalia.

Ponderadas todas as circumstâncias, a existencia de corpos Intramercuriaes pareceu a Le Verrier a causa mais digna de acceitar-se.

A notícia importante divulga-se, deixando verdadeiramente impressionados os animos. Uns começaram a colligir, percorrendo todos os catalogos, observações de passagens de pontos negros, que podessem confirmar as ideas de Le Verrier; outros mencionavam observações novas; muitos indicavam razões que servissem de argumento em prol da mesma idea.

Eis aqui posta em resumo a origem da questão dos planetas interiores á orbita de Mercurio, a qual é mister nosso esclarecer.

Além das difficuldades do assumpto, apparece grande embaraço na exposição das materias em corpo de doutrina, porque os variados elementos da discussão e os diversos factos relativos, se acham dispersos por muitos livros que foi necessario ler e confrontar.

Proveitosa julgâmos sempre em toda a obra, para não dizer indispensavel, uma breve idea da distribuição das materias, porque d'ésta maneira se concebem melhor as relações, e se ajuiza e fixa o assumpto com reconhecida vantagem: em nosso bosquejo procederemos com toda a concisão possivel.

A primeira parte é dedicada especialmente ao estudo das materias que respeitam á astronomia theorica.

Appresentadas algumas noções indispensaveis, a theoria dos movimentos da Terra offerece, em seguida, dados para uma discussão proficua; a trabalhos analogos deu logar Venus e Marte, depois de applicarmos um cuidado todo especial ao estudo de Mercurio. Havendo sido expostos os elementos necessarios, tornava-se proveitosa e util a discussão de todos elles: assim, as difficuldades originadas no estudo de Mercurio veremos desapparecer, logo que se admitta a existencia de corpos Intramercuriaes.

Á segunda pertence aquillo que tem relação com a astronomia práctica.

Indicadas diversas maneiras de proceder convenientemente a observações, de passagens sôbre o disco do Sol, e das regiões circumvisinhas, e mencionadas as vantagens que d'aquellas se tirem, occupa o logar immediato a exposição de todas as observações relativas á nossa questão, com o auxílio das quaes procuraremos os elementos da orbita e as epochas de visibilidade, que melhor possam acceitar-se para taes planetas.

Na terceira e última fallâmos da confrontação das duas precedentes, indicando novas reflexões.

As theorias dão ainda margem a várias conside-

rações, que se procuram continuar em seguida, occupando nos da confiança que as observações merecem; dedicadas algumas palavras sôbre a cooperação dos astronomos a fim de elucidar a verdade, appresentâmos nossas derradeiras conclusões.

PRIMEIRA PARTE

..... ó Natureza

.....

Que no fluido immenso legislando,
Libras sem conto ponderosos mundos.

V. DE A. GARRETT.

I

Lei da attracção universal, e perturbações planetarias. Possibilidade da revelação de materias cosmicas desconhecidas, e modo de investigação.

A lei da attracção, base d'uma sciencia nova, reguladora dos movimentos dos corpos que povoam o universo, abre um vasto campo de indagações: deixa ler no passado e no futuro, e perscrutar o invisivel.

É certo que os poderosos instrumentos d'optica, de que dispõe a astronomia práctica, nos teem revelado a existencia de muitos corpos celestes que não fôra possivel divisar a vista desarmada; todavia, podendo acaso dar-se que algum corpo escape a este meio directo de investigação, era muito para desejar um outro, embora indirecto, que obviasse tal insufficiencia. Este meio offerece a astronomia theorica.

Vastissimo é o campo das perturbações plane-

tarias, diverso o modo de o investigar: assim, a mechanica celeste procede, umas vezes, caminhando das causas para os effeitos, outras, em sentido inverso.

Os elementos do movimento dos astros, devidos ás leis de Kepler, a figura e as massas d'esses corpos, são as bases que a astronomia theorica recebe da observação. Com estes dados determina-se qual a influencia de todos os corpos planetarios sôbre o movimento de qualquer d'elles, ficando assim conhecidas suas perturbações.

Este é um dos modos de proceder da mechanica celeste, que tantos progressos deve a Lagrange, Poisson e Laplace.

Se, comparadas as desigualdades d'um certo planeta, obtidas pela theoria, com aquellas que directamente forneceu a observação, reconhecermos difficuldade em fazer concordar umas com outras, é forçoso, sob pena de não ter em preço a sciencia, indagar qual a causa de taes divergencias. Não podendo acaso ser explicadas pela acção dos corpos conhecidos, devemos examinar, com o auxílio da anályse, se havera alguma quantidade consideravel de materia desconhecida, que possa dar conta das graves anomalias, qual sua massa e posição, e quaes os elementos de seu movimento.

Bessel foi o primeiro que encetou este novo caminho da astronomia theorica, modernamente esclarecido pelos trabalhos de Peters, Le Verrier e Adams.

Sendo nosso designio entrar em minuciosa e attenta investigação dos espaços Circumsolares, que se estendem até á orbita de Mercurio, para que se elucide a questão dos planetas Intramercuriaes, o

meio indicado era indispensavel, muito principalmente n'éstas regiões em que tam difficil se torna a observação.

O trabalho que tem de occupar-nos é assás espinhoso, e por isso conveniente não pouca circumspecção nas conclusões a que tenhamos de ser levados. Para caminhar pois com a segurança possivel e da maneira a mais methodica, é necessario ter em muita conta os seguintes pontos:

1.° Severo exame das theorias.

2.° Profunda discussão das observações.

3.° Comparação minuciosa das theorias com as observações.

Para que procurar encarecer a necessidade de bem averiguar questões taes, onde todo o cuidado é pouco? Todavia direi que não é intenção nossa proceder ao utilissimo trabalho d'éstas indagações, mas sim ir lançando mão d'aquillo que deva utilizar-nos.

A comparação da theoria com a observação é a parte, que exige mais assiduo estudo, e onde se encontram as maiores difficuldades. Sendo exactas as theorias e de confiança as observações, quando se attenda ás massas de todos os planetas conhecidos, as diversas equações de condição deduzidas das perturbações dos elementos de suas orbitas, devem todas ellas, dar os mesmos valores para as massas. Este resultado so deixará de ter logar, quando exista algum corpo planetario ignorado, ao qual não era possivel attender.

Não obtendo pois explicação plausivel, attribuindo aos planetas conhecidos massas convenientes, as anomalias que porventura appareçam, somos levados a examinar, se póde admittir-se, em alguma

região do systema Solar, a existencia d'uma quantidade de materia que não se haja considerado. Ésta questão, que em especial tem de ser examinada relativamente aos espaços Intramercuriaes, não se deve tractar, introduzindo em cálculo a acção isolada de um planeta unico, mas sim fundando-nos conjunctamente na de todos aquelles cuja preponderancia se tornar mais reconhecida, tanto pelo valor das massas, como por suas distancias ao Sol.

O systema planetario, não so no que é relativo á práctica, mas tambem pelo que respeita á theoria, deixará ver as simplificações que acaso possam ter logar.

II

Noções sôbre o systema Solar. Importancia do conhecimento de suas massas. As perturbações de Urano e a descoberta de Neptuno.

Os innumeros corpos celestes que giram nos espaços, podem dividir-se em cinco grandes cathegorias: nebulosas, estrellas, cometas, planetas, asteroides.

Deixando de parte os cometas, o systema Solar é composto de uma estrella, de oito planetas conhecidos, bem como de asteroides entre os quaes collocaremos os pequenos corpos, que circulam entre Marte e Jupiter, elevados até 16 de setembro de 1868 ao número de cento e cinco, pela descoberta em tal dia feita por James Watson.

Os planetas parecem formar dous systemas sensivelmente distinctos, sendo um constituido por os quatro mais proximos ao Sol, o outro pelos restantes: aquelles, além de occuparem uma região visi-

nha do mesmo astro, distam pouco entre si, estes percorrem uma zona assás desviada da precedente, e estão bastante affastados; os primeiros teem massas muito mais pequenas do que os segundos.

É importantissimo o conhecimento das massas planetarias na questão que procurâmos elucidar, e fundamentadas n'elle teem de ser nossas indagações. Encontram-se graves difficuldades na determinação de seus valores: apparecem ellas particularmente no estudo de Mercurio, Venus, Terra e Marte, devidas á reciproca proximidade das orbitas que estes planetas descrevem, e á pequenez de suas massas. Bem menores se tornam, debaixo do mesmo ponto de vista, no estudo de Jupiter, Saturno, Urano e Neptuno, cujas perturbações são mais faceis de obter. Laplace ja havia reconhecido a grande exactidão que as equações de condição deduzidas por Bouvard, comparando a theoria com as observações, davam aos valores das massas de Jupiter, Saturno e Urano: o cálculo das probabilidades mostrou mais uma vez a importancia que nos merece este ramo transcendente de anályse.

O improbo estudo das perturbações planetarias, em especial dedicado a Mercurio, Venus, Terra e Marte, durante vinte annos occupou, com louvavel constancia, Le Verrier, astronomo de mui elevado merito. Desde suas memorias appresentadas á Academia das Sciencias, uma em 1839, outra em 1840, relativas ás desigualdades seculares dos planetas então conhecidos, até suas últimas e com razão appreciadas publicações ácerca dos quatro menos distantes do Sol, encontram-se valiosissimos trabalhos, direi, tanto pelo que toca ás correcções dos elementos das orbitas, como pelo que se refere ao

mais exacto conhecimento das massas, cujos valores actualmente admittidos podem considerar-se de bastante precisão.

Expostas éstas breves, mas todavia indispensaveis noções, e antes de percorrer com o auxílio da anályse os espaços Intramercuriaes, diremos succintamente duas palavras sôbre os progressos que a theoria das perturbações levou a regiões bem mais distantes do astro que nos allumia.

Tempos depois da importante descoberta de Urano pelo astronomo Herschell, a comparação da theoria com a observação mostrára que as desigualdades encontradas nos movimentos do novo astro não podiam de modo algum explicar-se todas, pela acção de Jupiter e Saturno, e muito menos pela dos outros planetas. Taes perturbações convenceram o sabio astronomo de Koenigsberg, Bessel, da existencia d'um corpo planetario desconhecido, não chegando porêm a concluir os trabalhos que encetára sôbre a determinação da posição, orbita e massa do supposto planeta perturbador.

A Le Verrier estava essa glória reservada. Levado pela importancia da questão a emprehender a theoria completa de Urano, o que exigia profundos estudos com relação a Jupiter e Saturno, determinou as desigualdades devidas a estes dois corpos, e conheceu não poderem as differenças, entre as posições observadas e calculadas, attribuir-se a erros das observações que tinham sido cuidadosamente discutidas.

Os movimentos que se reconheciam em Urano, não obtendo explicação plausivel, admittida a unica influencia do Sol e planetas, foi mister recorrer á

hypothese de um planeta Extrauraniano: e mettendo em cálculo a acção d'esse astro theorico, não se tornou muito difficil assignar sua posição, seus elementos e massa. A nova theoria de Urano, na qual se attendêra ás desigualdades produzidas pelo corpo hypothetico, tornou-se mui satisfactoria, pois que as anomalias mencionadas desappareciam na maior parte.

Galle, observador em Berlim, descobre o planeta Extrauraniano em setembro de 1846, no mesmo dia em que teve conhecimento dos numeros obtidos por Le Verrier, que indicavam a posição do astro.

O planeta Neptuno era uma realidade!

Ésta descoberta devida, não ao acaso ou á paciente investigação de um observador, mas sim aos calculos os mais profundos, sera a honra eterna das sciencias mathematicas!

Certo não fôra proprio deixar em completo silencio, o quanto a theoria da attracção póde ser util nas indagações dos espaços estellares.

Pela observação dos movimentos proprios de Sirius e Procyon, reconheceu Bessel irregularidades periodicas que, a não se admittir a existencia de massas invisiveis que formem systemas binarios com taes estrellas, de nenhum modo podiam ser explicadas satisfactoriamente. As ideas d'este sabio tiveram, como de costume, muitos detractores: Struve, Fuss e Airy foram os mais empenhados em combater tam bellas previsões theoricas.

Peters, o successor de Bessel na Universidade de Koenigsberg, tomára a defensiva em sua memoria publicada em 1851, na qual demonstrou descrever Sirius uma ellipse, ao redor do centro de

gravidade d'um systema formado por essa estrella com outro corpo talvez nunca visivel.

O companheiro de Sirius é encontrado em 1862 por Clark, observador americano!

Um novo astronomo de Koenigsberg, Anwers, mostra, acceitando as ideas de Bessel, que Procyon descreve uma curva de fórma circular.

O tempo não deixará por certo ficar baldadas nossas esperanças e previsões theoricas.

III

Questões a que se reduz a averiguação das materias cosmicas Intramercuriaes. Massas planetarias. Equações de condição e suas vantagens.

Pela descoberta do planeta Neptuno a harmonia ficára estabelecida nas regiões superiores do systema Solar: novos eram os seus limites conhecidos.

Passemos a dirigir nossa attenção para os espaços Intramercuriaes, regiões bastante visinhas do Sol. É especialmente o estudo de Mercurio, que hade indicar, pelo conhecimento de suas perturbações, se deverá ou não admittir-se a existencia de corpos planetarios que percorram zona tam limitada, e em compensação tam difficil de observar. Todavia é conveniente, necessario mesmo, ter ainda em vista as theorias de Venus, Terra e Marte, ja pelas perturbações que os quatro planetas soffrem em virtude de suas acções reciprocas, ja pelas de-

sigualdades a que possam estar sujeitos, se taes corpos acaso existem.

Analogamente ao modo por que se preparára a feliz observação de Neptuno, feita por Galle, as questões que ha a resolver são as seguintes:

1.º É possivel, attribuindo aos planetas conhecidos massas convenientes, harmonizar a theoria com as observações?

2.º Sendo negativo o resultado, existe em alguma parte do nosso systema uma quantidade notavel de materia a que se não haja attendido?

Le Verrier, o mesmo astronomo que anteviu pelos seus calculos o planeta mais remoto do Sol que Urano, appresenta, depois de um assiduo estudo de vinte annos sôbre Mercurio, Venus, Terra e Marte, dados assás tendentes a mostrar a probabilidade da existencia de um ou mais planetas circulando a menor distancia que Mercurio. Seja lícito dizer-se que os dous extremos do systema planetario pretendem fornecer egual tributo ás investigações do sabio francez: idea ésta bem claramente deprehendida do que diz Littrow na sua obra *Die Wunder des Himmels:* «Man sieht aus dem Obigen, dass Le Verrier daran geht, die Greuzpfähle unseres Planeten-systemes in ähnlicher Weise nach innen zuverrücken, wie ihm diess mit Neptun schon nach aussen geglückt.»

Ja fizemos sentir a importancia do conhecimento das massas planetarias. A sua determinação exige grande número de observações de confiança, feitas em epochas sufficientemente affastadas, e ainda assim muitas vezes convenientemente correctas. Desde os primeiros trabalhos realizados a fim de obter o conhecimento d'esses elementos tam in-

dispensaveis á theoria astronomica, os seus valores teem soffrido successivas correcções que nos afiançam cada vez mais sua precisão, de tantos trabalhos devedora a Bouvard, Delambre, Burckhardt, Leindenau e Le Verrier.

É sôbre as correcções das massas tidas geralmente na sciencia por bastante exactas, que tem de versar grande parte de nossa discussão; e por esse motivo julgâmos necessario dizer quaes os valores adoptados: tomada por unidade a massa do Sol, as dos planetas serão para nós as seguintes:

Mercurio, $m = \frac{1+\nu}{3000000}$

Venus, $m' = \frac{1+\nu'}{401847}$

Terra, $m'' = \frac{1+\nu''}{354936}$

Marte, $m''' = \frac{1+\nu'''}{2680337}$

Jupiter, $m^{\text{IV}} = \frac{1+\nu^{\text{IV}}}{1050}$

Saturno, $m^{\text{V}} = \frac{1+\nu^{\text{V}}}{3512}$

Urano, $m^{\text{VI}} = \frac{1+\nu^{\text{VI}}}{24000}$

$$\text{Neptuno, } m^{\text{VII}} = \frac{1 + \nu^{\text{VII}}}{14400}$$

designando por $\nu, \nu', \nu'', \ldots$ pequenas quantidades que devam ainda addicionar-se, para tornar seus valores precisos.

Tanto éstas correcções, como as dos elementos das orbitas, são dadas por equações de condição, obtidas comparando a theoria com a observação. Cumpre porêm lembrar que o effeito dos erros accidentaes das observações póde tornar-se insensivel, quando ellas constituam uma longa serie; não accontece outro tanto com os systematicos, e os da equação pessoal de que parece ser Maskelyne o primeiro a antever os resultados. Fazem pois éstas causas, que subsista sempre uma tal ou qual, posto que pequena incerteza, sôbre os valores das quantidades $\nu, \nu', \nu'', \ldots$ que se procuram, e fiquemos restringidos algumas vezes a estabelecer-lhe so limites, mesmo admittida que seja a não existencia de alguma acção perturbadora alêm d'aquellas a que se attendêra.

Pela alta importancia, que, a fim de discutir e mais exactamente reconhecer a correcção das massas, teem as equações de condição, diremos sôbre ellas algumas palavras com a maior brevidade possivel.

A comparação das longitudes e latitudes observadas com as calculadas e os erros das taboas, conduz ao estabelecimento das equações mais geralmente usadas. Se pois designarmos por $\varepsilon + nt$ a longitude média, e a excentricidade, $\tilde{\omega}$ a longitude do perihelio, α a longitude do modo, φ a inclinação da

orbita de um planeta, e por L_c e Λ_c a sua longitude e latitude geocentricas, calculadas por umas taboas provisorias, sendo L_o e Λ_o as mesmas coordenadas deduzidas da observação, teremos, entre as correcções das massas e dos elementos da orbita, as relações seguintes:

$$A(\delta\varepsilon + t\,\delta n) + B\,\delta e + C\,\delta\tilde{\omega} + D\,\delta\alpha + E\,\delta\varphi$$

$$+ F\,\delta\Theta + G\,\delta R + \Sigma f(\nu) + \Lambda_c - \Lambda_o = o,$$

$$A_1(\delta\varepsilon + t\,\delta n) + B_1\,\delta e + C_1\,\delta\tilde{\omega} + F_1\,\delta\Theta + G_1\,\delta R$$

$$+ \Sigma f_1(\nu) + L_c - L_o = o,$$

onde Θ e R representam a longitude e raio vector do Sol, notando-se demais, que os coefficientes e as funcções f e f_1 são conhecidas, e que o sommatorio serve para abreviar a somma de oito funcções diversas, em cada uma das quaes ν deve ter plica differente.

A astronomia dispõe d'outras equações, que so em alguns casos nos podem ser uteis, assegurando maior exactidão aos resultados, por isso que n'ellas são muito menores os erros da observação: fallo d'aquellas, cujo emprego exige que se observem os contactos internos na passagem d'um planeta sôbre o disco Solar. Éstas relações recebem a fórma,

$$A_2(\delta v - \delta\Theta) + B_2\,\delta s + C_2\,\delta c + K(\tau_c - \tau_o) = o,$$

nas quaes são conhecidos os coefficientes, e designam v, s, c, respectivamente a longitude helio-

centrica do planeta reduzida á ecliptica, sua latitude e a distancia dos centros dos dois astros no momento do contacto interno, e sendo τ_c e τ_o os tempos d'este phenomeno obtidos pelo cálculo e observação.

Concebe-se do exposto, como, havendo feito muitas observações de longitudes e latitudes d'um corpo planetario, e utilizado quando possivel seja, as dos contactos internos, ficâmos habilitados a formar muitas series d'equações de condição. Eliminadas convenientemente entre ellas as correcções dos elementos da orbita, obteremos relações unicamente dependentes das correcções das massas.

IV

Consequencias relativas á theoria da Terra comparada com a observação. Relações entre as correcções das massas.

Os trabalhos de Le Verrier sôbre determinações novas da posição das estrellas fundamentaes e sôbre a theoria das desigualdades planetarias, permittem com segurança expor em esbôço os resultados ácerca de Mercurio, Venus, Terra e Marte, deduzidos comparando a theoria com a observação, e appresentar as equações necessarias para que se assignem as correcções das massas.

A importancia que tem o conhecimento da theoria da Terra, leva-nos a fallar em primeiro logar d'este planeta, principalmente por ser n'elle que se observam os phenomenos celestes. Se não fôra bem conhecida sua posição, debalde se intentaria qualquer trabalho baseado na discussão de taes phenomenos.

Tam ponderosa circumstância, bem como as gra-

ves difficuldades encontradas no estudo da Terra por Le Verrier, levaram este sabio astronomo a discutir minuciosamente perto de nove mil observações meridianas do Sol, feitas por Bradley, Maskelyne, Pond, Airy, Bessel, e no Observatorio de París. Mediante profunda discussão sôbre as equações de condição, a pericia de tam habil calculador pôde estabelecer pleno accôrdo entre os resuldos theoricos e observados, mostrando que o movimento da Terra era conforme á theoria fundamentada na acção do Sol e dos planetas conhecidos.

Posto isto, appresentemos alguns trabalhos uteis á mais exacta determinação das massas, porque n'ella está apoiada a parte theorica de nossa questão principal.

Tractando de modo conveniente as equações de condição, obteem-se as duas egualdades,

$$39''\nu - 8539''\nu' + 140''\nu''' + 6'',0 = 0,$$

$$23''\nu - 7803''\nu' - 163''\nu'' - 85'',1 = 0,$$

a primeira devida unicamente a observações feitas de 1750 a 1810, e a segunda tirada d'outras colligidas de 1811 a 1850: relações fundadas na consideração das desigualdades periodicas da Terra causadas por Venus.

Se operarmos analogamente, partindo da consideração das desigualdades periodicas da Terra originadas por Marte, teremos

$$10''\nu + 567''\nu' + 2123''\nu''' + 257'',4 = 0,$$

$$2'\nu - 376''\nu' - 2472''\nu'' - 216'',4 = 0,$$

aquella sendo deduzida das observações colligidas de 1750 a 1810, ésta das observações feitas no tempo que medía entre 1811 e 1850.

A fim de procurar um valor sufficientemente exacto da correcção da massa de Marte, tiremos, da primeira e terceira das equações anteriores, ν''' expresso em ν; procedendo da mesma maneira relativamente á segunda e quarta, encontrar-se-ha, pela semisomma dos dois valores:

$$\nu''' = -0{,}105 - 0{,}003\,\nu.$$

Para deduzir ν' podemos, dentro dos limites da necessaria approximação, substituir por ν''' o valor $-0{,}1$ na primeira e segunda das mesmas egualdades, e virá então:

$$\left.\begin{aligned} 39''\,\nu - 8539''\,\nu' - 8'',0 &= 0, \\ 23''\,\nu - 7803''\,\nu' - 68'',8 &= 0, \end{aligned}\right\} \quad (S)$$

das quaes sem difficuldade se tira:

$$\nu' = -0{,}0047 + 0{,}0038\,\nu. \qquad (s)'$$

Finalmente a terceira e quarta são as que devem dar o valor definitivo de ν''', e obtem-se, pela differença:

$$\nu''' = -0{,}1031 - 0{,}205\,\nu' - 0{,}002\,\nu. \qquad (s)'''$$

A theoria do movimento do Sol ainda offerece outra relação que nos hade ser util. Subtrahindo da fórmula theorica que dá o movimento secular

da obliquidade da ecliptica, a que se determina por meio das observações, chega-se com sufficiente exactidão ao resultado seguinte:

$$0'',53\,\nu + 28'',88\,\nu' + 0'',83\,\nu''' + 1'',81 = 0. \qquad (S)_1$$

Em virtude do primeiro valor de ν'' que deixámos deduzido, ésta equação dá facilmente:

$$\nu' = -0,0598 - 0,0183\,\nu. \qquad (s)'_1$$

A comparação da quéda dos graves para o centro da Terra com a d'este planeta para o Sol conduz ao resultado,

$$\log \frac{\mu''}{q^3} = \bar{9},64520\,, \qquad (S)_2$$

sendo q a parallaxe equatorial do Sol, e μ'' a massa da Terra se pozermos de parte a da Lua.

