1798
Junho 27
Maio 30
N. 9.
Mathematico

Mathematica

De Astrorum Parallaxi Dissertatio.

Ant.o Joaq.m Pinheiro Pim.el Lima

Dissertationem nostram, cujus argumentum est ostendere = Qua ratione Astrorum Parallaxes accuratius inveniri, atque ad calculum adcommodari possint, tam in hypothesi Telluris sphaericæ, quam ellipsoidalis. in duas partes dividimus. Primam partem in duas adhuc Sectiones subdividimus: quarum primâ de Parallaxis genesi & effectibus: secunda de diversis methodis accuratius inveniendi Astrorum Parallaxes agendum erit. Secundam partem in duas quoque Sectiones subdividimus: in prima Parallaxeos formulas in declinationem, ascensionem rectam, longitudinem, latitudinem, et altitudinem in hypothesi Telluris sphaericæ exponemus, atque demonstrabimus: in secunda de formulis Parallaxeos in declinationem in hypothesi Telluris ellipsoidalis agere lubebit.

Pars Prima

Sectio 1.

2

Astronomi cum pro comperto habeant, diversis Observatoribus diversos Astrorum aspectus conspiciendos, pro varia diversorum punctorum Telluris superficiei positione; Cœlestium corporum motus ad Telluris Centrum, ut veram ejusmodi motuum legem inveniant, referre solent. Quum vero Astra non ex centro sed ex Telluris superficie observentur, ne cassum inde fit,

ut Astronomi

ut Astronomi calculum ad detegendam locorum differentiam instituant: astrum enim idem a Telluris superficie observatum alium, ex centro alterum situm occupare videbitur. Differentiam hanc ea parallaxim diurnam, aut simpliciter parallaxim vocant.

3

Figr. 4. Si in hypothesi Telluris sphaericae per t. P. r. G. ejus superficiem repraesentamus, per P. observatorii locum, per Z ejus Zenith, per arcum HZR Verticalem primum, et per ZLa cujuscumque astri L Verticalis planum: perspicuum erit, quod si astrum L a Telluris superficie per radium visualem PL visum fuerit, esset Cm (parallella et aequalis PL) visualis radius, perquem astrum L ab Observatore in Telluris Centro posito videretur: tum etiam angulus LLm aut angulus PLC astri L parallaxim exprimet: quia PLC = ZPL - ZCL: cum vero PL, Cm rectae in eodem, verticalis nempe ZLa plano existant: exinde sequitur:

1. angulum LCm, seu PLC altitudinis parallaxim exprimere.

2. Parallaxim in Azimuth nullam esse.

3. Parallaxim, quae semper in astrorum positione intercedit, eorum longitudinem, latitudinem, ascensionem rectam, et declinationem afficere debere.

4. Nullam esse in ascensionem rectam astrorum parallaxim, quorum Verticalis sit meridianus.

5. Nullam esse parallaxim astrorum in longitudinem, quorum Verticalis per nonagesimum transieri.

4.

Si cujuscumque astri parallaxis sit p, Telluris

radius r.

radius r, a Telluris centro ad astrum usque distantia d, et ejusdem astri distantia a Zenith z; erit Sin p = $= \frac{r . \sin C . PL}{d}$ quod a resolutione trianguli CPL evincitur $= \frac{r}{d} \sin zPL = \frac{r}{d} \sin (PLC + PCL) =$ $= \frac{r}{d} \sin Z$. Unde deducitur:

1° Sinum parallaxeos astrorum esse in ratione composita distantiarum a Zenith directa, et a Telluris centro inversa in hypothesi Telluris sphaericae.

2° Sydera sensibili parallaxi carere: tum reliquorum astrorum parallaxes pro earum sinubus absque sensibilis erroris periculo posse substitui. Quum enim Luna majori, quam reliqua astra, gaudeat parallaxi, et maxima ejus horizontalis parallaxis gradum vix adaequet, differentia, quae inter unius gradus arcum, atque ejus sinum intercedit, vix aequalis est quartae seu quintae parti secundi minuti. Theorema igitur (n° 1°) prolatum ita enunciabimus: Astrorum parallaxes sunt in ratione composita distantiarum a Zenith directa, et a Telluris centro inversa in hypothesi Telluris sphaericae.

3° Si astrum quodlibet sit in Zenith, ejus parallaxim nullam esse.

4° Si astrum sit in horizonte, ejus parallaxim = $= \frac{r}{d} = p'$, si eam tunc p' dixeris. Unde sequitur: 1° parallaxim astri cujuslibet horizontalem aequalem esse angulo, sub quo ab astri centro Telluris semidiameter videretur; quia angulus PLC, qui opticus

est.

opticus est, sub quo a centro astri Telluris semidiameter r videretur, astri L parallaxis horisontalis est. 2° cujuslibet astri parallaxim horisontalem omnium maximam esse. 3° $p = p' \sin Z$, aut $p' = \frac{p}{\sin Z}$. 4° Si distantia â Telluris centro in hypothesi Telluris sphaericæ constans sit, parallaxim ejus horisontalem constantem esse.

Sectio 2ª

5.

Methodi parallaxim determinandi tres numerantur: scilicet 1° Methodus latitudinum majorum. 2° Methodus differentiarum declinationis â Spectatoribus valde inter se distantibus in eodem tempore determinatarum. 3° Methodus parallaxium in ascensionem rectam.

6

Priori methodo ad determinandam Lunæ parallaxim Ptolomeum olim, Tichobrahisium postea usos fuisse accepimus. Anno 1679 Haley eam publice communicavit, inventi gloriam cæteris arripiens. Monniar quoque methodo eadem usus est, ut Le Newtoniana Lunæ parallaxi 20'' subtraherat.

7

Methodo hacce sequenti modo procedimus: 1° Spectator eam quærat Geographicam latitudinem, in quâ situs, astrum, quod in maxima Boreali, aut Australi latitudine existit, per Zenith transire videat. 2° In maxima Australi, aut Boreali latitudine astri meridianam ejus altitudinem, aut a Zenith distantiam observare debet, ut declinationem Australem, aut Borealem inveniat. Declinatio hæc de refractionis effectu corrigatur. 3° Declinationem Borealem, Australem ve primæ cum declinatione

Australi

Australi, aut Boreali secundæ observationis conferre debet.
quæ si æquales extiterint, astrum sensibili parallaxi carebit; si vero inæquales inveniantur, earum differentia parallaxeos erit effectus. Cum enim (n.° 3 Cor. 2.) parallaxis in Zenith nulla sit, declinatio a prima observatione inventa vera est; tum declinatio a secunda observatione inventa parallaxeos affectum passa est (n.° 4.). Differentia hæc in formula $p' = \frac{p}{\sin Z}$ substituta, horizontalem astri parallaxim repræsentabit.

