

Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.		Longitude.	
			Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação das Ilhas Antilhas, ou Archipelago d'America.</i>				
Ilhas Caycas	Abrolhos, ou Lenço Quadrado (P. S. O.) . . .	20° 53',0 N.	62° 30',7 Occ.	4 <sup>b</sup> 10' 3" *
	Idem P. N. E. . . .	21 0,0	62 3,7	4 8 15 *
	Sand-Key Ilhas Turcas .	21 11,0	62 43,7	4 10 55 *
	Caycos (Rest. S. E.) . .	21 1,0	63 5,6	4 12 22 *
	Idem Restinga N. E. . .	21 44,3	62 55,7	4 11 43 *
	Idem Cayco Peq. P. S. O.	21 36,3	64 1,3	4 16 5 *
	Idem Cayco d'Área . . .	21 18,8	63 40,7	4 14 43 *
	Inagua Grande (P. O.) .	21 0,0	65 15,8	4 21 3 *
	Inagua Pequena (P. E.)	21 29,0	64 30,3	4 18 1 *
	Hogsties I. (o mais O.)	21 40,7	65 26,2	4 21 45 *
Mogane (P. N. O.) . . .	22 24,5	64 45,0	4 19 0 *	
Baixo Novo . . . . .	15 56,0	70 43,0	4 42 52	
Parcel da Vibora (I. Sola)	17 9,0	69 9,0	4 36 36	
Idem P. S. . . . .	16 45,0	69 52,0	4 39 28	
Idem o Cascavel, ou P. N. O.	17 26,0	70 50,0	4 43 20	
Jamaica	As Rans, ou Baixo Morant	17 25,0	67 29,0	4 29 56
	P. Morant, ou C. E. . . .	17 58,0	67 50,7	4 31 25 *
	Porto Real . . . . .	18 0,0	68 19,5	4 35 18 *
	C. Portland . . . . .	17 42,0	68 41,0	4 34 44
	Ponta de Pedra . . . . .	17 50,0	69 30,0	4 38 0
	Savanna la Mar . . . . .	18 13,0	69 59,0	4 39 56
	C. Negril do Sul . . . . .	18 15,0	70 11,0	4 40 44
	Bahia Montego . . . . .	18 30,0	69 42,0	4 38 48
Ilha de Cuba, e vizinhas	Bahia Anatta . . . . .	18 20,0	68 27,0	4 33 48
	C. Maisy . . . . .	20 16,7	65 39,0	4 22 36 *
	Ponta de Mulas . . . . .	21 9,0	67 11,0	4 28 44
	Cayo Verde . . . . .	21 55,0	69 12,5	4 36 50 *
	Cayo de Acucar (P. N. E.)	22 12,0	69 13,0	4 36 52
	Cayo Guilherme . . . . .	22 35,0	70 20,0	4 41 20
	Parcel dos Roques (P. S. E. da I. Anguila) . . . .	23 28,0	70 48,0	4 43 12
	Idem P. N. . . . .	24 0,0	71 19,0	4 45 16
	Idem P. O. . . . .	23 53,0	71 49,0	4 47 16
	Idem Cayo do Sal . . . .	23 38,0	71 40,0	4 46 40
Cayo Cruz del Padre . . .	23 13,5	72 32,5	4 50 10 *	
P. de Hicacos . . . . .	23 8,5	72 45,5	4 51 2 *	
Matança (S. Carlos) . . .	23 2,4	73 7,5	4 52 30	
Havana (no Morro) . . .	23 9,4	73 51,9	4 55 28 *	

Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.	Longitude.		
		Em grãos.	Em tempo.	
<i>Continnação das Ilhas Antilhas , ou Archipelago d'America.</i>				
Ilha de Cuba , e visinhas	Guaisabon ( Pico de S. ) . . .	22° 47', 3 N.	74° 57', 5 Occ.	4 <sup>b</sup> 59' 50" *
	C. de S. Antonio . . . . .	21 54, 4	76 31, 4	5 6 6 *
	C. Correntes . . . . .	21 41, 0	75 58, 5	5 3 54 *
	B. de Cortez (P. das Pedras)	21 52, 0	75 18, 0	5 1 12
	Batabano . . . . .	22 19, 0	74 13, 0	4 56 52
	Ilha de Pinos ( P. S. O. ) . . .	21 22, 0	74 28, 0	4 57 52
	Jardines ( P. S. O. ) . . . . .	21 28, 0	73 2, 0	4 52 8
	Bahia de Xagua ( P. O. ) . . .	21 53, 0	72 23, 0	4 49 32
	Cayman Grande ( P. E. ) . . . .	19 18, 0	72 13, 0	4 48 52
	Caymans Peq. ( P. S. O. ) . . .	19 36, 0	71 40, 0	4 46 40
	Idem P. E. . . . .	19 43, 0	71 8, 0	4 44 32
	Trindade . . . . .	21 34, 0	71 40, 0	4 46 40
	Cayo Breton (Boca grande)	20 58, 0	70 58, 0	4 43 52
	Rio de S. Maria . . . . .	21 6, 0	70 20, 0	4 41 20
	C. da Cruz . . . . .	19 47, 3	69 14, 5	4 36 58 *
Pico de Tarquinio . . . . .	19 53, 0	68 22, 9	4 33 32 *	
Ilhas Lucayas , ou Bahamas	Cuba (Barra) . . . . .	19 57, 3	67 39, 6	4 30 38 *
	Guantanamo (entrada) . . . . .	19 54, 0	66 48, 0	4 27 12
	Cayo do Castello . . . . .	22 7, 5	65 52, 8	4 23 31 *
	Mira por vós Ilheo . . . . .	22 8, 5	66 5, 0	4 24 20 *
	Castillo Ilhote . . . . .	22 7, 0	65 53, 0	4 23 32
	Krooked ( P. N. O. ) . . . . .	22 48, 8	65 54, 0	4 23 38 *
	Mariguana ( P. N. O. ) . . . . .	22 29, 0	64 44, 0	4 18 56
	Samana, ou Atwood (P.O.)	23 9, 2	65 23, 0	4 21 32 *
	Wateling ( P. N. E. ) . . . . .	23 56, 0	66 10, 9	4 24 44 *
	S. Salvador ( P. N. ) . . . . .	24 38, 0	67 24, 0	4 29 36
	Idem Porto de Colombo	24 13, 0	67 7, 0	4 28 28
	Banco Gr. de Bahama (I. Larga P. N.) . . . . .	23 50, 0	66 43, 0	4 26 52
	Idem I. Verde ( P. S. E. ) . . . .	21 59, 0	66 38, 0	4 26 32
	Idem Cayo S. Domingos . . . . .	21 44, 0	67 20, 0	4 29 20
	Idem Cayo do Sal ( P. S. ) . . . .	22 10, 0	67 17, 0	4 29 8
Idem las Mucaras ( P. S. ) . . . .	22 10, 0	68 47, 0	4 35 8	
Idem Cayo de Lobos . . . . .	22 24, 0	69 6, 0	4 36 24	
Idem Cayo de Guinchos . . . . .	22 49, 0	69 33, 3	4 38 13 *	
Idem os Roquillos ( P. O. ) . . . .	24 36, 0	70 48, 0	4 43 12	
Idem Ilhas Beminitis ( P. N. ) . .	25 37, 0	70 54, 0	4 43 36	
Idem Isaac Grande ( P. N. ) . . .	26 4, 0	70 37, 0	4 42 28	
Idem Ilhas Berris ( P. N. ) . . . .	25 52, 0	69 34, 0	4 38 16	



Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.	Longitude.		
		Em graus.	Em tempo.	
<i>Continuação das Ilhas Antilhas, ou Archipelago d'America.</i>				
Ilhas Lucayas, ou Bahamas	<i>Idem</i> Provid. (F. Nassau)	25° 5',0 N.	68° 55',0 Occ.	4 <sup>h</sup> 35' 40"
	<i>Idem</i> Ilha do Porto (P. E.)	25 30,0	68 22,0	4 33 28
	<i>Id. I.</i> Hetera (P. Palmeto)	25 12,0	68 0,0	4 32 0
	<i>Idem</i> P. Powel . . . . .	24 38,0	67 56,0	4 31 44
	<i>Banco</i> Peq. de Bahama			
	I. Abaca (P. S.) . . . . .	25 50,0	68 49,0	4 35 16
	<i>Idem</i> P. N. E. . . . .	26 30,0	68 33,0	4 34 12
	<i>Idem</i> C. del Codo . . . . .	26 44,0	68 39,0	4 34 36
	<i>Idem</i> Navio de Guerra (P. N. E.) I. . . . .	26 53,0	68 53,0	4 35 32
	<i>Idem</i> Canal da Balcia . . . . .	27 0,0	69 34,0	4 38 16
	<i>Idem</i> C. Sello . . . . .	27 31,0	70 15,0	4 41 0
	<i>Idem</i> Rest. de Matanilla (P. N.) . . . . .	27 49,0	70 33,0	4 42 12
	<i>Idem</i> Pedra da Memoria	27 4,0	70 24,0	4 41 36
	<i>Id.</i> Bahama Gr. (P. N. O.)	26 48,0	70 32,0	4 42 8
	<i>XXXV. Costa Oriental do Mexico, Luisiana, e Florida.</i>			
Rio de Chagre . . . . .	9 18,0	71 37,0	4 46 28	
Escudo de Veragua (P. N.) . . . . .	9 14,0	72 33,0	4 50 12	
Boca de Chiriqui (P. Valenc.) . . . . .	9 12,0	73 10,0	4 52 40	
Boca del Toro . . . . .	9 23,0	73 31,0	4 54 4	
Rio Caravaca . . . . .	9 48,0	74 11,0	4 56 44	
Porto de Chartago, ou Matina	9 58,0	74 9,0	4 56 36	
Rio de S. João (P. d'Arenas)	10 39,0	74 26,0	4 57 44	
Blewfields (Boca princip.) . . . . .	11 51,0	74 30,0	4 58 0	
Mangle Grande . . . . .	12 9,0	73 46,0	4 55 4	
Mangle Chico . . . . .	12 17,0	73 42,0	4 54 48	
Ilha de S. André (P. N.) . . . . .	12 36,0	72 34,0	4 50 16	
Provid., ou S. Cathar. I. . . . .	13 25,0	72 14,0	4 48 56	
P. Bracma . . . . .	13 48,0	74 26,0	4 57 44	
Cayos Thomaz (P. S.) . . . . .	14 14,0	74 0,0	4 56 0	
Quita el Sueno (P. S. da Rest.) . . . . .	13 59,0	72 13,0	4 48 52	
<i>Idem</i> P. N. . . . .	14 49,0	72 15,0	4 49 0	
C. Gracias a Dios . . . . .	15 0,0	74 20,0	4 57 20	
C. Falso . . . . .	15 13,0	74 39,0	4 58 36	
Serranilla (meio) . . . . .	16 6,0	71 45,0	4 47 0	
Santanilla (P. S. O.) I. . . . .	17 20,0	75 40,0	5 2 40	

Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.		Longitude.	
			Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação da Costa Oriental do Mexico, Luisiana, e Florida.</i>				
Rio Tinto . . . . .	15° 56',0 N.	76° 31',0 Oce.	5 <sup>h</sup> 6' 16"	
C. Camaraõ . . . . .	16. 2,0	76 45,0	5 7 0	
Bonaca, ou Guanaja (P.N.E.) I.	16. 31,0	77 42,0	5 10 48	
C Honduras, ou P. Castilla .	16. 0,0	77 46,0	5 11 4	
Truxillo . . . . .	15 52,0	77 40,0	5 10 40	
Ruatan (Porto Real) I.	16 23,0	78 11,0	5 12 44	
Utila (P. N.) I. . . . .	15 59,0	78 57,0	5 14 28	
Triunfo de la Cruz . . . . .	15. 30,0	78 52,0	5 15 28	
Omca . . . . .	15 36,0	79 31,0	5 18 4	
C. Tres Puntas . . . . .	15. 37,0	80 4,0	5 20 16	
S. Thomaz (forte) . . . . .	15 14,0	79 56,0	5 19 44	
Golfo Dulce (entrada)	15 17,0	80 13,0	5 20 52	
Cayos de Zapatilla (P. N. E.)	16 7,0	79 45,0	5 19 0	
Turnefe (P. S.) I. . . . .	16 57,0	79 15,0	5 17 0	
Cayo Sombrero . . . . .	17. 0,0	78 42,0	5 14 48	
Chinchorro (Cayos do S.) .	18. 54,0	78 46,0	5 15 4	
Cozumel (P. N.) I. . . . .	20 11,0	78 8,0	5 12 32	
C. Catoche . . . . .	21 26,0	78 35,0	5 14 12	
Alacranes (P. S.) <i>Baixa</i> . .	22 23,0	81 7,0	5 24 28	
Baixo de Sisal (meio) . . . .	21 23,0	81 33,0	5 26 12	
I. Bermeja (meio) . . . . .	22 34,0	82 56,0	5 31 44	
P. de la Desconocida . . . . .	20° 54,0	82 3,0	5 28 12	
Campeche . . . . .	20 3,0	82 2,0	5 28 8	
I. de Porto Real (P. N. E.) .	18 50,0	82 27,0	5 29 48	
Rio Tabasco (Barra) . . . . .	18 22,0	83 45,0	5 34 52	
Goazacoalco (Barra) . . . . .	18 7,0	85 46,0	5 43 4	
Roca partida . . . . .	18 40,0	86 34,0	5 46 16	
Rio d'Alvarado (Barra) . . . .	18 44,0	87 13,0	5 48 52	
Vera Cruz a Nova . . . . .	19 11,9	87 36,8	5 50 27 *	
Ponta Delgada . . . . .	19 52,0	87 55,0	5 51 40	
Rio de S. Pedro, e S. Paulo .	20 44,0	88 25,9	5 53 40	
C. Rojo . . . . .	21 45,0	88 53,0	5 55 32	
Tampico (Barra de Panuco)	22 16,0	89 19,0	5 57 16	
Barra de la Marina . . . . .	23 40,0	89 3,0	5 56 12	
Rio Bravo do N. . . . .	25 54,0	88 42,0	5 54 48	
Bahia de S. Bernardo (entrada)	28 58,0	88 13,0	5 53 12	
B. Galviston (P. das cobras) .	29 10,0	87 50,0	5 50 0	
P. do R. Sabina . . . . .	29 40,0	86 53,0	5 46 12	
I. del Vino (P. E.) . . . . .	29 2,0	82 38,0	5 50 32	
I. Timbalier (P. S.) . . . . .	28 52,0	82 11,0	5 28 44	



Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.	Longitude.	
		Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação da Costa Oriental do Mexico, Luisiana, e Florida.</i>			
Porto de Barataria . . . . .	29° 20', 0 N.	81° 44', 0 Occ.	5 <sup>h</sup> 26' 56"
C. de Lodo R. <i>Mississipi</i> . . . . .	29 0, 0	80 48, 0	5 23 12
A Balisa . . . . .	29 6, 0	80 45, 0	5 23 0
Nova Orleans . . . . .	29 57, 8	81 33, 8	5 26 15 *
P. de Mobile . . . . .	30 15, 0	79 56, 0	5 19 44
Pensacola . . . . .	30 25, 0	79 2, 0	5 16 8
B. do S. Roza (entrada) . . . . .	30 22, 0	78 17, 0	5 15 8
B. de S. André (entrada) . . . . .	30 2, 0	77 26, 0	5 9 44
C. de S. Braz . . . . .	29 55, 0	76 49, 0	5 7 16
S. Marcos d'Apalache . . . . .	30 9, 0	75 37, 0	5 2 28
Ponta dos Pinheiros . . . . .	29 36, 0	75 4, 9	5 0 20
Ilhas Sabinas (P. O.) . . . . .	29 10, 0	74 40, 0	4 58 40
P. de S. Clemente . . . . .	28 6, 0	74 32, 0	4 58 8
B. do Esp. S., ou de Tampa . . . . .	27 39, 0	74 19, 0	4 57 16
Porto Carlota (Boca grande) . . . . .	26 41, 0	73 44, 0	4 54 56
P. Larga, ou C. Romano . . . . .	26 0, 0	75 17, 0	4 53 8
P. Ancha, ou Prom. da Florida . . . . .	24 50, 0	72 45, 0	4 50 52
Tartarugas (P. E.) . . . . .	24 34, 0	74 23, 0	4 57 32
Cayos dos Martyres	Banco do Marquez (Boca grande) . . . . .	24 30, 0	73 43, 0
	Newcastle (P. N.) I. . . . .	24 40, 0	73 10, 0
	Cayo Largo (P. S. E.) . . . . .	24 52, 0	72 7, 0
C. Florida . . . . .	25 44, 0	71 43, 0	4 46 52
Monte Crooper, ou Toneleiro . . . . .	26 43, 0	71 31, 0	4 46 4
Hillsborough (entrada) . . . . .	27 14, 0	71 40, 0	4 46 40
C. Canaveral . . . . .	28 18, 0	71 54, 0	4 47 36
Baixo do Touro (P. N.) . . . . .	28 26, 0	71 47, 0	4 47 8
Matanza (forte) . . . . .	29 41, 0	72 56, 0	4 51 44
S. Agostinho . . . . .	29 53, 0	73 9, 0	4 52 36
Rio de S. João (Barra do S.) . . . . .	30 20, 0	73 21, 0	4 53 24
<b>XXXVI. Costa dos Estados Unidos.</b>			
R. de S. Maria (Barra do S.) . . . . .	30 55, 0	73 26, 0	4 53 44
Cumberland-Sound (P. S.) . . . . .	31 6, 0	73 23, 0	4 53 32
I. Bermudas	Baixo do S. O. . . . .	31 10, 0	56 39, 0
	Porto Real (forte) . . . . .	31 11, 5	56 38, 0
	Tuckers-Town . . . . .	31 16, 5	56 30, 0

Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.		Longitude.	
			Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação da Costa dos Estados Unidos.</i>				
I. Bermuda	C. David . . . . .	51° 19',0 N.	56° 27',0 Occ.	3 <sup>h</sup> 45' 48"
	S. Jorge . . . . .	51 20,0	56 29,0	3 45 56
	P. N. E. I. d'Irland . . . . .	51 17,4	56 38,0	3 46 52
	Ilha Wolf (P. E.) . . . . .	51 19,0	73 16,0	4 53 4
	Sapello-Sound (P. N.) . . . . .	51 31,0	75 6,0	4 52 24
	Porto de S. Catharina (P. S.) . . . . .	51 37,0	72 58,0	4 51 52
	Wassaw-Sound (P. S. E.) . . . . .	51 55,0	72 39,0	4 50 56
	Savannah (farol) . . . . .	32 0,8	72 31,0	4 50 4 *
	Porto Real (entrada) . . . . .	32 18,0	72 19,0	4 49 16
	S. Helena (South-Eddisto) . . . . .	32 34,0	71 59,0	4 47 56
Charleston (farol) . . . . .	32 46,0	71 33,0	4 46 12	
Bulls (P. N. E.) I. . . . .	32 58,0	71 14,0	4 44 56	
Georgetown (entrada) . . . . .	33 17,0	70 49,0	4 43 16	
Brunswick . . . . .	34 4,0	70 3,0	4 40 12	
C. Fear . . . . .	33 50,0	70 1,0	4 40 4	
C. Lookout . . . . .	34 23,0	68 49,0	4 35 16	
Portsmouth . . . . .	34 54,0	68 27,0	4 33 48	
C. Hatteras . . . . .	35 8,0	68 1,0	4 32 4	
Albemarle-Sound (Roanoke) . . . . .	35 52,0	68 2,0	4 32 8	
C. Henry . . . . .	36 57,0	68 6,5	4 32 26 *	
Hampton . . . . .	37 6,0	68 33,0	4 34 12	
Gloucester . . . . .	37 26,0	68 56,0	4 34 24	
S. Maria . . . . .	38 18,0	68 39,0	4 34 56	
Annapolis . . . . .	39 1,0	68 40,0	4 34 40	
C. Charles . . . . .	37 13,0	67 56,0	4 31 44	
C. Hinlopen, ou James . . . . .	38 46,0	66 47,5	4 27 10 *	
Philadelphia . . . . .	39 56,9	66 51,0	4 27 24 *	
Sandy-Hook (farol) . . . . .	40 25,0	65 48,3	4 23 13 *	
New-York . . . . .	40 40,0	65 46,0	4 23 4 *	
I. Longa (P. Montuck) . . . . .	41 3,0	63 32,0	4 14 8	
New-Haven . . . . .	41 16,0	64 31,0	4 18 4	
New-London . . . . .	41 19,0	63 49,0	4 15 16	
Block (P. S. E.) I. . . . .	41 7,0	63 9,0	4 12 36	
Beavertail (P. farol) . . . . .	41 26,0	62 54,0	4 11 36	
Providencia . . . . .	41 50,7	62 55,0	4 11 40 *	
Bristol . . . . .	41 40,0	62 47,0	4 11 8	
Newport Rhode-Island . . . . .	41 29,0	62 50,0	4 11 20	
Ponta Seakonnet . . . . .	41 26,0	62 42,0	4 10 48	
Fair-Haven . . . . .	41 38,0	62 26,0	4 9 44	
Falmouth . . . . .	41 33,0	62 10,0	4 8 40	



Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.	Longitude.	
		Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação da Costa dos Estados Unidos.</i>			
C. Gay I. Vineyard . . . . .	41° 20', 0 N.	62° 23', 0 Occ.	4 <sup>h</sup> 9' 32"
Old-Town (Porto) <i>idem</i> . . . . .	41 23, 0	62. 2, 0	4 8 8
Nantucket (farol) I. . . . .	41 16, 0	61 39, 0	4 6 36
C. Malabar . . . . .	41 34, 0	61 32, 0	4 6 8
C. Codd . . . . .	42 3, 0	61 46, 0	4 7 4
Sandwich (Porto) . . . . .	41 45, 0	62 2, 0	4 8 8
Plymouth . . . . .	41 57, 0	62 13, 0	4 8 52
Ponta Gurnet (farol) . . . . .	41 59, 2	62 10, 0	4 8 40
Boston . . . . .	42 21, 2	62 34, 0	4 10 16 *
Marble-Head (forte) . . . . .	42 29, 4	62 20, 0	4 9 20
Cape-Ann Bay . . . . .	42 36, 0	62 9, 0	4 8 36
I. Thatchers (farol) . . . . .	42 37, 2	62 4, 0	4 8 16
Newbury . . . . .	42 48, 2	62 22, 0	4 9 28
Portsmouth <i>Piscataqua Harb</i>	43 4, 3	62 18, 2	4 9 13 *
C. Elisabeth . . . . .	43 33, 0	61 48, 0	4 7 12
Falmouth . . . . .	43 39, 5	61 47, 0	4 7 8
C. Smallpoint . . . . .	43 18, 0	61 21, 0	4 5 24
Rio Kenebec (Barra) . . . . .	43 22, 0	61 17, 0	4 5 8
<i>XXXVII. Costa d'Acadia, e Golfo de S. Lourenço.</i>			
John's Bay (P. Penmaquid) . . . . .	45 48, 0	60 54, 0	4 3 36
Manheigin (P. S. O.) I. . . . .	43 44, 0	60 41, 0	4 2 44
Ilha Metinick (P. S.) . . . . .	43 50, 0	60 30, 0	4 2 0
Ragged-Arse (P. S.) I. . . . .	43 48, 0	60 16, 0	4 1 4
Ilha Longa . . . . .	44 17, 1	60 19, 0	4 1 16 *
Ilha de Fox (Porto do S.) . . . . .	44 5, 0	60 17, 0	4 1 8
Ilha Alta (P. S. O.) . . . . .	43 58, 0	60 1, 0	4 0 4
Blue-Hill . . . . .	44 22, 0	59 56, 0	3 59 44
Porto Cranberry . . . . .	44 15, 0	59 38, 0	3 58 32
Gonldborough (entrada) . . . . .	44 22, 0	59 28, 0	3 57 52
Ilha Wass (P. S.) . . . . .	44 24, 0	59 10, 0	3 56 40
Bahia de Mechias (entrada) . . . . .	44 32, 0	58 58, 0	3 55 52
Grand Manan (P. S.) I. . . . .	44 42, 0	58 27, 0	3 53 48
Campo Bello (P. S. E.) I. . . . .	44 58, 0	58 29, 0	3 53 56
Beaver Harb (entrada) . . . . .	45 11, 0	58 17, 0	3 53 8
P. Laprean . . . . .	45 9, 0	58 0, 0	3 52 0
R. de S. João (P. Maspeck) . . . . .	45 18, 5	57 32, 2	3 50 9

Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.	Longitude.	
		Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação da Costa d'Acadia, e Golfo de S. Lourenço.</i>			
C. Enraged . . . . .	45° 56',0 N.	56° 12',2 Occ.	3 <sup>h</sup> 44' 49"
Forte Cumberland . . . . .	45 50,0	55 43,7	3 42 55
C. Chignecto . . . . .	45 23,0	56 24,7	3 45 39
C. Dore . . . . .	45 20,0	56 12,2	3 44 49
P. Economia . . . . .	45 21,3	55 19,2	3 41 17
Rio Windsor (F. Edward) . . . . .	45 0,2	55 36,7	4 42 27
C. Split . . . . .	45 22,5	55 55,0	3 43 40
Annapolis Royal . . . . .	44 45,5	57 21,7	3 49 27
Bryer (P. S. O.) I. . . . .	44 20,0	57 56,7	3 51 47
C. de S. Maria . . . . .	44 13,0	57 49,0	3 51 16
C. Fourchu . . . . .	43 51,5	57 45,7	3 51 3
Ilhas Tusket (a mais S. E.) . . . . .	43 38,3	57 39,1	3 50 36
Ilhas Seal (P. S. da mais S.) . . . . .	43 25,4	57 35,8	3 50 23
Mantaguash (P. Ann) . . . . .	43 38,5	57 23,7	3 49 35
C. Sable . . . . .	43 23,8	57 5,0	3 48 20 *
Brazil Baixo . . . . .	43 24,5	56 57,0	3 47 48
Porto Haldimand (P. Baccaro) . . . . .	43 30,1	56 59,7	3 47 59
Porto Amherst (C. Negro) . . . . .	43 33,2	56 52,7	3 47 51
C. Roseway <i>Porto Campbel</i> . . . . .	43 40,0	56 47,8	3 47 11
Porto Mills <i>I. Thomas</i> . . . . .	43 44,0	56 45,4	3 47 2
Porto Mansfield (P. Hebert) . . . . .	43 51,2	56 26,5	3 45 46
I. Matoon (P. S.) . . . . .	43 57,5	56 17,2	3 45 9
Ilha de Sable (P. E.) . . . . .	44 4,0	51 56,5	3 26 26
<i>Idem</i> Rest. P. O. . . . .	44 4,0	52 7,7	3 28 32
Liverpool (P. Bald) . . . . .	44 4,0	56 12,2	3 44 49
Porto Jackson (C. Almir.) . . . . .	44 10,5	56 4,2	3 44 17
C. Le Have . . . . .	44 18,0	55 48,2	3 43 13
Lunenburg I. <i>do Pr. de Galles</i> . . . . .	44 25,4	55 40,5	3 42 42
King's Bay <i>I. Heen</i> . . . . .	44 27,6	55 33,7	3 42 15
I. Holderness (P. S.) <i>B. Carlota</i> . . . . .	44 34,4	55 30,7	3 42 3
Leith (Baixo Cliff) . . . . .	44 33,0	55 20,2	3 41 21
C. Prospect . . . . .	44 30,5	55 15,0	3 41 0
Bristol Bay (C. Palliser) . . . . .	44 30,1	55 6,7	3 40 27
Sambro (farol) . . . . .	44 30,0	55 6,2	3 40 25
Halifax . . . . .	44 44,0	55 11,0	3 40 44 *
Porto Egmont (C. Jervis) . . . . .	44 42,0	54 39,0	3 38 36
Porto Kepel <i>I. Heron</i> . . . . .	44 44,0	54 16,5	3 37 6
Porto Saunders (P. Comptr.) . . . . .	44 45,6	54 12,8	3 36 51
Deane (C. Southampton) . . . . .	44 47,8	54 12,0	3 36 48
C. Spry . . . . .	44 48,3	54 8,2	3 36 33



Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.		Longitude.	
			Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação da Costa d'Acudia , e Golfo de S. Lourenço.</i>				
Porto Norte (C. Hyde) . . .	44° 50',6 N.	54° 1',7 Occ.	3 <sup>h</sup> 36' 7 <sup>o</sup>	
Ilhas Beaver (a mais S. E.) .	44 50,8	53 55,2	3 35 41	
Ilha White (P. E.) . . .	44 54,1	53 41,7	3 34 47	
Porto Stephens (C. Philip.) .	44 56,7	53 36,9	3 34 28	
Liscumb, ou Amelia (P. White)	44 58,0	53 33,9	3 34 16	
Barra de S. Maria (P. O.) .	45 2,0	53 28,2	3 33 53	
Sandwich-Bay (C. Mocodame)	45 5,3	53 15,7	3 33 3	
Torbay (C. Berry) . . .	45 11,2	52 53,9	3 31 36	
Wite-Haven (C. White) . . .	45 11,7	52 44,2	3 30 57	
Porto-Howe (P. Gell) . . .	45 13,5	52 40,1	3 30 40	
C. Canso . . . . .	45 18,2	52 32,0	3 30 8	
Porto Canso . . . . .	45 20,1	52 30,0	3 30 0 *	
Porto Crow <i>I. Roock</i> . . . .	45 20,8	52 50,5	3 31 22	
Milford-Haven (Hadley Beach)	45 22,1	53 2,2	3 32 9	
Estreito de Canso (Extr. S.)	45 32,0	52 51,2	3 31 25	
<i>Idem</i> Extremidade N. . . .	45 42,0	53 2,2	3 32 9	
Ilha Cabo Breton	I. de Richmond (Rochas d'Albion) . . . . .	45 28,2	52 36,2	3 30 25
	P. Mark <i>B. de S. Pedro</i>	45 37,2	52 29,0	3 29 56
	B. Gabbarrus (C. Portland)	45 49,0	51 39,0	3 26 36
	Louisbourg . . . . .	45 53,7	51 30,0	3 26 0 *
	I. Scateri (P. E.) . . . .	46 1,5	51 16,0	3 25 4
	Bahia Hespanhola . . . .	46 13,0	51 48,0	3 27 12
Porto Delphin . . . . .	46 21,0	52 9,0	3 28 36	
Ilha de S. João	B. de Niganiche (P. N.)	46 44,0	52 3,0	3 28 12
	C. Norte . . . . .	47 5,0	52 3,0	3 28 12
	I. de S. Paulo . . . . .	47 11,5	51 58,0	3 27 52
	Porto Hood (P. Ports- mouth) . . . . .	45 59,3	53 7,8	3 32 31
	C. Jorge, ou S. Luiz . . . .	45 53,5	53 30,0	3 34 0
	Friderick Bay <i>I. Arner</i> . .	45 50,0	54 40,0	3 38 40
R. Gaspereau . . . . .	45 59,0	55 35,0	3 42 20	
C. Tormentino . . . . .	46 3,8	55 20,0	3 41 20	
Shediack <i>I. Deane</i> . . . . .	46 16,2	55 55,0	3 43 40	
Bahia d'Egmont (C. idem)	46 23,0	55 22,0	3 41 28	
Bahia Hillsborough (for- te Amberst) . . . . .	46 11,0	54 32,3	3 38 9 *	
C. Bear . . . . .	46 3,0	54 0,0	3 36 0	
Cardigan-Bay (P. N.) . . .	46 13,0	55 56,0	3 35 44	
C. E. da Ilha . . . . .	46 30,0	53 23,0	3 33 32	

Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.	Longitude.		
		Em grãos.	Em tempo.	
<i>Continnação da Costa d'Acadia , e Golfo de S. Lourenço.</i>				
Ilhas Ma- gdal. de S. João	Bahia Bedford . . . . .	46° 26',0 N.	54° 25',0 Occ.	3 <sup>h</sup> 37' 40 <sup>m</sup>
	Prince Town . . . . .	46 34,0	55 5,0	3 40 20
	C. Norte . . . . .	47 7,0	55 22,0	3 41 28
	Entrada . . . . .	47 17,0	53 1,0	3 32 4 *
	Amherst (C. O.) . . . . .	47 19,0	53 25,0	3 33 40
	Brion (P. E.) . . . . .	47 52,0	52 27,0	3 29 48
	I. Bird , ou das Aves . . . . .	47 55,0	52 7,0	3 28 28
	P. Scovina B. Miranichi . . . . .	47 12,0	56 6,0	3 44 34
	Miscou I. Bahia Chaleur . . . . .	48 4,0	56 19,0	3 45 16
	I. Bouventura . . . . .	48 33,3	55 58,0	3 53 52
	B. Gaspee (P. S. da entr.) . . . . .	48 47,5	56 1,5	3 44 6
	C. Rosiers . . . . .	48 57,0	55 57,0	3 53 48
	C. Chat . . . . .	49 7,0	58 34,0	3 54 16
	Quebec . . . . .	46 47,5	62 45,0	4 11 0 *
	I. aux Coudres . . . . .	47 23,0	61 58,6	4 7 54 *
Bahia das Sete Ilhas (I. Gran- de P. S. O.) . . . . .	50 6,0	57 52,0	3 51 28	
I. Anticosti R. Bom Socorro . . . . .	49 26,0	55 13,3	3 40 53 *	
Idem P. S. E. . . . .	49 7,0	53 40,0	3 34 40	
Monte Joli . . . . .	50 6,0	53 33,0	3 34 12	
Mecatina Grande (P. S.) I. . . . .	50 44,0	50 32,0	3 22 8	
B. Eskimaux (entrada) . . . . .	51 22,0	49 16,0	3 17 4	
XXXVIII. <i>Costa da Terra Nova.</i>				
Bahia de S. João (P. Ferolle) . . . . .	51 2,0	48 41,0	3 14 44	
Ponta Rica . . . . .	50 40,2	48 58,0	3 15 52 *	
Ingornachoix . . . . .	50 37,3	48 50,5	3 15 22 *	
Boa Bahia (P. S.) . . . . .	49 52,0	49 54,0	3 18 16	
Bahia das Ilhas (P. S.) . . . . .	49 6,0	49 58,0	3 19 52	
C. de S. Jorge . . . . .	48 50,1	50 55,6	3 23 42 *	
C. Anguille . . . . .	47 55,0	50 57,3	3 23 49 *	
C. Ray . . . . .	47 37,0	50 48,0	3 23 12	
Bahia de la Poile (entrada) . . . . .	47 38,0	49 57,0	3 19 48	
Ilha Bargeo . . . . .	47 35,5	49 11,3	3 16 45 *	
Ranea (a mais O.) Ilhas . . . . .	47 30,0	49 0,0	3 16 0	
Ilhas Pengains (meio) . . . . .	47 22,0	48 35,0	3 14 20	
C. la Hune . . . . .	47 32,0	48 25,0	3 13 40	



Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.	Longitude.	
		Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação da Costa de Terra Nova.</i>			
Porto-Jervis (I. Grande)	47° 36',0 N.	47° 49',0 Occ.	3 <sup>h</sup> 11' 16"
Ilha Longa (no Porto)	47 36,0	47 40,0	3 10 40
Porto Breton (P. E.)	47 27,0	47 23,0	3 9 32
Ilha Brunet <i>Bah. da Forama</i>	47 16,0	47 29,0	3 9 56
Porto Fortuna	47 4,0	47 27,0	3 9 48
Mignelon Grande (C. N.) I.	47 8,0	47 55,0	3 11 40
I. de S. Pedro (Porto)	46 46,5	47 45,0	3 11 0 *
C. Chapeau Rouge	46 53,0	46 59,0	3 7 56
Porto Burin	47 3,0	46 44,0	3 6 56
Bahia Mortier (entrada)	47 9,0	46 38,0	3 6 32
Porto Placencia (no forte)	47 14,0	45 36,0	3 2 24
C. de S. Maria	46 52,0	45 46,0	3 3 4
Porto de S. Maria (P. N. E.)	46 58,0	45 9,0	3 0 36
C. Freels <i>Bah. Trepassey</i>	46 38,0	45 5,0	3 0 20
C. Raze	46 40,0	44 38,5	2 58 34 *
Porto Formoso (P. N.)	47 1,0	44 28,0	2 57 52
C. Ferryland	47 4,0	44 25,0	2 57 40
C. Bull, ou do Touro	47 20,0	44 19,0	2 57 16
C. Speard	47 31,4	44 12,8	2 56 51 *
S. João <i>Forte</i>	47 33,8	44 15,0	2 57 0 *
Torbay	47 43,0	44 16,0	2 57 4
C. de S. Francisco	47 52,0	44 23,0	2 57 32
Belleisle (Grande Beach)	47 40,0	44 38,0	2 58 32
Portugal-Cove	47 39,0	44 35,0	2 58 20
Santa Cruz	47 22,0	44 57,0	2 59 48
Salmon-Cove	47 27,0	45 1,0	3 0 4
B. Hespanhola	47 38,0	45 10,0	3 0 40
Carbonier	47 47,0	44 56,0	2 59 44
Bahia Green (C. E.)	47 57,0	44 28,0	2 57 52
Ilha-do-Bacalhao (P. N.)	48 15,0	44 24,0	2 57 36
Pam de Açucar <i>B. da Trindade</i>	48 0,0	44 58,0	2 59 52
Porto Dildo	47 55,0	45 14,0	3 0 56
I. Randam (C. S. E.)	48 10,0	45 5,0	3 0 20
Trindade	48 26,0	44 50,0	2 59 20
Porto Catalina (C. S.)	48 31,0	44 31,0	2 58 4
C. Boa Vista	48 50,0	44 33,0	2 58 12
C. Freels	49 31,0	44 55,0	2 59 40
I. de Funk	49 51,0	44 6,0	2 56 24
I. do Fogo (C. E.)	49 57,0	45 51,0	3 3 24
B. de N. Senhora (C. de S. João)	50 10,0	47 8,0	3 8 32

Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.		Longitude.	
			Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação da Costa de Terra Nova.</i>				
Bahia d'Orange (P. S.) . . . . .	50° 31',0 N.	47° 58',0 Occ.	3 <sup>h</sup> 14' 52"	
C. Canadá . . . . .	50 46,0	47 45,0	3 11 0	
Ilha Groais (P. S.) . . . . .	50 53,0	47 14,0	3 8 56	
Porto Croc . . . . .	51 3,3	47 25,0	3 9 40 *	
C. de S. Antonio . . . . .	51 20,0	47 9,0	3 8 36	
S. Lunaire <i>Bahia</i> . . . . .	51 29,0	47 5,0	3 8 20 *	
C. Bauld <i>I. Quirpon</i> . . . . .	51 39,0	47 2,8	3 8 11 *	
I. Grande du Sacre (P. N.) . . . . .	51 39,0	47 11,0	3 8 44	
C. Normand . . . . .	51 39,0	47 31,0	3 10 4	
Bahia de S. Barbara . . . . .	51 13,0	48 20,0	3 13 20	
<b>XXXIX. Costa de Lavrador, Greenlandia, e Islandia.</b>				
Porto de Lavrador . . . . .	51 28,0	48 48,0	3 15 12	
Red-Bay (entrada P. O.) . . . . .	51 44,0	48 2,0	3 12 8	
I. Castle (P. S.) <i>Bah. d'York</i> . . . . .	52 0,0	47 21,0	3 9 24	
Belleisle (P. N. E.) . . . . .	52 0,0	46 56,0	3 7 44	
Bahia de S. Pedro (P. O.) . . . . .	52 9,0	47 9,0	3 8 36	
C. Charles <i>Bahia de S. Luis</i> . . . . .	52 16,0	47 7,0	3 8 28	
C. de S. Miguel . . . . .	52 47,0	47 12,0	3 8 48	
I. Spotted (P. N.) <i>Rocky-Bay</i> . . . . .	53 31,0	47 9,0	3 8 36	
Ilha Wolf (P. N.) . . . . .	53 45,0	47 22,0	3 9 28	
Table-Bay (P. N.) . . . . .	53 45,0	47 59,0	3 11 56	
Bahia de Sandwich (C. Negro) . . . . .	53 49,0	48 29,0	3 13 56	
C. Webuck . . . . .	55 18,0	49 45,0	3 19 0	
I. Hillsborough (P. E.) <i>B. Nain</i> . . . . .	57 10,0	52 55,0	3 51 40	
C. Chidley . . . . .	60 8,0	56 15,0	3 45 0	
Ilha Button . . . . .	60 35,0	56 55,0	3 47 40 *	
C. Charles <i>I. Charles</i> . . . . .	62 46,5	65 50,0	4 23 20 *	
C. Diggs . . . . .	62 41,0	70 25,0	4 41 40 *	
Ilha Mansfeld (P. N.) . . . . .	62 38,0	72 8,0	4 48 32 *	
B. Mosquito (C. Smith) . . . . .	61 2,0	70 57,0	4 43 48	
East-Main-House . . . . .	52 14,0	70 30,0	4 42 0	
Moose (forte) . . . . .	51 15,0	72 25,0	4 49 40	
Albani (forte) . . . . .	52 13,0	73 25,0	4 55 40	
C. Henriqueta . . . . .	55 20,0	74 1,0	4 56 4	
York (forte) . . . . .	57 0,0	84 1,0	5 36 4	
C. Churchill . . . . .	58 57,0	84 37,0	5 38 28	
Forte do Principe de Galles . . . . .	58 47,5	85 42,5	5 42 50	



Nomes dos Lugares.	Latitude ou Alt. do Pólo.	Longitude.		
		Em grãos.	Em tempo.	
<i>Continuação da Costa de Lavrador, Greenlandia, e Islandia.</i>				
C. Southampton I. Barren . . . . .	62° 2',0 N.	77° 44',0 Occ.	5 <sup>h</sup> 10' 56 <sup>m</sup>	
C. Pembroke . . . . .	62 57,0	73 35,0	4 54 20 *	
C. Valsingham . . . . .	62 39,0	69 23,0	4 37 32	
Ilha Salisbury . . . . .	63 29,0	68 22,0	4 53 28 *	
Ilha Selvagem . . . . .	62 32,5	62 23,5	4 9 34 *	
Ilha Sadleback . . . . .	62 7,0	59 48,0	3 59 12 *	
C. da Resoluçãõ . . . . .	61 29,0	56 45,0	3 47 0 *	
G. Graças a Deos . . . . .	65 56,0	55 15,0	3 41 0	
I. Disco (P. S. E.) . . . . .	69 0,0	42 43,0	2 50 52	
C. Bedford I. James . . . . .	68 30,0	48 5,0	3 12 20	
Musketocove . . . . .	64 55,2	44 31,8	2 58 7 *	
Gothaab . . . . .	64 9,9	45 21,8	2 53 27 *	
C. Farewel . . . . .	59 38,0	34 17,0	2 17 8 *	
C. Herlolis . . . . .	64 15,0	24 45,0	1 39 0	
Islandia {	Patriford . . . . .	15 34,9	1 2 20 *	
	Lambhuus (Observ.) . . . . .	13 30,5	0 54 2 *	
	Bessested . . . . .	64 6,1	13 29,8	0 53 59 *
	Ilha de Portland . . . . .	63 22,0	10 29,0	0 41 56 *
	Hola . . . . .	65 44,0	11 19,0	0 45 16 *
C. Norte . . . . .	66 40,0	14 15,0	0 57 0	
I. de Joaõ Maine (P. S.) . . . . .	71 0,0	1 30,0	0 6 0	
 <i>XL. Costa do Mar Glacial.</i> 				
I. Chery, ou Bear . . . . .	74 36,0	27 41,0 Or.	1 50 44	
Spitsberg (C. S.) . . . . .	76 42,0	23 42,0	1 34 48	
Idem I. dos Estados (P. S.) . . . . .	77 24,0	28 45,0	1 55 0	
Idem P. Hakluyts . . . . .	80 0,0	19 11,0	1 16 44	
R. do Cobre visto por Hearn . . . . .	68 52,0	101 50,0 Occ.	6 47 20	
R. Mackenzie (Barra) . . . . .	69 15,0	123 55,0	8 15 40	
C. Glacial Amer. Sept. . . . .	70 29,0	153 17,5	10 13 10 *	
C. Lisburn idem . . . . .	68 58,0	157 27,0	10 29 48	
C. Nordeste d'Asia . . . . .	68 56,0	170 46,5	11 23 6 *	
C. Shagatskoi . . . . .	71 48,0	178 35,0	11 54 20	
Kowima (a Baixa) . . . . .	68 18,0	171 43,0 Or.	11 26 52 *	
Utoroi (P. N.) I. . . . .	74 10,0	150 55,0	10 3 39	
Olenk . . . . .	72 43,0	128 25,0	8 33 40	

Nomes dos Lugares.	Latitude	Longitude.	
	ou Alt. do Pólo.	Em grãos.	Em tempo.
<i>Continuação da Costa do Mar Glacial.</i>			
Pestchnoe . . . . .	75° 0',0 N.	118° 7',0 Or.	7 <sup>h</sup> 52' 28 <sup>o</sup>
C. N. de Samogedi . . . . .	77 55,0	108 49,0	7 15 16
Powa . . . . .	75 58,0	96 57,0	6 26 28
Ubino . . . . .	73 19,0	90 40,0	6 2 40
Sariscoe . . . . .	71 10,0	94 43,0	6 18 52
C. Matzol . . . . .	73 42,0	85 3,0	5 40 12
Nova Zembla (P. N. E.) I. . . . .	76 30,0	78 45,0	5 15 0
Ilha Waigats (P. N.) . . . . .	69 18,0	66 50,0	4 27 20
Archangel . . . . .	64 33,6	47 24,3	3 9 37 *
Kemi . . . . .	64 20,0	45 23,0	2 53 32
Umba . . . . .	66 44,5	42 37,8	2 50 31 *
C. Czymots . . . . .	68 55,0	49 45,0	3 19 0
Kola . . . . .	68 52,5	41 25,5	2 45 42 *



EXPLICAÇÃO  
DAS  
EPHEMERIDES.