O que fica exposto sôbre a theoria do Sol é essencial, não so na discussão, mas ainda para a clareza das materias que teem de ser tractadas.

V

Erros systematicos entre as equações de condição deduzidas das passagens de Mercurio sôbre o Sol. Modo de os fazer desapparecer; difficuldades a que conduz relativas á massa de Venus.

A theoria do movimento de Mercurio foi sempre aquella, que mais embaraços tem causado aos astronomos, notando-se divergencias, bastante consideraveis, entre ella e a observação: a origem de taes difficuldades era por certo devida aos obstaculos que quasi de contínuo hostilizam as observações d'este planeta.

Na memoria relativa á theoria do movimento de Mercurio, impressa em 1845, Le Verrier não havia sido muito mais feliz que seus predecessores. A sua theoria do Sol, publicada em 1858, convidára a um novo estudo sôbre Mercurio, com bem reconhecida vantagem, pois que se achava estabelecida perfeita harmonia no movimento do planeta que habitâmos.

As perturbações d'aquelle astro foram segunda

vez determinadas com todo o cuidado, empregando-se conjunctamente differentes methodos que podessem servir de reciproca confirmação e assegurar por este modo a exactidão das theorias.

Dispõe a astronomia d'um certo número de observações de Mercurio, que gozam de grande precisão, e muita mais confiança que as observações meridianas do Sol, sendo por conseguinte mui subido o apprêço que se lhes confere. Queremos referir-nos aos contactos internos de Mercurio, na sua passagem sôbre o disco Solar, cujas observações permittem o estabelecimento d'equações de condição de reconhecida utilidade para a sua comparação com a theoria.

Foi o íntimo conhecimento da grande importancia d'éstas passagens, que fez dizer a Faye: «Les passages de Mercure sur le Soleil ont fourni la plus belle et la plus longue série d'observations que posséde l'astronomie moderne.»

Conta a sciencia vinte e uma observações de contactos internos, feitas desde 1697 até 1848, ás quaes deve ser possivel satisfazer d'uma maneira rigorosa, dado que as desigualdades dos movimentos da Terra e de Mercurio foram bem calculadas, e que os valores attribuidos ás massas dos planetas são exactos.

A discussão das passagens observadas até 1848 fornece, entre as correcções desconhecidas e os dados da observação, as equações seguintes:

Passagens em Novembro

Epochas	Entrada
1677,85	$0,46(\delta v - \delta\Theta) - 0,06\delta s + \delta c + 3'',16 = 0$
1697,84	. . . . .
1723,85	$0,45(\delta v - \delta\Theta) - 0,10\delta s + \delta c - 0'',86 = 0$
1736,86	$0,28(\delta v - \delta\Theta) - 0,37\delta s + \delta c + 0'',75 = 0$
1743,84	$0,34(\delta v - \delta\Theta) + 0,32\delta s + \delta c - 0'',01 = 0$
1769,85	$0,44(\delta v - \delta\Theta) - 0,15\delta s + \delta c + 0'',99 = 0$
1782,86	$0,17(\delta v - \delta\Theta) - 0,45\delta s + \delta c - 0'',92 = 0$
1789,84	$0,38(\delta v - \delta\Theta) + 0,27\delta s + \delta c + 1'',81 = 0$
1802,85	. . . . .
1848,86	$0,46(\delta v - \delta\Theta) - 0,01\delta s + \delta c + 2'',27 = 0$

Epochas	Sahida
1677,85	$0,43(\delta v - \delta\Theta) + 0,18\delta s - \delta c - 4'',59 = 0$
1697,84	$0,39(\delta v - \delta\Theta) - 0,20\delta s - \delta c + 0'',45 = 0$
1723,85	. . . . .
1736,86	$0,16(\delta v - \delta\Theta) + 0,43\delta s - \delta c + 0'',13 = 0$
1743,84	$0,42(\delta v - \delta\Theta) - 0,20\delta s - \delta c + 0'',92 = 0$
1769,85	. . . . .
1782,86	$0,03(\delta v - \delta\Theta) + 0,46\delta s - \delta c + 0'',23 = 0$
1789,84	$0,44(\delta v - \delta\Theta) - 0,15\delta s - \delta c + 0'',97 = 0$
1802,85	$0,46(\delta v - \delta\Theta) + 0,10\delta s - \delta c + 1'',47 = 0$
1848,86	. . . . .

Passagens em Maio

Observação das posições successivas de Mercurio feita na camara escura por Hevelio em 1661

$$1661{,}33 \quad 0{,}81(\delta v - \delta\Theta) - 0{,}18\delta s + 12'',7 = 0$$

Epochas	Entrada
1753,34	. . . . .
1786,34	$0{,}45(\delta v - \delta\Theta) - 0{,}70\delta s + \delta c + 4'',84 = 0$
1799,34	$0{,}80(\delta v - \delta\Theta) + 0{,}16\delta s + \delta c + 5'',65 = 0$
1832,34	$0{,}61(\delta v - \delta\Theta) - 0{,}53\delta s + \delta c + 0'',17 = 0$
1845,35	$0{,}74(\delta v - \delta\Theta) + 0{,}34\delta s + \delta c - 1'',03 = 0$

Epochas	Sahida
1753,34	$0{,}77(\delta v - \delta\Theta) - 0{,}27\delta s - \delta c + 12'',05 = 0$
1786,34	$0{,}65(\delta v - \delta\Theta) + 0{,}47\delta s - \delta c + 5'',11 = 0$
1799,34	$0{,}69(\delta v - \delta\Theta) - 0{,}43\delta s - \delta c + 3'',83 = 0$
1832,34	$0{,}77(\delta v - \delta\Theta) + 0{,}28\delta s - \delta c - 0'',58 = 0$
1845,35	. . . . .

Para seguir com a maxima circumspecção, é conveniente não empregar de futuro a observação de 1661, feita por Hevelio em Dantzick. A imperfeição no modo de observar, e muito principalmente a circumstância de ser necessario que se utilize o tempo do meio da passagem, determinado pela observação de seis posições do planeta na corda descripta,

mostra exuberantemente de quanta prudencia é deixar de parte essa passagem. Posto que de mais confiança, a observação de 1677 feita por Halley em Sancta Helena, não deve ser admittida na discussão, por isso que as duas condições dadas pelo primeiro e segundo contacto interno não concordam entre si, quanto fôra a desejar, parecendo os tempos d'esses phenomenos affectados d'erros, n'uma para mais, na outra para menos.

Não é d'estranhar ésta prudente resolução, ja tomada por Le Verrier em seus primeiros trabalhos sôbre Mercurio, nem se pretenda ligar confiança illimitada ás observações dos contactos internos, reconhecendo todavia que são mais dignas de confiança que outras quaesquer.

Confirmação se encontra facil, ao comparar as observações do segundo contacto interno na última passagem de Mercurio a 5 de novembro de 1868, feitas por diversos observadores. Mencionando so a de Rayet em París e a de Stephan em Marselha, diremos que a differença entre os tempos obtidos para esse phenomeno, era de 17 segundos; ora uma tal differença não deve attribuir-se a falta de estimação do phenomeno, mas sim ter origem physica, que importa aos astronomos discutir e achar, em cuja elucidação ja se acham elles empenhados.

Quando em nossos dias se encontram éstas divergencias, maiores poderiam ser ellas em tempos tam remotos.

Se attendermos ás equações de condição relativas ao mez de novembro, ve-se que as observações das passagens desde 1697 a 1848 dão logar a mui pequenos erros. Não accontece o mesmo em quanto ás de maio: nota-se um erro que, sendo de 12″,05 em

1753, diminue, quasi regularmente ao passo que o tempo augmenta, tornando-se de — 1″,03 em 1845. E sôbre estes treze segundos de variação em noventa e dois annos, que deve fixar-se especial attenção, pois são elles a causa primaria de todas as difficuldades com que temos a lidar, difficuldades éstas que originaram a questão que é nosso intento resolver.

Estes erros systematicos nas observações das passagens pelo nó descendente não podem ser devidos ás novas taboas do Sol; e para que se attribuam a incertezas da observação, era forçoso admittir que astronomos taes como, Lalande, Cassini, Bouguer, Bessel e outros, commetteram erros de muitos minutos na appreciação do tempo dos contactos, e variando progressivamente d'uma epocha a outra: o que era impossivel.

É necessario pois corrigir convenientemente os elementos da orbita de Mercurio, de maneira a fazer que desappareçam aquelles erros. Dous dos elementos nos podem levar a esse fim: modificados os seus valores nas partes proporcionaes ao tempo, chegaremos, sem introduzir novos erros nas passagens pelo nodo ascendente, a destruir os erros notaveis que se reconhecem nas relativas ao descendente: compensando-se proximamente nas observações de novembro, as duas correcções deverão explicar, por se junctarem, as anomalias nas equações que pertencem a maio.

Com esse designio empreguem-se duas approximações: uma primeira indicar-nos-ha, quando mais não seja, o caminho a seguir na discussão; com este auxílio, poderemos na segunda dirigir-nos con-

venientemente, comprovando-se a grande exactidão ja obtida na anterior.

As variações da excentricidade, do perihelio, da longitude média, occupar-nos-hão especialmente em suas consequencias.

A correcção da longitude sendo dada por

$$\delta v + \delta \frac{dv}{dt} \cdot \frac{t}{1} + \delta \frac{d^2 v}{dt^2} \cdot \frac{t^2}{1.2} + \ldots,$$

é concedido, em uma primeira approximação, attender so ao primeiro termo e áquelle que é funcção da potencia linear do tempo, por isso que as passagens de Mercurio diante do Sol teem logar proximo dos nodos. Se pois ζ e ξ designarem duas constantes dependentes das correcções da longitude média, da excentricidade e da longitude do perihelio, e de suas variações annuas

$$\delta n, \quad \delta \frac{de}{dt}, \quad \delta \frac{d\tilde{\omega}}{dt},$$

teremos

$$\delta v = \zeta + \xi t, \qquad (\delta v)$$

sendo

$$\zeta = \Theta' \delta \varepsilon + \Theta'' \delta e + \Theta''' \delta \tilde{\omega},$$

$$\xi = \Xi' \delta n + \Xi'' \delta \frac{de}{dt} + \Xi''' \delta \frac{d\tilde{\omega}}{dt},$$

cujos coefficientes se calculam para as epochas das passagens.

Appliquemos éstas fórmulas ás observações anteriores.

Determinados esses coefficientes para a média das epochas das passagens de novembro, ter-se-ha:

$$\zeta_1 = 1{,}492\,\delta\varepsilon - 1{,}044\,\delta e - 0{,}492\,\delta\tilde{\omega},$$

$$\xi_1 = 1{,}492\,\delta n - 1{,}044\,\delta\frac{de}{dt} - 0{,}492\,\delta\frac{d\tilde{\omega}}{dt}.$$

Quando substituida nas equações relativas a estes phenomenos a egualdade (δ), tiram-se d'ellas os valores

$$\zeta_1 = -4'',43, \quad \zeta_1 = -0'',0310, \qquad (\zeta_1\xi_1)$$

desprezando as correcções da longitude Solar e da distancia dos centros dos dois astros.

Se procedermos nas observações de maio analogamente ao que fica ditto, virá:

$$\zeta_2 = 0{,}712\,\delta\varepsilon + 0{,}916\,\delta e + 0{,}284\,\delta\tilde{\omega},$$

$$\xi_2 = 0{,}712\,\delta n + 0{,}916\,\delta\frac{de}{dt} + 0{,}284\,\delta\frac{d\tilde{\omega}}{dt},$$

e as equações de condição pertencentes ao caso actual darão

$$\xi_2 = 3'',22, \quad \xi_2 = 0'',1884. \qquad (\zeta_2\xi_2)$$

Substituindo os valores $(\zeta_1 \xi_1)$ e $(\zeta_2 \xi_2)$, aquelles dous nas equações relativas ao nodo ascendente, estes nas que dizem respeito ao descendente, encontram-se os residuos seguintes:

EXCESSO DO CÁLCULO SÔBRE A OBSERVAÇÃO

Passagens

DE NOVEMBRO			DE MAIO		
Epochas	Entrada	Sahida	Epochas	Entrada	Sahida
1697	.....	+ 0″,56	1753	.....	+ 0″,07
1723	—1″,08	.....	1786	+ 0″,11	—0″,06
1736	+ 0″,54	— 0″,06	1799	+ 0″,71	— 0″,82
1743	—0″,44	+ 0″,47	1832	+ 0″,08	— 0″,67
1769	+ 0″,18	.....	1845	+ 0″,60	.....
1782	—1″,20	+ 0″,02			
1789	+ 0″,77	—0″,10			
1802	.....	+ 0″,09			
1848	+ 0″,25	.....			

O exame do presente quadro mostra que os pequenos erros, que se achavam nas equações de condição devidas ás observações de novembro, foram um pouco attenuados; pelo que toca ás de maio, a differença é muito sensivel, pois desappareceram completamente os erros systematicos.

O que levâmos ditto, póde guiar-nos no conhe-

cimento das correcções dos elementos e de suas variações annuas, proprias ao necessario desapparecimento dos erros systematicos. Não é porêm designio nosso considerar este assumpto em todas as suas partes: pertencendo á idonea discussão das massas encaminhar ao principal fim proposto, occupemo'-nos so das correcções que se acham essencialmente dependentes de taes quantidades.

Eliminando δn entre as duas egualdades anteriores, que se acham expressas n'este valor, em virtude dos resultados $(\zeta_1 \xi_1)$ e $(\zeta_2 \xi_2)$ encontra-se facilmente:

$$\delta \frac{d\tilde{\omega}}{dt} + 2{,}72\, \delta \frac{de}{dt} = 0'',392,$$

relação importantissima, que tem de utilizar a nossas indagações, e pela qual se ve que o movimento secular do perihelio, juncto proximamente ao triplo do movimento secular da excentricidade, dá uma somma que as observações mostram exceder em 39′,2 a obtida pela theoria.

As observações das passagens de Mercurio não confirmam pois os movimentos seculares do perihelio e da excentricidade, determinados pelo cálculo attribuindo ás massas planetarias os valores, que podiamos ter por mui exactos, e que haviam sido fornecidos por considerações independentes do movimento de Mercurio. A não se terem commettido erros consideraveis nas observações de suas passagens sôbre o disco Solar, sera necessario corrigir convenientemente os valores que adoptámos para as massas dos planetas conhecidos,

ou metter em cálculo alguma quantidade notavel de materia cosmica desconhecida?

Exigindo a importancia da questão que se proceda com o maior cuidado, entraremos em segunda approximação, encaminhados ja pelo resultado obtido na primeira; mas antes d'isso julgâmos conveniente esclarecer um ponto theorico essencial.

Algumas palavras serão expendidas relativamente á confiança que merecem os movimentos seculares do perihelio e excentricidade, que forneceu o cálculo, pois n'ésta parte nenhum cuidado é em demasia.

Pretendemos referir-nos ás duas determinações feitas por Le Verrier, trabalhos que se effeituaram por differentes processos, a fim de haver mais certeza na exactidão dos resultados, devendo especialmente notar-se que na segunda não se utilizára da primeira.

Pela última das supramencionadas memorias de Le Verrier, teremos, reduzindo os valores, então adoptados para as massas, aos que acima transcriptos ficam, os movimentos annuos seguintes:

$$\frac{d\varpi}{dt} = 5'',27 + 2'',81\,v' + 0'',83\,v'' + 0'',03\,v'''$$

$$+ 1'',52\,v^{iv} + 0'',08\,v^{v} + 0'',00\,v^{vi},$$

$$\frac{de}{dt} = 0'',042 + 0'',028\,v' + 0'',011\,v'' + 0'',003\,v^{iv}.$$

Os *Annaes do Observatorio* de París dão:

$$\frac{\delta\varpi}{dt}=5'',267+2'',806\,\nu'+0'',836\,\nu''+0'',026\,\nu'''$$

$$+1'',526\,\nu^{\text{IV}}+0'',072\,\nu^{\text{V}}+0'',001\,\nu^{\text{VI}},$$

$$\frac{de}{dt}=0'',042+0'',028\,\nu'+0'',011\,\nu''+0'',003\,\nu^{\text{IV}}.$$

A escrupulosa diligência que fôra applicada, e tam notavel identidade entre os dous resultados, certifica-nos da exacta determinação d'essas variações seculares.

Em virtude d'éstas fórmulas, a equação anterior dá facilmente, procedendo ás convenientes substituições:

$$288'',2\,\nu'+86'',6\,\nu''+2'',6\,\nu'''+152,6\,\nu^{\text{IV}}+8,0\,\nu^{\text{V}}$$

$$+0'',1\,\nu^{\text{VI}}=39'',2.$$

Por haver conhecimento preciso das massas de Jupiter e Saturno, e em vista da pouca influencia que tem a acção de Marte, somos levados a pensar que o movimento $39'',2$ deve ser produzido pelos termos dependentes da correcção da massa da Terra e muito principalmente de Venus.

Para melhor entrar em minucioso exame d'éstas consequencias, passemos á segunda approximação, notando desde ja que o termo mais influente depende da massa de Venus, que, segundo parece, deverá ser augmentada consideravelmente.

Por serem as passagens de Mercurio perto de seus nodos, o pequeno erro da inclinação do plano da orbita tem influencia muito pouco sensivel no cálculo das latitudes do planeta: sera pois concedido admittir a fórmula sufficientemente exacta,

$$\delta s = \pm \, tang \, \varphi (\delta v - \delta \alpha),$$

na qual se refere o signal superior ás passagens de novembro, e o inferior ás de maio.

Depois de feita a substituição d'este valor nas equações de condição relativas ás passagens, exprimiremos a correcção da longitude, tanto de Mercurio como do Sol, nas que dizem respeito aos elementos de seus movimentos.

As correcções dos movimentos annuos da excentricidade e do perihelio de Mercurio, analogamente ao modo por que operára o Barão de Linderau, serão tidas como duas incognitas distinctas, sem dependencia da consideração da causa que as possa tornar necessarias.

O exame das correcções que porventura tenham a soffrer os valores das massas planetarias, é de urgencia ser cuidadosamente feito, por isso que a equação dependente do movimento secular de 39″,2, sendo funcção d'aquellas na verdade pequenas quantidades, lhes deve marcar limites. A variação secular do perihelio e excentricidade, em virtude da predominante influencia de Venus, parece dever explicar-se principalmente pelo augmento do valor de sua massa. Não é logico porêm discutir tal questão, sem que se tenham em vista as diversas consequencias que possam d'ahi originar-se: conse-

quencias dignas da maior ponderação, tanto pelo que diz respeito ás perturbações Solares, como ás de Mercurio.

É conveniente por esse motivo attender á correcção da massa de Venus, e mui util considerar tambem a d'aquelle planeta. Se, depois de plicadas duas vezes, empregarmos, para exprimir os elementos da orbita da Terra, as mesmas letras que as adoptadas para Mercurio, e notarmos que a correcção da distancia dos centros é differente em novembro e maio, cada uma das treze equações devidas ás passagens d'aquelle mez, designando $\delta_1 c$ a correcção respectiva, reduz-se a uma funcção linear:

$$\text{Func.}\left(\delta n, \delta\varepsilon, \delta e, \delta\tilde{\omega}, \delta\alpha, \delta\frac{de}{dt}, \delta\frac{d\tilde{\omega}}{dt}, \delta n'', \delta\varepsilon'', \delta e'',\right.$$

$$\left.\delta\tilde{\omega}'', \nu, \nu', \delta_1 c\right) = o.$$

Do mesmo modo teremos, sendo $\delta_2 c$ a correcção pertencente a este caso, para cada uma das oito equações relativas ás passagens de maio:

$$\text{Func.}\left(\delta n, \delta\varepsilon, \delta e, \delta\tilde{\omega}, \delta\alpha, \delta\frac{de}{dt}, \delta\frac{d\tilde{\omega}}{dt}, \delta n'', \delta\varepsilon'', \delta e'',\right.$$

$$\left.\delta\tilde{\omega}'', \nu, \nu', \delta_2 c\right) = o.$$

Para evitar ser extenso, não appresentaremos éstas vinte e uma equações, limitando-nos a indicar os resultados, que d'ellas se tiram, necessarios á nossa discussão.

Deduzindo pela eliminação as convenientes egualdades a fim de determinar as correcções das longitudes da epocha e do perihelio, e do movimento médio, substituiremos os valores obtidos para éstas incognitas nas equações primitivas, o que faz quasi desapparecer algumas outras a que deixa de ser necessario attender-se; por último, recordada a fórma da relação anteriormente encontrada que estabelece a dependencia entre as correcções do movimento secular do perihelio e excentricidade, sera facil, com essa guia, chegar ao resultado seguinte:

$$\delta\frac{d\tilde{\omega}}{dt}+2,72\,\delta\frac{de}{dt}=0'',387+0'',174\,\nu'+0,0081\,\delta_1 c$$
$$-0'',031\,\nu-0,0303\,\delta_2 c$$
$$+0,866\,\delta n''-0,00127\,\delta\alpha,$$

proprio á mais exacta determinação das duas últimas quantidades mencionadas.

Das equações que forneceram ésta egualdade tambem se tira:

$$\delta_1 c=o'',16-0'',05\,\nu-0,007\,\delta\alpha,$$

$$\delta_2 c=-o'',44-0'',03\,\nu+0,014\,\delta\alpha,$$

$$\nu'=-0,0073-0,0132\,\nu-0,00282\,\delta\alpha.$$

Fundados em sua importancia, procuremos os residuos das equações de condição, isto é, as diffe-

renças entre o cálculo e a observação, substituindo n'ellas os valores, que ficam transcriptos, e os das incognitas $\delta\varepsilon$, δn e $\delta\varpi$: trabalho que conduz aos resultados que passâmos a indicar.

EXCESSO DO CÁLCULO SÔBRE A OBSERVAÇÃO

Passagens

DE NOVEMBRO			DE MAIO		
Epochas	Entrada	Sahida	Epochas	Entrada	Sahida
1697	.....	+0″,22	1753	.....	+0″,33
1723	—0″,79	.....	1786	—0″,21	+0″,15
1736	+0″,65	+0″,09	1799	+0″,11	—0″,50
1743	—0″,20	+0″,18	1832	—0″,24	—0″,14
1769	+0″,37	.....	1845	+0″,29	.....
1782	—1″,16	—0″,05			
1789	+0″,88	—0″,30			
1802	.....	+0″,02			
1848	+0″,37	.....			

Éstas differenças, alêm de serem prova do rigor das operações effeituadas, devem considerar-se como elemento necessario para julgar da precisão alcançada, que é resultado de uma grande exactidão na qual assentam todos os pontos da theoria de Mercurio e tambem do Sol.