8

Eadem etiam methodo utendum fore demonstrabimus in quacumque observatoris positione. Hoc sequenti modo absolvitur. 1.° Observator in maximis astri latitudinibus Boreali, et Australi Borealem, et Australem declinationes meridianas quærere debet. 2.° Declinationes istas a refractione corrigere, et inter se conferre debet, ut ab earum differentia parallaxeos argumentum obtineat. Argumentum hoc erit summa, aut differentia parallaxium, quæ duabus astri declinationibus ab utraque observatione inventis correspondent. 3.° Per formulam $p' = \frac{P \pm p}{\sin Z \pm \sin z} = \frac{P \pm p}{2 \sin\left(\frac{Z \pm z}{2}\right) \operatorname{Cos}\left(\frac{Z \mp z}{2}\right)}$ horizontalem parallaxim determinabit.
Formula hæc a (num. 4 et 4 Cor. 4) deducitur.

9

Methodus secunda duos exigit observatores sub eadem meridiano, et sub parallelis, quo fieri poterit, distantioribus sitos, dummodo ambo simul et eodem

tempore

tempore astrum videant. His absolutis conditionibus ita agitur.

10

1° Observatorum quilibet astri per meridianum transitus altitudinem determinabit. 2° Eorum quisque meridianam altitudinem de refractione corrigat, et astri ad Zenith distantiam a sola parallaxi affectam obtineat. 3° Uterque et poli ad Zenith distantiam obtinead, ejus altitudinem determinabit. 4° Distantiarum Astri, et Poli ad Zenith utriusque observatoris summas accipiat. 5 Summarum aliam ab 180° subtrahet, et quantitatem obtineat, quae cum summa alia comparata, utrum parallaxi gaudeat astrum, nec ne ostendet, si quantitas illa inaequalis fuerit. 6° Quantitas haec, quae parallaxeos altitudinis argumentum est, in formula

$$p' = \frac{P \pm p}{2 \sin \frac{Z \pm z}{2} \cos \frac{Z \mp z}{2}}$$

substituta parallaxim horisontalem exhibebit. Quando astrum inter utriusque observatoris Zenith extiterit signo + cum vero extra fuerit, signo − utendum erit.

11

Methodus haec cum refractionum correctionibus indigeat, si ad praxim, ut supra innuimus, adplicetur, exactitudinis defectu laborabit. Ea igitur, quem ad modum jam infra exponemus, procedendum est.

12

1° Observatorum quisque instans in quo astrum per meridianum transit, tum etiam quantum et in quo sensu altitudo astri meridiana differat ab altitudine syderis unius in eodem parallelo

parallello

parallelo, aut in alio immediate proxime existentis, determinabit. 2° Cum differentiæ ejusmodi inæquales sint, et diversis cælorum plagis respondeant, parallaxi afficiuntur: in quo casu harum differentiarum differentia assumitur, si differentiæ hujusmodi eidem cælorum plagæ, aut ipsarum summa, si diversis plagis respondeant. 3° Hoc parallaxeos argumentum in formula $\pi = \dfrac{P \pm p}{2\sin\left(\dfrac{Z \pm z}{2}\right)\cos\left(\dfrac{Z \mp z}{2}\right)}$ substitutum horizontalem astri parallaxim determinabit.

13

Ratio est, quod si astrum sensibili careret parallaxi, observatorum quisque eandem declinationis differentiam sydus inter et astrum, ac ad eandem cæli plagam invenire deberet: astra namque in eâdem altitudine, (cæteris paribus,) existentia eâdem parallaxi donantur (n°); tum et sydera sensibili parallaxi destituuntur.

14

Quare si declinationis differentia sydus inter et astrum observatorum utrique inæqualis, et ad plagam diversam apparuerit; tunc differentiarum differentia parallaxeos argumentum determinabit, quando differentiæ hujusmodi eidem cæli plagæ respondebunt. E contra si diversæ responderint plagæ, earum summa id argumenti determinabit: quod etiam locum obtinet in quodam casu, scilicet cum differentiarum differentia observatorum utrique æqualis invenitur. Æqualitas hæc observatur, quando eorum cujusque Zenith ad diversas cæli plagas jacens æqualem ab astro distantiam servaverit.

15

Hac etiam methodo utendum, cum spectator uterque sub eadem meridiano non extiterit; dum modo meridianorum suorum differentia cognita sit, ut motus astri in declinationem determinetur, qui in itinere ab uno ad meridianum alterum percurrendo lapso tempori respondet. Quo facto, quantitas haec differentiae declinationis sydus inter et astrum addenda, aut ab ea subtrahenda erit, (prout astrum in suo in declinationem motu ab syderis parallello recesserit, seu ad illum accesserit), ut a sydere ad astrum distantia in instanti in quo facta est observatio altera cognoscatur: deinde supra indicato modo agetur.

16

Tertiam methodum Regiomontanus primus in suo Opere, quod de Cometae magnitudine, longitudineque; ac de loco ejus vero Problemata 16 inscribitur, juxta Lalandi sententiam anno 1544 typis datum cum publico communicavit. Dequiseys Anglus anno 1573 in lucem edidit opus, cui titulus inest ala seu scala mathematica eandem methodum continens. Ea quoque in operibus = des longitudes = = Ephemerides de Kesianee pour l'année 1619 reperitur. Joannes Dominicus Casini = Traité de la Comete de 1681 = eandem denique proponit.

17

Methodus haec sequenti modo absolvitur. 1.o Si ad determinandam parallaxin ex astronomicis tabulis exacte determinari non possit quantitas motus realis astri, quem in ascensionem rectam facit in intervallo observationis temporis, tum per trium quatuorve dierum spacium ascensio astri

astri

astri directa observatur syderis unius respectu, quod in eodem parallello, aut in alio valde proximo extiterit, ut quantum in rectam ascensionem astrum pergerat in observationum intervallo determinetur. Hoc duplici fieri potest methodo: eâ scilicet proportionalium partium, seu illâ interpolationum prout minus, plusve sensibiles fuerint astri in ascensionem rectam motûs inæqualitates.