---

1. Estas Ephemerides são calculadas para o tempo medio do Observatorio Real da Universidade de Coimbra, contado astronomicamente, isto he, de meio-dia a meio-dia, levando as 24 horas seguidas, sem distincão de horas da manhã, e de horas da tarde. E daqui vem, que do meio-dia até à meia-noite concorda a conta do tempo astronomico com a do civil; mas da meia-noite até o meio-dia ás horas da manhã do tempo civil ajuntão-se 12. horas, e referem-se ao dia astronomico antecedente; e reciprocamente, das horas do tempo astronomico tiraõ-se 12., e o resto são horas da manhã do dia civil seguinte. Assim, por exemplo, 3 de Janeiro 4 hor. do tempo astronomico he o mesmo dia 3 de Janeiro 4 hor. da tarde do tempo civil; mas 3 de Janeiro 18 hor. he 4 de Janeiro 6 horas da manhã etc.

2. De qualquer modo que se conte, he o tempo verdadeiro quando se conforma com o movimento apparente do Sol, sendo meio-dia no instante em que o centro delle passa pelo meridiano. Mas como estas revoluções diurnas não são iguais, foi necessario introduzir o tempo medio e uniforme, para sobre elle se fundarem os calculos astronomicos. Não concorda por tanto o meio-dia verdadeiro com o medio, senão quatro vezes no anno, e em todo o mais tempo começa o dia medio antes, ou depois do verdadeiro. Nas Ephemerides até agora publicadas tem-se feito a reduccão necessaria de todos os calculos para corresponderem ao tempo verdadeiro, por ser mais usual, e se haver immediatamente pelas observações. Nestas porém tudo vai correspondente ao tempo medio, pelo qual se regulão as pendulas nos Observatorios fixos, e se deverião regular todos os relógios do uso civil, sendo mui facil de acertar por meio das observações, como adiante se mostrará.

3. He tambem de advertir, que o tempo medio não pode referir-se ao ponto do Equinocio apparente, que retrocede com desigualdade, ainda que pequena, mas deve referir-se ao Equinocio medio. E por isso todos os lugares dos astros calculados nestas Ephemerides são contados desde o mesmo Equinocio medio, e quando for necessario, podem reduzir-se ao apparente por meio da Equação respectiva, de que adiante se tratará. Em

muitos outros artigos seguimos hum plano differente do que até agora se tem adoptado nas outras Ephemerides, como se verá na exposição de cada hum delles.

*Pagina I de cada mez.*

4. Nesta pagina se achará para cada dia ao meio-dia medio a Longitude, Ascensão Recta, e Declinação do Sol, com a Equação do tempo; e no fundo della, de seis em seis dias, os seus movimentos horarios, semi-dia metro, tempo da passagem delle pelo meridiano, parallaxe horizontal, e logarithmo da sua distancia, tomada a media como unidade: tudo calculado pelas Taboas de Lambre publicadas na terceira edição da Astronomia de Lalande. E nas Longitudes, deixada a antiga denominação dos Signos, contaõ-se os grãos seguidamente até 360, como sempre se costumou nas Ascensões Rectas; e em vez de segundos, tomaõ-se as centesimas de minuto, que representaõ mais exactamente os resultados do calculo, e facilitaõ muito as operações das partes proporcionais, que frequentissimamente se devem fazer.

5. Quer-se, por exemplo, saber a Longitude do Sol no primeiro de Janeiro (1804) ás 13<sup>h</sup> 5' 42". Reduzaõ-se primeiramente os minutos e segundos a partes decimais da hora: advertindo, que a sexta parte dos segundos os converte em decimais de minuto, e a sexta parte dos minutos com esse appendice converte tudo em decimais de hora; e reciprocamente, que o sextuplo das partes decimais da hora converte em minutos o que corresponde á casa das decimas, e o sextuplo da dizima que ficar aos minutos converte em segundos o que corresponder á casa das decimas. Assim 5' 42" he o mesmo que 5', 7, e 5', 7 o mesmo que 0<sup>h</sup>, 095. Multiplicando entãõ o tempo reduzido 13<sup>h</sup>, 095 pelo movimento horario em Longitude 2', 548, e ajuntando o producto 33', 366 á Longitude do meio-dia 279° 58', 34 será a Longitude procurada 280° 31', 706.

6. Reciprocamente: Se houvessemos de procurar a que tempo no primeiro de Janeiro (1804) teve o Sol a Longitude 280° 31', 706, deveriamos tomar a differença entre ella e a do meio-dia antecedente 33', 366, e dividilla pelo movimento horario 2', 548, e o quociente 13<sup>h</sup> 095 ou 13<sup>h</sup> 5' 42" daria o tempo procurado. Mas por meio da Tab. I. auxiliar (Vol. I.) pode achar-se mais facilmente o mesmo por huma multiplicação, desta maneira. Com o movimento horario 2', 548 multiplicado por 10, isto he, com 25', 48 se acha na dita Tab. pag. 123. o factor correspondente 2, 55479 ou mais simplesmente 2, 5548, o qual tambem se multiplica por 10, e fica 25, 548 para ser por elle multiplicada a differença 33', 366, e o producto dá em minutos o tempo procurado 785', 7 que se reduz a 13<sup>h</sup> 5' 42".

7. Em vez da dita Tab. I. do Vol. I. damos no fim deste huma mais abbreviada, e mais cômoda, a qual se ajuntará a todos os Volames seguintes. Nella se acharãõ os factores correspondentes aos numeros *A* de 25', 4 até 43', 1 com as suas differenças; e com cada huma destas na ultima parte da Taboa se achará a parte proporcional ás centesimas de minuto, e bem assim ás millesimas, decimas nulesimas etc. cortando huma, duas, etc. letras



para a direita no numero achado. Por exemplo: Querendo o factor correspondente a  $28^{\circ}$ ,  $357$  achamos  $2,1201$  para  $28^{\circ}$ ,  $5$  com a differença  $74$ , e com esta para os algarismos seguintes  $57$  as partes proporcionais  $37 \dots 5, 2$  cuja soma  $42$  tirada de  $2,1201$  dá o factor procurado  $2,1159$ . E se o numero  $A$  for menor que  $25^{\circ}$ ,  $4$  ou maior que  $45^{\circ}$ ,  $1$  entra-se na Tab. com o seu dobro, triplo, etc. ou com ametade, terço, etc. e do factor achado toma-se semelhantemente, o dobro, triplo, etc. ou ametade, terço, etc.

8. Estas multiplicações de numeros que envolvem partes decimaes, fazem-se mais abbreviadamente, escrevendo o multiplicador debaixo do multiplicando inversamente da direita para a esquerda, e ficando a casa das unidades delle debaixo da casa decimal do multiplicando immediatamente seguinte á que se quer exacta no producto. Então cada algarismo do multiplicador começa a multiplicar-se pelo do multiplicando que está em cima delle, tendo sempre attenção ao que lhe viria da multiplicação pelo algarismo que lhe fica á direita, e esse augmentado de huma unidade se o seguinte for maior que  $5$ ; e todos estes productos parciais se assentão de sorte que os primeiros algarismos delles á direita fiquem na mesma columna. Deste modo as duas multiplicações antecedentes de  $13^{\circ}$ ,  $095$  por  $2^{\circ}$ ,  $548$ , e de  $33^{\circ}$ ,  $366$  por  $23$ ,  $548$ , querendo as centesimas exactas, e ainda as millesimas quasi exactas, se practicaõ da maneira seguinte

13,09 5	33,36 60
8 45.2	8 45.32
26 19 0	66 73 20
6 54 7	10 00 98
52 4	1 66 83
10 5	13 35
33,36 6	2 67
	785,7 03

9. Do mesmo modo se tomaõ as partes proporcionais pelo que respeita á Ascensão Recta, e á Declinação, a qual sendo austral he marca da com o sinal  $-$ , e sendo boreal com o sinal  $+$ , assim como as de todos os outros Planetas: advertindo porém, que a parte proporcional della ajunta-se á Declinação antecedente quando ellas vão crescendo, e tira-se quando vão diminuindo, quer sejaõ boreais, quer austrais. Mas na passagem de huma denominação para a outra, se a parte proporcional for maior que a Declinação antecedente, então tira-se esta daquella, e o resto he a Declinação procurada, e com a denominação seguinte.

10. Por exemplo: Em 20 de Março (1804) ao meio-dia he a Declinação  $0^{\circ}$   $6'$ ,  $72$  austral, a qual vai diminuindo, e o movimento horario he  $0'$ ,  $987$ . Se a quizermos para as  $4^{\circ}$ , será a parte proporcional  $3'$ ,  $95$  e diminuida da Declinação antecedente dará a Declinação procurada  $0^{\circ}$   $2'$ ,  $77$  ainda austral. Mas se a quizermos saber para as  $14^{\circ}$ , acharemos a parte proporcional  $15'$ ,  $82$  maior do que a Declinação antecedente  $0^{\circ}$   $6'$ ,  $72$ , e tirando esta daquella o resto  $0^{\circ}$   $7'$ ,  $10$  será a Declinação procurada, e ja boreal.

11. Para quem se achar em qualquer outro meridiano, e a qualquer hora delle quizer saber a Longitude do Sol etc., he necessario que saiba a

hora que então he em Coimbra, e para essa fará o calculo na fórma sobre-dita. A hora de Coimbra se saberá pela differença da Longitude Geographica dos dous meridianos contada seguidamente para Oriente ou para Occidente conforme a parte por onde se chegou ao dito meridiano, e incluindo na conta  $360^\circ$  se na viagem progressiva se tornou a passar pelo de Coimbra. Essa differença convertida em tempo se tira ou ajunta á hora do lugar, conforme se tiver ido pela parte Oriental, ou pela Occidental; e o resto, ou soma será o dia e hora de Coimbra nesse instante.

12. Se hum navegante, por exemplo, se achar por  $23^\circ 45'$  para Oriente de Coimbra, tendo navegado para Oriente, e tornado a passar pelo mesmo meridiano de Coimbra, e se pela sua conta se achar a 10 de Janeiro ás 10 horas e 20', será a sua differença de Longitude para Oriente  $383^\circ 45'$ , e em tempo  $25^h 35'$ , a qual subtrahida do tempo por elle contado no dito lugar dará 9 de Janeiro  $8^h 45'$  tempo de Coimbra no mesmo instante. Porém se chegasse ao mesmo meridiano de  $23^\circ 45'$  para Oriente de Coimbra, tendo navegado pela parte Occidental, e pela sua conta estivesse tambem a 10 de Janeiro ás 10 horas e 20', então a differença de Longitude deveria ser contada pela mesma parte Occidental, e seria  $336^\circ 15'$ , ou  $22^h 25'$  em tempo, a qual junta ao tempo do lugar 10 de Janeiro  $10^h 20'$  daria o tempo correspondente no meridiano de Coimbra 11 de Janeiro  $8^h 45'$ .

13. E da qui se entenderá, que a respeito dos Lugares fixos da Terra não se deve attender á sua situação no Hemispherio Oriental ou Occidental, segundo as differenças das Longitudes contadas até  $180^\circ$  para huma e outra parte, mas ao ruão por onde nos cõmmunicamos com os ditos Lugares. Na nova Zelanda, por exemplo, o Cabo do Norte fica  $179^\circ$  para Occidente de Coimbra, e o Cabo do Sul  $175^\circ 33'$  para Oriente. Sendo porém a nossa cõmunicacão para aquelles pontos do Globo pela parte Oriental, a Longitude do Cabo do Norte não deve tomar-se de  $179^\circ$  para Occidente, mas de  $181^\circ$  para Oriente: E pelo contrario, se o caminho fosse pela banda do Occidente, a Longitude do Cabo do Sul não deveria tomar-se de  $175^\circ 33'$  para Oriente, mas de  $184^\circ 27'$  para Occidente.

14. A Equacão do tempo leva o sinal — quando he subtractiva do tempo medio para ter o verdadeiro, e o sinal + quando he additiva; e o contrario será quando pelo tempo verdadeiro se quizer saber o medio. Mas então, como se acha a Equacão com o mesmo tempo verdadeiro, quando devia ser com o medio ainda ignorado, não póde tomar-se como exacta senão quando ella he muito pequena, ou muito pequena a sua variação em 24 horas. Com ella porém se achará muito approximadamente o tempo medio, e com este a Equacão exacta, de que se ha de usar. Assim, por exemplo, a 20 de Janeiro (1894) ás  $9^h$  do tempo medio se acha a Equacão —  $11' 19'' 44$ , e por consequente o tempo verdadeiro nesse instante  $8^h 48' 40'' 56$ . Mas se com este quizermos saber o medio correspondente, com elle acharemos a Equacão approximada —  $11' 19'' 30$ , a qual sendo-lhe applicada com o sinal contrario dá o tempo medio  $8^h 59' 59'' 86$  proximanente; e com este se achará a Equacão exacta —  $11' 19'' 44$ , que applicada do mesmo modo dará o tempo medio justamente  $9^h$ . Nos cases, em que as Differenças da Equacão varião mais consideravelmente convem para maior exactidão que se attenda ás segundas Differenças. E assim no caso do exemplo em vez de —  $11' 19'' 44$  achariamos mais exactamente —  $11' 19'' 53$ .



## Pagina II.

15. Na pagina segunda de cada mez se acha a Ascensãõ Recta do meridiano para cada dia ao meio-dia medio, isto he, o ponto do Equador, que nesse instante passa pelo meridiano, contado do Equinocio medio em tempo, e em grãos. E no fundo della se achão as partes proporcionais da dita Ascensãõ Recta em tempo, as quais servirão tambem para a Ascensãõ Recta em grãos, mudando-se nellas os minutos em grãos, os segundos em minutos, e tomando de tudo a quarta parte.

16. Para saber pois a Ascensãõ Recta do meridiano ao meio-dia medio de qualquer outro lugar, buscar-se-ha a parte proporcional correspondente á differença de Longitude em tempo: a qual será additiva á Ascensãõ Recta de Coimbra, se o lugar ficar para Occidente; e subtractiva, se ficar para Oriente, na fórma acima declarada (n. 13.). Em Macão, por exemplo, que fica  $122^{\circ}$  para Oriente de Coimbra, e  $8^{\text{h}} 8'$  em tempo, acharmos que a  $8^{\text{h}}$  compete a parte proporcional  $1' 18'', 85$ , e porque a de  $10'$ , he  $1'', 64$  e consequentemente  $0'', 164$  a de  $1'$ , para  $8'$  teremos  $1'', 31$ . Donde será a parte proporcional correspondente a Macão  $1' 20'', 16$ , a qual sendo subtrahida da Ascensãõ Recta de Coimbra em tempo para qualquer dia, ficará a que compete ao meridiano de Macão nesse mesmo dia ao meio-dia medio. E mudando essa parte proporcional  $1' 20'', 16$  em  $1^{\circ} 20', 16$ , a quarta parte  $20', 04$  será o que deve constantemente subtrahir-se da Ascensãõ Recta de Coimbra em grãos, para ter a daquelle Lugar.

17. Sabendo por tanto a Ascensãõ Recta do meridiano ao meio-dia medio em Coimbra immediatamente pela Ephemeride, e em qualquer outro Lugar por meio da reduccãõ antecedente, facilmente se achará a que corresponde a qualquer outro tempo desse dia, ajuntando-lhe o mesmo tempo com a parte proporcional, que lhe corresponder. Assim, por exemplo, no primeiro de Janeiro (1804) sendo em Coimbra a Ascensãõ Recta do meridiano  $18^{\text{h}} 39' 50'', 40'$  ao meio-dia medio, ás  $14^{\text{h}} 40' 12''$  será  $18^{\text{h}} 39' 50'', 40' + 14^{\text{h}} 40' 12'' + 2' 17'', 99 + 6'', 57 + 0'', 03 = 9^{\text{h}} 22' 26'', 99$ , e em grãos  $140^{\circ} 56', 75$ .

18. Na Questãõ inversa, quando se procura o tempo correspondente a huma Ascensãõ Recta dada, della aumentada de  $24^{\text{h}}$ , se for necessario, se tira a do meio-dia antecedente, e o resto he proximoamente o tempo procurado, e maior do que convem. Delle se tira a parte proporcional competente ás horas, do resto a que lhe compete aos minutos, e desse resto a que lhe competir aos segundos, e teremos por ultimo resto o tempo procurado. Assim, no mesmo exemplo antecedente, querendo saber o tempo em que a Ascensãõ Recta do meridiano ha de ser  $9^{\text{h}} 22' 26'', 99$ , della (aumentada neste caso de  $24^{\text{h}}$ ) tiraremos a do meio-dia antecedente  $18^{\text{h}} 39' 50'', 40'$ , e teremos o resto  $14^{\text{h}} 42' 36'', 59$ , do qual tirando  $2' 17'', 99$  parte proporcional ás  $14^{\text{h}}$  fica o resto  $14^{\text{h}} 40' 18'', 60$ , e deste tirando mais  $6'', 57$  parte proporcional aos  $40'$  fica o resto  $14^{\text{h}} 40' 12'', 03$ , do qual em fim tirando  $0'', 03$  parte proporcional aos  $12''$  fica o tempo procurado  $14^{\text{h}} 40' 12'', 00$ .

19. Como a passagem de huma estrella pelo meridiano he quando a Ascensãõ Recta della coincide com a do mesmo meridiano, o tempo dessa

passagem se calculará bustando o tempo, em que a Ascensão Recta do meridiano ha de ser igual a da estrella. E assim no primeiro de Janeiro a estrella que tivesse  $9^{\text{h}} 22' 26''$ ,  $99$  de Ascensão Recta passaria pelo meridiano ás  $14^{\text{h}} 40' 12''$ , conformemente ao que se achou pelo calculo antecedente: advertindo sempre, que quando se quizer grande exactidão deve a Ascensão Recta da estrella corrigir-se do effeito da aberração, não porém da nutação, porque deve ser contada do Equinocio medio, assim como se conta a do meridiano.

20. A passagem dos Planetas he da mesma maneira quando a sua Ascensão Recta se ajusta com a do meridiano; mas como a delles varia de meio-dia a meio-dia, he necessario que se attenda á variaçãõ correspondente ao mesmo tempo que se procura. Da Ascensão Recta do Planeta em tempo ao meio-dia tira-se a do meridiano, e procedendo do modo sobredito se acha proxivamente o tempo da passagem, ao qual se ajuntará a parte proporcional da variaçãõ horaria em tempo, que lhe corresponde, e se tirará quando o Planeta for retrogrado.

21. Querendo, por exemplo, saber o tempo medio da passagem do Sol pelo meridiano em 20 de Janeiro (1804), da Ascensão Recta delle ao meio-dia medio  $301^{\circ} 29', 45$  reduzida a tempo  $20^{\text{h}} 5' 57', 80$  tira-se a do meridiano  $19^{\text{h}} 54' 45'', 00$ , e do resto  $0^{\text{h}} 11' 12'', 80$  tira-se a parte proporcional da Ascensão Recta do meridiano que lhe corresponde  $1', 84$ , e fica  $0^{\text{h}} 11' 10'', 96$ , que seria o tempo da passagem, se o Sol entre tanto não mudasse de Ascensão Recta. Como porém tem a variaçãõ de  $2', 652$  em tempo de  $10'', 61$  por hora, a parte proporcional que dahi resulta he  $1'', 98$ , que ajuntando-se ao tempo achado dá exactamente o da passagem a  $0^{\text{h}} 11' 12'', 94$ .

22. No exemplo antecedente calculamos a passagem do Sol pelo methodo cõmun a todos os Planetas, exceptuando a Lua que requer outra consideração em razão da variaçãõ dos movimentos horarios, de que adiante se tratará. Mas a passagem do Sol mais abbreviadamente se achará applicando ao meio-dia medio com o sinal contrario a Equação do tempo, e essa correctãõ com a parte que lhe competir da sua variaçãõ em 24 horas, que vem a ser o mesmo que achar o tempo medio ao meio-dia verdadeiro (n. 14.). Assim, no mesmo exemplo, a Equação do tempo ao meio-dia medio he  $- 11' 12'', 8$ , e a parte proporcional, que lhe compete a razão de  $17'', 7$  por 24 horas, he  $0'', 14$ , e consequentemente o tempo da passagem  $0^{\text{h}} 11' 12'', 94$ .

23. Para se ajustar por tanto huma pendula ao tempo medio, he necessario que observado o meio-dia verdadeiro ou por alturas correspondentes, ou pelo Instrumento das passagens, ou pela meridiana fixa, mostre o que nesse dia compete ao instante do dito meio-dia. E se o não mostrar justamente, nota-se a differença; e essa comparada com a do dia seguinte mostrará qual haveria de ser em qualquer instante intermedio, e consequentemente o tempo medio de huma observação, que entãõ se fizesse.

24. Pelo que respeita porém a pendula regulada pelo tempo sidereal, he sabido que deve mostrar  $0^{\text{h}}$  no instante da passagem do Equinocio medio pelo meridiano. E isso terá lugar sempre que ella mostrar constantemente a Ascensão Recta de qualquer estrella bem conhecida na sua passagem pelo meridiano, e em cada dia a Ascensão Recta do Sol, ou a do meridia-



no correspondente ao instante do meio-dia verdadeiro. E havendo alguma differença compara-se com a da passagem seguinte ou da estrella, ou do Sol, e se conhecerá a differença correspondente a qualquer instante do intervallo, e consequentemente o tempo sideral; ou a Ascensão Recta de qualquer astro que então passasse pelo meridiano. E do mesmo modo notadas as differenças em dois meios-dias consecutivos a respeito do tempo medio que lhes correspondia, ou do  $0^h$  do tempo verdadeiro, será conhecido qualquer destes para o instante intermedio, em que se tenha feito qualquer observação; e marcado o tempo della pela dita pendula.

25. O tempo da passagem de hum astro por qualquer circulo horario, assim como o da passagem pelo meridiano, reduz-se tambem a achar-se o tempo medio correspondente a huma Ascensão Recta do meridiano conhecida, só com a differença de não ser essa simplesmente a do astro, mas a do astro aumentada ou diminuida do angulo horario, conforme ficar este para Occidente ou para Oriente do meridiano, e tendo tambem attenção á variação da Ascensão Recta pelo que respeita aos Planetas (n. 20.).

26. Por exemplo: Tendo no primeiro de Janeiro observado para Occidente a altura de Sirio, e por ella juntamente com a sua Declinação, e com a Latitude do Lugar, achado o angulo horario  $62^{\circ} 47' 5''$ , reduzilla-hemos a tempo a razão de  $15^{\circ}$  por hora, e dará  $4^h 11' 10''$ , o qual junto á Ascensão Recta da estrella em tempo  $6^h 36' 32''$  dará a Ascensão Recta do meridiano no instante da observação  $10^h 47' 42''$ . E se esse meridiano do Lugar da observação estiver para Occidente de Coimbra  $23^{\circ} 22'$ , ou  $1^h 33' 28''$  será a Ascensão Recta delle ao meio-dia medio  $18^h 40' 5''$ , 76 (n. 16.), a qual sendo tirada da que se achou para o instante da observação, fica o resto  $16^h 7' 36''$ , 24 do qual tirando successivamente as partes proporcionais ás horas, minutos, e segundos (n. 18.) acharemos o tempo medio procurado  $16^h 4' 57''$ , 29. Este methodo he mais simples do que o vulgarmente usado por meio da passagem da estrella pelo meridiano, porque só essa requer hum calculo tal como o antecedente, e depois o angulo horario não se hade reduzir a tempo a razão de  $15^{\circ}$  por hora, mas de  $15^{\circ}$  por  $0^h 59'$ , 856, que he redução mais trabalhosa.