Posto que as passagens de Mercurio diante do disco Solar sejam de muito mais confiança que as

meridianas, é todavia necessario verificar se os resultados obtidos com o auxílio das equações de condição de que nos temos servido, satisfazem convenientemente ás duas series de observações do mesmo planeta feitas em París, uma desde 1801 até 1828, outra de 1836 a 1842. Poderemos assim ficar certos de que as consequencias estejam em harmonia com todas as observações.

Deixando de parte a discussão a que poderiam dar logar as equações de condição relativas, umas aos erros da longitude, outras aos da latitude, julgâmos de urgencia, por serem os resultados anteriores dependentes da correcção da longitude do nodo, dizer ao menos que o valor, que somos levados a admittir, attendendo a éstas equações e ás das passagens do planeta sôbre o disco Solar, é o seguinte:

$$\delta\alpha = 5'',5 + \theta,$$

onde θ designa uma pequena quantidade indeterminada, que pela somma torne exacta a correcção da posição do nodo da orbita de Mercurio, e da qual fiquem dependentes os outros elementos.

Adoptado que seja este valor, as equações anteriormente appresentadas dão, sem dificuldade,

$$\nu' = -0,0228 - 0,0132\nu - 0,00282\theta \quad (m)'$$

$$\delta\frac{d\tilde{\omega}}{dt} + 2,72\,\delta\frac{de}{dt} = 0'',383 - 0'',033\nu - 0,00167\theta$$

$$+ 0,866\,\delta n'',$$

quando se reconheça a necessidade de desprezar n'essa substituição a parte constante de v'. E com effeito, exceptuando o movimento secular do perihelio e da excentricidade, o valor de v' deduzido da consideração de todos os termos que produz a acção de Venus, diz-nos que a sua massa tem de ser diminuida: por ser este resultado contrário ao obtido na primeira approximação, que conduziu a um augmento consideravel da massa do mesmo astro, era de conveniencia usar com muita circumspecção, não attendendo áquella quantidade constante.

Seja lícito desde ja affirmar que as consequencias, que se tiram das duas relações últimas para a correcção da massa de Venus, so poderão harmonizar-se pela diminuição da longitude do nodo de uma quantidade inadmissivel.

Os apperfeiçoamentos que tem successivamente experimentado a astronomia práctica, grande confiança prestam á exactidão das observações modernas; ainda assim, acham-se ellas affectadas de erros systematicos e da equação pessoal, e d'outras incertezas dependentes dos casos especiaes que se appresentam. Quando necessario o emprego de observações feitas em epochas sufficientemente affastadas, não admira serem mais consideraveis os erros, pois que as antigas não podem de maneira alguma entrar em competencia com as modernas.

Ha todavia uma certa ordem de observações que, em geral merecendo sempre grande confiança, fazem uma verdadeira excepção, havendo não grande superioridade das modernas sôbre as antigas: as dos contactos internos de Mercurio,

em sua passagem diante do Sol, estão n'esse caso, pois que as epochas d'estes phenomenos se determinam com bem sufficiente precisão. Ja em outro logar expendemos exuberantes razões a tal respeito e dissemos que nos permittiam o estudo de Mercurio com grande vantagem.

A nossa última equação mostra a necessidade de um augmento consideravel do movimento secular theorico da excentricidade e em especial do perihelio de Mercurio, necessidade exclusivamente resultante das observações de suas passagens sôbre o disco Solar. Se acaso se pretendêra attribuir ésta difficuldade ás observações, ver-nos-hiamos obrigados a admittir que observadores taes, como La Caille, Bouguer, Lalande e Cassini, commetteram erros de muitos minutos na appreciação dos tempos d'aquellas phases.

Cumpre não passar em silencio o que ja em outro logar se tocou de leve: queremos referir-nos ás divergencias entre as observações do tempo do segundo contacto interno feitas na passagem de Mercurio de 1868. O facto de se haver encontrado differenças de 17 segundos, e até de mais na comparação d'essas observações, é bastante notavel, e ainda não interpretado quanto fôra a desejar.

Éstas divergencias, reconhecidas em observações de nossos dias, certo diminuem a confiança que se ligára á determinação dos tempos dos contactos internos. Todavia a hypothese de attribuir toda a difficuldade, que offerece o estudo do movimento de Mercurio, á falta de bondade das observações, é inacceitavel por isso que, alêm de havermos de admittir erros de muitos minutos, fôra necessario que elles se reproduzissem em epochas

diversas e d'uma maneira progressiva e regular, o que se não dá nas passagens de novembro.

Se prestarmos attenção ao que fica exposto e á exacta deducção dos movimentos seculares do perihelio e excentricidade de Mercurio, e notando o cuidado extremo que Le Verrier empregára em não deixar introduzir nos estudos do planeta algum erro progressivo, o exame da última tabella appresentada, onde se mostra quam pequenos são os residuos das vinte e uma equações, leva-nos á convicção de que nenhum erro notavel se commetteu no emprego das taboas do Sol e Mercurio, nem tam pouco no cálculo das passagens quando este se projectára sôbre o disco do Sol.

Conhecida a necessidade de augmentar consideravelmente os movimentos seculares do perihelio e da excentricidade, era forçoso examinar se, corrigindo d'um modo conveniente os valores que acceitámos para as massas perturbadoras, aquella difficuldade obtinha ou não a explicação plausivel. Seja positivo o resultado, seja elle negativo levando-nos a recorrer á hypothese de causas perturbadoras ignoradas, é conveniente appresentar todos os elementos necessarios para a tam melindrosa e tam difficil discussão d'éstas consequencias, que são das mais graves no ponto de vista da constituição physica do nosso systema planetario.

Omittindo na equação precedente os dois ultimos termos do segundo membro em virtude da sua minima influencia, resulta:

$$\delta \frac{d\tilde{\omega}}{dt} + 2{,}72\, \delta \frac{de}{dt} = 0'',383 - 0'',033\, \nu.$$

Não deixaremos aqui de notar que a discussão das observações meridianas, empregada n'ésta segunda approximação, conduz somente a reduzir a 0″,383 o valor 0″,389 determinado no primeiro trabalho preparatorio.

Se designarmos por ρ o erro, que possa provir de se não haver attendido a toda a massa que fôra necessario considerar, e por η o pequeno erro devido ás observações das passagens, sera:

$$\delta\frac{d\tilde{\omega}}{dt}=\rho_{\tilde{\omega}}+\eta_{\tilde{\omega}},\quad \delta\frac{de}{dt}=\rho_e+\eta_e;$$

por conseguinte, em virtude das expressões transcriptas na primeira approximação, vem facilmente:

$$3'',3\,\nu+288'',2\,\nu'+86'',6\,\nu''+2'',6\,\nu'''+152'',6\,\nu^{\text{iv}}$$

$$+8'',0\,\nu^{\text{v}}+0'',1\,\nu^{\text{vi}}+\eta_{\tilde{\omega}}+272\,\eta_e=38'',3.$$

Postos de parte, segundo o que acima ditto fica, os pequenos erros originados por se não haver determinado com toda a exacção o tempo dos contactos internos, e notando que a massa de Jupiter e Saturno é bem conhecida, e a acção de Mercurio, Marte e Urano muito pequena, teremos, com sufficiente rigor:

$$288''\nu'+87''\nu''=38'',3.$$

Ésta equação leva-nos a augmentar os valores

admittidos para as massas de Venus e Terra; mas so poderá haver uma discussão cabal, depois de indicar alguns trabalhos relativamente a Venus e Marte.

VI

Brevissimo esbôço ácerca das observações de Venus e Marte comparadas com a theoria. Equações necessarias para a correcção das massas.

A influencia que o planeta intermedio a Mercurio e Terra exerce nos movimentos d'estes corpos, obriga a dedicar algumas palavras, ao estudo dos resultados modernamente obtidos por Le Verrier sôbre a theoria de Venus, concernentes em especial á discussão das massas.

Este planeta inferior não proporciona uma extensa serie de observações de passagens diante do disco do Sol. Por este motivo as observações meridianas feitas por Bradley, Maskeline e Pond, e no observatorio de París, foram tomadas por base essencial do estudo de Venus.

Discutidas convenientemente todas as equações de condição, e prestando um cuidado especial ás observações de Bradley, tornou-se facil harmonizar

a theoria com a observação. Desapparecem assim as anomalias d'outrora: as difficuldades que na construcção de suas taboas de Venus encontrára Lindnau, estavam alfim resolvidas.

Mercurio origina na excentricidade e no perihelio de Venus termos seculares, tornando-se muito influentes no fim de cem annos, e que poderiam servir para alcançar a correcção de sua massa com bastante rigor, se acaso não impedíra a pouca bondade das observações.

A passagem de Venus sôbre o disco do Sol em 1639, que teve logar em o nodo ascendente, dá a relação,

$$27'',4\,\nu + 46'',3\,\nu' + 51'',6\,\nu'' + 18'',6 = 0,$$

que sería mui propria a determinar o valor da massa de Mercurio, se Horroccio nos houvera transmittido a hora precisa da entrada de Venus.

Das equações de condição devidas aos erros da longitude geocentrica deduzem-se os dois resultados seguintes:

$$14'',3\,\nu + 25'',5\,\nu' + 27'',7\,\nu'' + 1'',7 = 0,$$

$$7'',8\,\nu + 9'',2\,\nu' + 15'',3\,\nu'' + 3'',7 = 0.$$

O primeiro d'elles é tirado das observações feitas por Bradley desde 1751 até 1761; nas observações meridianas colligidas de 1766 a 1830 é fundado o segundo. A carencia d'outros mais seguros meios para obter a correcção da massa de

Mercurio, não permitte se desprezem éstas equações, ainda que não muita confiança mereçam.

Combinando as tres últimas equações, da maneira a mais conveniente para formar a relação definitiva necessaria á determinação do valor de ν, encontrar-se-ha:

$$29'',0\nu + 46'',3\nu' + 55'',9\nu'' + 10'',0 = 0;$$

e da qual se tira:

$$\nu = -0,345 - 1,597\nu' - 1,928\nu''. \qquad (v)$$

As observações da latitude de Venus fornecem uma egualdade de extrema importancia pela sua exactidão, e que estabelece o resultado mais preciso, que é possivel obter-se, para corrigir os valores das massas dos planetas inferiores. As duas passagens de Venus diante do Sol, que em 1761 e 1769 tiveram logar em o nodo descendente, dão uma primeira equação. Quando se attenda ás latitudes do mesmo planeta, observadas por Bradley, encontra-se uma outra, quasi identica á anterior: coincidencia notavel, por isso que ellas foram deduzidas de observações inteiramente differentes.

A combinação d'éstas duas condições dá:

$$0'',88\nu - 32'',5\nu'' - 43'',4\nu'' + 2'',57 = 0. \quad (V)$$

A presente egualdade é digna de mencionar-se pelo augmento que exige nos valores das massas. Antes de nos decidirmos sôbre este ponto mere-

cedor de toda a ponderação, e de grande alcance na questão dos planetas Intramercuriaes, é conveniente não desprezar o auxílio que, especialmente no intento de que fixe o valor da massa da Terra, se possa tirar do estudo dos movimentos de Marte.

Dispõe a astronomia d'uma observação importante, feita por Cassini, Roemer e Rouguer, da approximação d'este planeta em 1672 á estrella ψ_2 de Aquario; possue tambem observações meridianas nos preciosos catalogos de Greenwich e de París. Sôbre ellas fundou Le Verrier os seus estudos.

A comparação da theoria com as observações mostrára a impossibilidade de serem representadas éstas, sem dar ao perihelio de Marte um movimento maior do que o deduzido do cálculo baseado nos valores que admittimos para as massas planetarias. E com effeito, das equações de condição originadas pelos erros da longitude geocentrica obtem-se a relação,

$$0'',14\,\nu + 4'',66\,\nu'' + 16'',36\,\nu'' + 130'',6\,\nu^{iv} = 2'',35, \qquad (A)$$

que indica a necessidade d'esse augmento secular do perihelio, tornando-se impossivel o desprezo do termo constante.

Quando procurarmos discutir conjunctamente todas as relações appresentadas entre as correcções das massas, havera logar mais idoneo ás considerações que for mister expressar relativamente a ésta egualdade.

As equações de condição produzidas pelos erros

da latitude geocentrica de Marte levam aos dois importantes resultados,

$$0'',0010\,\nu - 0'',1222\,\nu' - 0'',0003\,\nu'' + 0'',1311\,\nu'''$$

$$- 0'',00565 = 0,$$

$$0'',0069\,\nu + 0'',2560\,\nu' + 0'',0682\,\nu'' + 0'',3715\,\nu'''$$

$$+ 0'',00577 = 0,$$

proprios a determinar a massa de Venus. Éstas egualdades dão

$$\nu' = -0,0271 - 0,0202\,\nu - 0,2153\,\nu''$$

$$- 0,9650\,\nu''', \qquad (a)'$$

valor que ao diante nos hade ser util.

Estabelecidas bases fundamentaes, tiradas do estudo dos movimentos dos quatro planetas mais proximos do Sol, podemos com vantagem emprehender a discussão de todos os resultados que devem esclarecer a difficuldade, que se encontrára na theoria do movimento de Mercurio, difficuldade á qual está ligada a questão dos planetas Circumsolares.

VII

Últimas palavras da sciencia sôbre a parallaxe do Sol. Theoria de Le Verrier e Schiapparelli relativa á origem das estrellas cadentes.

A parallaxe do Sol é um elemento intimamente ligado aos valores que se attribuem ás massas planetarias. As ponderosas difficuldades que tem appresentado sua determinação, e as assiduas discussões a que ha dado logar, obrigam-nos, sob pena de sermos accusados de grave omissão, a indicar os progressos da sciencia ácerca d'este ponto essencialissimo.

Determinar com exacção a distancia que nos separa do astro de que a Terra é satellite, é saber as dimensões das orbitas dos planetas, é esclarecer a delicada discussão das correcções das massas. Assim longo fôra mencionar os nomes de todos os astronomos, que se teem occupado com assiduidade do apperfeiçoamento do valor da pa-

rallaxe Solar, limitando-nos a uma simples indicação dos trabalhos modernos mais importantes.

Encke, discutindo as observações das passagens de Venus em 1769, deduziu para o valor da parallaxe 8″,58: este número, por toda a astronomia foi considerado da maior precisão. É conveniente aqui lembrar que os dados, acima expostos, sôbre as correcções das massas, são fundados n'este valor que assignára o astronomo allemão.

Por uma discussão minuciosa das observações do Sol, foi levado a concluir o Director do Observatorio Imperial de París, em seus trabalhos publicados em 1859, que a parallaxe devia ser augmentada, elevando-a a 8″,95.

Depois de ter procedido a delicadissimos trabalhos sôbre a importante questão da velocidade da luz, executados com os maiores escrupulos, encontrou Foucault em 1862 o valor 8″,86.

No mesmo tempo estava Marte em opposição, e era com diligencia observado pelos astronomos a fim de obter o elemento questionado.

Effectivamente em 1863 novos trabalhos apparecem: Stone, Winnecke e o astronomo de Gotha, Hansen, cada um pela sua parte, foram levados a admittir valores pouco differentes d'aquelle a que chegára Le Verrier. Attendendo a estes dados, os Observatorios de París e Greenwich concordaram na conveniencia de introduzir de futuro nos calculos o valor 8″,94.

Revendo em 1864 a determinação da parallaxe por meio das passagens de Venus, Powalky obteve 8″,86, mui notavel coincidencia, resultado precisamente egual ao que havia sido dado por Foucault. Devemos todavia dizer que não se limi-

tára Powalky a introduzir so algumas modificações indispensaveis nos calculos de Encke, mas qne ainda foram deixadas de parte as observações que pareciam defeituosas. Este desprezo, auctorizado pela opinião de Stone, acha talvez confirmação nas difficuldades a que deu logar em 1868 a observação da passagem de Mercurio diante do Sol.

As determinações expostas, e as mais que poderamos appresentar, mostravam superabundantemente a necessidade de augmentar o valor que fixára Encke á parallaxe do Sol.

Tal era o estado da questão ao apparecer em 1865 uma memoria em que se faziam maiores approximações e corrigiam algumas deficiencias nos calculos: o seu auctor era Newcomb, astronomo dos Estados Unidos da America. Procedendo, segundo um plano novo, a uma sábia e minuciosa discussão das diversas observações de Marte feitas em 1862 nos dous hemispherios, encontrou um resultado que, por sua comparação com os deduzidos por outros meios conhecidos que conduzem ao mesmo fim, lhe mostrára a impossibilidade de estabelecer pleno accôrdo entre todos, sem que se admitta o valor $8'',85$ para o elemento procurado.

Ésta circumstância parece significar, que a questão da parallaxe do Sol não tardará muito a ser resolvida com toda a precisão necessaria á astronomia, e que o último valor mencionado é por em quanto o mais digno de confiança.

A nova face que modernamente ha tomado a questão das estrellas cadentes, offerece vasto campo á discussão, e porventura o germen de futuras

descobertas. Queremos fallar das ideas de Le Verrier e Schiapparelli, que tanta commoção teem produzido no mundo scientifico.

Attendamos especialmente ás observações das estrellas cadentes de 12 de novembro.

Uma grande difficuldade se appresenta no exame d'este phenomeno admiravel, que vemos renovar-se periodicamente com grande energia todos os trinta e tres annos e um quarto: na verdade, os planetas em o nosso systema, tendo todos elles os seus movimentos em volta do Sol de occidente a oriente, como explicar o movimento inverso que se dá n'aquelles corpos?

Se notarmos que ha cometas retrogrados, é permittido imaginar que as estrellas cadentes eram primitivamente estranhas ao systema planetario: estes corpos, ou porções de materia cosmica, entrando acaso, á maneira de cometas, na esphera d'attracção Solar, podiam ser desviados do caminho que deveram seguir, e fixados ao nosso systema em virtude da acção perturbadora de um planeta accidentalmente encontrado no seu trajecto.

Assim o pensa Le Verrier e Schiapparelli.

Apenas produzida a perturbação, que esses corpos começaram a descrever uma ellipse muito excentrica, cujos elementos actuaes se acham calculados por Le Verrier. Limitemo'-nos a fazer menção dos seguintes resultados:

Excentricidade	0,904354
Distancia perihelia	0,989000
Distancia aphelia	19,691340

As abreviadissimas considerações indicadas e as que sería possivel tirar dos outros periodos de observações analogas, collocando em primeiro logar a de 10 d'agosto, teem ja encontrado inesperadas confirmações, tendentes a deixar ver íntima dependencia entre cometas e estrellas cadentes.

Taye, esse homem tam conhecido pelo genio creador de que é dotado, appresentou sôbre a questão ideas novas, que julgâmos acharem-se resumidas em suas palavras: «Je ne sais si en groupant les conséquences d'un fait naturel très-vulgaire, tel que l'emission nucleale des comètes, j'aurai réussi á expliquer les phénomènes des étoilles filantes, de la lumière zodiacale.»

Em conclusão, diremos que parece fóra de dúvida aos astronomos a grande analogia entre cometas e estrellas cadentes, pensando se geralmente que estes corpos não são mais que emanações ou particulas cometarias.

Não receberá novas luzes a questão da massa dos planetas?

VIII

Discussão dos resultados dependentes das correcções das massas. Consequencias relativas ao estudo de Venus e Marte, especialmente ao movimento do perihelio da orbita de Mercurio.

Expostos todos os dados, que julgámos necessarios para a mais proficua discussão dos resultados que offerece a comparação da theoria com as observações dos planetas, Mercurio, Venus, Terra, Marte, é permittido actualmente emprehender com vantagem esse trabalho, a fim de melhor interpretar a difficuldade encontrada no movimento do perihelio de Mercurio.

Dirigir-nos-hemos por caminho seguro e methodico, deixando um momento de parte a equação dependente das correcções das massas, que deu logar a tal embaraço.

Começando por tomar a média dos valores $(s)'$, $(s)'_1$, $(m)'$, $(a)'$, a que conduz o estudo do Sol, Mer-

curio e Marte, virá

$$v' = -0{,}0286 - 0{,}0120 v,$$

onde se desprezaram os termos em v'', v^{IV}, θ, circumstância que sera auctorizada pelos calculos subsequentes, e é permittida pelos pequenos valores que podem ter essas correcções.

Pela combinação d'ésta egualdade com as expressões (v) e $(s)'''$, que se deduzem das theorias de Venus e do Sol, teremos, com a necessaria exactidão:

$$v = -0{,}305 - 1{,}97 v'',$$

$$v' = -0{,}025,$$

$$v'' = -0{,}097.$$

Dos presentes resultados se mostra que a variação secular da obliquidade da ecliptica, as desigualdades periodicas das longitudes da Terra e Mercurio, e das latitudes de Marte, produzidas pela acção de Venus, concordam em dar para a correcção da massa d'este planeta um valor negativo.

A equação lunar da longitude da Terra indicára a Le Verrier, que a parallaxe do Sol obtida por Encke devia ser augmentada: nós fizemos ver effectivamente, que os trabalhos modernos pozeram de accôrdo os astronomos ácerca d'um ponto tam importante, ficando admittido o valor 8″,85 para esse elemento.

Se pois designarmos por ι a quantidade que seja necessario addicionar ao resultado que determinára Encke, a relação $(S)_2$ deduzida da theoria do Sol, que liga a parallaxe e a massa da Terra á gravidade, dá, com sufficiente approximação:

$$\nu'' = 3 . \frac{\iota}{q} .$$

Applicada que seja ésta fórmula, tendo em vista o número assignado pelos trabalhos de Newcomb, obtem-se facilmente:

$$\nu'' = 0{,}094 .$$

Ao passo que reconhecemos a necessidade de augmentar consideravelmente a massa da Terra, bom sera notar-se que os resultados que encontrámos para as correcções da massa d'este planeta e de Venus, merecem ser tidos em tam alta consideração, quanta é a utilidade que ao diante nos terão de prestar; e com effeito é grande essa utilidade, porque d'ella dependem, em não pequena parte, as conclusões que devam exhibir-se.

A equação (V), fundada nas passagens de Venus sôbre o Sol em 1761 e 1769, como tambem nas latitudes observadas do mesmo planeta, fica satisfeita pelo augmento da massa de Venus ou Terra. Ora é impossivel, dispondo da massa d'aquelle planeta para esse fim, attribuir um valor positivo consideravel a ν', o qual, alêm de ficar em completa desharmonia com o resultado anteriormente obti-

do, originaría graves erros nas observações da obliquidade da ecliptica, nas longitudes da Terra e latitudes de Marte; demais um tal valor está em perfeita opposição com os recentes trabalhos da sciencia sôbre a parallaxe do Sol, nos quaes se empregaram novas approximações.

Ao contrário, adoptadas as precedentes determinações de ν e ν', a sua resolução leva ao resultado seguinte:

$$\nu' = 0{,}070.$$

Este número, ainda que um pouco menor que o encontrado tendo em vista a memoria de Newcomb, mostra que as latitudes de Venus tambem estabelecem para a correcção da massa da Terra um valor positivo consideravel, devendo diminuir-se a d'aquelle planeta.

Para que não appareçam erros notaveis nos logares de Marte no momento das opposições, é necessario satisfazer á equação (A), que se deduz tendo em attenção o movimento secular do perihelio d'este planeta.