2.º Per tres vices una eademque die differentia ascensionis rectæ astrum inter et sydus observatur: prima observatio 5, 6 ve horas antequam per meridianum transeant, instituitur; secunda in eodem, quo transeunt, instanti peragitur; tertia 5. 6 ve horas post eorum transitum absolvitur.

3.º Differentiæ hujusmodi in ° convertuntur, et illæ, quæ methodo proportionalium partium, aut illâ interpolationum inventæ fuere, comparantur, ut differentiarum differentia parallaxeos argumentum exhibeat.

4.º Ad determinandam horisontalem astri parallaxim in formula $p = \frac{(P'+P)\,\mathrm{Cos\,in}\,d}{\mathrm{Cos}\,a\,(\sin H' + \sin H)} = \frac{\mathrm{Cos\,in}\,d}{\mathrm{Cos\,in}\,a} \cdot \frac{P'+P}{2\sin\frac{H'+H}{2}\,\mathrm{Cos}\frac{H'-H}{2}}$ argumentum parallaxeos in ascensionem rectam substituitur. $p = \frac{\mathrm{Cos\,in}\,d}{\mathrm{Cos\,in}\,a} \cdot \frac{P'+P}{\sin H' + \sin H}$.

18

Namque (Suppositis H O C horisonte, O R E Fig.ª 2.ᵐᵃ Æquatore

Æquatore, P æquatoris polo, Z observatoris zenith, L loco astri vero, S apparenti; PL = PS, d astri declinationi æquali; a poli altitudine, H angulo horario, P. parallaxi ascensionis rectæ primæ observationi respondenti; h horario angulo, atque P. parallaxi ascensionis rectæ observationi tertiæ correspondenti). SL = LS sin S = $\frac{LS \sin PZ}{\sin ZS}$. sin P,

(cum sin S = $\frac{\sin PZ \sin P}{\sin ZS}$, quod ex resolutione trianguli sphærici PZS deducitur) = p' sin PZ. sin P (n. 15) = parall. ascensionis rect. quam per cos. d dividi opportet, et in partes gradûs æquatoris convertatur. Itaque $P = \frac{p' \sin H \cos \sin a}{\cos \sin d}$

Similiter $P' = \frac{p' \sin H' \cos \sin a}{\cos \sin d}$; ergo $P + P'$

$= \frac{p' \cos \sin a}{\cos \sin d} (\sin H + \sin H')$, seu $p' = \frac{\cos d}{\cos a}$.

$$\frac{P + P'}{\sin H + \sin H'} = \frac{\cos d}{\cos a} \left(\frac{P + P'}{2 \sin \frac{H + H'}{2} \cos \frac{H - H'}{2}} \right)$$

19

Methodus prima duplici vitio laborat; namque 1.° Correctionibus refractionis dependet. 2.° exigit, quod observationes in determinato astri revolutionis tempore instituantur: nihilominus ad determinandam Lunæ parallaxim cæteris excellit.

20

Methodus Secunda in praxi incommoda, immo sæpissime impossibilis redditur, cum Spectatores duos sub eodem meridiano, at distantissimis parallelis existentes requirat. Ea denique erroribus, qui ab instrumentorum differentia, refractionisque correctionibus dependent, maxime laborat: attamen cæteris accuratior est, quam ob rem anno 1751 Lalande, & La Caille eâ ad Lunæ parallaxim determinandam usi sunt.

21

Methodus tertia primæ in eo excellit, quod nempe determinatum observationibus tempus non præscribat: Secundâ quoque præstantior est, quippe quæ Spectatorem unicum requirat: ambobus denique excellentior est; quatenus ad determinandam Lunæ parallaxim a Telluris figura non dependet, si observationes sub æquatore instituantur: si autem sub æquatore non adsit observator, è Telluris figura, quemadmodum reliquæ, dependet.

Pars Secunda

Sectio I

22

Cum (n.ro 3.) parallaxim astrorum longitudinem, latitudinem &c.a afficere constet; idcirco in præsenti sectione formulas parallaxium ascensionis rectæ &c. in hypothesi Telluris

Sphæricæ

Sphaericae praebere lubet. Cum igitur (num 13) sit parallaxis altitud. $= p' \sin Z$. Si ad determinandam cujuslibet astri altitudinem veram formula hac uti velis, observatae altitudini, quae jam refractionis effectu corrigi debet, parallaxim altitudinis addes.

23

Parallax. ascens. rectae $= \frac{p' \operatorname{Cosin} d. \sin L}{\sin Z}$ (n° 24). Si hac formula uti velis ad veram cujuslibet astri rectam ascensionem determinandam, ascensioni rectae observatae parallaxim rectae ascensionis addes, sive eam de illâ subtrahes, prout observatio vespere, aut mane fuerit instituta.

24

Parall. decl. $= p' (\sin d. \sin Z - \operatorname{Cos} d \operatorname{Cos} Z \operatorname{Cos} L)$

Fig. Cum enim P aequatoris polum, S locum cujuslibet astri L apparentem, Z observatoris Zenith, $SPS = PL =$ supponas, in triangulo LIS in quo IS parallaxim declinationis repraesentat, $IS = LS \operatorname{Cos} S = p' \sin ZS \operatorname{Cos} S = p' \sin ZS \sin S. \operatorname{Cot} S = p' \sin ZS \sin S \left(\frac{\operatorname{Cot} PZ \ldots}{\sin PS} - \operatorname{Cos} PS. \operatorname{Cot} P \right) = p' (\operatorname{Cos} PZ \sin PS - \operatorname{Cos} PS \operatorname{Cos} P. \sin PZ) = p' (\sin d \sin Z - \operatorname{Cos} d. \operatorname{Cos} Z \operatorname{Cos} L)$, quae parallaxis ad veram declinationem inveniendam apparenti declinationi addenda, seu de eâ subtrahenda erit, prout haec eadem, aut diversa a vertici poli denominatione gaudeat.

gaudeat.

25

Secundus hujus formulæ terminus primo addendus erit, si astri ad meridianum distantia $\leqq 90°$, simulque ejusdem astri ad æquatoris polum distantia $\geqq 90°$ extiterit.