27. Em quanto ao Sol: O seu angulo horario em tempo, a razão de  $15^{\circ}$  por hora, sendo para Occidente, dá immediatamente o tempo verdadeiro no Lugar da observação; e sendo para Oriente, tira-se de  $24^h$ , e o resto he o tempo contado astronomicamente desde o meio-dia antecedente. Com elle, e com a differença dos meridianos se saberá o que então se contava no meridiano de Coimbra, e consequentemente a Equação para se reduzir ao medio (n. 11. 14.).

28. Da mesma maneira se achará o tempo do Nascimento e Occaso dos astros, tendo advertido que nesse caso não he necessaria observação para saber o angulo horario, porque he o mesmo que o seu arco semidiurno, unicamente dependente da Declinação dos mesmos astros, e da Latitude do Lugar. O arco semidiurno se achará pela Taboa das differenças ascensionais (Vol. II. pag. 134, e 197).

29. Na mesma pagina segunda se aponta os phenomenos, e as observações mais importantes de cada mez. Tais são as conjunções da  $\odot$  e dos Planetas com as estrellas, e de hums com os outros. E estas conjunções se entenderão sempre em Ascensão Recta, porque essas, assim como as dif-

ferenças de Declinação, são as que immediatamente se observão. Primeiramente se poem o tempo da  $\odot$ , depois o sinal do astro que relativamente se move a respeito do outro que se lhe poem adiante, e por fim a differença verdadeira das Declinações no instante da mesma  $\odot$ , marcada com o sinal + quando o primeiro astro passa ao Norte, e com — quando ao Sul do segundo. Assim em 8 de Janeiro (1804)  $7^h 12^m 2$  do tempo medio de Coimbra  $\odot \pi \text{ III} + 26'$ , i quer dizer, que nesse tempo se achará a Lua em conjunção de Ascensão Recta com a estrella  $\pi$  de Scorpio, e  $26', 1$  para o Norte della, sem attender aos effeitos opticos da parallaxe.

50. E vão notadas todas as que em rasoão dos ditos effeitos da parallaxe podem ser eclipticas em alguma parte da Terra, de cujo calculo se tratou no Vol. I. pag. 230. Mas as que haõ de ter lugar em Coimbra, e com pouca differença em todo o Reino de Portugal, vão já calculadas, apontando-se os tempos da Imersão e da Emersão, e marcando-se os pontos da circumferencia da Lua por onde ha de entrar e sair a estrella contados em grãos desde o ponto mais alto da Lua para Oriente quando tiverem o sinal +, e para Occidente quando tiverem —. Alem disso se marca tambem a differença das Declinações apparentes nesses mesmos pontos com o sinal + entrando ou sahindo a estrella para o Norte do centro da Lua, e — para o Sul. Por qualquer destes meios, ou por ambos, se fará juizo do ponto da Lua onde se deve esperar a sahida da estrella, porque sem isso só por acaso se pode fazer bem a observação. Quem usar de hum telescopio montado parallaticamente, e bem verificado, não carece dos ditos meios, porque pondo a estrella na entrada perto do fio parallelo ao Equador na mesma proximidade delle observará a sahida, visto que ella não muda de Declinação. Nos eclipses do Sol o principio he o que não pode ser bem observado sem se saber o ponto da circumferencia delle onde se hade esperar o contacto, e a primeira impressão sensivel da interposição optica do disco da Lua; e esse sómente pode conhecer-se pelo primeiro dos meio sobreditos, o qual sempre se notará nos eclipses visiveis em Coimbra. E marcaremos tambem com o sinal ? todos os eclipses, cujo annuncio não podemos aiançar por dependerem de huma pequena quantidade que póde não ter lugar, sendo dentro dos limites a que se extendem os erros das Taboas.

31. As observações dos eclipses do Sol, e das estrellas, são da maior importancia, tanto para rectificar as Taboas da Lua, como para determinar a Longitude Geographica dos Lugares onde ellas se fizerem. E por isso he muito de recomendar aos nossos navegantes, que aproveitem todas as occasiões de as fazerem nas ilhas, portos, enseadas, e quaisquer outros pontos do Globo, onde abordarem: para o que não precisaõ mais do que de hum hum Oculo achromatico de tres pés, porque elles costumão levar os Instrumentos necessarios para a determinação do tempo, na qual deve procurar-se a maior exactidão possivel. Estas observações carecem de huma reduccão, de que se tratou no primeiro Volume pag. 236. a qual pode ser feita a todo o tempo, e aqui faremos com muito gosto a de todas as que nos forem remetidas, com as quais iremos acertando as posições dos Lugares na Taboa Cosmographica, que publicamos neste Volume, e continuaremos a publicar nos seguintes.

32. Os eclipses da Lua não carecem da sobredita reduccão; mas a dif-



ferença dos tempos, em que se observou a mesma phase, dá immediatamente a differença dos meridianos. São porém menos exactas as determinações fundadas nestas observações, por causa da gradação successiva da penumbra, que não deixa bem distinguir o termo justo da sombra, donde vem que no mesmo Lugar diferentes Observadores julgaõ o principio, e fim destes eclipses em tempos differentes até 4 minutos, principalmente usando de telescopios de differente alcance. Não devem com tudo desprezar-se estas observações, e muito mais porque em cada eclipse se podem fazer muitas, notando os tempos, em que entraõ, e sahem da sombra as manchas, e pontos notaveis da Lua, cuja figura se achará no fim do primeiro Volume. A entrada de cada mancha comparada com a observada em outro Lugar dá a differença dos meridianos por essa observação, e o meio arithmetico de todas dá o resultado geral das entradas, ou imersões; e achando do mesmo modo o das emersões, o meio arithmetico delles dará a differença dos meridianos muito proxivamente. Com exactidão porém a daria, se cada hum dos Observadores fosse constante no grão de escuridade, que começou a tomar por termo da sombra, porque entãõ quanto hum julgasse a imersão antes que o outro, tanto julgaria a emersão depois, e os meios arithmeticos de ambos os Observadores coincidiriaõ no mesmo instante physico.

*Pagina III.*

33. Os calculos dos Planetas, que se contém nesta pagina, foraõ feitos pelas Taboas publicadas na terceira edição da Astronomia de Lalande, exceptuando os do Marte, para os quais nos servimos das Taboas que se acháraõ no fim do primeiro Volume. E para não ficar baldada para o publico a exactidão, com que se fizeraõ, todos os Lugares calculados não se daõ sómente em minutos, mas ajuntaõ-se as decimas de minuto, de maneira que nunca levaõ a respeito do que deu o calculo differença maior que a de  $0^{\circ}, 05$ , ou de  $5''$ , e assim podem servir para todos os casos, em que for necessaria huma tal exactidão.

34. Os Lugares de Mercurio, cujo movimento he mais rapido, e menos uniforme, vaõ calculados de tres em tres dias, os dos Planetas seguintes de seis em seis, e os do ultimo de quinze em quinze. Mas na passagem de hum mez para outro, succede algumas vezes ser o intervallo differente, visto que não tem todos o mesmo numero de dias, e que sempre se começa no primeiro de cada hum, donde resulta que sómente na passagem de hum mez de 30 dias para o seguinte he que não se altera o andamento de nenhum dos ditos intervallos.

35. Qualquer que seja o intervallo, a differença de dous Lugares consecutivos dividida pelos dias do intervallo dá o movimento diurno, e esse multiplicado pela parte dada do intervallo reduzida á unidade do dia dá a parte proporcional correspondente additiva, ou subtractiva, conforme forem os Lugares crescendo, ou diminuindo. Por exemplo: Querendo a Ascensão Recta de Venus em 21 de Janeiro (1804) ás  $10^{\text{h}} 48'$ , achamos na Ephemeride que a 19 he  $52^{\circ} 56', 3$  e  $331^{\circ} 50', 7$  a 25, cuja differença  $7^{\circ} 14', 4$  dividida pelo intervallo 6 dá o movimento diurno  $1^{\circ} 12', 4$ , e este multiplicado por  $2^{\text{d}}, 45$

(que he a parte do intervallo correspondente ao tempo proposto) dá a parte proporcional  $2^{\circ} 57', 4$ , que junta neste caso á Ascensãõ do dia 19, dá a que se procura  $327^{\circ} 33', 7$ .

36. No calculo antecedente suppoem-se que o movimento he uniforme em cada intervallo, como pode suppor-se quasi sempre nos usos ordinarios. Mas quando for necessario grande exactidaõ, he necessario que se attenda ás segundas differenças; e isso, quer os intervallos sejaõ iguais quer desiguais, se fará desta maneira: Busque-se tambem o movimento diurno do intervallo seguinte; e se esse for igual, ou quasi igual ao antecedente, será exacta ou quasi exacta a supposiçãõ da uniformidade. Nãoõ o sendo porém, tome-se a differença delles, e divida-se pela soma dos intervallos; e o quociente multiplicado pelo complemento da parte dada do intervallo (isto he, pelo que falta á dita parte para se completar o intervallo inteiro, ou pela differença entre o intervallo e a mesma parte) dará a correccãõ do primeiro movimento diurno, additiva quando elles vaõ diminuindo, subtractiva quando vaõ crescendo; e esse, assim correcto, sendo multiplicado pela parte do intervallo dará a parte proporcional, e consequentemente o Lugar que se busca. Se os dous movimentos diurnos forem para partes oppostas, hum directo e o outro retrogrado, ou hum para o Norte e o outro para o Sul, a differença delles se torna em soma, a qual segue a denominaçãõ do segundo.

37. Assim no mesmo exemplo antecedente, o intervallo seguinte de 25 de Janeiro a 1 de Fevereiro he de 7 dias, o movimento diurno  $1^{\circ} 10', 486$ , cuja differença a respeito do antecedente  $1', 914$  dividida pela soma dos intervallos 13 dá o quociente  $0', 147$ , e este multiplicado por  $3^{\circ}, 55$  (que he o complemento da parte do intervallo dada  $2^{\circ}, 45$ ) dá a correccãõ  $0', 52$  additiva neste caso ao movimento diurno antecedente  $1^{\circ} 12', 4$ , que ficará reduzido a  $1^{\circ} 12' 92$ , e multiplicando-o pela parte do intervallo  $2^{\circ}, 45$ , teremos a parte proporcional correspondente  $2^{\circ} 58', 7$ , e consequentemente a Ascensãõ Recta procurada  $327^{\circ} 35', 0$ .

38. He tambem necessario recorrer ás segundas differenças quando se quizer saber o tempo das Estações, maximas Elongações, Latitudes, ou Declinações. Nos dous intervallos consecutivos, dentro dos quais se vê que caher o tempo procurado, buscaõ-se os movimentos diurnos, e a differença delles que se reduz a soma quando saõ para partes contrarias, como acima se advertio, se ajude pela soma dos intervallos. Do quociente multiplicado pelo primeiro intervallo (que vem a ser ametade da dita differença, quando elles saõ iguais) tira-se o primeiro movimento diurno; e o resto, que semelhantemente se reduz a soma quando saõ para partes contrarias, dividido pelo dobro do mesmo quociente, dará o tempo que se procura contado do principio do primeiro intervallo.

39. Assim, por exemplo, vendo que Mercurio a 25 e 28 de Janeiro, e 1 de Fevereiro (1804) tem as Longitudes Geocentricas  $322^{\circ} 30', 6$  . . . . .  
 $325^{\circ} 47', 1$  . . . . . e  $322^{\circ} 58', 4$  conhecemos que a maxima, ou o ponto da Estaçãõ, cabe em algum instante intermedio. O movimento diurno do primeiro intervallo he  $+ 25', 5$ , o do segundo —  $12', 175$ , a differença delles —  $37', 675$ ; e esta dividida pela soma dos intervallos 7 dá o quociente —  $5', 382$ , o qual multiplicado pelo primeiro intervallo 3 dá o producto —  $16', 146$ , e tirando deste o primeiro movimento diurno  $+ 25', 5$ , fica o



resto — 41', 646 . que dividido pelo dobro do mesmo quociente — 10', 764 dá 3<sup>a</sup>, 869, ou 3<sup>a</sup> 20<sup>b</sup> 51', 4, e consequentemente a Estação no dia 28 ás 20<sup>b</sup> 51', 4.

40. Os semidiametros dos Planetas, que algumas vezes convem saber, e que não couberão na pagina, facilmente se acharão por meio das parallaxes, porque tem com ellas huma rasoão constante em cada hum delles. Eis-aqui os factores respectivos, pelos quais se hade multiplicar a parallaxe actual, para ter o semidiametro :

	<i>Fact.</i>		<i>Fact.</i>		<i>Fact.</i>
☉	0,40	♃	0,52	♄	9,98
☽	0,96	♅	10,86	♆	4,33

Pag. IV.

41. Nesta pagina se contém as Longitudes da Lua calculadas para o meio-dia, e meia-noite de cada dia astronomico. E o calculo se fez pelas Taboas de Mason publicadas na terceira edição da Astronomia de Lalande, corrigindo as Epochas, e applicando-lhes as Equações seculares conformemente ás ultimas determinações de Laplace. E alem da Equação XVIII se usou tambem da Equação de Longo periodo devida ás engenhosas e aturadas indagações do mesmo Laplace.

42. Cada Longitude calculada he seguida de dous numeros subsidiarios *A*, e *B*, que servem para se achar com exactidão a Longitude para qualquer tempo intermedio, ou reciprocamente o tempo correspondente a huma Longitude dada. O numero *B* refere-se á mesma unidade de minuto, a que se refere o numero *A*, e a virgula, que nelle separa o ultimo algarismo não quer dizer que o antecedente pertence á casa das unidades, mas á casa do ultimo algarismo do numero *A*, sendo aquelle separado com a virgula para a direita huma casa decimal de mais no dito numero *B*, ao qual por isso mesmo se não poz denominação das unidades no alto da sua columna. Assim no primeiro de Janeiro (1804) ao meio-dia he seguida a Longitude da Lua do numero *A* 31', 488, e de *B* — 16, 7, que por abbreviatura quer dizer — 0', 0167.

43. O numero *A* he o movimento horario da Lua no instante do meio-dia, ou meia-noite, a que se ajunta, entendendo-se aqui por movimento horario não o que ella anda effectivamente na hora seguinte, mas o que havia de andar, se conservasse a mesma velocidade que tinha no dito instante. Para saber o que semelhantemente corresponde a qualquer instante intermedio, multiplica-se *B* pelo dobro do tempo reduzido á unidade da hora (*n.6.*) e o producto he a variação de *A* additiva, ou subtractiva, conforme *B* tiver e o sinal +, ou o sinal —. Assim, querendo saber o movimento horario da Lua em Longitude no primeiro de Janeiro (1804) ás 15<sup>b</sup> 24' 18", ou ás 3<sup>b</sup>, 405 depois da meia-noite, á qual corresponde *A* = 31', 095, e *B* = — 0', 0148, multiplicaremos este pelo dobro do tempo 6<sup>b</sup>, 81, e o producto 0', 101 subtraído neste caso de *A* dará o movimento horario procurado 30', 994.

44. Se quizermos porém o movimento effectivo de huma hora, que no uso ordinario costuma tomar-se por movimento horario, entãõ em vez de multiplicar  $B$  pelo dobro do tempo multiplicar-se-ha pelo dobro mais ou menos huma unidade, conforme for para a hora seguinte ou para a antecedente. E assim, no mesmo exemplo, achariamos o movimento horario  $31', 009$  das  $2^h, 405$  até as  $3^h, 405$ , e  $30', 979$  das  $3^h, 405$  até ás  $4^h, 405$ , que são propriamente os movimentos horarios correspondentes ao meio dos intervallos respectivo (que vem a ser o mesmo que suppor o movimento uniforme em cada hora) no mesmo meio produzem o maior erro. Assim tomando  $30', 979$  como movimento horario ás  $3^h, 405$ , dahi até ás  $3^h, 905$  andaria a Lua  $15', 4895$ , quando realmente terá andado  $15', 4933$ ; e se supuzessemos o mesmo movimento horario constante por espaço de tres horas, das  $3^h, 405$  até ás  $6^h, 405$  andaria  $1^\circ 32', 957$ , quando realmente não andará mais que  $1^\circ 32', 849$  com a differença de  $5''$ , 3 que em certos casos pode chegar ao dobro nas Longitudes, e ao quadruplo nas Ascensões Rectas.

45. A Longitude da Lua para qualquer tempo depois do meio-dia, ou da meia-noite, se achará multiplicando o tempo por  $B$ , cujo producto será a correccão de  $A$  additiva, ou subtractiva; conforme o sinal de  $B$ , e multiplicando o  $A$  correcto pelo mesmo tempo teremos o movimento correspondente da Lua, que junto á Longitude do meio-dia, ou meia-noite antecedente, dará a que se procura. Se, por exemplo, a procurarmos no primeiro de Janeiro (1804) ás  $15^h 24' 18''$ , ou as  $3^h, 405$  depois da meia-noite, multiplicando este tempo por  $B$  ( $-0', 0148$ ) o producto  $-0', 050$  será a correccão subtractiva de  $A$  ( $31', 095$ ) que ficará reduzido a  $31', 045$ , o qual multiplicado pelo mesmo tempo dará o movimento correspondente  $105', 71$  ou  $1^\circ 45', 71$ , e esse junto á Longitude da meia-noite antecedente ( $158^\circ 25', 44$ ) dará a que se procura  $160^\circ 11', 15$ .

46. Reciprocamente: Sendo dada qualquer Longitude, acharemos o tempo, subtrahindo della a do meio-dia, ou a da meia-noite proxima antecedente, e dividindo a differença reduzida a minutos pelo numero  $A$ . O quociente será o tempo approximado, com o qual se buscará a correccão de  $A$ , e tornando a dividir por elle correcto a mesma differença teremos exactamente o tempo procurado. Assim tirando da Longitude  $160^\circ 11', 15$  do mesmo exemplo a da meia-noite antecedente  $158^\circ 25', 44$  temos a differença  $1^\circ 45', 71$ , que reduzida ás  $105', 71$  e dividida por  $A$  ( $31', 095$ ) dá o tempo approximado  $3^h, 4$ , e este multiplicado por  $B$  ( $-0', 0148$ ) dá a correccão  $-0', 050$ , e consequentemente será o valor correcto de  $A$   $31', 045$ , pelo qual tornando a dividir a mesma differença teremos exactamente o tempo procurado  $3^h, 405$  depois da meia-noite, ou  $15^h 24' 18''$ .

47. Para evitar porém essas divisões se calculou a Tab. I. auxiliar do primeiro Volume, que as reduz a multiplicações desta maneira: Busca-se nella o factor correspondente a  $A$ , e basta que seja com duas casas decimaes, e por elle se multiplica a sobredita differença reduzida á unidade do grão. O producto será o tempo proximamente, e quanto basta para buscar a correccão de  $A$ . Com elle correcto se busca na mesma Taboa o factor correspondente, pelo qual tornando a multiplicar a mesma differença acharemos exactamente o tempo que se procura. Assim, no mesmo exemplo, entrando com  $A$  de  $31', 095$  na dita Taboa (pag. 124.) achamos o factor  $1,93$  que multipli-



cado pela differença  $1^{\circ}$ , 7618 dá o tempo approximado  $3^{\text{h}}$ , 4 com o qual se acha na fórma sobredita o valor correcto de  $A$   $31'$ , 045, e com este na mesma Taboa o factor 1,9527, pelo qual tornando a multiplicar a mesma differença teremos o tempo exacto  $3^{\text{h}}$ , 405. Em vez daquella Taboa pode servir a que vai no fim deste Volume, e irá no dos seguintes da maneira acima declarada (n. 7.).

48. Na mesma pagina se achará a parallaxe horizontal da Lua em cada dia ao meio-dia, e á meia-noite, donde por simples partes proporcionais se conhecerá a que compete a qualquer instante intermedio. Esta parallaxe he a que corresponde ao Equador, e carece de huma reduccão subtractiva para se ter a correspondente a qualquer parallello; reduccão que se aclará na Tab. IX. do primeiro Volume pag. 162. Mas convem advertir, que as parallaxes da Ephemeride foraõ reduzidas de Paris ao Equador na hypothese da ellipticidade da Terra de  $\frac{1}{300}$  adoptada na última edição da Astronomia de Lalande; e que a reduccão calculada na dita Tab. IX. suppoem a ellipticidade de  $\frac{1}{200}$ . Essa reduccão porém diminuida da sua terça parte será correspondente á ellipticidade de  $\frac{1}{300}$ ; e assim deverá usar-se na reduccão das parallaxes equatorias da Ephemeride, na intelligencia de que tambem houve huma terça parte de menos na reduccão com que foraõ transportadas de Paris para o Equador.

*Pagina V.*

49. Nesta pagina se achará a Latitude da Lua calculada semelhantemente para cada dia ao meio-dia, e á meia-noite. E cada huma he seguida dos numeros  $A$  e  $B$  para o mesmo fim que nas Longitudes, mas que carecem de especial attençaõ. As Longitudes são sempre progressivas, e por isso os numeros  $A$  sempre additivos, sendo sómente os numeros  $B$ , ora additivos, ora subtractivos. Mas as Latitudes são humas vezes para o Norte marcadas com o sinal +, outras para o Sul marcadas com o sinal —; e tanto humas como outras tem a principal parte da sua variaçãõ denotada por  $A$  ora para o Norte marcada tambem com o sinal +, ora para o Sul com o sinal —. Is o porém não introduz mais do que huma leve modificação nas regras, que se deão para as Longitudes, que de outra sorte não seria necessario repetir.

50. Para achar pois o movimento horario em Latitude (entendido do mesmo modo que o da Longitude (n. 43.)) para qualquer tempo depois do meio-dia, ou da meia-noite, multiplica-se o numero  $B$  pelo dobro do dito tempo reduzido á unidade da hora cujo producto se marca com o mesmo sinal de  $B$ ; e a soma delle e de  $A$ , quando tiverem o mesmo sinal, que será tambem o della, ou a differença, quando o tiverem differente, e com o sinal do maior, será o movimento horario para o Norte, ou para o Sul, conforme sahir com o sinal +, ou com o sinal —.

51. Por exemplo: Querendo saber o movimento horario no primeiro de

Janeiro (1804) ás 9<sup>h</sup> 24', ou 9<sup>h</sup>, 4 achamos na Ephemeride para o meio-dia antecedente  $A = -2', 729$ , e  $B = +0', 0058$  (n. 42.). Multiplicando este pelo dobro do tempo 18<sup>h</sup>, 8 temos o producto  $+0', 109$ , e a differença entre elle e  $A$  com o sinal do maior he o movimento horario  $-2', 620$ , e para o Sul. Do mesmo modo querendo-o saber no dia 10 do mesmo mez ás 17<sup>h</sup> 54', isto he, ás 5<sup>h</sup>, 9 depois da meia-noite, para a qual se acha na Ephemeride  $A = 1', 979$ , e  $B = +0', 0104$ , o producto deste multiplicado pelo dobro do tempo 11<sup>h</sup>, 8 será  $+0', 125$ , e a soma delle com  $A$  será o movimento horario procurado  $+2', 102$ , que pelo sinal se conhece ser para o Norte; e isso mesmo se conhece pela simples inspecção da Latitude, porque sendo austral, e diminuindo, mostra que a Lua caminha para o Norte.

