

no correspondente ao instante do meio-dia verdadeiro. E havendo alguma differença compara-se com a da passagem seguinte ou da estrella, ou do Sol, e se conhecerá a differença correspondente a qualquer instante do intervallo, e consequentemente o tempo sideral, ou Ascensão Recta de qualquer astro que então passasse pelo meridiano. E do mesmo modo notadas as differenças em dous meios-dias consecutivos a respeito do tempo medio que lles correspondia, ou do o.<sup>o</sup> do tempo verdadeiro, será conhecido qualquer destes para o instante intermedio, em que se tenha feito qualquer observação; e marcado o tempo della pela dita pendula.

25. O tempo da passagem de hum astro por qualquer circulo horario, assim como o da passagem pelo meridiano, reduz-se tambem a achar-se o tempo medio correspondente a huma Ascensão Recta do meridiano conhecida, só com a differença de não ser essa simplesmente a do astro, mas a do astro augmentada ou diminuida do angulo horario, conforme ficar este para Occidente ou para Oriente do meridiano, e tendo tambem attenção á variação da Ascensão recta pelo que respeita nos Planetas (n. 20.).

26. Por exemplo: Tendo no primeiro de Janeiro observado para Occidente a altura do Sirio, e por ella juntamente com a sua Declinação, e com a Latitude do Lugar, achado o angulo horario  $62^{\circ} 47' 5''$ , reduzi-lo-hemos a tempo a razão de  $15^{\circ}$  por hora, e dará  $4^h 11' 10''$ , o qual juntó á Ascensão Recta da estrella em tempo  $6^h 36' 32''$  dará a Ascensão Recta do meridiano no instante da observação  $10^h 47' 42''$ . E se esse meridiano do Lugar da observação estiver para Occidente de Coimbra  $23^{\circ} 22'$ , ou  $1^h 33' 28''$  será a Ascensão Recta delle ao meio-dia medio  $18^h 40' 5''$ ,  $76$  (n. 16.), a qual sendo tirada da que se achou para o instante da observação, fica o resto  $16^h 7' 36''$ , 24 do qual tirando successivamente as partes proporcionais ás horas, minutos, e segundos (n. 18.) acharemos o tempo medio procurado  $16^h 4' 57''$ , 29. Este methodo he mais simples do que o vulgarmente usado por meio da passagem da estrella pelo meridiano, porque só essa requer hum calculo tal como o antecedente, e depois o angulo horario não se hade reduzir a tempo a razão de  $15^{\circ}$  por hora, mas de  $15^{\circ}$  por o.<sup>o</sup>  $59'$ , 836, que he redução mais trabalhosa.

27. Em quanto ao Sol: O seu angulo horario em tempo, a razão de  $15^{\circ}$  por hora, sendo para Occidente, dá immediatamente o tempo verdadeiro no Lugar da observação; e sendo para Oriente, tira-se de  $2^h$ , e o resto he o tempo contado astronomicamente desde o meio-dia antecedente. Com elle, e com a differença dos meridianos se saberá o que então se contava no meridiano de Coimbra, e consequentemente a Equação para se reduzir ao medio (n. 11. 14.).

28. Da mesma maneira se achará o tempo do Nascimento e Occaso dos astros, tendo advertido que nesse caso não he necessaria observação para saber o angulo horario, porque he o mesmo que o seu arco semidiurno, unicamente dependente da Declinação dos mesmos astros, e da Latitude do Lugar. O arco semidiurno se achará pela Taboa das differenças ascensionais (Vol. II. pag. 134, e 197).

29. Na mesma pagina segunda se apontão os Phenomenos, e as observações mais importantes de cada mez. Tais são as conjunções da  $\odot$  e dos Planetas com as estrellas, e de huns com os outros. E estas conjunções se entenderão sempre em Ascensão Recta, porque essas, assim como as dif-

ferenças de Declinação, são as que immediatamente se observaõ. Primeiramente se poem o tempo da  $\odot$ ; depois o sinal do astro que relativamente se move a respeito do outro que se lhe poem adiante; e por fim a differença verdadeira das Declinações no instante da mesma  $\odot$ , marcada com o sinal + quando o primeiro astro passa ao Norte, e com — quando ao Sul do segundo. Assim em 8 de Janeiro (1804)  $7^h 12'$ , 2 do tempo medio de Coimbra  $C \pi \Pi$ , +  $26'$ , 1 quer dizer, que nesse tempo se achará a Lua em conjunção de Ascensão Recta com a estrella  $\pi$  de Scorpio, e  $26'$ , 1 para o Norte della, sem attender aos effeitos opticos da parallaxe.

30. E vaõ notadas todas as que em rasão dos ditos effeitos da parallaxe podem ser eclipticas em alguma parte da Terra, de cujo calculo se tratou no Vol. I. pag. 230. Mas as que haõ de ter lugar em Coimbra, e com pouca differença em todo o Reino de Portugal, vaõ já calculadas, apontando-se os tempos da Immersão e da Emerção, e marcando-se os pontos da circumferencia da Lua por onde ha de entrar e sair a estrella contados em grãos desde o ponto mais alto da Lua para Oriente quando tiverem o sinal +, e para Occidente quando tiverem —. Alem disso se marca tambem a differença das Declinações apparentes nesses mesmos pontos com o sinal + entrando ou sahindo a estrella para o Norte do centro da Lua, e — para o Sul. Por qualquer destes meios, ou por ambos, se fará juizo do ponto da Lua onde se deve esperar a sahida da estrella, porque sem isso só por acaso se pode fazer bem a observação. Quem usar de hum telescopio montado parallaticamente, e bem verificado, não carece dos ditos meios, porque pondo a estrella na entrada perto do fio parallelo ao Equador na mesma proximidade delle observará a sahida, visto que ella não muda de Declinação. Nos eclipses do Sol o principio he o que não pode ser bem observado sem se saber o ponto da circumferencia delle onde se hade esperar o contacto, e a primeira impressão sensivel da interposição optica do disco da Lua; e esse sómente pode conhecer-se pelo primeiro dos meio sobreditos, o qual sempre se notará nos eclipses visiveis em Coimbra. E marcaremos tambem com o sinal ? todos os eclipses, cujo annuncio não podemos afiançar por dependerem de huma pequena quantidade que póde não ter lugar, sendo dentro dos limites a que se extendem os erros das Taboas.

31. As observações dos eclipses do Sol, e das estrellas, são da maior importancia, tanto para rectificar as Taboas da Lua, como para determinar a Longitude Geographica dos Lugares onde ellas se fizerem. E por isso he muito de recomendar aos nossos navegantes, que aproveitem todas as occasiões de as fazerem nas ilhas, portos, enseadas, e quaisquer outros pontos do Globo, onde abordarem: para o que não precisaõ mais do que de hum hum Oculo achromatico de tres pés, porque elles costumão levar os Instrumentos necessarios para a determinação do tempo, na qual deve procurar-se a maior exactidão possivel. Estas observações carecem de huma redução, de que se tratou no primeiro Volume pag. 236. a qual pode ser feita a todo o tempo, e aqui faremos com muito gosto a de todas as que nos forem remetidas, com as quais iremos acertando as posições dos Lugares na Taboa Cosmographica, que publicamos neste Volume, e continuaremos a publicar nos seguintes.

32. Os eclipses da Lua não carecem da sobredita redução; mas a dif-

ferença dos tempos, em que se observou a mesma phase, dá immediatamente a differença dos meridianos. São porém menos exactas as determinações fundadas nestas observações, por causa da gradação successiva da penumbra, que não deixa bem distinguir o termo justo da sombra, donde vem que no mesmo Lugar diferentes Observadores julgaõ o principio, e fim destes eclipses em tempos diferentes até 4 minutos, principalmente usando de telescopios de differente alcance. Não devem com tudo desprezar-se estas observações, e muito mais porque em cada eclipse se podem fazer muitas, notando os tempos, em que entraõ, e sahem da sombra as manchas, e pontos notaveis da Lua, cuja figura se achará no fim do primeiro Volume. A entrada de cada mancha comparada com a observada em outro Lugar dá a differença dos meridianos por essa observação, e o meio arithmetico de todas dá o resultado geral das entradas, ou immersões; e achando do mesmo modo o das emersões, o meio arithmetico delles dará a differença dos meridianos muito proximamente. Com exactidão porém a daria, se cada hum dos Observadores fosse constante no grão de escuridade, que começou a tomar por termo da sombra, porque então quanto hum julgasse a immersão antes que o outro, tanto julgaria a emersão depois, e os meios arithmeticos de ambos os Observadores coincidiriaõ no mesmo instante physico.

*Pagina III.*

33. Os calculos dos Planetas, que se contém nesta pagina, foraõ feitos pelas Taboas publicadas na terceira edição da Astronomia de Lalande, exceptuando os de Marte, para os quais nos servimos das Taboas que se acharão no fim do primeiro Volume. E para não ficar baldada para o publico a exactidão, com que se fizeraõ, todos os Lugares calculados não se dão sómente em minutos, mas ajuntaõ-se as decimas de minuto, de maneira que nunca levo a respeito do que deu o calculo differença maior que a de 0', 05, ou de 3", e assim podem servir para todos os casos, em que for necessaria huma tal exactidão.

34. Os Lugares de Mercurio, cujo movimento he mais rapido, e menos uniforme, vaõ calculados de tres em tres dias, os dos Planetas seguintes de seis em seis, e os do ultimo de quinze em quinze. Mas na passagem de hum mez para outro, succede algumas vezes ser o intervallo diferente, visto que não tem todos o mesmo numero de dias, e que sempre se começa no primeiro de cada hum, donde resulta que sómente na passagem de hum mez de 30 dias para o seguinte he que não se altera o andamento de nenhum dos ditos intervallos.

35. Qualquer que seja o intervallo, a differença de dous Lugares consecutivos dividida pelos dias do intervallo dá o movimento diurno, e esse multiplicado pela parte dada do intervallo reduzida á unidade do dia dá a parte proporcional correspondente additiva, ou subtractiva, conforme forem os Lugares crescendo, ou diminuindo. Por exemplo: Querendo a Ascensão Recta de Venus em 21 de Janeiro (1804) ás 10<sup>h</sup> 48', achamos na Ephemeride que a 19 he 52<sup>o</sup> 36', 3 e 33<sup>o</sup> 50', 7 a 25, cuja differença 7<sup>o</sup> 14', 4 dividida pelo intervallo 6 dá o movimento diurno 1<sup>o</sup> 12', 4, e este multiplicado por 2<sup>d</sup>, 45

(que he a parte do intervallo correspondente ao tempo proposto) dá a parte proporcional  $2^{\circ} 57', 4$ , que junta neste caso á Ascensã do dia 19, dá a que se procura  $327^{\circ} 35', 7$ .

36. No calculo antecedente suppoem-se que o movimento he uniforme em cada intervallo, como podê suppor-se quasi sempre nos usos ordinarios. Mas quando for necessario grande exactidaõ, he necessario que se attenda ás segundas differenças; e isso, quer os intervallos sejaõ iguais quer desiguais, se fará desta maneira: Busque-se tambem o movimento diurno do intervallo seguinte; e se esse for igual, ou quasi igual ao antecedente, será exacta ou quasi exacta a supposiçã da uniformidade. Não o sendo porém, tome-se a differença delles, e divida-se pela soma dos intervallos; e o quociente multiplicado pelo complemento da parte dada do intervallo (isto he, pelo que falta á dita parte para se completar o intervallo inteiro, ou pela differença entre o intervallo e a mesma parte) dará a correçã do primeiro movimento diurno, additiva quando elles vão diminuindo, subtractiva quando vão crescendo; e esse, assim correcto, sendo multiplicado pela parte do intervallo dará a parte proporcional, e consequentemente o Lugar que se busca. Se os dous movimentos diurnos forem para partes oppostas, hum directo e o outro retrogrado, ou hum para o Norte e o outro para o Sul, a differença delles se torna em soma, a qual segue a denominaçã do segundo.

37. Assim no mesmo exemplo antecedente, o intervallo seguinte de 25 de Janeiro a 1 de Fevereiro he de 7 dias, o movimento diurno  $1^{\circ} 10', 486$ , cuja differença a respeito do antecedente  $1', 014$  dividida pela soma dos intervallos 15 dá o quociente  $0', 147$ , e este multiplicado por  $3^{\circ}, 55$  (que he o complemento da parte do intervallo dada  $2^{\circ}, 45$ ) dá a correçã  $0', 52$  additiva neste caso ao movimento diurno antecedente  $1^{\circ} 12', 4$ , que ficará reduzido a  $1^{\circ} 12', 92$ , e multiplicando-o pela parte do intervallo  $2^{\circ}, 45$ , teremos a parte proporcional correspondente  $2^{\circ} 58', 7$ , e consequentemente a Ascensã Recta procurada  $327^{\circ} 35', 0$ .

38. He tambem necessario recorrer ás segundas differenças quando se quizer saber o tempo das Estações, maximas Elongações, Latitudes, ou Declinações. Nos dous intervallos consecutivos, dentro dos quais se vê que cahê o tempo procurado, buscão-se os movimentos diurnos, e a differença delles que se reduz a soma quando são para partes contrarias, como acima se advertio, se divide pela soma dos intervallos. Do quociente multiplicado pelo primeiro intervallo (que vem a ser ametade da dita differença, quando ellos são iguais) tira-se o primeiro movimento diurno; e o resto, que semelhantemente se reduz a soma quando são para partes contrarias, dividido pelo dobro do mesmo quociente, dará o tempo que se procura contado do principio do primeiro intervallo.

39. Assim, por exemplo, vendo que Mercurio a 25 e 28 de Janeiro, e 1 de Fevereiro (1804) tem as Longitudes Geocentricas  $322^{\circ} 50', 6$  . . . . .  
 $323^{\circ} 47', 1$  . . . . . e  $322^{\circ} 58', 4$  conhecemos que a maxima, ou o ponto da Estação, cahê em algum instante intermedio. O movimento diurno do primeiro intervallo he  $+ 25', 5$ , o do segundo  $- 12', 175$ , a differença delles  $- 37', 675$ ; e esta dividida pela soma dos intervallos 7 dá o quociente  $- 5', 382$ , o qual multiplicado pelo primeiro intervallo 3 dá o producto  $- 16', 146$ , e tirando deste o primeiro movimento diurno  $+ 25', 5$ , fica o

resto —  $41', 646$ , que dividido pelo dobro do mesmo quociente —  $10', 764$  da  $31', 869$ , ou  $31^h 20^m 51', 4$ , e consequentemente a Estação no dia 28 ás  $20^h 51', 4$ .

40. Os semidiametros dos Planetas, que algumas vezes convem saber, e que não couberão na pagina, facilmente se acharão por meio das parallaxes, porque tem com ellas huma rasoão constante em cada hum delles. Estão aqui os factores respectivos, pelos quais se hade multiplicar a parallaxe actual, para ter o semidiametro:

	Fact.		Fact.		Fact.
$\odot$	0,40	$\nearrow$	0,52	$\searrow$	9,08
$\bullet$	0,96	$\zeta$	10,86	$\cup$	4,33

## Pag. IV.

41. Nesta pagina se contém as Longitudes da Lua calculadas para o meio-dia, e meia-noite de cada dia astronomico. E o calculo se fez pelas Taboas de Mason publicadas na terceira edição da Astronomia de Lalande, corrigindo as Epochas, e applicando-lhes as Equações seculares conformemente ás ultimas determinações de Laplace. E alem da Equação XVIII se usou tambem da Equação de Longo periodo devida ás engenhosas e aturadas indagações do mesmo Laplace.

42. Cada Longitude calculada he seguida de dous numeros subsidiarios  $A$ , e  $B$ , que servem para se achar com exactidão a Longitude para qualquer tempo intermedio, ou reciprocamente o tempo correspondente a huma Longitude dada. O numero  $B$  refere-se á mesma unidade de minuto, a que se refere o numero  $A$ , e a virgula, que nelle separa o ultimo algarismo não quer dizer que o antecedente pertence á casa das unidades, mas á casa do ultimo algarismo do numero  $A$ , sendo aquelle separado com a virgula para a direita huma casa decimal de mais no dito numero  $B$ , ao qual por isso mesmo se não por denominação das unidades no alto da sua columna. Assim no primeiro de Janeiro (1804) ao meio-dia he seguida a Longitude da Lua do numero  $A$   $31', 488$ , e de  $B$  —  $16, 7$ , que por abbreviatura quer dizer —  $0', 0167$ .

43. O numero  $A$  he o movimento horario da Lua no instante do meio-dia, ou meia-noite, a que se ajunta, entendendo-se aqui por movimento horario não o que ella anda effectivamente na hora seguinte, mas o que havia de andar, se conservasse a mesma velocidade que tinha no dito instante. Para saber o que semelhantemente corresponde a qualquer instante intermedio, multiplica-se  $B$  pelo dobro do tempo reduzido á unidade da hora (n.6), e o producto he a variação de  $A$  additiva, ou subtractiva, conforme  $B$  tiver o sinal +, ou o sinal —. Assim, querendo saber o movimento horario da Lua em Longitude no primeiro de Janeiro (1804) ás  $15^h 24^m 18^s$ , ou ás  $5^h 40^m$  depois da meia-noite, á qual corresponde  $A = 31', 095$ , e  $B = -0', 0148$ , multiplicarvos este pelo dobro do tempo  $6^h 81$ , e o producto  $0', 0148$  subtraído neste caso de  $A$  dará o movimento horario procurado  $50', 994$ .

44. Se quizermos porém o movimento effectivo de huma hora, que no uso ordinario costuma tomar-se por movimento horario, então em vez de multiplicar  $B$  pelo dobro do tempo multiplicar-se-ha pelo dobro mais ou menos huma unidade, conforme for para a hora seguinte ou para a antecedente. E assim, no mesmo exemplo, achariamos o movimento horario  $31', 009$  das  $2^h, 405$  até as  $3^h, 405$ , e  $30', 979$  das  $3^h, 405$  até ás  $4^h, 405$ , que são propriamente os movimentos horarios correspondentes ao meio dos intervallos  $2^h, 905$  e  $3^h, 905$ , e tomados como correspondentes a todo o intervallo respectivo (que vem a ser o mesmo que suppor o movimento uniforme em cada hora) no mesmo meio produzem o maior erro. Assim tomando  $30', 979$  como movimento horario ás  $3^h, 405$ ; dahi até ás  $3^h, 905$  andaria a Lua  $15', 4895$ , quando realmente terá andado  $15', 4933$ ; e se supuzessemos o mesmo movimento horario constante por espaço de tres horas, das  $3^h, 405$  até ás  $6^h, 405$  andaria  $1^o 32', 957$ , quando realmente não andará mais que  $1^o 32', 849$  com a differença de  $5'', 3$  que em certos casos pode chegar ao dobro nas Longitudes, e ao quadruplo nas Ascensões Rectas.

45. A Longitude da Lua para qualquer tempo depois do meio-dia, ou da meia-noite, se achará multiplicando o tempo por  $B$ , cujo producto será a correção de  $A$  additiva, ou subtractiva, conforme o sinal de  $B$ , e multiplicando o  $A$  correcto pelo mesmo tempo teremos o movimento correspondente da Lua, que junto á Longitude do meio-dia, ou meia-noite antecedente, dará a que se procura. Se, por exemplo, a procurarmos no primeiro de Janeiro (1804) ás  $15^h 24' 18''$ , ou ás  $3^h, 405$  depois da meia-noite, multiplicando este tempo por  $B$  ( $-0', 0148$ ) o producto  $-0', 050$  será a correção subtractiva de  $A$  ( $31', 095$ ) que ficará reduzida a  $31', 045$ , o qual multiplicado pelo mesmo tempo dará o movimento correspondente  $105', 71$  ou  $1^o 45', 71$ , e esse junto á Longitude da meia-noite antecedente ( $158^o 25', 44$ ) dará a que se procura  $160^o 11', 15$ .

46. Reciprocamente: Sendo dada qualquer Longitude, acharemos o tempo; subtraindo della a do meio-dia, ou a da meia-noite proxima antecedente, e dividindo a differença reduzida a minutos pelo numero  $A$ . O quociente será o tempo approximado, com o qual se buscará a correção de  $A$ , e tornando a dividir por elle correcto a mesma differença teremos exactamente o tempo procurado. Assim tirando da Longitude  $160^o 11', 15$  do mesmo exemplo a da meia-noite antecedente  $158^o 25', 44$  temos a differença  $1^o 45', 71$ ; que reduzida a  $105', 71$  e dividida por  $A$  ( $31', 095$ ) dá o tempo approximado  $3^h, 4$ , e este multiplicado por  $B$  ( $-0', 0148$ ) dá a correção  $-0' 050$ , e consequentemente será o valor correcto de  $A$   $31', 045$ , pelo qual tornando a dividir a mesma differença teremos exactamente o tempo procurado  $3^h, 405$  depois da meia-noite, ou  $15^h 24' 18''$ .

47. Para evitar porém essas divisões se calculou a Tab. I. auxiliar do primeiro Volume, que as reduz a multiplicações desta maneira: Busca-se nella o factor correspondente a  $A$ , e basta que seja com duas casas decimais, e por elle se multiplica a sobredita differença reduzida á unidade do grão. O producto será o tempo proximamente, e quanto basta para buscar a correção de  $A$ . Com elle correcto se busca na mesma Taboa o factor correspondente, pelo qual tornando a multiplicar a mesma differença acharemos exactamente o tempo que se procura. Assim, no mesmo exemplo, entrando com  $A$  de  $31', 095$  na dita Taboa (pag. 124.) achamos o factor  $1,93$  que multipli-

cado pela differença  $1^{\circ}$ , 7618 dá o tempo approximado  $3^{\text{h}}$ , 4 com o qual se acha na fórmula sobredita o valor correcto de  $A$   $51'$ , 045, e com este na mesma Taboa o factor 1,9327, pelo qual tornando a multiplicar a mesma differença teremos o tempo exacto  $3^{\text{h}}$ , 405. Em vez daquella Taboa pode servir a que vai no fim deste Volume, e irá no dos seguintes da maneira acima declarada (n. 7.).

48. Na mesma pagina se achará a parallaxe horizontal da Ena em cada dia ao meio-dia, e á meia-noite, donde por simples partes proporcionais se conhecerá a que compete a qualquer instante intermedio. Esta parallaxe he a que corresponde ao Equador, e carece de huma reduccão subtractiva para se ter a correspondente a qualquer parallelo; reduccão que se achará na Tab. IX. do primeiro Volume pag. 162. Mas conveni advertir, que as parallaxes da Ephemeride foraõ reduzidas de Paris ao Equador na hypothese da ellipticidade da Terra de  $\frac{1}{300}$  adoptada na ultima edição da Astronomia de Lalande; e que a reduccão calculada na dita Tab. IX. suppoem a ellipticidade de  $\frac{1}{200}$ . Essa reduccão porém diminuida da sua terça parte será correspondente á ellipticidade de  $\frac{1}{300}$ ; e assim deverá usar-se na reduccão das parallaxes equatorias da Ephemeride, na intelligencia de que tambem houve huma terça parte de menos na reduccão com que foraõ transportadas de Paris para o Equador.

*Pagina V.*

49. Nesta pagina se achará a Latitude da Lua calculada semelhantemente para cada dia ao meio-dia, e á meia-noite. E cada huma he seguida dos numeros  $A$  e  $B$  para o mesmo fim que nas Longitudes, mas que carecem de especial attenção. As Longitudes são sempre progressivas, e por isso os numeros  $A$  sempre additivos, sendo sómente os numeros  $B$ , ora additivos, ora subtractivos. Mas as Latitudes são humas vezes para o Norte marcadas com o sinal +, outras para o Sul marcadas com o sinal -; e tanto humas como outras tem a principal parte da sua variação denotada por  $A$  ora para o Norte marcada tambem com o sinal +, ora para o Sul com o sinal -. Isto porém não introduz mais do que huma leve modificação nas regras, que se deraõ para as Longitudes, que de outra sorte não seria necessario repetir.

50. Para achar pois o movimento horario em Latitude (entendido do mesmo modo que o da Longitude (n. 43.)) para qualquer tempo depois do meio-dia, ou da meia-noite, multiplica-se o numero  $B$  pelo dobro do dito tempo reduzido á unidade da hora cujo producto se marca com o mesmo sinal de  $B$ ; e a soma delle e de  $A$ , quando tiverem o mesmo sinal, que será tambem o della, ou a differença, quando o tiverem differente, e com o sinal do maior, será o movimento horario para o Norte, ou para o Sul, conforme sair com o sinal +, ou com o sinal -.

51. Por exemplo: Querendo saber o movimento horario no primeiro de

Janeiro (1804) às 9<sup>h</sup> 24', ou 9<sup>h</sup> 4', achamos na Ephemeride para o meio-dia antecedente  $A = -2'$ , 729, e  $B = +0'$ , 0058 (n. 42). Multiplicando este pelo dobro do tempo 18<sup>h</sup>, 8 temos o producto  $+0'$ , 109, e a differença entre elle e  $A$  com o sinal do maior he o movimento horario  $-2'$ , 620, e para o Sul. Do mesmo modo querendo-o saber no dia 10 do mesmo mez às 17<sup>h</sup> 54', isto he, às 5<sup>h</sup>, 9 depois da meia-noite, para a qual se acha na Ephemeride  $A = 1'$ , 979, e  $B = +0'$ , 0104, o producto deste multiplicado pelo dobro do tempo 11<sup>h</sup>, 8 será  $+0'$ , 125, e a soma delle com  $A$  será o movimento horario procurado  $+2'$ , 102, que pelo sinal se conhece ser para o Norte; e isso mesmo se conhece pela simples inspecção da Latitude, porque sendo austral, e diminuindo, mostra que a Lua caminha para o Norte.

52. Quando se quizer o movimento effectivo de huma hora, em vez de multiplicar-se  $B$  pelo dobro do tempo, multiplicar-se-ha pelo dobro augmentado ou diminuido de huma unidade, conforme se tratar da hora seguinte ou da antecedente ao tempo dado; e tudo o mais como na regra, e nos exemplos antecedentes. Veja-se porém o que fica advertido (n. 44.) a respeito do erro que se commette, quando se toma por movimento horario o movimento effectivo de huma hora, não sendo elle uniforme, mas accelerado, ou retardado.

53. Para se achar a Latitude da Lua a qualquer tempo depois do meio-dia, ou da meia-noite, multiplica-se  $B$  pelo tempo, e a soma do producto e de  $A$  (que se tora em differença quando forem de differentes sinais, e leva o do maior) multiplicada outra vez pelo mesmo tempo dará outro producto, cuja soma com a Latitude do meio-dia ou da meia-noite antecedente (que tambem se mudará em differença quando forem de diferente sinal, e levará o do termo maior) será a Latitude procurada, boreal ou austral, conforme sahir com o sinal  $+$  ou com o sinal  $-$ .

54. Exemplo: Se quizermos saber a Latitude da Lua em 6 de Janeiro (1804) às 19<sup>h</sup> 35', isto he, às 7<sup>h</sup>, 6 depois da meia-noite, para a qual se acha na Ephemeride a Latitude  $-5^{\circ}$  11', 28, o numero  $A = 0'$ , 280, e  $B = +0'$ , 0117, multiplicando este pelo tempo teremos o producto  $+0'$ , 089, cuja soma com  $A$  será  $-0'$ , 191, a qual multiplicada outra vez pelo tempo dará o producto  $-1'$ , 45, cuja soma com a Latitude da meia-noite antecedente será a Latitude procurada  $-5^{\circ}$  12', 73. Do mesmo modo, se a quizermos no dia 14 às 10<sup>h</sup>, 24, ou 10<sup>h</sup>, 4, sendo a do meio-dia antecedente  $-0^{\circ}$  3', 20, o numero  $A = 3'$ , 113, e  $B = +0'$ , 0006, a multiplicação deste pelo tempo dará  $+0'$ , 006, cuja soma com  $A$  será  $+3'$ , 119, e essa multiplicada outra vez pelo tempo dará  $+32'$ , 44, cuja soma (que neste caso se reduz a differença) com a Latitude do meio-dia antecedente será a Latitude procurada  $+0^{\circ}$  29', 24, que pelo sinal se conhece ser boreal.

55. Nas duas ultimas columnas da mesma pagina se achará o semidiametro horizontal da Lua calculado para cada dia ao meio-dia, e á meia-noite. O semidiametro horizontal não carece, como carece a parallaxe, de redução alguma em razão da ellipticidade da Terra, mas he em qualquer Lugar o mesmo que em Coimbra ás horas que no seu meridiano correspondem ao tempo dado do mesmo Lugar. Em toda a parte porém carece de huma redução additiva em razão da altura sobre o horizonte, que a chega para mais perto do Observador, assim como a todos os astros; mas a

differença he sómente sensível na Lua pela sua grande proximidade da Terra: e o dito aumento se achará calculado na Tab. XI. do primeiro Volume pag. 162.

*Páginas VI, e VII.*

56. Nestas duas paginas se contém as Ascensões Rectas, e as Declinações da Lua calculadas para cada dia ao meio-dia, e à meia-noite acompanhadas dos seus respectivos numeros subsidiarios *A*, e *B*, cujo uso he sem differença alguma o mesmo que fica explicado para as Longitudes e Latitudes.

57. Na ultima columna da pagina VI. vai a passagem da Lua pelo meridiano de Coimbra, e defronte nas duas ultimas columnas da pagina VII. vão os seus numeros subsidiarios *A*, e *B*, que servem para se achar a passagem por qualquer outro meridiano conhecido. He facil de ver que, a respeito do instante physico da passagem da Lua pelo meridiano de Coimbra em qualquer dia, he anterior o da passagem pelos meridianos que ficam para Oriente, até que dada a volta inteira se virá ao da passagem pelo de Coimbra no dia antecedente; e pelo contrario, que he posterior o da passagem pelos meridianos successivos para Occidente, até que acabado o giro por essa parte se virá ao da passagem pelo de Coimbra no dia seguinte. He também claro que, a respeito da passagem da Lua pelo meridiano de Coimbra em qualquer dia, he indifferente buscar a anterior, ou a posterior por qualquer outro meridiano, com tanto que se não erre o dia que nelle então se conta. E como esse depende da parte Oriental ou Occidental, por onde chegamos ao dito meridiano (n. 12. e 13.), para evitar confusão buscaremos sempre a passagem anterior nos Lugares que nos ficam para Oriente nesse sentido, e a posterior nos que ficam para Occidente.

58. Toda a differença do calculo nestes dous casos está na correccão do numero *A*, a qual deverá applicar-se com o proprio sinal de *B* na passagem posterior, e com o contrario na anterior. Por exemplo: no dia 11 de Janeiro (1804), em que a passagem da Lua pelo meridiano de Coimbra he ás 23<sup>h</sup> 50', 6 com os seus numeros *A* (2', 281), e *B* (—0', 0014), se quizermos saber a passagem anterior pelo meridiano de Macão, que fica para Oriente 8<sup>h</sup>, 133, multiplicaremos por esta differença dos meridianos o numero *B*, e applicando o producto — 0', 011 com o sinal contrario ao numero *A*, ficará reduzido a 2', 292; e este multiplicado pela mesma differença dos meridianos dará 18', 64, que neste caso se haõ de subtrahir da passagem pelo meridiano de Coimbra 23<sup>h</sup> 50', 6 para ter a de Macão ás 23<sup>h</sup> 31', 96 sendo então em Coimbra 15<sup>h</sup> 25', 96. Para o meridiano porém outro tanto para Occidente de Coimbra buscaríamos a passagem posterior, e applicando a correccão — 0', 011 com o seu proprio sinal ao numero *A*, ficará este reduzido a 2', 270, e multiplicado pela mesma differença dos meridianos darã 18', 46 additivos neste caso ao tempo da passagem em Coimbra (23<sup>h</sup> 50', 6) para ter a do meridiano supposto ás 0<sup>h</sup> 9', 06 do dia 12, sendo então em Coimbra 8<sup>h</sup> 17', 06 do mesmo dia.

59. Sendo conhecido o tempo da passagem da Lua pelo meridiano de

qualquer Lugar, facilmente se achará o do Nascimento antecedente e do Occaso seguinte. Primeiramente: Se for em outro meridiano, começaremos pela redução de  $A$  ao tempo da passagem, que se achará multiplicando  $B$  pelo dobro da differença dos meridianos, e applicando-a com o seu sinal quando o meridiano for para Occidente, e com o contrario quando for para Oriente. Depois com a Declinação da Lua no tempo da passagem, e com a Latitude do Lugar buscaremos o arco semidiurno (Vol. II. pag. 134, e 137.), ao qual ajuntaremos o producto delle mesmo pelo numero  $A$ , e assim augmentado o tiraremos, e ajuntaremos ao tempo da passagem, para termos os do Nascimento e Occaso approximados quanto basta para se buscar a Declinação competente a cada hum delles, e com ella o seu arco semidiurno. Este primeiramente se multiplica por  $B$ , para ter a correção de  $A$ , e depois por  $A$  correcto, para ter a do mesmo arco semidiurno sempre additiva, o qual assim augmentado se tira, ou ajunta ao tempo da passagem conforme for o correspondente ao Nascimento, ou ao Occaso; advertindo tambem, que a correção de  $A$  he com o proprio sinal de  $B$  para o Occaso, e com o contrario para o Nascimento.

60. Em 19 de Janeiro (1804), por exemplo, passa a Lua pelo meridiano de Coimbra ás  $5^h 56'$  com a Declinação boreal  $14^\circ 54'$ , á qual corresponde o angulo horario  $6^h 52'$ , que multiplicado por  $A$  ( $2', 148$ ) dá o augmento delle  $15'$ , e ficará reduzido a  $7^h 7'$ , o qual subtrahido do tempo da passagem dá o Nascimento da Lua no dia 18 ás  $22^h 32'$ , e ajuntando dá o Occaso no mesmo dia 19 ás  $12^h 46'$ . Para estes tempos approximados achamos as Declinações  $13^\circ 13'$  e  $16^\circ 32'$ , ás quais correspondem os angulos horarios  $6^h 45', 8$  e  $6^h 58', 1$ , que darão as correções respectivas de  $A - 0', 020$  e  $+ 0', 021$ , o qual ficará sendo  $2', 128$  e  $2', 169$ , donde teremos as dos mesmos angulos horarios, que se reduzirão a  $7^h 0', 2$  e  $7^h 13', 2$ , e darão o Nascimento no dia 18 ás  $22^h 38', 8$ , e o Occaso no mesmo dia 19 ás  $12^h 52', 2$ . Em razão do excesso da parallaxe horizontal sobre a Refracção, a Lua nascerá sempre hum pouco mais tarde, e se porá mais cedo, do que se acha pelo calculo antecedente. Esse effeito pode tambem calcular-se, mas as desigualdades do horizonte physico fazem inutil semelhante trabalho, e até para os usos ordinarios bastará ficar nos primeiros valores approximados, maiormente quando a Lua não variar muito em Declinação.

61. A passagem pelo meridiano he de maior importancia, e algumas vezes será conveniente sabella com exactidão maior do que a que se acha na Ephemeride. Eis-aqui o modo de a calcular: Tendo advertido, que a dita passagem he depois do meio-dia desde a Conjunção até á Opposição em Ascensão Recta, e depois da meia-noite desde a Opposição até á Conjunção; da Ascensão Recta do meio-dia, ou da meia-noite antecedente reduzida a tempo tiraremos a do meridiano, e o resto será o tempo approximado da passagem. Este reduzido á unidade da hora, e multiplicado por  $B$  dará a correção de  $A$ , o qual depois de correcto se reduzirá tambem a tempo, e á unidade do minuto, e delle se tirará a quantidade constante  $0', 1643$ . O complemento do resto para  $60'$  será hum numero, com o qual na Tab. I. auxiliar do primeiro Volume acharemos o factor que multiplicado pelo tempo approximado dará o exacto que se procura. O tempo approximado na multiplicação por  $B$  basta que leve duas casas decimais, mas convém augmento de tantas vezes  $0^h, 03$  quantas forem as horas delle.

62. Exemplo: No mesmo dia 19 de Janeiro, em que a passagem he depois do meio-dia, ao qual corresponde a Ascensã Recta  $19^{\circ} 32', 86$ , reduzindo-a a tempo ( $1^{\text{h}} 18' 11''$ , 44), e tirando della aumentada neste caso de  $24^{\text{s}}$ , a do meridiano ( $19^{\text{h}} 50' 48''$ , 45), teremos o tempo approximado da passagem  $5^{\text{h}} 27' 22''$ , 99, ou  $5^{\text{h}}.45659$ , donde acharemos o numero 5.62, que multiplicado por  $B (+ 0', 0368)$  dá a correcção de  $A (+ 0', 207)$  que ficará sendo  $33^{\text{s}}$ , 391, do qual tomando o terço, e depois o quinto do terço teremos a sua reduccão a minutos de tempo  $2'$ , 2261, e tirando-lhe a quantidade constante  $0', 1643$ , ficará  $A$  reduzido a  $2', 0618$ . Com o seu complemento para  $60'$  ( $57', 9382$ ) acharemos pela sobre dita Tab. I. o factor 1.05558, que multiplicado pelo tempo approximado  $5^{\text{h}}.45659$  dá o tempo exacto  $5^{\text{h}}.65053$ , ou  $5^{\text{h}} 59'$ , 032. Em vez da Taboa I. do primeiro Volume pode usar-se da equivalente mais abbreviada, que no fim deste se ajunta.

63. No fundo da pagina VII. se achará a Longitude do Nodo ascendente da Lua, que he necessaria para o calculo da Nutação, e juntamente a Equação dos pontos equinoeciaes em Longitude, e Ascensã Recta, com a qual se reduzirá o Equinocio medio ao apparente sendo applicada conforme o sinal que tiver, e com o contrario quando se houverem de reduzir do apparente ao medio. Em quanto á Longitude esta Equação he o effeito todo da Nutação; mas em quanto á Ascensã Recta, ainda he necessaria outra, de que se tratou na explicação do Volume I. n. 94, e na do Vol. II. n. 95. No fundo tambem das tres paginas antecedentes se acharão as phases da Lua em Longitude e Ascensã Recta, a entrada della nos Signos do Zodiaco, e nos pontos notaveis da sua orbita.

*Paginas VIII, e IX.*

64. Nestas duas paginas se acharão as Distancias da Lua ás estrellas, e Planetas, tanto para Oriente como para Occidente della. Os Planetas de que nos servimos, são Jupiter, Marte, e Venus, cujas Taboas tem já a exactidão sufficiente para tal uso; e por outra parte são mais facéis de observar, e tem a vantagem de se poder fazer a observação no crepusculo, e quasi de dia, quando já se distinguir bem o horizonte. E muito mais uteis serão quando elles escusarem as duas estrellas de Aries e de Aquario, de que usamos no espaço que vai desde Antares a Aldebaran. A de Aries he adoptada por necessidade em todas as outras Ephemerides, e a de Aquario parece-nos mais conveniente do que as do Pegaso, da Agua, e Fomalhaut, que tem Latitudes muito grandes, e por isso custa a encher ora com humas, ora com outras dellas, aquelle espaço em que nós empregamos a de Aquario não menos brilhante que a de 6 de Capricornio usada tambem em outras Ephemerides.

65. As Distancias vão calculadas para o meio-dia e para a meia-noite do meridiano de Coimbra, tempo medio; e cada huma dellas he seguida de dous numeros  $A$  e  $B$ , cujo uso he o mesmo que se mostrou nas Longitudes, mas aqui será conveniente que torne a repetir-se.

66. A questaõ directa de saber a Distancia em qualquer tempo dado não carece de grande percisaõ no calculo, porque he sómente necessaria para

se pôr a alidade do Instrumento pouco mais ou menos no grão competente ; operação , que facilita a observação , e mostra também a estrella a quem a não conhecer. Com a hora pois do Lugar , e com a differença de Longitude estimada , se buscará o tempo que então he em Coimbra depois do meio-dia , ou da meia-noite , pelo qual reduzido á unidade da hora se multiplicará o numero  $A$  sem attenção á correção , e nelle mesmo podem desprezar-se os dous ultimos algarismos. O producto junto á Distancia do meio-dia ou da meia-noite antecedente , quando a estrella ficar para Occidente , e tirado quando ficar para Oriente será proximoamente a Distancia verdadeira ao tempo dado ; a qual , sem embargo de ser differente da apparente que se hade observar , não deixará de servir para o fim proposto , porque a differença não pode ser tão grande que exceda o campo visual do Instrumento.

67. Para quem , por exemplo , estiver no primeiro de Janeiro (1804) por  $2^h 24'$  de Longitude estimada para Oeste de Coimbra , e se dispuzer a observar a Distancia da Lua a Jupiter ás  $18^h 33'$ , será o tempo de Coimbra nesse instante  $20^h 57'$ , ou  $8^h, 95'$  depois da meia-noite , para a qual se acha na Ephemeride a Distancia calculada  $53^o 53'$ , e o numero  $A$   $30, 5$  ; e este multiplicado pelo tempo  $8^h, 95'$  dará o producto  $273'$ , ou  $4^o 33'$ , que subtraído da Distancia da meia-noite  $53^o 53'$  dará a Distancia procurada  $49^o 20'$ . Do mesmo modo para quem estivesse a  $15$  do mesmo mez por  $3^h 18'$  para Leste , e ás  $4^h 53'$  quizesse saber proximoamente a Distancia da Lua ao Sol , seria o tempo correspondente em Coimbra  $1^h 40'$ , ou  $1^h, 67'$  , o qual multiplicado por  $A$  ( $31, 9$ ) daria o producto  $53'$ , e esse junto á Distancia calculada para o meio-dia antecedente ( $32^o 56'$ ) daria a Distancia procurada  $33^o 49'$ .