A pequena influencia que no presente caso tem a massa de Venus, faz ver que a sua correcção é insufficiente para explicar o movimento do perihelio; demais, se lhe fizeramos tomar um valor idoneo a fim de que desappareça, ao menos em parte, essa difficuldade, recaimos na mais completa opposição com todas as consequencias a que a discussão nos tem levado, sendo impossivel evitar erros inadmissiveis.

É conveniente ainda observar que a massa de Jupiter é muito bem conhecida, não podendo em

consequencia attribuir-se á sua correcção o valor necessario para satisfazer á egualdade originada pelo movimento do perihelio de Marte. Em virtude da minima influencia de Mercurio, so falta recorrer á correcção da massa da Terra.

Havendo procedido á substituição dos precedentes valores de ν e ν', a relação

$$\nu'' = 0{,}158 - 7{,}98\,\nu^{IV},$$

quando se adopte para ν^{IV} o valor 0,005, certamente o mais exagerado que é possivel acceitar-se, dá

$$\nu'' = 0{,}118,$$

ficando assim explicado o movimento do perihelio por uma idonea alteração nas massas dos planetas conhecidos.

O resultado a que chegámos pela consideração do augmento da parallaxe Solar, é um pouco menor que o deduzido actualmente, ficando, cumpre dizer-se, excedido em tanto, quanto

$$\nu'' = 0{,}070$$

lhe é inferior: se pois tomarmos a média das duas últimas determinações, recairemos, notabilissima coincidencia, em o valor

$$\nu'' = 0{,}094,$$

ja encontrado para a correcção da massa da Terra.

Com o intento de explicar as difficuldades que offerecem as latitudes de Venus e o movimento do perihelio de Marte, augmentámos consideravelmente a massa da Terra; mas não póde lembrar, que, attribuindo taes effeitos á existencia de corpos que se não tenham ainda considerado, chegariamos ao mesmo fim?

As novas ideas modernamente admittidas ácerca dos anneis das estrellas cadentes, levam-nos a considerar insensivel a sua influencia sôbre Venus e Marte: tanto basta para que se não attenda a ésta causa perturbadora.

Até aqui reputámos de nenhum effeito a acção dos pequenos planetas que circulam entre Marte e Jupiter, em uma zona cujos limites maximos e minimos de sua distancia ao Sol são respectivamente 3,16 e 2,20. Se acaso pretendermos attribuir todo o excesso do movimento do perihelio de Marte a esses asteroides, a sua massa toda reunida deveria ser proximamente egual á terça parte da massa da Terra.

Uma tal influencia estaria em opposição com a necessidade de corrigir o valor da massa d'este planeta, necessidade proveniente das consequencias tiradas dos trabalhos de Newcomb com relação á parallaxe Solar; demais, em virtude da insignificantissima acção que sôbre Venus poderiam ter esses pequenos corpos, somos levados a não considerar sensivel ésta causa perturbadora no movimento d'este planeta, e recaimos na urgencia de augmentar a massa da Terra.

Não se deve porêm tirar a illação de que a sua influencia seja nulla, especialmente no que diz respeito ao perihelio de Marte. Poderá mesmo sôbre

este planeta tornar-se alguma cousa sensivel: se na relação

$$\nu''=0,158-7,98\nu^{IV},$$

suppozermos ν^{IV} menor do que 0,005, toma ν'' um valor consideravelmente maior do que exige a parallaxe do Sol; então havera conveniencia, talvez necessidade, em recorrer á acção do grupo de asteroides existentes entre Marte e Jupiter, attendendo a que essa zona pouco dista d'aquelle planeta.

Finalmente habilitados a entrar nas discussões, a que nos leve a equação

$$288''\nu'+87''\nu''=38'',3,$$

obtida pela consideração das necessarias correcções dos movimentos seculares do perihelio e excentricidade na orbita de Mercurio, teremos occasião propria para as mais delicadas indagações, examinando, se é possivel modificar de modo conveniente os valores das massas planetarias primitivamente adoptados, ou necessario recorrer á hypothese de causas perturbadoras ignoradas.

Viu-se que não so os estudos da Terra, Venus, Marte, mas ainda mesmo em certo ponto os de Mercurio, são conformes em dar á correcção da massa de Venus um valor negativo, sob pena de não evitar discordancias inadmissiveis; antes d'isso ja se havia fallado sôbre a confiança de que era merecedora a comparação da theoria com as observações d'estes quatro planetas. Tudo mostra não podermos dispor de ν', de maneira proveitosa ao des-

apparecimento da difficuldade a que dera logar a equação anterior relativamente á massa de Venus.

Substituindo

$$\nu' = -0{,}025,$$

encontra-se

$$\nu'' = 0{,}523,$$

quantidade inacceitavel, pois não é permittido augmentar a massa da Terra de metade do seu valor.

Procedamos agora d'uma maneira inversa para indicar melhor alguns pontos, dignos de menção pelas difficuldades que patenteam.

Admittido para a correcção da massa de Venus

$$\nu' = 0{,}1,$$

e attribuindo uma pequena parte dos erros ás observações das passagens de Mercurio sôbre o Sol, fica na verdade satisfeita a equação que originára o excesso do movimento secular do perihelio e excentricidade da orbita d'este planeta. Vejamos as consequencias a que tal hypothese nos pode levar.

Se, em logar da expressão $(m)'$, que fornece a propria theoria de Mercurio, considerando todos os termos, que no estudo d'este planeta e da Terra introduz a acção de Marte, exceptuados os provenientes da difficuldade que nos é mister resolver, lhe substituissemos

$$\nu' = 0{,}1,$$

não se encontraria, na representação das passagens de Mercurio, tam grande exactidão como a alcançada pela theoria e a que a natureza das observações comporta. Éstas consequencias estão em desharmonia com o supposto valor de ν'.

Referiremos ainda, por ser digno de attenção, que na mesma hypothese, as equações (S) obtidas pela consideração das desigualdades periodicas da Terra, que teem por fundamento a acção de Venus, relações muito precisas e baseadas em um grande número de observações, appresentam erros enormes e que não parecem de modo algum concordes com as incertezas que possam provir dos erros das observações.

Sendo adoptada a mesma correcção para a massa de Venus, é interessante averiguar a que resultado conduz a diminuição secular da obliquidade da ecliptica, em cujo phenomeno a acção d'este planeta tem principal influencia. Com o auxílio dos valores,

$$\nu = -0{,}305 - 1{,}97\nu'',$$

$$\nu' = 0{,}1, \quad \nu''' = -0{,}097,$$

a equação (S), mostra que a diminuição secular deduzida das observações é inferior, áquella que dá a theoria, na quantidade

$$4'',35.$$

Substituindo pois em logar da variação secular

45″,76, que se tira da observação, o valor

50″,11,

as medidas da obliquidade média da ecliptica são representadas da maneira seguinte:

Annos	Observação	Cálculo	Differença
1755	23°.28′.15″,22	23°.28′.17″,72	—2″,50
1795	23 .27 .57 ,66	23 .27 .57 ,68	—0 ,02
1798	23 .27 .55 ,05	23 .27 .56 ,17	—1 ,12
1815	23 .27 .47 ,48	23 .27 .47 ,65	—0 ,17
1825	23 .27 .43 ,78	23 .27 .42 ,64	+1 ,14
1841	23 .27 .35 ,56	23 .27 .34 ,63	+0 ,93
1846	23 .27 .33 ,88	23 .27 .32 ,12	+1 ,76

Se notarmos principalmente a marcha progressiva e bastante regular, que seguem os erros de que era mister suppor affectadas as medidas da obliquidade, apezar de terem sido feitas as observações por astronomos diversos e em differentes logares, somos conduzidos a admittir que taes erros são pouco provaveis: mas, tidos por inacceitaveis quando se pretenda attribui-los ás observações, concluiremos acaso que a obliquidade da ecliptica varía por alguma cousa ainda desconhecida? Não se imagina todavia que acção perturbadora possa originar taes effeitos, sem produzir ao mesmo tempo influencia consideravel nas variações seculares dos elementos do movimento dos planetas.

A reflexão attenta sôbre o que fica exposto, notando que na determinação primitiva da correcção da massa de Venus obtivemos um valor negativo, e recordando as difficuldades, porventura insuperaveis, resultantes de considerar positiva essa correcção, certamente leva a pensar que a massa d'este planeta não póde ser augmentada.

Sendo assim, é de necessidade explicar a maior parte do excesso do movimento do perihelio de Mercurio por alguma causa desconhecida. Indiquemos uma que, alêm de não causar algum outro effeito sensivel sôbre o systema planetario, parece a mais provavel.

IX

Um ou mais planetas Intramercuriaes estabelecem a harmonia das observações com a theoria. Auxílio indispensavel da astronomia práctica.

Nas poucas palavras que dedicámos á comparação da theoria com as observações do Sol, Venus e Marte, dissemos haver, attentos os erros da observação, harmonia sufficiente, com especialidade no que é relativo á Terra e Venus.

Para obter explicação da difficuldade, que se encontra no estudo do movimento de Mercurio, pela existencia de massas perturbadoras, é mister, dado que a sua acção tenha acaso influencia em algum outro planeta, acceitar que, em virtude da sua pequenez e posição nos espaços celestes, ainda não haja sido possivel reconhecê-la: a massa procurada deverá encontrar-se nos espaços interiores á orbita de Mercurio.

Le Verrier, o auctor de tam bellas e tam profundas theorias, relativas ao movimento do planeta

considerado o mais proximo do Sol desde Ptolemeu, expressa sôbre este ponto claras reflexões nos poucos termos que seguem: «Une planète, ou si l'on veut, un groupe de petites planètes circulant dans les parages de l'orbite de Mercure, serait susceptible de produire la perturbation anormale éprouvée par ce dernier astre.»

Julgar-se-ha talvez estranheza, que as observações de Mercurio não tenham mostrado, na inclinação da orbita ou na posição de seu nodo, alguma desigualdade que deva attribuir-se á acção das massas de planetas ignorados. É conveniente mencionar aqui uma circumstância especial, que permitte tornar-se muito sensivel a perturbação do perihelio, havendo então possibilidade de a reconhecer facilmente: a grandeza da excentricidade da orbita, e por conseguinte a variação consideravel do valor da equação do centro, são as causas de similhante phenomeno. Suppondo pouco inclinada sôbre a de Mercurio a orbita da massa perturbadora, era na verdade para esperar tal resultado na posição do nodo e na inclinação da orbita do planeta cujos movimentos particularmente nos teem occupado.

Em primeiro logar admittamos um unico planeta Intramercurial perturbador.

As variações seculares que a sua influencia produz no perihelio e na excentricidade de Mercurio, são dadas, procurando approximação até aos termos da primeira ordem em relação ás excentricidades, pelas fórmulas seguintes:

$$\delta \frac{d\tilde{\omega}}{dt} = M_{,} - N_{,} \frac{e_{,}}{e} \cos (\tilde{\omega}_{,} - \tilde{\omega}),$$

$$\delta \frac{de}{dt} = N_{,}\, e_{,} \text{ sen } (\tilde{\omega}_{,} - \tilde{\omega}),$$

onde se designa, com Pontécoulant,

$$M_{,} = -m_{,} n . \frac{3a^2 a_{,} (a,a_{,})'}{4(a^2 - a_{,}^2)^2},$$

$$N_{,} = -m_{,} n . \frac{3a[a a_{,} (a,a_{,}) + (a^2 + a_{,}^2)(a,a_{,})']}{2(a^2 - a_{,}^2)^2},$$

representando por a o semieixo maior da orbita de Mercurio, e pelas letras accentuadas os elementos da orbita da massa hypothetica $m_{,}$.

Antes de attender á relação

$$\delta \frac{d\tilde{\omega}}{dt} + 2,72\, \delta \frac{de}{dt} = 0'',383,$$

que deve ficar satisfeita, notaremos, vista a indeterminação do problema, a conveniencia de suppor muito pequena a excentricidade da orbita do planeta Intramercurial. Se desprezarmos pois os termos em $e_{,}$, virá:

$$M_{,} = 0'',383.$$

Tomando, com sufficiente exactidão,

$$(a,a_{,})' = -a \left(\frac{a_{,}}{a} - \frac{1.1}{2.4} \cdot \frac{a_{,}^3}{a^3} \right),$$

e pondo, a fim de simplificar,

$$\frac{a_{,}}{a} = \chi_{,},$$

encontra-se com facilidade:

$$M_{,} = \frac{2}{4} m_{,} n \left(\chi_{,}^{2} + 1{,}87\ \chi_{,}^{4}\right).$$

Quando seja recordado que para Mercurio temos

$$n = 5381016'',$$

a comparação dos dous valores de $M_{,}$ leva ao seguinte resultado definitivo:

$$m_{,} \left(\chi_{,}^{2} + 1{,}87\ \chi_{,}^{4}\right) = 0{,}000000095.$$

Por ésta egualdade ficarão conhecidos os valores, que deva ter a massa perturbadora, correspondentes a diversas hypotheses feitas sôbre $\chi_{,}$; determinadas, em cada uma d'ellas, as respectivas distancias ao Sol, calcular-se-ha em seguida a sua maxima elongação, que designaremos por $\varsigma_{,}$.

É necessario a nossas applicações conhecer o maior valor que possa tomar $\chi_{,}$, de modo que a orbita descripta pela massa hypothetica fique sempre interior á de Mercurio. Com esse intento, diremos que a distancia média d'este planeta é re-

presentada por 0,3870987, e se advertirmos tambem que 0,20560478 exprime a relação da sua excentricidade para aquelle número, ve-se com toda a facilidade, que a distancia perihelia de Mercurio é proximamente 0,8 da distancia média, resultado este que não deverá exceder a distancia aphelia da massa perturbadora.

Sendo adoptado o valor anteriormente attribuido á massa de Mercurio, e dando a $\chi_{,}$ differentes valores, obtem-se:

$\chi_{,}$	$a_{,}$	$\frac{m_{,}}{m}$	$\varsigma_{,}$
0,8	0,310	0,065	18°.04′
0,7	0,271	0,167	15 .43
0,6	0,232	0,35	13 .25
0,5	0,194	0,68	11 .11
0,4	0,155	1,29	8 .55
0,3	0,116	2,66	6 .40

O que podéra ja ter sido previsto, encontra plena confirmação: com effeito, a massa perturbadora sera, em virtude dos presentes resultados, tanto mais consideravel, quanto menor a sua distancia ao Sol. Facil é de ver que um planeta de massa egual á de Mercurio estaria collocado á distancia média 0,17. Determinando a sua maxima elongação, chega-se a um resultado pouco inferior a 10°.

Do que se ha ditto, somos levados á conclusão de que a difficuldade, especialmente notada no movimento do perihelio de Mercurio, póde explicar-se pela hypothese de um planeta Intramercurial, cuja situação fica indeterminada.

A consideração de um grupo de asteroides, movendo-se entre Mercurio e o Sol, serão dedicadas algumas palavras.

Admittida ésta hypothese, é de crer que seus perihelios occupem posições assás variadas, devendo por conseguinte destruir-se proximamente entre si os termos em cos $(\tilde{\omega}_i - \tilde{\omega})$, e em sen $(\tilde{\omega}_i - \tilde{\omega})$; assim o mostram, recordada a significação de N_i, as fórmulas,

$$\delta \frac{d\tilde{\omega}}{dt} = \Sigma M_i - \Sigma N_i \frac{e_i}{e} \cos (\tilde{\omega}_i - \tilde{\omega}),$$

$$\delta \frac{de}{dt} = \Sigma N_i \, e_i \operatorname{sen} (\tilde{\omega}_i - \tilde{\omega}),$$

que teem logar para o caso actual, tomando o sommatorio desde i egual a 1 até i egual ao número dos asteroides perturbadores. Se as excentricidades forem extremamente pequenas, mais razão haveria para desprezar os termos dependentes d'este elemento.

Segundo a fórma que affecta M_i, é positivo cada um dos termos que entram na composição de ΣM_i: torna-se pois obvia a conclusão de que as acções de todos esses pequenos astros se addicionam umas ás outras, a fim de produzir o movimento exigido ao perihelio. Se alêm d'isso forem pouco differentes entre si as distancias de suas massas ao Sol, o resultado definitivo é sensivelmente o mesmo que se toda a materia estivesse concentrada em um corpo unico.

Do que fica exposto se conclue não haver inconveniente em substituir o planeta unico por uma

serie de asteroides, cujas acções possam originar effeito identico sôbre o perihelio de Mercurio.

É digna de nota uma circumstância, na verdade merecedora d'especial menção. Admittido o grupo de pequenos planetas, é provavel acharem-se destribuidos em volta do Sol, formando um annel cosmico: d'aqui se infere que, produzida mutua destruição das desigualdades periodicas causadas no movimento de Mercurio, não sera possivel mostrar o estudo d'este planeta alguma perturbação de tal natureza.

Deverão porventura estranhar-se as ideas que deixámos emittidas ácerca da hypothese dos planetas Intramercuriaes? Pois não sabemos nós que entre Marte e Jupiter circula uma serie de asteroides, cento e cinco dos quaes descobriu em nossos dias a astronomia, mas número provavelmente bem inferior ao que deva representar a totalidade? Demais, as novissimas ideas de Le Verrier e Schiapparelli não levam a pensar que pequenos corpos povoam nosso systema, tornando-se mesmo provavel a sua existencia em o universo?

Encarada a questão pelo lado da astronomia theorica, um planeta unico, ou um grupo de asteroides, explica satisfactoriamente as anomalias a que dera logar o estudo de Mercurio. Á astronomia práctica pertence indicar-nos, qual dos dois modos de resolver a questão deverá ser adoptado, ou se porventura é forçoso rejeitar ambos, não acceitando a existencia de taes planetas.

Graves teem de ser as difficuldades, com que por certo haveremos de lidar no que diz respeito ás observações. Mercurio, cuja maxima elongação é de 18°.11′.42″, apezar de assiduos e penosos tra-

balhos sôbre este planeta, ha sempre embaraçado os astronomos desde os Ptolemeus até aos Le Verrier. Quanto maiores não serão os obstaculos, que nos espaços Intramercuriaes difficultam as observações, principalmente se um grupo de asteroides existe n'essas regiões em que os raios do Sol diffundem seu brilho em tam grande intensidade.

SEGUNDA PARTE

..... olhe para esse orbe de luz e magestade que vem pelo firmamento espalhando a vida e a alegria do universo! ..... mostrae-lhe esse brilhante recamo d'estrellas sôbre o azul do ceo, esses planetas regulares volvendo-se sôbre seu eixo, ou movendo-se em sua orbita.

V. DE A. GARRETT.

I

Necessidade de uma verificação das ideas theoricas de Le Verrier. Projectos de observação proprios a obter esse fim. Recursos que dá a observação d'uma unica passagem sôbre o Sol.

Encke, tam justamente impressionado pela descoberta de Neptuno, dizia: «En fait de découvertes de planètes, rien de plus splendide que le travail de M. Le Verrier.» Estas palavras, proclamando um tam bello triumpho das theorias astronomicas, são veridica expressão do modo por que foi recebida pelos astronomos a nova da existencia d'um planeta que ampliára os limites do nosso systema, muito alêm de Urano, cujas desigualdades ficavam satisfactoriamente explicadas.

Ao reconhecer a difficuldade que apparece no estudo de Mercurio, e procurando esclarecê-la com a hypothese de massas Intramercuriaes, grangeára Le Verrier mais um titulo de glória e titulo duplicado.

As ideas que ja ficam expostas sôbre tal ponto, apenas annunciadas á Academia das Sciencias de París a 12 de septembro de 1859, para logo se tornaram do dominio de todo o mundo scientifico, produzindo viva sensação. Eram votos unanimes a verificação directa da existencia d'esses ignorados planetas, condição indispensavel para se tornar em realidade o que a theoria offerecêra á observação a fim de ser por elle elucidado.

Alguns astronomos diligenciaram, tendo em vista todos os meios actualmente conhecidos como mais perfeitos, imaginar projectos de observação, convenientes á exploração das regiões entre Mercurio e o Sol, onde os raios luminosos tornam este trabalho da maxima difficuldade. Empenharam se outros em colligir as observações de que havia conhecimento, e que porventura podessem dar confirmação de verdade ás previsões theoricas do Director do Observatorio de París. Todos cooperavam para o mesmo fim.

No intento de seguir ordem methodica, e que melhor ligue as ideas e os factos, que temos de appresentar, fallaremos primeiramente dos planos de operação propostos para explorar os espaços Circumsolares.

Indica Le Verrier um meio vantajoso, na verdade o primeiro a lembrar, ja conhecido e adoptado por alguns observadores a quem, antes de conhecidas serem as conclusões a que chegára aquelle astronomo, havia occorrido a idea da existencia de asteroides circulando entre Mercurio e o Sol. Esses corpos teriam, como Venus e Mercurio, passagens sôbre o disco Solar, e tanto mais frequentes quanto menor a inclinação das orbitas.

Pela observação assidua e cuidadosa da superficie e manchas do astro que nos allumia, certo poderemos alguma vez, se acaso existem, ver em projecção um ou mais corpos, dotados de movimento sensivel. A questão depende ainda da grandeza d'esses astros, pois não seriam divisados considerando-os extremamente pequenos.

O helioscopo de Pórró é muito proprio para similhantes indagações.

Cumpre dizer, sob pena de grave omissão, que este instrumento, modificado pelo auctor segundo as ideas de Moigno, graças a uma disposição conveniente de seus espelhos, poderia ser disposto de modo que a luz do disco do Sol fique quasi completamente extincta, conservando-se as regiões circumvisinhas perfeitamente illuminadas. Ésta notavel circumstância permittiria proceder com vantagem á exploração dos pontos do ceo proximos d'esse astro.

Um outro plano, cuja primeira lembrança foi devida a J. Herschell, leva superioridade aos dois acima indicados, mostrando a possibilidade de observar, quasi sem interrupção, a superficie do Sol.

Ninguem ignora o quanto a photographia celeste deve aos trabalhos de Faye e Warren de la Rue: longo sería enumerar todos os progressos, a que este moderno ramo da physica tem dado origem, em proveito da astronomia. Houvera uma história, quasi contínua, do Sol, se, em muitos observatorios convenientemente escolhidos, o procurassemos photographar muitas vezes por dia: as passagens dos planetas Intramercuriaes, a existirem taes corpos, difficilmente deixariam de ser notadas.

Faye chegou a indicar, deixado de parte todo o

aparelho de medida, a maneira de dar a taes photographias o valor de uma observação astronomica: propõe-se obter esse fim, tomando duas provas sôbre a mesma lamina mediante dois minutos de intervallo. Pela sobreposição de negativos transparentes, que lhe sejam eguaes em tamanho, collocados de quarto em quarto d'hora, distinguiriamos facilmente a projecção mobil de um asteroide entre os grupos de manchas que, em maior ou menor quantidade, invadem a superficie luminosa do Sol.

Este modo de observar prestaria sempre grande utilidade á sciencia. Com effeito, dado que não se encontrem aquelles corpos, nem por isso sería baldado o trabalho, porque ficam registrados todos os phenomenos ao mesmo tempo: a constituição physica do Sol e todas as questões annexas tirariam d'ahi poderosos recursos. O grande alcance d'este caminho novo deprehende-se das seguintes palavras de Faye: «Les photographies bien faites, sur une grande échelle, et susceptibles de mesures exactes, sont des témoins irrécusables et complèts, qu'on consultera avec fruit dans un siècle comme aujourd'hui.»