52. Quando se quizer o movimento effectivo de huma hora, em vez de multiplicar-se  $B$  pelo dobro do tempo, multiplicar-se-ha pelo dobro augmentado ou diminuido de huma unidade, conforme se tratar da hora seguinte ou da antecedente ao tempo dado; e tudo o mais como na regra, e nos exemplos antecedentes. Veja-se porém o que fica advertido (n. 44.) a respeito do erro que se commette, quando se toma por movimento horario o movimento effectivo de huma hora, não sendo elle uniforme, mas accelerado, ou retardado.

53. Para se achar a Latitude da Lua a qualquer tempo depois do meio-dia, ou da meia-noite, multiplica-se  $B$  pelo tempo, e a soma do producto e de  $A$  (que se torna em differença quando forem de diferentes sinais, e leva o do maior) multiplicada outra vez pelo mesmo tempo dará outro producto, cuja soma com a Latitude do meio-dia ou da meia-noite antecedente (que tambem se mudará em differença quando forem de diferente sinal, e levará o do termo maior) será a Latitude procurada, boreal ou austral, conforme sahir com o sinal  $+$  ou com o sinal  $-$ .

54. Exemplo: Se quizermos saber a Latitude da Lua em 6 de Janeiro (1804) ás 19<sup>h</sup> 56', isto he, ás 7<sup>h</sup>, 6 depois da meia-noite, para a qual se acha na Ephemeride a Latitude  $-5^{\circ} 11', 28$ , o numero  $A = 0', 280$ , e  $B = +0', 0117$ , multiplicando este pelo tempo teremos o producto  $+0', 089$ , cuja soma com  $A$  será  $-0', 191$ , a qual multiplicada outra vez pelo tempo dará o producto  $-1', 45$ , cuja soma com a Latitude da meia-noite antecedente será a Latitude procurada  $-5^{\circ} 12', 73$ . Do mesmo modo, se a quizermos no dia 14 ás 10<sup>h</sup>, 24', ou 10<sup>h</sup>, 4, sendo a do meio-dia antecedente  $-0^{\circ} 3', 20$ , o numero  $A = +3', 113$ , e  $B = +0', 0006$ , a multiplicação deste pelo tempo dará  $+0', 006$ , cuja soma com  $A$  será  $+3', 119$ , e essa multiplicada outra vez pelo tempo dará  $+32', 44$ , cuja soma (que neste caso se reduz a differença) com a Latitude do meio-dia antecedente será a Latitude procurada  $+0^{\circ} 29', 24$ , que pelo sinal se conhece ser boreal.

55. Nas duas ultimas columnas da mesma pagina se achará o semidiametro horizontal da Lua calculado para cada dia ao meio-dia, e á meia-noite. O semidiametro horizontal não carece, como carece a parallaxe, de redução alguma em razão da ellipticidade da Terra, mas he em qualquer Lugar o mesmo que em Coimbra ás horas que no seu meridiano correspondem ao tempo dado do mesmo Lugar. Em toda a parte porém carece de huma redução additiva em razão da altura sobre o horizonte, que a chega para mais perto do Observador, assim como a todos os astros; mas a



diferença he sómente sensível na Lua pela sua grande proximidade da Terra : e o dito aumento se achará calculado na Tab. XI. do primeiro Volume pag. 162.

*Paginas VI, e VII.*

56. Nestas duas paginas se contém as Ascensões Rectas, e as Declinações da Lua calculadas para cada dia ao meio-dia, e á meia-noite acompanhadas dos seus respectivos numeros subsidiarios *A*, e *B*, cujo uso he sem differença alguma o mesmo que fica explicado para as Longitudes e Latitudes.

57. Na ultima columna da pagina VI. vai a passagem da Lua pelo meridiano de Coimbra, e defronte nas duas ultimas columnas da pagina VII. vão os seus numeros subsidiarios *A*, e *B*, que servem para se achar a passagem por qualquer outro meridiano conhecido. He facil de ver que, a respeito do instante physico da passagem da Lua pelo meridiano de Coimbra em qualquer dia, he anterior o da passagem pelos meridianos que ficão para Oriente, até que dada a volta inteira se virá ao da passagem pelo de Coimbra no dia antecedente; e pelo contrario, que he posterior o da passagem pelos meridianos successivos para Occidente, até que acabado o gyro por essa parte se virá ao da passagem pelo de Coimbra no dia seguinte. He tambem claro que, a respeito da passagem da Lua pelo meridiano de Coimbra em qualquer dia, he indifferente buscar a anterior, ou a posterior por qualquer outro meridiano, com tanto que se não erre o dia que nelle então se conta. E como esse depende da parte Oriental ou Occidental, por onde chegamos ao dito meridiano (n. 12. e 13.), para evitar confusão buscaremos sempre a passagem anterior nos Lugares que nos ficão para Oriente nesse sentido, e a posterior nos que ficão para Occidente.

58. Toda a differença do calculo nestes dous casos está na correção do numero *A*, a qual deverá applicar-se com o proprio sinal de *B* na passagem posterior, e com o contrario na anterior. Por exemplo: no dia 11 de Janeiro (1804), em que a passagem da Lua pelo meridiano de Coimbra he ás 23<sup>h</sup>, 50', 6 com os seus numeros *A* (2', 281), e *B* (—0', 0014), se quizermos saber a passagem anterior pelo meridiano de Macão, que fica para Oriente 8<sup>h</sup>, 133, multiplicaremos por esta differença dos meridianos o numero *B*, e applicando o producto —0', 011 com o sinal contrario ao numero *A*, ficará reduzido a 2', 292; e este multiplicado pela mesma differença dos meridianos dará 18', 64, que neste caso se haõ de subtrahir da passagem pelo meridiano de Coimbra 23<sup>h</sup> 50', 6 para ter a de Macão ás 23<sup>h</sup> 31', 96 sendo então em Coimbra 15<sup>h</sup> 23', 96. Para o meridiano porém outro tanto para Occidente de Coimbra buscaríamos a passagem posterior, e applicando a correção —0', 011 com o seu proprio sinal ao numero *A*, ficaria este reduzido a 2', 270, e multiplicado pela mesma differença dos meridianos daria 18', 46 additivos neste caso ao tempo da passagem em Coimbra (23<sup>h</sup> 50', 6) para ter a do meridiano supposto ás 0<sup>h</sup> 9', 06 do dia 12, sendo então em Coimbra 8<sup>h</sup> 17', 06 do mesmo dia.

59. Sendo conhecido o tempo da passagem da Lua pelo meridiano de

qualquer Lugar, facilmente se achará o do Nascimento antecedente e do Occaso seguinte. Primeiramente: Se for em outro meridiano, começaremos pela redução de  $A$  ao tempo da passagem, que se achará multiplicando  $B$  pelo dobro da differença dos meridianos, e applicando-a com o seu sinal quando o meridiano for para Occidente, e com o contrario quando for para Oriente. Depois com a Declinação da Lua no tempo da passagem, e com a Latitude do Lugar buscaremos o arco semidiurno (Vol. II. pag. 154, e 197.), ao qual ajuntaremos o producto delle mesmo pelo numero  $A$ , e assim augmentado o tiraremos, e ajuntaremos ao tempo da passagem, para termos os do Nascimento e Occaso approxinados quanto basta para se buscar a Declinação competente a cada hum delles, e com ella o seu arco semidiurno. Este primeiramente se multiplica por  $B$ , para ter a correção de  $A$ , e depois por  $A$  correcto, para ter a do mesmo arco semidiurno sempre additiva, o qual assim augmentado se tira, ou ajuntá ao tempo da passagem conforme for o correspondente ao Nascimento, ou ao Occaso; advertindo tambem, que a correção de  $A$  he com o proprio sinal de  $B$  para o Occaso, e com o contrario para o Nascimento.

60. Em 19 de Janeiro (1804), por exemplo, passa a Lua pelo meridiano de Coimbra ás  $5^h 39'$  com a Declinação boreal  $14^\circ 54'$ , á qual corresponde o angulo horario  $6^h 52'$ , que multiplicado por  $A$  ( $2', 148$ ) dá o augmento delle  $15'$ , e ficará reduzido a  $7^h 7'$ , o qual subtrahido do tempo da passagem dá o Nascimento da Lua no dia 18 ás  $22^h 52'$ , e ajuntando dá o Occaso no mesmo dia 19 ás  $12^h 46'$ . Para estes tempos approxinados achamos as Declinações  $15^\circ 13'$  e  $16^\circ 52'$ , ás quais correspondem os angulos horarios  $6^h 45'$ , 8 e  $6^h 58'$ , 1, que darão as correções respectivas de  $A - 0', 020$  e  $+ 0', 021$ , o qual ficará sendo  $2', 128$  e  $2', 169$ , donde teremos as dos mesmos angulos horarios, que se reduzirão a  $7^h 0'$ , 2 e  $7^h 13'$ , 2, e darão o Nascimento no dia 18 ás  $22^h 38'$ , 8, e o Occaso no mesmo dia 19 ás  $12^h 52'$ , 2. Em rasão do excesso da parallaxe horizontal sobre a Refracção, a Lua nascerá sempre hum pouco mais tarde, e se porá mais cedo, do que se acha pelo calculo antecedente. Esse effeito pode tambem calcular-se, mas as desigualdades do horizonte physico fazem inutil semelhante trabalho, e até para os usos ordinarios bastará ficar nos primeiros valores approxinados, maiormente quando a Lua não variar muito em Declinação.

61. A passagem pelo meridiano he de maior importancia, e algumas vezes será conveniente sabella com exactidão maior do que a que se acha na Ephemeride. Eis-aqui o modo de a calcular: Tendo advertido, que a dita passagem he depois do meio-dia desde a Conjunção até á Opposição em Ascensão Recta, e depois da meia-noite desde a Opposição até á Conjunção; da Ascensão Recta do meio-dia, ou da meia-noite antecedente reduzida a tempo tiraremos a do meridiano, e o resto será o tempo approxinado da passagem. Este reduzido á unidade da hora, e multiplicado por  $B$  dará a correção de  $A$ , o qual depois de correcto se reduzirá tambem a tempo, e á unidade do minuto, e delle se tirará a quantidade constante  $0', 1643$ . O complemento do resto para  $60'$  será hum numero, com o qual na Tab. I. auxiliar do primeiro Volume acharemos o factor que multiplicado pelo tempo approxinado dará o exacto que se procura. O tempo approxinado na multiplicação por  $B$  basta que leve duas casas decimais, mas convém augmentallo de tantas vezes  $0^h, 03$  quantas forem as horas delle.



62. Exemplo: No mesmo dia 19 de Janeiro, em que a passagem he depois do meio-dia, ao qual corresponde a Ascensã Recta  $19^{\circ} 52', 86$ , reduzindo-a a tempo ( $1^{\text{h}} 18' 11''$ , 44), e tirando della aumentada neste caso de  $24^{\text{h}}$ , a do meridiano ( $19^{\text{h}} 50' 48''$ , 45), teremos o tempo approximado da passagem  $5^{\text{h}} 27' 22''$ , 99, ou  $5^{\text{h}} 45639$ , donde acharemos o numero 5,62, que multiplicado por  $B (+ 0', 0368)$  dá a correccã de  $A (+ 0', 207)$  que ficará sendo  $35', 391$ , do qual tomando o terço, e depois o quinto do terço teremos a sua reduccã a minutos de tempo  $2', 2261$ , e tirando-lhe a quantidade constante  $0', 1643$ , ficará  $A$  reduzido a  $2', 0618$ . Com o seu complemento para  $60'$  ( $57', 9382$ ) acharemos pela sobredita Tab. I. o factor  $1,03558$ , que multiplicado pelo tempo approximado  $5^{\text{h}} 45639$  dá o tempo exacto  $5^{\text{h}} 65053$ , ou  $5^{\text{h}} 39', 032$ . Em vez da Taboa I. do primeiro Volume pode usar-se da equivalente mais abbreviada, que no fim deste se junta.

63. No fundo da pagina VII. se achará a Longitude do Nodo ascendente da Lua, que he necessaria para o calculo da Nutaçã, e juntamente a Equaçã dos pontos equinociais em Longitude, e Ascensã Recta, com a qual se reduzirá do Equinocio medio ao apparente sendo applicada conforme o sinal que tiver, e com o contrario quando se houverem de reduzir do apparente ao medio. Em quanto á Longitude esta Equaçã he o effeito todo da Nutaçã; mas em quanto á Ascensã Recta, ainda he necessaria outra, de que se tratou na Explicaçã do Volume I. n. 94, e na do Vol. II. n. 95. No fundo tambem das tres paginas antecedentes se achará as phases da Lua em Longitude e Ascensã Recta, a entrada della nos Signos do Zodiaco, e nos pontos notaveis da sua orbita.

*Paginas VIII, e IX.*

64. Nestas duas paginas se acharã as Distancias da Lua ás estrellas, e Planetas, tanto para Oriente como para Occidente della. Os Planetas de que nos servimos, sãõ Jupiter, Marte, e Venus, cujas Taboas tem já a exactidãõ sufficiente para tal uso; e por outra parte sãõ mais facéis de observar, e tem a vantagem de se poder fazer a observaçãõ no crepusculo, e quasi de dia, quando já se distinguir bem o horizonte. E muito mais uteis serãõ quando elles escusarem as duas estrellas de Aries e de Aquario, de que usamos no espaço que vai desde Antares a Aldebaran. A de Aries he adoptada por necessidade em todas as outras Ephemerides, e a de Aquario parece-nos mais conveniente do que as do Pegaso, da Aguia, e Fomalhaut, que tem Latitudes muito grandes, e por isso custa a encher ora com humas, ora com outras dellas, aquelle espaço em que nós empregamos a de Aquario não menos brilhante que a de 6 de Capricornio usada tambem em outras Ephemerides.

65. As Distancias vãõ calculadas para o meio-dia e para a meia-noite do meridiano de Coimbra, tempo medio; e cada huma dellas he seguida de dous numeros  $A$  e  $B$ , cujo uso he o mesmo que se mostrou nas Longitudes, mas aqui será conveniente que torne a repetir-se.

66. A questãõ directa de saber a Distancia em qualquer tempo dado não



carece de grande precisão no calculo, porque he sómente necessaria para se pôr a alidade do Instrumento pouco mais ou menos no grão competente; operação, que facilita a observação, e mostra tambem a estrella a quem a não conhecer. Com a hora pois do Lugar, e com a differença de Longituda estimada, se buscará o tempo que então he em Coimbra depois do meio-dia, ou da meia-noite, pelo qual reduzido á unidade da hora se multiplicará o numero  $A$  sem attenção á correccão, e nelle mesmo podem desprezar-se os dois ultimos algarismos. O producto junto á Distancia do meio-dia ou da meia-noite antecedeente, quando a estrella ficar para Occidente, e tirado quando ficar para Oriente será proxivamente a Distancia verdadeira ao tempo dado; a qual, sem embargo de ser differente da apparente que se hade observar, não deixará de servir para o fim proposto, porque a differença não pode ser tão grande que exceda o campo visual do Instrumento.

67. Para quem, por exemplo, estiver no primeiro de Janeiro (1804) por  $2^h 24'$  de Longituda estimada para Oeste de Coimbra, e se dispuzer a observar a Distancia da Lua a Jupiter ás  $18^h 55'$ , será o tempo de Coimbra nesse instante  $20^h 57'$ , ou  $8^u, 95$  depois da meia-noite, para a qual se acha na Ephemeride a Distancia calculada  $53^o 55'$ , e o numero  $A$   $30', 5$ ; e este multiplicado pelo tempo  $8^u, 95$  dará o producto  $273'$ , ou  $4^o 33'$ , que subtraído da Distancia da meia-noite  $53^o 53'$  dará a Distancia procurada  $49^o 20'$ . Do mesmo modo para quem estivesse a 15 do mesmo mez por  $15^h 18'$  para Leste, e ás  $4^h 58'$  quizesse saber proxivamente a Distancia da Lua ao Sol, seria o tempo correspondente em Coimbra  $1^h 40'$ , ou  $1^u, 67$ , o qual multiplicado por  $A$  ( $31', 9$ ) daria o producto  $53'$ , e esse junto á Distancia calculada para o meio-dia antecedente ( $32^o 56'$ ) daria a Distancia procurada  $33^o 49'$ .

68. Na questão inversa, quando se procurar o tempo de Coimbra correspondente a huma Distancia verdadeira achada por observação he necessario que se faça o calculo com toda a exactidão. Se a distancia he para Oriente, tira-se da proxivamente maior na Ephemeride, ou ella correspondá ao meio-dia, ou á meia-noite; e se he para Occidente, da Distancia dada he que se hade tirar a que na Ephemeride se achar proxivamente menor. Em ambos os casos a differença se reduzirá á unidade do grão, e se multiplicará pelo factor que com o numero  $A$  se achará na Taboa I. auxiliar do primeiro Volume, ou na equivalente que vai no fim deste, e irá no dos seguintes (n. 7.), multiplicação, em que basta usar de duas casas decimais em cada hum dos factores. O producto será o tempo approximado, que multiplicado por  $B$  dará a correccão de  $A$  additiva ou subtractiva conforme o sinal de  $B$ , e com  $A$  correcto se achará na mesma Taboa o factor exacto, que multiplicado pela mesma differença dará o tempo procurado.

69. Suppondo, por exemplo, que no primeiro caso acima figurado se achou pelo resultado da observação a Distancia verdadeira da Lua a Jupiter no primeiro de Janeiro de  $49^o 18', 56$  ás  $18^h 34' 15''$  do tempo medio, a proxivamente maior na Ephemeride he a correspondente á meia-noite  $53^o 52', 67$  e a differença  $4^o 34', 11$  reduzida a  $4^o, 5685$ , e para esta primeira operação sómente a  $4^o, 57$ , sendo multiplicada pelo factor 1,96 que na dita Taboa corresponde ao numero  $A$  ( $30', 5$ ) dará o tempo approximado  $8^u, 96$ , e este multiplicado por  $B$  ( $- 0', 0178$ ) dará a correccão de  $A$  ( $- 0', 159$ ),



e consequentemente será  $A\ 30'$ , 385. Com elle na mesma Taboa se achará o factor 1, 97466 que multiplicado pela differença  $4^{\circ}$ , 5685 dará o tempo  $9^{\text{h}}$ , 0212 , ou  $9^{\text{h}}\ 1' 16''$  depois da meia-noite em Coimbra , que vem a ser ás  $21^{\text{h}}\ 1' 16''$ , e a differença entre este tempo e o do Lugar da observação no mesmo instante physico , em que se suppoem coincidir a distancia calculada com a observada , dará a differença dos meridianos  $2^{\text{h}}\ 27' 1''$  para Occidente neste caso.

70. Se no outro meridiano supposto resultasse da observação a distancia verdadeira da Lua ao Sol  $33^{\circ}\ 48'$ , 25 no dia 15 de Janeiro ás  $4^{\text{h}}\ 57' 18''$  do tempo medio, na Ephemeride se acharia a immediatamente menor  $32^{\circ}\ 55'$ , 66 correspondente ao meio-dia do dia 15 , cuja differença  $52'$ , 59 reduzida a  $0^{\circ}$ , 8765 e multiplicada por 1, 88 factor correspondente a  $A\ (31', 9)$  daria o tempo approximado  $1^{\text{h}}$ , 65 , o qual multiplicado por  $B\ (+0, 0092)$  daria a correção de  $A\ (+0, 015)$  , e consequentemente  $A\ (31', 917)$  , cujo factor 1, 87988 multiplicado pela differença  $0^{\circ}$ , 8765 daria finalmente o tempo de Coimbra  $1^{\text{h}}$ , 6477 , ou  $1^{\text{h}}\ 33' 52''$  no instante da observação ; e pela differença dos tempos seria conhecida a differença dos meridianos  $3^{\text{h}}\ 18' 26''$ .

*Pagina X.*

71. Nesta ultima pagina de cada mez se acharão os Eclipses dos Satellites de Jupiter , calculados pelas Taboas da terceira edição da Astronomia de Lalande para o tempo medio astronomico do Observatorio de Coimbra ; tempo , que cada hum pode reduzir ao civil , e apparente (n. 1. e 14.) , quando bem lhe parecer. E em qualquer outro meridiano , a differença d'elle em tempo se ajuntará ao de Coimbra estando para Oriente , e se tirará estando para Occidente , para ter o tempo do eclipse nesse Lugar , cujo conhecimento he necessario a quem se quizer dispôr para a observação d'elle.

72. Para estas observações servem ordinariamente os Telescópios de reflexão de dous até tres pés de fóco , ou os achromaticos de igual fóco da ultima construcção de Dollond. E para as não perder, convém que o Observador se antecipe ao tempo achado nos eclipses do primeiro Satellite tres minutos , nos do segundo seis , nos do terceiro nove , e nos do quarto quinze. Alem disso , se a Longitude do Lugar a respeito de Coimbra não for bem conhecida , quanto se julgar que nella pode haver de incerteza , outro tanto se ajuntará de anticipação a cada huma das sobreditas.

73. Estes eclipses succedem para Occidente do Planeta desde a conjunção d'elle com o Sol até á opposição , e para Oriente desde a opposição até á conjunção. As Immersões são mais facéis de observar , e sem fatigar a vista , bastando de vez em quando olhar para o Satellite até que elle comece a perder a luz , e a parecer mais pequeno ; e então he qua deve fixar-se a vista sobre elle até marcar o instante da sua total desappareição , que he o que se entende por Immersão. E porque a Emersão se entende no seu principio quando apparece o primeiro ponto de luz apenas sensivel do Satellite , para observar esse instante he necessario estar com a vista continuamente applicada á espera d'elle ; e ainda assim, se não estiver dirigida ao mesmo ponto on-



de ha de começar a apparecer o Satellite , ou muito perto delle , não haverá muito que fiar na observação.

74. Para guiar o Observador nessa parte, de nada serve a pagina das configurações dada em outras Ephemerides. Em vez della damos as Posições dos Satellites no tempo dos seus respectivos eclipses calculadas de 6 em 6 dias pelas Taboas que demos no Vol. II. pag. 141 , e 199. Estas Posições são determinadas por duas coordenadas , huma tomada desde o centro do Planeta parallelamente ás bandas para Oriente ou para Occidente , e outra que chamamos Latitude perpendicular á extremidade della para o Norte ou para o Sul , conforme se indica no alto das suas respectivas columnas , e ambas em partes de que o Raio do Planeta he a unidade. Assim no dia 2 de Janeiro se acha que a Immersão do I Satellite ha de ser 1,69 do Raio do Planeta para Occidente do centro delle , e 0,34 para o Sul ; e que a 25 será a Immersão do II 2,34 , a Emersão 0,78 para Occidente , e ambas 0,63 para o Sul. E bem se vê , que no caso da Emersão a ordenada 0,78 cahê dentro do disco do Planeta , mas que a outra 0,63 perpendicular a ella vai marcar hum ponto fóra do mesmo disco onde ha de succeder a Emersão , que por isso será visivel , ainda que poderá falhar por ser quasi em contacto o Satellite com o Planeta , pelo que vai marcado com o sinal ? .