68. Na questão inversa , quando se procurar o tempo de Coimbra correspondente a huma Distancia verdadeira achada por observação he necessario que se faça o calculo com toda a exactidão. Se a distancia he para Oriente , tira-se da proximoamente maior na Ephemeride , ou ella corresponda ao meio-dia , ou á meia-noite ; e se he para Occidente , da Distancia dada he que se hade tirar a que na Ephemeride se achar proximoamente menor. Em ambos os casos a differença se reduzirá á unidade do grão , e se multiplicará pelo factor que com o numero  $A$  se achará na Taboa I. auxiliar do primeiro Volume , ou na equivalente que vai no fim deste , e irá no dos seguintes (n. 7.) , multiplicação , em que basta usar de duas casas decimais em cada hum dos factores. O producto será o tempo approximado , que multiplicado por  $B$  dará a correção de  $A$  additiva ou subtraetiva conforme o sinal de  $B$  , e com  $A$  correcto se achará na mesma Taboa o factor exacto , que multiplicado pela mesma differença dará o tempo procurado.

69. Suppondo , por exemplo , que no primeiro caso acima figurado se achou pelo resultado da observação a Distancia verdadeira da Lua a Jupiter no primeiro de Janeiro de  $49^o 18', 56$  ás  $18^h 34' 15"$  do tempo medio , a proximoamente maior na Ephemeride he a correspondente á meia-noite  $53^o 52', 67$  e a differença  $4^o 34', 11$  reduzida a  $4^o, 5685$  , e para esta primeira operação sómente a  $4^o, 57$  , sendo multiplicada pelo factor  $1, 96$  que na dita Taboa corresponde ao numero  $A$  ( $30, 5$ ) dará o tempo approximado  $8^h, 96$ , e este multiplicado por  $B$  ( $- 0', 0178$ ) dará a correção de  $A$  ( $- 0', 159$ ) , e consequentemente será  $A$   $30', 385$ . Com elle na mesma Taboa se achará o factor  $1, 97466$  que multiplicado pela differença  $4^o, 5685$  dará o tempo

9<sup>h</sup>, 0212, ou 9<sup>h</sup> 1' 16" depois da meia-noite em Coimbra, que vem a ser ás 21<sup>h</sup> 1' 16", e a differença entre este tempo e o do Lugar da observação no mesmo instante physico, em que se suppoem coincidir a distancia calculada com a observada, dará a differença dos meridianos 2<sup>h</sup> 27' 1" para Occidente neste caso.

70. Se no outro meridiano supposto resultasse da observação a distancia verdadeira da Lua ao Sol 33° 48', 25 no dia 15 de Janeiro ás 4<sup>h</sup> 57' 18" do tempo medio, na Ephemeride se acharia a immediatamente menor 52° 55', 66 correspondente ao meio-dia do dia 15, cuja differença 52', 59 reduzida a 0', 8765 e multiplicada por 1,88 factor correspondente a  $A$  (31', 9) daria o tempo approximado 1<sup>h</sup>, 65, o qual multiplicado por  $B$  (+ 0,0092) daria a correccão de  $A$  (+ 0,015), e conseguintemente  $A$  (31', 917), cujo factor 1,87988 multiplicado pela differença 0°, 8765 daria finalmente o tempo de Coimbra 1<sup>h</sup>, 6477, ou 1<sup>h</sup> 38' 52" no instante da observação; e pela differença dos tempos seria conhecida a differença dos meridianos 3<sup>h</sup> 18' 26".

*Pagina X.*

71. Nesta ultima pagina de cada mez se acharão os Eclipses dos Satellites de Japiter, calculados pelas Taboas da terceira edição da Astronomia de Lalande para o tempo medio astronomico do Observatorio de Coimbra; tempo, que cada hum pode reduzir ao civil, e apparente (n. 1. e 14.), quando bem lhe parecer. E em qualquer outro meridiano, a differença delle em tempo se ajuntará ao de Coimbra estando para Oriente, e se tirará estando para Occidente, para ter o tempo do eclipse nesse Lugar, cujo conhecimento he necessario a quem se quizer dispôr para a observação d'elle.

72. Para estas observações servem ordinariamente os Telescopios de reflexão de dous até tres pés de fóco, ou os achromaticos de igual fóco da ultima construcção de Dollond. E para as não perder, convém que o Observador se antecipe ao tempo achado nos eclipses do primeiro Satellite tres minutos, nos do segundo seis, nos do terceiro nove, e nos do quarto quinze. Alem disso, se a Longitude do Lugar a respeito de Coimbra não for bem conhecida, quanto se julgar que nella pode haver de incerteza, outro tanto se ajuntará de anticipação a cada huma das sobreditas.

73. Estes eclipses succedem para Occidente do Planeta desde a conjunção d'elle com o Sol até á opposição, e para Oriente desde a opposição até á conjunção. As Immersões são mais fáceis de observar, e sem fatigar a vista, bastando de vez em quando olhar para o Satellite até que elle comece a perder a luz, e parecer mais pequeno; e então he que deve fixar-se a vista sobre elle até marcar o instante da sua total desapparição, que he o que se entende por Immersão. E porque a Emersão se entende no seu principio quando apparece o primeiro ponto de luz apenas sensivel do Satellite, para observar esse instante he necessario estar com a vista continuamente applicada á espera d'elle; e ainda assim, se não estiver dirigida ao mesmo ponto onde ha de começar a apparecer o Satellite, ou muito perto d'elle, não haverá muito que fiar na observação.

74. Para guiar o Observador nessa parte, de nada serve a pagina das configurações dada em outras Ephemerides. Em vez della damos as Posições dos

Satellites no tempo dos seus respectivos eclipses calculadas de 6 em 6 dias pelas Taboas que demos no Vol. II. pag. 141, e 199. Estas posições são determinadas por duas coordenadas, huma tomada desde o centro do Planeta parallelamente ás bandas para Oriente ou para Occidente, e outra que chamamos Latitude perpendicular á extremidade della para o Norte ou para o Sul, conforme se indica no alto das suas respectivas columnas, e ambas em partes de que o Raio do Planeta he a unidade. Assim no dia 2 de Janeiro se acha que a Immersão do I Satellite ha de ser 1,69 do Raio do Planeta para Occidente do centro delle, e o,34 para o Sul; e que a 25 será a Immersão do II 2,34, a Emersão o,78 para Occidente, e ambas o,63 para o Sul. E bem se vê, que no caso da Emersão a ordenada o,78 cahê dentro do disco do Planeta, mas que a outra o,63 perpendicular a ella vai marcar hum ponto fóra do mesmo disco onde ha de succeder a Emersão, que por isso será visível, ainda que poderá falhar por ser quasi em contacto o Satellite com o Planeta, pelo que vai marcado com o sinal ?.

75. Com os ditos numeros pode fazer-se huma figura, que represente o lugar onde hade succeder a Immersão, ou Emersão, de que se tratar, a respeito do Planeta, tendo a attençaõ de pôr o Oriente e Occidente, o Norte e o Sul conformemente ao Telescopio de que se usar. Os de reflexão regularmente põem os objectos ás direitas, e para esses nos nossos Paizes Boreais fica o Oriente para a esquerda do Observador, o Occidente para a direita, o Norte para cima e o Sul para baixo; e tudo he pelo contrario nos que invertem os objectos. He verdade com tudo, que o dito lugar sempre na practica parecerá algum tanto mais chegado ao Planeta do que na figura, assim porque a irradiacão delle faz parecer o seu disco maior, como porque sempre parece menor hum espaço escuro ao pé de outro luminoso. Comparando porém a figura com a estimacão visual nas Immersões facilmente se conseguirá o habito de rebaixar nella o que convier nas Emersões; mas ainda sem isso não deixará de ser muito util para segurar o bom successo nestas observações.

76. Estes eclipses são de grande importancia para a determinacão da Longitude Geographica dos Lugares, onde se fizerem as observações delles: a qual, assim como nos da Lua (n. 32.) se conhece immediatamente pela differença dos tempos das mesmas observações. Ha porém semelhantemente hum limite de indeterminacão, que tambem se compensa tomando o meio do que resultar das Immersões, e das Emersões. No primeiro Satellite em rasão do seu rapido movimento he pequeno o dito limite, e a observacão delle em qualquer Lugar de posicão ainda desconhecida, comparada com o tempo calculado para o meridiano de Coimbra, dará sempre sem erro maior que hum grão a differença dos meridianos.

77. Para serem visiveis os eclipses dos Satellites em qualquer Lugar he necessario que Jupiter esteja ao menos 8° sobre o horizonte, e o Sol debaixo outro tanto. Os visiveis em Coimbra vão notados com o sinal \*; e em outros Lugares facilmente se conhecerão os que lá haõ de ser visiveis por meio da Tab. VIII. do Vol. II. pag. 157, e 198.

78. AS TABOAS DA DIFFERENÇA DOS MERIDIANOS, E COSMOGRAPHICA são as mesmas do Volume antecedente, corrigidas tão sómente as erratas, e algumas repetições que tinhaõ escapado. No Volume seguinte se publicará a Taboa Cosmographica novamente correctã, e notavelmente melhorada.

*OBSERVAÇÕES Astronómicas feitas em Coimbra no Observatorio Real da Universidade no anno 1805.*

Mezes.	Temp. Med. Astron.				Observadores e Oculos.*	Observações e Circunstancias.
	D.	H.	M.	S.		
Fever.	7	6	21	3,9	B b	C <i>Pleione</i> Im. instant. pelo limb. esc. Ceo claro.
			3,4	D a		
			3,4	F a		
			3,9	G a		
Março	5	15	37	23,1	C a	Im. do II Sat. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.
			38	0,1	D a	
	20	15	27	8,0	B a	C <i>Antares.</i> Im. instant. pelo limb. illum. Ceo claro.
				8,5	C a	
				8,0	E b	
				8,5	F d'	
				8,5	G a	
				16	54	
	6,1	C a				
	5,6	E b				
6,1	F d'					
Abril	6	15	6	31,5	E b	Im. do II Sat. de Z'. Ceo claro. O Planeta algum tanto undulante, e as bandas não muito bem distintas.
			7	15,5	F d'	
			18,5	G a		
	7	15	16	19,5	F d'	Im. do I Sat. de Z'. Ceo claro. O Planeta muito undulante, e apenas se lhe distinguião as bandas.
				23,5	G a	
	8	13	9	39,3	C a	C E C Im. instant. pelo limb. esc. Ceo claro.
				39,3	E b	
				39,8	F d'	
				39,8	G a	

\* A letra H denota as Observações de José Joaquim de Miranda, *Praticante do Guarda do Observatorio*. Tudo o mais como na nota Vol.III. pag. 266; com a differença que b, b' designa o oculo b da mesma nota com diversos oculares; que amplificaõ 50, e 70 vezes; e bem assim d, d' o oculo d amplificando 50, ou 100 vezes.

Mezes.	Temp. Med. Astron.				Observa- dores e Oculos.	Observações e Circunstancias.
	D.	H.	M.	S.		
Junho	1	14	9	0, 2 9, 2	F a G a	Em. do I. Sat. de Z'. Ceo cla- ro. As bandas do Planeta distintas.
	3	8	37	40, 2 37, 2	E b F a	Em. do I Sat. de Z'. Ceo cla- ro. O Planeta hum pouco undulan- te, e as bandas distintas.
	6	8	55	24, 9 56 5, 9 0, 9 55 34, 9	B a F b G a H d	Em. do III Sat. de Z'. Ceo nu- blado. As bandas do Planeta dis- tintas.
	10	7	45	51, 6 51, 1 51, 6 51, 6	A a C a E b F d	<b>C e m</b> Im. instant. pelo limb. esc. Ceo claro. Vento forte.
	8	48	38, 0 39, 5	E b F d	Em. pelo limb. illum. Ceo claro. Vento forte.	
	10	32	21, 2 13, 2 11, 2 51 59, 2 32 7, 2	B a C a E b F a G c	Em. do I Sat. de Z'. Ceo claro. Vento forte. As bandas do Planeta suficientemente distintas.	
	13	12	55	33, 5 45, 5 54 44, 5 53, 5 55, 5	B a E b F d G a H c	Em. do III Sat. de Z'. Ceo cla- ro. As bandas do Planeta distin- tas.
	17	12	14	32, 9 32, 9 33, 9	C a E b G a	<b>C e a</b> Im. pelo limb. illum. Ceo cla- ro.
	13	19	35, 6 55, 1 35, 1 35, 6 36, 1	B a G a E b F d H c	Em. instant. pelo limb. esc. Ceo claro.	
	12	26	59, 0 27 2, 0 17, 0	B a C a E b	Em. do I Sat. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.	

<i>Mes.</i>	<i>Temp. Med. Astron.</i>				<i>Observadores e Oculos.</i>		<i>Observações e Circunstancias.</i>	
	D.	H.	M.	S.				
Junho	17	12	26	14, 0	F	d'		
				9, 0	G	a		
				56, 0	H	e		
20	8	16	10, 7	E	b'	Em. do II Sar. de Z'. Ceo claro.		
			15, 7	F	a	As bandas do Planeta bem distintas.		
			10, 7	G	a			
Julho	19	8	55	56, 9	A	a	Em. do III Sar. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.	
				58, 9	C	a		
				52	51, 9	F		d'
				55	58, 9	G		a
					55, 9	H		e
	9	4		30, 0	A	a	Em. do I Sar. de Z'.	
				36, 0	C	a		
				20, 0	E	b'		
				30, 0	F	d'		
				34, 0	G	a		
29	10	29	4, 1	C	a	Em. do II Sar. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.		
			42, 1	E	b'			
			35, 1	F	d'			
			21, 1	G	a			
			28	56, 1	H		e	
Agosto	6	7	51	1, 2	C	a	Em. pelo limb. illum. Ceo claro.	
			50	59, 7	E	b'		
			51	1, 7	G	a		
	23	7	36	32, 5	E	b'	Em. do II Sar. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.	
				29, 5	F	d'		
				31, 5	G	a		
27	7	37	52, 9	B	a	Em. do I Sar. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.		
			38	7, 9	C		a	
			37	44, 9	E		b'	
				40, 9	F		d'	
				54, 9	G		a	
Setemb.	7	7	2	25, 1	B	a	Em. inst. pelo limb. esc. Ceo claro.	

Mezes.	Temp. Med. Astron.				Observa- dores e Oculos.	Observações e Circunstancias.	
	D.	H.	M.	S.			
Setemb.	7	7	2	24, 8	C a	<p style="text-align: center;">3 M II G</p> <p>Em. do I Sat. de <math>Z'</math>. Ceo cla- ro. As bandas do Planeta distintas.</p> <p>Em. do II Sat. de <math>Z'</math>. Ceo claro. O Planeta undulante, e as bandas pouco distintas.</p> <p>Em. do I Sat. de <math>Z'</math>. Ceo pouco nublado. As bandas do Planeta dis- tintas.</p> <p style="text-align: center;"><math>C \pi \zeta</math></p> <p>Im. inst. pelo limb. illum. Ceo claro.</p> <p>Em. instant. pelo limb. esc. Ceo claro.</p> <p style="text-align: center;"><math>C e \zeta</math></p> <p>Em. inst. pelo limb. esc. Ceo cla- ro.</p>	
			25, 3	F a			
			25, 8	H c			
	19	7	52	13, 9	E b		
			51	51, 9	F a		
			52	11, 9	G a		
				14, 9	H c		
	24	7	22	9, 8	B a		
				19, 8	C a		
				10, 8	E b		
				21	33, 8		F d
					48, 8		G a
	22	29, 8	H c				
Outubro	5	6	9	33, 8	A a		
			10	25, 8	D a		
				11, 8	E b		
				17, 8	F d		
				26, 8	G a		
				20, 8	H c		
Novemb.	13	13	51	55, 4	F a		
				55, 4	G a		
	14	40		50, 6	C a		
				51, 1	F a		
				50, 6	G a		
		50, 6	H c				
Dezemb.	13	17	18	45, 8	A a		
				46, 3	E b		
				45, 8	F a		
				45, 8	H a		

## OBSERVAÇÕES das bandas de Jupiter.

No dia 15 de Junho de 1805 ás 12<sup>h</sup> 45' por occasião da observação da Emerção do III Sat. de Jupiter, achámos no disco deste Planeta formada huma nova banda *a* para a parte austral como se mostra na *Fig. 1.*

A 18 do mesmo mez ás 10<sup>h</sup> observava-se a mesma banda *a* porém mal terminada nas suas extremidades.

A 28 ás 10<sup>h</sup>. A nova banda *a* quasi desvanecida na extremidade occidental, e com duas manchas mais escuras na parte oriental *Fig. 2.*

No 1<sup>o</sup> de Julho ás 9<sup>h</sup> 45'. A banda *a* pouco sensivel; e para a parte boreal huma nova mancha *b* *Fig. 3.*

A 2 do mesmo mez ás 8<sup>h</sup> 30'. A banda austral ordinaria *A* mais larga, e escura do que a boreal, e em partes mais carregada: a nova banda *a*, e a mancha *b* da mesma forma que no dia precedente *Fig. 4.*

A 5 ás 10<sup>h</sup>. A mancha boreal *b* appareceu oblonga, em forma de nova banda, sem com tudo tocar as extremidades do disco do Planeta. A banda *a* muito distincta *Fig. 5.*

A 6 ás 9<sup>h</sup>. A banda ordinaria *A* mais larga, e com as suas extremidades mais carregadas e dilatadas: a mancha *b* occupando todo o segmento.

A 8 ás 9<sup>h</sup>. A banda *A* continuava a ver-se mais carregada do que *B*: as bandas *a*, e *b* mui distinctas; e huma nova mancha *a'* na extremidade austral, como huma leve sombra *Fig. 6.*

A 10 ás 10<sup>h</sup>. A banda *a* assás distincta e dilatada: as manchas *a'* e *b* pouco sensiveis.

Nos dias 11, 12, 14, 15, 17, e 18 continuaraõ as bandas *a* e *b* a apparecer no mesmo estado sensivelmente, que no dia 10, sem se notar a mancha *a'*.

No dia 19 ás 8<sup>h</sup> não se observava a banda *b*; e a banda *A* tinha tomado huma forma muito irregular, como se mostra na *Fig. 7.*

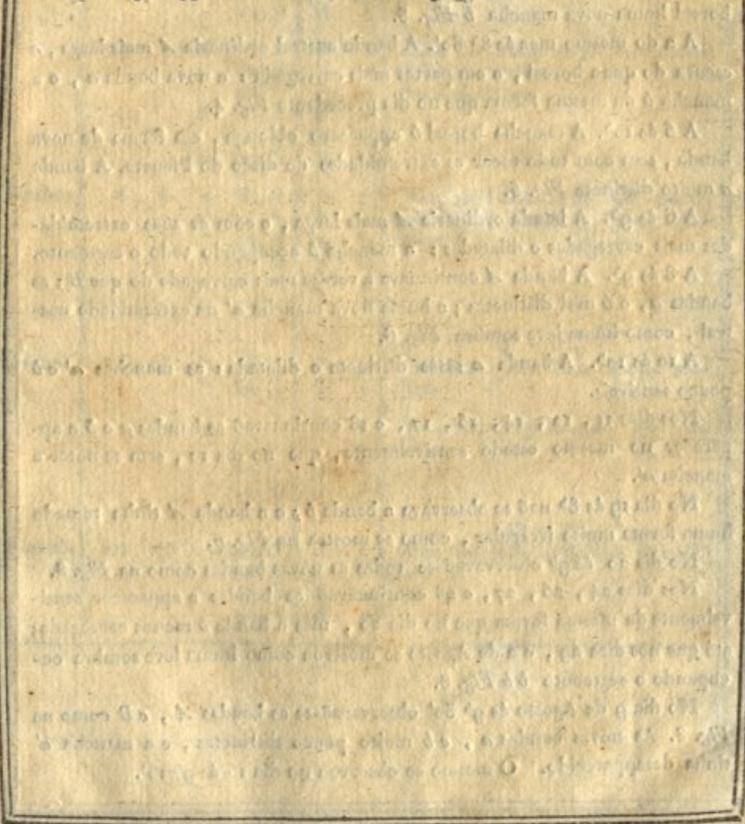
No dia 20 ás 9<sup>h</sup> observavaõ-se todas as novas bandas como na *Fig. 8.*

Nos dias 24, 25, 27, e 28 continuavaõ as bandas a apparecer sensivelmente da mesma forma que no dia 20, mas a banda *b* menos carregada; até que nos dias 29, e 2 de Agosto se mostrou como huma leve sombra occupando o segmento *bb* *Fig. 8.*

No dia 9 de Agosto ás 9<sup>h</sup> 30' observaõ-se as bandas *A*, e *B* como na *Fig. 8.* As novas bandas *a*, e *b* muito pouco distinctas, e a mancha *a'* tinha desaparecido. O mesmo se observou no dia 15 ás 9<sup>h</sup> 15'.

Nos dias seguintes , por estar Jupiter muito perto do horizonte indo a entrar nos raios do Sol , não se continuarão as observações : Assim como tambem se não pode notar a revolução de nenhuma das manchas , que se divisavaõ , ja dentro das bandas ordinarias , ja fóra dellas , por se não perceberem com distincão sufficiente para se marcar a sua figura , e se reconhecer a sua identidade nas revoluções successivas do Planeta em roda do seu eixo.

Depois que o Planeta se desembaraçou dos raios solares não podémos observar com distincão a sua figura senão nos dias 1, 12, 17 de Junho de 1806, em que appareceo como se vê na Fig. 9.



*OBSERVAÇÕES Astronomicas feitas em Lisboa no Observatorio Real da Marinha por PAULO JOSÉ MARIA CIEIRA no anno de 1805.*

Mezes.	Tempo verdadeiro.				Observações.	Circunst.
	D.	H.	M.	S.		
Fever.	4	16	26	42	Im. do I Sat. de Z <sup>o</sup> .	Boa
	11	17	6	23	Em. do III.	Duvidosa
	26	15	4	52	Em. do II.	Menos má
Março	5	15	23	24	Im. do II Sat. de Z <sup>o</sup> .	Muito boa
	26	14	56	9	{ Im. do III.	Muito boa
		16	59	32	{ Em. do II.	Boa
	30	12	26	8	Im. do II.	Muito boa
Abril	6	15	1	58	Im. do II Sat. de Z <sup>o</sup> .	Boa
	7	15	10	53	Im. do I.	Muito boa
	8	13	6	29	{ Im. no limbo escuro da C.	Instantanea
		14	4	39	{ Em. no limbo illuminado.	Duvidosa
Maio	16	11	37	17	{ Im. no limbo illum. da C.	Muito boa
		12	39	45	{ Em. no limbo escuro.	Instantanea
	25	12	16	57	Em. do I Sat. de Z <sup>o</sup> .	Duvidosa
	26	11	17	24	Em. do II.	Menos má
Junho	1	14	9	30	Em. do I Sat. de Z <sup>o</sup> .	Menos má
	3	8	36	35	Em. do I.	Boa
	6	8	54	17	Em. do III.	Muito boa
	10	7	40	0	{ Im. no limbo escuro da C.	Instantanea
		8	47	2	{ Em. no limbo illum.	Boa
	13	12	53	23	Em. do III Sat. de Z <sup>o</sup> .	Menos má
	17	12	8	26	{ Im. no limb. illum. da C.	Boa
		13	12	0.4	{ Em. no limbo escuro.	Instantanea
	17	12	23	46	Em. do I Sat. de Z <sup>o</sup> .	Boa
	20	8	12	44	Em. do II.	Boa
26	8	45	18	Em. do I.	Menos má	
Julho	29	10	21	10	Em. do II Sat. de Z <sup>o</sup> .	Menos má
Agosto	11	9	11	52	Em. do I. Sat. de Z <sup>o</sup> .	Menos má
Setemb.	7	6	58	55	{ Im. no limbo esc. da C.	Instantanea
		8	6	32	{ Em. no limbo illum.	Menos má
	19	7	55	23	Em. do I Sat. de Z <sup>o</sup> .	Boa
Nov.	13	14	1	6	{ Im. no limbo illum. da C.	Muito boa
		14	55	4	{ Em. no limbo escuro.	Instantanea



A	Fact.	D.	A	Fact.	D.	A	Fact.	D.	D.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25, 4	2,3622	92	31, 3	1,9169	61	37, 2	1,6129	45	33	3	7	10	13	17	20	23	26	30
25, 5	2,3530	92	31, 4	1,9108	61	37, 3	1,6086	45	34	3	7	10	14	17	20	24	27	31
25, 6	2,3438	92	31, 5	1,9047	61	37, 4	1,6043	45	35	4	7	11	14	18	21	25	28	32
25, 7	2,3347	91	31, 6	1,8987	60	37, 5	1,6000	45	36	4	7	11	14	18	22	25	29	33
25, 8	2,3256	91	31, 7	1,8927	60	37, 6	1,5957	45	37	4	7	11	15	19	22	26	30	33
25, 9	2,3166	90	31, 8	1,8868	59	37, 7	1,5915	42	38	4	8	11	15	19	23	27	30	34
26, 0	2,3077	88	31, 9	1,8809	59	37, 8	1,5873	42	39	4	8	12	16	20	23	27	31	35
26, 1	2,2989	88	32, 0	1,8750	58	37, 9	1,5831	42	40	4	8	12	16	20	24	28	32	36
26, 2	2,2901	87	32, 1	1,8692	58	38, 0	1,5789	41	41	4	8	12	16	21	25	29	33	37
26, 3	2,2814	87	32, 2	1,8634	58	38, 1	1,5748	41	42	4	8	13	17	21	25	29	34	38
26, 4	2,2727	86	32, 3	1,8576	57	38, 2	1,5707	41	43	4	9	13	17	22	26	30	34	39
26, 5	2,2641	85	32, 4	1,8519	57	38, 3	1,5666	41	44	4	9	13	18	22	26	31	35	40
26, 6	2,2556	84	32, 5	1,8462	57	38, 4	1,5625	41	45	5	9	14	18	23	27	32	36	41
26, 7	2,2472	84	32, 6	1,8405	56	38, 5	1,5584	40	46	5	9	14	18	23	28	32	37	41
26, 8	2,2388	83	32, 7	1,8349	56	38, 6	1,5544	40	47	5	9	14	19	24	28	33	38	42
26, 9	2,2305	83	32, 8	1,8293	56	38, 7	1,5504	40	48	5	10	14	19	24	29	34	38	43
27, 0	2,2222	82	32, 9	1,8237	55	38, 8	1,5464	40	49	5	10	15	20	25	29	34	39	44
27, 1	2,2140	81	33, 0	1,8182	55	38, 9	1,5424	40	50	5	10	15	20	25	30	35	40	45
27, 2	2,2059	81	33, 1	1,8127	55	39, 0	1,5384	39	51	5	10	15	20	26	31	36	41	46
27, 3	2,1978	80	33, 2	1,8072	54	39, 1	1,5345	39	52	5	10	16	21	26	31	36	41	47
27, 4	2,1898	80	33, 3	1,8018	54	39, 2	1,5306	39	53	5	11	16	21	27	32	37	42	48
27, 5	2,1818	80	33, 4	1,7964	54	39, 3	1,5267	39	54	5	11	16	22	27	32	38	43	49
27, 6	2,1739	79	33, 5	1,7910	53	39, 4	1,5228	38	55	6	11	17	22	28	33	39	44	50
27, 7	2,1661	78	33, 6	1,7857	53	39, 5	1,5190	38	56	6	11	17	22	28	34	39	45	50
27, 8	2,1583	77	33, 7	1,7804	53	39, 6	1,5152	38	57	6	11	17	23	29	34	40	46	51
27, 9	2,1506	77	33, 8	1,7751	52	39, 7	1,5114	38	58	6	12	17	23	29	35	41	46	52
28, 0	2,1429	77	33, 9	1,7699	52	39, 8	1,5076	38	59	6	12	18	24	30	35	41	47	53
28, 1	2,1352	76	34, 0	1,7647	52	39, 9	1,5038	38	60	6	12	18	24	30	36	42	48	54
28, 2	2,1276	75	34, 1	1,7595	51	40, 0	1,5000	37	61	6	12	18	24	31	37	43	49	55
28, 3	2,1201	74	34, 2	1,7544	51	40, 1	1,4963	37	62	6	12	19	25	31	37	43	50	56
28, 4	2,1127	74	34, 3	1,7493	51	40, 2	1,4926	37	63	6	13	19	25	32	38	44	50	57
28, 5	2,1053	74	34, 4	1,7442	51	40, 3	1,4889	37	64	6	13	19	26	32	38	45	51	58
28, 6	2,0979	73	34, 5	1,7391	50	40, 4	1,4852	37	65	7	13	20	26	33	39	46	52	59
28, 7	2,0906	72	34, 6	1,7341	50	40, 5	1,4815	37	66	7	13	20	26	33	40	46	53	59
28, 8	2,0833	72	34, 7	1,7291	50	40, 6	1,4778	36	67	7	13	20	27	33	40	47	54	60
28, 9	2,0761	71	34, 8	1,7241	50	40, 7	1,4741	36	68	7	14	20	27	34	41	47	54	61
29, 0	2,0690	71	34, 9	1,7192	49	40, 8	1,4706	36	69	7	14	21	28	35	41	48	55	62
29, 1	2,0619	71	35, 0	1,7143	49	40, 9	1,4670	36	70	7	14	21	28	35	42	49	56	63
29, 2	2,0548	70	35, 1	1,7094	49	41, 0	1,4634	36	71	7	14	21	28	36	43	50	57	64
29, 3	2,0478	70	35, 2	1,7045	49	41, 1	1,4598	35	72	7	14	22	29	36	43	50	58	65
29, 4	2,0408	69	35, 3	1,6997	48	41, 2	1,4563	35	73	7	15	22	29	37	44	51	58	66
29, 5	2,0339	69	35, 4	1,6949	48	41, 3	1,4528	35	74	7	15	22	30	37	44	52	59	67
29, 6	2,0270	68	35, 5	1,6901	47	41, 4	1,4493	35	75	8	15	23	30	38	45	53	60	68
29, 7	2,0202	68	35, 6	1,6854	47	41, 5	1,4458	35	76	8	15	23	30	38	46	53	61	68
29, 8	2,0134	67	35, 7	1,6807	47	41, 6	1,4423	35	77	8	15	23	31	39	46	54	62	69
29, 9	2,0067	67	35, 8	1,6760	47	41, 7	1,4388	34	78	8	16	23	31	39	47	55	62	70
30, 0	2,0000	66	35, 9	1,6713	46	41, 8	1,4354	34	79	8	16	24	32	40	47	55	63	71
30, 1	1,9934	66	36, 0	1,6667	46	41, 9	1,4320	34	80	8	16	24	32	40	48	56	64	72
30, 2	1,9868	66	36, 1	1,6621	46	42, 0	1,4286	34	81	8	16	24	32	41	49	57	65	73
30, 3	1,9802	65	36, 2	1,6575	46	42, 1	1,4252	34	82	8	16	25	33	41	49	57	66	74
30, 4	1,9737	65	36, 3	1,6529	45	42, 2	1,4218	34	83	8	17	25	33	42	50	58	66	75
30, 5	1,9672	65	36, 4	1,6484	45	42, 3	1,4184	33	84	8	17	25	34	42	50	59	67	76
30, 6	1,9608	64	36, 5	1,6439	45	42, 4	1,4151	33	85	9	17	26	34	43	51	60	68	77
30, 7	1,9544	64	36, 6	1,6394	45	42, 5	1,4118	33	86	9	17	26	34	43	52	60	69	77
30, 8	1,9481	63	36, 7	1,6349	45	42, 6	1,4085	33	87	9	17	26	35	44	52	61	70	78
30, 9	1,9418	63	36, 8	1,6304	44	42, 7	1,4052	33	88	9	18	26	35	44	53	62	70	79
31, 0	1,9355	62	36, 9	1,6260	44	42, 8	1,4019	33	89	9	18	27	36	45	53	62	71	80
31, 1	1,9293	62	37, 0	1,6216	44	42, 9	1,3986	33	90	9	18	27	36	45	54	63	72	81
31, 2	1,9231	61	37, 1	1,6172	44	43, 0	1,3953	33	91	9	18	27	36	46	54	64	73	82
31, 3	1,9169	61	37, 2	1,6129	43	43, 1	1,3920	33	92	9	18	28	37	46	55	64	74	83

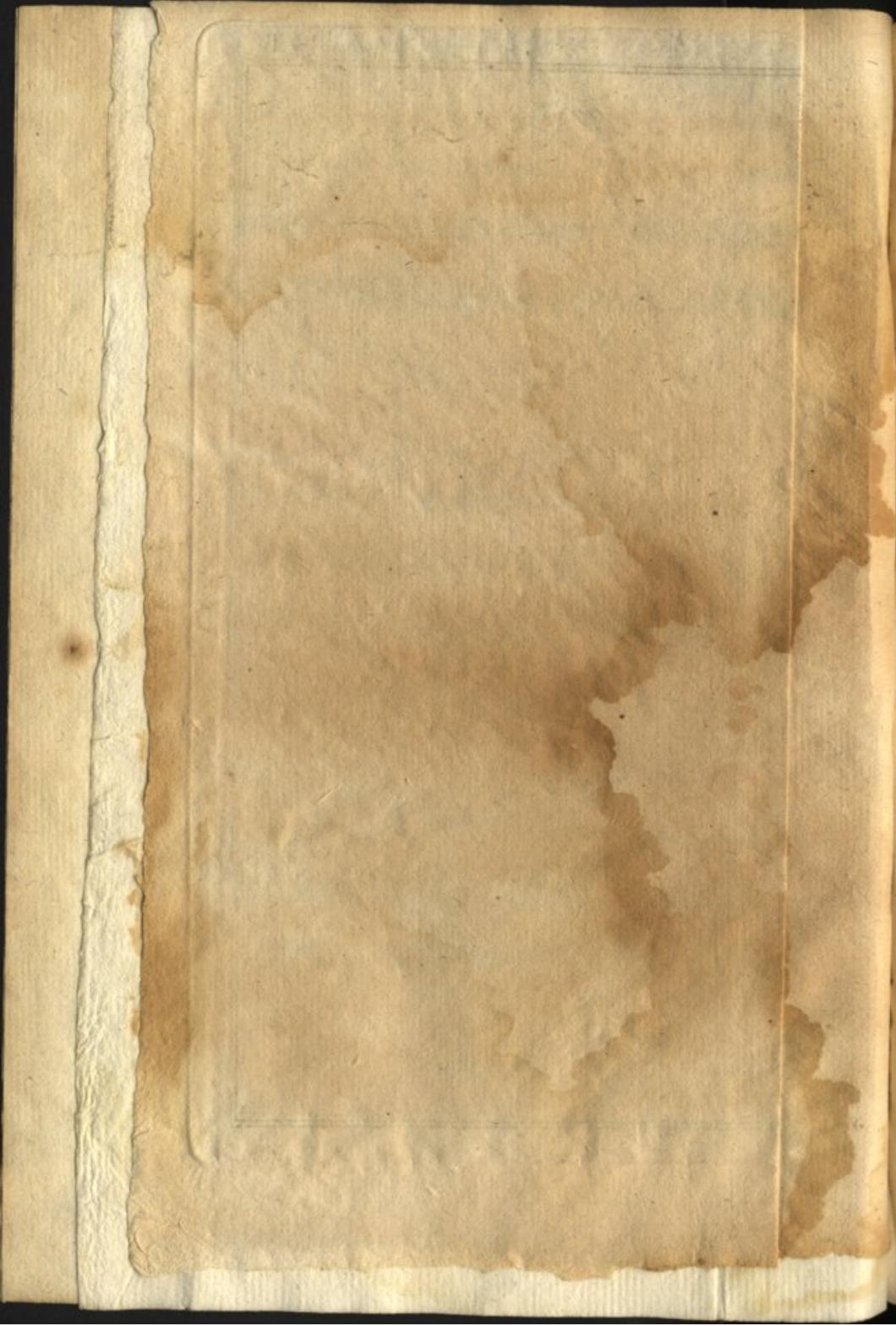


Fig 1.

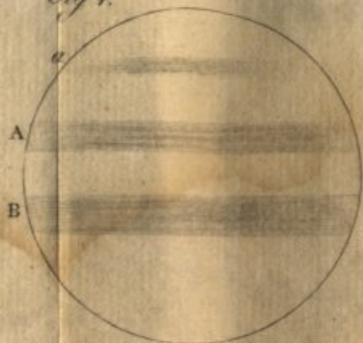


Fig 2.

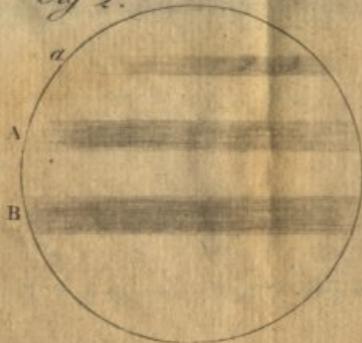


Fig 3.

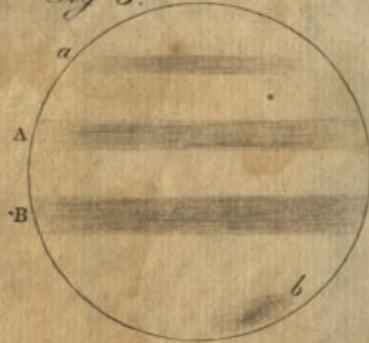


Fig 4.

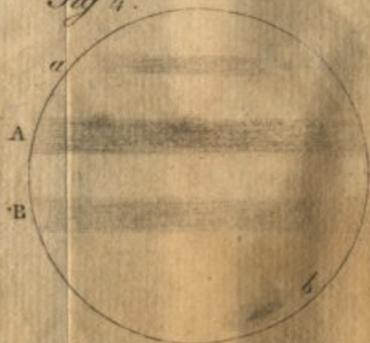


Fig 5.



Fig 6.



Fig 7.

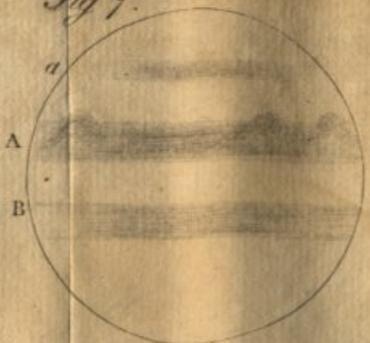


Fig 8.

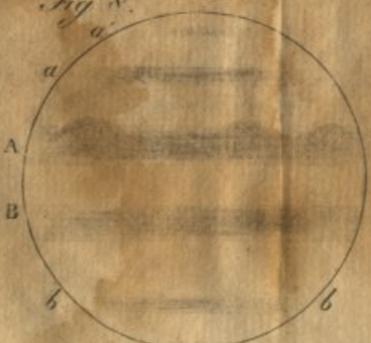
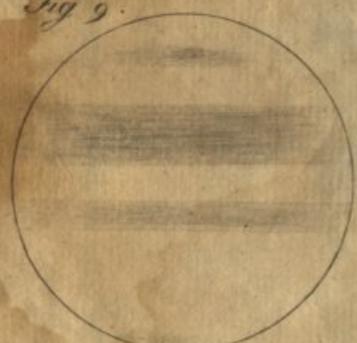
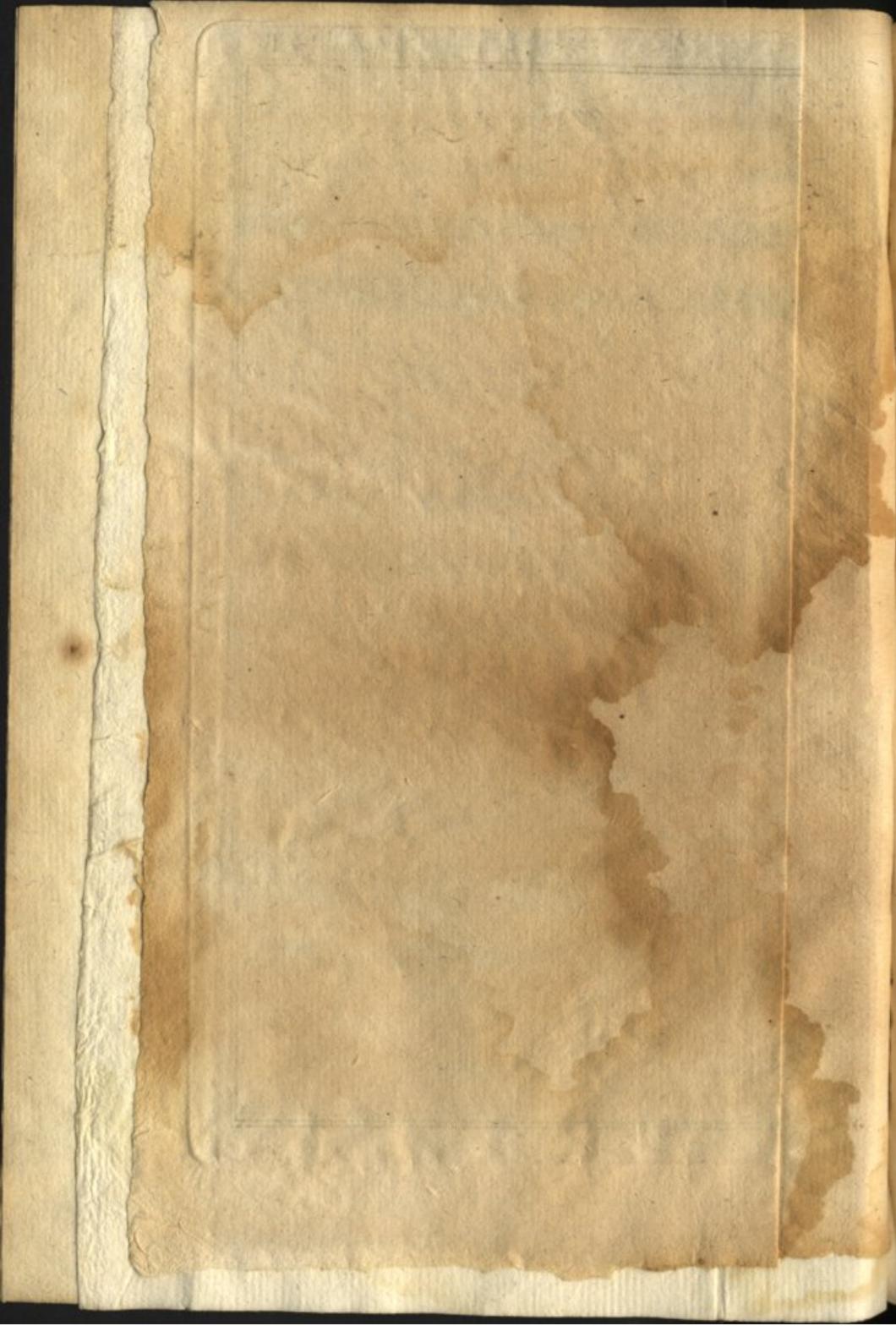


Fig 9.