Com o intento de remover as difficuldades que acaso se appresentem, é de conveniencia empregar todos os meios que estão ao nosso alcance. Não deixaremos pois de fazer menção, ainda que por último seja, do methodo lembrado por Faye, que poderá servir de valiosissimo auxílio.

Se reunida não está em um planeta unico, a massa pela qual Le Verrier explicou a perturbação que se dá especialmente no perihelio de Mercurio, ou pelo menos distribuida em limitado número de corpos, mas sim dispersa formando pequenos as-

teroides, fôra difficilimo ve-los em circumstâncias normaes, por causa do brilho do ceo. Sera então mister approveitar a escuridade dos eclipses totaes: munidos de boa luneta, montada como um equatorial, os poucos minutos de duração da escuridade completa permittirão explorar com vantagem grande parte dos espaços Circumsolares.

É verdade que em similhantes occasiões raro se vêem, sem auxílio de instrumentos, mais que os planetas e estrellas, dotados de principal brilho; phenomeno este, attribuido especialmente á persistencia da offuscação na vista. Se, em vez de observar até ao derradeiro momento o Sol e as phases mais curiosas, estiver o observador collocado ás escuras um quarto d'hora antes do comêço da escuridão total, tera os seus olhos muito mais sensiveis no momento decisivo, e está bem preparado para descobrir o menor ponto luminoso, possivel de divisar-se nas regiões Circumsolares além da aureola.

Expostas as ideas que devem presidir ás observações, seja nos espaços que se estendem desde o Sol até Mercurio, seja nas passagens sôbre o disco d'aquelle astro, indiquemos os recursos que é permittido tirar, empregando uma so d'éstas últimas, ácerca do conhecimento dos elementos da orbita descripta pelos corpos cuja questão intentâmos resolver.

Um planeta inferior, que circula em um plano alguma cousa inclinado sôbre a ecliptica, não se projecta diante do Sol senão em duas epochas determinadas do anno: quando a Terra, em seu movimento de translação, se achar nos pontos que estão em linha recta com o Sol e os nodos da or-

bita planetaria. É o que effectivamente succede com Mercurio e Venus.

Pela observação da passagem é fornecida uma equação, que nos importa conhecer, entre as distancias suppostas desconhecidas do planeta ao Sol, distancias que conveem ás duas epochas em que se torna possivel o phenomeno.

Se a Terra não possuíra movimento de translação, o angulo descripto pelo planeta durante o tempo da passagem sería egual ao que subtendêra a corda percorrida, vista do centro d'este astro á distancia a que se acha o planeta. Attendendo ao movimento effectivo da Terra, o angulo realmente descripto encontrar-se-ha, accrescentando ao ja mencionado o deslocamento angular do nosso planeta em o mesmo tempo. Se pois designar λ o angulo que é relativo á Terra, Λ o correspondente ao planeta interior, e exprimir $\upsilon_{,}$ a corda percorrida vista d'aquelle astro, poderemos pôr

$$\Lambda = \lambda + \upsilon_{,} \frac{1 - r_{,}}{r_{,}},$$

chamando $r_{,}$ e $r'_{,}$ as distancias do planeta ao Sol nos dois pontos oppostos da orbita, em que podem ter logar as passagens.

Seja $T_{,}$ o tempo da revolução do planeta Intramercurial e T'' o da revolução da Terra, ψ o tempo que dura a passagem do primeiro, r'' o raio vector do segundo na occasião do phenomeno, teremos

$$\Lambda = \psi \frac{2\pi a_{,}^{2}\sqrt{1-e^{2}_{,}}}{T_{,} r_{,}^{2}}, \qquad \lambda = \psi \frac{2\pi\sqrt{1-e''^{2}}}{T'' r''^{2}},$$

e com a necessaria approximação, porque os deslocamentos angulares, em quanto se projecta o corpo na superficie Solar, são pouco consideraveis.

Desprezando os termos em e'^2, a divisão d'éstas relações dá, recordada a terceira lei de Kepler:

$$\Lambda = \lambda \frac{\sqrt{a_{\prime}(1-e_{\prime}^2)}}{r_{\prime}^2}.$$

Egualado o presente valor ao que acima fica deduzido, por isso que da equação polar da ellipse se tira

$$\frac{1}{a_{\prime}(1-e^2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_{\prime}} + \frac{1}{r'_{\prime}}\right), \qquad \left(\frac{1}{r_{\prime}}\frac{1}{r'_{\prime}}\right)$$

chegaremos á relação seguinte:

$$(1+k)r_{\prime} - r_{\prime}^2 = k\sqrt{\frac{2r_{\prime}r'_{\prime}}{r_{\prime}+r'_{\prime}}}, \qquad (r_{\prime}r'_{\prime})$$

onde por simplicidade collocámos

$$k = \frac{\lambda}{\upsilon_{\prime} - \lambda}. \qquad (k)$$

E permittido pois o estabelecimento de uma equação entre as quantidades desconhecidas $r_{\prime}$ e $r'_{\prime}$, propria a fixar certos limites aos elementos da orbita

elliptica do planeta, ao qual pretendemos determinar o movimento, embora tenha sido possivel dispor d'uma so de taes observações de passagens.

A questão dos limites sera ventilada quando tenhamos de entrar em algumas applicações.

É porêm conveniente não deixar em silencio o caso mais simples de discutir, isto é, aquelle em que se considera a orbita circular, porque, desapparecendo a indeterminação, se encontram fórmulas que nos prestarão utilidade ao diante.

N'ésta hypothese a egualdade anterior reduz-se a

$$(1+k)a_{,}-a_{,}^{2}=k\sqrt{a_{,}};$$

e se pozermos, paraque seja a expressão racional,

$$a_{,}=\gamma^{2},$$

virá, sem difficuldade,

$$\gamma(\gamma-1)(\gamma^{2}-\gamma-k)=o.$$

Satisfazem pois á equação as quatro raizes:

$$a_{,}=o, \qquad a_{,}=1;$$

$$a_{,}=\frac{1}{2}\left(1+2k\pm\sqrt{1+4k}\right). \qquad (a_{,})$$

As duas primeiras são evidentemente estranhas á nossa questão. Recorrendo ás últimas, assigna-se

a distancia do planeta ao Sol, valor approximado ainda quando a orbita se deva considerar elliptica.

Conhecido o seu raio vector, acha-se facilmente, qual a duração de uma revolução, pela seguinte fórmula:

$$T_{,} = a_{,}^{\frac{3}{2}} . T''. \qquad (T_{,})$$

Tendo-a em attenção e designando por $S_{,}$ o tempo da revolução synodica, encontra-se

$$S_{,} = \frac{T'' T_{,}}{T'' - T_{,}}, \qquad (S_{,})$$

de que sera mister utilizarmo'-nos.

Se porventura for observada a passagem d'um planeta Intramercurial, quando nos dê conhecimento da duração do phenomeno e da corda percorrida, podemos determinar approximadamente, considerando o movimento circular, a sua distancia ao Sol, o tempo da revolução sideral que nos leva a conhecer o da synodica.

Indicados os methodos mais proprios á exploração das regiões pouco distantes do Sol, e os auxilios que presta a observação de uma passagem isolada, procuremos mencionar todos os factos, antigos e modernos, que digam respeito ao assumpto de que nos occupâmos.

II

Observações de passagens, sôbre o disco do Sol, de manchas negras similhantes a planetas.

As observações de que ha conhecimento, podendo ter relação com planetas mais proximos do Sol que Mercurio, referem-se todas a passagens vistas sôbre o disco d'aquelle astro: e na verdade, os espaços celestes que o circumdam, apezar de escolhidas algumas vezes as occasiões convenientes, teem sido explorados sempre da maneira a mais infructuosa. Herrick, em especial Wolff, astronomo da Suissa, Radau, mathematico allemão, procuraram colligir differentes observações e discuti-las convenientemente, esclarecendo o caminho das conclusões que devam tirar-se.

É penoso, mas fôrça é dizê-lo, não haver uma que, a par d'um caracter scientifico e preciso, não esteja sujeita a algumas circumstâncias que lhe

minorem o valor. Parte são de natureza assás duvidosa, appresentando algumas d'llas e pouca ou nenhuma importancia; outras, susceptiveis de ser interpretadas como observações de planetas Intramercuriaes, concorrem a elucidar a questão, e talvez até poderosamente para que seja resolvida.

Excedem a trinta as observações que procurâmos citar.

Zach menciona tres pertencentes a mui remota antiguidade, mas ainda assim não deixaremos de appresentá-las, para que fique mais completa a narração. Segundo Lycosthene, o planeta Mercurio passára diante do Sol, a 17 de março do anno de 778. O mesmo astro foi visto, como uma pequena mancha negra, em outra passagem, a 16 de março de 807, se dermos credito á narração de Adelmo. Alguns seculos decorrem sem que se falle em phenomenos analogos: apparece emfim Aven Rodan, astronomo arabe, que viveu em 1160, affirmando haver sido testemunha ocular d'um facto identico.

Para esclarecimento da verdade diremos que, em taes epochas, nenhum dos planetas inferiores, Mercurio e Venus, poderia projectar-se sôbre o Sol. Demais, quando mesmo tivera isso logar, como distingui-los a vista desarmada?

Não se enumeram mais observações até 28 de maio de 1607, dia em que o grande Kepler viu, fazendo-o notar a duas pessoas, um corpo escuro no disco do Sol. Tempos depois, melhor conhecidos os phenomenos que se manifestam á superficie d'este astro, confessa elle proprio, que era uma mancha Solar.

Em 1761, epocha mais proxima da nossa, Abrahão Scheutten de Crefeld declarou ter visto, a 6

de junho do mesmo anno, um pequeno corpo negro, de fórma redonda e perfeitamente determinada, accompahando Venus em sua passagem sôbre o Sol, e que fizera o seu trajecto em tres horas approximadamente. O diametro era egual á quarta parte do d'este planeta, ao qual se julgou haver descoberto um satellite. Em abôno de tal narração é conveniente ainda dizer que um pequeno ponto brilhante foi observado ao lado de Venus por Cassini, Short, Montaigne, e Montbaron. Porêm Lalande é de opinião, que éstas apparencias eram devidas a effeitos de reflexo, causados pela falta de perfeição nas lunetas d'esses tempos.

Reconhecido actualmente que não existe o supposto companheiro do planeta que descreve a orbita mais proxima da Terra, deveremos considerar a observação de Scheutten como uma d'aquellas passagens cuja narração é mister nosso appresentar.

Lichtenberg e Poellnitz seguiam, na manham de 19 de novembro de 1762, o caminho de Wurzbourg a Erlangen, quando, ás exclamações de seu criado, reconheceram, olhando com attenção, que se via uma cousa escura em o Sol nascente. Practicado um orificio em papel a fim de melhor observar e por algum tempo fixar o astro brilhante, reconheceu-se com effeito um disco preto, redondo, tendo o seu diametro proximamente egual á duodecima parte do diametro do Sol, e com movimento vagaroso de nordeste para sul. Segundo o esbôço que Lichtenberg tomára, a corda descripta podia subtender um arco de 70 graus.

Faremos aqui menção d'outro facto analogo, para não dizer identico ao anterior. O commissario

das matas de Gotha, Hoffmann, homem muito dedicado á caça, tendo ido ao seu divertimento habitual em um dos primeiros dias de maio de 1764, notou sôbre o Sol ao nascer, uma mancha redonda e negra. Applicando maior attenção ao phenomeno inesperado, pôde reconhecer que ella attravessava lentamente o disco luminoso cujo diametro lhe era, com pouca differença, quinze vezes superior.

Que poderiam existir alguns planetas opacos, so visiveis quando porventura passem entre o Sol e a Terra, veio á lembrança a Hoffmann, idea harmonica em parte com aquellas a que Le Verrier fôra levado pela theoria.

As observações que cita Zach e as duas ultimamente narradas teem por certo difficil explicação. A proximidade a que o Sol, nas segundas, se achava do horisonte, e a circumstância que minora o valor das primeiras, faz presuppor, mas não asseverar, que teriam esses phenomenos por causa algum objecto terrestre, acaso projectado no disco radioso. Qualquer que seja a verdade, não é lícito negar-se que, pensando em taes observações, occorre a idea da existencia de planetas inferiores que augmentem o número dos dois actualmente conhecidos.

Enumeremos mais alguma narração que se appresente de maneira um pouco diversa.

Sejam collocadas em primeiro logar as observações do astronomo Messier e Capocci. O primeiro, a 17 de junho de 1777, sendo quasi meio dia, dizem que víra, durante cinco minutos, atravessar rapidamente, por diante do astro que nos allumia, uma quantidade prodigiosa de pequenos globulos negros. O segundo foi, a 11 de maio de 1845,

testemunha ocular de um phenomeno completamente analogo. Estes factos poderiam explicar-se, admittindo a supposição, não direi satisfactoria, d'uma chuva de saraiva affastada.

No dia 23 de dezembro de 1823 observou Pons, sôbre o Sol, a passagem d'uma cousa similhante a uma pequena nuvem.

Tres vezes foram vistos por Schmidt, a passar com rapidez diante do mesmo astro, pequenos corpos opacos: segundo as narrações do astronomo do Observatorio de Bonn, tiveram logar a 11 d'outubro de 1847, a 14 d'egual mez do anno de 1849 e no dia 28 de fevereiro de 1850.

Os seis phenomenos ultimamente referidos deverão antes ser explicados por alguma causa de origem terrestre, ou mesmo attribuir-se a estrellas cadentes que se approximem de nosso globo, do que á presença de asteroides Intramercuriaes interpostos á Terra e Sol.

É ja tempo de indicar factos que possam, com mais alguma probabilidade, considerar-se como observações de planetas cujas orbitas sejam interiores á de Mercurio. Teem ellas por certo mais valia, quando comparadas ás que havemos narrado, mas ainda assim muitos astronomos não as julgam dignas de completo credito e grande importancia scientifica.

Nos fins de fevereiro de 1762, Staudacher, observador assiduo das manchas Solares, presenciou a passagem de um corpo negro, redondo e de limites bem determinados. Ao mencionar este facto em uma descripção que faz dos phenomenos que se notam nas manchas, pergunta se acaso sería algum planeta desconhecido.

Lalande conta que em Tarbes fôra observado por Dangos um cometa sôbre o Sol, a 18 de janeiro de 1798: era $1^h.45^m$, quando viu uma mancha, redonda e muito negra, a meio caminho entre o centro e o bórdo, dotada de movimento sensivel e cuja sahida teve logar das $2^h.7^m.12^s,5$ ás $2^h.8^m.48^s,0$.

A serem exactas éstas indicações, é conclusão facil que a passagem inteira durára menos de $95^m.3^s$, e o diametro do disco era superior a 33″. Dangos affirma ter ainda sido testemunha em 1784 de um facto similhante.

Devemos porêm recordar que tal observador não goza de muito credito em astronomia, pois é sabido que inventou observações de cometas quando esteve em Malta.

Por Fritsch, astronomo allemão, foi duas vezes notada a passagem de um pequeno corpo opaco, diante da superficie luminosa do Sol. A ligarmos fe á sua notícia, teve logar a primeira observação no dia 29 de março de 1800, e a segunda a 10 d'outubro de 1802.

Ás 11 horas da manham de 6 de janeiro de 1818, Capel Loffi reconhecêra que atravessava o disco Solar d'éste para oeste, uma pequena mancha preta, de fórma um pouco oval, tendo 6″ a 8″ de diametro, e diz haver terminado o phenomeno muito antes do desapparecimento, no horisonte, do astro que nos allumia.

Observações analogas foram feitas no principio de julho de 1847 por Benjamin Scott, camarista de Londres, e por Wray, optico da mesma cidade.

No dia 26 de junho de 1819 viu Gruthuisen, na superficie radiosa do Sol, duas pequenas man-

chas sem nebulosidade. Este caracter leva a concluir que ellas não eram Solares, mas devidas á interposição d'algum corpo.

Não convem deixar em silencio tres observações feitas pelo conego Stark, de Augsbourg, não so com o fim de multiplicar os factos, mas ainda porque alguma d'ellas havera de servir especialmente a parte de nossas ulteriores indagações.

A de 9 d'outubro de 1819 consiste na passagem d'um pequeno corpo redondo, de limites perfeitamente determinados, tendo um diametro egual proximamente ao de Mercurio: o tempo da duração do phenomeno estaria, segundo Stark, comprehendido entre duas e tres horas.

O sabio astronomo notou, a 2 de fevereiro de 1820, uma mancha redonda projectada sôbre o Sol, appresentando côr alaranjada e uma atmosphera circular. Esse corpo, cujo diametro tinha com pouca differença o dôbro do de Mercurio, achava-se, ao meio dia, affastado $11'.20''$ do bórdo éste do Sol, e $14'.17''$ do bórdo oeste; ás $4^h.23^m$ teve logar o último contacto externo.

No mesmo dia, segundo refere Olbers, presenciou Steinhuebel a passagem de um pequeno corpo redondo, bem definido e preto, a qual se effeituára em 5^h.

Éstas duas observações, ainda que em parte desharmonicas, prestam reciproca confirmação, auctorizando-se mutuamente: as differenças encontradas, é provavel, sejam meras apparencias opticas, que illudem a miudo o orgão da vista.

Finalmente daremos breve notícia da observação feita a 31 de julho de 1826 pelo conego de Augsbourg. Viu elle, eram $4^h.45^m$ da tarde, um

ponto negro, proximo do bórdo nordeste do Sol, o qual ja não appareceu no dia seguinte.

Stark, com justa razão impressionado pelos factos de que fôra testemunha, imaginou planetas Intramercuriaes, que podessem servir de plausivel explicação.

Nas observações de Von Pastorff, das quaes procurâmos agora fallar, dá-se uma circumstância verdadeiramente notavel, paraque não produza tal ou qual surpreza.

Lembremos que em cada uma das observações que ficam relatadas, excluindo as que deveriam talvez attribuir-se a causas terrestres, havia sempre menção de um corpo unico; nas actuaes ao contrário, repetidas durante quinze annos, foram vistos sempre dous corpos, passando juntamente, o que faz presuppor a existencia de mais que um planeta Circumsolar.

Em seu pequeno observatorio de Buchholtz, nas proximidades de Francfort, viu Pastorff, sôbre o disco Solar, duas manchas muito notaveis e de fórma singular, no dia 23 d'outubro de 1822, e a 24 e 25 de julho de 1823.

Pelo mesmo observador, no decurso do anno de 1834, foi presenciada em seis occasiões a passagem de dois pequenos corpos circulares, muito negros: o maior tinha um diametro de 3″, era de 1″ o do menor. Sendo aquelle umas vezes precedido, outras seguido por este, achavam-se, ora muito proximos, ora mais affastados sem nunca exceder 1′.16″. As duas manchas, similhantes á que appresenta Mercurio em circumstâncias identicas, completavam seu trajecto em poucas horas, seguindo em cada uma das observações caminhos algum tanto diversos.

A 18 d'outubro, a 1 de novembro de 1836 e a 10 de fevereiro de 1837, o solícito observador de Buchholtz notou ainda a passagem de duas manchas pretas, redondas e de não eguaes dimensões. Com movimentos bastante sensiveis na realidade, foram percorridas sempre cordas diversas:

Obser.	Tempo	Arco percorrido
1.ª	das $2^h.20^m$ ás $3^h.12^m$	12′
2.ª	das $2^h.48^m$ ás $3^h.42^m$	6′
3.ª	das $3^h.40^m$ ás $4^h.10^m$	10′.

Cuppis, quando astronomo alumno do collegio Romano, diz ter visto, no dia 2 d'outubro de 1839, um corpo, perfeitamente redondo, e que tinha o contorno bem determinado, atravessar o disco do Sol com movimento assás rapido. Dando-se credito a suas palavras, o diametro luminoso teria sido percorrido em 6^h.

Accrescentaremos ainda que uma mancha escura, mais pequena que Mercurio, fôra observada muito perto do bórdo norte do Sol, pelo jurisconsulto Ohrt, de Wandsbeck, no dia 12 de septembro de 1857, a qual ja não foi vista nos dias immediatos, mas tam somente as manchas Solares entre as quaes se tinha feito notar.

Eis-nos finalmente chegados a uma observação que tanto tem sido discutida, não so em França, Inglaterra e Allemanha, mas ainda fóra da Europa. O credito e grande importancia que se lhe ligára, por certo mostra quanto o seu caracter seja scientifico e digno da maior confiança. Queremos referir-nos ás communicações feitas pelo Dr. Edmundo Lescarbault, médico de Orgeres, pequena communa

de França, merecedor de elevada consideração pelos seus conhecimentos astronomicos e mui excellentes qualidades. So passados tres mezes que Le Verrier appresentára á Academia das Sciencias de París suas ideas adquiridas no estudo do movimento de Mercurio, é que houve notícia de similhante observação.

Com o desejo de descobrir algum planeta Intramercurial, o diligente observador, mal pensando que tinha collaborador theorico a quem certo ja então preoccupava trabalho analogo, achava-se explorando, como era seu costume, o disco Solar no dia 26 de março de 1859, quando notou, ainda proximo do bórdo noroeste, um ponto negro, de perimetro circular bem determinado, dotado de movimento sensivel. O diametro angular era mui pequeno, e bastante inferior á quarta parte do de Mercurio, quando Lescarbault o víra com ocular de egual amplificação, na passagem a 8 de maio de 1845, planeta que tinha então um diametro de 12″.

Auxiliando-se dos instrumentos de que pela maior parte fôra elle proprio o constructor, obteve os seguintes resultados, expressos em tempo médio de Orgeres:

Ponto da entrada a oeste da extremidade superior do diametro vertical do Sol:

Entrada	Tempo
$57^{\circ}.22'.30''$,	$4^{h}.5^{m}.36^{s}$.

Ponto da sahida a oeste da extremidade inferior do diametro vertical do Sol:

Sahida	Tempo
$85^{\circ}.45'.0''$,	$5^{h}.22^{m}.44^{s}$.

Nos primeiros dados ha um erro possivel de 1 a 5 segundos em tempo para menos, que nos ultimos é de 1 a 3 segundos para mais.

Menor distancia do planeta ao centro do Sol:

Distancia	Tempo
$15'.22'',3,$	$4^h.44^m.11^s.$

Duração da passagem:

Duração
$1^h.17^m.8^s.$

Ésta observação foi considerada por muitos como triumpho das theorias astronomicas; todavia as objecções que se alevantaram contra a sua veracidade tornam necessario appresentar, reservando para isso occasião propria, todos os esclarecimentos indispensaveis a uma justa appreciação.

Apenas divulgada a notícia, grande número de astronomos d'ambos os hemispherios dirigiram com assiduidade suas lunetas para o disco do Sol, no intento de verem o mesmo astro em uma nova passagem. Posto que não fossem os resultados taes como houvera na realidade direito a desejar, ainda assim as duas novissimas observações de que vamos fazer menção, devem considerar-se de não pouco interesse scientifico.

Lummis, empregado do caminho de ferro de Manchester, affirma ter visto, no dia 20 de março de 1862, um ponto negro percorrer o disco luminoso do Sol com movimento proprio: a fórma era circular e bem definida, e seu diametro apenas

de alguns segundos. Começára a observação ás $8^h.28^m$; mas, sendo obrigado a deixar a luneta ás $8^h.50^m$, antes de terminada a passagem, não pôde presenciar o phenomeno até final. É porêm notavel não incumbisse de observar as circumstâncias da sahida, a um seu amigo a quem tinha mostrado a mancha movel.