75. Com os ditos numeros pode fazer-se huma figura , que represente o lugar onde hade succeder a Immersão , ou Emersão , de que se tratar , a respeito do Planeta , tendo a attenção de pôr o Oriente e Occidente , o Norte e o Sul conformemente ao Telescopio de que se usar. Os de reflexão regularmente põem os objectos ás direitas , e para esses nos nossos Paizes Boreais fica o Oriente para a esquerda do Observador , o Occidente para a direita , o Norte para cima e o Sul para baixo ; e tudo he pelo contrario nos que invertem os objectos. He verdade com tudo , que o dito lugar sempre na practica parecerá algum tanto mais chegado ao Planeta do que na figura , assim porque a irradição delle faz parecer o seu disco maior , como porque sempre parece menor hum espaço escuro ao pé de outro luminoso. Comparando porém a figura com a estimação visual nas Immersões facilmente se conseguirá o habito de rebaixar nella o que convier nas Emersões ; mas ainda sem isso não deixará de ser muito util para segurar o bom successo nestas observações.

76. Estes eclipses são de grande importancia para a determinação da Longitude Geographica dos Lugares , onde se fizerem as observações delles : a qual , assim como nos da Lua (n. 32.) se conhece immediatamente pela differença dos tempos das mesmas observações. Ha porém semelhantemente hum limite de indeterminação , que tambem se compensa tomando o meio do que resultar das Immersões , e das Emersões. No primeiro Satellite em razão do seu rapido movimento he pequeno o dito limite , e a observação delle em qualquer Lugar de posição ainda desconhecida , comparada com o tempo calculado para o meridiano de Coimbra , dará sempre sem erro maior que hum grão a differença dos meridianos.

77. Para serem visiveis os eclipses dos Satellites em qualquer Lugar he necessario que Jupiter esteja ao menos 8° sobre o horizonte , e o Sol debaixo outro tanto. Os visiveis em Coimbra vão notados com o sinal \* ; e em outros Lugares facilmente se conhecerão os que lá haõ de ser visiveis por meio da Tab. VIII. do Vol. II. pag. 137 , e 198.





A TABOEA COSMOGRAPHICA do prezente Volume foi totalmente reformada, comparando-se novamente com maior cuidado os mesmos subsidios que serviraõ para a sua primeira formaçaõ (v. Ephem. de 1806), e outros que sobrevieraõ, donde resultaraõ numerosas correccoens; e addicoens consideraveis.

As costas dos Dominios Hespanhoes na America foraõ postas de novo pelas cartas do Deposito Hydrographico de Madrid: as do Brasil foraõ comparadas com as mais modernas e acreditadas derrotas dos Pilotos; e varios pontos do Mar Pacifico foraõ tirados das Cartas de Arrowsmith em nove grandes folhas para esta parte do Globo, quando não tinhamos outras de maior confiança.

Para commodidade do leitor ajuntamos hum Index das divisioens da mesma Taboea.

*OBSERVAÇÕES Astronomicas feitas em Coimbra no Observatorio Real da Universidade no anno 1806.*

Mezes.	Temp. Med. Astron.				Observadores, e Oculos.*		Observações, e Circunstancias.
	D.	H.	M.	S.			
Fever.	3	9	33	41, 2	B	a	 Em. instant. pelo limb. esc. Ceo hum pouco nublado, e algum vento.
				41, 7	D	a	
41, 2	E	b					
40, 7	G	a					
	23	17	58	16, 1	F	a	Im. do I Sat. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta não muito bem distintas.
				20, 1	G	a	
Março	3	6	48	14, 9	B	a	 Im. instant. pelo limb. esc. da mais pequena das duas Estrellas, de que se compoem esta duplicada.
				15, 9	E	b	
				15, 9	F	d	
				17, 9	B	a	Im. instant. da outra. Ceo claro, e muito vento.
				17, 9	C	a	
				17, 9	E	b	
17, 9	F	d					
18, 4	H	c					
Abril	17	13	37	15, 6	E	b	Im. do III Sat. de Z'. Ceo claro, e muito vento. O Planeta muito undulante, e as bandas não se lhe viaõ.
				11, 6	F	a	
	16	30	59, 3	E	b	Em. do mesmo. Menos vento. As bandas hum pouco visiveis.	
58, 3			F	a			
19	14	35	31, 5	B	a	Im. do I Sat. de Z'. Ceo pouco nublado, e algum vento. O Planeta hum tanto undulante, e as bandas pouco distintas.	
			52, 5	E	b		
			54, 5	F	d		
			36, 5	H	c		

\* As letras desta columna designaõ o mesmo, que se declara nas notas Vol. III. pag. 266, e Vol. IV. pag. 239.





Mezes.	Temp. Med. Astron.				Observadores, e Oculos.		Observações, e Circunstancias.
	D.	H.	M.	S.			
Maio	21	11	7	12,3	D	a	Im. do I Sat. de $Z'$ . Ceo claro. O Planeta undulante, e as bandas não muito bem distintas.
				34,3	F	d	
Junho	1	10	48	28,3	F	d	$C \theta$ <i>Ophiuco</i> . Im. instant. pelo limb. illum. Ceo claro.
				27,8	G	a	
				27,8	H	a	
	16	4	4	45,7	A	a	Eclip. do $\odot$ . Princ. Ceo nublado. $\odot$ hum pouco encoberto.
				48,7	C	a	
				39,7	D	a	
				43,7	E	b	
	5	52		31,9	A	a	Fim. Ceo menos nublado. $\odot$ undulante, e ligeiramente encoberto.
				30,9	C	a	
				34,9	D	a	
27,9				E	b		
32,9				H	*		
Julho	15	10	7	25,0	D	a	Em. do I Sat. de $Z'$ . Ceo claro. O Planeta undulante, e as bandas distintas.
				21,0	E	b	
				14,0	F	a	
	22	12	2	7,7	A	a	Em. do I Sat. de $Z'$ . Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.
				5,7	C	a	
				28,7	D	a	
				3,7	F	d	
	30	12	16	32,8	D	a	Em. do II Sat. de $Z'$ . Ceo claro. O Planeta undulante, e as bandas distintas.
				44,8	E	c	
				38,8	F	d	
31	8	26	0,1	D	a	Em. do I Sat. de $Z'$ . Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.	
			6,1	E	b		
			1,1	F	a		
			59,1	H	c		
Agosto	1	14	37	19,8	C	a	$C \times A$ Em. inst. pelo limb. esc. Ceo claro.

\* Esta observação foi feita com hum achromatico de 25 polleg. de foco, e que amplifica 15 vezes.

Mezes.	Temp. Med. Astron.				Observadores, e Oculos.		Observações, e Circunstancias.			
	D.	H.	M.	S.						
Agosto	17	9	19	57,7	A	a	Im. do III Sat. de Z'. Ceo claro, e algum vento. As bandas do Planeta distintas.			
				32,7	C	a				
				20	13,7	F		b		
					31,7	G		c		
	23	8	41	26,1	A	a		Em. do I Sat. de Z'. Ceo muito pouco nublado. As bandas do Planeta distintas.		
				35,1	C	a				
					25,1	D			a	
					5,1	F			b	
	24	9	19	56,0	C	a			Em. do II Sat. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.	
				46,0	F	b				
					59,0	G				a
					48,0	H				c
27	8	46	59,0	C	a	Im. do IV Sat. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta distintas.				
			47	25,0	F		a			
			11	11	52,4		F			a
Setemb.	15	8	57	11,3	A		a	Em. do I Sat. de Z'. Ceo claro, e algum vento. O Planeta undulante, e as bandas pouco distintas.		
			56	52,3	D		a			
			57	11,3	E		b			
			56	48,3	F		c			
	22	8	34	46,3	A		a		Em. do III Sat. de Z'. Nuvens muito pouco densas sobre o Planeta.	
				7,3	D		a			
				7,3	E		b			
				34,3	F		a			
	25	9	0	47,0	A	a	Em. do II Sat. de Z'. Ceo claro. As bandas do Planeta mal se percebiaõ.			
				34,0	D	a				
				43,0	E	b				
				13,0	F	a				
			39,0	H	c					



Mezes.	Temp. Med. Astron.				Observadores, e Oculos.		Observações, e Circunstancias.
	D.	H.	M.	S.			
Outubro	2	9	47	49,4	A	a	 Im. instant. pelo limb. esc. Ceo claro.
				48,9	C	c	
				48,9	D	a	
				49,4	E	b	
				49,4	F	a	
				48,4	H	d	
Dezemb.	23	9	35	7,6	C	a	 Im. instant. pelo limb. esc. Ceo claro.
				7,6	E	b	
				8,6	F	a	

*OBSERVAÇÕES Astronomicas feitas em Lisboa no Observatorio Real da Marinha em o anno de 1806 ; por PAULO JOSÉ MARIA CIERA. (a)*

Mezes.	Tempo verdadeiro.				Observações.	Circunst.
	D.	H.	M.	S.		
Janeiro.	4	9	52	47	Princip. do Ecl. da <b>C</b> .	Duvidoso Decerto havia começ.
		9	54	27		
		10	1	47	<i>Galileus</i> Im.	
		10	1	47	<i>Aristarchus</i> Im.	
		10	5	5	<i>Grinaldus</i> } Principio da Im.	
		10	8	26		
		10	9	37	<i>Keplerus</i> Im.	
		10	12	52	<i>Plato</i> } Principio da Im.	
		10	13	47		
		10	16	20	<i>Copernicus</i> } Principio da Im.	
		10	18	9		
		10	25	17	<i>Mare humorum</i> Princip. da Im.	
		10	30	47	<i>Manilius</i> Im.	
		10	36	12	<i>Mare tranquillit.</i> Principio da Im.	
		10	46	50	<i>Mare crisium</i> } Principio da Im.	
		10	55	3		
		11	39	37	<i>Grinaldus</i> } Principio da Em.	
	11	42	21	} Em. total.		
	11	50	47	<i>Galileus</i> Em.		
	12	2	53	<i>Aristarchus</i> Em.		
	12	44	43	Fim do Eclipse da <b>C</b> .		
Janeiro.	5	8	42	54	☾ } Im. no limbo illum. da <b>C</b> .	Menos má Boa
		9	44	47		
Março.	5	16	25	16	Em. do III. Sat. de <b>Z</b> .	Boa
	27	14	18	15	Im. do I. Sat. de <b>Z</b> .	Menos má
Abril.	19	14	34	2	Im. do I. Sat. de <b>Z</b> .	Boa
Maio.	20	8	27	40	☽ } Im. no limbo escuro da <b>C</b> .	Muito boa Boa
		8	56	31		
Junho.	1	10	47	11	♄ Ophi. } Im. no limb. ill. da <b>C</b> .	Boa Instantanea
		12	2	4		

(a) As Observações de Lisboa, publicadas no terceiro vol. destas Ephemerides, foram feitas, desde Março de 1798 até Fevereiro de 1804, pelo Director Manoel do Espirito Santo Limpo, e pelo Ajudante P. J. M. Ciera conjuntamente.



Mezes.	Tempo verdadeiro.				Observações.	Circunst.
	D.	H.	M.	S.		
Junho	5	13	7	15	Im. do II. Sat. de Z'.	Boa
	4	14	55	19	Im. do I. Sat. de Z'.	Menos má
		14	59	39	Im. do IV.	Menos má
	10	15	40	13	Im. do II. Sat. de Z'.	Boa
	13	11	15	23	Im. do I. Sat. de Z'.	Menos má
Julho	28	8	22	18	Em. do III. Sat. de Z'.	Duvidosa
		12	37	53	Em. do II.	Menos má
	8	8	5	44	Em. do I. Sat. de Z'.	Menos má
	15	9	59	8	Em. do I. Sat. de Z'.	Boa
	22	11	53	24	Em. do I. Sat. de Z'.	Muito boa
Agosto	30	12	8	7	Em. do II. Sat. de Z'.	Muito boa
	31	8	17	23	Em. do I. Sat. de Z'.	Muito boa
	7	10	13	12	Em. do I. Sat. de Z'.	Muito boa
	10	8	20	6	Em. do III. Sat. de Z'.	Muito boa
	17	9	11	41	Im. do III. Sat. de Z'.	Menos má
Setembr.	23	8	36	2	Em. do I. Sat. de Z'.	Muito boa
	24	9	14	49	Em. do II. Sat. de Z'.	Muito boa
	27	8	41	32	IV. Sat. de Z'. } Im. Em.	Boa
		11	14	43		Menos má
	30	10	34	16	Em. do I. Sat. de Z'.	Duvidosa
7	13	12	12,3	Em. de $\xi$ no limbo esc. da C.	Instantanea	
8	7	0	59	Em. do I. Sat. de Z'.	Menos má	
15	8	58	58	Em. do I. Sat. de Z'.	Boa	
25	9	6	28	Em. do II. Sat. de Z'.	Menos má	
29	9	25	50	Im. do III. Sat. de Z'.	Menos má	

Mezes.	Tempo verdadeiro.				Observações.	Circunst.
	D.	H.	M.	S.		
Outubro	24	7	44	48	Em. do I. Sat. de Z'.	Boa
Novemb.	14	8	17	19	Im. de $\pi$ $\rightarrow$ no limbo esc. da C.	Instantanea
Dezemb.	2	6	13	31	Em. do I. Sat. de Z'.	Menos má



*OBSERVAÇÕES Astronomicas feitas em 1806 na Villa da Povia do Varzim , cuja Latitude he 41° 22' N. e Longitude a Oest de Coimbra 20' de gráo.*

No 1.º de Junho Imm. de $\delta$ de Ophiuco às . . . . .	10 <sup>h</sup> 45' 53" T. M.
Equação do Tempo . . . . .	+ 2. 37
Imm. em tempo verdadeiro . . . . .	10 48 30
Em. da mesma às . . . . .	12 3 20 T. M.
Equação do tempo . . . . .	+ 2 37
Em. em tempo verdadeiro . . . . .	12 5 57

Estas Observações não tem toda a certeza que era para dezerar , porém não são más , e parece-me que o erro não chegará a meio minuto.

16 de Junho Fim do Eclipse do Sol às . . . . .	5 <sup>h</sup> 49' 5" T. M.
Equação do tempo . . . . .	- 7,6
Fim do Eclipse em tempo verdade. . . . .	5 48 57,4

Parece-me boa Observação , porque estava o Ceo claro depois de chover.

2 do Outubro Im. de $\tau$ de Tauro às . . . . .	9 <sup>h</sup> 28' 5" T. M.
Equação do tempo . . . . .	+ 10 38
Im. em tempo verdadeiro . . . . .	9 38 43
Em. da mesma às . . . . .	9 44 25 T. M.
Equação do tempo . . . . .	+ 10 38
Emersão do tempo verdadeiro . . . . .	9 55 3

Esta occultação he notavel pela sua pouca duração de 16' 20".

A Immersão pareceo-me boa , e caso tenha algum erro não passa de 4 ou 5", e a Emersão foi instantanea , porque sahio no escuro pouco ao Sul da illuminação.

CUSTODIO GOMES DE VILLAS BOAS.

*OBSERVAÇÃO do Eclipse de Sol de 16 de Junho de 1806 feita em Madrid na Casa da Direcção de Hydrographia, rua de Alcalá, por D. FILIPPE BAUZA.*

Principio do Eclipse ás . . . . .	4 <sup>h</sup> 27' 48", 66	} Tempo verd.
Fim . . . . .	6 9 7, 21	

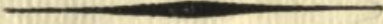
Esta observação foi feita com hum achromatico de Ramsden que amplificava 110 vezes.

A latitude do Lugar determinada pelas ultimas observações he de 40° 25' 8", 07 N.





EXPOSIÇÃO  
DOS  
METHODOS PARTICULARES,  
DE QUE SE FAZ USO NO CALCULO  
DESTAS EPHEMERIDES.



METHODS OF PASTORAL CARE  
EXPOSÉ

DE GUY DE VAU DE VILLE

PAR M. DE VAU DE VILLE



EXPOSIÇÃO  
 DOS  
 METHODOS PARTICULARES,  
 DE QUE SE FAZ USO NO CALCULO DESTAS  
 EPHEMERIDES.

---

1. NO calculo dos Lugares da Lua, que são os de mais importancia, e os de mais trabalho, usamos de meios particulares, cuja participação não deixará de ser recebida pelos Astronomos com o mesmo interesse que tem mostrado a respeito de outros artigos publicados nas nossas Ephemerides.

2. Os do Almanack Nautico se dizem feitos por dous Calculadores separados, hum destinado aos do meio-dia, outro aos da meia-noite, e verificados por hum terceiro pelas differenças levadas até á quarta. Mas não se diz, se essa verificação he sómente hum indicio para mandar refazer os Lugares suspeitos de erro, ou se por ventura possuem methodo para os acertar pelas mesmas differenças.

3. Seja como for, nós poupamos ametade do trabalho, sem prejuizo da exactidão, porque nos basta empregar nelles hum só Calculador, e sómente para os do meio-dia. Pelas differenças conhecemos, e corrigimos os defeituosos; e por hum methodo particular de Interpolação deduzimos os das meias-noites, juntamente com os numeros subsidiarios *A*, e *B*, correspondentes a todos. Isto he o que agora mostraremos.

§ I.

*Problema Geral.*

4. *Supposta huma serie de funções correspondentes aos termos de outra em progressão arithmetica, e tais que as suas differenças de huma ordem 2n devaõ já ser nullas, conhecer, e corrigir quaisquer erros que nellas haja.*

5. He sabido que as differenças de ordem impar correspondem ao meio dos intervallos, e as de ordem par ás mesmas funções directamente; e por isso estas ultimas são as que se attendem nesta questão, sen-

do a ordem dellas indicada pelo numero par  $2n$ , e podendo ser  $n$  qual-quer numero inteiro.

Sejaõ pois

$$\begin{array}{cccccccc} x & - & 6x & + & 15x & - & 20x & + & 15x & - & 6x & + & x \\ & & x & - & 4x & + & 6x & - & 4x & + & x & & \\ & & & & x & - & 2x & + & x & & & & \\ \Phi_3 & & \Phi_2 & & \Phi_1 & & \Phi + x & & \Phi' & & \Phi'' & & \Phi''' \end{array}$$

as funções propostas  $\Phi_3$ ,  $\Phi_2$  etc., e supponhamos que em vez da funcão verdadeira  $\Phi$  se calculou por erro  $\Phi + x$ : Está claro, pelo modo com que se tomaõ successivamente as differenças, que á segunda que deveria competir á mesma funcão acrescerá o erro  $-2x$ , e  $+x$  ás de cada huma das adjacentes,  $\Phi_1$ ,  $\Phi'$ . Do mesmo modo na quarta ordem levará a sua differença o erro  $+6x$ , as das duas adjacentes  $-4x$ , e as das outras duas  $+x$ ; e assim na sexta ordem, como acima se representa.

6. He por tanto facil de ver: 1.º Que os coefficients numericos  $1-2+1$ ,  $1-4+6-4+1$  etc. se contém (em geral nos do binomio  $(1-x)^{2n}$ )

$$= 1 - 2n + \frac{2n(2n-1)}{1 \cdot 2} - \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{etc.}$$

2.º Que o uni-

co erro  $x$  da funcão  $\Phi$  influe nas differenças de  $n$  funções antecedentes, e de outras tantas seguintes. 3.º Que devendo, pela hypothese, ser nullas as differenças da ordem  $2n$ , as que se acharem seraõ todas effeito do dito erro  $x$ , e que elle por si só, e com o mesmo sinal, se manifestará na da  $n$  funcão antecedente.

7. Donde se segue, que tomadas as ditas differenças, que começará a achar-se nullas, logo que apparecer huma com algum valor  $\delta$ , essa seraõ o erro  $x$  da funcão  $n$  seguinte, sem contar a de que se parte. E não haverá mais do que esse erro, se as differenças seguintes  $\delta'$ ,  $\delta''$ ,  $\delta'''$  etc. forem tais, que  $\delta' = -2n\delta$ ,  $\delta'' = + \frac{2n(2n-1)}{1 \cdot 2} \delta$ ,  $\delta''' = - \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \delta$  etc.

8. Supponhamos porém que as funções seguintes  $\Phi'$ ,  $\Phi''$ ,  $\Phi'''$  etc. tem tambem os erros respectivos  $x'$ ,  $x''$ ,  $x'''$  etc. Estes, alterando as condições antecedentes, entrarãõ successivamente a influir nas sobreditas differenças, exceptuando sómente a primeira  $\delta$ . E reflectindo sobre o modo, com que elles se comunicãõ symmetricamente para huma e outra parte da sua funcão respectiva, he facil de ver: Que fazendo, para abbreviar,  $2n = A$ ,  $\frac{A(2n-1)}{2} = B$ ,  $\frac{B(2n-2)}{3} = C$ ,  $\frac{C(2n-3)}{4} = D$ ,  $\frac{D(2n-4)}{5} = E$  etc. acharemos successivamente todos os ditos erros pelas equações seguintes



$$\begin{aligned} x &= \delta \\ x' &= \delta' + Ax \\ x'' &= \delta'' + Ax' - Bx \\ x''' &= \delta''' + Ax'' - Bx' + Cx \\ x^{iv} &= \delta^{iv} + Ax''' - Bx'' + Cx' - Dx \\ x^v &= \delta^v + Ax^{iv} - Bx''' + Cx'' - Dx' + Ex \\ &\text{etc.} \qquad \qquad \text{etc.} \end{aligned}$$

9. Onde he de notar: 1.º Que nesta soluçãõ se suppoem certas as primeiras  $2n$  funcões da serie; porque a primeira differença da ordem  $2n$  corresponde á funcão que está no lugar  $n + 1$ , até onde se estende o erro da funcão do lugar  $2n + 1$ , e para que se cõmunique elle só á dita differença he necessario, que pelo menos sejaõ justas as  $2n$  funcões antecedentes. 2.º Que dos coefficients  $A, B, C$  etc. o que estiver no lugar  $2n$  será  $= 1$ , e os seguintes todos  $= 0$ . E dali se segue que a concurrencia do primeiro erro  $x$  na determinaçãõ dos outros acabará na do erro  $x^{2n}$ , e na dos seguintes irá acabando por sua ordem a de todos os outros.

10. Ha porém hum caso, que escapa á soluçãõ precedente, e a qual quer ontra que dependa das differenças. E he quando todas as funcões tiverem hum mesmo erro constante; porque entãõ desvanecerãõ as differenças, como se todas estivessem certas. E o mais he, que se no decurso alguma, ou algumas se desviarem desse erro cõmum, pelas differenças se conhecerá somente esse desvio, e a correccãõ as restituirá ao erro constante das outras. Mas se o dito erro constante se introduzir depois de  $2n$  funcões certas, entãõ será indicado pelas differenças, e achado pelas equações antecedentes até onde elle existir.

11. Pelas mesmas equações se resolverá este Problema: *Dadas as  $2n$  primeiras funcões de huma serie dellas, cujas differenças da ordem  $2n$  devãõ ser nullas, achar todas as seguintes.* Porque se reduz ao antecedente, suppondo-as todas  $= 0$ , que he o mesmo que suppor a cada huma affecta de hum erro igual a ella, e com o sinal contrario. E por conseguinte achados estes erros com o sinal contrario daraõ as funcões procuradas.