DEMONSTRAÇÃO E AMPLIAÇÃO  
DO  
CALCULO DOS ECLIPSES  
PROPOSTO  
NO PRIMEIRO VOLUME  
DESTAS EPHEMERIDES

---

DEPARTMENT OF THE INTERIOR

DO

CALCULUS OF HOLIDAYS

UNO 2020

NO. 123456789

DEPARTMENT OF THE INTERIOR

DEMONSTRAÇÃO E AMPLIAÇÃO DO CALCULO DOS ECLIPSES.

§. I.

Construcção Preliminar.

1. Como neste methodo de calcular os Eclipses usamos da parallaxe horizontal correspondente ao semidiametro da Terra no Lugar, para o qual se fizer o calculo, e da Latitude ou altura do pólo delle, reduzida ao que pareceria sendo vista do centro, isto he, diminuida da angulo formado pela vertical com o dito semidiametro: começaremos pelo calculo destas reduções.

2. Seja CE (Fig. 1.) o semidiametro do Equador, CO o do Lugar O, OM a normal, que he como raio da esfera osculadora do ellipsoide terrestre no ponto O, e em todos os do parallelo que passa por O, e CP o semi-eixo da Terra. He claro que estas quatro linhas, sendo vistas directamente do centro da Lua, o seriaõ por angulos proporcionais a ellas, e que esses angulos são as parallaxes respectivas da Lua, a equatoria, a elliptica e esphérica do Lugar O, e a polar, as quais denotaremos por π, p, p', π'. He claro tambem, que tirando ON perpendicular a CP, será MON a Latitude de O que chamaremos L, e CON a Latitude reduzida pela diminuição do angulo da vertical MOC, que chamaremos P; e convem determinar P por L, e p, p' por π.

3. Suppondo pois CE = π, CP = π', e CP : CE :: 1 : ρ, pelas propriedades sabidas da ellipse teremos

y² = π² - ρ² x², e MN = ρ² x,

sendo CN = x, NO = y. E porque os triangulos MON, CON daõ tg. L : tg. P :: MN : CN :: ρ² : 1, será

tg. P = (tg. L / ρ²) = tg. L - ((ρ² - 1) / ρ²) tg. L.

Mas considerando este ultimo e pequeno termo como differença de tg. L,

e advertindo que a differença do arco he igual á da tangente multiplicada pelo quadrado do coseno, teremos

$$P = L - \frac{(\rho^2 - 1)}{\rho^2} \text{sen. } L \text{ cos. } L \text{ em partes do raio, ou}$$

$$\text{sen. } (L - P) = \frac{(\rho^2 - 1)}{\rho^2} \text{sen. } L \text{ cos. } L = \frac{(\rho + 1)(\rho - 1)}{\rho^2} \text{sen. } L \text{ cos. } L.$$

E porque  $\rho$  differe muito pouco de 1, em vez de  $\frac{\rho + 1}{\rho^2}$  pode substituir-se 2, e será

$$\text{sen. } (L - P) = 2(\rho - 1) \text{sen. } L \text{ cos. } L.$$

4. Como he  $ON = y = \rho' \text{ cos. } L$ , e  $MN = \rho' \text{ sen. } L = \rho^2 x$ , que dá  $x = \frac{\rho' \text{ sen. } L}{\rho^2}$ , substituindo estes valores na equação  $y^2 = \pi^2 - \rho^2 x^2$ , teremos

$$\rho'^2 \text{ cos.}^2 L = \pi^2 - \frac{\rho'^2 \text{ sen.}^2 L}{\rho^2},$$

donde se tira

$$\rho'^2 \left(1 - \frac{(\rho^2 - 1)}{\rho^2} \text{sen.}^2 L\right), \text{ ou } \rho'^2 (1 - 2(\rho - 1) \text{sen.}^2 L) = \pi^2,$$

$$\text{e } \rho' = \frac{\pi}{\sqrt{(1 - 2(\rho - 1) \text{sen.}^2 L)}} = \pi + \pi(\rho - 1) \text{sen.}^2 L.$$

E porque o triangulo  $MOC$  dá  $\rho' : \rho :: \text{cos. } P : \text{cos. } L :: \text{cos. } (L - 2(\rho - 1) \text{sen. } L \text{ cos. } L) : \text{cos. } L :: 1 + 2(\rho - 1) \text{sen.}^2 L : 1$ , teremos

$$\rho = \frac{\pi + \pi(\rho - 1) \text{sen.}^2 L}{1 + 2(\rho - 1) \text{sen.}^2 L} = \pi - \pi(\rho - 1) \text{sen.}^2 L.$$

Donde se vê, que a parallaxe equatoria he media arithmetica entre a elliptica e espherica de qualquer Lugar, as quais se acharão ambas por meio da mesma redução  $\pi(\rho - 1) \text{sen.}^2 L$  subtractiva da equatoria para ter a primeira, e additiva para ter a segunda.

5. Usando pois da parallaxe elliptica  $p$ , e da altura do pólo reduzida  $P$ , teremos o raio do parallelo terrestre  $ON = p \text{ cos. } P$ , e a distancia delle ao centro  $CN = p \text{ sen. } P$ . E suppondo  $Cs$  dirigida a hum astro infinitamente distante, cuja declinação  $ECs = D$ , e tirando  $CB$  perpendicular a  $Cs$ ,  $NT$  e  $OS$  perpendiculares, e  $Nn$  parallela a  $CB$ : está claro, que do astro se veria o arco do meridiano terrestre projectado orthographicamente sobre a linha  $CB$ , e particularmente o centro do parallelo  $N$  em  $T$ , e o Observador  $O$  em  $S$ . E porque  $PCB = NON = D$ , será

$$CT = p \text{ sen. } P \text{ cos. } D, \quad TS = Nn = p \text{ cos. } P \text{ sen. } D,$$

e por conseguinte

$$CS = p \operatorname{sen.} P \cos. D - p \operatorname{sen.} D \cos. P = p \operatorname{sen.} (P - D).$$

6. Imaginando agora dous planos, que passem por  $CB$  e  $CP$ , e perpendiculares ao plano da figura, cuja intersecção será huma linha perpendicular em  $C$  ao mesmo plano, e cuja inclinação será a mesma das linhas  $CB$ ,  $CP$ , e igual á declinação do astro  $D$ : he tambem claro, que todos os pontos do diametro do parallelo perpendicular em  $N$  ao plano da figura, que he o do meridiano, serão projectados sobre huma mesma linha recta perpendicular ao mesmo plano em  $T$ , e parallela á intersecção dos outros dous, donde se segue que a distancia de todos á dita intersecção será igual a  $CT = p \operatorname{sen.} P \cos. D$ .

7. He tambem facil de ver que a projecção dos pontos correspondentes da circunferencia do parallelo será determinada por linhas como  $Nn$ , e parallellas a  $Nn$ , as quais variaõ em rasoõ da variação da ordenada do parallelo, sendo sempre o angulo  $NON = D$ . E porque sendo o angulo horario de qualquer dos ditos pontos  $= H$ , he a ordenada  $= NO \cos. H = p \cos. P \cos. H$ , e a distancia della ao plano do meridiano  $= NO \operatorname{sen.} H = p \cos. P \operatorname{sen.} H$ , teremos a linha correspondente a  $Nn = p \operatorname{sen.} D \cos. P \cos. H$ , e por conseguinte a distancia do ponto da projecção á intersecção sobredita  $= p \operatorname{sen.} P \cos. D - p \operatorname{sen.} D \cos. P \cos. H$ . Logo, suppondo que  $ACB$  he o plano da projecção perpendicular ao da figura, e que nelle he  $CA$  a projecção do meridiano, passando  $O$  a representar qualquer ponto do parallelo, cujo angulo horario  $= H$ , será a projecção delle em  $S$  determinada pelas coordenadas  $CR = p \operatorname{sen.} P \cos. D - p \operatorname{sen.} D \cos. P \cos. H$ , e  $RS = p \cos. P \operatorname{sen.} H$ .

8. O plano da projecção separa o hemispherio da Terra, que he visivel do centro do astro, ao qual attribue o Observador o seu proprio movimento diurno: de sorte, que chegando elle ao meridiano fixo  $CA$  verá o astro no meridiano; e chegando ao plano da projecção, o verá no horizonte, e isso se determinará pela condição de  $SO = a$ . Mas he

$$SO = Sn + nO = p \operatorname{sen.} P \operatorname{sen.} D + p \cos. P \cos. D \cos. H :$$

Logo estará o astro no horizonte, quando for

$$\cos. H = -\operatorname{tg.} P \operatorname{tg.} D ;$$

e o angulo  $H$  será agudo ou obtuso conforme  $P$  e  $D$  forem de differente ou da mesma denominação, positivo para o occaso, e negativo para o nascimento do astro: Advertindo-se, que este horizonte não he o apparente perpendicular a  $MO$ , mas o parallaxico perpendicular a  $CO$ .

9. Como havemos de servirmos da altura  $SO$  do Observador sobre o plano da projecção, usaremos de outra expressão della mais commoda para o calculo por meio das coordenadas  $CR$ ,  $RS$ ; e muito mais porque o angulo  $RCS$ , de que ella depende, ha tambem de servir para outro uso. Sendo pois  $RCS = \mu$ ,  $COS = \pi$ , e suppondo  $p \cos. P \text{ sen. } H = n$ ,  $p \text{ sen. } P \cos. D - p \text{ sen. } D \cos. P \cos. H = m$ , teremos

$$\text{tg. } \mu = \frac{n}{m}, \text{ sen. } \pi = \frac{n}{p \text{ sen. } \mu} = \frac{m}{p \cos. \mu}, \text{ e } SO = p \cos. \pi;$$

expressão, que denota em minutos o angulo, porque  $SO$  seria vista directamente do centro da Lua, mas que se tornará em  $\text{sen. } p \cos. \pi$ , quando se comparar com a distancia della supposta = 1.

10. Se o astro variar de declinação, e o calculo se fizer para hum tempo  $t$  contado do instante, em que a declinação delle era  $D$ , que supporemos ser o da conjunção com a Lua, em ascensão recta, então a variação de  $D$  não affectará nada a ordenada  $RS$ , mas tão somente  $CR$ , cuja variação será  $= -dD p (\text{sen. } D \text{ sen. } P + \cos. P \cos. D \cos. H) = dD p \cos. \pi$ . E porque, sendo o movimento horario do astro em declinação  $= d'$ , he  $dD = t \text{ sen. } d'$ , teremos a variação de  $CR = t p \text{ sen. } d' \cos. \pi = d' t \text{ sen. } p \cos. \pi$ , porque sendo  $d'$  e  $p$  arcos pequenos he  $p \text{ sen. } d' = d' \text{ sen. } p$ . Por tanto, suppondo sempre  $p \text{ sen. } P \cos. D - p \text{ sen. } D \cos. P \cos. H = m$ , será para qualquer tempo  $t$  a coordenada

$$CR = m - d' t \text{ sen. } p \cos. \pi.$$

11. Assim como usamos da parallaxe elliptica  $p$  com a sua Latitude reduzida  $P$ , podiamos tambem usar da espherica  $p'$  com a Latitude  $L$ , ou da equatoria, ou da polar com a Latitude reduzida competentemente. E qualquer destes tres modos parecerá á primeira vista que mereceria ter preferencia por esçuzarem huma redução, ou a da Latitude, ou a da parallaxe. Mas vejamos primeiro, como cada hum delles se podia substituir ao que acabamos de expôr. Tudo está em exprimir  $CN$  e  $NO$  pelas ditos parallaxes; porque o resto da projecção he da mesma maneira.

12. Sendo pois (Fig. 1.)  $OM = p'$ , e  $MON = L$ , teremos  
 $ON = p' \cos. L$ , e  $MN = p' \text{ sen. } L$ .

Mas he  $MN : CN :: \rho' x : x :: \rho^2 : 1$ . Logo  $CN = \frac{p' \text{ sen. } L}{\rho^2}$ ;

e consequentemente

$$CR = \frac{p' \text{ sen. } L \cos. D}{\rho^2} - p' \text{ sen. } D \cos. L \cos. H, \text{ RS} = p' \cos. L \text{ sen. } H,$$

$$e \quad SO = \frac{p' \operatorname{sen.} L \operatorname{sen.} D}{\rho^2} + p' \operatorname{cos.} L \operatorname{cos.} H,$$

donde resulta por condiçãõ do astro no horizonte

$$\operatorname{cos.} H = - \frac{\operatorname{tg.} L \operatorname{tg.} D}{\rho^2},$$

expressãõ que coincide com a do n.º 8. por ser  $\operatorname{tg.} P = \frac{\operatorname{tg.} L}{\rho^2}$ .

13. Sendo tambem  $ON$  cortada pelo circulo inscrito em  $e$ , tirando  $eC$ , e  $OQ$  parallella a  $eC$ , como pela propriedade da ellipse he  $Ne : NO :: r : \rho$ , e os triangulos semelhantes  $NeC$ ,  $NOQ$  daõ  $Ne : NO :: Ce : OQ$ , e he  $Ce = CP$ , serã  $OQ = CE = \pi$ . E fazendo  $NOQ = l$ , teremos  $\operatorname{tg.} l : \operatorname{tg.} L :: NQ : NM :: \rho : CN : \rho^2$ .  $CN :: r : \rho$ , e consequentemente

$$\operatorname{tg.} l = \frac{\operatorname{tg.} L}{\rho} = \operatorname{tg.} L - \frac{(\rho - 1) \operatorname{tg.} L}{\rho},$$

donde, por hum modo similhante ao que acima practicãmos (n. 3.) se deduz

$$\operatorname{sen.} (L - l) = (\rho - 1) \operatorname{sen.} L \operatorname{cos.} L;$$

e a reduçãõ de  $L$  a  $l$  se farã tirando-lhe a ametade do angulo da vertical.

Assim teremos  $NO = \pi \operatorname{cos.} l$ ,  $NQ = \pi \operatorname{sen.} l$ , e  $CN = \frac{\pi \operatorname{sen.} l}{\rho}$ ;

$$CR = \frac{\pi \operatorname{sen.} l \operatorname{cos.} D}{\rho} - \pi \operatorname{sen.} D \operatorname{cos.} l \operatorname{cos.} H, \quad RS = \pi \operatorname{cos.} l \operatorname{sen.} H,$$

$$e \quad SO = \frac{\pi \operatorname{sen.} l \operatorname{sen.} D}{\rho} + \pi \operatorname{cos.} l \operatorname{cos.} D \operatorname{cos.} H.$$

14. Em fim se quizessemos usar da parallaxe polar  $Ce = \pi'$ , e da Latitude reduzida  $CeN = QON = l$ , teriamõs  $CN = \pi' \operatorname{sen.} l$ ,  $Ne = \pi' \operatorname{cos.} l$ , e  $NO = \rho \pi' \operatorname{cos.} l$ . Donde se conclue

$$CR = \pi' \operatorname{sen.} l \operatorname{cos.} D - \pi' \rho \operatorname{sen.} D \operatorname{cos.} l \operatorname{cos.} H,$$

$$RS = \pi' \rho \operatorname{cos.} l \operatorname{sen.} H,$$

$$e \quad SO = \pi' \operatorname{sen.} l \operatorname{sen.} D + \pi' \rho \operatorname{cos.} l \operatorname{cos.} D \operatorname{cos.} H.$$

Tal he a base do methodo de M. du Séjour (*Traité Analytique des Mouvements apparens des Corps Célestes* . . . A Paris MDCCLXXXVI.). E



a declinaçãõ da  $\odot$  na  $\odot$  - - - - - =  $D'$   
 a do astro - - - - - =  $D$   
 e  $D' - D$  - - - - - =  $\Delta$   
 o movimento horario da  $\odot$  em declinaçãõ — o do astro na  $\odot$  =  $\delta$   
 o do astro - - - - - =  $d'$   
 e o numero  $B$  da Ephemeride correspondente á declinaçãõ da Lua =  $n'$   
 (movim. hor.  $\odot$  em A. R. na  $\odot$  — o do astro)  $\times$   $\cos. D'$  =  $h$   
 e  $B \cos. D' - \frac{1}{2} \delta \text{ sen. } h \text{ tg. } D'$  - - - - - =  $n$   
 sendo  $B$  o numero da Ephemeride correspondente ao movimento  
 da Lua em Ascensãõ Recta;  
 e a distancia apparente dos centros procurada - - - - - =  $S$ .

17. Faça-se  $p \cos. P \text{ sen. } H = n$ ,  $p \text{ sen. } P \cos. D - p \text{ sen. } D \cos. P \cos. H = m$ ,

$$\text{tg. } \mu = \frac{n}{m}, \text{ sen. } \pi = \frac{n}{p \text{ sen. } \mu} = \frac{m}{p \cos. \mu}, h t + n t^2 - n = \frac{n p' t}{2 p} = N,$$

$$\Delta - m - \frac{m p' t}{2 p} + \delta t + n' t^2 + d' t \text{ sen. } p \cos. \pi = M, \text{ tg. } \phi = \frac{N}{M},$$

$$\Sigma = \frac{N}{\text{sen. } \phi} = \frac{M}{\cos. \phi}; \text{ e teremos}$$

$$S = \Sigma + \Sigma \text{ sen. } p \cos. \pi.$$

18. DEMONSTRAÇÃO: Suppondo transportado da Fig. 1. para a Fig. 2. o plano da projecção  $ACB$  com a do Observador  $O$  em  $S$  determinada pelas coordenadas  $CR$ ,  $RS$ , imaginemos tirado pelo centro da Lua  $L$  outro plano parallello a'elle, e consequentemente perpendicular tambem a  $CS$  em  $C'$ . He evidente, que o Observador em  $O$  verá o astro supposto a huma distancia infinita por huma linha  $OS'$  parallello a  $CS$ , e por tanto o verá corresponder ao ponto  $S'$  do dito plano, determinado pelas coordenadas  $C'R'$  parallello e igual a  $CR$ , e  $R'S'$  parallello e igual a  $RS$ .

19. Se o astro porem tiver parallaxe sensivel será visto por huma linha  $OS'$  inclinada para  $CS$ , sendo  $S'o\sigma'$  a sua parallaxe de altura. E porque,  $CS$  ou  $C'S'$  he o seno da distancia do astro ao Zenith para o raio  $CO$ , tirando  $\sigma'\sigma$  parallello a  $S'S$ , e suppondo a parallaxe horizontal do astro =  $\pi$ , teremos

$$S'o\sigma' = S\sigma = \frac{\pi \cdot CS}{CO} = \frac{OO' \cdot CS}{CO},$$

e consequentemente  $OO' = \pi$ . Logo tomando  $CO'$  igual á differença das parallaxes horizontais da Lua e do astro pelas mesmas formulas se calcularão as ordenadas  $C\rho$ ,  $\rho\sigma$ , que determinão o lugar onde o astro ha de ser visto em  $\sigma'$ . Se o astro estivesse mesmo em  $C'$ , seria  $CO' = 0$ , e a distancia verdadeira dos astros não seria alterada pelas parallaxes, salvo tão somente o augmento optico que lhe provem de ser vista da altura  $SO$  sobre o plano da projecção, ou do horizonte; e isto he o que succede continuamente ao semidiametro da Lua supposto  $= LC'$ .

20. Como convem suppôr fixo o meridiano  $C'A'$ , que sempre passe pelo centro do astro, e sempre  $C'$  marque a declinação delle no instante da conjunção, no caso de elle não ser fixo, como são as estrellas, deve o seu movimento transportar-se á Lua em sentido contrario, usando da differença dos movimentos horarios, donde resulta a orbita relativa da Lua  $KL$ , sendo  $K$  o ponto da sua orbita real em que ella se achou, ou ha de achar no instante da conjunção. He necessario, que determinemos o ponto relativo  $L$ , em que se ha de achar em qualquer tempo  $t$  contado do instante da conjunção.

21. Para isso seja a declinação da Lua no ponto  $K = D'$ , o seu movimento relativo em declinação no tempo  $t = D''$ , e em ascensão recta  $= A$ , sendo  $A$ ,  $D'$  arcs pequenos. Teremos (Trig. Spher.)

$$\cos. KL = \text{sen. } D' \text{ sen. } (D' + D'') + \cos. A \cos. D' \cos. (D' + D''),$$

donde se segue

$$1 - 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} KL = \text{sen. } D' \text{ sen. } (D' + D'') + \cos. D' \cos. (D' + D'') \\ - 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} A \cos. D' \cos. (D' + D'')$$

$$= 1 - 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} D'' - 2 \text{ sen.}^2 \frac{1}{2} A \cos. D' \cos. (D' + D'').$$

E porque os senos de arcs pequenos são proporcionais aos mesmos arcs, e  $\cos. D' \cos. (D' + D'') = \cos.^2 D' - D''$ ,  $\text{sen. } D' \cos. D' = \cos.^2 (D' + \frac{1}{2} D'')$ ,

teremos

$$KL^2 = D''^2 + A^2 \cos.^2 (D' + \frac{1}{2} D''),$$

e consequentemente será  $KL$  a hypotenusa de hum triangulo rectangulo, cujos lados seraõ  $KH = D''$ , e

$$Ln = A \cos. (D' + \frac{1}{2} D'') = A \cos. D' - \frac{1}{2} D'' \text{ sen. } A \cos. D' \text{ tg. } D'.$$

Mas

$$D'' = t \text{ (movim. hor. } \odot \text{ em decl. - o do astro} + n' t) = \delta t + n' t^2,$$

onde  $A = t(\text{mov. hor. } \odot \text{ em A. R.} - \text{o do astro} + Bt)$ ,

$$A \cos. D' = h t + B t^2 \cos. D',$$

e  $-\text{sen. } A \cos. D' + \frac{1}{2} D' \text{ tg. } D' = -\frac{1}{2} B t^2 \text{ sen. } h \text{ tg. } D'.$

Logo fazendo, como temos feito,

$$(\text{mov. hor. } \odot \text{ em A. R.} - \text{o do astro.}) \cos. D' = h,$$

teremos  $B \cos. D' - \frac{1}{2} B \text{ sen. } h \text{ tg. } D' = \eta,$

$$K n = \delta t + \eta' t^2,$$

$$L n = h t + \eta t^2.$$

22. Agora tirando  $S'm$  perpendicular a  $Ln$ , e suppondo  $Lm = N$ ,  $S'm = M$ ,  $m S'L = \phi$ ,  $S'L = \Sigma$ , teremos

$$N = Ln - mn = Ln - R'S' = h t + \eta t^2 - n - \frac{n p' t}{2 p},$$

$$M = R'n = C'n - C'R'$$

$$= \Delta - m - \frac{m p' t}{2 p} + \delta t + \eta' t^2 + d' t \text{ sen. } p \cos. \pi \text{ (n. 10.)},$$

sendo  $\frac{n p' t}{2 p}$ ,  $\frac{m p' t}{2 p}$  as correccões de  $n$ ,  $m$ , que resultão da variaçãõ da

parallaxe no tempo  $t$ ,  $\text{tg. } \phi = \frac{N}{M}$ , e

$$\Sigma = \frac{N}{\text{sen. } \phi} = \frac{M}{\cos. \phi}.$$

Será logo  $\Sigma$  a distancia apparente dos centros reduzida ao plano da projecçãõ, e qual seria vista do ponto  $S$  projecçãõ do Observador pelo angulo  $LS S'$ , de que ella he juntamente a medida, porque pela escala adoptada no cálculo he proporcional ao arco que subtenderia o raio da projecçãõ  $CO$  visto directamente de huma distancia igual á da Lua, qual tambem he sem erro sensivel  $SS'$ . Mas o Observador em  $O$  a verá pelo angulo  $LOS' = S$ , que denota a distancia apparente dos centros. E porque os angulos opticos, porque se vê huma mesma linha  $\Sigma$  directamente de diferentes distancias, são na rasãõ inversa das distancias, e  $LS S' = \Sigma$ , teremos  $S : \Sigma ::$

$SS' : OS' :: 1 : 1 - \text{sen. } p \cos. \pi \text{ (n. 9.)}$ , e em fim

$$S = \frac{\Sigma}{1 - \text{sen. } p \cos. \pi} = \Sigma + \Sigma \text{ sen. } p \cos. \pi :$$

Advertindo-se, que aqui deverá ser  $p$  a parallaxe da Lua sem a diminuição da do outro astro, ainda que usando-se da differença dellas, visto serem as dos outros muito menores que a da Lua, não resultará dahi erro attendivel.

23. *N. B.* No calculo directo dos eclipses para o annuncio delles, podem desprezar-se os pequenos termos  $n t^2$ ,  $n' t^2$ ,  $\frac{n p' t}{2 p}$ ,  $\frac{m p' t}{2 p}$ ,

$d' t \text{ sen. } p \cos. \pi$ ; advertindo-se, que este ultimo he por si nullo nos eclipses das estrellas, pois que nellas he sempre  $d' = 0$ . Mas no calculo inverso, quando das observações voltarmos a rectificar qualquer dos elementos dados pelas Taboas da Lua, e concluir a differença da longitude dos Lugares onde se fizeraõ as mesmas observações, não deve desprezar-se nada do que pode influir, ainda que pouco seja, na exactidão dos resultados.

24. Nas formulas antecedentes, e em todas as seguintes, suppoem-se os angulos positivos, e não maiores que  $90^\circ$ . Sendo de outra sorte, deverá attender-se á regra dos sinais: Que o seno segue sempre o sinal do angulo; e que o coseno, sem attenção alguma ao sinal do angulo, he positivo ou negativo, segundo elle for menor ou maior que  $90^\circ$ . E para isso se contarão os angulos sómente até  $180^\circ$  tanto pela parte positiva, como pela negativa, sendo manifesto que os angulos maiores que  $180^\circ$  se reduzem ao seu supplemento para  $360^\circ$  com o sinal contrario, como por exemplo,  $+ 285^\circ$  marca na circumferencia do circulo o mesmo ponto que  $- 75^\circ$ , e  $- 285^\circ$  o mesmo que  $+ 75^\circ$ .

25. Alem disso cumpre notar, que a altura do pólo  $P$ , e as declinações  $D$ ,  $D'$ , se haõ de entender positivas ou negativas, conforme forem de denominação boreal, ou austral; e que os movimentos horarios em declinação seraõ tambem positivos, ou negativos, segundo forem para o norte, ou para o sul. Os angulos  $\mu$ , e  $\phi$  levaõ o sinal do numerador da expressão da sua respectiva tangente, sendo agudos ou obtusos, conforme for positivo ou negativo o denominador da mesma expressão, e  $\pi$  he sempre positivo, e não maior que  $90^\circ$ . O tempo  $t$  he negativo antes da Conjunção, positivo depois; e o angulo  $H$  negativo antes da passagem do astro pelo meridiano, positivo depois, e inutil quando maior que o angulo semidiurno, determi-

nado pela equação  $\cos. H = - \operatorname{tg}. P \operatorname{tg}. D$  (n. 8.), porque entãõ se acharia o astro debaixo do horizonte.

26. Como o angulo  $H$  he dado em tempõ , e ha de reduzir-se a grãos , e algumas vezes a arco rectificado , ou em partes do raio tomado como unidade , supponhamos a revoluçãõ diurna do astro em tempo medio , e reduzida

à unidade da hora  $= r$  , e fazendo  $\frac{360^\circ}{r} = \gamma$  ,  $\frac{6,2831853}{r} = \gamma'$  , teremos

para qualquer tempo  $t$  o angulo horario  $\gamma t$  reduzido à unidade do grãõ , e  $\gamma' t$  reduzido à do raio. O logarithmo de  $360^\circ$  he  $2.5563025$  , e o de  $6,2831853$  he  $0.7981799$  ; e porque para as estrellas he  $r = 25^h,95447$  , teremos sempre para ellas  $\log. \gamma = 1.1772786$  , e  $\log. \gamma' = 9.4191560$ . A revoluçãõ dos outros astros , incluindo a do Sol , se achará pela Ephemeride comparando a passagem antecedente delles pelo meridiano com a seguinte , e se achará em tempo medio , porque a elle correspondem os calculos da mesma Ephemeride. Se quizermos usar do tempo verdadeiro , sendo sempre a revoluçãõ do Sol em tempo medio  $= p$  , e a de qualquer outro astro  $= r$  , deveremos

fazer  $\frac{p.360^\circ}{24.r} = \gamma$  , e  $\frac{p.6,2831853}{24.r} = \gamma'$  , para  $\gamma$  , e  $\gamma'$  corresponderem

a  $1^h$  do tempo verdadeiro. Entãõ , se o astro for o mesmo Sol , será  $r = p$  ,  $\gamma = 15^\circ$  , e  $\log. \gamma' = 9.4179687$  ; mas para as estrellas já não serião constantes  $\gamma$  , e  $\gamma'$  , nem tais como acima ficaõ calculados , senãõ nos dias em que o dia verdadeiro he igual ao medio : Advertindo-se tambem , que deveriaõ em tal caso reduzir-se os movimentos horarios da Lua , porque a Ephemeride naõ os dá correspondentes à hora do tempo verdadeiro , mas à hora sempre igual do tempo medio.

27. EXEMPLO : Para compararmos o resultado desta Soluçãõ com o de M. du Séjour , usaremos do mesmo exemplo delle no eclipse do Sol do primeiro de Abril de 1764 , procurando a distancia apparente dos centros às  $9^h 4' 33''$  do tempo verdadeiro em Londres por  $51^\circ 31'$  de Latitude boreal. E

suppondo com elle a ellipticidade da Terra  $\frac{1}{177}$  , e a parallaxe polar da Lua

$54' 1'' , 5$  , teremos a equatoria  $54' 19'' , 8$  , e a de Londres  $54' 8'' , 6$  (n. 4.) : donde , suppondo tambem a do Sol  $= 10''$  , será  $p = 53' 58'' , 6 = 53',9767$  , e a Latitude reduzida  $P = 51^\circ 12'$ . Suppondo mais com elle a uniformidade do movimento da Lua , e desprezando a variaçãõ da parallaxe , e da

declinação do Sol, faremos nas nossas formulas  $d' = 0$ ,  $p' = 0$ ,  $n' = 0$ . E pelo que respeita a  $n = B \cos. D' - \frac{1}{2} \delta \text{ sen. } h \text{ tg. } D'$ , faremos  $B \cos. D' = 0$ , e conservaremos o outro termo, posto que muito pequeno. Porque sem embargo de ter o Autor desprezado nas suas hum termo analogo, multiplicando a differença dos movimentos horarios em longitude pelo coseno da latitude da  $\odot$  na  $\odot$ , quando devia ser pelo coseno da latitude correspondente ao meio do intervallo entre a  $\odot$  e o tempo proposto; com tudo esse termo no caso presente he muito mais pequeno ( $\frac{1}{36}$  daquelle).

28. Com os mesmos elementos do Autor (pag. 5.) achámos pois a  $\odot$  em A. R. ás  $11^h 0' 9''$ , 5, sendo então  $D' = 5^{\circ} 34' 22''$ , 6,  $D = 4^{\circ} 49' 31''$ , 2,  $\Delta = 44' 51''$ , 4  $= 44', 857$ , o movimento horario da  $\odot$  em A. R.  $= 26' 20''$ , 4, o do  $\odot = 2' 16''$ , 4, o da  $\odot$  em decl.  $= 14' 6''$ , 1, o do  $\odot = 57''$ , 7: donde concluímos  $\delta = 13', 140$ ,  $h = 23', 953$ ,  $n = -0', 0045$ . E como para o tempo proposto temos  $H = -43^{\circ} 51' 45''$ , e  $t = -1^h, 92675$ , será  $n = -23', 436$ ,  $m = 39', 866$ ,  $\mu = -30^{\circ} 27'$ ,  $\pi = 58^{\circ} 58'$ ,  $h t = -46', 151$ ,  $n t = -0', 017$ ,  $\delta t = -25', 318$ ,  $N = -22', 752$ ,  $M = -20', 327$ ,  $\phi = -131^{\circ} 48' 10''$ ,  $\Sigma = 30', 494$ ,  $\Sigma \text{ sen. } p \cos. \pi = 0', 248$ , e  $S = 30', 742 = 30' 44'', 52$ . M. du Séjour (pag. 29.) dá em numero redondo  $45''$ ; mas do seu mesmo calculo resulta  $44'', 55$ . Esta coincidência porem he casual, porque aliás deveria haver alguma pequena differença em razão de que elle usou da declinação do Sol correspondente á  $\odot$  em longit. e nós da correspondente á  $\odot$  em A. R.

29. He de advertir: Que bem podiamos evitar os pequenos termos  $n t$ ,  $n' t'$  etc. nas expressões de  $M$ , e  $N$ , conservando sempre o effeito delles. E para isso não havia mais do que usar da declinação do astro correspondente, não ao instante da conjunção, mas ao do tempo dado  $T'$ , no calculo de  $m$ ; e tanto no de  $m$  como no de  $n$ , usar da parallaxe correspondente ao meio do intervallo entre a conjunção e o tempo  $T'$ . Do mesmo modo deveria usar-se dos movimentos horarios calculados não para o instante da conjunção, mas para o do meio entre ella e o tempo proposto, e a differença delles em A. R. multiplicar-se pelo coseno da decl. da  $\odot$  correspondente ao mesmo meio. E assim teriamos  $N = h t - n$ ,  $M = \Delta + \delta t - m$ . Mas isto, que parecerá ventajoso, quando se houver de fazer o calculo para hum só tempo, deixaria de o ser quando se houvessem de fazer para muitos, porque para cada hum seriaõ diversos os valores de  $h$ , e  $\delta$ , e deveriaõ ser calculados de novo.

30. Advirta-se tambem: Que havendo de fazer muitos calculos, convem calcular por huma vez sómente o que he constante, como he o primeiro termo, e factor do segundo em  $m = p \text{ sen. } P \cos. D - p \text{ sen. } D \cos. P \cos. H$ , onde fazendo  $p \text{ sen. } P \cos. D = 6$ , e  $p \text{ sen. } D \cos. P = q$ , teremos  $m = 6 - q \cos. H$ ; e assim tendo feito  $p \cos. P = g$ , será  $n = g \text{ sen. } H$ . No exemplo, de que aqui usamos, he  $6 = 41',917$ ,  $\log. g = 1.529199$ ,  $\log. q = 0.454090$ ,  $\log. h = 1.579558$ ,  $\log. \delta = 1.118595$ .

## §. III.

*Calculo directo dos Eclipses em Lugares determinados.*

31. **D**ado o tempo da  $\odot$  verdadeira em *A. R.* da  $\odot$  com qualquer astro, achar o da apparente, e a differença apparente das declinações.

Suppostas as definições de  $P, p, T, \Theta, D, D', \Delta, h, \delta$  (n. 16.), e de  $\gamma$  (n. 26.), e as de  $6, g, q$  (n. 30.), seja o tempo procurado da conjunção apparente  $= T + \tau$ , e a differença apparente das declinações  $= \Delta'$ . Então, fazendo  $\gamma(T - \Theta) = H$ , teremos primeiramente

$$\tau = \frac{g}{h} \text{ sen. } (H + \gamma \tau);$$

e calculando successivamente  $\theta = \frac{g}{h} \text{ sen. } H$ ,  $\theta' = \frac{g}{h} \text{ sen. } (H + \gamma \theta)$ ,

$\theta'' = \frac{g}{h} \text{ sen. } (H + \gamma \theta')$ , será

$$\tau = \theta'' + \frac{(\theta'' - \theta')^2}{2\theta' - (\theta + \theta'')}.$$

E depois, fazendo  $6 - q \cos. (H + \gamma \tau) = m$ , será

$$\Delta' = \Delta + \delta \tau - m.$$

32. **DEM.** Sendo a conjunção verdadeira no tempo  $T$  quando a  $Lna$  passa por  $K$  (Fig. 3.), e havendo de ser a apparente no tempo  $T + \tau$  quando passar pelo circulo de declinação  $RL$ , em que estiver tambem o astro  $S$ , será  $\tau$  o tempo desde a conjunção verdadeira até esse instante, e por consequencia  $Le = h\tau$ . Mas sendo o angulo horario actual do astro  $= \gamma(T + \tau - \Theta) = H + \gamma\tau$ , por termos feito  $\gamma(T - \Theta) = H$ , teremos tambem  $Le = g \text{ sen. } (H + \gamma\tau)$ : Logo

$$\tau = \frac{g}{h} \operatorname{sen.} (H + \gamma \tau)$$

33. A resolução desta equação funda-se na regra de falsa posição. Tomando por primeira hypothese  $\theta$ , achado pela de  $\tau = 0$ , dá o resultado  $\theta'$  em vez de  $\theta$  com o erro  $\theta' - \theta$ ; e tomando  $\theta'$  por segunda, dá  $\theta''$  com o erro  $\theta'' - \theta'$ . Então, fazendo a differença dos erros  $2\theta' - (\theta + \theta'')$  para a differença das hypotheses  $\theta' - \theta$ , como o segundo erro  $\theta'' - \theta'$  para a correção da segunda hypothese, teremos

$$\tau = \theta' + \frac{(\theta' - \theta)(\theta'' - \theta')}{2\theta' - (\theta + \theta'')};$$

ou mais simplesmente (pondo  $\theta'' - (\theta'' - \theta')$  em vez de  $\theta'$ , e redazindo),

$$\tau = \theta'' + \frac{(\theta'' - \theta')^2}{2\theta' - (\theta + \theta'')}.$$

34. Quando se quizer maior exactidão, buscar-se-ha mais  $\theta'''$ , e fazendo então a primeira hypothese de  $\theta'$ , e a segunda de  $\theta''$ , acharemos do mesmo modo

$$\tau = \theta''' + \frac{(\theta''' - \theta'')^2}{2\theta'' - (\theta' + \theta''')}.$$

E se nos limitarmos sómente ao calculo de  $\theta$  e  $\theta'$ , como será bastante no caso dos annuncios ordinarios, então se reduzirá a formula a

$$\tau = \theta' + \frac{(\theta' - \theta)^2}{2\theta - \theta'}.$$

Pode tambem neste calculo attender-se á correção do movimento horario da Lua (n. 22.), fazendo  $Le = h\tau + \eta\tau^2$ , donde será

$$\tau = \frac{g \operatorname{sen.} (H + \gamma \tau)}{h + \eta \tau},$$

que se resolverá da mesma maneira, fazendo

$$\theta = \frac{g \operatorname{sen.} H}{h}, \quad \theta' = \frac{g \operatorname{sen.} (H + \gamma \theta)}{h + \eta \theta} \text{ etc.}$$

A differença apparente das declinações  $\Delta'$  he representada por  $SL = RL - SR = Ce - SR$ . Mas  $Ce = \Delta + \delta \tau$ , e  $SR = G - q \cos. (H + \gamma \tau) = m$ : Logo

$$\Delta' = \Delta + \delta \tau - m.$$

35. EXEMPLO: No mesmo eclipse de 1764, em que temos  $P = 51^\circ 12'$ ,

$p = 53', 9767$ ,  $h = 23', 953$ ,  $n = -0', 0045$ ,  $\delta = 13', 14$ ,  $\Delta = 44', 857$ ,  
 $T = 11^h 0' 9''$ ,  $3$  (n. 27. 28.), acharemos  $H = -14^\circ 57' 40''$ , donde  
 resulta  $\theta = -0^h, 36453$ ,  $\theta' = -0^h, 49285$ ,  $\theta'' = -0^h, 55697$ ,  $\theta''' =$   
 $-0^h, 55202$ , e consequentemente  $\tau = -0^h, 55981$ . Se usassemos somen-  
 te das tres primeiras quantidades, achariamos  $\tau = -0^h, 56012$  com a dife-  
 rença de  $0^h, 00031$ , ou de  $1''$ ,  $1$ ; e se somente das primeiras duas, sairia  
 $\tau = -0^h, 56251$  com o erro de  $0^h, 0027$ , ou de  $9''$ ,  $7$ . Sendo pois  $\tau =$   
 $-0^h, 55981$ , teremos  $T + \tau = 10^h 26' 34''$ , e  $H + \gamma\tau = -23^\circ 21' 30''$ :  
 donde se acha  $\delta\tau = -7', 556$ ,  $m = 39', 505$ , e  $\Delta' = -1', 804$ .

36. Dado o tempo da conjunção aparente, e a diferença aparente das declinações, achar a minima distancia dos centros, o tempo della, e a grandeza do eclipse.