Hind, astronomo ja conhecido no mundo scientifico, examinando os desenhos appresentados por Lummis, é de opinião que o tal ponto percorrêra 6′ pouco mais ou menos, em os 22^m que durára a observação.

Digna de maior confiança que a anterior, é a observação feita em maio de 1865 por Coumbary, astronomo do Observatorio de Péra em Constantinopla, e muito mais util por ser mais completa e minuciosa.

Este observador dedicado, tinha o hábito de dirigir com alguma frequencia a sua luneta para a superficie do Sol, levado pelo desejo de examinar os phenomenos singulares que se manifestam nas manchas. Desde o princípio de maio a exploração era feita diariamente e com applicação bastante aturada: havia sido a causa uma grande e inexperada mudança de temperatura, n'aquelle paiz completamente impropria da estação: as ideas que muitos admittem ácerca da existencia de anneis cosmicos, produzindo variações nos graus de calor emittidos pelo Sol, parecem ter sido partilhadas por Coumbary.

Achando-se occupado em suas investigações no dia 8 do referido mez, julgou ver, ás $9^h.23^m$, um pequeno ponto a separar-se de uma mancha do Sol, que estava proxima de seu bórdo. Suppondo a prin-

cípio que sería illusão optica, deixou a luneta por alguns instantes. Depois de haver repousado a vista, distinguiu de novo um disco quasi redondo, que gradual e pausadamente se deslocava. A substituição do primeiro ocular empregado, que era de amplificação de 140, por outro de 250, mostrára perfeitamente um corpo negro, agora de contornos algum tanto confusos, tornando-se em compensação mais facil appreciar-lhe o volume.

Quando ja pouco distante o momento da sahida, pareceu a Coumbary que o corpo tomava a fórma oval e, circumstância mui digna de nota, appresentava uma como separação no centro. Todavia o prudente observador, não ousando affirmar a existencia de dous corpos muito proximos, attribue o phenomeno a fadiga em sua vista. É conveniente, em abôno d'este facto, recordar que a existencia de mais que um asteroide, circulando em orbitas interiores á de Mercurio, encontra apoio nas observações de Van Pastorff, por quem varias vezes foram notados dois corpos, passando ao mesmo tempo diante do Sol.

Durára a observação 48^m, havendo terminado a passagem ás $10^h.\ 11^m$, de cujas phases principaes o astronomo do Observatorio de Péra esboçou um desenho com o fim de ser melhor appreciada.

Por último diremos que se exhibe uma notícia importante, em sua communicação relativa á passagem de Mercurio em 5 de novembro de 1868, na qual se le: «En 1865, le 8 mai, avec la même lunette, j'ai observé le passage d'un corps sur le Soleil; or j'estime que le corps en question avait un diamètre égal environ a la moitié du diamètre de Mercure, que j'ai observé au moment du passage.»

Cumpriria aqui fallar do phenomeno conhecido em astronomia pelo nome de offuscação do Sol, e entrar em todas as interessantes discussões a que ha dado origem n'estes ultimos annos, mas não augmentemos a extensão a nosso trabalho, pois acceitâmos a opinião modernamente admittida na sciencia, de que essas mencionadas offuscações não são mais que verdadeiros eclipses do Sol.

III

Deducção dos elementos do planeta de Lescarbault. Periodos da visibilidade de suas passagens diante do Sol.

Narradas as observações de que houvemos conhecimento, as quaes possam servir de esclarecer a questão dos planetas Intramercuriaes, encetaremos agora a deducção d'alguns resultados importantes á nossa questão.

A observação de Lescarbault é uma das que maior confiança merecem, não so por haver sido feita por um homem não pouco habituado a taes explorações, mas tambem porque é mais completa. Todas as circumstâncias ligam a ésta observação grande valor: attendendo aos motivos indicados e por ser aquella, sôbre que tem discutido especialmente o mundo scientifico, e que, alêm d'isso, serviu para obter algum conhecimento dos elementos da orbita de taes planetas, ou lhes marcar ao menos li-

mites, tambem d'ella principalmente nos occuparemos.

Formado um triangulo espherico entre o polo, o zenith do observador e o centro do Sol, procuremos o arco limitado entre o ponto zenithal e norte de seu disco, no tempo da entrada do planeta de Lescarbault; operando analogamente para o momento da sahida, os dois angulos de posição dos pontos da entrada e sahida deixam ver que os arcos comprehendidos entre elles e o norte do disco Solar são respectivamente de $19^{\circ}.5''$ e de $52^{\circ}.42'$. Depois de conhecidos estes numeros achase com facilidade, para o comprimento da corda descripta,

Corda	Duração
$9'.17''$,	$1^{h}.17^{m}.8^{s}$,

sendo este último valor ja dado no logar competente. D'aqui se infere que a maior distancia da corda ao disco era de $41''$, e que o planeta teria levado $4^{h}.26^{m}.48^{s}$ a percorrer o diametro do Sol.

Tendo em vista o tempo da duração da passagem, encontra-se

$$\lambda = 3'.11'',$$

que é o angulo descripto pela Terra no mesmo tempo. Em virtude de (k) virá facilmente:

$$k = 0{,}521.$$

Isto posto, tractaremos principalmente do caso

mais simples, que vem a ser aquelle em que se considere a orbita circular: sejam determinados alguns elementos do planeta de Lescarbault.

A segunda das fórmulas ($a_{,}$), notando que a primeira nos leva a uma solução estranha, dá

$$a_{,} = 0,1427,$$

valor que mostra a distancia do planeta ao Sol.

Para conhecer a duração de uma revolução sideral auxiliemo'-nos da fórmula ($T_{,}$), d'onde se tira:

$$T_{,} = 19^{d},7.$$

Vimos, ha pouco, que o conhecimento dos angulos de posição dos pontos em que se effeitua o primeiro e último contacto, permittia determinar os arcos comprehendidos entre elles e o ponto norte do disco Solar. Com estes valores somos levados a marcar quaes as differenças da ascensão recta do planeta e do Sol no tempo dos contactos, d'onde resultam as longitudes e latitudes geocentricas d'aquelle astro para as mesmas epochas: acceitando a distancia ao Sol dada anteriormente, não é difficil assignar as longitudes e latitudes heliocentricas respectivas.

Conhecidas ja as quantidades necessarias para a determinação da longitude do nodo ascendente e para a da inclinação da orbita, obtem-se

$$\alpha_{,} = 12^{\circ}.59', \qquad \varphi_{,} = 12^{\circ}.10',$$

designando respectivamente por $\alpha_{,}$ e $\varphi_{,}$ esses elementos.

Segundo as palavras de Lescarbault, o angulo debaixo do qual lhe pareceu ver o diametro do disco que se projectava diante do Sol, era bem inferior á quarta parte do de Mercurio observado por elle na passagem de maio de 1854. Concedendo um valor por certo grande, admittamos que seja egual a essa quantidade.

Para ter pois a verdadeira relação de seus diametros lineares, é de necessidade multiplicar um quarto pela relação,

$$\frac{857}{555},$$

das distancias dos dois astros á Terra, quando tiveram logar as passagens. Feitas as operações indicadas, é facil de ver que o diametro linear de Mercurio referido ao do planeta é de 2,58, e por consequencia o volume d'este corpo

$$\frac{1}{17}$$

do de Mercurio.

A relação entre as suas massas, considerando-as proporcionaes aos volumes, e a maxima elongação do planeta de 26 de março de 1859, serão dadas respectivamente por,

$$\frac{m_{,}}{m}=0{,}059, \qquad \varsigma_{,}=8^{\circ}.$$

Se attendermos á distancia a que este corpo se acha collocado do Sol, a sua massa sería muito diminuta para produzir a notavel anomalia encontrada no perihelio de Mercurio.

Por não sermos auctorisados a acceitá-la circular, é mister entrar agora na consideração da orbita elliptica; porêm, sendo provavel que a excentricidade não seja muito grande, é certo que os elementos ja obtidos devem ser dados com alguma approximação.

Substituindo na equação $(r_{,}r_{,}')$ o valor de k anteriormente appresentado, vem:

$$1{,}521\, r_{,} - r_{,}^{2} = 0{,}521 \sqrt{\frac{2 r_{,} r_{,}'}{r_{,} + r_{,}'}}. \qquad (r_{,}r_{,}')$$

Esta equação servir-nos-ha para fixar certos limites aos elementos da orbita, porque taes são os recursos que é possivel tirar, no caso actual, da observação de uma unica passagem. Sendo 0,3 a menor distancia de Mercurio ao Sol e attendendo ainda ao valor encontrado na hypothese antecedente para a distancia do planeta de Lescarbault ao mesmo astro, podêmos presumir que este elemento não excederá 0,25.

Quando se admitta pois $r_{,}'$ menor que este limite teremos,

$$r_{,} < 0{,}176, \qquad r_{,}' < 0{,}25.$$

Em virtude d'éstas relações a egualdade $\left(\frac{1}{r_{,}} \frac{1}{r_{,}'}\right)$

dá immediatamente

$$\frac{1}{a_{,}(1-e_{,}^{2})} > \frac{1}{2}\left(\frac{1}{0,176}+\frac{1}{0,25}\right),$$

da qual se torna facil tirar

$$1-e_{,} < \frac{0,206}{a_{,}(1+e_{,})}.$$

Se notarmos que a distancia aphelia não deve ser maior que 0,25, considerá-la-hemos successivamente egual aos valores que vão de 0,206 a 0,25. A substituição d'estes dois na última relação mostra que $e_{,}$ deve exceder um limite que varía de 0 a 0,176, d'onde se conclue que o limite superior de $a_{,}$ está comprehendido entre 0,206, e 0,221. É permittido pois estabelecer que sera sempre:

$$a_{,} < 0,221, \qquad T_{,} < 38^{d}.$$

D'aqui se infere, determinada a longitude do nodo ascendente, que a inclinação da orbita fica certamente comprehendida entre 11° e 12°. 12′.

Expostos os recursos, que da observação d'uma passagem isolada se torna possivel deduzir relativamente ao conhecimento dos elementos da orbita do planeta, ventilemos o importantissimo assumpto da indagação do periodo das passagens, porque, conhecido elle com alguma exacção, sería

facil tornar a ver o planeta de Lescarbault, se porventura a sua existencia é real.

São indispensaveis pelo menos tres observações, para que se calcule uma revolução synodica. Na impossibilidade de mais proficuo e valioso meio, utilizar-nos-hemos de tres observações anteriores á de 26 de março de 1859, ainda que se lhe não ligue muita confiança. Uma d'ellas é feita em março; as outras duas em outubro, a seis mezes de distancia: todas indicam alguma analogia com a de Lescarbault, podendo ser attribuidas ao mesmo planeta Intramercurial: condição necessaria, em que se baseam as considerações que vamos encetar.

Obser.	Annos	Mezes	Dias
Fritsch	1800	Março	29
Lescarbault	1859	Março	26
Fritsch	1802	Outubro	10
Stark	1819	Outubro	9.

A menor distancia apparente do planeta de Lescarbault ao centro do disco Solar era de 15′.22″ a 26 de março, e este corpo passava então a 40″ do bordo noroeste; por conseguinte, attendendo á inclinação da orbita, não teria sido visivel no dia antecedente.

Tomemos para ponto de partida a observação de 26 de março; suppondo conhecida com alguma exactidão pelos trabalhos anteriores a inclinação da orbita e a longitude do nodo, é mister, a fim de que se torne possivel ver o mesmo planeta a 10 de outubro, que o periodo de visibi-

lidade seja pelo menos de 12 dias, e a distancia angular aos nodos de 6° a 26 de março e 10 de outubro.

Para que fique satisfeita ésta condição é necessario que tenhamos,

$$r_{,}' < 0{,}1725, \qquad r_{,} < 0{,}154,$$

o último valor sendo deduzido do primeiro em virtude da equação $(r_{,} r_{,}')$.

Postos estes esclarecimentos, calcule-se a longitude do nodo ascendente com o valor 0,16 de $r_{,}$, approximadamente egual ao anterior. Em seguida procuremos, havendo obtido o valor 0,19 para $r_{,}'$ em virtude da relação $(r_{,} r_{,}')$, o limite da visibilidade em outubro: deverá ser,

$$r_{,} < 0{,}16, \qquad r_{,}' < 0{,}19,$$

a fim de que se torne possivel a observação d'uma passagem depois do dia 10 do citado mez.

Com o auxílio d'éstas duas relações encontra-se facilmente:

$$1 - e_{,} < \frac{0{,}17}{a_{,}(1 + e_{,})}.$$

A distancia aphelia sendo tomada entre 0,17 e 0,25, não é difficil reconhecer que o limite de $e_{,}$ varía de 0 a 0,32, e por consequencia o de $a_{,}$ entre 0,17 e 0,19. Poderemos pois concluir que sera:

$$a_{,} < 0{,}19, \qquad T_{,} < 30^{d}.$$

Empregando a fórmula ($S_{,}$) que dá a revolução synodica em funcção da sideral, teremos, no presente caso,

$$S_{,} < 32^{d}.$$

Assignado o limite maximo do tempo da revolução synodica, de maneira a ficarem satisfeitas as condições de visibilidade, que exigem as observações escolhidas para a discussão, é permittido actualmente obter com probabilidade o periodo das passagens do planeta de Lescarbault.

O tempo que medía entre duas passagens de um mesmo planeta, deve conter a revolução synodica um número exacto de vezes: conhecidos pelo menos dous intervallos d'esse genero, designando qual seu divisor commum, torna-se possivel determiná-la. Os intervallos entre a primeira e segunda, e a terceira e quarta das observações escolhidas, são respectivamente de,

$$21546^{d}, \qquad 6208^{d}.$$

Por serem estes numeros bastante consideraveis, não se torna difficil achar entre elles muitos divisores communs, sufficientemente approximados e podendo satisfazer á questão: circumstância de grande embaraço, talvez insuperavel, pois so conhecemos o limite maximo da revolução synodica, o qual mostra estar ella muitas vezes contida n'aquelles intervallos.

Dissemos que havia um so limite, mas se admittirmos a theoria de Laplace relativa á formação do

systema planetario, sera tambem fixado o limite minimo, porque, segundo ella, a revolução synodica de um planeta deve exceder a $27^d,7$, tempo da rotação synodica do Sol.

Torna-se agora mais simples a questão, mas subsiste ainda em parte a difficuldade indicada.

Notando que 28,0914 é divisor commum mui acceitavel por ser

$$21546,1 = 767 \times 28,0914,$$

$$6208,2 = 221 \times 28,0914,$$

poderemos pôr:

$$S_{,} = 28^d,0914.$$

Em virtude do presente resultado a fórmula ($S_{,}$) dá, para a revolução sideral,

$$T_{,} = 26^d,0844,$$

que serve á determinação do periodo das passagens.

N'esse intento apenas advertiremos que se emprega o methodo bem conhecido das fracções contínuas, limitando-nos a dizer que o periodo encontrado é de $365^d,19$, ou de um anno Juliano mais $4^h.\,18^m$ approximadamente.

Dada como verdadeira a conclusão actual, teria pois logar, segundo Radau, uma passagem a 25 de março de 1860, ás 9^h da noite, invisivel para nós; mas haveria outra a 8 de outubro entre as 10^h da manham e as 2^h depois do meio dia, que

nos devêra permittir observar o planeta sôbre o disco do Sol.

Se acaso, deixada a primeira de parte, agradar o emprego unico das tres últimas observações, formando os intervallos,

$$6208^d, \qquad 14413^d = 2 \times 6208^d + 1997^d,$$

com a que pertence á epocha intermedia, é lícito obter os diversos resultados seguintes:

$$6208 = 199 \times 31{,}197 \qquad 1997 = 64 \times 31{,}197$$
$$6208 = 202 \times 30{,}730 \qquad 1997 = 65 \times 30{,}730$$
$$6208 = 227 \times 27{,}350 \qquad 1997 = 73 \times 27{,}350.$$

Das tres revoluções synodicas, cada uma das quaes satisfaz á questão, deduzem-se respectivamente as sideraes,

$$28^d{,}741, \qquad 28^d{,}305, \qquad 25^d{,}443.$$

D'aqui se mostra a incerteza em que ficâmos, ácerca da escolha mais conveniente para determinar o periodo questionado.

Partindo d'estes numeros, é conclusão facil que poderia, em 1860, haver a 4. de abril ás 2^h da manham, ou a 29 de março quasi ao meio dia, ou emfim a 2 de abril entre o meio dia e as 5^h, uma nova passagem do planeta de Lescarbault.

Indicados os recursos, possiveis de alcançar quando se utilize unicamente a observação de 26 de março de 1859, e ao mesmo tempo expostos

os que se obteem empregando conjunctamente mais alguma observação, fica patente o auxílio que immediatamente se tira das observações que havemos citado, com o fim de esclarecer a questão relativa ao conhecimento dos elementos da orbita dos planetas Intramercuriaes.

A observação de Lummis, feita em 20 de março de 1862, não póde attribuir-se a uma nova passagem do planeta de Lescarbault. E com effeito, os valores obtidos para os elementos, de modo algum concordam com os que resultam dos dados que appresentou este observador. Se porventura forem ambas devidas a planetas, referem-se a dous corpos celestes distinctos.

A ligarmos credito á observação de Coumbary, uma passagem central do ponto que víra projectado na superficie do Sol, teria durado pouco mais de uma hora, isto é, quatro vezes menos tempo do que a de Lescarbault. Essa observação mal se póde acceitar como uma passagem do corpo anteriormente notado pelo médico astronomo, o que faz occorrer a possibilidade da existencia d'um outro astro.

Depois de haver ditto quaes os auxilios fornecidos pela astronomia theorica, e as questões a que conduz; e colligido os recursos a que dá logar a astronomia práctica, é forçoso emprehender a exposição de todas as reflexões necessarias, tanto no que diz respeito á primeira, como no que é relativo á segunda parte. Cada uma d'éstas encarada isoladamente, a sua confrontação e a totalidade, melhor poderão elucidar-nos, pelo menos sôbre o grau de confiança que merece o que fica exposto, para que sejam óbvias nossas últimas conclusões.

TERCEIRA PARTE

..... e quem adiante ainda mais claramente mostra, que não dá a questão por decidida..... como acceita credulamente todos os factos?

A. J. DE A. GARRETT.

I

Exactidão das taboas astronomicas de Le Verrier. As difficuldades que se encontram no estudo de Mercurio, e os erros das observações.

O sabio Director do Observatorio Imperial de París, Le Verrier, empenhára-se, pelo improbo estudo de vinte annos, em que os seus trabalhos merecessem a geral approvação dos astronomos. Exceder os antecessores que haviam emprehendido estudos identicos, era muito, mas não tudo o que os progressos da sciencia exigiam: fôra alêm d'isso mister que os resultados de taes investigações satisfizessem, com a approximação exigida, ao fim a que eram destinados.

Referimo'-nos á theoria dos movimentos de Mercurio, Venus, Terra e Marte.

Ja expendemos o sufficiente para que julgar se possa da exactidão das theorias: são dadas com a maior approximação, tendo grande parte dos ter-

mos das perturbações sido obtida por methodos diversos, o que põe fóra de dúvida o seu rigor. No que respeita ás observações, sendo actualmente possivel dispor, não so d'aquellas que legaram antigos observadores, mas ainda das bem mais precisas que os modernos teem feito, um tam grande número permittia com assás confiança a difficil e por certo espinhosa comparação da theoria com a observação, trabalho que foi executado com todos os cuidados necessarios.

Le Verrier, procedendo a esses estudos com a maior pericia, como calculador abalisado que é, formou taboas dos quatro planetas mais proximos do Sol, que se avantajam na exactidão a todas as conhecidas. Assim teem ellas sido geralmente adoptadas: não fallando ja em França, apenas diremos que se empregam no Observatorio Mathematico da Universidade de Coimbra para o cálculo das *Ephemerides Astronomicas,* e que a Inglaterra tambem n'ellas basea os trabalhos do *Nautical Almanac.*

Numerosissimos exemplos se podiam appresentar, que mostrassem a precisão das taboas mencionadas, todavia poucos indicaremos no intento de confirmar a nossa asserção.

Dispõe a astronomia de uma observação muito notavel, e tanto mais quanto ella é unica em seus archivos: referimo'-nos á occultação d'um planeta por outro. Teve effectivamente logar a 28 de maio de 1737 uma occultação de Mercurio por Venus, phenomeno observado em Greenwich por Bevis. Duas são unicamente as phases de que nos dá conhecimento este distincto astronomo: na primeira, ás $9^h.40^m.3^s$, tempo médio de Greenwich, Mercurio não estava affastado do disco de Venus, senão a

decima parte do diametro d'este planeta; na segunda, Mercurio era inteiramente occultado por Venus, ás $9^h.48^m.9^s,4$.

Se, attentamente notando que não se empregaram estes dous resúltados na indispensavel comparação da theoria com as observações, calcularmos as phases observadas por Bevis, ve-se que ellas são representadas com admiravel precisão, o que mostra quanto são exactas as taboas de Mercurio, Venus e Terra.

Fallemos das passagens de Mercurio diante do Sol, observadas a 12 de novembro de 1861, e a 5 d'egual mez de 1868, de cujas phases principaes se calcularam previamente as epochas, que supporemos referidas ao tempo médio do Observatorio de París.

Reportando-nos primeiramente ao phenomeno de 12 de novembro, obtem-se, para epocha do segundo contacto interno:

Taboas de Le Verrier $9^h.27^m.38^s$.

Porque as nuvens invadiam o ceo, tornára-se tam difficil a observação, que so em alguns pontos foi ella possivel, e ainda assim d'uma maneira incompleta. Reduzidos ao meridiano de París e ao centro da Terra os diversos tempos da phase mencionada, sera:

Média das observações $9^h.27^m.39^s$.

Se nos occuparmos da passagem de 5 de novem-

bro, diremos que havia sido preditto, para o tempo do segundo contacto interno:

Taboas de Le Verrier $9^h.9^m.19^s,2$.

Feita a observação d'ésta phase em muitos pontos da Europa, encontram-se graves divergencias, impossiveis de antever, entre os diversos resultados referidos ao meridiano de París e ao centro da Terra, pois se notam differenças de bastantes segundos. Apenas duas observações serão mencionadas, pertencentes ao Observatorio Imperial: escolhendo aquellas que dão o menor e maior tempo, teremos:

Rayet,	París	$9^h.9^m.17^s,6$.
Stéphan,	Marselha	$9^h.9^m.34^s,3$.

O estudo das causas que originam tam notaveis differenças, e por consequencia, os erros de que possam achar-se affectadas as observações, tem sido feito com o intento de esclarecer a questão, n'estes ultimos mezes, por Le Verrier, Faye e especialmente por Wolf.

Segundo este observador, deverá tomar-se para a mais provavel

Média das observações $9^h.9^m.33^s$.

Com relação á passagem de 12 de novembro, nota-se completa harmonia nos tempos acima appresentados. Não accontece o mesmo com a de 5

de novembro, posto não seja muito grande a differença, comparando o tempo dado pelas taboas com o que exprime a média das observações.

Se porêm attendermos aos valores de Rayet e Stéphan, e a outros que podéra transcrever, uns dos quaes são menores, outros maiores, que o valor deduzido das taboas, devemos ainda concluir que ellas representam os movimentos de Mercurio com grande precisão; e pela dependencia entre estes e os da Terra somos levados á mesma illação a respeito do nosso planeta.