12. Tomandõ, por exemplo, a funcão  $3y + 6y^2 - y^3$  cujas differenças da ordem quarta devem ser nullas, calculemos os seus valores correspondentes aos de  $y$  1, 2, 3, 4, que seraõ as  $2n$  primeiras funcões 8, 22, 36, 44. Entãõ suppondo nullas todas as seguintes que se buscaõ, e tomando as quartas differenças, acharemos  $\delta = -40$ ,  $\delta' = +142$ ,  $\delta'' = -140$ ,  $\delta''' = +44$ ,  $\delta^{iv}$  etc.  $= 0$ , correspondendo a primeira  $\delta$  ao lugar de  $y = 3$ , e mostrando o erro da funcão 0, que se suppoz corresponder a  $y = 5$ . E porque neste caso  $A = 4$ ,  $B = 6$ ,  $C = 4$ ,  $D = 1$ ,  $E$  etc.  $= 0$ , substituindõ estes valores nas Equações (n. 8.), acharentos  $x = -40$ ,  $x' = -18$ ,  $x'' = +28$ ,  $x''' = +104$ ,  $x^{iv} = +216$ ,  $x^v = +370$ ,  $x^{vi} = +572$  etc., que com o sinal contrario saõ as funcões procuradas.

13. He para sentir, que este Problema taõ facil, e taõ simples, não seja applicavel senãõ a funcões exactas, e que devãõ ter as differenças



da ordem dada exactamente nullas. Porque nas approximadamente tais, quais são as que temos em vista, a mais leve inexactidão na primeira differença  $\delta$  ou do primeiro erro  $x$ , se amplificará no segundo, a de ambos no terceiro, e assim por diante, em razão das multiplicações successivas pelos coefficients  $A, B, C$  etc., os quais são tanto mais consideráveis, quanto mais alta for a ordem das differenças. Neste caso he forçoso buscar cada erro por si, independentemente dos outros; e isso pelas differenças correspondentes ás mesmas funções erradas, onde se manifesta mais avultada a influencia dos seus respectivos erros, como agora mostraremos.

## § II.

*Problemas Particulares.*

14. **D**eixada pois a extremidade, aonde começa a sentir-se a influencia da primeira função errada seguinte, faremos agora epocha nella mesma; e por isso bastará tambem que sejam certas as primeiras  $n$  funções da serie proposta. E assim suppondo que as funções  $\Phi, \Phi', \Phi''$  etc. tem os erros  $x, x', x''$  etc., e as differenças  $\delta, \delta', \delta''$  etc. da ordem  $2n$ , he facil de ver: que cada huma destas contém o erro da sua respectiva função multiplicado pelo maximo coefficiente, juntamente com as partes que lhe são comunicadas pelos das outras; e que o dito coefficiente he

(como se sabe)  $\frac{2n(2n-1)(2n-2)\dots(2n-(n-1))}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n}$ , ou mais

simplesmente (tomando os factores do numerador na ordem inversa)

$\frac{(n+1)(n+2)\dots(n+n)}{1 \cdot 2! \cdot \dots \cdot n}$ , o qual he positivo, sendo  $n$  par: e negativo, sendo impar.

15. Fazendo por tanto daqui por diante

$$A = \frac{(n+1)(n+2)\dots(n+n)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n}, B = \frac{n}{n+1}, C = \frac{n(n-1)}{(n+1)(n+2)},$$

$$D = \frac{n(n-1)(n-2)}{(n+1)(n+2)(n+3)}, E = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \text{ etc.},$$

serão os coefficientes adjacentes ao maximo e para ambas as partes, por sua ordem,  $-AB + AC - AD + AE - AF$  etc. Donde he facil de ver, que para a determinação dos erros  $x, x', x''$  etc. se derivão as equações seguintes



$$\begin{aligned}
 x - Bx' + Cx'' - Dx''' + Ex^{iv} - Fx^{v} \text{ etc.} &= \frac{\delta}{A} \\
 - Bx + x' - Bx'' + Cx''' - Dx^{iv} + Ex^{v} \text{ etc.} &= \frac{\delta'}{A} \\
 + Cx - Bx' + x'' - Bx''' + Cx^{iv} - Dx^{v} \text{ etc.} &= \frac{\delta''}{A} \\
 - Dx + Cx' - Bx'' + x''' - Bx^{iv} + Cx^{v} \text{ etc.} &= \frac{\delta'''}{A} \\
 + Ex - Dx' + Cx'' - Bx''' + x^{iv} - Bx^{v} \text{ etc.} &= \frac{\delta^{iv}}{A} \\
 - Fx + Ex' - Dx'' + Cx''' - Bx^{iv} + x^{v} \text{ etc.} &= \frac{\delta^v}{A};
 \end{aligned}$$

equações, que pela notavel symmetria dos seus termos são mais faccis de resolver do que quaisquer outras em igual numero.

16. Além disso denotando sempre daqui por diante por  $d$  a differença antecedente a  $\delta$ , e por  $d'$  a immediata seguinte á da ultima função que se suppoem errada, he evidente que para verificação da supposião he necessario, que  $d$  não dependa senão dos erros das funções seguintes, nem  $d'$  senão dos das antecedentes. E dahi resultaõ as duas equações de condiçãõ seguintes

$$\frac{d}{A} = - Bx + Cx' - Dx'' + Ex''' - Fx^{iv} \text{ etc.}$$

$$\frac{d'}{A} = - B(x) + C(x)' - D(x)'' + E(x)''' - F(x)^{iv} \text{ etc.}$$

advertindo-se, que na segunda por  $(x)$  se entende o ultimo erro, por  $(x)'$  o penultimo, e assim por diante em ordem retrogada.

17. E porque não he possivel huma resoluçãõ geral destas equações, resolveremos os casos particulares de huma, duas etc. funções erradas.

I. *Suppondo huma só função errada, achar o seu erro, e as condições da sua separaçãõ de outras erradas.*

Neste caso a primeira equaçãõ (n. 15.) dá immediatamente  $x = \frac{\delta}{A}$ .

E as duas (n. 16.) concorrem ambas em dar  $\frac{d}{A} = - Bx$ , e  $\frac{d'}{A} = - Bx$ .

Logo  $d = d' = - ABx = - \frac{n\delta}{n+1}$ . E este caso de tão facil resoluçãõ, e tão evidente criterio, he o que na practica ha de acontecer mais ve-

zes, porque não he verosimil que hum calculador seguro haja de errar muitas vezes a fio.

18. II. Sendo erradas sómente duas funções, achar os seus erros, e as condições proprias desse caso.

As duas primeiras equações (n. 15.) se reduzem então simplesmente a  $x - Bx' = \frac{\delta}{A}$ , e  $-Bx + x' = \frac{\delta'}{A}$ , cuja soma e differença daõ immediatamente  $x' + x = \frac{\delta' + \delta}{A(1-B)}$ , e  $x' - x = \frac{\delta' - \delta}{A(1+B)}$ , e consequentemente

$$x = \frac{\delta' + \delta}{2A(1-B)} - \frac{(\delta' - \delta)}{2A(1+B)},$$

$$x' = \frac{\delta' + \delta}{2A(1-B)} + \frac{\delta' - \delta}{2A(1+B)}.$$

Donde substituindo os valores de  $1-B = \frac{1}{n+1}$ ,  $1+B = \frac{2n+1}{n+1}$ , e reduzindo, teremos

$$x = \frac{(n+1)(\delta(n+1) + \delta'n)}{A(2n+1)}$$

$$x' = \frac{(n+1)(\delta n + \delta'(n+1))}{A(2n+1)}$$

19. As equações (n. 16.) se reduzem tambem a  $\frac{d}{A} = -Bx + Cx'$ , e  $\frac{d'}{A} = -Bx' + Cx$ , que similhantemente daõ

$$\frac{d+d'}{A} = -(B-C)(x'+x),$$

$$\frac{d'-d}{A} = -(B+C)(x'-x);$$

e estas pela substituição dos valores de  $x' + x$ , e  $x' - x$ , precedentemente achados, se reduzem a

$$d+d' = -\frac{(B-C)(\delta'+\delta)}{1-B},$$

$$d'-d = -\frac{(B+C)(\delta'-\delta)}{1+B}.$$

Donde, substituindo os valores antecedentes de  $1-B$ ,  $1+B$ , e os de



$$B - C = \frac{3n}{(n+1)(n+2)},$$

$$B + C = \frac{n(2n+1)}{(n+1)(n+2)},$$

se conclue

$$d = -\frac{n(2\delta + \delta')}{n+2} \quad d' = -\frac{n(\delta + 2\delta')}{n+2}.$$

20. III. *Achar os erros de tres funções consecutivas, e as condições proprias desse caso.*

Para isso temos (n. 15.) as tres equações seguintes

$$x - Bx' + Cx'' = \frac{\delta}{A}$$

$$-Bx + x' - Bx'' = \frac{\delta'}{A}$$

$$Cx - Bx' + x'' = \frac{\delta''}{A}.$$

As quais, tendo tirado a primeira da terceira, e depois somando-as, substituindo na soma o valor de  $x'$  deduzido da segunda, e nesse valor o de  $x'' + x$ , dão as tres seguintes

$$x'' + x = \frac{\delta'' + 2B\delta' + \delta}{A(1 - 2B^2 + C)}$$

$$x'' - x = \frac{\delta'' - \delta}{A(1 - C)}$$

$$x' = \frac{\delta'}{A} + \frac{B(\delta'' + 2B\delta' + \delta)}{A(1 - 2B^2 + C)}.$$

E substituindo nellas os valores de

$$1 - C = \frac{2(2n+1)}{(n+1)(n+2)}, \quad 1 - 2B^2 + C = \frac{2(2n+1)}{(n+1)^2(n+2)},$$

tomando a semisoma, e semidiferença das duas primeiras, e fazendo as reduções ordinarias, teremos

$$x = \frac{(n+1)(n+2)((n+2)\delta + 2n\delta' + n\delta'')}{4A(2n+1)}$$

$$x' = \frac{(n+1)(n(n+2)(\delta + \delta'') + 2(n^2 + n + 1)\delta')}{2A(2n+1)}$$

$$x'' = \frac{(n+1)(n+2)(n\delta + 2n\delta' + (n+2)\delta'')}{4A(2n+1)}$$

21. E para as equações de condição temos  $\frac{d}{A} = -Bx + Cx' - Dx''$ , e  $\frac{d'}{A} = -Bx'' + Cx' - Dx$  (n. 16.), de cuja soma e diferença, substituídos os valores antecedentes de  $x'$ ,  $x'' + x$ , e  $x'' - x$ , resulta

$$d' - d = -\frac{(B - D)(\delta'' - \delta)}{1 - C},$$

$$d' + d = 2C\delta' - \frac{(B - 2BC + D)(\delta'' + 2B\delta' + \delta)}{1 - 2B^2 + C}.$$

Donde, pela substituição dos valores de  $B - D = \frac{4n(2n+1)}{(n+1)(n+2)(n+3)}$ , e de  $B - 2BC + D = \frac{8n(2n+1)}{(n+1)^2(n+2)(n+3)}$ , além dos outros proximamente empregados, concluiremos

$$d = -\frac{n((n+2)(3\delta + \delta'') + 3(n+1)\delta')}{(n+2)(n+3)}$$

$$d' = -\frac{n((n+2)(\delta + 3\delta'') + 3(n+1)\delta')}{(n+2)(n+3)}.$$

22. IV. *Achar os erros de quatro funções, e as condições desse caso.*

Para isso temos principalmente as quatro equações

$$x - Bx' + Cx'' - Dx''' = \frac{\delta}{A}$$

$$-Bx + x' - Bx'' + Cx''' = \frac{\delta'}{A}$$

$$+Cx - Bx' + x'' - Bx''' = \frac{\delta''}{A}$$

$$-Dx + Cx' - Bx'' + x''' = \frac{\delta'''}{A}$$

das quais resultaõ os dous binarios seguintes

$$(1 - D)(x'' + x) - (B - C)(x' + x') = \frac{\delta'' + \delta}{A}$$

$$-(B - C)(x''' + x) + (1 - B)(x'' + x') = \frac{\delta'' + \delta'}{A}$$



$$\left. \begin{aligned} (1 + D) (x'' - x) - (B + C) (x'' - x') &= \frac{\delta'' - \delta}{A} \\ - (B + C) (x'' - x) + (1 + B) (x'' - x') &= \frac{\delta'' - \delta'}{A} \end{aligned} \right\}$$

E separando teremos por conseguinte

$$x'' + x = \frac{(1 - B) (\delta'' + \delta) + (B - C) (\delta'' + \delta')}{A ((1 - B) (1 - D) - (B - C)^2)}$$

$$x'' + x' = \frac{(B - C) (\delta'' + \delta) + (1 - D) (\delta'' + \delta')}{A ((1 - B) (1 - D) - (B - C)^2)}$$

$$x'' - x = \frac{(1 + B) (\delta'' - \delta) + (B + C) (\delta'' - \delta')}{A ((1 + B) (1 + D) - (B + C)^2)}$$

$$x'' - x' = \frac{(B + C) (\delta'' - \delta) + (1 + D) (\delta'' - \delta')}{A ((1 + B) (1 + D) - (B + C)^2)}$$

23. Substituindo por tanto os valores de

$$1 - B = \frac{1}{n + 1}, B - C = \frac{3n}{(n + 1) (n + 2)}, 1 - D = \frac{5(3n + 5n + 2)}{(n + 1) (n + 2) (n + 3)},$$

$$1 + B = \frac{2n + 1}{n + 1}, B + C = \frac{n(2n + 1)}{(n + 1) (n + 2)}, 1 + D = \frac{(2n + 1) (n^2 + n + 6)}{(n + 1) (n + 2) (n + 3)},$$

$$(1 - B) (1 - D) - (B - C)^2 = \frac{12(2n + 1)}{(n + 1)^2 (n + 2)^2 (n + 3)},$$

$$(1 + B) (1 + D) - (B + C)^2 = \frac{4(2n + 1)^2 (2n + 3)}{(n + 1)^2 (n + 2)^2 (n + 3)},$$

tomando as semisomas e semidiferenças correspondentes, reduzindo e fa-

zendo  $\frac{(n + 1) (n + 2)}{12 A (2n + 1) (2n + 3)} = \Delta$ , teremos

$$x = \Delta (n + 5) \left\{ \begin{aligned} &\delta (n + 2) (n + 3) + 3\delta' n (n + 2) \\ &+ 3\delta'' n (n + 1) + \delta''' n (n + 2) \end{aligned} \right\}$$

$$x' = 3\Delta \left\{ \begin{aligned} &\delta n (n + 2) (n + 3) + \delta' (n + 2) (3n^2 + 2n + 3) \\ &+ \delta'' n (3n^2 + 7n + 6) + \delta''' n (n + 1) (n + 3) \end{aligned} \right\}$$

$$x'' = 3\Delta \left\{ \begin{aligned} &\delta n (n + 1) (n + 3) + \delta' n (3n^2 + 7n + 6) \\ &+ \delta'' (n + 2) (3n^2 + 2n + 3) + \delta''' n (n + 2) (n + 3) \end{aligned} \right\}$$

$$x''' = \Delta (n + 5) \left\{ \begin{aligned} &\delta n (n + 2) + 3\delta' n (n + 1) \\ &+ 3\delta'' n (n + 2) + \delta''' (n + 2) (n + 3) \end{aligned} \right\}$$

24. As equações de condicão (n. 16.) serão

$$\frac{d}{A} = -Bx + Cx' - Dx'' + Ex'''$$

$$\frac{d'}{A} = -Bx'' + Cx''' - Dx' + Ex,$$

das quais se deduzem as duas seguintes

$$\frac{d' + d}{A} = -(B - E)(x'' + x) + (C - D)(x' + x')$$

$$\frac{d' - d}{A} = -(B + E)(x''' - x) + (C + D)(x'' - x').$$

Donde pela substituição dos valores antecedentes de  $x''' + x$ ,  $x''' - x$ ,

$$x'' + x', \quad x'' - x', \quad \text{e pela de } C - D = \frac{5n(n-1)}{(n+1)(n+2)(n+3)},$$

$$C + D = \frac{n(n-1)(2n+1)}{(n+1)(n+2)(n+3)}, \quad B - E = \frac{15n(n^2+n+2)}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)},$$

$$B + E = \frac{n(2n+1)(n^2+n+18)}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}, \quad \text{feitas as reduções costumadas,}$$

achamos a final

$$d = - \frac{n((n+3)(4\delta + 8'') + 2(n+1)(3\delta' + 2\delta''))}{(n+3)(n+4)}$$

$$d' = - \frac{n((n+3)(\delta + 4\delta''') + 2(n+1)(2\delta' + 3\delta''))}{(n+3)(n+4)}$$

25. V. Achar os erros de cinco funções, com as condições próprias desse caso.

Nas equações deste Problema

$$x - Bx' + Cx'' - Dx''' + Ex^{iv} = \frac{\delta}{A}$$

$$-Bx + x' - Bx'' + Cx''' - Dx^{iv} = \frac{\delta'}{A}$$

$$+ Cx - Bx' + x'' - Bx''' + Cx^{iv} = \frac{\delta''}{A}$$

$$-Dx + Cx' - Bx'' + x''' - Bx^{iv} = \frac{\delta'''}{A}$$

$$+ Ex - Dx' + Cx'' - Bx''' + x^{iv} = \frac{\delta^{iv}}{A}$$



tomando as diferenças e as somas da primeira e quinta, e da segunda e quarta, teremos:

$$\begin{aligned}(1-E)(x^{iv}-x) - (B-D)(x'''-x') &= \frac{\delta^{iv}-\delta}{A} \\ -(B-D)(x^{iv}-x) + (1-C)(x'''-x') &= \frac{\delta'''-\delta'}{A} \\ (1+E)(x^{iv}+x) - (B+D)(x''' + x') + 2Cx'' &= \frac{\delta^{iv}+\delta}{A} \\ -(B+D)(x^{iv}+x) + (1+C)(x''' + x') - 2Bx'' &= \frac{\delta''' + \delta'}{A}\end{aligned}$$

26. As duas primeiras destas equações dão immediatamente

$$\begin{aligned}x^{iv}-x &= \frac{(1-C)(\delta^{iv}-\delta) + (B-D)(\delta'''-\delta')}{A((1-C)(1-E) - (B-D)^2)} \\ x'''-x' &= \frac{(B-D)(\delta^{iv}-\delta) + (1-E)(\delta'''-\delta')}{A((1-C)(1-E) - (B-D)^2)}\end{aligned}$$

E nas outras duas substituindo o valor de

$x'' = \frac{\delta''}{A} + B(x''' + x') - C(x^{iv} + x)$  tirado da terceira equação fundamental, fazendo

$$1 - 2B^2 + C = M, \quad 1 - 2C^2 + E = N, \quad B - 2BC + D = P,$$

teremos tambem

$$\begin{aligned}x^{iv} + x &= \frac{M(\delta - 2C\delta'' + \delta^{iv}) + P(\delta' + 2B\delta'' + \delta''')}{A(MN - P^2)} \\ x''' + x' &= \frac{P(\delta - 2C\delta'' + \delta^{iv}) + N(\delta' + 2B\delta'' + \delta''')}{A(MN - P^2)}\end{aligned}$$

27. Substituindo por tanto os valores de

$$\begin{aligned}1-C &= \frac{2(2n+1)}{(n+1)(n+2)}, \quad B-D = \frac{4n(2n+1)}{(n+1)(n+2)(n+3)}, \\ 1-E &= \frac{8(2n+1)(n^2+n+3)}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)},\end{aligned}$$

$$(1-C)(1-E) - (B-D)^2 = \frac{48(2n+1)^2(2n+3)}{(n+1)^2(n+2)^2(n+3)^2(n+4)}$$

$$M = \frac{2(2n+1)}{(n+1)^2(n+2)}, \quad N = \frac{16(2n+1)(2n^2+6n^2+4n+3)}{(n+1)^2(n+2)^2(n+3)(n+4)},$$

$$P = \frac{8n(2n+1)}{(n+1)^2(n+2)(n+3)}, \quad MN - P^2 = \frac{96(2n+1)^2(2n+3)}{(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^2(n+4)},$$

e substituindo também na equação

$$x^v = \frac{\delta^v}{A} + B(x'' + x') - C(x'' + x) \text{ os valores antecedentes de } x'' + x', x'' + x, \text{ reduzindo, e fazendo } \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{96A(2n+1)(2n+3)} = \Delta,$$

teremos

$$x = \Delta(n+4) \left\{ \begin{array}{l} \delta(n+3)(n+4) + 4n\delta'(n+3) \\ + 6\delta''n(n+1) + 4n\delta'''(n+1) + n\delta^{iv}(n+3) \end{array} \right\}$$

$$x' = 4\Delta \left\{ \begin{array}{l} 8n(n+3)(n+4) + 2\delta'(2n^3 + 7n^2 + 5n + 6) \\ + 6n\delta''(n^2 + 2n + 2) \\ + 2n\delta'''(2n^3 + 5n + 3) + n\delta^{iv}(n+1)(n+4) \end{array} \right\}$$

$$x'' = \frac{6\Delta}{(n+3)} \left\{ \begin{array}{l} n(n+1)(n+3)(n+4)(\delta + \delta^{iv}) \\ + 4n(n+3)(n^2 + 2n + 2)(\delta' + \delta''') \\ + 2\delta''(3n^4 + 12n^3 + 19n^2 + 14n + 12) \end{array} \right\}$$

$$x''' = 4\Delta \left\{ \begin{array}{l} 8n(n+1)(n+4) + 2n\delta'(2n^3 + 5n + 3) \\ + 6n\delta''(n^2 + 2n + 2) \\ + 2\delta'''(2n^3 + 7n^2 + 5n + 6) + n\delta^{iv}(n+3)(n+4) \end{array} \right\}$$

$$x^{iv} = \Delta(n+4) \left\{ \begin{array}{l} 8n(n+3) + 4\delta'n(n+1) + 6\delta''n(n+1) \\ + 4\delta'''n(n+3) + \delta^{iv}(n+3)(n+4) \end{array} \right\}$$

28. As equações de condição serão neste caso

$$\frac{d}{A} = -Bx + Cx' - Dx'' + Ex''' - Fx^{iv}$$

$$\frac{d'}{A} = -Bx' + Cx'' - Dx''' + Ex^{iv} - Fx;$$

das quais, eliminando  $x^v$ , se deduzem as seguintes

$$\frac{d' - d}{A} = -(B - F)(x^{iv} - x) + (C - E)(x''' - x')$$

$$\frac{d + d'}{A} = -\frac{2D\delta''}{A} - (B - 2CD + F)(x^{iv} + x) + (C - 2BD + E)(x''' + x')$$

29. É estas, pela substituição dos valores antecedentes de  $x^{iv} + x$ ,  $x^{iv} - x$ ,  $x''' + x'$ ,  $x''' - x'$ , e pela de



$$C - E = \frac{6n(n-1)(2n+1)}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}$$

$$B - F = \frac{12n(2n+1)(n^2+n+3)}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)}$$

$$C - 2BD + E = \frac{18n(n-1)(2n+1)}{(n+1)^2(n+2)(n+3)(n+4)}$$

$$B - 2CD + F = \frac{72n(2n+1)(n^3+3n^2+2n+4)}{(n+1)^2(n+2)^2(n+3)(n+4)(n+5)}$$

darão finalmente

$$d = \frac{n((n+3)(n+4)(5\delta + 8''') + 5(n+1)(n+3)(2\delta' + 8''') + 10(n+1)(n+2)\delta'')}{(n+3)(n+4)(n+5)}$$

$$f = \frac{n((n+3)(n+4)(\delta + 5\delta''') + 5(n+1)(n+3)(\delta' + 2\delta''') + 10(n+1)(n+2)\delta'')}{(n+3)(n+4)(n+5)}$$

30. Suprimimos aqui o Problema de seis funções, e deixamos de proseguir na indagação dos dous seguintes de sette, e de oito, que ainda seriaõ tractaveis, porque começaõ a fazer-se cada vez menos exactos na practica, em rasaõ dos grandes coefficients numericos de  $\delta$ ,  $\delta'$  etc.; dos quais, alem do maior incõmodo do calculo, se segue que nas differenças de grandes productos desaparecem os algarismos mais certos, e ficaõ os duvidosos para a determinação do que se procura.