Fazendo para abbreviar, o tempo achado da conjunção aparente  $T + \tau = T'$ , e o angulo horario  $H + \gamma\tau = H'$ , suppostas as definições de  $h$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ ,  $g$ ,  $q$  (n. 16. 26. 30.), calcularemos as quantidades

$$h' = h - \gamma'g \cos. H', \quad \delta' = \delta - \gamma'q \operatorname{sen}. H', \quad \operatorname{tg}. \alpha' = \frac{\delta'}{h'}$$

e teremos

$$\text{Min. dist.} = \Delta' \cos. \alpha',$$

$$\text{e o temp.} = T' - \frac{\Delta' \operatorname{sen}. \alpha' \cos. \alpha'}{h'}$$

É sendo necessario para haver eclipse de estrella, que o semidiametro da Lua seja maior que a minima distancia, e que tambem o seja a soma dos semidiametros para o haver do Sol: neste caso, sendo o excesso da soma sobre a minima distancia  $= E$ , e o semidiametro do Sol  $= s$ , será o eclipse de  $\frac{6E}{s}$  digitos boreais, ou austrais, segundo for  $\Delta'$  positivo, ou negativo.

37. DEM. Supponhamos, que no instante da conjunção aparente em  $L$  (Fig. 3.) fica o astro fixo em  $S$ , passando o seu movimento para a Lua em sentido contrario, para termos o movimento relativo, e aparente della. Então, como no tempo  $\tau$  os movimentos da Lua perpendicular, e parallelamente a  $CK$  são  $h\tau + n\tau^2$ , e  $\delta\tau + n'\tau^2$ , diferenciando estas quantidades serão  $h d\tau + 2n d\tau$ , e  $\delta d\tau + 2n' d\tau$  as velocidades pelas mesmas direcções no ponto  $L$ . E como o astro tem pelas mesmas direcções os movimentos  $g \operatorname{sen}. H'$ , e  $q \cos. H'$ , diferenciando tambem estas quantidades, e reflectindo que  $dH' = \gamma' d\tau$ , serão as suas respectivas ve-

locidades  $\gamma' g d\tau \cos. H'$ ,  $\gamma' q d\tau \sin. H'$ ; e passadas á Lua com o sinal contrario, será a velocidade apparente della no ponto  $L = h d\tau + 2 n \tau d\tau - \gamma' g d\tau \cos. H'$  perpendicularmente a  $CK$ , e  $\delta d\tau + 2 n' \tau d\tau - \gamma' q d\tau \sin. H'$  parallelamente á mesma  $CK$ .

38. Agora, suppondo  $n = 0$ ,  $n' = 0$ , e  $d\tau = 1$ , serão os movimentos horarios apparentes no ponto  $L$ , perpendicular e parallelamente a  $CK$ ,  $h - \gamma' g \cos. H'$ , e  $\delta - \gamma' q \sin. H'$ . E denotando-os respectivamente por  $h'$ ,  $\delta'$ , e fazendo  $\frac{\delta'}{h'} = \text{tg. } \alpha'$ , será  $\alpha'$  a inclinação da orbita

apparente  $LP$  com a linha  $Lc$ . Abaixando sobre ella a perpendicular  $Sp$ , esta será a minima distancia, e o tempo della no instante da passagem da Lua por  $p$ . Como pois temos  $SL = \Delta'$ , e  $LSp = \alpha'$ , será  $Sp = \Delta' \cos. \alpha'$ , e  $Lp = \Delta' \sin. \alpha'$ ; e porque o movimento horario pela direcção  $pL$  he

$$= \frac{h'}{\cos. \alpha'}, \text{ será o tempo por } pL$$

$$= \frac{\Delta' \sin. \alpha' \cos. \alpha'}{h'}$$

e consequentemente o tempo procurado da minima distancia

$$= T' = \frac{\Delta' \sin. \alpha' \cos. \alpha'}{h'}$$

39. He por si evidente, que sendo a minima distancia maior que o semidiametro da Lua, ou que a soma dos semidiametros do Sol e da Lua, não he possivel eclipse de estrella no primeiro caso, nem do Sol no segundo; que sendo igual, os eclipses se reduzirão a hum simples contacto; e que sendo menor, haverá eclipse, e tanto maior quanto ella for menor. E nos do Sol, he tambem evidente, que o excesso da soma dos semidiametros sobre a minima distancia he outro tanto quanto a  $C$  ha de chegar a encubrir do disco do  $\odot$  na maxima phase. E porque o diametro delle se costuma dividir em 12 digitos, e consequentemente o semidiametro em 6, suppondo este

$= s$ , e o dito excesso  $= E$ , será o eclipse de  $\frac{6E}{s}$  digitos: e estes bo-

reais, estando a  $C$  para o norte do  $\odot$ ; austrais, estando para o sul, as quais posições se manifestaõ por  $\Delta'$  positivo no primeiro caso, negativo no segundo.

40. EXEMPLO: No mesmo caso do exemplo antecedente temos  $\Delta' =$

$- 1', 804$ ,  $T' = 10^h 26' 34''$ ,  $H' = - 25^\circ 21' 30''$ ,  $h = 25', 955$ ,  $\delta =$

$15^{\circ}, 14', 40''$ ,  $\log. s = 1.529199$ ,  $\log. q = 0.454090$ ,  $\log. \gamma = 9.417969$ . Donde achamos  $\Delta' = 15', 824$ ,  $\delta' = 15', 435$ ,  $\alpha' = 40^{\circ} 19' 55''$ , minima distancia  $= -1', 375$ , e o tempo della ás  $10^h 29' 56''$ , 5. E suppondo a soma dos semidiametros  $= 30', 718$ , e o do  $\odot s = 15', 933$ , será  $E = 29', 543$ , e a grandeza do eclipse de 11,06 digitos austrais.

41. He porem de advertir: Que a minima distancia calculada he a reduzida e projectada no plano de projecção, e que falta o aumento optico que resulta da altura do Observador sobre o dito plano, devendo tambem o semidiametro horizontal da  $\odot$  aumentar-se na mesma rasoão. Em quanto ao do  $\odot$ , posto que realmente tem tambem seu aumento em rasoão da dita altura; com tudo, como esse aumento he para o do semidiametro da  $\odot$  como a parallaxe do mesmo  $\odot$  para a da  $\odot$ , apenas pode chegar a  $0', 04$ , e por tanto he physicamente insensivel.

42. Para haver pois toda a exactidaõ no calculo antecedente, deveria calcular-se o angulo  $\pi$  para o tempo achado (n. 9.). E entãõ, suppondo o semidiametro horizontal da  $\odot = \sigma$ ,  $1 + \text{sen. } p \cos. \pi = k$ , e o numero dos digitos  $= d$ , teriamos exactamente

$$d = \frac{6(k\sigma + s - k\Delta' \cos. \alpha')}{s}$$

Donde, dividindo por  $k$  tanto o numerador, como o denominador, e suppondo  $s' = \frac{s}{k} = s - s \text{ sen. } p \cos. \pi$ , teremos

$$d = \frac{6(\sigma + s' - \Delta' \cos. \alpha')}{s'}$$

onde deve notar-se, que o numerador representa sempre o excesso de  $\sigma + s'$  sobre  $\Delta' \cos. \alpha'$ , ainda que este seja de si negativo; porque tornando-se entãõ em positivo pela precedencia do sinal  $-$ , deve entender-se que a soma  $\sigma + s'$  passa para a parte opposta, e se faz negativa, sabindo tambem  $d$  negativo, e representando digitos austrais.

43. E daqui se vê tambem, que sendo na immersãõ e emersãõ das estrellas observada a distancia apparente  $S = k\sigma$ , essa se reduz sem calculo algum ao plano da projecção, tomando  $\Sigma = \sigma$ ; e que sendo no principio, e fim dos eclipses do  $\odot$ , e nos contactos internos quando elles tiverem lugar  $S = s \pm \sigma k$ , teremos

$$\Sigma = \frac{s}{k} \pm \sigma = s' \pm \sigma.$$

Advirta-se tambem, que na proposição deste Problema (Ephem. Vol. I. pag. 232.) em vez de  $\gamma'$  puzemos  $\text{sen. } 15^\circ$ , a cujo logarithmo 9.418615 tem o meio entre os dos dous valores de  $\gamma'$  pertencentes, hum aos eclipses do  $\odot$ , e o outro aos das estrellas; e isso, porque he escusado que haja rigorosa exactidão nos annuncios de tais phenomenos.

44. Dado o tempo  $T'$  da  $\odot$  app. e a differença apparente das declinações  $\Delta'$ , achar o tempo de qualquor distancia dos centros  $\Sigma$ ; e em particular o do principio, e o do fim do eclipse.

Suppondo o tempo procurado  $= T' + t$ , as quantidades  $h'$ ,  $\alpha'$ , as mesmas do Probl. antecedente, e fazendo mais  $\text{cos. } \phi' = \frac{\Delta' \text{ cos. } \alpha'}{\Sigma}$ , será

$$t = \frac{\Sigma \text{ sen. } (\pm \phi' - \alpha')}{h'}$$

equação, que dá dous valores para  $t$ : hum para antes da minima distancia com  $-\phi'$ , que para distincão chamaremos  $t$ ; e o outro para depois com  $+\phi'$ , que chamaremos  $t'$ . E calculados os seus valores, tomando por  $\Sigma$  o semid. horiz. da  $\odot$  nos eclipses das estrellas, e a soma dos semidiametros nos do  $\odot$ , teremos o tempo do principio  $= T' + t$ , e o do fim  $= T' + t'$ . Do mesmo modo tomando por  $\Sigma$  a differença dos mesmos semidiametros, acharemos os tempos dos contactos internos, quando tiverem lugar, que será quando a dita differença for maior que a minima distancia. E o angulo  $\phi'$  he agudo ou obtuso, segundo  $\Delta'$  for positivo ou negativo.

45. DEM. Supposta a construcção da orbita apparente (Fig. 3.), e tirando do astro  $S$  para ella as rectas  $SP$ ,  $SF$  iguais á distancia dada dos centros  $\Sigma$ ; como temos  $SL = \Delta'$ ,  $LSp = \alpha'$ , e  $Sp = \Delta' \text{ cos. } \alpha'$  (n. 38.), se fizermos  $FSp = \phi'$ , será

$$\text{cos. } \phi' = \frac{\Delta' \text{ cos. } \alpha'}{\Sigma}$$

e

$$FSL = \phi' - \alpha'$$

donde se segue

$$Fg = \Sigma \text{ sen. } (\phi' - \alpha')$$

He porem o movimento horario apparente na direcção parallella a  $Fg = h'$ : logo o tempo de  $L$  até  $F$  será

$$= \frac{\Sigma \text{ sen. } (\phi' - \alpha')}{h'}$$

Mas o angulo  $\phi'$  determinado pelo seu coseno tanto pode ser  $+\phi'$ , como  $-\phi'$ : logo teremos em geral

$$t = \frac{\Sigma \text{ sen. } (\pm \phi' - \alpha')}{h'}$$

servindo  $-\phi'$  para o tempo anterior de  $P$  até  $L$ , e  $+\phi'$  para o posterior de  $L$  até  $F$ : Advertindo porem, que nos eclipses pequenos sendo  $\phi'$  menor que  $\alpha'$ , ambos os tempos podem ser anteriores, ou ambos posteriores ao da  $\odot$  apparente; anteriores, sendo  $\alpha'$  de si positivo; posteriores, sendo negativo. Mas sempre  $-\phi'$  servirá para o principio,  $+\phi'$  para o fim do eclipse; e sendo  $\phi' = \alpha$ , ambos os tempos coincidirão em hum só, e o eclipse se reduzirá a hum simples, e momentaneo contacto.

46. EXEMPLO: Continuando o calculo do mesmo eclipse proposto, temos  $T' = 10^h 26' 34''$ ,  $\Delta' = -1', 804$ ,  $h' = 15', 824$ ,  $\alpha' = 40^\circ 19' 55''$ . Donde, suppondo a soma dos semidiametros  $\Sigma = 30', 718$ , achamos  $\phi' = \pm 92^\circ 33' 57''$ ,  $t = -1^h, 4221$ , e  $t' = +1^h, 5347$ ; e consequentemente o principio do eclipse no Lugar proposto ás  $9^h 1' 14''$ , e o fim ás  $11^h 58' 39''$ . Estes tempos porem, que nos eclipses pequenos são quasi exactos, são nos grandes, como este, menos chegados á exactidão, mas approximados quanto basta para os annuncios ordinarios. Se em algum caso se quizerem exactos, haverá de repetir-se o calculo da maneira que logo mostraremos.

47. Para cada hum dos tempos calculados pelo Problema antecedente, achar a redução do semid. do  $\odot$  (sendo delle o eclipse), a differença apparente das declinações, e os pontos do disco do  $\odot$ , em que ha de se ser os contactos; ou os da  $\odot$ , por onde ha de entrar e sair a estrella, ou planeta eclipsado.

Com o angulo horario do principio  $H' + \gamma t$  calculem-se as quantidades

$$n = g \text{ sen. } (H' + \gamma t), \quad m = 6 - q \text{ cos. } (H' + \gamma t), \quad \text{tg. } \mu = \frac{n}{m}$$

$$\text{sen. } \pi = \frac{n}{p \text{ sen. } \mu}; \quad \text{e com o do fim } H' + \gamma t', \text{ as suas correspondentes } n',$$

$m'$ ,  $\mu'$ ,  $\pi'$ . Então primeiramente: Sendo o semid. do  $\odot = s$ , e o reduzido  $= s'$ , teremos para o principio

$$s' = s - s \text{ sen. } p \text{ cos. } \pi,$$

e para o fim

$$s' = s - s \text{ sen. } p \text{ cos. } \pi'.$$

48. Depois : Sendo  $\tau$  o tempo ja conhecido desde a  $\odot$  verdadeira até a aparente , e fazendo

$$M = \Delta + \delta (\tau + t) - m , \quad M' = \Delta + \delta (\tau + t') - m' ,$$

serão  $M$ ,  $M'$  as diferenças procuradas das declinações apparentes. E finalmente : Fazendo

$$\cos. \Phi = \frac{M}{\Sigma} , \quad \cos. \Phi' = \frac{M'}{\Sigma}$$

(que serão agudos ou obtusos conforme forem os numeradores  $M$ ,  $M'$  positivos , ou negativos , e de si mesmos positivos depois da  $\odot$  apparente , e antes della negativos ) , os angulos  $\mu - \Phi$ ,  $\mu' - \Phi'$  darão os pontos do contacto nos eclipses do  $\odot$  , sendo contados do vertice delle para occidente quando forem positivos , e para oriente quando negativos. E pelo contrario nos eclipses das estrellas , ou dos planetas , serão contados do ponto mais baixo da Lua para oriente quando forem positivos , e para occidente quando negativos. Na Ephemeride tomaõ-se os supplementos delles para se contarem tambem do ponto mais alto do disco da Lua.

49. DEM. Tudo fica comprehendido nas Demonstrações antecedentes , menos o que pertence aos angulos  $\mu - \Phi$ ,  $\mu' - \Phi'$ . Suppondo pois que no fim do eclipse se acha o astro realmente em  $s$  ( Fig. 3. ) , he claro que tirando para a orbita verdadeira a recta  $sF' = \Sigma$  , estará o centro da  $\odot$  em  $F'$  , sendo  $sF'$  a linha dos centros , cuja posição se procura a respeito do circulo vertical. Mas , tirando por  $s$  do centro da projecção  $C$  a linha  $Cm$  , esta representa o vertical que passa pelo centro do astro , e o que passa pelo da Lua  $F'$  em rasoã da sua proximidade pode tomar-se como representado por  $F't$  parallela a  $ms$ . Logo o eclipse do  $\odot$  , sendo  $Sn$  o semidiametro delle , acabará pelo contacto no ponto  $n$  , que faz com o ponto mais alto  $m$  o angulo  $nsm$  para oriente ; e huma estrella eclipsada , sendo  $sF'$  o semidiametro da  $\odot$  , sahirá pelo ponto  $s$  do disco della , que faz com o ponto mais baixo  $t$  o angulo  $tF's = msn$  para occidente.

50. Como pois he  $msn = nsE - msE$  , e temos  $nsE = \Phi'$  ,  $msE = \mu'$  ( n. 9. ) , segue-se que  $\mu' - \Phi'$  dará o angulo  $msn$  negativo para o caso representado pela construcção da figura , isto he , para o de se contar do ponto mais baixo da Lua para occidente nos eclipses das estrellas , e do ponto mais alto do  $\odot$  para oriente nos eclipses delle ; e ao contrario , quando o mesmo angulo for positivo. A mesma regra segue o angulo  $\mu - \Phi$  no principio dos eclipses , tendo-se conta com o sinal e especie dos angulos  $\mu$  ,

e  $\Phi$  (n. 25. 48.). E quando  $\mu - \Phi$ , ou  $\mu' - \Phi'$  passarem de  $180^\circ$ , tomar-se-ha o supplemento com o sinal contrario, e com elle se praticará a regra da mesma maneira.

51. EXEMPLO: Temos pois no principio do eclipse, de que tratamos,  $H' = -25^\circ 21' 30''$ ,  $\gamma t = -21^\circ 20' 8''$ ,  $H' + \gamma t = -44^\circ 41' 38''$ ,  $\tau + t = -1^h, 9819$ ,  $n = -25', 788$ ,  $m = 59', 895$ ,  $\mu = -50^\circ 48'$ ,  $\pi = 59^\circ 23'$ , red. do semid. do  $\odot = -0', 127$ ,  $M' = -21', 080$ ,  $\Phi = -133^\circ 33'$ , e  $\mu - \Phi = +102^\circ 45'$ , que marca o ponto do contacto no disco do  $\odot$  contado do vertice para occidente. E no fim com o angulo horario  $H' + \gamma t = -0^\circ 20' 16''$ , e  $\tau + t = 0^h, 9749$ , achamos  $n' = -0', 1994$ ,  $m' = 59', 079$ ,  $\mu' = -0^\circ 17'$ ,  $\pi' = 46^\circ 23'$ , red. do semid. do  $\odot = -0', 175$ ,  $M' = +18', 588$ ,  $\Phi' = +52^\circ 22'$ , e  $\mu' - \Phi' = -52^\circ 59'$ , que marca o ponto do contacto do vertice para oriente.

52. *Achar mais exactamente os tempos do principio, e do fim dos eclipses.*

A inexactidão dos tempos calculados da maneira acima declarada (n. 44.) vem de haver-se supposto, que a velocidade e direcção do movimento apparente no ponto  $L$  (Fig. 3.) he constantemente a mesma por todo o tempo do eclipse de  $P$  até  $F$ ; e isso bem se vê, que só pode ser sensivelmente exacto nos eclipses de pouca duração. Nos de humã duração consideravel, como he o do nosso exemplo, deverão seguir-se dessa supposição alguns erros sensiveis, ainda que pequenos. Porque sem embargo de poder tomar-se o movimento da Lua como sensivelmente uniforme na sua orbita de  $L$  até  $F'$ , não succede o mesmo com o apparente de  $L$  até  $F$ , porque este envolve tambem o do astro de  $S$  até  $s$ , que não pode tomar-se como uniforme senão por hum tempo muito pequeno. Suppondo por tanto o movimento apparente por  $LF$  não já uniforme, mas uniformemente accelerado, ou retardado, he sabido que o tempo por  $LF$  será o mesmo em que esse espaço havia de ser andado uniformemente com a velocidade correspondente ao meio do mesmo tempo. E essa supposição, de que só agora podemos usar depois de termos os tempos approximados, nos dará resultados com a maior exactidão practica, que se pode dezejar.

53. Nos eclipses do  $\odot$  ainda há outro principio de inexactidão em ter-se supposto  $\Sigma =$  a soma dos semidiametros horizontais quando o do  $\odot$  devia ser reduzido como acima mostrámos (n. 45.): o que tambem não podia fazer-se no primeiro calculo, por depender a redução dos mesmos tempos que se procuravaõ. Agora porém, sendo pelo Probl. antecedente achadas

as reduções —  $0', 127$ , —  $0', 175$ , e suppondo a soma dos semidiametros horizontais =  $30', 621$ , teremos para o principio do eclipse  $\Sigma = 30', 494$ , e para o fim  $\Sigma = 30', 448$ . E assim não ha mais do que repetir o calculo do n. 44. separadamente para cada hum dos tempos, sendo as quantidades  $h'$ ,  $\delta'$ ,  $\alpha'$  calculadas para o principio com o angulo horario  $H' + \frac{1}{2}\gamma t$ , e para o fim com  $H' + \frac{1}{2}\gamma t'$  em vez de  $H'$ .

54. EXEMPLO: Temos pois para o principio do nosso eclipse  $\Sigma = 30', 494$ ,  $H' + \frac{1}{2}\gamma t = -54^\circ 1' 34''$ , e acharemos  $h' = 16', 626$  (tendo-se attendido o pequeno termo  $2n\tau$  (n. 57.), que aqui se torna em  $2n(\tau + \frac{1}{2}t) = +0', 011$ ),  $\delta' = 13', 557$ ,  $\alpha' = 39^\circ 11' 40''$ ,  $\phi' = -92^\circ 37' 40''$ , e  $t = -1^h, 36635 = -1^h 22' 0'', 6$ : donde vem o principio ás  $9^h 4' 33'', 4$ , que he sensivelmente o mesmo tempo de que tinhamos partido para achar a distancia reduzida  $\Sigma = 30', 494$  (n. 28.). E para o fim temos  $\Sigma = 34', 448$ ,  $H' + \frac{1}{2}\gamma t' = -11^\circ 50' 53''$ , e achamos  $h' = 15', 287$ ,  $\delta' = 13', 293$ ,  $\alpha' = 41^\circ 0' 30''$ ,  $\phi' = +92^\circ 33' 15''$ ,  $t' = +1^h, 5594$ , e o fim do eclipse ás  $12^h 0' 8''$ .

#### §. IV.

##### *Calculo inverso dos Eclipses em Lugares determinados.*

55. Assim como no calculo directo, suppondo os elementos dados pelas Taboas astronomicas, e a Longitude do Lugar, determinamos os phenomenos dos eclipses; assim no inverso, tornando das observações para os elementos procuramos saber os erros delles, e acertar as Longitudes dos Lugares, onde se fizeraõ as mesmas observações. Em quanto a este ultimo artigo, como achamos immediatamente o tempo da conjunção em A. R. he claro que sem mais redução alguma a differença dos tempos contados nos ditos Lugares no instante physico da mesma conjunção dará a differença das Longitudes delles. Em quanto porém aos elementos, como as Taboas dão immediatamente a Longitude e Latitude da Lua, convem reduzir os resultados para se fazer a comparação; e por tanto começaremos por essa redução.

56. Dado o tempo da  $\odot$  em A. R. e a differença das declinações no instante della, achar o da  $\odot$  em Longitude, e a differença das Latitudes nesse mesmo instante.



e  $lq = \Delta \operatorname{sen.} \lambda = h t + n t^2$ , donde se tira

$$t = \frac{\Delta \operatorname{sen.} \lambda}{h + n t}$$

E porque este tempo que supuzemos de  $l$  para  $K$ , ha de ser de  $K$  para  $L$ , será

$$\text{o tempo da } \odot \text{ em long.} = T - \frac{\Delta \operatorname{sen.} \lambda}{h + n t}$$

58. EXEMPLO: Suppondo  $T = 11^h 0' 9'' 5$ ,  $h = 23' 953$ ,  $n = 0', 0045$ ,  $\delta = 13' 14$ ,  $n' = 0$  (n. 28.), e sendo  $A = 11^h 12' 35''$ ,  $E = 23^h 28' 21''$ ,  $L = 0$ , achamos  $\lambda = 22^h 59' 55''$ . Donde, suppondo  $n = 0$ , temos  $\alpha = 28^h 44' 53''$ ,  $\Delta = 39' 31'' 7$ ,  $t = 0^h 38' 41'' 1$ , e o tempo procurado da  $\odot$  em Long. ás  $10^h 21' 28'' 2$ . A repetição do calculo, visto que  $nt = 0', 005$ , não altera estes resultados em cousa sensivel; e elles são tambem sensivelmente os mesmos  $39' 32''$ , e  $10^h 21' 28''$ , que juntamente com os movimentos horarios em Longitude, e Latitude nos serviráo para os calcular em A. R. e Decl. e para deduzir o tempo da  $\odot$  em A. R., e a differença das declinações no instante della.

59. Sendo dada a differença das declinações  $\Delta$  no instante da  $\odot$  em A. R., e observada huma distancia apparente dos centros  $S$  em hum tempo  $T$ , achar o da mesma conjunção.

Suppostas as definições antecedentes (n. 16. 17.), e sendo o tempo decorrido desde a  $\odot$  até o da observação  $= t$ , buscaremos primeiro

$$\Sigma = S - S \operatorname{sen.} p \cos. \pi \text{ (n. 22.)}$$

E depois, para abbreviar, fazendo

$$a = n + \frac{p' n t}{2p} - n t^2,$$

$$b = \Delta - m - \frac{p' m t}{2p} + n' t^2 + d' t \operatorname{sen.} p \cos. \pi,$$

$$\operatorname{tg.} \alpha = \frac{\delta}{h}, \operatorname{tg.} \psi = \frac{a}{b},$$

$$\cos. \lambda = \frac{a \cos. (\psi - \alpha)}{\Sigma \operatorname{sen.} \psi} = \frac{b \cos. (\psi - \alpha)}{\Sigma \cos. \psi}$$

teremos

$$t = \frac{\Sigma \cos. \alpha \operatorname{sen.} (\psi - \alpha \pm \lambda)}{h \cos. (\psi - \alpha)},$$

$$\text{temp. da } \odot = T - t.$$

60. O angulo  $\alpha$  he sempre agudo, e positivo ou negativo conforme o for  $\delta$ ;  $\psi$  leva o sinal de  $a$ , e he agudo ou obtuso segundo for  $b$  positivo, ou negativo; e  $\lambda$  segue a especie de  $\psi - \alpha$ , e toma-se com o sinal —, ou +, segundo for a observação antes, ou depois da passagem da Lua pela perpendicular tirada do centro do astro para a orbita relativa della: na qual passagem he  $\lambda = 0$ , e  $t = \frac{\Sigma \cos. \alpha \operatorname{tg}. (\psi - \alpha)}{h}$ . Para o calculo dos pe-

quenos termos dependentes do mesmo tempo  $t$ , que se busca, basta conhecello pouco mais ou menos pelo da conjunção no meridiano das Taboas combinado com a differença de Longitude entre elle e o do Lugar da observação, conhecida tambem proximamente. E de outra sorte: Busca-se, sem elles, por hum primeiro calculo o tempo  $t$ , com o qual serão conhecidos, para se repetir o mesmo calculo com toda a exactidão.

61. DEM. Suppostas as definições de  $a$ , e de  $b$ , temos

$$h t - a = \Sigma \operatorname{sen.} \psi, \quad \delta t + b = \Sigma \cos. \psi \quad (\text{n. 22.}).$$

E quadrando estas equações, somando, e transpondo, teremos

$$t^2 (h^2 + \delta^2) - 2 (a h - b \delta) t = \Sigma^2 - (a^2 + b^2).$$

Mas fazendo  $\operatorname{tg.} \alpha = \frac{\delta}{h}$ , e  $\operatorname{tg.} \psi = \frac{a}{b}$ , he

$$h^2 + \delta^2 = h^2 (1 + \operatorname{tg.}^2 \alpha) = \frac{h^2}{\cos.^2 \alpha},$$

$$a^2 + b^2 = b^2 (1 + \operatorname{tg.}^2 \psi) = \frac{b^2}{\cos.^2 \psi},$$

$$a h - b \delta = h b (\operatorname{tg.} \psi - \operatorname{tg.} \alpha) = \frac{h b \operatorname{sen.} (\psi - \alpha)}{\cos. \psi \cos. \alpha}.$$

Logo teremos

$$\frac{h^2 t^2}{\cos.^2 \alpha} - \frac{2 h t}{\cos. \alpha} \cdot \frac{b \operatorname{sen.} (\psi - \alpha)}{\cos. \psi} = \Sigma^2 - \frac{b^2}{\cos.^2 \psi},$$

donde se segue

$$\frac{h t}{\cos. \alpha} = \frac{b \operatorname{sen.} (\psi - \alpha)}{\cos. \psi} \pm \sqrt{\left( \Sigma^2 - \frac{b^2}{\cos.^2 \psi} + \frac{b^2 \operatorname{sen.}^2 (\psi - \alpha)}{\cos.^2 \psi} \right)}.$$

He porém

$$\Sigma^2 - \frac{b^2}{\cos.^2 \psi} + \frac{b^2 \operatorname{sen.}^2 (\psi - \alpha)}{\cos.^2 \psi} = \Sigma^2 - \frac{b^2 \cos.^2 (\psi - \alpha)}{\cos.^2 \psi}$$

$$= \Sigma^2 \left( 1 - \frac{b^2 \cos^2(\psi - \alpha)}{\Sigma^2 \cos^2 \psi} \right)$$

$$= \Sigma^2 \operatorname{sen}^2 \lambda,$$

tendo-se feito  $\cos \lambda = \frac{b \cos(\psi - \alpha)}{\Sigma \cos \psi}$  .. Logo

$$\frac{h t}{\cos \alpha} = \frac{b \operatorname{sen}(\psi - \alpha)}{\cos \psi} \pm \Sigma \operatorname{sen} \lambda.$$

E substituindo no primeiro termo do segundo membro o valor de

$$b = \frac{\Sigma \cos \psi \cos \lambda}{\cos(\psi - \alpha)}, \text{ será}$$

$$\frac{h t}{\cos \alpha} = \Sigma (\operatorname{tg}(\psi - \alpha) \cos \lambda \pm \operatorname{sen} \lambda) = \frac{\Sigma \operatorname{sen}(\psi - \alpha \pm \lambda)}{\cos(\psi - \alpha)},$$

e consequentemente

$$t = \frac{\Sigma \cos \alpha \operatorname{sen}(\psi - \alpha \pm \lambda)}{h \cos(\psi - \alpha)}$$

62. EXEMPLO: Supponhamos que no mesmo eclipse de 1764 se observou em Londres às 9<sup>h</sup> 4' 33<sup>''</sup> a distancia apparente dos centros  $S = 30', 742$  no principio do eclipse, e por tanto antes da passagem da Lua pela perpendicular á orbita. Usando das mesmas quantidades já calculadas (n. 27. 28.), suppondo  $t$  proximamente conhecido de 1<sup>h</sup>, 95, que dá  $n t^2 = 0', 017$ , e fazendo  $n' = 0, p' = 0, d' = 0$ , como no lugar citado: temos  $h = 23', 955$ ,  $\delta = 13', 140$ ,  $a = -23', 419$ ,  $b = 4', 991$ ; e consequentemente  $\alpha = 28^\circ 44' 53''$ ,  $\psi = -77^\circ 58' 10''$ ,  $\psi - \alpha = -106^\circ 43' 3''$ ,  $\lambda = \pm 103^\circ 3' 16''$ , e no caso presente  $\psi - \alpha - \lambda = -209^\circ 46' 19'' = 360^\circ - 209^\circ 46' 19'' = +150^\circ 13' 41''$  (n. 24.). Dondo concluímos  $t = -1^h, 92672$ , e o tempo da  $\odot$  ás 11<sup>h</sup> 0' 9<sup>''</sup>, 2 justamente o mesmo que no calculo directo tinhamos supposto para achar a sobredita distancia.

63. A fórma, que aqui demos á soluçãõ deste Problema, não difere da que propuzemos no Vol. I. das Ephemerides pag. 237, senão em se haver posto  $n, n', \lambda$  em vez de  $h', \delta', \gamma$ , e em se haver involvido em  $\psi$  todo o effeito das quantidades  $h' t, \delta' t$ . Mas note-se, que lá em  $h' = B \cos D'$ , faltou o termo  $-\frac{1}{2} \delta \operatorname{sen} h \operatorname{tg} D'$  (n. 21.), em que entãõ se não advertio, desprezando-se tambem os outros pequenos termos dependentes de  $d', p'$ , que agora se ajuntaraõ, para se attender ao effeito delles nos casos, em que se quizer a maior exactidaõ.

64. Sendo observadas duas distancias apparentes  $S$ ,  $S'$ , nos tempos  $T$ ,  $T'$ , achar o da conjunção em  $A. R.$ , e a differença das declinações  $\Delta$  no instante della.

Sejaõ  $H$ ,  $H'$ , os angulos horarios correspondentes aos tempos  $T$ ,  $T'$ , e os tempos contados desde a conjunção  $t$ , e  $t'$ . Calculem-se para o tempo  $T$  as quantidades  $m$ ,  $n$ ,  $\pi$ , e para  $T'$  as suas correspondentes  $m'$ ,  $n'$ ,  $\pi'$ , com as quais acharemos as distancias reduzidas  $\Sigma = S - S \text{ sen. } p \cos. \pi$ , e  $\Sigma' = S' - S' \text{ sen. } p \cos. \pi'$ . E entã fazendo  $T' - T = \tau$ , e calculando as quantidades seguintes

$$a = n + \frac{p' n t}{2p} - \eta t^2, \quad a' = n' + \frac{p' n' t'}{2p} - \eta t'^2$$

$$e = m + \frac{p' m t}{2p} - \eta' t^2 - d' t \text{ sen. } p \cos. \pi,$$

$$e' = m' + \frac{p' m' t'}{2p} - \eta' t'^2 - d' t' \text{ sen. } p \cos. \pi',$$

$$b = \delta \tau + e - e', \quad c = h \tau + a - a',$$

$$\text{tg. } \kappa = \frac{c}{b}, \quad \sigma = \frac{(\Sigma'^2 - \Sigma^2) \text{sen.}^2 \kappa}{c}$$

$$\cos. \alpha = \frac{\sigma - c}{2 \Sigma \text{ sen. } \kappa}$$

ou

$$\cos. \alpha' = \frac{\sigma + c}{2 \Sigma' \text{ sen. } \kappa},$$

ou

$$\phi = \kappa \mp \alpha$$

teremos

$$t = \frac{\Sigma \text{ sen. } \phi + a}{h}, \quad t' = \frac{\Sigma' \text{ sen. } \phi + a'}{h}$$

$$\Delta = \Sigma \cos. \phi - \delta t + e = \Sigma' \cos. \phi' - \delta t' + e',$$

$$\text{e o tempo da } O = T - t = T' - t'.$$

65. Nos eclipses das estrellas escusa-se a redução das distancias apparentes tanto na immersão, como na emersão, porque em ambos os casos ainda que  $S$  e  $S'$  sejaõ diferentes, ambos pela redução se convertem no semidiametro horizontal  $= \Sigma$ ; e por isso se escusa tambem o calculo de  $\sigma = 0$ . Nos do Sol, basta que se reduza o semidiametro delle, como aci-

ma dissemos (n. 53.). O angulo  $\alpha$  he sempre positivo, como o numerador da sua tangente  $e$ , e agudo ou obtuso conforme for o denominador,  $b$  positivo, ou negativo. E os angulos  $\phi$ , e  $\phi'$  seraõ agudos ou obtusos, segundo for positiva ou negativa a expressaõ do seu respectivo coseno; e em  $\kappa \pm \phi$ ,  $\kappa \pm \phi'$ , tomaõ-se com o sinal — quando o centro da Lua passar ao norte, e com + quando passar ao sul do centro do astro: advertindo-se o que ja dissemos (n. 24.) nos casos em que alguma das somas ou differenças dos ditos angulos venha maior que  $180^\circ$ .

66. DEM. Suppostas as definições de  $e$ , e de  $e'$ , sera

$$\Delta + \delta t - e = \Sigma \cos. \phi,$$

$$\Delta + \delta t' - e' = \Sigma' \cos. \phi' \text{ (n. 22.)},$$

e a differença destas equações, considerando que  $t' - t = T' - T = \tau$ , e fazendo  $\delta \tau + e - e' = b$ , darã

$$b + \Sigma \cos. \phi = \Sigma' \cos. \phi'.$$

Do mesmo modo das duas equações  $h t - a = \Sigma \text{sen. } \phi$ , e  $h t' - a' = \Sigma' \text{sen. } \phi'$ , fazendo  $h \tau + a - a' = c$ , concluiremos

$$c + \Sigma \text{sen. } \phi = \Sigma' \text{sen. } \phi'.$$

E somando o quadrado desta equaçãõ com o da outra  $b + \Sigma \cos. \phi = \Sigma' \cos. \phi'$ , teremos

$$b^2 + c^2 + 2 \Sigma (b \cos. \phi + c \text{sen. } \phi) = \Sigma'^2 - \Sigma^2.$$

Mas, fazendo  $\text{tg. } \kappa = \frac{c}{b}$ , he

$$c^2 + b^2 = c^2 (1 + \cot. \kappa^2) = \frac{c^2}{\text{sen.}^2 \kappa},$$

$$2 \Sigma (b \cos. \phi + c \text{sen. } \phi) = 2 c \Sigma (\text{sen. } \phi + \cos. \phi \cot. \kappa) = \frac{2 c \Sigma \cos. (\phi - \kappa)}{\text{sen. } \kappa}.$$

Logo teremos

$$2 \Sigma \text{sen. } \kappa \cos. (\phi - \kappa) = \frac{(\Sigma'^2 - \Sigma^2) \text{sen.}^2 \kappa}{c} - c;$$

e por consequente fazendo  $\frac{(\Sigma'^2 - \Sigma^2) \text{sen.}^2 \kappa}{c} = \sigma$ , e  $\frac{\sigma - c}{2 \Sigma \text{sen. } \kappa} = \cos. \phi$ ,

serã

$$\cos. (\phi - \kappa) = \cos. \phi, \phi - \kappa = \pm \phi,$$

$$\phi = \kappa \pm \phi.$$

Donde resulta

$$t = \frac{\Sigma \text{sen. } \phi + a}{h}, \quad \Delta = \Sigma \text{cos. } \phi - \delta t + e,$$

e o tempo da  $\odot = T - t$ .

67. Dando ás mesmas duas equações a fórma  $\Sigma' \text{cos. } \phi' - b = \Sigma \text{cos. } \phi$ , e  $\Sigma' \text{sen. } \phi' - c = \Sigma \text{sen. } \phi$ , e fazendo as mesmas operações, eliminaremos  $\phi$ , e teremos outra soluçãõ por meio de  $\phi'$ . E assim, sendo  $\kappa$  e  $\sigma$  as mesmas, não ha mais do que em vez de  $\phi$  servir-nos de  $\phi'$ , sendo

$$\text{cos. } \phi' = \frac{\sigma + c}{2 \Sigma' \text{sen. } \kappa}.$$

Donde se segue

$$\phi' = \kappa \pm \phi', \quad t' = \frac{\Sigma' \text{sen. } \phi' + a'}{h}, \quad \Delta = \Sigma' \text{cos. } \phi' - \delta t' + e',$$

e o tempo da  $\odot = T' - t'$ .

68. EXEMPLO: Em Vienna d'Austria por  $48^{\circ} 12' 30''$  de Latitude boreal foi observado o principio do mesmo eclipse ás  $10^{\text{h}} 22' 5''$ , sendo a distancia apparente dos centros  $S = 30', 7785$ ; e o fim á  $1^{\text{h}} 22' 54''$ , sendo entãõ  $S' = 30', 8017$ , e passando a Lua ao norte do Sol. Suppondo pois a mesma ellipticidade da Terra, teremos  $P = 47^{\circ} 53' 20''$ , e  $p = 53', 993$ . E como  $h$ ,  $\delta$ ,  $\eta$  são os mesmos para todos os Lugares, e aqui temos  $\tau = 3^{\text{h}}, 01361$ , e sabemos que he proximamente  $t = -1^{\text{h}}, 7$ , e  $t' = +1^{\text{h}}, 5$ , teremos  $h\tau = 72', 185$ ,  $\delta\tau = 59', 599$ ,  $\eta t = -0', 013$ ,  $\eta t^2 = -0,0076$ .

69. Isto supposto: Temos para o principio  $H = -24^{\circ} 28' 44''$ ,  $n = -15', 002$ ,  $m = 37', 140$ ,  $\pi = 47^{\circ} 53'$ ,  $\Sigma = 30', 453$ ,  $a = -14', 813$ ,  $e = 37', 140$ ; e para o fim  $H' = 20^{\circ} 43' 30''$ ,  $n' = 12', 813$ ,  $m' = 37', 063$ ,  $\pi' = 46^{\circ} 34'$ ,  $\Sigma' = 30', 468$ ,  $a' = 12', 8206$ ,  $e' = 37', 063$ . Donde se acha  $b = 39', 676$ ,  $c = 44', 3754$ ,  $\kappa = 48^{\circ} 12' 0''$ ,  $\sigma = 0', 0114$ ,  $\phi = \pm 167^{\circ} 42' 50''$ , e  $\phi' = \pm 12^{\circ} 16' 50''$ . E porque no caso presente deve servir o sinal  $-$ , teremos  $\phi = -119^{\circ} 30' 50''$ , e  $\phi' = 352^{\circ} 55' 10''$ . Com  $\phi$  achamos  $t = -1^{\text{h}}, 73217$ ; e com  $\phi'$ ,  $t' = 1^{\text{h}}, 28145$ : cada hum dos quais dá finalmente  $\Delta = 44', 898$ , e a  $\odot$  ás  $12^{\text{h}} 6' 1''$ . E estes resultados, sendo reduzidos á ecliptica (n. 56.), dão a  $\odot$  em Long. ás  $11^{\text{h}} 27' 18''$ , e a differença das Latitudes, ou neste caso a Latitude da  $\odot = 39' 33'', 7$ . M. du Séjour (pag. 293.) achou  $11^{\text{h}} 27' 17''$ , e  $39' 32'', 7$ .