26

Parall. longit $= \frac{p' \sin h' \sin z'}{\operatorname{cosin} L}$. quia (suppositis h' altitudine nonagesimi, z' distantia apparenti astri ab nonagesimo, L ejus altitudine apparenti, HOC horisonte, HZC meridiano, (Fig 2^{a}) ORE Ecliptica, P ejus polo, Z observatoris zenith, l loco astri vero, s loco ejus apparenti; $ON = 90°$, et $PS = (Pl)$. N erit nonagesimum, $SL = ls \sin s$; sed $\sin s =$
$= \frac{\sin PZ \sin P}{\sin Zs}$: ergo Sl, aut parall. long. $=$
$= \frac{ls \sin PZ \sin P}{\sin Zs} = p' \sin PZ \sin P$, quam per Cosin L dividi oportet, ut in partes gradûs Eclipticæ convertatur; idcirco parall. long $=$
$= \frac{p' \sin z' \sin h'}{\operatorname{cosin} L}$.

27

Ad formulam hancce calculandam 1^{o} nonagesimi altitudinem, deinde apparentem astri ab nonagesimo distantiam determinare tenemur. Ad determinandam nonagesimi altitudinem fiat Radius ad Cosin. altitudinis culminantis puncti ut

Sin. anguli

Sin. anguli ab Ecliptica meridianoque efformati ad altitudinem nonagesimi: quia ex triangulo O C E rectangulo in C deducitur: R: Cos. EC: : Cos. CEO: COE; inde evidens fit, quod ad nonagesimi altitudinem determinandam altitudo culminantis puncti, et angulus ab Ecliptica meridianoque efformatus cognosci debet. Sed ut puncti culminantis altitudinem habeas, 1.° temporis intervallum inter meridiem antecedentis diei, atque observationis instans in gradus convertere debes: eaque quantitas ascensioni rectæ, quam in eodem instanti Sol habet, addenda erit. 2.° In astronomicis tabellis punctum Eclipticæ huic Æquatoris puncto correspondens, et declinatio culminantis puncti quæri debet. 3.° Altitudo meridiana culminantis puncti calculabitur.

28

Ut angulum E habeas, calculato, ut supra docuimus, Æquatoris puncto, in astronomicis tabellis punctum Eclipticæ Æquatoris puncto correspondens et angulum O E C quærere debes.

29

Ut distantiam astri a nonagesimo apparentem habeas, nonagesimi longitudinem determinare debes, quod sequenti analogia consequitur. Tang. altitud. culminantis puncti ad Radium, ut Cosin. anguli ab Ecliptica ac meridiano

meridiano efformati ad tangentem arcus unius, qui addendus longitudini culminantis puncti, aut de ea subtrahendus est, si Observator in Boreali plaga extiterit, et punctum illud in signis ascendentibus aut descendentibus collocetur: si vero in Australi plaga observator extiterit, inversis operationibus procedendum est.

30

Diximus tang. altit. puncti culm. ad Radium, ut Cosin anguli ab Ecliptica, et meridiano efformati ad tangentem arcus unius; namque in triangulo OEC habebis: R : cot. CE :: Cosin E : cot OE; sed arcus Eclipticae EN inter punctum culminans et nonagesimum comprehensum est complementum OE: ergo R : cot EC :: Cosin E : tang EN; seu tang. EC : R :: Cosin E : cot EN.

31

Parallaxis longitudinis additur longitudini astri apparenti, aut de ea subtrahitur, prout astrum plus minusve ultra culminans punctum juxta Signorum ordinem reperitur.

32

Parallaxis latitudinis = p' (Cosin h' cosin l − sin h' cosin Z' sin l); quia (Suppositis etiam P. polo Eclipticae, ORE Ecliptica, HOC horizonte &c) ex triangulo LCE deducitur SS = LS cosin S = p' cosin S sin ZS = p' sin ZS cot S sin S = p' S sin ZS sin S $\left(\frac{\text{cot PZ sin PS} - \text{cosin PS cot P}}{\text{sin P}}\right)$ =

$= \rho' (\text{cosin } PZ \sin PL - \text{cosin } PS \text{ cosin } P. \sin PZ) =$

$= \rho' (\text{cosin } h' \text{ cosin } b - \text{cosin } z' \sin h' \sin l) =$ parall. latitudinis. In qua formula signum + in − convertetur, si astri ab nonagesimo, et ejus ab Ecliptica polo supera horisontem elato distantia alia > alia < 90° extiterit.

33

Ad veram astri cujuslibet latitudinem obtinendam apparenti ejus latitudini parallaxis latitudinis addenda erit, aut ab eâ subtrahenda, prout declinatio ejus apparens ejusdem ac elati poli denominationis fuerit, aut e contrario.

34

Tam formula (num. 32) quam ea (num. 24) errori obnoxia sunt, quippe in quibus $PL = PS$ supponitur. Duplici autem modo errores istiusmodi corrigere tentatum est. 1° Pro cosin z' (num 32) substituitur $\text{Cosin} \left(\frac{\text{dist. ver.} + \frac{1}{2} \text{ parall. long.}}{\text{Cosin } \frac{1}{2} \text{ parall. long.}} \right)$.

Et pro cosin h (num. 24) substituitur

$\text{Cosin} \left(\frac{\text{dist. ver.} + \frac{1}{2} \text{ parall. ascens. recta}}{\text{Cosin } \frac{1}{2} \text{ parall. ascens. rect}} \right)$. 2°

In formula (num 32) tertius inferitur terminus, qui $= \frac{(\text{parall. long.})^2 \sin 2 \text{ lat. ver. astr.}}{4 \text{ Rad. in gradus convers.}} =$

$= 4{,}08352 + 2 \log. (\text{parall. long.}) + \log. \sin 2$ latitud. ver.: quod correctio subtrativa est, si astri latitudo borealis fuerit, si vero australis additiva

additiva. Et in formula (num 24) tertius quoque inseritur terminus $= 4,08352 +$ log. parall. ascens. rect. $+$ log sin 2 decl. ver. qui subtrativus est, si astri declinatio borealis fuerit, si vero australis additivus.