Éstas taboas, que predizem com tanto rigor os phenomenos celestes, estabelecerão harmonia completa da theoria com as observações? Encontra-se ella, com effeito, no estudo de Venus, Terra e Marte, baseado na acção do Sol e dos planetas conhecidos, mas não se dá o mesmo com o de Mercurio, onde apparece, segundo ja vimos, uma grave difficuldade.

Então foi ditto que, para attribuir essa anomalia á falta de precisão nas observações das passagens, era necessario conceder que astronomos taes como Lalande, Cassini, Bouguer, Bessel, tivessem commettido erros de muitos minutos na appreciação dos tempos dos contactos internos. Cousa impossivel, apezar dos erros de que se conhece actualmente poderem estar affectadas éstas observações, e tanto mais, por isso que nas equações de condição relativas a novembro não se dão as circumstâncias extraordinarias que accompanham as de maio.

Sabemos que desapparecem todas as anomalias, augmentando de 38″ o movimento secular theorico do perihelio de Mercurio.

Pretendendo acaso explicar um tal excesso pela acção dos planetas conhecidos, sería de necessidade o augmento consideravel da massa de Venus. Estabelecêra isto opposição plena com o que exige a variação secular da obliquidade da ecliptica, as desigualdades periodicas da longitude da Terra e mesmo de Mercurio produzidas por Venus, e em parte ainda as perturbações das latitudes d'este planeta. Não succede outro tanto com a equação devida ao excesso do movimento do perihelio de Marte.

É verdade que poder-se-ha dizer: minore-se a difficuldade, considerando originada parte do excesso do movimento do perihelio de Mercurio pela acção das massas dos planetas conhecidos, sendo attribuida a outra aos erros da observação.

Sei que dominam toda a astronomia, durante este último seculo, quatro grandes factos:

1.° A substituição das lunetas achromaticas ás lunetas d'imagens irisadas e de uma unica lente objectiva.

2.° A substituição dos circulos divididos aos quartos de círculo.

3.° O estudo attento das refracções.

4.° A descoberta dos erros pessoaes.

Os progressos mencionados devem estar mais ou menos inscriptos nas series das observações; e os erros systematicos, que patenteiam taes causas, poderão influir na determinação das desigualdades seculares e periodicas. Não é actualmente possivel fixar qual sua influencia, de certo pequena em nosso caso, pois quasi todas as observações de que se utilizou Le Verrier, foram feitas em epochas posteriores á descoberta do achromatismo por Dollong.

Mas notemos que, deixado de parte o estudo de

Mercurio, a theoria de Venus, Terra e Marte está em harmonia com as observações d'estes tres astros. Como é que, dispondo das modernas observações meridianas de Mercurio feitas no Observatorio de París, denominadas excellentes por Delaunay esse inimigo scientifico de Le Verrier, e auxiliando-nos da bella serie d'observações dos contactos internos em suas passagens sôbre o Sol, vamos encontrar no estudo d'este planeta um tam grande embaraço?

Se attribuirmos uma parte razoavel do excesso do movimento do perihelio de Mercurio á imperfeição das observações dos contactos internos, fôra necessario admittir erros, pelo menos de alguns minutos, nos tempos de taes phases, o que parece impossivel, tendo mesmo em vista os erros de que similhantes observações podem achar-se affectadas, e notando a circumstância que se dá nas equações de condição relativas ao mez de maio, sem apparecer nas de novembro.

Além d'isso, os erros permanentes de que os progressos acima indicados nos podem revelar a existencia, deverão ter menor influencia, se porventura ella é sensivel, nas observações dos contactos internos.

Explicada em parte pelo augmento da massa de Venus a anomalia que se manifesta no movimento de Mercurio, difficil sim, mas não julgâmos completamente impossivel de acceitar que os embaraços que d'ahi provenham para a comparação da theoria de Venus e Terra com as observações, sejam devidos a erros que as viciem.

Não pretendemos exagerar as conclusões, mas fazer ver que se dá uma grave difficuldade no es-

tudo de Mercurio, digna de occupar a attenção dos astronomos, a qual certo poderá definitivamente ser resolvida com o tempo e com novas e mais longas series de observações.

Segundo o que dissemos em outro logar, o excesso do movimento do perihelio de Mercurio póde explicar-se pela acção de um unico planeta ou de muitos asteroides Intramercuriaes, ficando estabelecida a mais completa harmonia entre as observações de Mercurio, Venus, Terra, Marte, e as suas theorias. Cumpre recordar que vimos n'isto argumento poderoso em prol da existencia de taes corpos, o que todavia necessita de verificação, para que, deixado o campo das hypotheses, se entre no das realidades.

II

As analogias de Kirkwood e a hypothese dos planetas Intramercuriaes. Sua relação com a lei de Bode e Roche.

Ainda que hypotheticas sejam as ideas do astronomo americano, Daniel Kirkwood, não duvidaremos dedicar-lhe algumas palavras, em virtude das consequencias que d'ahi se tiram relativamente á existencia dos planetas Intramercuriaes, consequencias harmonicas com as de Le Verrier, que elle completamente ignorára.

Da célebre memoria do erudito astronomo, contendo algumas analogias do systema Solar, fallaremos mui resumidamente, limitando-nos a indicar apenas os resultados definitivos, por não ser possivel expor a serie dos raciocinios.

Notára que os planetas formam grupos conjugados offerecendo densidades e diametros da mes-

ma ordem de grandeza, o que se deprehende com effeito do seguinte quadro:

	Diametro	Densidade	Massa
?	...	...	...
Mercurio	0,39	1,93	0,12
Venus	0,99	0,97	0,93
Terra	1,00	1,00	1,00
Marte	0,52	1,03	0,14
Planeta mãe dos asteroides	0,58	1,47	0,29
Jupiter	11,26	0,24	338
Saturno	9,21	0,13	101
Urano	4,43	0,15	13
Neptuno	4,74	0,19	20

Observa-se grande analogia entre os dois planetas que compõem cada grupo. Ésta dualidade tam singular faz certamente presumir a existencia de um planeta conjugado com Mercurio, differindo pouco no que toca ás massas e densidades. Quando porventura circulem nos espaços celestes mais alguns planetas ignorados, em conformidade com as ideas de Kirkwood, seriam congeneres dous a dous.

A distancia heliocentrica de um astro Intramercurial estaria, se ligarmos credito a sua opinião, comprehendida entre 0,168 e 0,275.

Aquelle limite é fundado na theoria de Laplace, segundo a qual o tempo da revolução de cada planeta deve exceder o da rotação Solar.

Este é o limite interior da esphera d'attracção de Mercurio. Consideremos tres planetas, colloca-

dos em linha recta com o Sol e cada um a suas distancias médias ao mesmo astro. Entre o primeiro e o segundo ha um ponto, onde suas attracções são eguaes; do mesmo modo existe outro analogo relativamente ao segundo e terceiro corpo: a somma das distancias, ás quaes se equilibram as acções da segunda massa, é o que Kirkwood denomina diametro da esphera d'attracção.

O astronomo americano, partindo de certas analogias planetarias, encontrou 0,112 para o raio interno da esphera d'attracção de Mercurio, e por conseguinte 0,275 para o seu limite interior. Em virtude das mesmas analogias, e concedido á massa do planeta ou do grupo de planetas hypotheticos um valor não muito differente do de Mercurio, conclue-se que o raio da attracção externa d'aquelle astro sería pouco menor que 0,107. Com estes dados torna-se facil de ver que o semigrande eixo da orbita é approximadamente egual a 0,17.

Reflectindo sôbre as presentes conclusões, é lícito affirmar que não ha nas ideas de Kirkwood nada em opposição com a theoria de Le Verrier, pois que ella exige uma massa egual á de Mercurio, collocada a distancia pouco inferior a 0,19.

Por caminhos diversos chegou o sabio americano a consequencias muito analogas ás do astronomo francez.

Seja permittido indicar outras hypotheticas considerações relativas á nossa questão.

A lei de Bode, expressa pela fórmula

$$4+3.2^{i-1},$$

está em opposição com a existencia de taes planetas.

Mas notemos que talvez sejam as analogias de Kirkwood mais exacta expressão da verdade que a lei de Bode. Ella offerece uma excepção muito notavel na orbita de Neptuno, além da grande solução de continuidade nos valores que deve tomar i, pois se eguala á unidade a fim de obter a distancia de Venus ao Sol, em quanto para Mercurio temos de o tornar infinito.

Não accontece o mesmo com a fórmula

$$5+3.2^{i-2}-1,1.2^{2-i}-4^{i-6},$$

recentemente appresentada pelo astronomo Roche. Quando se faça i egual á serie dos numeros naturaes a começar por zero, as distancias dos planetas ao Sol serão dadas com muito maior exacção que pela de Bode.

Como para i egual a zero se obtem 0,135, um planeta Intramercurial descreveria uma orbita interior ao círculo limite de raio 0,168. Substituindo porêm na fórmula 4,8 a 5, e 0,95 a 1,1, encontraremos 0,175 para o semigrande eixo, sem que fique sensivelmente alterado o accôrdo para os outros corpos celestes.

Se a lei de Bode não está em harmonia com a existencia dos planetas hypotheticos, temos por outra parte a de Roche que a admitte.

III

Ideas geraes relativas á confiança das mencionadas passagens sôbre o disco Solar. O inquerito de Lescarbault e a veracidade de sua observação. Refutação da crítica de Liais.

Ja o dissemos anteriormente, que das trinta e tantas observações de passagens de discos pretos sôbre a superficie do Sol indicando a existencia de planetas Intramercuriaes, havia umas bem mais dignas de credito que outras. Mas sera acaso possivel que não haja, entre tantas, uma unica que deva considerar-se verdadeira passagem? Como admittir que observações feitas por astronomos francezes, inglezes, allemães, italianos e mesmo turcos sejam todas ellas pura illusão? Um phenomeno, que dura, não alguns segundos, mas bastantes minutos, e ás vezes mais de uma hora, chegando até a ser presenciado simultaneamente por duas testemunhas, e que consiste na passagem, não rapida, mas vagarosa de pontos negros sôbre o Sol, notando mesmo

que o astronomo cauteloso descança por vezes a vista e emprega oculares de differentes amplificações, estes phenomenos, digo, serão porventura devidos a alguma causa desconhecida? Terão todos por causa o engano ou a ma fe do observador?

É verdade que entre elles não se mencionam os Bradleys, os Herschells, os Lalandes, os Cassinis, os Bouguers, os Bessels, mas tambem é certo que taes astronomos não dedicam longas horas á investigação do disco Solar, preferindo determinar as posições dos astros, e seus movimentos, e fazer observações em que se exige grande precisão no conhecimento dos tempos em que ellas são effeituadas.

Fallámos em geral, ao appresentar as observações relativas á nossa questão, da maior ou menor confiança que ellas merecem; longo sería entrar aqui em particularidades ácerca de todas ellas, e por assim dizer trabalho impossivel. É necessario porêm dedicar especial attenção á de Lescarbault, pelo conjuncto de circumstâncias que se deram antes e depois de haver tomado conhecimento d'ella o mundo scientifico, e porque de preferencia a utilizámos com o fim de obter algumas luzes sôbre os elementos da orbita dos planetas Circumsolares.

Logo que Faye annunciára á Academia das Sciencias de París a célebre carta de Le Verrier, em que se exhibiam as conclusões a que houvera sido levado pelos seus ultimos estudos do movimento de Mercurio, o Director do Observatorio Imperial teve notícia de várias observações, mais ou menos antigas, tendentes a confirmar a existencia de asteroides Intramercuriaes, a que julgou não dever ligar importancia.

Não acconteceu o mesmo com a carta, que, a 22 de dezembro de 1859, lhe enviára Edmundo Lescarbault, levantando em breve um verdadeiro alvoroço scientifico. Desejaramos reproduzir documento tam importante, digno de ler-se porque transluz n'elle o caracter da verdade: sua extensão obsta a nossos desejos, limitando-nos a dar uma brevissima idea.

As primeiras linhas, prova de paixão sincera e verdadeira admiração pelas sciencias astronomicas, devem ser transcriptas n'este logar: «Penétré d'admiration pour les immortels Géomètres qui découvrent a l'aide des principes de l'analyse, la route mystérieuse dès mondes, j'ai, des mon enfance, été poussé a m'occuper avec passion de l'étude des grandes phénomènes célestes.»

A passagem de Mercurio de 1845 lhe havia suggerido, segundo refere, a lembrança da existencia de planetas entre este astro e o Sol, desejando proceder desde então a observações, o que so decorridos alguns annos pôde realizar.

A sua luneta acha-se descripta com as particularidades indispensaveis para observar com proveito as passagens sôbre o disco luminoso do Sol, não esquecendo mesmo um apparelho que elle proprio construíra para obter os angulos de posição, elementos indispensaveis á determinação das coordenadas dos pontos de contacto.

Ao indicar o modo por que devêra usar-se do instrumento, parecem na verdade descobrir-se as maiores provas de paciencia e dedicação, nos poucos termos que seguem: «Chaque fois que j'espérais du loisir pour l'après-midi, avant d'aller terminer mes visites, je réglais ma montre sur le pas-

sage du Soleil par le méridien, a l'aide d'une petite lunette méridienne, et je disposais mes autres moyens d'observation, comme je viens de le dire. A mon retour, je faisais parcourir, presque sans rélache, a ma lunette, pendant un temps qui variait entre une demi-heure et trois heures, tout le contour du Soleil, tenant l'oeil appliqué a l'oculaire.»

A carta de Lescarbault tinha merecido alguma confiança, mas parecia impossivel que houvesse deixado passar nove mezes, sem dar publicidade a sua observação. Le Verrier resolveu demandar Orgeres, no intento de proceder a minucioso inquerito que esclarecesse a verdade d'um facto de tanto alcance para as sciencias; e fazendo-se accompanhar por Vallée, engenheiro de pontes e calçadas, não demorou a execução.

Apenas chegados a Orgeres, o Director do Observatorio de París, procurou a casa de Lescarbault, com intenções não muito benevolas pois tinha em dúvida a sua observação, resolvido a inquirir inesperadamente o modesto astronomo com todo aquelle rigor de que fosse mister.

Exigindo primeiramente uma exposição em resumo do phenomeno de que dizia haver sido testemunha, Lescarbault, ainda que muito surprehendido, pôde conservar a presença de espirito sufficiente para se exprimir n'éstas palavras: «Le 26 mars dernier, vers quatre heures, fidele a ma constante habitude, et l'oeil a l'oculaire de ma lunette, j'observais le disque du Soleil, lorsque tout à coup j'aperçus, a une petite distance du bord, un point noir parfaitement tranché dans sa forme, parfaitement defini dans sa rondeur, animé d'un mouvement propre très sensible; il s'avancait visible-

ment, et s'eloignait de plus en plus du bord; malhereusement un client survint, je descendis de l'observatoire au rez-de-chaussée; j'etais sur le gril, je repondis neanmoins de mon mieux a ce que l'on me demandait, et je remontai aussitot que je fus libre: le point rond continuait sa route, je l'ai vu atteindre enfin le bord opposé, et s'éloigner, après s'etre projecter pendant une heure et demie environ sur le disque du Soleil.»

No logar competente appresentámos o tempo do primeiro contacto, o que era difficilimo ou mesmo impossivel de observar. Arguido n'ésta parte, respondeu que não se vangloriava de ter obtido esse momento preciso, pois, quando fôra notado o ponto negro, ja elle se achava sôbre o disco do Sol, mas que, medida com a vista a sua distancia ao bórdo e esperando que percorresse de novo um espaço egual, assignára approximadamente o instante da entrada.

Em seguida versou o inquerito sôbre os instrumentos de medir o tempo, occupando-se egualmente da luneta com que fôra visto o phenomeno da passagem. A tudo respondeu Lescarbault da maneira a mais clara, indicando mesmo como alcançára esses instrumentos com tam escassos meios pecuniarios.

Um documento importantissimo era a nota original em que havia sido consignada a observação. Este papel foi encontrado alfim depois d'algum trabalho, porque, transcriptos os seus resultados, não tinha merecido mais as attenções de Lescarbault.

A determinação dos pontos de contacto da entrada e sahida, o methodo empregado para obter o comprimento da corda descripta, e finalmente os

trabalhos emprehendidos para chegar a algumas noções ácerca dos elementos da orbita do supposto planeta, foram pontos que não esqueceram a Le Verrier. A exigencias suas pôde ver os esboços que Lescarbault encetára sôbre ésta última parte, mas que os seus limitados conhecimentos de anályse impediam adiantasse.

O modo pelo qual, Lescarbault, caminhando sempre do simples para o composto, do conhecido para o desconhecido, se houvera em cada uma das questões do minucioso inquerito, deixou a convicção profunda, de que a observação tinha sido realmente feita e com toda a perfeição possivel em circumstâncias identicas, e que ella se referia a um planeta Intramercurial.

Ouvia-se da bocca de todos os habitantes d'Orgers, a quem se pediam informações de Lescarbault, que era um médico habil, instruido, gozando da estima geral e que exercia com dignidade a sua profissão.

No dia 9 de janeiro de 1860, Le Verrier deu conta á Academia das Sciencias de París, do que havia passado na visita a Orgeres, exprimindo-se relativamente ao médico astronomo em termos mui lisongeiros de que nos limitaremos a transcrever os mais notaveis: «Les explications de M. Lescarbault, la simplicité avec la quelle il nous les a données, ont porté dans notre esprit l'entiere conviction que l'observation detaillée qu'il a fait doit étre admise dans la science; que le long delai qu'il a mis a la publier provient uniquement d'une reserve modeste et du calme qu'on peut encore conserver loin de l'agitation des villes.»

Ao novo planeta foi proposto o nome de Vulcano.

Decorreram apenas tres mezes, depois que o mundo scientifico tomára conhecimento da observação de Lescarbault, quando appareceu em o número 1848 do *Astronomische Nachrichten,* jornal official dos astronomos de todos os paizes do globo, uma reclamação violenta dirigida do Brasil por Manoel Liais contra a existencia do planeta observado em Orgeres. Affirma não so que a observação é falsa e nem merece o minimo credito, mas intenta ainda demonstrar a impossibilidade d'um facto analogo. Felizmente nenhum dos argumentos appresentados pelo sabio presidente da commissão geodesica do Brasil é de valor irrecusavel.

Dado que não houvesse outro fim, sería bem sufficiente o pretender mais uma prova da boa fe de Lescarbault, para não deixar em silencio as accusações de Liais, e appreciar o credito que ellas merecem.

Diz elle que examinára na bahia do Rio de Janeiro a superficie Solar, no dia 26 de março de 1859, desde as $12^h.42^m$ até á $1^h.17^m$, tempo de S. Domingos, formando uma serie de comparações photometricas de differentes regiões do Sol, para determinar a differença da intensidade luminosa dos bórdos á do centro. Segundo Lescarbault, a entrada de Vulcano teve logar no mesmo dia ás $4^h.\ 5^m$, tempo de Orgeres, ou á $1^h.5^m$, tempo de S. Domingos. Ve-se pois, que o planeta devêra apparecer sôbre o Sol durante os 12^m ultimos da observação de Liais, no fim dos quaes se acharia com pouca differença á distancia de 20″ do bórdo.

Ainda não é tudo: averiguando no fim dos trabalhos, com o mesmo ocular de 300 de amplificação, se a intensidade do brilho das regiões polares

era uniforme, em resultado havia escripto em seus registros de observação, que ésta parte se achava perfeitamente pura e uniformemente illuminada. Fôra impossivel, sustenta Liais, escapar á sua attenção a pequena mancha negra que víra Lescarbault.

Mas diremos em contraposição, que não é permittido asseverar como certa a ausencia de uma cousa, que se não procura e de que nem mesmo lembra a existencia. Seja-nos lícito, em abôno do que asseverâmos, fazer menção das palavras de Secchi, astronomo mui conhecido: «C'est aujourd'hui un fait acquis que beaucoup de choses ne sont pas vues, bien qu'elles soient dans le champ de la lunette, si on ne les fixe pas directement.» É dos phenomenos mais ordinarios da visão passar juncto de um objecto sem o notar, embora collocado na direcção da vista, ainda quando o estamos procurando: basta alguma fadiga que perturbe a vista, pequena distracção ou preoccupação no espirito, occasionada por um pensamento estranho ao que se está fazendo.

Digna de toda a consideração é a circumstância de ter feito Liais as suas observações com uma amplificação dupla da de Lescarbault. Em tal caso o campo da luneta sería tam restricto, que apenas comprehenderia uma pequena parte do disco do Sol, tornando-se indispensavel o movimento vertical e horisontal da luneta para ser convenientemente examinado. Cumpre ainda dizer que essa amplificação exige o emprego de vidros de côr muito escura, tornando-se menos distincto o contraste produzido pelas manchas Solares.

É evidente que a probabilidade em descobrir

tudo o que fosse visivel, estivera da parte d'aquelle que observava com instrumento menos poderoso. Que Liais não encontrasse o planeta, era seguramente possivel, mesmo suppondo que o procurava durante os ultimos 12^m de seus trabalhos indagativos. Vertu, auctorizado com alguma práctica de observar as manchas do Sol com oculares de grande amplificação, exprime-se em termos que reproduzimos em abôno de nossa asserção: «Il me semble donc, sans même faire entrer en ligne de compte la véracité de M. Lescarbault et les calculs de M. Le Verrier, que les dénégations de M. Liais se réduisent a une valeur absolument infinitésimale.»

Os que partilharem as ideas de Liais, poderão talvez julgar pouco verosimil não ter sido notado por elle o pequeno ponto, mas nunca impossivel.

Em um segundo argumento pretende o astronomo do Brasil mostrar a possibilidade de ver, sendo exacta a narração de Lescarbault, o pequeno planeta em outras occasiões, pelo menos na região equatorial. Mercurio, a darmos credito a suas palavras, foi observado por elle a 1° do Sol; e no dia 14 de julho de 1858 pôde distingui-lo a vista desarmada, no crepusculo, quando o planeta, offerecendo um diametro de 5″, estava apenas a 7° do Sol e a 4° acima do horisonte.

A sua argumentação é baseada nos effeitos da irradiação.

Pelo que anteriormente dissemos, o diametro do disco que Lescarbault víra atravessar diante da superficie do Sol, era inferior a 3″, isto é, á quarta parte do diametro de Mercurio na sua passagem de 1845. Segundo Liais, o diametro angular do planeta Intramercurial não podia ser menor que

2″,5: a irradiação tirando 4 a 5 minutos dos 6 obtidos por uma amplificação de 150, ficaria, em virtude dos limites da visão distincta, exactamente o necessario para que se possa reconhecer a fórma circular do disco.

Por variar na razão inversa do quadrado das distancias a intensidade da luz que o Sol emitte para os planetas, um que se movesse interiormente á orbita de Mercurio, era por certo allumiado com muito mais intensidade. Sendo em nosso caso o brilho total o producto da intensidade pela superficie luminosa, o novo planeta, dotado de um diametro angular de 2″,5, poderia ser muito brilhante. A um angulo visual de 2″,5 correspondia na verdade uma superficie equivalente á quarta parte da appresentada por Mercurio no dia 14 de julho de 1858; mas, excedido o brilho relativo d'este corpo celeste pelo do astro Circumsolar, a sua luz total enviada á Terra fôra possivel egualar a de Mercurio, ou ser ainda mais viva: com effeito, é sufficiente que o brilho de Vulcano o exceda 7,36 vezes, e teria isso logar, quando se admitta 0,1427 para representar a sua distancia ao Sol.