70. He porém de advertir, que nos eclipses centrais, ou quasi centrais, não pode fazer-se uso conveniente deste Problema, seja qual for o meio

da solução delle; porque os mais leves erros nas observações os influem muito grandes nas duas quantidades que se buscaõ. E isso vem de ser entãõ o angulo o muito proximo a  $0^\circ$ , ou  $180^\circ$ , e de receber consequentemente uma variaçãõ muito grande por huma muito pequena no seu coseno: e até succederã alguma vez, que por hum pequeno erro se ache o dito coseno maior que o raio, e se faça o angulo o imaginario, e mostre a impossibilidade do caso, justamente a mesma que a de inscrever no circulo huma corda maior que o diametro. Essas observações com tudo naõ seraõ de todo inuteis, porque cada huma dellas combinada com a differença das declinações conhecida por observações feitas em outro Lugar, onde o eclipse naõ fosse proximo a central, darã pelo Problema antecedente o tempo da  $\odot$ , e o meio dos dous resultados poderã tomar-se como exacto.

Sobre a solução deste Problema note-se tambem o mesmo que advertimos a respeito do antecedente (n. 63.).

71. Sendo observada a minima distancia apparente dos centros  $S$  no tempo  $T$ , achar o da  $\odot$ , e a differença das declinações  $\Delta$  no instante della.

Suppostas as definições do Problema antecedente, e as de

$$h' = h - \gamma' g \cos. H,$$

$$\delta' = \delta - \gamma' q \operatorname{sen.} H \text{ (n. 37.)},$$

$$\operatorname{tg.} \kappa = \frac{h'}{\delta'}, \quad \phi = \kappa \pm 90^\circ,$$

e será

$$t = \frac{\Sigma \operatorname{sen.} \phi + a}{h}, \quad \Delta = \Sigma \cos. \phi - \delta t + e,$$

$$\text{temp. da } \odot = T - t,$$

72. DEM. Considerando este Problema, como hum caso particular do antecedente, supponhamos duas observações infinitamente vizinhas, coincidentes ambas no mesmo instante  $T$ , e em ambas observada a mesma distancia reduzida  $\Sigma$ , porque como minima naõ tem variaçãõ nenhuma em hum tempo infinitamente pequeno. Entãõ he evidente, que teremos

$$h \kappa = h (t' - t) = h dt, \quad -(a' - a) = -da = -\gamma' g dt \cos. H,$$

$$-(e' - e) = -de = -\gamma' q dt \operatorname{sen.} H.$$

Logo

$$b = (\delta - \gamma' q \operatorname{sen.} H) dt = \delta' dt,$$

onde se segue

$$c = (h - \gamma g \cos. H) dt = h' dt,$$

$$\operatorname{tg.} \kappa = \frac{c}{b} = \frac{h'}{\delta'}.$$

E porque  $\Sigma^2 - \Sigma'^2 = 0$ , será também  $\sigma = 0$ , e  $\cos. \sigma = \frac{-h' dt}{2 \Sigma \operatorname{sen.} \kappa} = 0$  dará  $\sigma = \pm 90^\circ$ , e será

$$\phi = \kappa \pm 90^\circ,$$

onde se conclue o resto como no Problema antecedente, tomando-se do mesmo modo  $90^\circ$  com o sinal — quando a  $\odot$  passar ao norte, e com + quando passar ao sul do centro do  $\odot$ .

73. EXEMPLO: No mesmo eclipse foi observada em Londres por M. Short a minima distancia dos centros  $S = 1' 21''$ , 4 ás  $10^h 30' 44''$ , ficando o da  $\odot$  para o sul. Com o angulo horario  $H = -22^\circ 19' 0''$ , e com as quantidades  $h$ ,  $\delta$ ,  $6$ ,  $g$ ,  $q$  já calculadas (n. 30.), teremos pois  $n = -12$ , 843,  $m = 39$ , 285,  $\pi = 49^\circ 58'$ , e a minima distancia reduzida  $\Sigma = 1$ , 343. E calculando as quantidades  $h' = 15$ , 7616, e  $\delta' = 13$ , 423, acharemos  $\kappa = 49^\circ 34' 50''$ , e consequentemente  $\phi = 139^\circ 34' 50''$ . Donde concluímos  $t = -0^h 4998$ ,  $\Delta = 44$ , 831, e a  $\sigma$  ás  $11^h 0' 43''$ ; resultados, que sendo reduzidos à ecliptica (n. 56.), dão a  $\sigma$  em Long. ás  $10^h 22' 3''$  com a Latitude da  $\odot$   $39^\circ 30''$ , 2. M. du Séjour (pag. 303.) achou  $11^h 22' 2''$ , e  $39^\circ 30''$ , 3.

74. Mas he de advertir, que demos aqui este Problema mais pela singularidade delle na theorica, do que pelo uso na practica. Como a minima distancia he a mesma sensivelmente por algum tempo, só por mero acaso se ajuizará pela observação o verdadeiro instante della, e o erro nessa parte affectará notavelmente os resultados, principalmente o do tempo da  $\sigma$ , como se vê no mesmo exemplo antecedente. Para ter resultados de mais confiança, seria conveniente que se fizessem muitas observações antes e depois da minima distancia, quando ella ainda diminua, e quando já cresce sensivelmente, das quais por interpolação se concluísse o instante em que ella tinha sido a minima.

75. Sendo observadas tres distancias apparentes  $S$ ,  $S'$ ,  $S''$  nos tempos  $T$ ,  $T'$ ,  $T''$ , achar o tempo da conjunção  $T^0$ , a differença das declinações  $\Delta$ , e a das parallaxes  $p$ .

Com estes mesmos elementos dados pelas Taboas, ou com quaisquer ou-

tros arbitrarios, mas pouco differentes delles, calculem-se para os tempos  $T, T', T''$  as quantidades respectivas  $m, n, u, \pi; m', n', u', \pi'; m'', n'', u'', \pi''$ : donde teremos as distancias reduzidas

$$\Sigma = S - S \text{ sen. } p \text{ cos. } \pi,$$

$$\Sigma' = S' - S' \text{ sen. } p \text{ cos. } \pi',$$

$$\Sigma'' = S'' - S'' \text{ sen. } p \text{ cos. } \pi''.$$

E continuando o calculo com os mesmos elementos hypotheticos, procuremos o que elles daõ para  $\Sigma, \Sigma', \Sigma''$ , e notemos as differenças, fazendo

$$\Sigma \text{ observado} - \Sigma \text{ calculado} = d\Sigma$$

$$\Sigma' \text{ observado} - \Sigma' \text{ calculado} = d\Sigma'$$

$$\Sigma'' \text{ observado} - \Sigma'' \text{ calculado} = d\Sigma''.$$

E entãõ fazendo tg.  $\alpha = \frac{\delta}{h}$ , e calculando as quantidades seguintes

$$A = \frac{h \text{ sen. } (\phi + \alpha)}{\text{cos. } \alpha}, \quad A' = \frac{h \text{ sen. } (\phi' + \alpha)}{\text{cos. } \alpha}, \quad A'' = \frac{h \text{ sen. } (\phi'' + \alpha)}{\text{cos. } \alpha},$$

$$B = \text{sen. } \pi \text{ cos. } (u - \phi), \quad B' = \text{sen. } \pi' \text{ cos. } (u' - \phi'), \quad B'' = \text{sen. } \pi'' \text{ cos. } (u'' - \phi''),$$

$$F = A \text{ cos. } \phi' - A' \text{ cos. } \phi, \quad G = B \text{ cos. } \phi' - B' \text{ cos. } \phi,$$

$$F' = A' \text{ cos. } \phi'' - A'' \text{ cos. } \phi', \quad G' = B' \text{ cos. } \phi'' - B'' \text{ cos. } \phi',$$

$$f = d\Sigma' \text{ cos. } \phi - d\Sigma \text{ cos. } \phi', \quad K = FG' - F'G,$$

$$f' = d\Sigma'' \text{ cos. } \phi' - d\Sigma' \text{ cos. } \phi'', \quad k = Ff' - F'f,$$

teremos

$$dp = \frac{k}{K}, \quad dT = \frac{f - G dp}{R},$$

$$d\Delta = \frac{d\Sigma + A dT + B dp}{\text{cos. } \phi}.$$

76. DEM. He claro, que se os elementos hypotheticos fossem exactos, as distancias reduzidas, calculadas por elles para os tempos dados, deverião coincidir com as observadas, que supponho exactas. Seraõ logo as differenças produzidas pelos erros dos ditos elementos; e se for conhecida a relação que com elles tem, servirão para os determinar. Dos elementos dados pelas Taboas Astronomicas sómente os movimentos horarios se podem considerar como exactos, e ainda mais exactos do que se poderião deduzir immediatamente das observações; nos mais he que ainda

resta alguma incerteza, assim como na ellipticidade da Terra. Por ora só tratamos dos que pertencem á Lua.

77. Suppondo pois, que pelos elementos hypotheticos achamos para hum tempo  $T$  a distancia dos centros reduzida  $\Sigma$  (n. 16.), convem saber a variaçõ della  $d\Sigma$ , que ha de resultar de se mudar o tempo da conjunçãõ, que denotaremos por  $T^\circ$ , em  $T^\circ + dT^\circ$ ; a differença das declinações  $\Delta$ , em  $\Delta + d\Delta$ ; e a differença das parallaxes  $p$ , em  $p + dp$ . Para isso temos

$$\Sigma^2 = M^2 + N^2 \text{ (n. 22.)},$$

e consequentemente

$$2\Sigma d\Sigma = M dM + N dN,$$

e

$$d\Sigma = \frac{M}{\Sigma} dM + \frac{N}{\Sigma} dN = dM \cos. \phi + dN \text{ sen. } \phi.$$

E advertindo, que na differenciaçãõ de  $M$ , e  $N$ , podemos deixar a dos pequenos termos, que seria da segunda ordem em rasãõ dos pequenos coefficients delles, teremos

$$dM = d\Delta + \delta dt - \frac{m}{p} dp,$$

e

$$dN = h dt - \frac{n}{p} dp.$$

Dõnde, reflectindo que por ser  $t = T - T^\circ$ , he  $dt = -dT^\circ$ , será

$$d\Sigma = d\Delta \cos. \phi - dT^\circ (h \text{ sen. } \phi + \delta \cos. \phi) - \frac{dp}{p} (n \text{ sen. } \phi + m \cos. \phi).$$

Mas pela supposiçãõ de  $\text{tg. } \alpha = \frac{\delta}{h}$  temos

$$h \text{ sen. } \phi + \delta \cos. \phi = \frac{h \text{ sen. } (\alpha + \phi)}{\cos. \alpha};$$

e pelas de  $\text{tg. } \mu = \frac{n}{m}$ , e  $\text{sen. } \pi = \frac{m}{p \cos. \mu}$ , temos tambem

$$n \text{ sen. } \phi + m \cos. \phi = \frac{m \cos. (\mu - \phi)}{p \cos. \mu} = \text{sen. } \pi \cos. (\mu - \phi);$$

Logo fazendo

$$\frac{h \text{ sen. } (\alpha + \phi)}{\cos. \alpha} = A, \text{ sen. } \pi \cos. (\mu - \phi) = B,$$

e similhantemente  $A', B', A'', B''$  para as outras duas observações, termos para determinar  $d\Delta, dT^0, dp$ , as tres equações seguintes

$$d\Delta \cos. \phi - A dT^0 - B dp = d\Sigma,$$

$$d\Delta \cos. \phi' - A' dT^0 - B' dp = d\Sigma',$$

$$d\Delta \cos. \phi'' - A'' dT^0 - B'' dp = d\Sigma'',$$

que se resolvem da maneira proposta, como he sabido.

78. EXEMPLO: Supponhamos que em Vienna alem das duas distancias, de que ja nos servimos (n. 68.), se tinha observado tambem a distancia  $20' 18'', 2$  ás  $10^h 54'$ ; e tomemos por elementos hypotheticos  $T^0 = 12^h 4'$ ,  $\Delta = 44', 489$ ,  $p = 54', 295$ . Com elles acharemos o resultado seguinte:

$T = 10^h 22' 5''$	$T' = 10^h 54' 0''$	$T'' = 12^h 22' 54''$
$S = 30', 7783$	$S' = 20', 3032$	$S'' = 30', 8017$
$H = -24^\circ 28' 44''$	$H' = -16^\circ 30' 0''$	$H'' = 20^\circ 43' 30''$
$n = -15', 0857$	$n' = -10', 3403$	$n'' = 12', 8839$
$m = 37, 3472$	$m' = 37, 1980$	$m'' = 37, 2701$
$\mu = -21^\circ 59', 43''$	$\mu' = -15^\circ 32' 5''$	$\mu'' = 19^\circ 4' 10''$
$\text{sen. } \pi = 9.870333$	$\text{sen. } \pi' = 9.851939$	$\text{sen. } \pi'' = 9.861129$
$\text{red.} = -0', 3259$	$\text{red.} = -0', 2254$	$\text{red.} = -0', 3343$
$\Sigma = 30, 4524$	$\Sigma' = 20, 0778$	$\Sigma'' = 30, 4674$
$t = -1^h, 69861$	$t' = -1^h, 16667$	$t'' = 1^h, 515$
$ht = -40', 6867$	$ht' = -27', 9451$	$ht'' = 31', 4981$
$nt = -0, 0129$	$nt' = -0, 0061$	$nt'' = -0, 0077$
$N = -25, 6139$	$N' = -17, 6109$	$N'' = 18, 6065$
$M = -15, 1689$	$M' = -8, 0390$	$M'' = 24, 5070$
$\phi = -120^\circ 38' 4''$	$\phi' = -114^\circ 32' 7''$	$\phi'' = 37^\circ 12' 25''$
$\Sigma = 29', 5687$	$\Sigma' = 19', 3593$	$\Sigma'' = 30', 7700$
$d\Sigma = 0', 6837$	$d\Sigma' = 0', 7185$	$d\Sigma'' = -0', 3026$
$l \cos. \phi = -9.707194$	$l \cos. \phi' = -9.618513$	$l \cos. \phi'' = 9.901162$
$lA = -1.436248$	$lA' = -1.435309$	$lA'' = 1.397058$
$lB = -9.047035$	$lB' = -9.046298$	$lB'' = 9.838995$
$lF = -0.405705$	$lG = -8.017572$	$lf' = -8.914914$
$lF'' = -1.054621$	$lG' = 9.296700$	$lf'' = -9.649918$
$lK = -9.793829$	$lk = 9.310460$	
$dp = -0', 3286$	$dT^0 = +0^h, 0336$	$d\Delta = +0', 3893.$

79. Applicando pois estas correções aos elementos hypotheticos, temos  $T^o = 12^h 4' + 0^s, 0336 = 12^h 6' 1''$ , justamente o mesmo que tinhamos achado pelas duas observações (n. 69.);  $A = 44', 489 + 0', 3893 = 44', 8783$ , que differe  $1'', 2$  do que tambem se achou; e  $p = 54', 293 - 0', 3286 = 53', 9644$ , que differe  $1'', 7$  por defeito do que tinhamos deduzido das Taboas, e empregado no calculo do lugar citado. E he bem notavel a coincidencia deste resultado com o de M. du Séjour (pag. 313), que achou  $1'', 5$  tambem por defeito pela combinaçãõ das duas distancias observadas em Vienna com a minima distancia observada em Londres, porque limitou a soluçãõ deste Problema à condiçãõ de ser huma das observações a da minima distancia, ainda que feita em outro Lugar.

80. He porém de advertir, que neste calculo para achar os valores de  $\Sigma$  dados pelos elementos hypotheticos, não devem desprezar-se os pequenos termos nas expressões de  $M$ , e de  $N$ , que aqui desprezamos á excepçãõ de  $nt'$ , para fazermos as nossas formulas equivalentes ás do mesmo Autor, e compararmos os nossos resultados com os d'elle (n. 27.). Alem disso he claro, que os elementos deduzidos por este Problema hão de participar da erro que houver na ellipticidade da Tetra. A que foi adoptada pelo mesmo Autor, e de que aqui nos temos servido pela rasoã sobredita, parece ser muito grande. Mas não ha certeza neste elemento fugitivo, e até pôde ser que seja differente em differentes Lugares. Pelo Problema seguinte poderemos adquirir o conhecimento que ainda nos falta a esse respeito.

81. Sendo observadas quatro distancias apparentes  $S, S', S'', S'''$ , nos tempos  $T, T', T'', T'''$ , achar o da conjunçãõ  $T$ , a differença das declinações  $\Delta$ , e das parallaxes  $p$ , e a ellipticidade da Terra ( $p-1$ ).

O meio de resolver este Problema he o mesmo que o do antecedente, introduzindo de mais a variaçãõ de  $P$ , que depende da ellipticidade, e que depois de acertado servirá para a determinar. Falta pois ao valor antecedente de  $dN \text{ sen. } \phi$  o termo  $p dP \text{ sen. } P \text{ sen. } H \text{ sen. } \phi$ , e ao de  $dM \text{ cos. } \phi$  o termo

$$-p dP (\text{cos. } P \text{ cos. } D \text{ cos. } \phi + \text{sen. } D \text{ sen. } P \text{ cos. } H \text{ cos. } \phi).$$

E devera por tanto ajuntar-se ao valor antecedente de  $d\Sigma$  o termo

$$-p dP (\text{cos. } P \text{ cos. } D \text{ cos. } \phi + \text{sen. } D \text{ sen. } P \text{ cos. } H \text{ cos. } \phi - \text{sen. } P \text{ sen. } H \text{ sen. } \phi).$$

Neste bem se vê, que  $p$  se refere á unidade do minuto, e  $dP$  á do raio;

mas podemos trocar-lhes as relações, entendendo  $dP$  referido á unidade do minuto, e mudando  $p$  para  $\text{sen. } p$ , como aqui faremos.

82. E assim suppondo, para abbreviar,

$\text{sen. } p \cos. P \cos. D = G'$ ,  $\text{sen. } p \text{ sen. } P = g'$ ,  $\text{sen. } p \text{ sen. } D \text{ sen. } P = q'$ ,  
calculando para a quarta observação as quantidades  $A''$ ,  $B''$ , como no Problema antecedente, e fazendo mais

$$\begin{aligned} C &= G' \cos. \phi + q' \cos. H \cos. \phi - g' \text{sen. } H \text{sen. } \phi, \\ C' &= G' \cos. \phi' + q' \cos. H' \cos. \phi' - g' \text{sen. } H' \text{sen. } \phi', \\ C'' &= G' \cos. \phi'' + q' \cos. H'' \cos. \phi'' - g' \text{sen. } H'' \text{sen. } \phi'', \\ C''' &= G' \cos. \phi''' + q' \cos. H''' \cos. \phi''' - g' \text{sen. } H''' \text{sen. } \phi'''. \end{aligned}$$

teremos as quatro equações seguintes

$$\begin{aligned} d\Delta \cos. \phi - A dT - B dp - C dP &= d\Sigma, \\ d\Delta \cos. \phi' - A' dT - B' dp - C' dP &= d\Sigma', \\ d\Delta \cos. \phi'' - A'' dT - B'' dp - C'' dP &= d\Sigma'', \\ d\Delta \cos. \phi''' - A''' dT - B''' dp - C''' dP &= d\Sigma'''. \end{aligned}$$

E para a resolução dellas tendo calculado as quantidades  $F$ ,  $F'$ ,  $G$ ,  $G'$ ,  $f$ ,  $f'$ ,  $K$ ,  $k$ , como no Problema antecedente, calcularemos mais as seguintes

$$\begin{aligned} F'' &= A'' \cos. \phi''' - A''' \cos. \phi'', & E &= C \cos. \phi' - C' \cos. \phi, \\ G'' &= B'' \cos. \phi''' - B''' \cos. \phi'', & E' &= C' \cos. \phi'' - C'' \cos. \phi', \\ f'' &= d\Sigma'' \cos. \phi' - d\Sigma' \cos. \phi'', & E'' &= C'' \cos. \phi''' - C''' \cos. \phi'', \\ K' &= F' G' - F'' G', & L &= F E' - F' E, \\ k' &= F' f'' - F'' f', & L' &= F' E'' - F'' E', \\ R &= K L' - K' L, & r &= K k' - K' k. \end{aligned}$$

Com os quais acharemos finalmente

$$\begin{aligned} dP &= \frac{r}{R}, \quad dp = \frac{k - L dP}{K}, \quad dT = \frac{f - G dp - E dP}{F}, \\ d\Delta &= \frac{d\Sigma + A dT + B dp + C dP}{\cos. \phi}. \end{aligned}$$

83. O processo do calculo he como o do Problema antecedente, e por  $P$  convem tomar-se hypotheticamente a altura do pólo, porque então será  $dP$  o angulo da vertical, e teremos immediatamente

$$(p - 1) = \frac{\text{sen. } dP}{2 \text{ sen. } P \cos. P} = \frac{\text{sen. } dP}{\text{sen. } 2P} \quad (\text{n. } 5),$$

e a differença das parallaxes equatorias  $= \frac{p}{1 - (p - 1) \text{sen.}^2 P}$  (n. 41).

Huma vez acertada a ellipticidade por bastantes observações, bastará usar do Problema antecedente para determinar os outros elementos. E porque o erro da parallaxe ha de ser constante, se as equações della dadas pelas Taboas são exactas, no caso de assim se achar, e de se ter determinado por muitas observações esse erro, dahi por diante não haverá necessidade senão do Problema do n. 64.

84. Em quanto ás observações: As do Sol são mais plausiveis, mas mais raras, e mais difíceis de se fazerem bem. As das estrellas de primeira e segunda grandeza são mais frequentes, e mais susceptiveis de exactidão. Tudo está em se aperfeiçoar quanto for possível o uso dos micrometros, e em se observar bem huma distancia apparente meia hora pouco mais ou menos antes da immersão, e outra outro tanto depois da emersão, observando-se tambem muitas vezes nos intervallos o diametro apparente da Lua, donde se colligirá o semidiametro horizontal, e a relação delle com a parallaxe equatoria. E para estas determinações não servem, como acima dissemos, os eclipses centrais, ou quasi centrais (n. 70.).

### §. V.

#### *Determinação dos Lugares, dentro dos quais se comprehende a visibilidade dos Eclipses.*

85. *Dada a Conjunção da Lua com qualquer astro, saber se ella he eclipsada, e quais são as circumstancias geraes do eclipse sobre a Terra.*

Para isso não he necessario mais do que calcular  $\Delta$ ,  $h$ ,  $\delta$ ,  $p$  (n. 16.); porque, fazendo  $\text{tg. } \alpha = \frac{\delta}{h}$ , será  $\Delta \cos. \alpha$  a minima distancia em que o centro da Lua ha de passar a respeito do centro da projecção. E he claro, que sendo o raio da projecção  $= p$ , e fazendo a soma dos semidiametros dos astros  $= \Sigma$ , se for  $\Delta \cos. \alpha$  maior que  $p + \Sigma$  não póde haver eclipse em ponto nenhum da Terra; se for igual, haverá hum só ponto em que se poderá observar o contacto dos astros; e se for menor, haverá mais Lugares,

em que será visível o eclipse, e tanto mais quanto ella for menor. Quando for  $\Delta \cos. \alpha + \Sigma$  igual, ou menor que  $p$  cahirá todo o eclipse dentro da Terra; mas nunca poderá abranger todo o hemispherio della, porque para isso era necessario que fosse  $p$  menor que  $\Sigma$ : donde se segue, que os eclipses das estrellas se extendem a hum espaço menor que os do Sol, porque ellas de si não tem diametro sensível. E em fim, quando  $\Delta \cos. \alpha$  for maior, igual, ou menor que  $p$ , o eclipse central cahirá, fóra, em hum só ponto, ou em muitos da Terra.

86. Na Conjunção de 1 de Abril de 1764, achando  $\Delta \cos. \alpha = 39', 3$ ,  $\Sigma = 30', 6$ ,  $p = 54'$ , conheceríamos: que era ecliptica por ser  $\Delta \cos. \alpha$  menor que  $p + \Sigma$ ; que não cahia todo o eclipse dentro da Terra, por ser  $\Delta \cos. \alpha + \Sigma$  maior do que  $p$ ; mas que cahiria dentro a phase central, por ser  $\Delta \cos. \alpha$  menor que  $p$ .

87. *Achar o Lugar, que verá primeiro o principio do eclipse ao nascer do Sol, o ultimo que verá o fim no seu occaso, e a duração do eclipse sobre a Terra.*

Suppostas as definições antecedentes, e fazendo a soma dos semidiametros horizontais  $= \Sigma$ ,  $\frac{\delta}{h} = \operatorname{tg.} \alpha$ , e  $\frac{\Delta \cos. \alpha}{p + \Sigma} = \operatorname{sen.} \lambda$ , teremos

$$\operatorname{sen.} P = \operatorname{sen.} (\lambda \pm \alpha) \cos. D, \quad \cos. H = - \operatorname{tg.} D \operatorname{tg.} P,$$

e

$$t = \frac{(p + \Sigma) \cos. P \operatorname{sen.} H}{h}.$$

Toma-se o sinal — para o primeiro Lugar procurado, e + para o ultimo, ainda que sendo  $\alpha$  negativo a differença se torne em soma, e a soma em differença. E o angulo  $\lambda$ , que sendo dado pelo seu seno he indifferente para ser agudo ou obtuso, se fosse tomado obtuso não daria outras duas soluções differentes, mas sómente a regra que demos para os sinais deveria ser ao contrario. Com cada hum dos dous valores de  $P$  se calcula o seu angulo horario  $H$ , e tempo  $T$ , pela segunda equação, e pela terceira o tempo  $t$  contado desde a Conjunção, donde será conhecido o tempo della  $= T - t$ , e por elle a longitude do Lugar. E porque a Conjunção he no mesmo instante physico para todos os Lugares, os dous tempos contados delle para os das duas observações, dará a duração do eclipse sobre a Terra.

Neste calculo entra-se com a parallaxe media, que pertence ao parallelo de  $45^\circ$ , que dará resultados muito sufficientes para o annuncio destes phe-

nomenos. Mas, querendo-se mais exactos, com cada hum dos deus valores achados de  $P$  se buscará o  $p$  que lhe corresponde, e com elle o seu particular  $\lambda$ , e usando do sinal competente de  $\alpha$  se achará o seu valor exactamente.

88. DEM. He facil de ver, que considerando a Lua com hum semidiametro igual á soma dos semidiametros della e do Sol, quando a sua circumferencia assim augmentada tocar na do horizonte da projecção, o Observador que então se achar no ponto do contacto será o primeiro que ha de ver o principio do eclipse na Terra, e que semelhantemente o que estiver no contacto das mesmas circumferencias ao separar dellas, será o ultimo que verá o fim. Suppondo pois neste caso, que a circumferencia do horizonte he circular, o ponto do contacto e o centro da Lua estaraõ no mesmo raio da projecção produzido, e abaixando delles perpendiculares ao meridiano, os triangulos similhantes daraõ

$$p : p + \Sigma :: g \text{ sen. } H : h t,$$

$$p : p + \Sigma :: 6 - q \text{ cos. } H : \Delta + \delta t.$$

Donde, pela eliminacão de  $t$ , e pela substituição dos valores de  $g$ ,  $6$ ,  $q$ ,

de  $\text{tg. } \alpha = \frac{\delta}{h}$ , e de  $\text{sen. } \lambda = \frac{D \text{ cos. } \alpha}{p + \Sigma}$ , teremos

$$\text{sen. } P \text{ cos. } D \text{ cos. } \alpha - \text{sen. } D \text{ cos. } P \text{ cos. } \alpha \text{ cos. } H - \text{cos. } P \text{ sen. } \alpha \text{ sen. } H = \text{sen. } \lambda.$$

E eliminando  $H$  pelos valores de

$$\text{cos. } H = - \text{tg. } D \text{ tg. } P, \text{ sen. } H = \pm \sqrt{(1 - \text{tg.}^2 D \text{ tg.}^2 P)},$$

e reduzindo, será

$$\frac{\text{sen. } P \text{ cos. } \alpha}{\text{cos. } D} - \text{sen. } \lambda = \pm \sqrt{\left( \text{sen.}^2 \alpha - \frac{\text{sen.}^2 \alpha \text{ sen.}^2 P}{\text{cos.}^2 D} \right)}.$$

Mas quadrando esta equação, e reduzindo, temos

$$\frac{\text{sen.}^2 P}{\text{cos.}^2 D} - 2 \text{ sen. } \lambda \text{ cos. } \alpha \cdot \frac{\text{sen. } P}{\text{cos. } D} = \text{sen.}^2 \alpha - \text{sen.}^2 \lambda.$$

Logo

$$\begin{aligned} \frac{\text{sen. } P}{\text{cos. } D} &= \text{sen. } \lambda \text{ cos. } \alpha \pm \sqrt{(\text{sen.}^2 \alpha - \text{sen.}^2 \lambda + \text{sen.}^2 \lambda \text{ cos.}^2 \alpha)} \\ &= \text{sen. } \lambda \text{ cos. } \alpha \pm \text{sen. } \alpha \text{ cos. } \lambda; \end{aligned}$$

e logo

$$\text{sen. } P = \text{sen. } (\lambda \pm \alpha) \text{ cos. } D.$$

89. EXEMPLO: No mesmo eclipse, sendo  $\Sigma = 30', 610$ ,  $\alpha = 28^\circ 44' 50''$ ,

A cos.  $\alpha = 39', 328$ , e tomando  $p = 54'$ , achamos  $\lambda = 27^\circ 41' 50''$ , e consequentemente  $P = -1^\circ 2' 47''$  para o primeiro Lugar, e  $P = 56^\circ 8' 20''$  para o ultimo. Ao primeiro dos quaes toca  $p = 54', 163$ , com o qual se acha o seu respectivo  $\lambda = 27^\circ 38' 30''$ , e  $P = -1^\circ 6' 6''$ ; e ao segundo compete  $p = 53', 952$ , donde se acha  $\lambda = 27^\circ 42' 50''$ , e  $P = 56^\circ 9' 24''$ ; e as Latitudes correspondentes  $1^\circ 7' 2''$  austral, e  $56^\circ 27' 20''$  boreal. M. du Séjour (pag. 168.) achou  $1^\circ 1' 55''$ , e  $56^\circ 17' 21''$ .

Para o primeiro Lugar achamos tambem  $H = -89^\circ 54' 24''$ ,  $T = 6^h 0' 22''$  da manhã,  $t = -3^h 52' 20''$ , a  $\odot$  ás  $9^h 32' 42''$ , e o Lugar  $1^h 37' 4''$  para occidente de Paris. Do mesmo modo temos para o segundo  $H = 97^\circ 14'$ ,  $T = 6^h 28' 56''$  da tarde,  $t = 1^h 57' 2''$ , a  $\odot$  ás  $4^h 31' 54''$ , e a differença de Longitude  $5^h 22' 8''$  para oriente. E pois que começou o eclipse na Terra  $3^h 32' 20''$  antes da  $\odot$ , e acabou  $1^h 57' 2''$  depois, segue-se que a duração foi de  $5^h 29' 22''$ . M. du Séjour tem  $5^h 28' 21''$ ; e as differenças de Longitude  $1^h 37' 21''$  para occidente, e  $5^h 22' 33''$  para oriente.

90. *Em qualquer parallello dado achar os Lugares, onde o eclipse ha de começar, e acabar, assim ao nascer, como ao pôr do astro eclipsado.*

Primeiramente buscaremos  $H$  pela equação

$$\cos. H = -\operatorname{tg}. D \operatorname{tg}. P \quad (\text{n. } 8.),$$

e concluiremos o tempo  $T$  do Lugar. Depois calculando as quantidades  $m$ ,  $n$ , (n. 17.), e suppondo a somma dos semidiametros horizontais  $= \Sigma$ ,

$$\operatorname{tg}. \alpha = \frac{\delta}{h}, \text{ e } \cos. \lambda = \frac{n \operatorname{sen}. \alpha + (\Delta - m) \cos. \alpha}{\Sigma}, \text{ teremos}$$

$$t = \frac{\Sigma \operatorname{sen}. (\pm \lambda - \alpha) + n}{h}, \text{ e temp. da } \odot = T - t.$$

O angulo  $\lambda$  toma-se sempre com o sinal  $-$  para o principio do eclipse, e com  $+$  para o fim, quer seja no horizonte oriental, quer no occidental; e he agudo ou obtuso, segundo for positivo ou negativo o numerador da expressão do seu coseno. Mas tem differente valor para o nascer do astro do que para o pôr; valores, que se achão com os mesmos numeros calculados, mas tomando  $n$  negativo no horizonte oriental, e positivo no occidental, e ficando  $m$  o mesmo em ambos os casos. Para hum igual parallello austral servirão tambem os mesmos numeros calculados, mudando então  $m$  de sinal. Assim se determinarão oito Lugares na Terra, quando não sejaõ impossiveis alguns, por sahir o coseno do seu respectivo  $\lambda$  maior

que o raio; e as longitudes delles constaráo pela comparaçãõ dos tempos respectivos da conjunçãõ com o do meridiano das Tuboas, como he sabido.

gr. DEM. Como temos  $ht - n = N = \Sigma \text{ sen. } \phi$ , e  $\Delta - m + \delta t = M = \Sigma \text{ cos. } \phi$  (n. 22.), será

$$t = \frac{\Sigma \text{ sen. } \phi + n}{h} = \frac{\Sigma \text{ cos. } \phi - (\Delta - m)}{\delta}$$

donde, suppondo  $\text{tg. } \alpha = \frac{\delta}{h}$ , se segue

$$(\Sigma \text{ sen. } \phi + n) \text{tg. } \alpha = \Sigma \text{ cos. } \phi - (\Delta - m),$$

que se reduz a

$$\Sigma \text{ cos. } (\phi + \alpha) = n \text{ sen. } \alpha + (\Delta - m) \text{ cos. } \alpha.$$

Logo, fazendo  $\frac{n \text{ sen. } \alpha + (\Delta - m) \text{ cos. } \alpha}{\Sigma} = \text{cos. } \lambda$ , teremos

$$\phi = \pm \lambda - \alpha;$$

e consequentemente

$$t = \frac{\Sigma \text{ sen. } (\pm \lambda - \alpha) + n}{h},$$

donde será conhecido

$$\text{o tempo da } \odot = T - t.$$

92. EXEMPLO: Pergunta-se que Lugares no parallelo boreal de  $50^\circ$  haviaõ de ver o principio e fim do mesmo eclipse no horizonte. Para esse parallelo achamos  $P = 49^\circ 40' 56''$ ,  $p = 53', 985$ ,  $H = \pm 95^\circ 42' 40''$ ,  $n = \pm 34', 756$ ,  $m = 41', 308$ ,  $\Delta = 44', 857$ ,  $\delta = 13', 14$ ,  $h = 23', 953$ ,  $\alpha = 28^\circ 44' 50''$ ,  $\Sigma = 30', 610$ : donde concluímos  $\lambda = \pm 116^\circ 23' 20''$  para o horizonte oriental, e  $\lambda = \pm 49^\circ 37' 40''$  para o occidental. E no parallelo austral de  $50^\circ$  naõ he possivel o que se busca; porque tanto para oriente, como para occidente, pela mudança de  $m$  de positivo para negativo sabe o coseno de  $\lambda$  maior que o raio.

93. No primeiro caso pois, em que he  $T = 5^h 37' 9''$  da manhã, temos para o principio  $t = -2^h 18' 17$ , a  $\odot$  ás  $7^h 48' 3''$ , e o Lugar  $3^h 21' 43''$  para occidente de Paris; e para o fim  $t = +0^h 17' 45$ , a  $\odot$  ás  $5^h 47' 37''$ , e o Lugar  $5^h 22' 9''$  para occidente. E no segundo, em que  $T = 6^h 22' 51''$  da tarde, se acha para o principio  $t = -0^h 19' 45$ , a  $\odot$  ás  $6^h 10' 53''$ , e o Lugar  $7^h 1' 7''$  para oriente de Paris; e para o fim,  $t = +1^h 9' 064$ , a  $\odot$  ás  $4^h 28' 28''$ , e o Lugar  $5^h 18' 42''$  para oriente.

M. du Séjour (pag. 154.) achou as diferenças de Longitude neste ultimo caso  $7^{\text{h}} 1' 15''$ , e  $5^{\text{h}} 18' 27''$ .

94. He de advertir, que este Problema não se limita ao principio e fim dos eclipses, senão porque tomamos  $\Sigma$  igual á soma dos semidiametros; nem ao horizonte, senão porque tomamos o angulo  $H$  qual compete a essa condição no parallelo dado. E por isso geralmente se pode applicar ao caso de qualquer distancia dos centros  $\Sigma$ , e de qualquer angulo horario  $H$  no parallelo dado. Mas como estes calculos se costumão fazer com o fim de construir Cartas Gerais, que representem as circumstancias dos eclipses sobre a Terra, e nellas sómente se lançaõ as linhas que marcaõ o principio e fim ao nascer, e ao pôr do Sol, a estas accommodamos a soluçãõ do Problema. Antes porém de começar esses calculos, convem saber os limites até onde se estende a possibilidade delles, como passamos a mostrar.

95. *Achar os limites dos parallellas, entre os quais he possível ver-se o eclipse no horizonte.*

Suppostas as definições antecedentes, busque-se o angulo  $\alpha$  pela equaçãõ

$$\text{sen. } \alpha = \frac{\Delta \cos. \alpha \pm \Sigma}{p},$$

e os limites procurados seraõ conhecidos pela equaçãõ

$$\text{sen. } P = \text{sen. } (\alpha \pm \alpha) \cos. D.$$

Se ambos os valores de  $\Delta \cos. \alpha \pm \Sigma$  forem menores que  $p$ , terá  $\alpha$  dous valores, e cada hum delles dará dous para  $P$ , sendo os que provierem de  $\Delta \cos. \alpha + \Sigma$  limites da parte boreal; e os que de  $\Delta \cos. \alpha - \Sigma$ , limites da parte austral. E se algum dos ditos valores for maior que  $p$ , não haverá limites para essa parte, por cahir parte do eclipse fóra da Terra. Mas haverá nesse caso hum limite onde o Sol deixa de se occultar debaixo do horizonte, ou de apparecer sobre elle, que he onde  $H$  passa do real para o imaginario, ou sendo  $P = 90^\circ - D$ . E em quanto aos dous sinais de  $\alpha$ , o sinal  $-$  he para o limite no horizonte oriental, e  $+$  no occidental.

96. DEM. He evidente, que os limites procurados são onde  $\lambda$  passar do real para o imaginario, isto he, quando for

$$n \text{ sen. } \alpha + (\Delta - m) \cos. \alpha = \pm \Sigma (n. 90.).$$

Mas pela condição de

$$\cos. H = - \text{tg. } D \text{ tg. } P,$$

$$\text{sen. } H = \pm \sqrt{(1 - \text{tg.}^2 D \text{ tg.}^2 P)},$$

temos

$$m = p \text{ sen. } P \cos. D + \frac{p \text{ sen. } P \text{ sen.}^2 D}{\cos. D} = \frac{p \text{ sen. } P}{\cos. D},$$

e

$$\begin{aligned} n &= p \cos. P \text{ sen. } H = p \sqrt{\left(\cos. P - \frac{\text{sen.}^2 P \text{ sen.}^2 D}{\cos. D}\right)} \\ &= p \sqrt{\left(1 - \frac{\text{sen.}^2 P}{\cos. D}\right)}. \end{aligned}$$

Logo, substituindo estes valores, e fazendo

$$\frac{\Delta \cos. \alpha \pm \Sigma}{p} = \text{sen. } \alpha,$$

teremos

$$\frac{\text{sen. } P \cos. \alpha}{\cos. D} \pm \text{sen. } \alpha \sqrt{\left(1 - \frac{\text{sen.}^2 P}{\cos. D}\right)} = \text{sen. } \alpha.$$

E suppondo  $\frac{\text{sen. } P}{\cos. D} = \text{sen. } \psi$ , será

$$\text{sen. } \psi \cos. \alpha \pm \text{sen. } \alpha \cos. \psi = \text{sen. } \alpha, \quad \psi \pm \alpha = \alpha,$$

e conseguintemente

$$\text{sen. } P = \text{sen. } (\alpha \pm \alpha) \cos. D.$$

97. EXEMPLO: No mesmo eclipse temos  $\alpha = 28^{\circ} 44' 50''$ ,  $\Delta \cos. \alpha = 39', 328$ ,  $\Sigma = 30', 610$ , e tomando  $p = 54'$ , que he o seu valor medio neste eclipse, veremos primeiramente que  $\Delta \cos. \alpha + \Sigma$  he aqui maior que  $p$ ; e por conseguinte, que não ha limites da parte boreal, senão o de  $P = 90^{\circ} - D = 85^{\circ} 10' 29''$ . E depois com o valor de  $\Delta \cos. \alpha - \Sigma = 8', 718$  menor que o de  $p$ , acharemos  $\alpha = 9^{\circ} 17' 20''$ , donde vem  $P = -19^{\circ} 22' 50''$  para o limite oriental, e  $P = 37^{\circ} 52' 50''$  para o occidental, os quais são approximados quanto he bastante. Mas querendo-os exactos, buscaremos as suas parallaxes respectivas  $54', 129$ , e  $54', 048$ , com a primeira das quais acharemos  $\alpha = 9^{\circ} 17' 7''$ , e  $P = -19^{\circ} 24' 24''$ ; e com a segunda  $\alpha = 9^{\circ} 16' 57''$ , e  $P = 37^{\circ} 52' 15''$ . Donde, reduzindo ás Latitudes verdadeiras, teremos por limites o parallelo austral de  $19^{\circ} 36' 37''$ , e o boreal de  $38^{\circ} 11' 1''$ . M. du Séjour (pag. 159.) achou  $19^{\circ} 36' 12''$ , e  $38^{\circ} 10' 50''$ .