35

Præter formulas (num 24, et 32) juxta methodos supra memoratas correctiores redditas, aliæ prostant, quæ simpliciores commodioresque sunt, quam vero exponere propero, omnibus præstantior est. Parall. Lat $= \dfrac{p \text{ cosin } h \text{ sin } d - P \text{ sin } L \text{ cosin } (D + \frac{1}{2} P) \text{ cos. } L}{\text{sin } D}$.

Namque supposito P observatoris zenith, Z Eclipticæ polo, m vero, M apparenti astri loco, (Fig. 3.) D vera, d apparenti ad nonagesimum distantia, P longitudinis parallaxi, atque h nonagesimi altitudine; ex triangulis Z Pm, Z P M deducitur Cosin $P = \dfrac{\text{Cosin } Zm - \text{cosin } ZP \text{ cosin } Pm}{\text{sin } PZ \text{ sin } Pm} =$

$= \dfrac{\text{Cos } ZM - \text{cosin } PZ \text{ cosin } PM}{\text{sin } PZ \text{ sin } PM}$: unde ....

Cosin Zm sin Pm $-$ cosin ZM sin Pm $=$ cosin ZP cosin Pm sin PM $-$ cosin PZ cos. PM sin Pm $=$ Cosin PZ sin (PM $-$ Pm) $=$ Cosin PZ sin Mm $= p$ Cosin PZ sin Pm (n° 4 coroll. 4° 3°), seu Cos Zm $-$ Cosin ZM $\dfrac{\text{sin Pm}}{\text{sin PM}} =$ Cosin PZ p;

At

$$\text{At } \sin Pm = \frac{\sin Zm \sin PZm}{\sin P}\ ;\ \sin PM =$$

$$= \frac{\sin ZM \sin PZM}{\sin P.}\text{, et } \frac{\sin Pm}{\sin PM} = \ldots$$

$$\frac{\sin Zm \sin PZm}{\sin ZM \sin PZ} : \text{ergo } \operatorname{cosin} Zm - \sin Zm \ldots$$

$$\cot.\ ZM \frac{\sin PZm}{\sin PZM} = p' \cos PZ = \sin L - \ldots$$

$$\operatorname{Cosin} L \operatorname{tang} l \frac{\sin D}{\sin d} : \text{unde } \operatorname{tang} l = \frac{\sin L}{\operatorname{Cosin} L}.$$

$$\frac{\sin d - p' \operatorname{cosin} L \sin d}{\ldots\ \operatorname{cosin} D} = \frac{\operatorname{tang} L \sin d}{\sin D} - \ldots$$

$$\frac{p' \operatorname{cosin} L \sin d}{\operatorname{Cosin} L \sin D}. \quad 1$$

$$\operatorname{Tang}.\ L - \operatorname{tang} l = \frac{\sin (L-l)}{\cos L \cos l} = \ldots$$

$$= \frac{p' \operatorname{cosin} L \sin d}{\operatorname{Cosin} L \sin D} - \operatorname{tang} L \left(\frac{\sin d - \sin D}{\sin D}\right) = \ldots$$

$$\frac{p' \operatorname{cosin} L \sin d}{\operatorname{Cosin} L \sin D} - \operatorname{tang} L \sin \tfrac{1}{2}(d - D) \ldots$$

$$\frac{\operatorname{Cosin} \frac{1}{2}(d+D)}{\sin D} = \frac{p' \operatorname{cosin} L \sin d}{\operatorname{Cosin} L \sin D} - \ldots$$

$$2 \sin \tfrac{1}{2} P \operatorname{cosin}(D + \tfrac{1}{2} P) \sin L\text{, sive} \ldots$$

$$\sin (L - l) = L - l = \text{parall. latitud} = \ldots$$

$$=\left(\frac{p \cos h \sin d - P \cos\left(D+\frac{1}{2}P\right)\sin L}{\sin D}\right)\cos d$$

36

Formula hæc parallaxim declinationis exhibebit etiam, si per D, d astri ad meridianum distantias, L, l ejus declinationes, P parallaxim ascensionis rectæ, et h poli altitudinem repræsentemus. Si astri declinatio valde magna fuerit, valor parallaxis declinationis hac formula deductus multum a vero distabit; tunc quæ cosinu declinationis apparentis, qui calculo juxta methodum jam supera expositam instituto invenitur, uti necesse est.

Sectio 2a

37

Inprimis quædam demonstrabimus lemata, quibus infra nobis utendum. 1mum Si m æquatoris, et n Telluris radium, a angulum a verticali OK a radio OC efformatum (Fig. 4ae) l cujuslibet Telluris puncti latitudinem, atque $l' = l - a$ latitudinem ejusdem puncti ab Telluris centro observati ponas; erit $\sin a = \ldots$ $\frac{m^2-n^2}{m^2} \sin l \cos l'$; quia cum sit subnormalis $DK = \frac{n^2 x}{m^2}$, $CK = \frac{x(m^2-n^2)}{m^2}$; $CO = \ldots$ $\frac{x}{\cos l}$, et $\sin a = \frac{CK}{CO}\sin l$, erit $\sin a = \ldots$ $\frac{m^2-n^2}{m^2}\sin l \cos l'$.

2dum

2um. $\sin a = \frac{m^2 - n^2}{n^2} \operatorname{cosin} l \sin l'$; namque cum sit $\sin a = \frac{CK}{OK} \sin l'$, atque $KO = \frac{DK}{\operatorname{cosin} l}$, erit $\sin a = \frac{m^2 - n^2}{n^2} \operatorname{cosin} l \sin l'$.

3um. $\frac{m}{n} = \sqrt{\frac{\operatorname{tang} l}{\operatorname{tang} l'}}$; namque $\frac{m^2 - n^2}{m^2} \sin l \cos l' = \frac{m^2 - n^2}{n^2} \operatorname{cosin} l \sin l'$, unde $\frac{m}{n} = \sqrt{\frac{\operatorname{tang} l}{\operatorname{tang} l'}}$ deducitur.