Affirma em consequencia o mesmo astronomo, que um tal planeta devêra ser muito visivel, posto que não projectado sôbre o disco do Sol, especialmente da zona proxima do equador, onde este astro desce abaixo do horisonte, affastando-se com rapido curso e produzindo n'essas regiões crepusculos de bem mais curta duração que em nossos paizes.

O planeta de Lescarbault seria pelo menos divisado na occasião dos eclipses totaes.

Do exposto se conclue facilmente, que Liais julga impossivel ver, em sua passagem diante do Sol,

um disco opaco que tenha diametro angular inferior a 2″,5. Para que se ligue o devido apprêço a ésta asserção, é de conveniencia dizer algumas palavras ácerca dos effeitos da irradiação, phenomeno que tanto ha preoccupado os astronomos mais distinctos.

Bessel, na célebre notícia relativa á passagem de Mercurio de 1832, mostrou o valor que a irradiação merece nas boas lunetas. Empregando uma amplificação de 290, observára no grande heliometro de Koenigsberg os contactos internos com perfeita nitidez: o filete de luz entre os dois bórdos foi visto desvanecer-se gradualmente e sem interrupção brusca.

Procedeu, durante $6^h.45^m$, porque tanto foi a duração da passagem, a uma serie de medidas directas dos diametros apparentes do Sol e do planeta, o primeiro dos quaes devia ser augmentado e o segundo diminuido pela irradiação. Analogamente se tomaram, grande número de vezes, as distancias dos dois bórdos de Mercurio ao bórdo opposto do Sol, determinando assim por um meio diverso o diametro apparente d'este astro. Em último logar, a observação dos tempos dos dous contactos internos forneceu, exempto da irradiação, o comprimento da corda pertencente a um círculo de raio egual á differença dos semidiametros angulares do Sol e Mercurio; calculada ésta differença e addicionando o semidiametro apparente d'este planeta diminuido pela irradiação, obtem-se o do Sol menos essa mesma quantidade.

Se designarmos por D o semidiametro do Sol e por I a irradiação, os excellentes resultados concordantes, a que Bessel chegou, são os seguintes:

Pelas medidas directas:

$$D+I=15'.50'',898.$$

Empregando as distancias de Mercurio aos bórdos:

$$D+I=15'.50'',823.$$

Com o auxílio das medidas feitas nos momentos dos contactos internos:

$$D-I=15'.50'',893.$$

D'aqui se infere que a argumentação de Liais não é concludente. Fica pois em evidencia que, no caso actual, a irradiação era completamente nulla, pois que o diametro Solar, augmentado por ella, é antes inferior que superior ao diametro diminuido.

Ja podéra antever-se a presente consequencia, pelo facto de terem sido vistos os contactos internos com nitidez perfeita e sem interrupção brusca. Notemos todavia que este phenomeno não parece haver sido geralmente observado por todos os astronomos na passagem de 5 de novembro de 1868.

Em abôno da verdade é mister accrescentar que a irradiação é um elemento tam variavel e tam indefinivel, e dependente de tal modo dos instrumentos e da vista de cada individuo, que sería temeridade actualmente tirar conclusões positivas sôbre a sua influencia. Le Verrier diz, em seus importantes trabalhos, que a irradiação é um phenomeno ainda pouco conhecido em seus effeitos.

Attendendo ao que fica mencionado, apparece óbvia a confirmação de que as melhores lunetas podem tornar nulla a influencia da irradiação. É lícito, diremos, acceitar a supposição de que uma luneta bastante perfeita a reduz a pequeno valor: não ha pois inconveniente algum em que se admitta ter o objectivo de Cauche, com que Lescarbault viu a passagem do ponto sôbre o Sol, poderosamente favorecido a sua observação.

Em fim, nada obsta a que o diametro angular real do disco opaco, visto a 26 de março de 1859, seja inferior ao limite que Liais pretendia fixar: a sua superficie, decrescendo com o quadrado do raio, póde reduzir-se a um valor ainda menor que a decima parte da de Mercurio, a 14 de julho de 1858, dia em que foi visto o planeta proximo do horisonte.

Julgâmos pois muito possivel uma observação tal como a de Lescarbault. Ésta é a opinião geralmente seguida, ficando sempre intacta a honra do médico astronomo: em confirmação, extrahiremos de uma crítica de Faye, relativa a várias ideas theoricas appresentadas por Le Verrier, as seguintes linhas: «Je suis bien éloigné neanmoins de vouloir décourager les observateurs qui seraint tentés, a la suite du modeste et honorable Dr. Lescarbault, de se vouer a la recherche des planètes ultramercurielles.»

Seja-nos tambem permittido dizer, em esclarecimento dos factos, que a observação de Lummis não parece susceptivel de explicar-se por mera illusão optica, recordando que fôra presenciada por mais que um observador. De modo algum ousaremos asseverar que ella confirme a de Lescarbault, e por conseguinte a existencia dos planetas Intra-

mercuriaes, mas sim que alguma confiança presta á observação de Orgeres e mesmo ás outras mais antigas.

A observação de Aristides Coumbary, que empregou todos os meios em desvanecer a idea de alguma illusão optica, é digna de bastante credito, conferindo-o egualmente á de Lescarbault e ainda ás pertencentes a epochas anteriores. As palavras de Le Verrier, ao enviar a carta de Coumbary á Academia das Sciencias de París, palavras em que se mostra mui patente o juizo do sabio francez, merecem citar-se pelo menos em o seguinte ponto: «Je dois, suivant les usages scientifiques, dire que je n'ai pas l'avantage de connaître M. Coumbary, autrement que par sa lettre. Mais elle porte en elle l'empreinte de l'exactitude et la sincérité. Puissent ces observations se multiplier et nous permettre de statuer définitivement sur la question des annaux intérieurs!»

IV

As explorações do disco Solar e das regiões circumvisinhas, feitas em epochas convenientes. Sua crítica.

A mais completa harmonia fica estabelecida no estudo de Mercurio, Venus, Terra e Marte, acceitando a existencia de materias cosmicas Circumsolares, que tenham influencia nos movimentos de Mercurio. Factos analogos se deram com Urano e Sirius, antes da notavel descoberta de Neptuno e do satellite da mencionada estrella.

Mas estes corpos vieram alfim confirmar plenamente os resultados theoricos. Que poderá dizer-se a respeito d'esses asteroides questionados? Ja appresentámos tudo o que fornece a theoria em abôno de sua existencia, e indicámos alguns pontos em que parece contrária. Os lados favoraveis são na verdade ponderosos, mas insufficientes para

decidir de um modo cathegorico questão de tanta importancia scientifica.

Assim nos exforçámos por que não houvesse omissão em narrar as observações que tivessem relação com ella. Não esqueceu entrar, quanto em nós coube, na devida appreciação da confiança de que eram merecedoras: sôbre todas em geral, especialmente sôbre a de Lescarbault, havemos fallado, mostrando que, embora dignas de grande consideração, não podiam todavia resolver a questão. Expozemos bastante em favor de taes observações, mas nem tudo o que lhe era contrário, ficando reservados para este logar, que julgâmos idoneo, alguns esclarecimentos, a fim de melhor se ajuizar do assumpto que se ha ventilado.

É pois mister se indiquem os trabalhos emprehendidos, depois da célebre observação de Lescarbault, por astronomos de paizes diversos, tendo por fim tornar a ver o tal planeta ou, mais geralmente, com o intento de verificar a realidade da existencia dos asteroides Intramercuriaes.

Em logar competente tractou-se das epochas de visibilidade do planeta de Lescarbault; partindo de quatro observações escolhidas para a sua determinação, vimos que poderiam ter logar, em 1860, duas passagens sôbre o Sol, uma em março, invisivel em nossos paizes, outra no dia 8 d'outubro, possivel de observar-se. Com desejo de que não escapasse a observação de tal phenomeno, foram tomadas por Radau e Moigno todas as providencias necessarias, participando aos Observatorios de Marselha e Tolosa, a fim de prestarem tambem auxílio durante o tempo que havia sido indicado.

Radau pôde explorar em París a superficie do

Sol, por mais d'uma hora, com amplificações de 44 e 150, mas não viu nada. A Petit foi impossivel a observação por causa do tempo sempre coberto, que reinára em Tolosa. A circumstância de não haver respondido Valz ao convite que lhe fôra dirigido, mostra que em Marselha nada se víra.

Excluida uma das quatro observações, determinaram-se tres epochas em que tambem poderiam haver passagens do mesmo planeta, se porventura aquellas são devidas a um astro unico: essas epochas estão comprehendidas entre o dia 28 de março e 2 d'abril de 1860.

Devêra em todos estes dias proceder-se com a maior assiduidade á exploração cuidadosa e methodica da superficie Solar.

Em Vienna d'Austria foi debalde procurado Vulcano por varios observadores, durante o periodo da visibilidade. Selwich, astronomo prussiano mui cuidadoso, teve identico resultado, não obstante haver seguido o Sol com grande attenção.

No *Monthly Notices* de 8 de junho do mesmo anno, tres Directores de observatorios das colonias inglezas dão a notícia de terem effeituado, em o mesmo prazo, analogas indagações com a maior assiduidade, mas sem consequencia alguma satisfactoria: debaixo da direcção de Ellery, no Observatorio de Victoria, fôra explorado o Sol de meia em meia hora; Tennant, em Madras, procedeu sempre com alguns minutos de intervallo, desde 27 de março a 10 d'abril; em Sydney, identicos trabalhos foram seguidos por Scott. Em o *Astronomische Nachrichten* diz Neumayer, que no Observatorio de Flystaff-Hill se fizeram, no dia 26 de março até 10 d'abril, ob-

servações da superficie Solar, de cinco em cinco minutos, mas tambem infructuosas.

É verdade que os astronomos não poderam encontrar Vulcano, escolhendo as occasiões tidas por mais convenientes; mas tambem é certo que, depois da observação de Lescarbault, foram notados phenomenos analogos por Lummis e Coumbary.

Aquelles procederam a investigações nas epochas mais favoraveis a uma boa solução, mas em que é fundada a determinação de taes epochas? Não ha dúvida, que se basea na circumstância de serem as observações, de que nos utilizámos, devidas a passagens de um mesmo planeta: e na verdade escolheram-se, entre as observações anteriormente citadas, aquellas em que podéra ver-se maior analogia com a que tinha feito Lescarbault. Mas, como a ninguem é permittido affiançar a exactidão de nossa escolha, e talvez lembraria o contrário, basta a incerteza, para não ser de admiração que o planeta caprichoso, nas epochas determinadas, não viesse projectar-se na superficie luminosa do Sol. Sera conveniente tambem lembrar aqui as dúvidas, ja anteriormente referidas, a que estão subjeitos esses periodos de visibilidade.

Accreditâmos que muitos astronomos se pozeram em campo na esperança de poderem observar Vulcano, mas ligâmos ainda mais credito a sua diminuta constancia. Não deveriam limitar esses trabalhos a certas epochas assás restrictas, mas tractar de resolver a questão dos planetas Intramercuriaes, procedendo diariamente a indagações no decurso de annos successivos, se de tanto houvera mister. Os methodos proprios para se emprehender esses tra-

balhos ja ficam indicados: tivessem elles sido convenientemente postos em execução com o necessario cuidado, empregando o auxílio de differentes observatorios, estaria talvez resolvida a difficuldade.

A prova do que fica ditto está nas duas observações de passagens, que tiveram logar depois da de Lescarbault, ambas, assim o parece, devidas mais ao acaso, do que a um proposito de esclarecer a questão ventilada.

É sabido que os eclipses totaes do Sol prestam valioso auxílio, quando os momentos da maior escuridade se utilizem convenientemente em observações dos espaços Circumsolares. Bastante se tem discutido a fim de tornar proveitosas essas epochas. Esperára-se com especialidade o eclipse de 18 de julho de 1860: com effeito, a alguns trabalhos se procedeu, mas não coroados de prosperos resultados.

Faye, dominado pelo desejo de que se observasse este eclipse com todos os cuidados que estavam a seu alcance, procurou saber qual a posição mais provavel de Vulcano na occasião da maior escuridade. Na hypothese das revoluções encontradas com o auxílio das tres passagens de que em segundo logar nos servimos para indagar as epochas de visibilidade, haviam sido obtidas por Radau as seguintes posições geocentricas:

Latitude	+0°,1,	+0°,6,	+1°,2
Longitude	112°,5,	122°,0,	119°,0.

Ainda que circumstâncias inesperadas impediram Faye de concorrer á observação do eclipse,

estes resultados deviam ser tidos em a maior attenção.

Apezar de mui consideravel o número dos astronomos que foram presenciar o phenomeno, so podémos ter conhecimento de um unico, destinado á observação das estrellas e planetas, que se tornasssem visiveis na occasião da maior escuridade, e tambem dos espaços Circumsolares no intento de confirmar a presença do planeta imaginado por Le Verrier. Esse astronomo foi Tissot, que infelizmente não encontrou corpo algum nas regiões proximas do Sol.

É para notar que, segundo a opinião de Le Verrier, a escuridade não foi bastante completa para se emprehender com vantagem a exploração das zonas interiores á orbita de Mercurio. Divergem porêm os astronomos ácerca do grau de escuridade, que reinou durante o tempo do eclipse, dizendo a uns assás completa. outros declarando o contrário.

Embora se estranhe, não achâmos para admirar, principalmente admittindo mais do que um planeta, que se não tenham obtido resultados mais definitivos e dignos de confiança. Mas a prova do que asseverâmos, apparece facil nas memorias que, depois do notavel phenomeno de 18 de julho de 1860, se escreveram: ellas bem claro mostram a pouca attenção que se ligou á observação dos planetas por em quanto hypotheticos.

Fundamentando-nos na leitura d'estes documentos, sera conveniente expor breves reflexões.

Os astronomos parece que estavam unica e exclusivamente dedicados ao estudo e explicação da aureola luminosa e das protuberancias roseas, phenomenos tam bellos, quanto admiraveis: questões

ultimamente resolvidas, com o auxílio da análise spectroscopica, pelos trabalhos de Janssen e Lockyer. Abrindo as memorias de Prazmowski, Lespiault, Goldschmidt, Petit, Bianchi, Legrand, Abbadie, appresentadas á Academia das Sciencias de París nos mezes seguintes ao do eclipse, é para notar que nem ao menos de leve se falle nos planetas Intramercuriaes, nem ainda das estrellas visiveis nos poucos minutos da maior escuridade. Que illação não sería possivel deduzir, mostrando á evidencia quam pouco valem os resultados negativos em a nossa questão?

Secchi, nas tres memorias que escreveu a respeito da observação do eclipse, apenas diz que foram vistas algumas estrellas, e segue a opinião de Le Verrier sôbre o grau de luz que existíra na occasião da maxima escuridade. Do mesmo modo, os escriptos de Laussedat e Jomard tractam em especial dos phenomenos luminosos, mencionando unicamente alguns astros que então foram observados.

Ja referimos que o mister especial de notar os astros visiveis nos momentos da maior escuridade havia sido confiado a Tissot, membro da commissão franceza. Mas, nos poucos minutos que ella durou, sería possivel a um unico observador proceder a esse trabalho, e alêm d'isso explorar attentamente os espaços Circumsolares? Não o julgâmos crivel: pelo contrário, é opinião nossa que deveriam estar diversos astronomos encarregados da observação de taes logares do ceo.

Quem foi que demandou a estação de Campwey, célebre pelos trabalhos geodesicos de Biot e Arago, cuja elevação tornava este local muito appropriado,

sendo então possivel ligar maior confiança ás indagações a que ahi se procedesse?

Caberia actualmente occuparmo'-nos das communicações feitas por Rayet, Janssen e Rapatel á Academia das Sciencias de París, ácerca do eclipse total do Sol por elles observado na Asia, a 18 d'agosto de 1868, mas é por certo inutil, pois se chegaria a conclusões analogas ás que deixámos expostas.

Em ambas éstas occasiões, não pouco idoneas, esgottaram-se acaso todos os cuidados, que fôra necessario ter para a boa solução de similhantes observações, e que ja em outro logar ficam indicados? Não o sabemos: todavia a pouca attenção que parece haver-se empregado, faz deprehender o inverso.

Limitada confiança póde ligar-se, pelo que ditto fica, aos resultados negativos a que deram logar esses dous notaveis phenomenos. E nem se pense que advogâmos a causa dos planetas Intramercuriaes, quando so pretendemos o esclarecimento da verdade. Como prova appresentaremos as palavras de Faye, proferidas ao exhibir algumas reflexões sôbre uma carta de Feilitzsch relativa ao primeiro eclipse citado: «Une remarque de M. von Feilitzsch me fait regretter vivement qu'on n'ait point cherché la planete de M. Lescarbault pendant l'éclipse.»

Parece pois fóra de dúvida, que, embora se tenha curado bastante, pelo que respeita á astronomia práctica, de indagar se é real a existencia de taes corpos celestes, ésta importante e delicada questão deveria ser tractada com maior cuidado e assiduidade.

Não intentâmos negar que seja argumento adverso e talvez forte, o não haver sido ella resolvida; e tnato mais, porque poderão existir muitos observadores ignorados, que dediquem pacientes longo tempo ás necessarias observações, em cujo trabalho tambem cooperam os assiduos amadores da exploração das manchas do Sol.

Mas quem sabe as difficuldades que cercam a nossa questão?

Advertiremos em conclusão, que, em virtude de não ter sido ainda possivel verificar a realidade de uma segunda passagem de um d'esses mencionados corpos, ou ve-los brilhando na esphera celeste, nem tam pouco determinar-lhe o curso, as observações de taes passagens são pelos astronomos consideradas como phenomenos por em quanto assás mysteriosos.

V

Últimas conclusões relativas á existencia de um ou mais planetas Intramercuriaes.

Explica-se pela acção de um planeta unico Intramercurial a notavel anomalia a que dera logar o estudo do movimento de Mercurio; mas o que havemos ditto relativamente ás observações, está em opposição com a existencia d'esse corpo, provindo d'aqui valioso auxílio á theoria que parece na realidade admitti-lo.

E na verdade, não podem attribuir-se á existencia de um so astro as passagens sôbre o disco do Sol, que deixámos mencionadas, se attendermos tam somente áquellas que de mais alguma confiança são merecedoras. Demais, referindo-nos em especial ao planeta de Lescarbault, diremos que, segundo o valor da massa que lhe assignára Le Verrier, a sua acção não é sufficiente para dar a expli-

cação de toda a difficuldade que se encontra no estudo de Mercurio.

Além d'isso, a refutação da crítica de Liais é argumento exuberante para não ser lícito admittir a existencia de um so astro Intramercurial, que estabeleça a concordancia da theoria dos quatro planetas mais proximos com as suas observações, astro approximadamente egual a Mercurio, segundo as analogias de Kirkwood.

As difficuldades que os astronomos teem encontrado, procurando tornar a ver o supposto planeta, embora explorassem a superficie Solar nas occasiões mais convenientes, mostram com bastante probabilidade, que as observações mais appropriadas á determinação de taes epochas não são devidas a um mesmo astro. E ainda que, ja n'éstas, ja nas explorações feitas durante a escuridade dos eclipses totaes, não se esgottaram por certo todos os recursos favoraveis a uma feliz solução, vemos n'isto tambem argumento opposto á existencia de um so planeta Intramercurial.

Em conclusão, baseando-nos em tudo o que fica exposto com a necessaria extensão e que resumidamente deixâmos esboçado, affirmâmos que os factos não são conformes com a existencia de um planeta unico, circulando em uma orbita interior á de Mercurio, principalmente se for de massa importante, e que faça desapparecer as anomalias originadas no movimento d'este astro.

A theoria de Mercurio, Venus, Terra e Marte concilia-se com as observações, admittindo um número qualquer de asteroides Circumsolares, cuja totalidade tenha massa conveniente. O que havemos ditto ácerca d'essas theorias astronomicas, é

argumento bem ponderoso para que se haja de admittir a existencia de taes corpos, apezar das razões que lhes podem ser contrárias.

A astronomia práctica deve-nos prestar auxílio no esclarecimento da questão.

É cousa duvidosa para muitos astronomos, se os pontos negros que foram observados em suas passagens sôbre o disco do Sol, são planetas Intramercuriaes, mas não é possivel negar que esses phenomenos provam em favor da sua existencia, attendendo especialmente ás tres últimas passagens que ficam citadas no logar competente. Por não ser permittido harmonizar todas as observações, acceitando um so planeta, póde admittir-se maior número d'elles.

Nem esqueça que o minucioso inquerito feito a Lescarbault e a refutação da crítica de Liais, dão subido volor á observação do médico astronomo, e por conseguinte á causa de que nos occupâmos. A massa do supposto Vulcano, sendo, como é provavel, mui inferior ao que exige a theoria e as analogias de Kirkwood, faz-nos pensar na existencia de mais algum asteroide.

As objecções de Liais suggerem por certo difficuldades, mas não insuperaveis e taes que seja necessario abandonar completamente a idea da existencia de Vulcano, e em geral de pequenos corpos que se movam em orbitas interiores á de Mercurio.

A circumstância de não haver sido observada, em parte alguma do globo, uma nova passagem de Vulcano diante do Sol, tendo-se procedido a explorações em epochas bastante idoneas, é na verdade argumento desfavoravel, mas podêmos com tudo admittir que as observações escolhidas para

fixar os periodos da visibilidade não tiveram por causa um planeta unico. É pois mister que acceitemos a existencia de maior número, se essas passagens forem attribuidas a corpos Intramercuriaes, recordando que provavelmente não se dedicou a dililigencia necessaria a tam delicadas indagações.

As explorações feitas durante os eclipses totaes do Sol dão origem a difficuldades quando se pretenda admittir taes corpos, mas não pouco se minoram ellas, se attendermos ás razões anteriormente expendidas. A escuridade de um eclipse total nunca é completa e alêm d'isso tem pouca duração; subsiste portanto a possibilidade da existencia de pequenos planetas, e tanto mais que nem conhecemos a sua constituição physica, nem ainda o poder reflectidor ou absorvente das superficies que os limitam.

Pesando pois estes argumentos que a astronomia theorica e práctica nos fornece, e em fim tudo o que se ha exposto com a sufficiente estensão no decurso de nosso trabalho, quer favoravel, quer adverso, julgâmos não ser lícito dar como provada a existencia de planetas que circulem em orbitas interiores á de Mercurio; mas tambem não poderemos asseverar que taes corpos não existam.

É opinão nossa que a questão por em quanto se deve considerar indecisa; e accreditâmos que, sendo empregados convenientemente os planos methodicos de observação que em resumo indicámos, ficaria ella resolvida, positiva ou negativamente, em uma epocha não muito remota.

Quantos pontos de sciencia não estão agora decididos, que por longas eras foram duvidosos?

Quantas questões se não julgaram resolvidas, e

está provado actualmente que a decisão era menos exacta?

É para nós de fe, que nunca houve tanta sciencia como em nossos dias, mas é certo que immenso falta a descobrir. Trabalhemos pois sem cessar, cada um em seu campo, no progresso das sciencias; e não tenhamos pejo de repetir as últimas palavras do grande Laplace: «Ce que nous connaissons est peu de chose, ce que nous ignorons est immense.»

FIM

INDICE

SEGUNDA PARTE

TERCEIRA PARTE

2

1869 GARRETT - DISSERTAÇÃO INAUGURAL MATHEMATICA