98. Deveriamos pois começar neste eclipse os calculos do Problema an-

tecedente do parallelo austral de  $19^{\circ} 37'$  para o norte para determinar as Longitudes dos Lugares que haverião de ter o principio e fim ao nascer do Sol; e do parallelo boreal de  $38^{\circ} 11'$  levariamos juntamente os respectivos ao pôr do Sol, não esquecendo a advertencia de levar tambem juntamente o calculo dos parallelos austrais com o dos seus iguais da banda do norte (n. 90.). E assim procederiamos até chegar ao parallelo boreal de  $85^{\circ} 10' 29''$ , onde acaba a possibilidade do nascimento e occaso do Sol no dia do mesmo eclipse. Mas antes de chegar a elle, e na sua vizinhança ha hum muito notavel, que determinaremos pelo Problema seguinte:

99. *Achar o Lugar particular, onde o eclipse ha de começar, e acabar no horizonte, sendo a duração dells por todo o dia, ou por toda a noite.*

Seja  $t$  o tempo do principio, ou do fim do eclipse, contado da passagem do astro pelo meridiano,  $p$  a parallaxe que convem á Latitude igual ao complemento da declinação, pouco differente da do Lugar que se procura,  $\Sigma$  a soma dos semidiametros horizontais: E fazendo  $h' = h \pm p \operatorname{sen.} D$ ,  $\operatorname{tg.} \alpha' = \frac{\delta}{h'}$ , e  $\operatorname{cos.} \phi = \frac{(\Delta - p) \operatorname{cos.} \alpha'}{\Sigma}$ , teremos

$$t = \pm \frac{\Sigma \operatorname{sen.} \phi \operatorname{cos.} \alpha'}{h'}, \operatorname{tg.} P = \operatorname{cot.} D \operatorname{cos.} \phi,$$

e a  $\phi$  ao  $\left\{ \begin{array}{l} \text{meio-dia} \\ \text{ou} \\ \text{meia-noite} \end{array} + \frac{(\Delta - p) \operatorname{sen.} \alpha' \operatorname{cos.} \alpha'}{h'} \right\}$ .

Na expressão de  $h'$  toma-se o sinal  $+$  quando  $D$  e  $p$  são da mesma denominação, e  $-$  quando são de denominação contraria: bem entendido, que aqui deve  $p$  tomar-se sempre com a denominação de  $\Delta$ . E no primeiro caso toma-se tambem a meia-noite na expressão do tempo da conjunção, e no segundo o meio-dia.

100. DEM. He evidente, que este singular phenomeno não pode ter lugar, senão no caso de ser  $\Delta$  algum tanto consideravel, e que tomando-se  $p$  na mesma direcção de  $\Delta$  deve entender-se que participa do mesmo sinal, e muito mais reflectindo-se que entra em vez de outra linha, que sempre cahe para o norte, ou para o sul, como logo veremos. E por outra parte tambem he claro, que quando tiver lugar, ha de ser no tempo nocturno, ou diurno, segundo forem  $D$  e  $\Delta$  da mesma, ou de differente denominação, pois que devem ser pequenos os ditos tempos para se ajustarem com a duração do eclipse. E porque, pela condição da Questão he

o meio do eclipse no instante da passagem do Sol pelo meridiano, e a maxima phase coincide proximaemente com o dito meio, e muito mais nas circumstancias do Problema, segue-se que no Lugar procurado ha de ser a minima distancia dos centros ao meio-dia, ou á meia-noite; e assim se redaz a Questão a poder resolver-se pelo meio de que já nos servimos nos Problemas dos num. 36. e 44.

101. Supponhamos pois (*Fig. 3.*) que o meridiano *CK* coincide com *RL*, e que quando nelle se acha o astro em *S* está a Lua em *p*, isto he, na perpendicular á orbita apparente *PL*, traçada na supposiçãõ de estar o astro fixo em *S* por todo o tempo do eclipse. E porque ha de ser a *O* quando a *C* chegar a *L*, *pL* em tempo dará a distancia della ao meio-dia, ou á meia-noite: e do mesmo modo, sendo *SP = Σ*, *PL* em tempo dará a semiduraçãõ do eclipse; e conseguintemente o principio, e fim delle, com o angulo horario, de que se concluirá a Latitude do Lugar.

102. E assim, como temos

$$RL = \Delta, \quad RS = p \text{ sen. } P \text{ cos. } D - p \text{ sen. } D \text{ cos. } P \text{ cos. } H,$$

e he no caso do Problema  $\text{cos. } H = \pm 1$ , dos quais valores deve tomar-se + quando *P* e *D* são de differente denominaçãõ, e — quando da mesma, será sempre

$$RS = p \text{ sen. } (P + D).$$

E porque *P* he poucos minutos menor que  $90^\circ - D$ , e por tanto  $P + D$  outros tantos menor que  $90^\circ$ , e conseguintemente o seu seno sensivelmente igual ao raio, teremos  $RS = p$ , e  $SL = \Delta - p$ . Do mesmo modo nas quantidades  $\delta' = \delta - \gamma'g \text{ sen. } H'$ ,  $h' = h - \gamma'g \text{ cos. } H'$  (n. 38.), como temos  $\text{sen. } H' = 0$ ,  $\text{cos. } H' = \pm 1$ , e  $g = p \text{ cos. } P = p \text{ sen. } D$  proximaemente, será  $\delta' = \delta$ , e  $h' = h \pm \gamma'p \text{ sen. } D$ . Pelo que fazendo  $\text{tg. } \alpha'$

$\frac{\delta}{h'}$ , e  $\text{cos. } \phi = \frac{(\Delta - p) \text{ cos. } \alpha}{\Sigma}$ , he facil de concluir que teremos

$$\text{o tempo da } O = \left\{ \begin{array}{l} 0^h \\ 12 \end{array} + \frac{(\Delta - p) \text{ sen. } \alpha' \text{ cos. } \alpha'}{h'} \right\},$$

$$t = \pm \frac{\Sigma \text{ sen. } \phi \text{ cos. } \alpha'}{h'}$$

$$\text{tg. } P = \text{cot. } D \text{ cos. } \gamma t.$$

103. EXEMPLO: No caso do mesmo eclipse, em que deve ser o prin-

cipio ao pôr, e o fim ao nascer do ☉, temos  $p = 53', 858$ ,  $\Delta - p = -9', 001$ ,  $\Sigma = 30', 610$ ,  $\delta = 13', 14$ ,  $\gamma' p \text{ sen. } D = 1', 186$ ,  $h' = 25', 139$ ,  $\alpha' = 27^\circ 35' 45''$ ,  $\phi = \pm 164^\circ 53' 40''$ . Donde concluímos  $t = \pm 1^h 2' 30''$ ,  $\gamma t = \pm 15^\circ 37' 40''$ ,  $P = 84^\circ 59' 30''$ , a Latitude do Lugar =  $85^\circ 2' 52''$ , o principio do eclipse ás  $10^h 57' 30''$  da tarde, o fim á  $1^h 2' 30''$  da manhã, e a ☉ ás  $11^h 51' 11''$  da tarde, que dá a Longitude do Lugar de  $11^h 18' 35''$  para occidente de Paris.

M. du Séjour (pag. 173.) depois de huma longa discussão, não achando meio de resolver por formulas directas esta Questão, e passando mesmo a decidir que não podia haver nenhum, remette-se ao methodo indirecto das falsas posições, e conclue com o resultado das que fez a respeito deste eclipse particular: Que o phenomeno deveria ter lugar no parallelo boreal de  $85^\circ 3' 28''$  por  $11^h 19' 20''$  para occidente de Paris, sendo o principio do eclipse ás  $10^h 57' 24''$  da tarde, e o fim á  $1^h 2' 36''$  da manhã.

#### §. VI.

*Dos Lugares, que haõ de ter o Eclipse Central.*

104. *A Char o Lugar, em que ha de ser o eclipse central na passagem do Sol pelo meridiano.*

A Longitude delle será immediatamente conhecida, porque nesse caso será a conjunção no mesmo instante da passagem do Sol pelo meridiano a  $0^h$ , ou  $12^h$ , que comparado com o tempo da mesma conjunção no meridiano das Taboas dará a differença das suas Longitudes. E em quanto á Latitude:

Fazendo  $\text{sen. } \lambda = \frac{\Delta}{p}$ , será  $P = \lambda + D$ .

O angulo  $\lambda$  toma-se sempre agudo, e com a denominação de  $\Delta$ . Sendo  $\Delta$  maior que  $p$ , será imaginario, e mostrará que não he possivel essa phase no meridiano, ainda que o seja algum tempo antes, ou depois, se  $\Delta \cos. \alpha$  não for maior que  $p$ ; porque sendo-o, cahirá o eclipse central todo fóra da Terra. E quando  $\lambda$  e  $D$ , sendo da mesma denominação, derem a soma maior que  $90^\circ$ , entãõ deve tomar-se a differença, sendo  $P = \lambda - D$ , e o tempo não já  $0^h$ , mas  $12^h$  da tarde.

105. DEM. As duas equações

$$h t - n = \Sigma \text{ sen. } \phi, \quad \Delta + \delta t - m = \Sigma \cos. \phi \quad (\text{n. 22.})$$

pela supposição da phase central, isto he, pela de  $\Sigma = 0$ , se tornaõ em  $ht = n$ , e  $\Delta + \delta t = m$ ; e pela condiçãõ de estar o Sol no meridiano he  $n = 0$ ,  $t = 0$ , e consequentemente

$$\Delta = m = p (\text{sen. } P \cos. D - \text{sen. } D \cos. P \cos. H),$$

doude se segue que sendo nesse caso  $\cos. H = 1$ , será

$$\Delta = p \text{ sen. } (P - D),$$

e que fazendo  $\frac{\Delta}{p} = \text{sen. } \lambda$  teremos

$$P = \lambda + D.$$

Quando porém for a passagem do Sol pelo meridiano entre o pólo e horizonte, e  $\cos. H = -1$ , teremos

$$P = \lambda - D.$$

Este caso se conhecerá facilmente: porque succederá quando  $\lambda$  e  $D$ , sendo da mesma denominaçãõ, derem  $\lambda + D > 90^\circ$ , ou  $\lambda > 90^\circ - D$ , e consequentemente  $\text{sen. } \lambda > \cos. D$ , e  $\Delta > p \cos. D$ . Mas  $p \cos. D$  marca o lugar do pólo no plano da projecçãõ: logo  $\Delta$  marcará o ponto da orbita que cortará o meridiano para lá do mesmo pólo, e o tempo em vez de  $0^h$ , será  $12^h$  da tarde. E no caso singular de  $\lambda + D = 90^\circ$ , a orbita passaria pelo mesmo pólo, e nelle cortaria todos os meridianos, sendo entãõ o tempo indeterminado, e do mesmo modo a Longitude do Lugar, como pela condiçãõ daquelles dous pontos do Globo consta que deve ser. Na vizinhança porém delles, qualquer leve defeito nas quantidades dadas produzirá hum muito grande na differença das Longitudes; mas sem consequencia alguma, porque corresponderá a hum espaço muito pequeno sobre a Terra.

106. EXEMPLO: No mesmo eclipse, sendo  $\Delta = 44', 857$ , e tomãdo  $p = 54', 01$ , achamos  $\lambda = 56^\circ 9'$ , e  $P = 60^\circ 59'$  proximamente. E porque com este valor de  $P$  achamos que lhe corresponde  $p = 53', 929$ , repetindo o calculo teremos  $\lambda = 56^\circ 16' 55''$ ,  $P = 61^\circ 6' 26''$ , e a Latitude do Lugar  $61^\circ 22' 38''$ : no qual, sendo a conjunçãõ ao meio-dia, e em Paris às  $11^h 9' 46''$  da manhã, será a differença de Longitude  $0^h 50' 14''$  para oriente. M. du Séjour (pag. 88.) dá  $61^\circ 31' 26''$ , e  $0^h 49' 52''$ .

107. Achar os dous Lugares, que haõ de ter o eclipse central no horizonte, e a duraçãõ delle sobre a Terra.

Este Problema he hum caso particular, a que se reduz o do n. 87, pela

supposição de  $\Sigma = 0$ . E assim fazendo  $\text{sen. } \lambda = \frac{\Delta \cos. \alpha}{p}$ , teremos

$$\text{sen. } P = \text{sen. } (\lambda \pm \alpha) \cos. D, \cos. H = -\text{tg. } D \text{tg. } P, t = \frac{p \cos. P \text{ sen. } H}{h};$$

formulas, de que usaremos da mesma maneira, que fica declarada no dito n. 87.

108. EXEMPLO: No mesmo eclipse, sendo  $\alpha = 28^{\circ} 44' 50''$ ,  $\Delta \cos. \alpha = 39', 328$ , e tomando  $p = 54', 01$ , acharemos  $\lambda = 46^{\circ} 44'$ , que nos dará  $P = 17^{\circ} 55'$  ao nascer do Sol, e  $P = 74^{\circ} 43'$  para o seu occaso; lugares, a que correspondem os valores de  $p = 54', 134$ , e  $p = 53', 878$  respectivamente. E repetindo o calculo para cada hum delles em particular teremos para o primeiro  $\lambda = 46^{\circ} 35' 35''$ ,  $P = 17^{\circ} 46' 30''$ , a Latitude  $= 17^{\circ} 58' 52''$ ,  $H = -91^{\circ} 33' 5''$ ,  $T = 5^h 53' 48''$  da manhaã,  $t = -2^h 9' 5''$ , a conjunção às  $8^h 2' 53''$  da manhaã, e a differença de Longitude  $3^h 6' 53''$  para occidente de Paris; e para o segundo  $\lambda = 46^{\circ} 53'$ ,  $P = 74^{\circ} 51' 30''$ , a Latitude  $= 75^{\circ} 0' 52''$ ,  $H = 108^{\circ} 10' 40''$ ,  $T = 7^h 12' 43''$  da tarde,  $t = 0^h 33' 30''$ , a conjunção às  $6^h 39' 13''$ , e a differença de Longitude  $7^h 29' 27''$  para oriente de Paris. M. du Séjour (pag. 88.) assigna os parallellos de  $18^{\circ} 5' 24''$ , e  $75^{\circ} 7' 22''$ , com as differenças de Longitude  $3^h 7' 26''$ , e  $7^h 29' 40''$ .

E porque achamos, que começon o eclipse central sobre a Terra  $2^h 9' 5''$  antes da conjunção, e acabou  $0^h 33' 30''$  depois, foi a duração delle de  $2^h 42' 35''$ .

109. *Achar o Lugar, que ha de ter o eclipse central a huma hora dada.*

Com a hora  $T$  teremos o angulo horario  $H$ , e fazendo

$$\frac{\text{sen. } D \cos. H \pm \text{sen. } H \text{tg. } \alpha}{\cos. D} = \text{tg. } \psi, \text{ e } \frac{\Delta \cos. \psi}{p \cos. D} = \text{sen. } \lambda,$$

teremos

$$P = \lambda + \psi, t = \frac{p \cos. P \text{ sen. } H}{h}, \text{ e temp. da } \odot = T - t.$$

O angulo  $\psi$  he sempre agudo, e entende-se ser de denominação boreal ou austral, segundo for positivo ou negativo o numerador da expressão da sua tangente; e o angulo  $\lambda$  toma-se sempre menor que  $90^{\circ}$ , e segue a denominação de  $\Delta$ . Para o tempo  $T \pm 12^h$ , teremos o mesmo angulo  $\lambda$ , e  $\psi$

tambem o mesmo, sómente com a denominação contraria, que dará outra solução  $P = \lambda - \psi$ , com tanto que nesse tempo não esteja o Sol debaixo do horizonte. Mas se no caso de serem  $\lambda$  e  $\psi$  da mesma denominação, a sua soma for maior que  $90^\circ$ , passará a orbita para lá do pólo, e não será possível o phenomeno na hora dada, mas mudando-se a denominação de  $\psi$ , terá lugar na hora  $T \pm 12^h$ , em quanto  $\frac{\Delta \cos. \psi}{p \cos. D}$  não for maior que o raio.

110. DEM. As duas equações  $ht = n$ ,  $\Delta + \delta t = m$  (n. 105.) dão

$$t = \frac{n}{h} = \frac{m - \Delta}{\delta} :$$

donde, fazendo sempre  $\text{tg. } \alpha = \frac{\delta}{h}$ , se segue

$$m - n \text{ tg. } \alpha = \Delta.$$

E substituindo os valores de  $n$ , e  $m$ , que envolvem a incognita  $P$ , teremos  $p \text{ sen. } P \cos. D - p \text{ sen. } D \cos. P \cos. H - p \cos. P \text{ sen. } H \text{ tg. } \alpha = \Delta$ , e consequentemente

$$\text{sen. } P - \frac{\text{sen. } D \cos. H + \text{sen. } H \text{ tg. } \alpha}{\cos. D} \cdot \cos. P = \frac{\Delta}{p \cos. D}.$$

Logo, fazendo

$$\frac{\text{sen. } D \cos. H + \text{sen. } H \text{ tg. } \alpha}{\cos. D} = \text{tg. } \psi, \text{ e } \frac{\Delta \cos. \psi}{p \cos. D} = \text{sen. } \lambda, \text{ será}$$

$$\text{sen. } (P - \psi) = \text{sen. } \lambda,$$

e

$$P = \lambda + \psi.$$

E he claro, que para hum tempo  $= T \pm 12^h$ , ou hum angulo horario  $= H \pm 180^\circ$ ,  $\text{sen. } H$ , e  $\cos. H$  terão os mesmos valores numericos mas com os sinais contrarios, e que por tanto  $\psi$  terá tambem o mesmo valor com o sinal contrario, ficando  $\lambda$  sem mudança nem do valor nem do sinal, porque sendo  $\psi$  sempre agudo, a mudança de sinal delle não a faz no seu coseno, que entra na expressão de  $\text{sen. } \lambda$ . Donde se vê, que com os mesmos numeros teremos outra solução para a hora  $T \pm 12^h$ , com tanto que do valor achado de  $P$  se não siga estar o Sol nesse tempo debaixo do horizonte.

111. He tambem facil de ver, que no caso de passar a orbita pelo pólo,

onde as ellipses dos parallelos no plano da projecção acabaõ em hum ponto, sendo entãõ  $\Delta = p \cos. D$ , teremos  $\text{sen. } \lambda = \cos. \psi$ , e conseguintemente  $\lambda = 90^\circ - \psi$ , e  $P = \lambda + \psi = 90^\circ$ , donde se segue  $t = 0$ , e  $H$  em vez do valor dado pode ter qualquer outro, que sempre darã o mesmo resultado de  $P = 90^\circ$ . Sendo por tanto  $\lambda > 90^\circ - \psi$ , e conseguintemente  $\lambda + \psi > 90^\circ$ , a orbita passará para lá do pólo, e não será possível o phenomeno na hora dada  $T$ , mas o será no tempo  $T \pm 12^h$ , mudando-se entãõ o sinal de  $\psi$  para o contrario; e isso em quanto  $\lambda$  não se fizer imaginario.

112. EXEMPLO: Supponhamos, que no mesmo eclipse se quer saber o Lugar, que o ha de ter central às 7<sup>h</sup> da manhã. Será logo  $H = -75^\circ$ , e acharemos  $\psi = -27^\circ 1' 0''$ , que dali a 12<sup>h</sup>, ou às 7<sup>h</sup> da tarde será  $+27^\circ 1' 0''$ . E tomando  $p = 54', 01$ , teremos proxivamente  $\lambda = 47^\circ 57'$ , e por conseguinte  $P = 20^\circ 56'$  no primeiro caso, e  $P = 74^\circ 58'$  no segundo. A estes valores de  $P$  correspondem os de  $p = 54', 127$ , e  $p = 53', 877$ ; com os quais, repetindo o calculo, teremos para as 7<sup>h</sup> da manhã  $\lambda = 47^\circ 48' 37''$ ,  $P = 20^\circ 47' 37''$ , a Latitude do Lugar  $= 21^\circ 0' 23''$ ,  $t = -2^h 2' 26''$ , a  $\odot$  às 9<sup>h</sup> 2' 26'' da manhã, e a differença de Longitude  $2^h 7' 20''$  para occidente de Paris. E do mesmo modo para as 7<sup>h</sup> da tarde teremos  $\lambda = 48^\circ 6' 16''$ ,  $P = 75^\circ 7' 16''$ , a Latitude do Lugar  $= 75^\circ 16' 52''$ ,  $t = 0^h 33' 28''$ , a  $\odot$  às 6<sup>h</sup> 26' 32'', e a differença de Longitude  $7^h 16' 46''$  para oriente de Paris.

M. du Séjour (pag. 84.) achou as Latitudes  $21^\circ 7' 58''$ , e  $75^\circ 23' 31''$ , com as differenças de Longitude  $2^h 7' 51''$ , e  $7^h 18' 3''$ .

113. Achar a hora, e a Longitude do Lugar, que ha de ter o eclipse central em hum parallelo dado.

Suppostas as definições antecedentes, e fazendo

$$\text{tg. } \psi = \frac{\text{sen. } D}{\text{tg. } \alpha}, \quad \text{sen. } \lambda = \frac{(6 - \Delta) \text{sen. } \psi}{g \text{ tg. } \alpha} = \frac{(6 - \Delta) \cos. \psi}{g}$$

teremos

$$H = \lambda - \psi,$$

$$t = \frac{g \text{ sen. } H}{L}$$

O angulo  $\psi$  toma o sinal de  $D$ , e he agudo ou obtuso, segundo for  $\alpha$  positivo, ou negativo. E  $\lambda$  quer venha positivo, quer negativo, he indiffe-

rente para ser agudo, ou obtuso, e dará duas soluções diferentes, com tanto que huma dellas não seja excluida por dar hum valor de  $H$  que não tenha lugar senão debaixo do horizonte. Com  $H$  se acha  $T$ , e o tempo da  $\odot = T - \epsilon$ , donde se concluirá a Longitude do Lugar.

114. DEM. Na mesma equação do Problema antecedente

$$m - n \operatorname{tg.} \alpha = \Delta \quad (\text{n. } 110.)$$

substituindo os valores de  $n = g \operatorname{sen.} H$ ,  $m = 6 - q \operatorname{cos.} H$  (n. 30.), teremos

$$g \operatorname{tg.} \alpha \operatorname{sen.} H + q \operatorname{cos.} H = 6 - \Delta.$$

E fazendo

$$\operatorname{tg.} \psi = \frac{q}{g \operatorname{tg.} \alpha} = \frac{\operatorname{sen.} D}{\operatorname{tg.} \alpha},$$

o

$$\operatorname{sen.} \lambda = \frac{(6 - \Delta) \operatorname{sen.} \psi}{q} = \frac{(6 - \Delta) \operatorname{cos.} \psi}{g \operatorname{tg.} \alpha},$$

acharemos

$$\operatorname{sen.} (H + \psi) = \operatorname{sen.} \lambda,$$

e consequentemente

$$H = \lambda - \psi,$$

e

$$\epsilon = \frac{g \operatorname{sen.} H}{h}.$$

115. EXEMPLO: Pergunta-se em que Lugar, e a que hora havia de ser central o mesmo eclipse no parallelo boreal de  $48^{\circ} 51'$ . Teremos nesse caso  $P = 48^{\circ} 31' 50''$ ,  $p = 53', 990$ ,  $\Delta = 44', 857$ ,  $6 = 40', 312$ ,  $\log. g = 1.553316$ ,  $\log. q = 0.478207$ , e acharemos  $\psi = 8^{\circ} 43' 6''$ ,  $\lambda = -13^{\circ} 14' 30''$ ,  $H = -21^{\circ} 57' 36''$ ,  $T = -1^{\text{h}} 27' 50'' = 10^{\text{h}} 32' 10''$  da manhã,  $\epsilon = -0^{\text{h}} 53' 29''$ ,  $\odot$  ás  $11^{\text{h}} 5' 39''$ , e a differença de Longitude  $0^{\text{h}} 4' 7''$  para occidente de Paris. O outro valor de  $H = -175^{\circ} 28' 36''$  pertence a hum Lugar do mesmo parallelo debaixo do horizonte, donde se veria o mesmo phenomeno, se a Terra fosse transparente.

116. M. du Séjour (pag. 83.) dá a hora do phenomeno ás  $10^{\text{h}} 31' 16''$ , e a differença de Longitude  $4' 49''$  para occidente de Paris. Mas houve

equivocação no calculo do logarithmo de  $\frac{\operatorname{cos.} \theta \operatorname{sen.} \lambda \operatorname{cos.} \xi}{p \operatorname{sen.} \theta \operatorname{sen.} (\pi - p)}$  (pag. 81.), que não he o .1747834, mas o .1740407, com o qual acharia o tempo do Lugar  $10^{\text{h}} 32' 11''$ , e a differença de Longitude  $0^{\text{h}} 4' 6''$ .

E pelo que respeita ao Problema antecedente: houve tambem engano no calculo dos logarithmos ( que por equivocação, assim como o do sobredito, se dizem complementos de Logarithmos) de  $\frac{p \operatorname{tg.} \psi}{\cos. \delta \cos. \xi}$ , e

$\frac{\cos. \delta \operatorname{sen.} \lambda}{\cos. \psi \cos. \delta \operatorname{sen.} (\pi - \mu)}$ , o primeiro dos quais não he 9.7481183, mas

9.7481283; nem o segundo 9.9229007, mas 9.9221690: com os quais acharia as Latitudes  $21^{\circ} 1' 28''$ , e  $75^{\circ} 17' 5''$  etc. E isto damos aqui por unico exemplo, porque nos mais casos em que achámos, ou acharmos differenças maiores do que era de esperar, não entraremos no trabalho inutil de averiguar de qual das partes houve descuido no calculo.

117. *Achar os limites dos parallelos, entre os quais se comprehende a linha da centralidade sobre a Terra.*

Tendo feito  $\operatorname{tg.} \psi = \frac{\operatorname{sen.} D}{\operatorname{tg.} \alpha}$ , como no Problema antecedente, faça-se mais

$$\operatorname{tg.} \chi = \frac{\operatorname{tg.} D}{\operatorname{sen.} \psi} = \frac{\operatorname{tg.} \alpha}{\cos. D \cos. \psi}, \operatorname{sen.} \lambda = \frac{\Delta \cos. \chi}{p \cos. D};$$

e teremos

$$P = \lambda \pm \chi.$$

Os angulos  $\psi$  e  $\chi$  são determinados de sinal e de especie pela regra já dita muitas vezes; e o angulo  $\lambda$  segue a denominação de  $\Delta$ .

118. DEM. He evidente, que os limites procurados são onde o angulo  $\lambda$  do Problema antecedente passa do real para o imaginario, isto he, onde  $(6 - \Delta) \operatorname{sen.} \psi = \pm q$ . Substituindo pois nesta equação os valores de  $6 = p \operatorname{sen.} P \cos. D$ , e  $q = p \operatorname{sen.} D \cos. P$ , teremos

$$\operatorname{sen.} P \operatorname{sen.} \psi \mp \operatorname{tg.} D \cos. P = \frac{\Delta \operatorname{sen.} \psi}{p \cos. D},$$

que pela substituição de  $\operatorname{tg.} \chi = \frac{\operatorname{tg.} D}{\operatorname{sen.} \psi}$  dará

$$\operatorname{sen.} P \cos. \chi \mp \operatorname{sen.} \chi \cos. P = \frac{\Delta \cos. \chi}{p \cos. D}.$$

Donde, fazendo  $\frac{\Delta \cos. \chi}{p \cos. D} = \operatorname{sen.} \lambda$ , concluiremos

$$P = \lambda \mp \chi.$$

Quando for  $\alpha = 0$ , e consequentemente  $\psi = 90^\circ$ , será  $\chi = D$ , e  
 $\text{sen. } \lambda = \frac{\Delta}{P}$ . E porque a expressão  $\frac{\text{tg. } D}{\text{sen. } \psi}$ , pela substituição de  $\text{sen. } \psi$   
 $= \frac{\text{sen. } D \cos. \psi}{\text{tg. } \alpha}$ , nos dá também

$$\text{tg. } \chi = \frac{\text{tg. } \alpha}{\cos. D \cos. \psi},$$

segue-se que sendo  $D = 0$ , e consequentemente também  $\psi = 0$ , teremos  
 $\chi = \alpha$ , e  $\text{sen. } \lambda = \frac{\Delta \cos. \alpha}{P}$ . E se ao mesmo tempo for  $D = 0$ , e  $\alpha = 0$ ,  
 segue-se também que será  $\chi = 0$ , e que os dous limites concorrerão em  
 hum só parallelo determinado pela equação  $\text{sen. } P = \frac{\Delta}{P}$ .

119. EXEMPLO: No caso do mesmo eclipse teremos pois  $\psi = 8^\circ 43' 6''$ ,  
 e  $\chi = 29^\circ 6' 55''$ . Donde, tomando  $p = 64'$ , or, acharemos  $\lambda = 46^\circ 44'$ ,  
 que dará  $P = 17^\circ 57'$ , e  $P = 75^\circ 51'$  próximamente. A estes valores de  
 $P$  correspondem os de  $p = 54', 135$ , e  $p = 53', 876$ . E repetindo com  
 elles o calculo acharemos para o primeiro limite  $\lambda = 46^\circ 55' 34''$ ,  $P =$   
 $17^\circ 28' 59''$ , e a Latitude  $= 17^\circ 39' 43''$ ; e para o segundo,  $\lambda = 46^\circ 53' 5''$ ,  
 $P = 76^\circ 0' 0''$ , e a Latitude  $= 76^\circ 9' 4''$ . M. du Séjour ( pag. 85. ) dá  
 $17^\circ 47' 10''$ , e  $76^\circ 15' 26''$ .

Começariamos por tanto os calculos do Problema antecedente do pa-  
 rallelo boreal de  $17^\circ 40'$  até o de  $76^\circ 9'$ , e achariamos as Longitudes dos  
 pontos delles por onde havia de passar a linha central, e as horas que  
 em cada hum se haviaõ de contar no instante do phenomeno. Mas segun-  
 do a fôrma, que costuma dar-se às Cartas dos eclipses, em que se não  
 ordenaõ os ditos pontos a respeito das Latitudes, mas das horas que nel-  
 les se contaõ, para esse calculo nos serviremos do outro Problema do n.  
 109.

### §. VII.

#### Maximas Phases.

120. *D*ada a minima distancia dos centros, achar a maxima phase,  
 ou reciprocamente.

Seja o semidiâmetro horizontal da Lua =  $\sigma$ , o do Sol reduzido =  $s'$ , a distancia minima dos centros no plano da projecção =  $\Sigma'$ , e a maxima phase em digitos =  $d$ . Pelo que já mostrámos (n. 42.), teremos

$$d = \frac{6(\sigma + s' - \Sigma')}{s'}$$

e consequentemente

$$\Sigma' = \sigma + s' \left( 1 - \frac{d}{6} \right)$$

121. Na primeira equação toma-se sempre a differença entre a soma dos semidiâmetros e a minima distancia, sem attender ao sinal proprio desta, os digitos porém serão boreais ou austrais, segundo ella for positiva ou negativa. E na segunda toma-se  $d$  como positivo, mas o valor achado de  $\Sigma'$  será positivo para os digitos boreais, negativo para os austrais. Assim, se fizermos  $d = 12$ , teremos para o contacto dos limbos austrais  $\Sigma' = \sigma - s'$ , e para o dos boreais  $\Sigma' = -\sigma + s'$ ; valores, que servirão para determinar os Lugares por onde ha de passar a zona do eclipse total no caso de  $\sigma > s'$ , ou do annular no de  $\sigma < s'$ . Como porém  $s'$  varia de grandeza segundo a altura do Sol sobre o horizonte, pode succeder que o mesmo eclipse comece e acabe annular sobre a Terra, e seja total por algum espaço intermedio da sua passagem.

122. Em hum parallelo dado achar o Lugar, que ha de ter a maxima phase a huma hora dada, e a grandeza della.

Suppostas as definições antecedentes (n. 17. 5o.), e a da minima distancia dos centros no plano da projecção =  $\Sigma'$ , calculem-se as quantidades

$$n = g \operatorname{sen.} H, \quad m = 6 - q \operatorname{cos.} H, \quad \operatorname{tg.} \mu = \frac{n}{m}$$

$$\operatorname{sen.} \pi = \frac{m}{p \operatorname{cos.} \mu}, \quad \operatorname{tg.} \alpha = \frac{\delta}{h}, \quad \operatorname{tg.} \alpha' = \frac{\delta - \sqrt{1} q \operatorname{sen.} H}{h - \sqrt{1} g \operatorname{cos.} H}$$

e teremos

$$\Sigma' = \frac{\Delta \operatorname{cos.} \alpha - p \operatorname{sen.} \pi \operatorname{cos.} (\mu + \alpha)}{\operatorname{cos.} (\alpha' - \alpha)}, \quad t = \frac{n - \Sigma' \operatorname{sen.} \alpha}{h}$$

Donde, pelo Problema antecedente, concluiremos a grandeza da phase; e a Longitude do Lugar, pelo tempo da  $\zeta = T - t$ .

123. DEM. He evidente, que a minima distancia dos centros succede no instante, em que a linha delles he perpendicular á direcção actual da orbita apparente da Lua. E por tanto, suppondo o astro em  $S$ , e a Lua em

$L$  (Fig. 4.), será  $SL$  a mínima distancia dos centros, se for perpendicular á direcção da orbita apparente  $Lh$ , por onde pareceria mover-se a Lua a respeito do astro, que ficasse fixo em  $S$ . Mas fazendo  $hLm = \alpha'$ , temos visto que he

$$\operatorname{tg.} \alpha' = \frac{\delta - \gamma' q \operatorname{sen.} H}{h - \gamma' g \operatorname{cos.} H} \quad (\text{n. 38.}):$$

logo, suppondo  $SL = \Sigma'$ , e reflectindo que  $LSm = hLm = \alpha'$ , teremos  $Lm = \Sigma' \operatorname{sen.} \alpha'$ , e  $Sm = ge = \Sigma' \operatorname{cos.} \alpha'$ . Por outra parte temos  $Le = ht$ , e  $me = n$  (n. 21. 25.): Logo

$$ht = n - \Sigma' \operatorname{sen.} \alpha'.$$

E porque  $CK = \Delta$ ,  $Ke = \delta t$ , e  $Cg = RS = m$ , teremos tambem

$$\delta t = \Sigma' \operatorname{cos.} \alpha' + m - \Delta.$$

124. Teremos pois

$$t = \frac{n - \Sigma' \operatorname{sen.} \alpha'}{\delta} = \frac{\Sigma' \operatorname{cos.} \alpha' + m - \Delta}{\delta};$$

donde, pela substituição de  $\operatorname{tg.} \alpha = \frac{\delta}{h}$ , se segue

$$n \operatorname{tg.} \alpha - \Sigma' \operatorname{tg.} \alpha \operatorname{sen.} \alpha' = \Sigma' \operatorname{cos.} \alpha' + m - \Delta,$$

que se reduz a

$$\Sigma' \operatorname{cos.} (\alpha' - \alpha) = \Delta \operatorname{cos.} \alpha - m \left( \operatorname{cos.} \alpha - \frac{n}{m} \operatorname{sen.} \alpha \right).$$

Mas, fazendo  $\operatorname{tg.} \mu = \frac{n}{m}$ , e  $\operatorname{sen.} \pi = \frac{m}{p \operatorname{cos.} \mu}$ , temos

$$m \left( \operatorname{cos.} \alpha - \frac{n}{m} \operatorname{sen.} \alpha \right) = p \operatorname{sen.} \pi \operatorname{cos.} (\alpha + \mu);$$

Logo

$$\Sigma' = \frac{\Delta \operatorname{cos.} \alpha - p \operatorname{sen.} \pi \operatorname{cos.} (\alpha + \mu)}{\operatorname{cos.} (\alpha' - \alpha)}.$$

Donde se conclue

a distancia minima apparente  $= \Sigma' + \Sigma' \operatorname{sen.} p \operatorname{cos.} \pi$ .

125. EXEMPLO: Querendo saber em que Lugar no parallello boreal de  $48^{\circ} 51'$  havia de ser a maxima phase ás  $7^h$  da manhã, e a grandeza della: teremos  $P = 48^{\circ} 51' 50''$ ,  $p = 53', 990$ ,  $H = -75^{\circ}$ ,  $\log. g = 1.553316$ ,  $\log. q = 0.478207$ ,  $\log. \gamma' = 9.417969$ ,  $\log. n = -1.538259$ ,  $\log. m = 1.596971$ ,  $\mu = -41^{\circ} 8' 20''$ ,  $\pi = 76^{\circ} 28' 50''$ ,  $\alpha' = 52^{\circ} 50' 50''$ ,

$\alpha = 28^{\circ} 44' 50''$ . Donde achamos  $\Sigma' = -11', 975$ ,  $\Sigma' \text{ sen. } p \text{ cos. } \pi = -0', 044$ , e a distancia minima apparente  $= -12', 017 = -12' 1''$ . E tendo mais  $t = -1^{\text{h}} 10' 14''$ , concluiremos a  $\odot$  ás  $8^{\text{h}} 10' 14''$ , e a Longitude do Lugar  $2^{\text{h}} 59' 32''$  para occidente de Paris. M. du Séjour (pag. 31.) achou justamente o mesmo resultado.

Em quanto á grandeza da phase: Suppondo  $\sigma = 14', 727$ , e  $s = 15', 883$ , teremos  $s \text{ sen. } p \text{ cos. } \pi = 0', 058$ , e consequentemente  $s' = 15', 825$ , donde achamos  $d = 7, 044$  digitos austrais. E o mesmo achariamos, se usassemos do semidiâmetro horizontal do Sol, com o apparente da Lua  $14', 781$ , e a distancia minima apparente  $= 12', 017$ .

126. *Achar o Lugar, que ha de ter huma maxima phase dada na passagem do Sol pelo meridiano.*

Tomando o valor medio de  $p$ , e o de  $\Sigma'$  achado com os semidiâmetros horizontais, e fazendo

$$\text{sen. } \lambda = \frac{\Delta \text{ cos. } \alpha - \Sigma'}{p \text{ cos. } \alpha},$$

teremos proximaente

$$P = \lambda \pm D,$$

com que acharemos o seu  $p$  correspondente, o valor de

$$s' = s - s \text{ sen. } p \text{ cos. } \lambda,$$

e consequentemente o de  $\Sigma'$ , e o de  $\alpha'$  pela equação

$$\text{tg. } \alpha' = \frac{\delta}{h \mp \gamma' g}.$$

E fazendo então  $\text{sen. } \lambda = \frac{\Delta \text{ cos. } \alpha - \Sigma' \text{ cos. } (\alpha' - \alpha)}{p \text{ cos. } \alpha}$ , teremos

$$P = \lambda \pm D,$$

$$t = \frac{\Sigma' \text{ sen. } \alpha'}{h}.$$

Este Problema, fazendo  $\Sigma' = 0$ , reduz-se ao do n. 104, e pelo que dissemos naquelle lugar se conhecerá quando a passagem he a  $0^{\text{h}}$ , ou a  $12^{\text{h}}$ ; advertindo-se tambem, que em  $h \mp \gamma' g$  o sinal  $-$  he para o primeiro caso, e  $+$  para o segundo.

127. DEM. Primeiramente, como temos em geral

$$\text{tg. } \alpha' = \frac{\delta - \gamma' g \text{ sen. } H}{h - \gamma' g \text{ cos. } H} \text{ (n. 125.)},$$

e neste caso he  $\text{sen. } H = 0$ , e  $\text{cos. } H = \pm 1$ , será o  $\text{sen. } \alpha = \frac{s}{k \mp y'g}$

$$\text{tg. } \alpha' = \frac{s}{k \mp y'g}$$

Depois, a equação também geral

$$\Sigma' \cos. (\alpha' - \alpha) = \Delta \cos. \alpha - p \text{ sen. } \pi \cos. (\alpha + \pi),$$

sendo  $n = 0$ , e consequentemente

$$\mu = 0, p \text{ sen. } \pi = m = p \text{ sen. } (P \mp D),$$

se reduz a

$$\Sigma' \cos. (\alpha' - \alpha) = \Delta \cos. \alpha - p \cos. \alpha \text{ sen. } (P \mp D).$$

E por tanto, fazendo

$$\text{sen. } \lambda = \frac{\Delta \cos. \alpha - \Sigma' \cos. (\alpha' - \alpha)}{p \cos. \alpha},$$

teremos

$$P = \lambda \pm D,$$

tocando o sinal  $\mp$  ao caso de  $H = 0^\circ$ , e  $-$  ao de  $H = 180^\circ$ .

128. EXEMPLO: Em que Lugar foi o mesmo eclipse de 9 digitos na sua maxima phase, e ao meio-dia? Com  $s = 14', 727$ , e  $s = 15', 883$ , teremos proxivamente  $\Sigma' = 6', 786$  (n. 120.); e tomando  $p = 54', 01$ , acharemos  $\lambda = 45^\circ 25'$ , e  $P = 48^\circ 15'$  proxivamente. Com este valor de  $P$  acharemos o de  $p = 53', 99$ , e com o de ambos o de  $\alpha' = 42^\circ 16' 50''$ . Acharemos também o semidiametro do Sol reduzido  $s' = 15', 702$ , e com elle o valor exacto de  $\Sigma' = 6', 876$ . E entãõ teremos o valor exacto de  $\lambda = 43^\circ 36' 0''$ , o de  $P = 48^\circ 25' 31''$ , e a Latitude do Lugar  $= 48^\circ 44' 41''$ . E porque achamos  $t = -0^h 11' 35''$ , e he  $T = 0^h$ , teremos o tempo da  $\odot = T - t = 0^h 11' 35''$ , e consequentemente a Longitude do Lugar de  $1^h 1' 49''$  para oriente de Paris. Do mesmo modo tomando  $\Sigma'$  negativo, achariamos o primeiro valor de  $\lambda = 76^\circ 52'$ , e o de  $P = 81^\circ 41'$ ; e continuando o resto do calculo, saberiamos em que ponto do Globo havia de ser a maxima phase de 9 digitos austrais ao meio-dia.