4um. Telluris radius OC, aut $R = \sqrt{\frac{\sin l}{\cos a \sin l'}}$ quia $CO^2 = \frac{n^2}{m^2}(m^2 - x^2) + x^2$, et $x^2 = CO^2 \cos^2 l'$, erit $CO^2\left(1 - \frac{(m^2 - n^2)}{m^2} \operatorname{cosin}^2 l'\right) = n^2 = CO^2 \frac{(\sin^2 l - \sin^2 a)}{\sin^2 l'}$, aut $CO = \frac{n \sin l}{\sqrt{(\sin(a+l) \sin l)}} = n\sqrt{\frac{\sin l}{\cos a \sin l'}}$ (supposito $a = \frac{1}{\infty}$ respectu l, et etiam $R = m \ldots \sqrt{\frac{\cos l}{\cos a \cos l'}}$, quia $n = \frac{m \cos l}{\cos l'}$, et $R = n\sqrt{\frac{\sin l}{\cos a \sin l'}}$ erit $R = m\sqrt{\frac{\cos l}{\cos a \cos l'}}$.

5um. $P = p\sqrt{\frac{\cos a \cos l'}{\cos l}}$ (si dicas P parallaxim horizontalem æquatorianam, p parallaxim horizontalem

~~horisontalem ad quemcumque Telluris locum)~~; namque (num.) $P:p::m\sqrt{\frac{\cos a\cos l'}{\cos l}}:m$, unde $P=$

$p\sqrt{\frac{\cos a\cos l'}{\cos l}}$

38

Ex observationibus circa Telluris figuram a claris viris institutis constat eam non exacte sphæricam esse, sed sub polis compressam, et ad æquatorem elevatam existere: quare si ejus figuram Ellipsoidalem admittimus et per Elipsim PQZM curvam generatricem figuræ Telluris, et cujus PM sit axis minor, aut Telluris axis, et ZE axis major, repræsentamus, et per ZLQR verticalem astri planum, per O observatoris locum, per ZOK zenith lineam, et HAKR horisontem; evidens est, quod si astrum L a puncto O per radium OL observetur, a puncto K, in quo verticalis linea per observatoris zenith transiens axim PM secat, conspiceretur per radium Km, qui OL parallelus, æqualisque est: ideoque KLO parallaxis esset, si ad hoc punctum K cœlesti motus referrentur, quia $KLO=ZOL-ZKL$. Fig. 4^ta^

39

Sed cum cœlestes motus ad Telluris centrum referantur (num 2) KLC differentia est inter parallaxes OLK, et OLC, seu differentia

inter locum

inter locum in quo astrum a Telluris centro ob-
servatum conspiceretur, atque illum, in quo ap-
pareret, si a puncto K observaretur.

40

Cum itaque differentia haec astrorum positio-
nem afficere soleat, jam infra ostendam cor-
rectiones, quae fieri debeant, positionum a punc-
to K observatarum, ut ad illas reducantur, in
quibus astra ex Telluris centro viderentur.

41

Plani KlC positio per KC, quae Telluris axis
portio quaedam est, et per KO determinatur,
ideoque planum, in quo KlC existit circuli
horarii planum est. Quare ascensionis rectae
Correctio substituto $p\sqrt{\frac{\cos a \cos l'}{\cos l}}$ in formula
(num 23) pro parallaxi horizontali perfici-
tur.

42

Declinationis correctio, sive $KlC = \frac{CK}{Cl}$ cos. . .
declin ver: sed $CK = \frac{R \sin lOK}{\sin OKP} = \frac{R \sin a}{\sin l} =$
$= \frac{n \sin a}{\sin l}\sqrt{\frac{\sin l}{\cos a \sin l'}}$, et $Cl = \frac{n}{p}\sqrt{\frac{\cos a \sin l'}{\sin l}}$:
ergo $ClK = \frac{p \sin a}{\sin l}$ cos. decl. ver. $= \frac{m^2-n^2}{n^2}\, p$ . .
$\cos l'$ cos. decl. ver. Correctio haec subtractiva
si declinatio astri ejusdem ac poli everti deno-
minationis fuerit, si vero denominationis di-

versae

diversa extiterit, additiva est.

43

Cum sit KLC (Fig. 4) declinationis correctio, aut M locus (Fig 3ª) astri, si a puncto tk videretur, et m ejusdem locus, si a Telluris centro observaretur, et P æquatoris polus, atque Z Ecliptice polus, erit mn longitudinis, Mn latitudinis correctio. Si autem Z observatoris Zenith fuerit &c.ª ut supra, erit mn Azimuth, et Mn altitudinis correctio.

44

Longitudinis correctio, seu $mn = \frac{d\,Pm \sin Z \sin Pz}{\sin Zm \sin Pm}$ (Fig. la Caille nº 277) $= \frac{Mm \sin Z \sin Pz}{\sin Zm \sin Pm} =$

$= \frac{m^2-n^2}{m^2} \frac{\text{Cos. } l' \cos \text{long ver. } \sin \text{obliq. Eclipt.}}{\text{Cos. lat. ver.}}$.

Quæ correctio additiva est in 4º 5º 6º 7º 8º et 9º signis, atque in reliquis subtractiva, si observator in boreali plaga stiterit, si vero in australi, contrariis signis utitur.

45

Latitudinis correctio, aut $Mn = d\,Pm \cos m =$

$\frac{Mm (\cos Pz - \cos Pm \cos Zm)}{\sin Pm \sin Zm}$ (La Caille Fig. nº 273 et 250) $= \frac{m^2-n^2}{m^2} \gamma \cos l' \frac{(\cos \text{obl. Eclipt.} -}{\sin \text{lat ver.}}$

$\dfrac{-\text{cos decl. ver. cos. lat. ver.}}{\text{Sin lat. ver.}}\Big) = \dfrac{m^2-n^2}{m^2} \text{ p cos } l' \Big($

$\dfrac{\text{Cosin Obl. Ecl.}}{\text{Sin lat. ver.}} - \text{cot. lat. ver. cos decl. ver}\Big)$: cujus formulæ secundus terminus additivus est, si latitudo, aut declinatio diversæ ac poli elati denominationis extiterit; ast correctio hæc subtractiva est, si astri latitudo ejusdem ac elati poli denominationis fuerit, sive ro diversæ, additiva erit

46

Correctio Azimuth aut $mn = \dfrac{Mn \text{ sin } PZ \text{ sin } Z}{\text{Sin } Zm \text{ sin } Pm} =$
$= \dfrac{m^2-n^2}{m^2} \text{ p cos } l' \text{ sin } l \dfrac{\text{cos. Azimuth}}{\text{cos. alt.}}$. Correctio hæc additiva est Azimuth apparenti a puncto horizontis elato polo opposito, et per meridianum secto usque ad puncta Este, et Oeste: e contra subtrativa est, scilicet ab horizontis puncto, quod ad elatum polum jacet, et per meridianum sectum est usque ad puncta Este, et Oeste, si observator in boreali plaga steterit, sed omnia e contrario eveniunt, si in australi parte situm obtineat.