129. *Achar os Lugares, que haõ de ter huma maxima phase dada ao nascer, ou ao pôr do Sol.*

Neste caso, em que  $s' = s$ , será exacto o primeiro valor de  $\Sigma'$  (n. 120.).

E com o valor medio de  $p$ , fazendo  $\text{sen. } \lambda = \frac{\Delta \cos. \alpha - \Sigma'}{p}$ , teremos proxivamente

$$\text{sen. } P = \text{sen. } (\lambda \mp \alpha) \cos. D.$$

Com  $P$  acharemos o verdadeiro valor de  $p$ , e com o de ambos o de  $\alpha'$  pela equação

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\delta \pm \gamma' p \operatorname{sen} D \cos (\lambda \mp \alpha)}{h + \gamma' p \operatorname{sen} D \operatorname{sen} (\lambda \mp \alpha)}$$

E entãõ, fazendo novamente

$$\operatorname{sen} \lambda = \frac{\Delta \cos \alpha - \Sigma' \cos (\alpha' - \alpha)}{p}$$

teremos

$$\operatorname{sen} P = \operatorname{sen} (\lambda \mp \alpha) \cos D, \cos H = -\operatorname{tg} D \operatorname{tg} P, t = \frac{n - \Sigma' \operatorname{sen} \alpha'}{h}$$

Este Problema reduz-se tambem ao do n. 107, quando  $\Sigma' = 0$ . E em quanto aos sinais: os superiores são para o nascimento, e os inferiores para o occaso do Sol.

130. DEM. Na equação

$$\Sigma' \cos (\alpha' - \alpha) = n \operatorname{sen} \alpha - m \cos \alpha + \Delta \cos \alpha \quad (\text{n. 124.}),$$

substituindo os valores de

$$n = \pm p \sqrt{\left(1 - \frac{\operatorname{sen}^2 P}{\cos^2 D}\right)}, \quad m = \frac{p \operatorname{sen} P}{\cos D} \quad (\text{n. 96.}),$$

e fazendo

$$\operatorname{sen} \lambda = \frac{\Delta \cos \alpha - \Sigma' \cos (\alpha' - \alpha)}{p}$$

teremos

$$\frac{\operatorname{sen} P \cos \alpha}{\cos D} \pm \operatorname{sen} \alpha \sqrt{\left(1 - \frac{\operatorname{sen}^2 P}{\cos^2 D}\right)} = \operatorname{sen} \lambda$$

Logo, suppondo  $\chi = \frac{\operatorname{sen} P}{\cos D}$ , teremos

$$\operatorname{sen} (\chi \pm \alpha) = \operatorname{sen} \lambda, \quad \chi = \lambda \mp \alpha, \\ \operatorname{sen} P = \operatorname{sen} (\lambda \mp \alpha) \cos D.$$

E na equação

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{\delta - \gamma' q \operatorname{sen} H}{h - \gamma' g \cos H} \quad (\text{n. 125.}),$$

como neste caso temos  $\cos H = -\operatorname{tg} D \operatorname{tg} R$  (n. 8.), será

$$q \operatorname{sen} H = \mp p \operatorname{sen} D \sqrt{\left(1 - \frac{\operatorname{sen}^2 P}{\cos^2 D}\right)} = \mp p \operatorname{sen} D \cos (\lambda \mp \alpha),$$

$$g \cos. H = -p \operatorname{sen.} P \operatorname{tg.} D = -p \operatorname{sen.} D \operatorname{sen.} (\lambda \mp \alpha):$$

Logo

$$\operatorname{tg.} \alpha' = \frac{g \pm p \operatorname{sen.} D \operatorname{cos.} (\lambda \mp \alpha)}{h \pm p \operatorname{sen.} D \operatorname{sen.} (\lambda \mp \alpha)}$$

131. EXEMPLO: Supponhamos, que no mesmo eclipse se procuraõ os Lugares, que haõ de ter por maxima phase o contacto exterior do limbo boreal do Sol ao nascer, ou ao pôr delle. Entaõ  $\Sigma' = \sigma + s = 30', 610$ , e tomando  $p = 54', 01$ , acharemos  $\lambda = 9^\circ 17' 20''$ . Donde para o nascer do Sol, teremos  $\lambda - \alpha = -19^\circ 27' 30''$ ,  $P = -19^\circ 23' 10''$ ,  $p = 54', 129$ ,  $\alpha' = 51^\circ 11' 40''$ ,  $\Sigma' \operatorname{cos.} (\alpha' - \alpha) = 30', 583$ . E dali teremos exactamente  $\lambda = 9^\circ 17' 50''$ ,  $\lambda - \alpha = -19^\circ 27' 0''$ ,  $P = -19^\circ 22' 40''$ , a Latitude do Lugar  $19^\circ 34' 44''$  austral,  $H = -88^\circ 18' 0''$ ,  $T = 6^h 6' 48''$  da manhaã,  $t = -2^h 47' 34''$ , a  $\odot$  às  $8^h 54' 22''$ , e o Lugar  $2^h 15' 24''$  para occidente de Paris. Do mesmo modo o primeiro valor de  $\lambda$  dará para o occaso do Sol  $\lambda + \alpha = 38^\circ 2' 10''$ ,  $P = 37^\circ 52' 40''$ ,  $p = 54', 048$  etc.

132. Tomando  $\Sigma'$  negativo, acharemos outros dous Lugares, em que ha de haver igual phase na parte austral do Sol. Mas na deste exemplo não he possível, porque entaõ teriamos  $\lambda$  imaginario por ser  $\Delta \operatorname{cos.} \alpha - \Sigma' = 69', 938$  maior que  $54', 01$ . E em tais casos he facil de conhecer a menor phase possível sobre a Terra, pois que deve ser quando  $\Delta \operatorname{cos.} \alpha - \Sigma' = p$ ,

donde acharemos  $d = \frac{6[\sigma + s - (p - \Delta \operatorname{cos.} \alpha)]}{\dots}$  (n. 120.). E assim no caso do nosso exemplo saberemos, que a menor phase austral foi de 6,62 digitos.

133. He tambem facil de ver, que entaõ he  $\lambda = 90^\circ$ ; e consequentemente, que os dous valores de  $P$  se reduzem a hum só, determinado pela equação  $\operatorname{sen.} P = \operatorname{cos.} \alpha \operatorname{cos.} D$ . E assim no eclipse, de que tratamos, será  $P = 60^\circ 53' 10''$ , e a Latitude do Lugar  $= 61^\circ 9' 52''$ . Pela mesma razão se vê, que o phenomeno ha de succeder no horizonte, ao nascer do Sol sendo  $\alpha$  positivo, e ao pôr sendo negativo; e ao contrario no hemispherio austral, onde a minima phase he tambem ao contrario na parte boreal do Sol. E assim temos no nosso exemplo  $H = -98^\circ 43' 10''$ ,  $T = 5^h 25' 7''$  da manhaã,  $t = -0^h 47' 24''$ , a  $\odot$  às  $6^h 12' 31''$ , e a Longitude do Lugar  $4^h 57' 15''$  para occidente de Paris.

134. Achar o Lugar, que ha de ter huma maxima phase dada a huma hora dada.

Faça-se

$$\operatorname{tg.} \psi = \frac{\operatorname{sen.} D \cos. H + \operatorname{tg.} \alpha \operatorname{sen.} H}{\cos. D} ;$$

e tomando o valor medio de  $p$ , e o de  $\Sigma'$  achado com os semidiametros horizontais, por se ignorar ainda a reduçãõ que deve ter o do Sol, faça-se tambem

$$\operatorname{sen.} \lambda = \frac{(\Delta \cos. \alpha - \Sigma') \cos. \psi}{p \cos. \alpha \cos. D} ,$$

e teremos proxivamente

$$P = \lambda + \psi .$$

Com o valor de  $P$  acharemos os de  $p$ ,  $\Sigma'$ , e  $\alpha'$ , servindo-nos para este da equaçãõ

$$\operatorname{tg.} \alpha' = \frac{\delta - \gamma' q \operatorname{sen.} H}{h - \gamma' g \cos. H} ;$$

e entãõ, fazendo novamente

$$\operatorname{sen.} \lambda = \frac{[\Delta \cos. \alpha - \Sigma' \cos. (\alpha' - \alpha)] \cos. \psi}{p \cos. \alpha \cos. D} ,$$

teremos

$$P = \lambda + \psi , \quad t = \frac{n - \Sigma' \operatorname{sen.} \alpha'}{h} , \quad \text{temp. da } \odot = T - t$$

O angulo  $\psi$  he sempre agudo, positivo ou negativo conforme o numerador da sua tangente. E  $\lambda$ , quer seja positivo quer negativo, he indifferente para ser agudo, ou obtuso, e darã duas soluções todas as vezes que huma dellas não seja excluida por dar  $P$  maior que  $90^\circ$ . Donde se vê, que só terãõ ambas lugar, quando  $\lambda$  e  $\psi$  forem de differente sinal, e ao mesmo tempo o complemento de  $\lambda$  menor que  $\psi$ . E isto mesmo se entenderã no Problema do n. 109, ao qual este se reduz quando  $\Sigma' = 0$ .

135. DEM. A mesma equaçãõ fundamental

$$n \operatorname{sen.} \alpha - m \cos. \alpha + \Delta \cos. \alpha = \Sigma' \cos. (\alpha' - \alpha) \quad (\text{n. 124.}) ,$$

pela substituiçãõ dos valores de  $n = p \cos. P \operatorname{sen.} H$ , e  $m = p \operatorname{sen.} P \cos. D - p \operatorname{sen.} D \cos. P \cos. H$ , se reduz a

$$\operatorname{sen.} P - \cos. P \left( \frac{\operatorname{sen.} D \cos. H + \operatorname{tg.} \alpha \operatorname{sen.} H}{\cos. D} \right) = \frac{\Delta \cos. \alpha - \Sigma' \cos. (\alpha' - \alpha)}{p \cos. \alpha \cos. D} .$$

Donde se segue, que fazendo

$$\operatorname{tg.} \psi = \frac{\operatorname{sen.} D \cos. H + \operatorname{tg.} \alpha \operatorname{sen.} H}{\cos. D} ,$$

$$\text{sen. } \lambda = \frac{[\Delta \cos. \alpha - \Sigma' \cos. (\alpha' - \alpha)] \cos. \psi}{p \cos. \alpha \cos. D}$$

teremos

$$\text{sen. } (P - \psi) = \text{sen. } \lambda,$$

$$P = \lambda + \psi.$$

136. E porque para o tempo  $T \pm 12^h$ , e consequentemente para o angulo horario  $= H \pm 180^\circ$ , tem  $\text{sen. } H$ , e  $\text{cos. } H$  os mesmos valores numericos com os sinais contrarios, tera tambem  $\psi$  o mesmo valor com o sinal contrario, e para esse tempo sera  $P = \lambda - \psi$ . E ambas as soluções terao lugar em quanto huma dellas nao der  $P$  maior que  $90^\circ$ , porque entao só tera lugar a que o der menor, e no tempo que convier ao sinal de  $\psi$ ; e isso até se chegar a  $\lambda = \pm 90^\circ$ , que mostra o limite até onde he possível o phenomeno sobre a Terra.

137. EXEMPLO: Pergunta-se em que Lugar foi o mesmo eclipse de 7,044 digitos austrais na sua maxima phase ás 7<sup>h</sup> da manhã. Teremos nesse caso  $H = -75^\circ$ , e acharemos  $\psi = -27^\circ 1' 0''$ . Com  $p = 54', 01$ , e  $\Sigma' = -11', 963$ , teremos tambem  $\lambda = 75^\circ 33' 20''$ , e  $P = 48^\circ 52' 20''$  proxivamente. Donde achamos os valores correctos de  $p = 53', 990$ ,  $\Sigma' = -11', 972$ ,  $\alpha' = 32^\circ 50' 50''$  com os quais temos  $\Sigma' \cos. (\alpha' - \alpha) = -11', 942$ ,  $\lambda = 75^\circ 32' 50''$ , e  $P = 48^\circ 31' 50''$ , que he o mesmo que sendo dado no Problema do n. 122 nos fez achar a maxima phase, que aqui supuzemos dada. E como temos tambem o mesmo valor de  $t$ , achamos a mesma Longitude do Lugar.

138. Para as 7<sup>h</sup> da tarde, temos  $H = -75^\circ + 180^\circ = 105^\circ$ , e  $\psi = +27^\circ 1' 0''$ . Pelo que com o primeiro valor de  $\lambda = 75^\circ 33' 20''$  teriamos  $P = 102^\circ 34' 20''$ . Donde concluiriamos, que nao era possível a dita phase ás 7<sup>h</sup> da tarde. Mas todavia haveria outro Lugar que ás 7<sup>h</sup> da manhã teria a mesma phase, podendo-se tomar  $\lambda$  obtuso neste caso, por ser o seu complemento menor que  $\psi$ . E por tanto tomando o primeiro valor de  $\lambda = 104^\circ 26' 40''$  teremos  $P = 77^\circ 25' 40''$ , com o qual acharemos  $p = 53', 871$ , e  $\alpha' = 33^\circ 53' 0''$ , ficando  $\Sigma' = -11', 963$  por ser insensivel a redução do semidiametro do Sol. E assim teremos novamente  $\lambda = 104^\circ 55'$ ,  $P = 77^\circ 4'$ , e a Latitude do Lugar  $= 77^\circ 12' 23''$ . Teremos mais  $t = -0^h 12' 25''$ , a  $\odot$  ás 7<sup>h</sup> 12' 26" da manhã, e o Lugar  $3^h 57' 20''$  para occidente de Paris.

139. Começamos nos calculos antecedentes pela supposição de  $\cos.(a' - \alpha) = 1$ , porque o angulo  $a' - \alpha$  he sempre pequeno. Mas quando não o for muito, deverá repetir-se outra vez o calculo no caso de se querer grande exactidão. E por outra parte, como estes calculos para cada phase se fazem para diferentes horas consecutivas, se começarmos por aquella, em que  $a'$  differe pouco de  $\alpha$ , em cada huma tomaremos o valor de  $a' - \alpha$  achado na antecedente.

140. He muito facil de saber em que hora ha de ser  $a' = \alpha$ , porque nesse caso temos

$$\frac{\delta}{h} = \frac{\delta - \gamma' q \text{ sen. } H}{h - \gamma' g \text{ cos. } H},$$

donde se tira

$$\text{tg. } H = \frac{\delta q}{h g} = \frac{\text{tg. } \alpha}{\text{sen. } D},$$

valor constante para todos os casos do mesmo eclipse.

141. Se quizermos tambem saber a hora, em que  $a' - \alpha$  ha de ser hum maximo, differenciando a equação

$$\text{tg. } a' (h - \gamma' g \text{ cos. } H) = \delta - \gamma' q \text{ sen. } H,$$

e suppondo  $da' = 0$ , teremos

$$\gamma' g dH \text{ sen. } H \text{ tg. } a' = -\gamma' q dH \text{ cos. } H,$$

e consequentemente

$$\text{tg. } H = -\frac{q}{g \text{ tg. } a'} = -\frac{\text{sen. } D}{\text{tg. } a'} = \frac{-h \text{ sen. } D + \gamma' g \text{ cos. } H}{\delta - \gamma' q \text{ sen. } H},$$

donde se tira

$$\delta \text{ tg. } H + h \text{ sen. } D = \gamma' q \left( \frac{\text{sen. }^2 H}{\text{cos. } H} + \text{cos. } H \right) = \frac{\gamma' q}{\text{cos. } H},$$

$$\delta \text{ sen. } H + h \text{ sen. } D \text{ cos. } H = \gamma' q,$$

ou

$$\text{tg. } \alpha \text{ sen. } H + \text{sen. } D \text{ cos. } H = \frac{\gamma' q}{h}.$$

Esta equação, passando  $H$  a notar-se  $H'$ , e ficando  $H$  o que se achou

pela equação  $\text{tg. } H = \frac{\text{tg. } \alpha}{\text{sen. } D}$ , se reduz a

$$\text{sen. } D (\text{sen. } H' \text{ tg. } H + \text{cos. } H') = \frac{\gamma' q}{h} = \frac{\gamma' g \text{ sen. } D}{h}.$$

Donde se segue que fazendo

$$\cos. \lambda = \frac{y' p \cos. P \cos. H}{h},$$

teremos

$$\cos. (H' - H) = \cos. \lambda,$$

e

$$H' = H \pm \lambda.$$

142. Como pois no caso de  $\alpha' = \alpha$  coincide a direcção da orbita apparente com a da relativa, he claro que a supposiçãõ vulgar de ser a maxima phase quando a linha dos centros he perpendicular á dita orbita relativa, não he exacta senãõ no instante em que for  $\text{tg. } H = \frac{\text{tg. } \alpha}{\text{sen. } D}$ . Em todos os mais será erronea, e terá o seu maior erro quando o angulo horario  $H'$  for  $= H \pm \lambda$ . Este erro porém, em que tanto, e por tantas vezes insiste M. du Séjour, não o he senãõ no nome de *maxima*; porque aliás essa phase, que se dá por tal, e que differe muito pouco della, será a que exactamente corresponde ao tempo, e Lugar, achados pelo calculo.

143. Tendo-se tambem visto pelos exemplos antecedentes as pequenas correções, que resultaõ de se começarem os calculos com o valor medio de  $p$ : He facil de entender, que para os annuncios destes phenomenos, e para a construcção das Cartas delles no pequeno ponto a que se costumãõ reduzir, não sómente se pode fazer  $\alpha' = \alpha$ , mas tambem desprezar a ellipticidade da Terra, ficando nos resultados que der o valor medio de  $p$ , e tomando  $P$  pela Latitude do Lugar, sem attençãõ á reduccãõ della. Deste modo todos os calculos se reduzirãõ a menos da ametade do tempo.

### §. VIII.

*Passagens de ♀ e ☿ pelo disco do ☉.*

144. **E**stes phenomenos, tão raros como importantes, não são mais do que eclipses do Sol, posto que sensivelmente o não pareçam, por ser muito pequena a parte da sua luz que elle perde pela interposiçãõ optica destes planetas, os quais por tanto são vistos como manchas negras e redondas, que atravessaõ o disco do mesmo Sol. E assim, fazendo elles o mesmo que a Lua nos eclipses ordinarios, ser-lhes-hãõ applicáveis as mes-

mas formulas, com as modificações, e reduções, que convem a este caso particular.

145. Conservando pois todas as definições do Problema fundamental (n. 16.), mudado o nome de *astro* em *Sol*, e o de *Lua* em *Venus* ou *Mercurio*, a solução d'elle se accommodará evidentemente ao caso de que agora tratamos; advertindo-se que por ser retrogrado o movimento destes planetas na conjunção inferior, sempre acharemos  $h$  negativo. Em rasoá porém da distancia delles, da pequenez das suas parallaxes, e da quasi uniformidade do seu movimento, podem desprezar-se não sómente os pequenos termos dependentes de  $n$ ,  $n'$ ,  $d'$ ,  $p'$ , mas tambem a ellipticidade da Terra, tomando por  $P$  a Latitude do Lugar sem redução alguma, e sem a das parallaxes.

146. Igualmente em todos os calculos destes phenomenos se pôde tomar  $S \equiv \Sigma$ , porque a redução  $\Sigma \text{ sen. } p \text{ cos. } \pi$  (em que  $p$  não he a differença das parallaxes mas sómente a do planeta (n. 22.)) apenas pôde chegar nas circumstancias mais raras a  $0''$ , 16; mas todavia se não desprezará quando das observações houvermos de concluir os elementos, hum dos quais he a parallaxe do Sol, cuja determinação só pôde acertar-se bem por estes eclipses, e muito mais exactamente pelos de Venus, que são os mais raros.

147. Dado o tempo da  $\zeta$  em A. R. achar o da minima distancia, e os da entrada e sahida, relativamente ao centro da Terra.

Seja  $T$  o tempo da  $\zeta$ , e  $T'$  o da minima distancia (que neste caso he o meio da Passagem),  $\Delta$  a differença das declinações na  $\zeta$ ,  $\Sigma$  a soma

dos semidiametros,  $\text{tg. } \alpha \equiv \frac{\delta}{h}$ ,  $\text{cos. } \phi \equiv \frac{\Delta \text{ cos. } \alpha}{\Sigma}$ : E teremos

$$T' = T + \frac{\Delta \text{ sen. } \alpha \text{ cos. } \alpha}{h},$$

$$\text{temp. da } \left\{ \begin{array}{l} \text{entrada} \\ \text{sahida} \end{array} \right\} = T' \pm \frac{\Sigma \text{ sen. } \phi \text{ cos. } \alpha}{h},$$

Logo a duração total  $\equiv \frac{2 \Sigma \text{ sen. } \phi \text{ cos. } \alpha}{h}$

O angulo  $\alpha$  he sempre obtuso, e positivo ou negativo conforme o for  $\delta$ ;  $\phi$  he obtuso pela fórmula, porque  $\text{cos. } \alpha$  he negativo; mas como d'elle se não usa aqui de outra função senão a do seno, pôde tomar-se agudo.

148. DEM. Pela hypothese coincide a  $\zeta$  apparente com a verdadeira,



e fazendo  $\cos. \Phi = \frac{\Delta + \delta \epsilon}{\Sigma}$ , e  $\operatorname{tg.} \mu = \frac{\operatorname{sen.} H}{\operatorname{tg.} P \cos. D - \operatorname{sen.} D \cos. H}$ : o angulo  $\mu - \Phi$  mostrará o ponto procurado, sendo contado do vertice do  $\odot$  para occidente quando for positivo; e para oriente, quando negativo. E o angulo  $\Phi$  he sempre obtuso, e de si positivo no caso, de que se trata.

151. He o mesmo que fica demonstrado (n. 49.), e sómente com a differença de que a entrada do planeta corresponde á sabida da Lua, e por isso toma  $\Phi$  o sinal que lá se mostrou convir a esta ultima. E o angulo  $\mu$  he tambem o mesmo que lá se calculou por meio dos numeros  $n$ , e  $m$ . E porque estes tem o factor commum  $p$ , que no caso presente se supponem  $= 0$ , sendo hum e outro divididos por esse mesmo factor, darão a formula de que aqui nos servimos. E por outra parte he facil de ver que este angulo  $\mu$  he o que fórma no centro do Sol o circulo vertical com o da declinação, assim como  $\Phi$  he o que fórma a linha dos centros com o mesmo circulo de declinação.

Em Paris, por exemplo, teriamos  $P = 48^{\circ} 50'$ ,  $H = 112^{\circ} 22' 30''$ ,  $\epsilon = -2^{\circ} 432$ ,  $\Delta + \delta \epsilon = 13', 288$ ,  $\Sigma = 16', 263$ ,  $\mu = 37^{\circ} 34'$ ,  $\Phi = 35^{\circ} 12'$ ; e conheceriamos, que a entrada havia de ser por  $2^{\circ} 22'$  do vertice do Sol para occidente, isto he, para a direita.

152. *Achar o effeito das parallaxes na duração da Passagem em qualquer Lugar determinado.*

Seja o angulo horario correspondente ao instante da conjunção  $= H$ , a soma dos semidiametros  $= \Sigma$ : E suppostas as mais definições antecedentes, calculem-se as quantidades  $m$ ,  $n$ , e  $\operatorname{tg.} \alpha' = \frac{\delta'}{h'}$ , sendo

$$\delta' = \delta - \gamma' p \cos. P \operatorname{sen.} D \operatorname{sen.} H,$$

$$h' = h - \gamma' p \cos. P \cos. H.$$

Então fazendo

$$\cos. \phi' = \frac{(\Delta - m) \cos. \alpha' + n \operatorname{sen.} \alpha'}{\Sigma},$$

será

$$\text{a semiduração da Passagem} = \frac{\Sigma \operatorname{sen.} \phi' \cos. \alpha'}{h'}$$

153. DEM. Neste caso a equação

$$h \tau = g \operatorname{sen.} (H + \gamma \tau) \quad (\text{n. } 32.),$$

por ser  $\tau$  muito pequeno, dará

$$\tau = \frac{g \operatorname{sen.} H}{h - \gamma' g \cos. H}$$

e teremos tambem

$$q \cos. (H + \gamma\tau) = q \cos. H - q\gamma'\tau \operatorname{sen.} H,$$

que pela substituição do valor de  $\tau$  se reduz a

$$q \cos. (H + \gamma\tau) = q \cos. H - \frac{\gamma' g q \operatorname{sen.}^2 H}{h - \gamma' g \cos. H}.$$

Pelo que, substituindo tanto este valor, como o de  $\tau$ , na equação

$$\Delta' = \Delta + \delta\tau - [6 - q \cos. (H + \gamma\tau)],$$

e reduzindo, teremos

$$\Delta' = \Delta + \frac{g \operatorname{sen.} H (\delta - \gamma' q \operatorname{sen.} H)}{h - \gamma' g \cos. H} - (6 - q \cos. H),$$

isto he,

$$\Delta' = \Delta + n \operatorname{tg.} \alpha' - m.$$

Logo, suppondo que  $\alpha'$  calculado para  $H$  he sensivelmente o mesmo que para  $H + \gamma\tau$ , teremos o angulo  $\phi'$  (n. 44.) pela equação

$$\cos. \phi' = \frac{(\Delta - m) \cos. \alpha' + n \operatorname{sen.} \alpha'}{\Sigma};$$

e pela differença dos dous valores de  $t$  acharemos

$$\text{a semiduração da Passagem} = \frac{\Sigma \operatorname{sen.} \phi' \cos. \alpha'}{h'}.$$

É bem se vê, que se quizermos saber o principio e fim, não ha mais do que calcular o valor de  $\tau$  para ter o tempo da conjunção apparente, e applicar-lhe ambos os valores de  $t$ , como no lugar citado.

154. EXEMPLO: Pergunta-se a semiduração da Passagem proposta no Lugar, que no parallelo austral de  $10^\circ$  teve o meio della ao meio-dia. Foi logo a conjunção ás  $11^h 17' 8''$  da manhaã, e  $H = -10^\circ 45'$ . Donde achamos  $m = -0', 1910$ ,  $n = -0', 0665$ ,  $\delta' = -1', 0703$ ,  $h' = -5', 9541$ ,  $\alpha' = -164^\circ 51' 20''$ ,  $\phi' = 49^\circ 57'$ , e a semiduração =  $3^h 2' 21''$ . M. du Séjour achou  $5^h 5' 3''$  ( pag. 202.).

Em quanto á Longitude do Lugar, he claro que tendo pela hypothese o meio da Passagem ao meio-dia, que para Paris foi ás  $10^h 38' 6''$  da tarde, outro tanto deveria estar para occidente. E não pôde bem comprehender-

se, como o mesmo Séjour escusadamente fez depender esta determinação do calculo de muitas formulas, por onde a veio a achar de  $10^h 37' 51''$ : e isso em hum Problema, que elle propoem com o fim de ser practicado muitas vezes para formar Taboas relativas a cada huma das Passagens, das quaes dá a primeira linha por exemplo (pag. 204.).

155. *Achar o Lugar que primeiro verá a entrada ao pôr do Sol, e o que ultimo verá a sahida ao nascer: assim como reciprocamente o primeiro que verá a entrada ao nascer, e o ultimo que verá o fim ao pôr do Sol.*

O primeiro caso he identicamente o mesmo que o do Problema do n. 87, trocado o nascer em pôr, e o pôr em nascer, por ser o movimento retrogrado; e para o segundo mudaremos  $p + \Sigma$  em  $p - \Sigma$ , como lá tambem haviamos de fazer, se buscassemos os Lugares do principio e fim do eclipse annular no horizonte. Em ambos porém, como  $\alpha$  he sempre obtuso, tal se tomará tambem  $\lambda$ ; e sempre  $\lambda - \alpha$  pertencerá ao nascer do Sol, e  $\lambda + \alpha$  ao pôr.

156. EXEMPLO: Assim na Passagem, de que se trata, teremos  $D = 22^\circ 26' 30''$ ,  $\Delta = 10', 6685$ ,  $\mu = -164^\circ 25' 20''$ ,  $\Sigma = 16', 2634$ ,  $p + \Sigma = 16', 624$ ; e no primeiro caso acharemos  $\lambda = -141^\circ 49'$ . Donde, para a sahida ao nascer do Sol, será  $\lambda - \alpha = 22^\circ 36' 20''$ ,  $P = 20^\circ 48' 40''$ ,  $H = -99^\circ 1' 50''$ ,  $T = 5^h 25' 53''$ ,  $t = 3^h 58' 23''$ , a  $\sigma$  á  $1^h 25' 30''$  da manhaã, e o Lugar  $3^h 30' 16''$  para oriente de Paris. E para a entrada ao pôr do Sol,  $\lambda + \alpha = -306^\circ 14' 20'' = +53^\circ 45' 46''$ ,  $P = 48^\circ 12'$ ,  $H = 117^\circ 30' 50''$ ,  $T = 7^h 50' 3''$ ,  $t = -2^h 32' 39''$ , a  $\sigma$  ás  $10^h 22' 42''$  da tarde, e o Lugar  $0^h 27' 28''$  para oriente de Paris.

157. No segundo caso porém com  $p - \Sigma = -15', 905$  achamos  $\lambda = 159^\circ 44' 40''$ . E por tanto, para a entrada ao nascer do Sol, será  $\lambda - \alpha = 304^\circ 10' = -55^\circ 50'$ ,  $P = -49^\circ 53'$ ,  $H = -60^\circ 38' 50''$ ,  $T = 7^h 57' 25''$ ,  $t = -2^h 18' 44''$ , a  $\sigma$  ás  $10^h 16' 9''$ , e o Lugar  $11^h 39' 5''$  para occidente de Paris. E para a sahida ao pôr do Sol:  $\lambda + \alpha = -24^\circ 40' 46''$ ,  $P = -22^\circ 41' 46''$ ,  $H = 80^\circ 3' 10''$ ,  $T = 5^h 20' 13''$ ,  $t = 3^h 44' 28''$ , a  $\sigma$  á  $1^h 35' 45''$  da tarde, e o Lugar  $8^h 19' 29''$  para occidente de Paris.

158. Este segundo caso dá pontos quasi diametralmente oppostos aos do primeiro: E a differença, bem como a da duração das passagens, que he pelo meridiano inferior de  $6^h 31' 2''$ , e pelo superior de  $6^h 3' 12''$ ; vem do effeito das parallaxes, que em hum caso chegaõ a corda da passagem

para o centro, e no outro a afastaõ. Se fizessemos  $p = 0$ , achariamos os pontos exactamente antipodas, as durações iguais entre si, e á calculada para o centro da Terra.

159. *Achar os pontos do Globo mais vantajosos para a observaõ destes phenomenos.*

He claro, que estes pontos serãõ onde for maior o effeito das parallaxes, isto he, onde for a maxima, e a minima duraçaõ, os quais ao modo ordinario se achariaõ pela differençaõ da formula  $\frac{\Sigma \text{sen. } \phi' \text{ cos. } \alpha'}{h'}$ , fazendo nella variar as quantidades  $P$ , e  $H$ . Mas este meio alem de conduzir a formulas excessivamente complicadas, daria hum resultado equivoco, ou indeterminado, em quanto á Latitude, porque em huma infinidade de parallellos, dentro de certos limites, terá lugar a maxima, ou minima duraçaõ, se não exactamente, ao menos com a approximaçaõ maior practica, que se pôde dezejar. E assim do Problema antecedente tiraremos quanto nos he necessario a esse respeito.

160. Como pois a passagem pelo meridiano inferior he no nosso caso de  $6^h 51' 2''$ , essa será a maxima que poderia observar-se em hum ou muitos pontos desde o parallello boreal de  $20^\circ 49'$  até o de  $48^\circ 12'$ , se a espessura da Terra o não embaraçasse. He por tanto necessario desta parte avançar mais para o norte até o parallello, onde se ha de ver a entrada ao pôr, e a sahida ao nascer do Sol, sendo o meio da passagem á meia-noite. Esse parallello se acha ser o de  $57^\circ 55' 40''$  no nosso exemplo, e a Longitude do Lugar de  $1^h 21' 54''$  para oriente de Paris, no qual se observaria a semiduraçaõ de  $3^h 14' 56''$  com  $55''$  de menos que a maxima. E o meridiano indicado neste caso particular nos mostra que a mesma maxima seria observada de todos os pontos delle comprehendidos entre os parallellos sobreditos, ou rigorosamente, ou sem differença sensivel.

161. Por huma analogia semelhante concluiremos, que no meridiano opposto de  $10^h 53' 6''$  para occidente de Paris, onde havia de ser o meio da passagem ao meio-dia, se havia de observar a minima duraçaõ de  $6^h 5' 12''$  desde o parallello austral de  $22^\circ 42'$  até o de  $49^\circ 52'$ , e pouco a pouco maior para fóra delles, de huma e outra parte; porque no Equador se acharia a semiduraçaõ de  $3^h 2' 57''$ , e no parallello austral de  $59^\circ 35' 10''$ , onde a entrada havia de ser ao nascer e a sahida ao pôr do Sol se acharia de  $3^h 2' 15''$  com  $59''$  sómente de mais que a minima. E daqui se vê, que na dita Passagem se perderãõ os dous pontos mais importan-

tes no Mar Pacifico, que eraõ o da ilha Hervey por  $19^{\circ} 17'$  de Latitude austral e  $10^{\text{h}} 44' 32''$  para occidente, e o da ilha Manga por  $21^{\circ} 56' 45''$  de Latitude, e  $10^{\text{h}} 41' 32''$  para occidente de Paris.

162. Dado o tempo entre os contactos externo e interno de qualquer das partes, achar o semidiametro do planeta.

Sendo o semidiametro do  $\odot = s$ , o do planeta  $= \sigma$ , a ametade do tempo entre os contactos  $= \tau$ , e suppostas as mais definições antecedentes, para o tempo da entrada ou sahida do centro, ou para o meio do intervallo entre os contactos, busque-se o angulo  $\alpha'$  pela equação  $\text{tg. } \alpha' = \frac{\delta'}{h'}$ , sendo  $\delta' = \delta - \sqrt{g} \text{ sen. } H$ , e  $h' = h - \sqrt{g} \text{ cos. } H$ . E tendo feito  $\text{sen. } \phi = \frac{\Delta \text{ cos. } \alpha}{s}$ , teremos

$$\sigma = \frac{h' \tau \text{ cos. } [\phi \pm (\alpha' - \alpha)]}{\text{cos. } \alpha'}$$

O angulo  $\phi$  toma-se sempre agudo, e por ser  $\text{cos. } \alpha$  sempre negativo, será elle tambem negativo no caso de  $\Delta$  ser boreal; e no de ser austral, será positivo. E o sinal  $+$  pertence á entrada, e  $-$  á sahida.

163. DEM. He evidente, que  $\phi$  he o angulo que fórma a corda da passagem com o semidiametro do Sol; e facil de ver, por huma figura, que  $\phi + (\alpha' - \alpha)$  he o formado pela corda apparente com o mesmo semidiametro na entrada, e  $\phi - (\alpha' - \alpha)$  na sahida. Mas para se chegar o centro do planeta para o do Sol a quantidade  $\sigma$ , he necessario que ande pela orbita apparente o espaço  $\frac{\sigma}{\text{cos. } [\phi \pm (\alpha' - \alpha)]}$ , e com a velocidade apparente  $= \frac{h'}{\text{cos. } \alpha'}$ .

Logo

$$\frac{h' \tau}{\text{cos. } \alpha'} = \frac{\sigma}{\text{cos. } [\phi \pm (\alpha' - \alpha)]}$$

e consequentemente

$$\sigma = \frac{h' \tau \text{ cos. } [\phi \pm (\alpha' - \alpha)]}{\text{cos. } \alpha'}$$

164. EXEMPLO: Na Passagem, de que tratamos, temos  $\Delta = 10', 6685$ ,  $\alpha = -164^{\circ} 25' 20''$ , e  $s = 15', 79$ , donde achamos  $\phi = -40^{\circ} 36' 20''$ ,

que convem a todas as observações della, e em todos os Lugares. Na da California (para sempre memoravel pela vida que custou a M. l'Abbé Chappe, que a fez!) por  $23^{\circ} 3' 42''$  de Latitude boreal, foi na entrada  $H = 2^{\circ} 5' 30''$ ,  $\delta' = 1', 0781$ ,  $h' = -3', 9496$ ,  $\alpha' = -164^{\circ} 44'$ ,  $\phi + (\alpha' - \alpha) = -40^{\circ} 55'$ ,  $\tau = 0^h, 15139$ , e  $\sigma = 0', 46835 = 28'', 101$ . E na sahida foi  $H = 91^{\circ} 1' 15''$ ,  $\delta' = -1', 100$ ,  $h' = -3', 8613$ ,  $\alpha' = -163^{\circ} 57' 40''$ ,  $\phi - (\alpha' - \alpha) = -41^{\circ} 4'$ ,  $\tau = 0^h, 15417$ , e  $\sigma = 0', 467 = 28'', 02$ , donde temos o resultado medio desta observação  $\sigma = 28'', 06$ . Pela de Taiti achamos  $\sigma = 27'', 94$ ; e o meio de ambas dá  $\sigma = 28'', 00$  com exactidão muito superior á de huma medida immediata.

165. *Dada a parallaxe do Sol, ou a do planeta, ou a differença dellas no tempo da conjunção, achar qualquer das outras duas.*

Supponhamos a do Sol  $= \pi$ , a do planeta  $= p'$ , e a differença dellas  $= p$ : a distancia do Sol á Terra  $= r$ , ao planeta  $= \rho$ , e consequentemente a deste á Terra  $= r - \rho$ ; distancias dadas exactissimamente pelas Taboas, não na sua grandeza absoluta, mas na relativa, da qual tambem depende a relação das parallaxes. Como pois estas são na razão reciproca das distancias, teremos  $p' : \pi :: r : r - \rho$ , e  $p' - \pi : \pi :: \rho : r - \rho$ . Donde se derivão as equações seguintes

$$\pi = \frac{p(r - \rho)}{\rho} = \frac{p'(r - \rho)}{r},$$

$$p = \frac{\pi \rho}{r - \rho} = \frac{p' \rho}{r},$$

$$p' = \frac{\pi r}{r - \rho} = \frac{p r}{\rho}.$$

166. *Dada a observação completa de huma Passagem, achar o tempo da conjunção, a differença das declinações, a das parallaxes, e o semidiametro do Sol.*

He justamente o caso do Problema do n. 81 pelo que respeita a  $d\Delta$ ,  $dT^{\circ}$ ,  $dp$ . E sómente differe no quarto elemento, que em vez da ellipticidade da Terra, que aqui não he de influencia alguma, deverá ser o semidiametro do Sol  $s$ , de que se buscará a correção  $ds$ . Porque sendo a distancia apparente dos centros no contacto externo  $S = s + \sigma$ , e no interno  $= s - \sigma$ , e tendo-se já achado o valor exacto de  $\sigma$  (n. 162.), he claro que estas distancias, que se suppoem observadas, levaõ em si o erro do valor hypothetico de  $s$ , ou tomado das Taboas, ou de huma medida

immediata; erro, que influe na determinação dos outros elementos, e por isso deve ser determinado juntamente com os delles. E porque não depende de  $M$ , nem de  $N$ , ainda facilita mais a applicação do dito Problema, sendo evidente que por essa razão cada hum dos seus primeiros coefficients  $C, C', C'', C'''$  (n. 84.) se reduz á unidade.

167. Calculando pois com os elementos hypotheticos para os tempos dos contactos  $T, T'$  etc. as distancias reduzidas  $\Sigma, \Sigma'$  etc., e tendo de caminho reduzido tambem as apparentes hypotheticamente observadas  $S; S'$  etc. pelas formulas  $\Sigma = S - \delta \text{ sen. } p' \text{ cos. } \pi$  (n. 145.) etc.: Faremos

$$\begin{array}{l} \Sigma \text{ (obs.)} - \Sigma \text{ (calc.)} = d\Sigma \\ \Sigma' \text{ (obs.)} - \Sigma' \text{ (calc.)} = d\Sigma' \\ \Sigma'' \text{ (obs.)} - \Sigma'' \text{ (calc.)} = d\Sigma'' \\ \Sigma''' \text{ (obs.)} - \Sigma''' \text{ (calc.)} = d\Sigma''' \\ B = \text{sen. } \pi \text{ cos. } (\mu - \phi) \\ B' = \text{sen. } \pi' \text{ cos. } (\mu' - \phi') \\ B'' = \text{sen. } \pi'' \text{ cos. } (\mu'' - \phi'') \\ B''' = \text{sen. } \pi''' \text{ cos. } (\mu''' - \phi''') \\ \hline F = A \text{ cos. } \phi' - A' \text{ cos. } \phi \\ F' = A' \text{ cos. } \phi'' - A'' \text{ cos. } \phi' \\ F'' = A'' \text{ cos. } \phi''' - A''' \text{ cos. } \phi'' \\ G = B \text{ cos. } \phi' - B' \text{ cos. } \phi \\ G' = B' \text{ cos. } \phi'' - B'' \text{ cos. } \phi' \\ G'' = B'' \text{ cos. } \phi''' - B''' \text{ cos. } \phi'' \\ f = d\Sigma' \text{ cos. } \phi - d\Sigma \text{ cos. } \phi' \\ f' = d\Sigma'' \text{ cos. } \phi' - d\Sigma' \text{ cos. } \phi'' \\ f'' = d\Sigma''' \text{ cos. } \phi'' - d\Sigma'' \text{ cos. } \phi''' \\ R = KL - K'L \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} A = \frac{h \text{ sen. } (\phi + \alpha)}{\text{cos. } \alpha} \\ A' = \frac{h \text{ sen. } (\phi' + \alpha)}{\text{cos. } \alpha} \\ A'' = \frac{h \text{ sen. } (\phi'' + \alpha)}{\text{cos. } \alpha} \\ A''' = \frac{h \text{ sen. } (\phi''' + \alpha)}{\text{cos. } \alpha} \\ \hline E = \text{cos. } \phi' - \text{cos. } \phi \\ E' = \text{cos. } \phi'' - \text{cos. } \phi' \\ E'' = \text{cos. } \phi''' - \text{cos. } \phi'' \\ K = FG' - F'G \\ K' = F'G'' - F''G' \\ L = FE' - F'E \\ L' = F'E'' - F''E' \\ k = Ff' - F'f \\ k' = F'f'' - F''f' \\ r = Kk' - K'k \\ \hline \end{array}$$

Donde acharemos

$$ds = \frac{r}{R}, \quad dp = \frac{k - Lds}{K}, \quad dT = \frac{f - Gdp - Eds}{F},$$

$$d\Delta = \frac{d\Sigma + AdT + Bdp + ds}{\text{cos. } \phi}$$

168. EXEMPLO: Para fazermos a applicação destas fórmulas á observação da Califórnia, pareceu-nos conveniente verificar immediatamente pelas Taboas os valores de  $\delta$ , o de  $h$ , de cuja exactidão depende tudo; e achamos  $\delta = -1,07221$ ,  $h = -3,85169$ , e conseguintemente  $\alpha = -164^{\circ} 26' 40''$ . Pelo que suppondo a conjunção ás  $2^h 27' 4''$ ,  $\Delta = 10', 6685$ ,  $s = 15', 7867$ ,  $\sigma = 0', 4665$ ,  $p' = 30'', 25$ ,  $p = 0', 3605$ ; e tendo achado  $\theta = 0', 130518$ ,  $\log. g = 9, 520754$ , e  $\log. q = 9, 102505$ : o resto do calculo dará os resultados seguintes, onde as letras da primeira columna se entenderão nas tres seguintes, sendo marcadas com  $'$ ,  $''$ ,  $'''$ .

$T = 11^h 59' 17''$	$0^h 17' 27''$	$5^h 54' 50''$	$6^h 13' 20''$
$S = 16', 2532$	$15', 5202$	$15', 5202$	$16', 2532$
$H = -0^{\circ} 10' 45''$	$4^{\circ} 21' 45''$	$88^{\circ} 42' 30''$	$93^{\circ} 20' 0''$
$n = -0', 0010572$	$0', 025231$	$0', 33161$	$0', 33113$
$m = 0', 003898$	$0', 004264$	$0', 12767$	$0', 13788$
$\mu = -14^{\circ} 53' 40''$	$80^{\circ} 23' 40''$	$68^{\circ} 56' 40''$	$67^{\circ} 23' 40''$
sen. $\pi = 8, 048966$	$8, 851154$	$9, 993726$	$9, 997811$
red. $= -0', 0024$	$-0', 0022$	$-0', 0004$	$-0', 0002$
$\Sigma = 16', 2508$	$15', 5180$	$15', 3198$	$16', 2530$
$t = -2^h, 46505$	$-2^h, 16028$	$5^h, 46278$	$3^h, 77111$
$IN = 0, 977172$	$0, 918842$	$-1, 135740$	$-1, 171908$
$IM = 1, 124051$	$1, 113291$	$0, 834295$	$0, 812059$
$\phi = 35^{\circ} 29' 30''$	$32^{\circ} 34' 54''$	$-63^{\circ} 27' 25''$	$-66^{\circ} 24' 40''$
cos. $\phi = 9, 910751$	$9, 925634$	$9, 650181$	$9, 602246$
$\Sigma = 16', 3418$	$15', 4049$	$15', 2797$	$16', 2111$
$d\Sigma = -0', 0910$	$-0', 0869$	$0', 0401$	$0', 0419$
$IA = -0, 492650$	$IB = 7, 865522$	$IF = -9, 291215$	
$IA' = -0, 475858$	$IB' = 8, 678258$	$IF' = -0, 585236$	
$IA'' = 0, 472158$	$IB'' = -9, 822592$	$IF'' = -9, 297760$	
$IA''' = 0, 491472$	$IB''' = -9, 838051$	$IG = -8, 515853$	
$IE = 8, 453685$	$If = 7, 772666$	$IG' = 9, 764439$	
$IE' = -9, 697425$	$If' = 8, 861069$	$IG'' = 8, 621187$	
$IE'' = -8, 669298$	$If'' = 7, 427648$	$Ik = 7, 929097$	
$IK = -9, 578944$	$IL = 9, 270108$	$IN' = 7, 619271$	
$IK' = -8, 650443$	$IL' = 9, 001353$	$IR = -8, 195254$	
		$lr = -6, 790285$	

$$ds = +0', 0393, dp = -0', 0048, dT = -0^h, 0244, d\Delta = +0', 0297.$$

169. A primeira cousa pois que se conclue desta memoravel observação, he que não tem lugar nenham nestes eclipses o desconto da irradiação no semidiametro do Sol, como até agora se acreditou; não sómente porque em vez de diminuição dá hum pequeno augmento para elle, mas tambem porque isso se confirma pela concordancia dos outros elementos, como logo veremos.

170. Depois disso nos dá  $p = 0', 5556$ , donde se segue a parallaxe do Sol  $\pi = 8'', 491$  (n. 165.). M. du Séjour (pag. 483.) pelas suas equações de condição calculadas sobre muitas observações a faz de  $8'', 681$ ; e isso na hypothese de huma irradiação  $d\sigma = - 3'', 5$ , que lhe parecia ter descuberto pelo eclipse do Sol de 1764. Fazendo porém  $d\sigma = + 2'', 7$  para reduzir o semidiametro do Sol ao que dá a observação, de que tratamos, os mesmos calculos delle vem a dar  $\pi = 8'', 594$  mais chegado para o que dá aquella unica observação.

171. As outras duas correções  $dT^o$ , e  $d\Delta$ , dão a conjunção no Lugar da observação ás  $2^h 25' 36''$  com a differença das declinações  $\Delta = 10', 6982$ ; e reduzindo á ecliptica (n. 36.), a conjunção em Longitude ás  $2^h 45' 32''$  (ás  $10^h 13' 42''$  em Paris) com a Latitude de Venus  $10' 25'', 3$ . E aqui se faz mais sensivel o effeito da supposta irradiação, porque em razão della acha o mesmo Autor  $10' 15'', 2$ ; mas fazendo  $d\sigma = + 2'', 7$ , acharia  $10' 23'', 1$ .

172. O que porém mostra decisivamente que a irradiação do Sol não se deve descontar nos eclipses delle, he o semidiametro de Venus qual teve lugar na Passagem, de que se trata, que o mesmo Autor acha de  $28'', 352$  na supposição da irradiação, e tal o não dão as observações. Mas fazendo  $d\sigma = + 2'', 7$ , o acharia de  $28'', 06$  muito conforme ao que dão as mesmas observações (n. 164.).

173. Por outra parte, se não fosse a grande facilidade com que se recebe e adoptão quaisquer novidades sem maior exame, era bem facil de advertir, que vai muita differença do astro que eclipsa ao eclipsado. Venus, quando illuminada pelo Sol, tem certamente irradiação, e essa não se lhe desconta quando ha eclipsada pela Lua, mas vindo ella a eclipsar o Sol desapareceu de todo essa irradiação juntamente com a illuminação que a produzia, e não póde eclipsar senão com o seu proprio volume. E o Sol, ainda que todo fosse irradiação de hum pequeno foco central, não poderia ser eclipsado pela interposição de hum corpo opaco, senão assim e da mesma maneira que o haveria de ser, se o seu disco luminoso assentasse todo sobre huma superficie solida.

174. Ha com tudo outra causa, mais physica do que optica, que difficulta a observação dos contactos; e essa consiste no embaraço da luz a montar a interposição de qualquer corpo. Ou seja pela atracção delle, ou pela da materia da mesma luz entre si, que embaraça a emissão separada de hum fio muito delicado della, he certo que se observa huma especie de repreza, e que quando chega a vencer o obstaculo apparece de repente não já o bordo do Sol, mas hum segmento de largura sensivel, e humas vezes maior, outras menor. E por isso não póde observar-se o contacto senão pela concurrencia estimada das duas circumferencias em hum ponto, levando-se no olho a producção dellas sobre o ligamento ou protuberancia obscura que alli se fórma: no que seraõ mais felizes os observadores vindouros, se usarem de telescopios da maior amplificação que for possivel, sem prejuizo da distincão.

175. He de advertir, que não se tendo feito em qualquer parte a observação completa dos quatro contactos, não ficarão com tudo inuteis as que se fizerem. Podem combinar-se com as feitas em outros Lugares com tanto que seja conhecida a differença dos meridianos. E para isso não ha mais do que sajeitar o tempo hypothetico da conjunção á dita differença, para ficar correspondendo ao mesmo instante physico, e ser consequentemente a correccão  $dT^o$  a mesma em ambas as partes.

176. Advirta-se tambem, que havendo mais observadores, e differindo poucos segundos na observação de qualquer phase, não ha duvida que se deverá tomar o meio arithmetico ao modo ordinario. Sendo porém maior a differença, o Problema do n. 162 nos offerece o criterio para distinguir qual das observações deve ter a preferencia, ou se a deve ter o dito meio. Porque sendo já conhecido  $\sigma$  por outras observações, e ajustando-se os observadores no contacto vizinho, calcularemos o tempo até o outro, em que discrepaõ, pela formula  $\frac{2\sigma \cos. \alpha'}{h' \cos. [\phi \pm (\alpha' - \alpha)]}$ ; e esse decidirá a questião.

Na observação do Forte do Principe de Gallés na Bahía de Hudson, por exemplo, concordáraõ muito bem Fymond e Wadles no contacto interno da sahida, que o primeiro julgon ás 7<sup>h</sup> 0' 49", e o segundo a 47" (Sêj. pag. 475.), donde se póde tomar seguramente o meio 48". Mas no externo discordáraõ muito, fazendo-o Dymond ás 7<sup>h</sup> 19' 21", e Wadles ás 7<sup>h</sup> 19' 2". Tendo pois  $\sigma = 0'.468$ , como tambem se acha pela entrada na mesma observação, para a sahida estimada do centro acharemos  $U =$

$107^{\circ} 29' 15''$ ,  $h' = 3,8481$ ,  $a' = -164^{\circ} 7' 10''$ ,  $\phi = (a' - a) = -$   
 $40^{\circ} 54' 30''$ , e o tempo procurado  $18' 35''$ , que junto ao do contacto inter-  
 no  $7^h 0' 48''$  dá o do externo ás  $7^h 19' 23''$ , e por conseguinte a observa-  
 ção de Dymond he sómente a de que se deve usar.

*Paço de Queluz 10 de Julho de 1803.*

JOSÉ MONTEIRO DA ROCHA.

TABOA DAS REDUÇÕES

LXIX

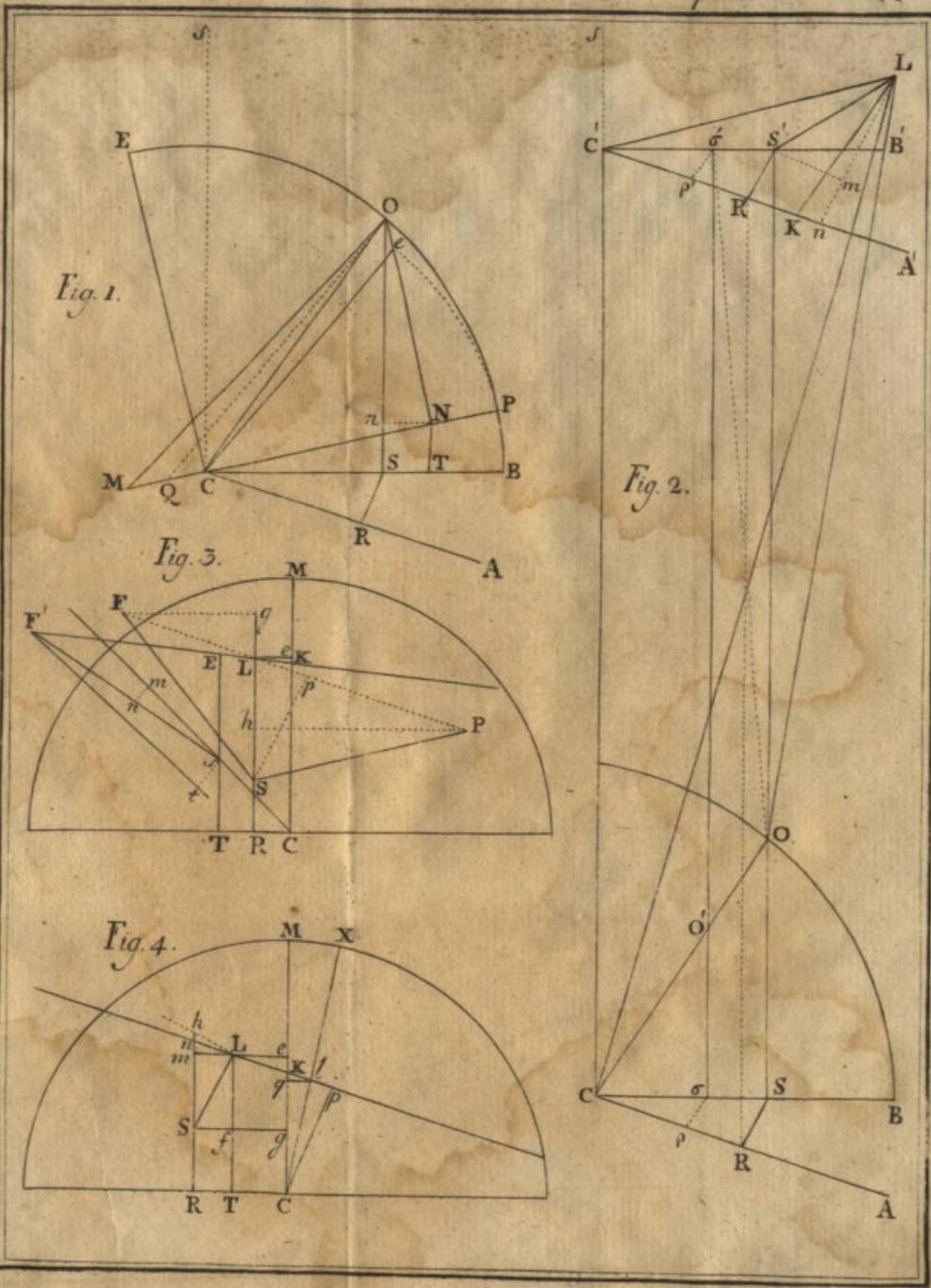
Da parallaxe da Lua, e da Latitude dos Lugares.

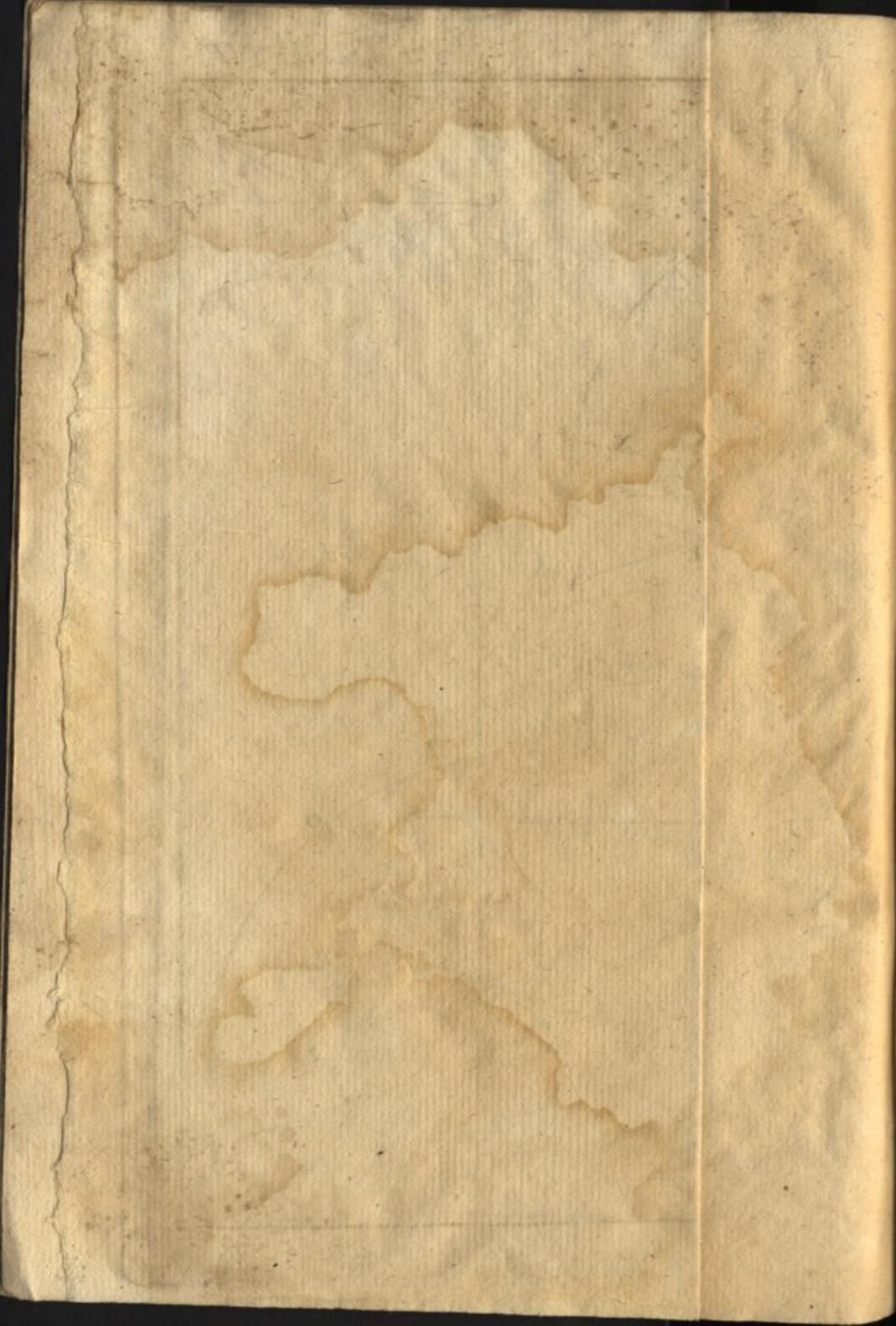
La- titud- de.	Red. da Lat.	Red. da parall. —			La- titud- de.	Red. de Lat.	Red. da parall. —		
		Parall. Equat.					Parall. Equat.		
		53'	57'	61'			53'	57'	61'
0°	0' 0"	0,000	0,000	0,000	45°	11' 28"	0,088	0,095	0,102
1	0 24	0,000	0,000	0,000	46	11 27	0,091	0,098	0,105
2	0 48	0,000	0,000	0,000	47	11 26	0,095	0,102	0,109
3	1 12	0,000	0,001	0,001	48	11 24	0,098	0,105	0,112
4	1 36	0,001	0,001	0,001	49	11 21	0,101	0,108	0,116
5	1 59	0,001	0,001	0,001	50	11 17	0,104	0,111	0,119
6	2 23	0,002	0,002	0,002	51	11 13	0,107	0,115	0,123
7	2 46	0,003	0,003	0,003	52	11 7	0,110	0,118	0,126
8	3 10	0,003	0,004	0,004	53	11 1	0,113	0,121	0,130
9	3 33	0,004	0,005	0,005	54	10 54	0,116	0,124	0,133
10	3 55	0,005	0,006	0,006	55	10 46	0,119	0,127	0,136
11	4 18	0,008	0,007	0,007	56	10 37	0,121	0,131	0,140
12	4 40	0,008	0,008	0,009	57	10 28	0,124	0,134	0,143
13	5 1	0,009	0,010	0,010	58	10 18	0,127	0,137	0,146
14	5 23	0,010	0,011	0,012	59	10 7	0,130	0,140	0,150
15	5 44	0,012	0,013	0,014	60	9 55	0,132	0,142	0,153
16	6 4	0,013	0,014	0,015	61	9 43	0,135	0,145	0,156
17	6 24	0,015	0,016	0,017	62	9 30	0,138	0,148	0,159
18	6 44	0,017	0,018	0,019	63	9 16	0,140	0,151	0,161
19	7 3	0,019	0,020	0,022	64	9 2	0,143	0,153	0,164
20	7 22	0,021	0,022	0,024	65	8 47	0,145	0,156	0,167
21	7 40	0,023	0,024	0,026	66	8 31	0,147	0,159	0,170
22	7 58	0,025	0,027	0,029	67	8 14	0,150	0,161	0,172
23	8 14	0,027	0,029	0,031	68	7 56	0,152	0,163	0,175
24	8 31	0,029	0,031	0,034	69	7 40	0,154	0,166	0,177
25	8 47	0,032	0,034	0,036	70	7 22	0,156	0,168	0,180
26	9 2	0,034	0,037	0,039	71	7 3	0,158	0,170	0,182
27	9 16	0,036	0,039	0,042	72	6 44	0,160	0,172	0,184
28	9 30	0,039	0,042	0,045	73	6 24	0,162	0,174	0,186
29	9 43	0,042	0,045	0,048	74	6 4	0,163	0,176	0,188
30	9 55	0,044	0,048	0,051	75	5 44	0,165	0,177	0,190
31	10 7	0,047	0,050	0,054	76	5 23	0,166	0,179	0,191
32	10 18	0,050	0,053	0,057	77	5 1	0,168	0,182	0,193
33	10 28	0,052	0,056	0,060	78	4 40	0,169	0,182	0,195
34	10 37	0,055	0,059	0,064	79	4 18	0,170	0,183	0,196
35	10 46	0,058	0,063	0,067	80	3 55	0,171	0,184	0,197
36	10 54	0,061	0,066	0,070	81	3 33	0,172	0,185	0,198
37	11 1	0,064	0,069	0,074	82	3 10	0,173	0,186	0,199
38	11 7	0,067	0,072	0,077	83	2 46	0,174	0,187	0,200
39	11 13	0,070	0,075	0,081	84	2 23	0,175	0,188	0,201
40	11 17	0,073	0,079	0,084	85	1 59	0,175	0,189	0,202
41	11 21	0,076	0,082	0,088	86	1 36	0,176	0,189	0,202
42	11 24	0,079	0,085	0,091	87	1 12	0,176	0,189	0,203
43	11 26	0,082	0,088	0,095	88	0 48	0,176	0,190	0,203
44	11 27	0,085	0,092	0,098	89	0 24	0,177	0,190	0,203
45	11 28	0,088	0,095	0,102	90	0 0	0,177	0,190	0,203

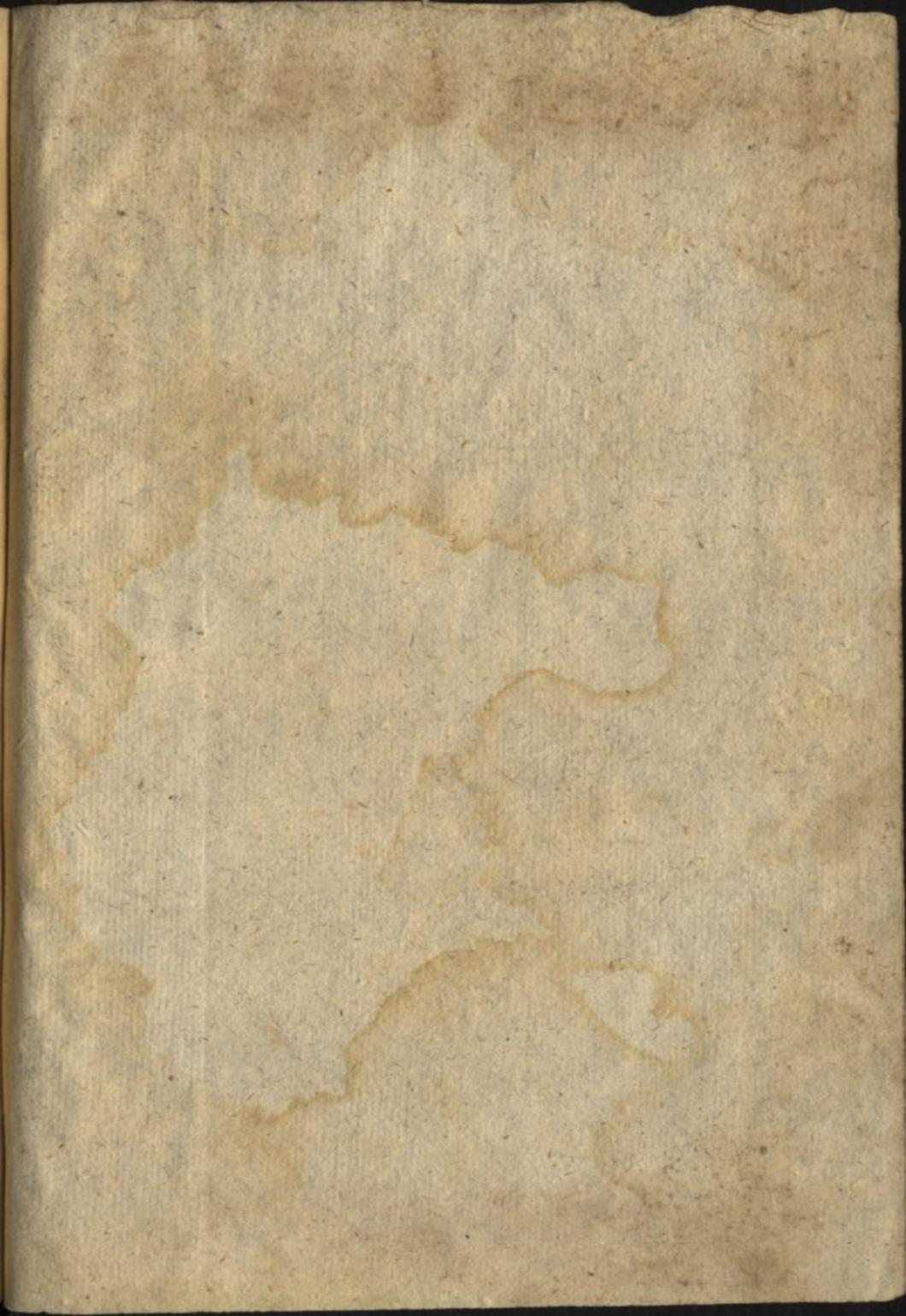
Estas reduções foram calculadas para a ellipticidade de  $\frac{1}{302}$ . Mas ajustando-se a cada Luna os seus dois terços, a metade, e os tres decimos, ficarão correspondendo ás ellipticidades de

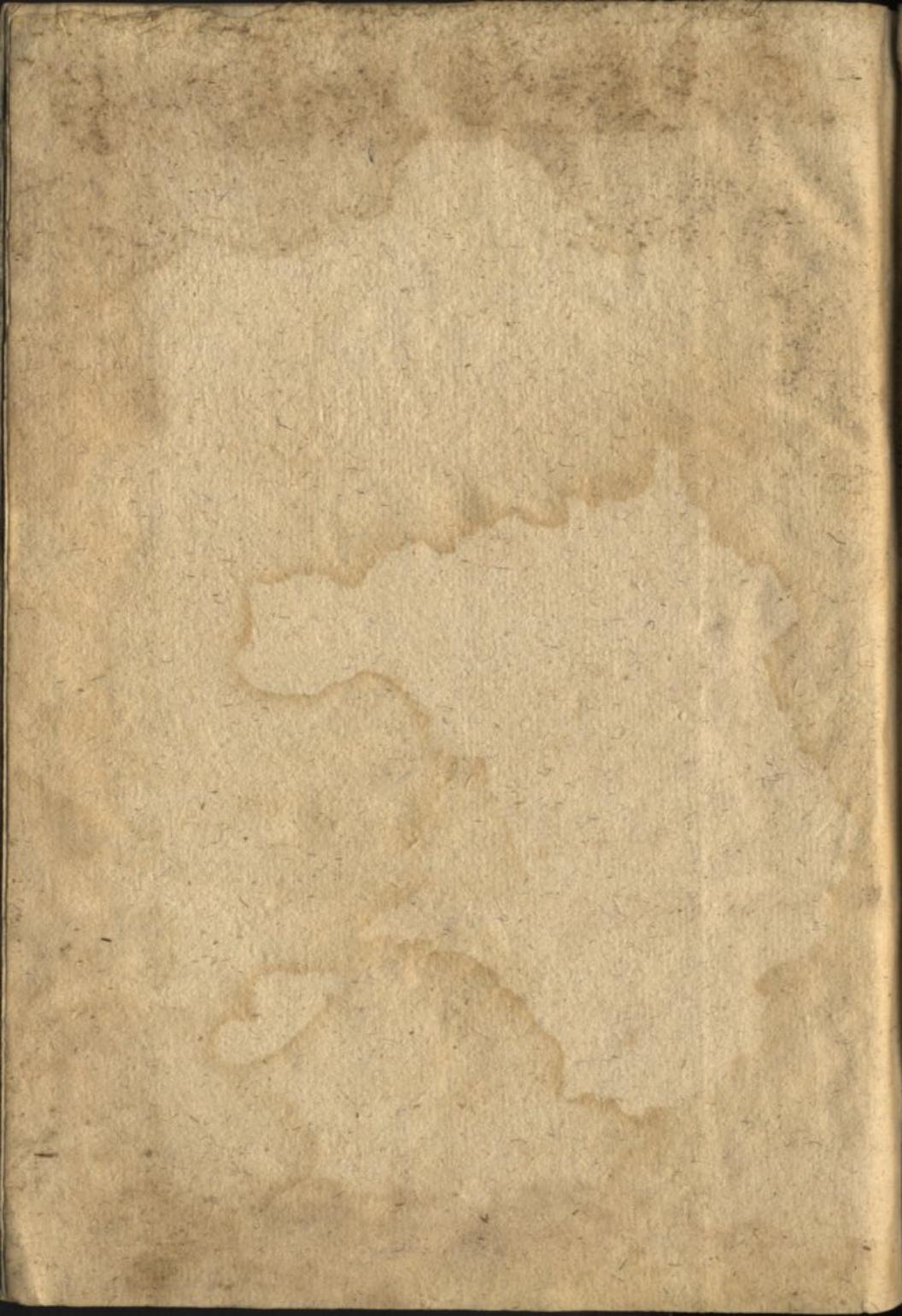
$\frac{1}{180}$ ,  $\frac{1}{200}$ ,  $\frac{1}{220}$ .

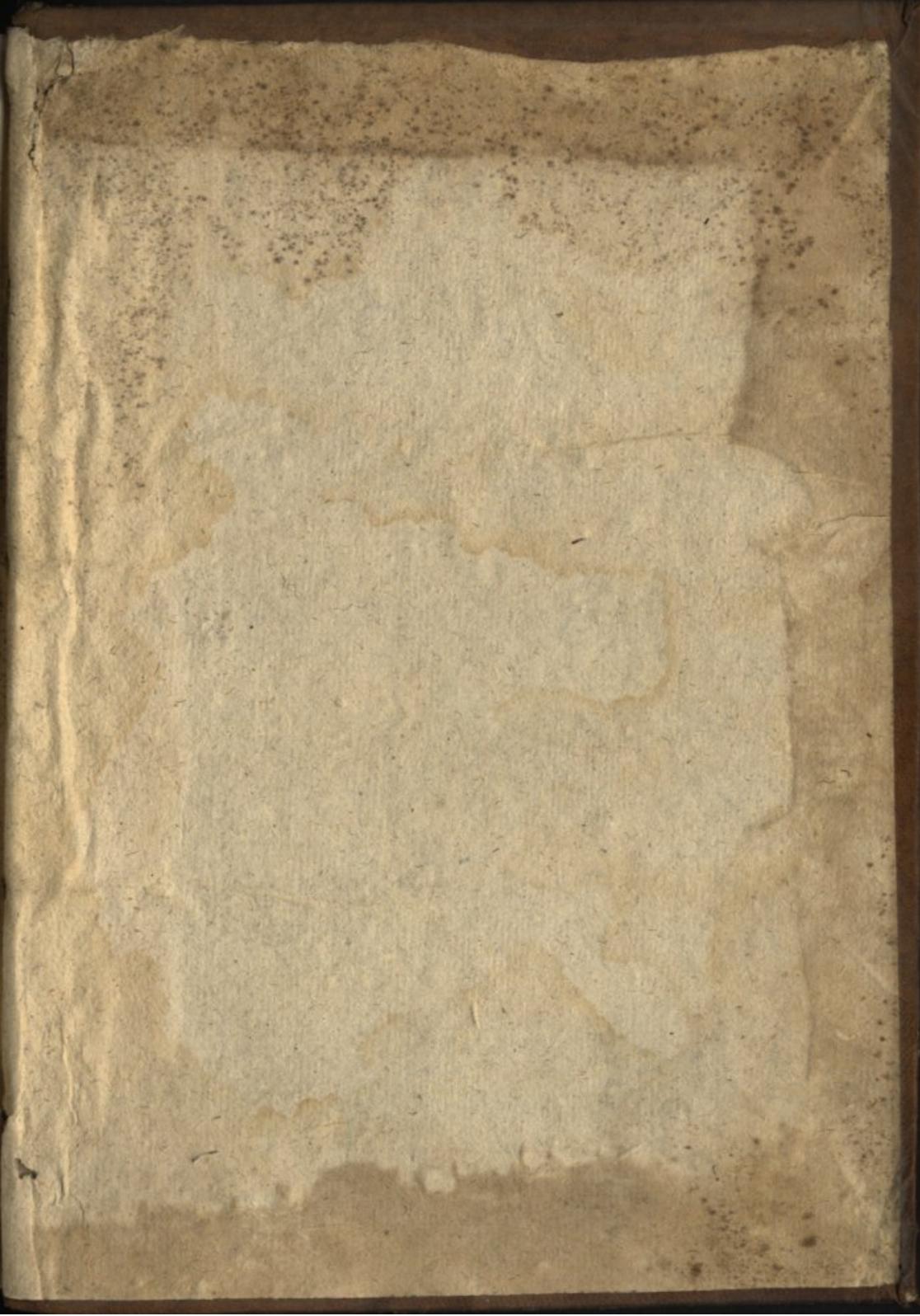
Date			Place			Remarks		
Year	Month	Day	City	State	Country	Time	Duration	Notes
1852	Jan	1	Washington	D.C.	U.S.A.	8:00 AM	10:00 AM	Arrived at the office.
1852	Jan	2	Washington	D.C.	U.S.A.	9:00 AM	11:00 AM	Meeting with the committee.
1852	Jan	3	Washington	D.C.	U.S.A.	10:00 AM	12:00 PM	Continued meeting.
1852	Jan	4	Washington	D.C.	U.S.A.	11:00 AM	1:00 PM	Meeting adjourned.
1852	Jan	5	Washington	D.C.	U.S.A.	12:00 PM	2:00 PM	Work on the report.
1852	Jan	6	Washington	D.C.	U.S.A.	1:00 PM	3:00 PM	Continued work.
1852	Jan	7	Washington	D.C.	U.S.A.	2:00 PM	4:00 PM	Meeting with the committee.
1852	Jan	8	Washington	D.C.	U.S.A.	3:00 PM	5:00 PM	Continued meeting.
1852	Jan	9	Washington	D.C.	U.S.A.	4:00 PM	6:00 PM	Meeting adjourned.
1852	Jan	10	Washington	D.C.	U.S.A.	5:00 PM	7:00 PM	Work on the report.
1852	Jan	11	Washington	D.C.	U.S.A.	6:00 PM	8:00 PM	Continued work.
1852	Jan	12	Washington	D.C.	U.S.A.	7:00 PM	9:00 PM	Meeting with the committee.
1852	Jan	13	Washington	D.C.	U.S.A.	8:00 PM	10:00 PM	Continued meeting.
1852	Jan	14	Washington	D.C.	U.S.A.	9:00 PM	11:00 PM	Meeting adjourned.
1852	Jan	15	Washington	D.C.	U.S.A.	10:00 PM	12:00 AM	Work on the report.
1852	Jan	16	Washington	D.C.	U.S.A.	11:00 PM	1:00 AM	Continued work.
1852	Jan	17	Washington	D.C.	U.S.A.	12:00 AM	2:00 AM	Meeting with the committee.
1852	Jan	18	Washington	D.C.	U.S.A.	1:00 AM	3:00 AM	Continued meeting.
1852	Jan	19	Washington	D.C.	U.S.A.	2:00 AM	4:00 AM	Meeting adjourned.
1852	Jan	20	Washington	D.C.	U.S.A.	3:00 AM	5:00 AM	Work on the report.
1852	Jan	21	Washington	D.C.	U.S.A.	4:00 AM	6:00 AM	Continued work.
1852	Jan	22	Washington	D.C.	U.S.A.	5:00 AM	7:00 AM	Meeting with the committee.
1852	Jan	23	Washington	D.C.	U.S.A.	6:00 AM	8:00 AM	Continued meeting.
1852	Jan	24	Washington	D.C.	U.S.A.	7:00 AM	9:00 AM	Meeting adjourned.
1852	Jan	25	Washington	D.C.	U.S.A.	8:00 AM	10:00 AM	Work on the report.
1852	Jan	26	Washington	D.C.	U.S.A.	9:00 AM	11:00 AM	Continued work.
1852	Jan	27	Washington	D.C.	U.S.A.	10:00 AM	12:00 PM	Meeting with the committee.
1852	Jan	28	Washington	D.C.	U.S.A.	11:00 AM	1:00 PM	Continued meeting.
1852	Jan	29	Washington	D.C.	U.S.A.	12:00 PM	2:00 PM	Meeting adjourned.
1852	Jan	30	Washington	D.C.	U.S.A.	1:00 PM	3:00 PM	Work on the report.
1852	Jan	31	Washington	D.C.	U.S.A.	2:00 PM	4:00 PM	Continued work.

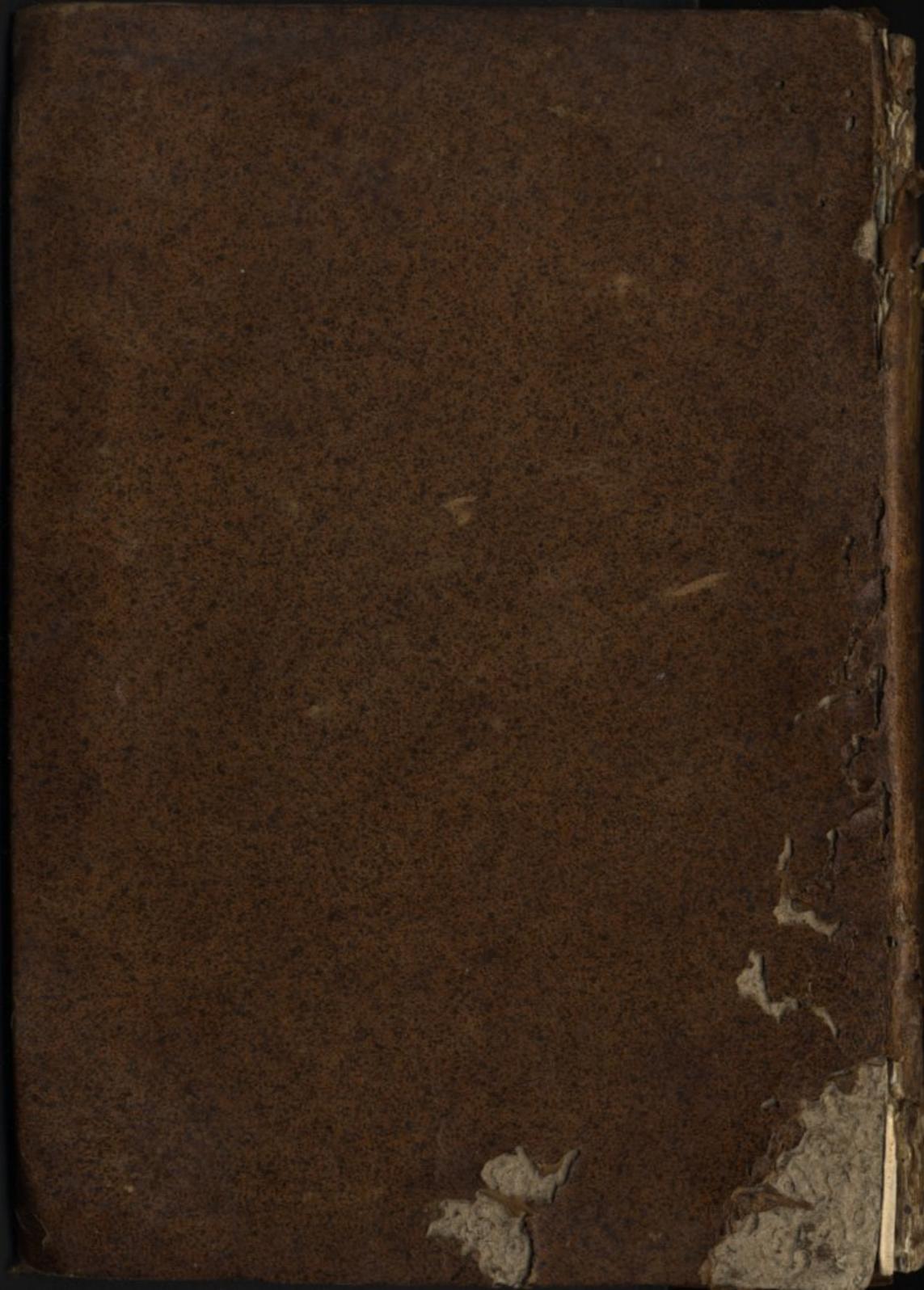












WPA MERID

VOL IV