47

Correctio altitudinis, seu $Mn =$ . . . . .

$$= Mn \left(\frac{\cos Pz - \cos Pm \cos Zm}{\sin Pm \sin Zm} \right) = \ldots$$

$\frac{m^2 - n^2}{m^2}$ p cos l' ($\frac{\cos l}{\sin \text{lat ver}}$ − cot alt ver cos.

decl ver.). Quæ correctio subtractiva erit de apparenti astri altitudine. Secundus hujus formulæ terminus additivus est, si declinatio diversæ quam elati poli denominationis fuerit

Manoel José Pereira da Silva

Antonio Joaqᵐ Pinheiro Pimentel Lima filho de Antᵒ Pinheiro Pimentel natural do Couto de Formoselha defendi-os em 30 de Maio de 1796

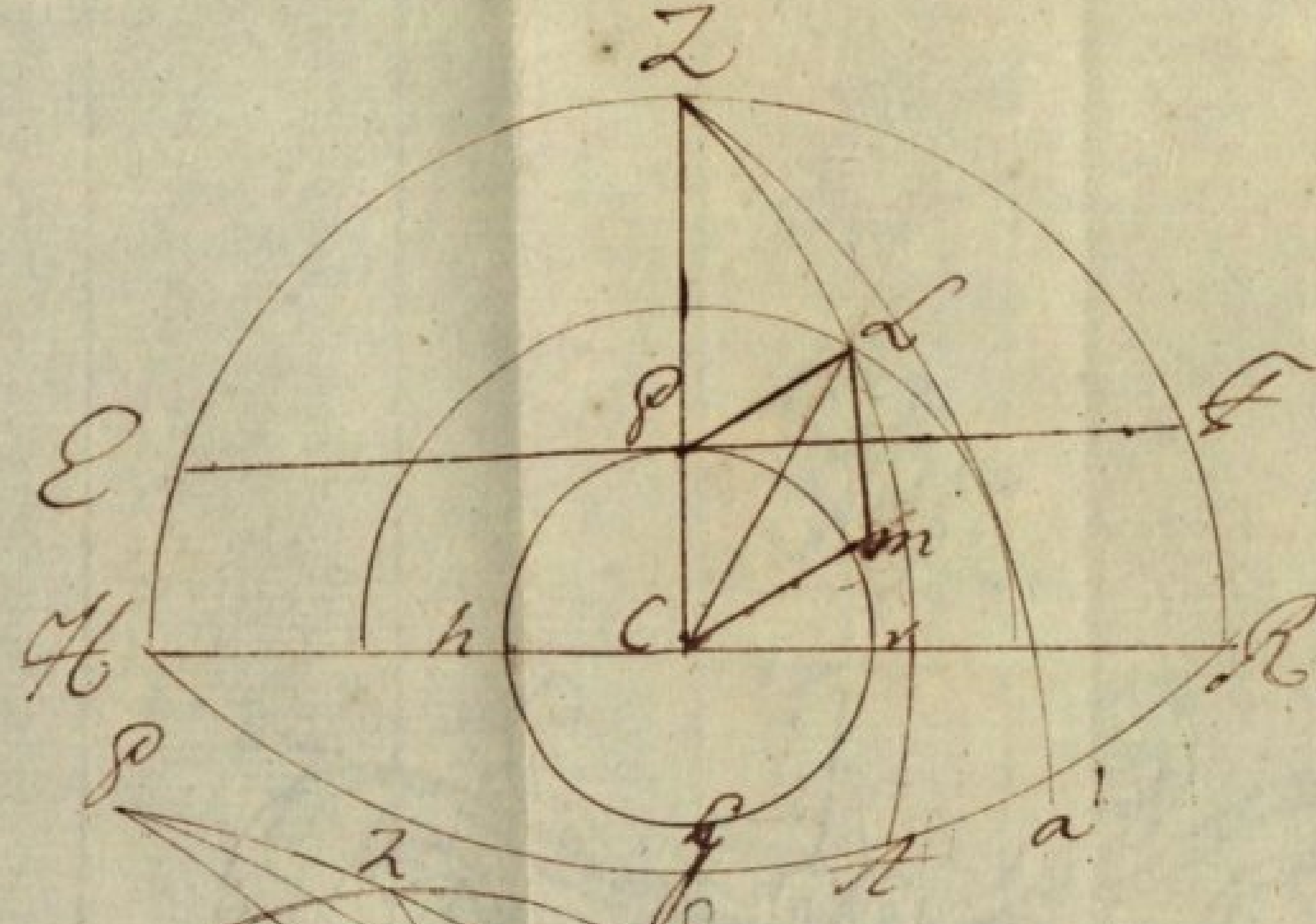

Fig. 1.ma

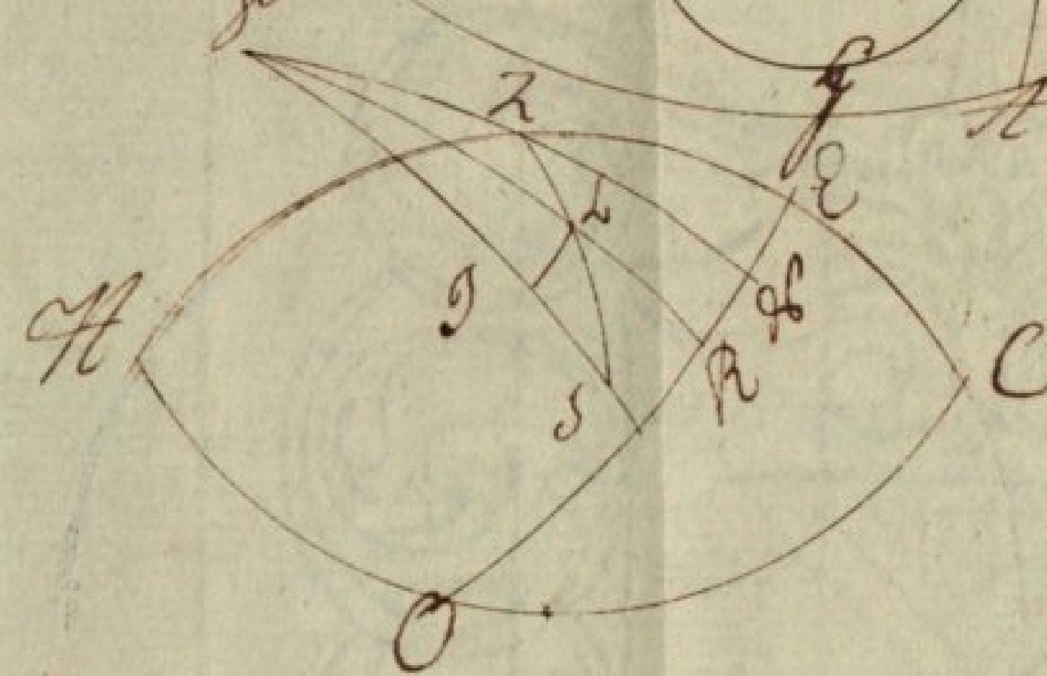

Fig. 2.a

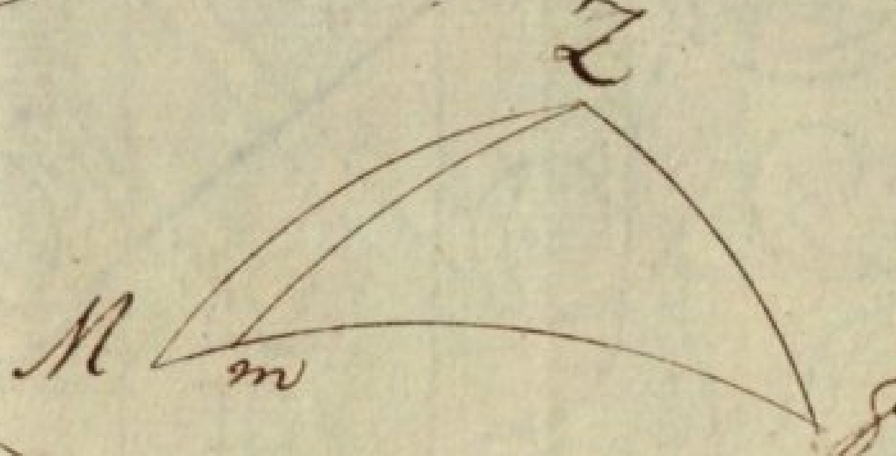

Fig. 3.a

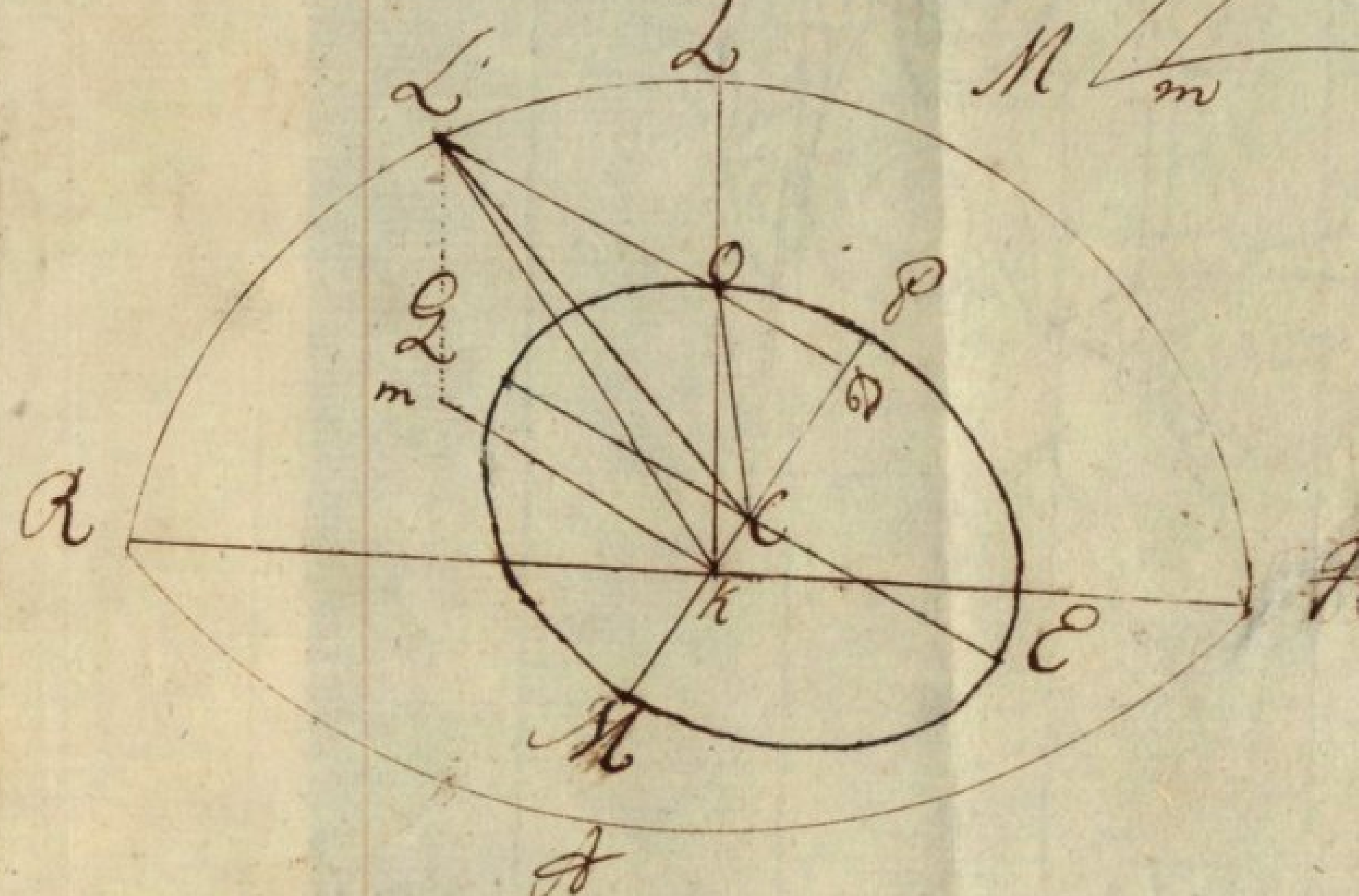

Fig. 4.a