### § III.

*Reducção dos Problemas antecedentes ao caso das differenças oitavas, ou de  $n=4$ .*

31. Como temos adoptado para os Lugares da Lua, calculados de 24 em 24 horas, a supposição de deverem ser nullas as suas differenças da oitava ordem, o que supposto que não seja de exactidão rigorosa, he-o com tudo de huma aproximação tal, qual se podia dezejar neste objecto: Convem, que tenhamos todos os Problemas antecedentes por huma vez reduzidos a esse caso.

32. Entaõ, sendo  $n=4$ , teremos primeiramente  $A = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = +70$  (n. 14.). E depois, suppondo sempre que as funções, ou Lugares con-

secutivos da Lua  $\Phi$ ,  $\Phi'$ ,  $\Phi''$  etc. tem os erros  $x$ ,  $x'$ ,  $x''$ , etc. e as oitavas diferenças correspondentes  $\delta$ ,  $\delta'$ ,  $\delta''$  etc., e denotando sempre por  $d$  a diferença antecedente a  $\delta$ , e por  $d'$  a seguinte á da ultima funcão errada, serão os ditos Problemas reduzidos por sua ordem ás formulas seguintes.

## I.

*Huma só funcão errada.*

$$33. \quad d = d' = -\frac{4\delta}{5}, \quad x = \frac{\delta}{70}$$

## II.

*Duas funcões.*

$$34. \quad \left\{ \begin{array}{l} d = -\frac{4\delta + 2\delta'}{3} \\ d' = -\frac{2\delta + 4\delta'}{3} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{5\delta + 4\delta'}{126} \\ x' = \frac{4\delta + 5\delta'}{126} \end{array} \right\}$$

## III.

*Tres funcões.*

$$35. \quad \left\{ \begin{array}{l} d = -\frac{12\delta + 10\delta' + 4\delta''}{7} \\ d' = -\frac{4\delta + 10\delta' + 12\delta''}{7} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3\delta + 4\delta' + 2\delta''}{42} \\ x' = \frac{7\delta' + 4(\delta + \delta'')}{42} \\ x'' = \frac{2\delta + 4\delta' + 3\delta''}{42} \end{array} \right\}$$



IV.

*Quatro funções.*

$$36. \left\{ \begin{aligned} d &= -\frac{28\delta + 30\delta' + 20\delta'' + 7\delta'''}{14} \\ d' &= -\frac{7\delta + 20\delta' + 30\delta'' + 28\delta'''}{14} \\ x &= \frac{7\delta + 12\delta' + 10\delta'' + 4\delta'''}{66} \\ x' &= \frac{84\delta + 177\delta' + 164\delta'' + 70\delta'''}{462} \\ x'' &= \frac{70\delta + 164\delta' + 177\delta'' + 84\delta'''}{462} \\ x''' &= \frac{4\delta + 10\delta' + 12\delta'' + 7\delta'''}{66} \end{aligned} \right.$$

V.

*Cinco funções.*

$$37. \left\{ \begin{aligned} d &= -\frac{280\delta + 350\delta' + 300\delta'' + 175\delta''' + 56\delta^{iv}}{126} \\ d' &= -\frac{56\delta + 175\delta' + 300\delta'' + 350\delta''' + 280\delta^{iv}}{126} \\ x &= \frac{14\delta + 28\delta' + 30\delta'' + 20\delta''' + 7\delta^{iv}}{99} \\ x' &= \frac{56\delta + 133\delta' + 156\delta'' + 110\delta''' + 40\delta^{iv}}{198} \\ x'' &= \frac{477\delta'' + 364(\delta' + \delta''') + 140(\delta + \delta^{iv})}{462} \\ x''' &= \frac{40\delta + 110\delta' + 156\delta'' + 133\delta''' + 56\delta^{iv}}{198} \\ x^{iv} &= \frac{7\delta + 20\delta' + 30\delta'' + 28\delta''' + 14\delta^{iv}}{99} \end{aligned} \right.$$

38. He de advertir, que entre as duas funções extremas podem estar algumas que não sejam erradas; e isso será conhecido pelas mesmas formulas, que darão os seus respectivos erros  $= 0$ . O mesmo succederia a respeito de huma ou de ambas as extremas, se ellas se supuzessem erradas, sem o serem. A supposição que prejudica, e que vicariaria a correccão de todas as outras, he a de se tomarem como extremas sem o serem, isto he, de se tomar a differença da primeira, como inteiramente livre da influencia dos erros das funções antecedentes, e a ultima da que provenha dos erros das seguintes, não o sendo. E isso he o que se conhecerá sempre pelas equações de condição, e com segurança mais ampla: porque bastando que a primeira seja precedida, e a ultima seguida de quatro funções certas, pelas ditas condições se exigem cinco.

39. Advirta-se tambem, que os erros  $x$ ,  $x'$  etc. se achão positivos, ou negativos, conforme affectão as verdadeiras funções procuradas para se tornarem nas erroneamente calculadas; que a estas se devem applicar com o sinal contrario para termos aquellas. Porque tendo supposto a função verdadeira desconhecida  $= \Phi$ , e a errada conhecida  $\Phi + x = F$ , logo que for conhecido  $x$ , teremos  $\Phi = F - x$ . Donde, por outros termos, se segue que os erros com o sinal contrario são as correções das suas respectivas funções.

#### § IV.

##### *Uso das Formulas antecedentes.*

40. HA dous objectos, a que devemos satisfazer nesta parte: Humo de distinguir na serie dos Lugares calculados, quais são os admissiveis como sufficientemente exactos, e quais os que carecem de correccão; e o outro, he o de achar essa correccão. Para o primeiro bastão-nos as quartas differenças, e para o segundo he que serão necessarias as oitavas, calculadas sómente para os Lugares defeituosos, e para os dous adjacentes a elles. Humas e outras se podem calcular muito expeditamente sem passar pelas intermedias, pela regra seguinte:

41. *Ao sextuplo de qualquer função ajunta-se a soma das coadjacentes, e da soma tira-se o quadruplo das adjacentes:* O resto será a differença quarta correspondente a essa função, como he facil de ver pelo modo com que ellas se formão successivamente desde a primeira até á quarta, bem entendido que por *adjacentes* entendemos as duas immediatas á de que se trata, huma para traz e a outra para diante, e por *coadjacentes* as outras duas immediatas a essas para huma e outra parte. E assim, sendo as funções  $\Phi_1, \Phi, \Phi', \Phi''$ , será a differença quarta de  $\Phi = 6\Phi + (\Phi_1 + \Phi'') - 4(\Phi + \Phi')$ .

42. E isto se practica com a maior brevidade e presteza, reflectindo-se que nas somas e multiplicações não he necessario chegar aos grãos,



antes se lançaõ fóra os que virem dos minutos; e que a multiplicação por 6 basta que chegue ás unidades dos minutos, porque pelas dezenas daria grãos justos que igualmente se haveriaõ de lançar fóra. Advertindo-se porém, que como estas differenças são pouco consideraveis, todas as vezes que ao tomar o resto se houvesse de subtrahir hum numero grande de minutos de outro pequeno, a este se ajuntariaõ 60'. E assim em vez de  $-5, 23 + 57, 42 = + 52, 19$ , deveremos tomar  $-65, 23 + 57, 42 = -7, 81$ .

43. Deve com tudo notar-se, que este expediente de não attender aos grãos, em que se poupa mais da ametade do tempo e do trabalho, he sujeito a dous inconvenientes, que raras vezes succederáõ, mas que para tal caso devem ser prevenidos. O primeiro he o de ter havido engano em algum algarismo dos grãos, porque a pezar de tão grande erro as funcões ou se mostraráõ admissiveis, ou se lhes acharáõ as correccões de outros pequenos erros que tenhaõ, ficando aquelle desconhecido. Mas isto não pôde causar embaraço, porque como depois para a interpolação se haõ-de tomar as primeiras e segundas differenças, entãõ se manifestará, e corrigirá esse erro.

44. O outro caso he quando o erro for de 10' para cima, porque no sextuplo se desattenderá indevidamente hum, ou mais grãos, assim como succederá com o quadruplo no caso de ser o erro de 15' para cima. Mas este se distinguirá muito bem pelas mesmas quartas differenças. Porque sendo hum erro mais forte do que as differenças competentes ás funcões exactas, e do que a influencia de outros pequenos erros adjacentes, apparecerá logo quasi tal como he na primeira differença. E porque o quadruplo delle muito mais notavel deve entrar com sinal contrario na seguinte, e na outra o sextuplo com o mesmo sinal (n. 5.), he muito facil de ver quantas vezes 60' he necessario ajuntar ou tirar ás ditas differenças para satisfazerem a essa condição; e se não, tomar-se há o partido de as calcular de novo tendo conta com os grãos.

45. Exemplo: Supponhamos, que no calculo das Latitudes para o mez de Abril de 1807, se acháraõ as seguintes

Dias.	Lat. C.	Diff. 4. <sup>as</sup>	Diff. 8. <sup>as</sup>
13.	— 1° 19', 40	+ 0', 51 . . . . + 0, 51	
14.	— 2 25, 96	+ 0, 10 . . . . + 0, 10	
15.	— 3 25, 93	+ 19, 91 . . . . + 19, 91	
16.	— 4 15, 34	+ 39, 44 — 120' — 80, 56	— 1120, 10 d'
17.	— 4 30, 31	— 1, 12 + 120 + 118, 88	+ 1400, 18 s
18.	— 5 7, 52	— 21, 68 — 60 — 81, 68	— 1120, 30 d'
19.	— 5 4, 77	+ 18, 03 . . . . + 18, 03	
20.	— 4 41, 54	— 2, 02 . . . . — 2, 02	
21.	— 3 59, 28	— 1, 35 . . . . — 1, 35	



Tomadas as diferenças quartas, vemos que apparece de repente  $+ 19', 91$  no dia 15, e por tanto deviaõ ser as tres seguintes pouco differentes de  $- 80', + 120', - 80'$ . Donde se conhece que á primeira dellas se deve applicar a correccão  $- 120'$ , á segunda  $+ 120'$ , e á terceira  $- 60'$ , e ficarão reduzidas a  $- 80, 56, + 118, 88, - 81, 68$ , como se teriaõ achado pelas operações feitas sem desattender os grãos.

46. Haverá tambem alguns casos de excepção á regra que acima démos (n. 42.) por falta da condição, em que se suppoem as diferenças pequenas, como são ordinariamente. E isso succederá todas as vezes que houver erro mais consideravel, posto que não chegue a 10'; porque então pode ser que a differença procurada no exemplo da mesma regra não seja  $- 7', 81$ , mas  $+ 52', 19$ . Estes dous valores ambíguos são complementos hum do outro para 60', e de sinal contrario. Donde se segue, que constando o sinal que deve ter a differença do mesmo modo que no caso antecedente, não póde haver duvida na escolha; e quando a haja, recorrer-se-há á repetição das operações por inteiro.

47. As diferenças oitavas calculã-se sobre as quartas pela mesma regra: porque são quartas das quartas. E nellas não tem lugar algum a rejeição dos grãos, mas tomaõ-se inteiramente as somas, e productos como sahem em minutos, ainda que passem de 60', 120' etc., ou elles venhaõ dessas operações, ou os houvesse já nas diferenças quartas, como no exemplo antecedente. Assim se acharão as correspondentes aos dias 16, 17, 18 do mesmo exemplo, nas quais se acha o caso do Problema I.

(n. 33.), porque  $-\frac{4}{5} 8 = - 1120, 14$ , e consequentemente será  $\frac{8}{70} = + 20', 002$  o erro da Latitude do dia 17, que será por tanto  $- 4^\circ 50', 51$ .

48. *Conhecer pelas quartas diferenças quais são os Lugares calculados da Lua admissiveis como sufficientemente exactos, e quais os orçados.*

Se ellas procederem de huma maneira regular crescendo até certo ponto, e depois diminuindo successivamente tanto pelo positivo, como pelo negativo, não mudando de sinal senão quando forem pequenas, mostrarão que as funções, donde se derivaõ, são regulares, e que as suas diferenças tendem a desvanecer nas ordens seguintes. E isto he da natureza mesma dessas funções, porque são compostas de termos proporcionais aos senos de arcos proporcionais ao tempo, os quais se resolvem em series geometricas que tem essa propriedade.

49. E pelo contrario: Se as ditas diferenças crescerem ou diminuir por saltos descompassados, se indo em crescimento diminuir para tornar a crescer, ou reciprocamente, se mudarem de sinal sem serem pequenas, e sem perseverança nelle ainda que pequenas sejaõ, mas com mudanças alternativas: He sinal certo, de que nas funções se introdu-



zio erro, ou erros, que lhes alterarão a regularidade, sendo evidente que as diferenças dahi por diante em vez de tenderem a desvanecer, se farão cada vez maiores ao infinito.

50. *Pelas mesmas diferenças conhecer qual he o primeiro Lugar errado, e qual o ultimo: e achar proxivamente os erros delles.*

Nesta ordem de diferenças o erro de qualquer função não se estende senão á diferença da segunda função antecedente, e da segunda seguinte (n. 5.). Donde se segue que a primeira diferença que desvaia do andamento regular das antecedentes mostrará que a primeira função errada he a segunda seguinte; e que a diferença em que findar a irregularidade mostrará que a segunda função antecedente he a ultima das erradas. Entre ellas pode haver algumas certas, que não suspenderão a successiva irregularidade das diferenças em quanto não forem consecutivas, e em numero sufficiente para separar as erradas em dous systemas independentes, e fóra do alcance da influencia reciproca dos seus erros.

51. E porque pelo andamento das diferenças antecedentes, ou das seguintes, se pôde ajuizar muito proxivamente qual devia occupar o lugar da primeira ou da ultima que se aparta da regularidade: He facil de ver pelo que fica dito (n. 5.), que denotando por  $x$  o erro da segunda função seguinte, ou da segunda antecedente, por  $\Delta$  a differença que deveria ter lugar, e por  $\Delta'$  a que o tem por effeito do dito erro, teremos  $x + \Delta = \Delta'$ , e consequentemente  $x = \Delta' - \Delta$ .

52. Se  $\Delta$  pudesse achar-se com exactidão, por este meio se acharião todos os outros erros. Porque conhecidos os das funções extremas, e emendadas estas, tomando novamente as diferenças, se acharião os de outras duas, e assim por diante. Mas a lei das diferenças antecedentes, ou seguintes que se supõem regular, quasi nunca o he perfeitamente, porque os Lugares calculados da Lua dependem de tantas Equações e de tantas partes proporcionais, que por mais cuidado que haja, ninguem poderá jámais responder que elles se não achem defeituosos até 2" ou 3". E alem disso he sempre a determinação de cada erro  $x$  concluida daquelle differença, em que elle concorre por si só, e sem ser multiplicado por coëfficiente, que haja de contrabalançar os outros defeitos, os quais se farião menores pela divisaõ que haverião de ter pelo dito coëfficiente. Donde se vê, que isto não pode servir, senão para saber quais e quantos são os Lugares errados, dos quais convem tomar as oitavas diferenças, como se entenderá melhor pelos exemplos seguintes.

*Exemplo I.*

53. Supponhamos, que para o fim de Maio e parte de Junho de 1807 se acharão as Longitudes seguintes da Lua

	Dias.	Long. C.	Diff. 4. <sup>as</sup>	Diff. 8. <sup>as</sup>
Maio	29.	339° 13', 11	— 0', 05	
	30.	351 6, 33	— 0, 19	
	31.	3 1, 43	— 0, 48	
Junho	1.	15 2, 74	— 0, 65	+ 0', 56
	2.	27 14, 11	— 0, 91	— 0, 84 <i>d</i>
	3.	39 38, 74	— 0, 91	+ 1, 03 <i>δ</i>
	4.	52 18, 92	— 1, 14	— 0, 84 <i>d'</i>
	5.	65 16, 05	— 1, 06	+ 0, 38
	6.	78 30, 31	— 0, 97	
	7.	92 0, 94	— 0, 79	
	8.	105 46, 13	— 0, 45	
	9.	119 43, 30	— 0, 15	
	10.	133 49, 42	+ 0, 10	
	11.	148 1, 31	+ 0, 29	
	12.	162 15, 89	+ 0, 26	
	13.	176 30, 37	— 0, 91	— 30, 82
	14.	190 42, 22	+ 4, 52	+ 61, 66 <i>d</i>
	15.	204 48, 00	— 6, 53	— 77, 14 <i>δ</i>
	16.	218 48, 79	+ 4, 52	+ 61, 78 <i>d'</i>
	17.	232 39, 14	— 0, 89	— 31, 25
	18.	246 18, 12	+ 0, 46	
	19.	259 43, 91	+ 0, 54	
	20.	272 55, 15	+ 0, 76	
	21.	285 51, 02	+ 0, 88	

54. Pela inspecção das quartas diferenças achamos que ellas procedem assaz regularmente até ás dos dias 2 e 3, onde são ambas — 0, 91, e isso não perturbaria a regularidade, se ali fizessem hum maximo, e as seguintes começassem a diminuir. Mas como a do dia 4 salta a — 1, 14, he sinal de haver algum pequeno erro, e que por tal não he sensivel ao methodo antecedente para ser por elle conhecido, nem o lugar a que pertence (n. 50.). E por tanto poderia desprezar-se, assim como quaisquer outros que produzirem tão pequenas desigualdades nas diferenças.

55. Passando porém ás oitavas diferenças, achamos que ao dia 3 corresponde + 1', 03 com as adjacentes iguais e de sinal contrario, e muito conformes á condição  $d = d' = -\frac{4\delta}{5} = -0', 824$  (n. 33.). Donde con-



cluímos, que sómente a Longitude do dia 3 tem o pequeno erro  $\frac{8}{70} =$

+ 0', 025, e que conseguintemente será 39° 38', 725 (n. 39.). E para se ver o que tão pequeno erro produz nas differenças quartas, tomando-as de novo nos limites até onde elle se extendia, isto he, do dia 1 até o dia 5 inclusivamente, acharemos — 0,665, — 0,850, — 1,000, — 1,080, — 1,075 com a mais notavel regularidade.

56. Mas succederá bem poucas vezes hum caso como este, em que tão facil e exactamente se possa determinar hum erro tão pequeno: porque isso depende de serem muito exactos os Lugares adjacentes. Se nelles houver erros da mesma ordem, que se cruzem reciprocamente huns com os outros, serãõ mais difficeis de se distinguirem, nem o seraõ com tanta exactidaõ.

57. Continuandõ na inspecção das quartas differenças achamos que no dia 13 começa huma irregularidade muito mais sensivel, porque a correspondente a esse dia — 0', 91 =  $\Delta'$  conformemente ao andamento das antecedentes deveria ser pouco differente de + 0', 20 =  $\Delta$ . Donde se segue que a primeira Longitude errada he a do dia 15, e com o erro  $\Delta' - \Delta = - 1', 11$  proxivamente (n. 50.). E do mesmo modo vemos, que finda a dita irregularidade no dia 17, cuja differença — 0', 89 =  $\Delta'$  pelo andamento das seguintes deveria ser pouco diverso de + 0', 30 =  $\Delta$ . Donde similhantemente se infere que a ultima errada he a mesma do dia 15, e com o erro  $\Delta' - \Delta = - 1', 19$  proxivamente.

58. Donde passando ás oitavas differenças, achamos a correspondente ao dito dia 15  $\delta = - 77', 14$ , e as adjacentes  $d = + 61', 66$ ,  $d' = + 61', 78$ ,

que satisfazem muito proxivamente ás condições  $d = d' = - \frac{4\delta}{5} = + 61', 712$

(n. 33.). E por tanto será o erro da dita Longitude  $\frac{\delta}{70} = - 1', 102$ , e

ella = 204° 49', 10 (n. 39.).

#### Exemplo II.

59. Supponhamos, que as Latitudes da Lua calculadas para o fim de Junho e principio de Julho de 1807 foraõ as seguintes.

	Dias.	Lat. C.	Diff. 4. <sup>as</sup>	
Junho	25.	+ 5° 13',07	+ 0,31	
	26.	5 11,15	+ 0,21	
	27.	4 55,92	+ 0,24	+ 0',61
	28.	4 27,92	+ 0,22	- 1,36 d
	29.	3 48,05	+ 0,58	+ 2,21 8
	30.	2 57,25	+ 0,39	+ 2,73 8'
Julho	1.	1 57,16	+ 0,93	+ 2,35 8''
	2.	+ 0 49,78	+ 0,75	- 1,41 d'
	3.	- 0 21,96	+ 0,75	+ 0,50
	4.	1 34,38	+ 0,42	
	5.	2 43,05	- 0,25	
	6.	3 43,12	- 0,85	
	7.	4 29,99	- 2,22	- 18,12
	8.	4 59,91	+ 0,83	+ 27,35 d
	9.	5 11,35	- 4,03	- 12,93 8
	10.	5 1,96	- 1,78	+ 2,40 8'
	11.	4 33,38	+ 0,67	+ 11,67 d'
	12.	3 49,09	- 1,19	- 10,78
	13.	2 51,86	- 0,20	
	14.	1 45,66	+ 0,02	
	15.	- 0 34,66	+ 0,30	

60. Neste exemplo se observa primeiramente hum pequena irregularidade nas quartas diferenças, que alternativamente crescem e diminuem e indicão alguns pequenos erros, que por tais se negão ao conhecimento previo deduzido das mesmas diferenças (n. 50.). Mas passando ás oitavas, achamos que a supposição de serem erradas sómente as Latitudes correspondentes ás diferenças marcadas com 8, 8', 8'' se confirma sufficientemente pelo valor que dão para  $d = -1', 23$ , e muito bem pelo de  $d' = -1', 39$  (n. 35.). E por tanto serão os erros daquellas tres Latitudes  $x = +0', 01$ ,  $x' = -0', 02$ ,  $x'' = +0', 01$ ; e tais, que se com ellas emendadas buscarmos as diferenças quartas nos limites da influencia dos mesmos erros, isto he, do dia 27 de Junho até 3 de Julho inclusivamente, acharemos 0, 23, 0, 28, 0, 43, 0, 59, 0, 78, 0, 81, 0, 74, nas quais desapparece a sobredita irregularidade.

61. Logo depois se observa outra irregularidade maior, que começa a manifestar-se na diferença correspondente ao dia 7, que em vez de  $-2', 22 = \Delta'$  deveria ser  $-1', 45 = \Delta$  com pouca diferença; e por consequente a primeira Latitude errada será a do dia 9, e com hum erro  $\Delta' - \Delta = -0', 77$  proxivamente (n. 51.). Do mesmo modo se vê, que a irregularidade acaba na diferença correspondente ao dia 12, a qual he



$-1', 19 = \Delta'$ , e pelo andamento regular que tomaõ as seguintes deveria ser pouco mais ou menos  $-0', 46 = \Delta$ . Pelo que conheceremos que a ultima Latitude errada he a do dia 10, e com hum erro pouco differente de  $\Delta' - \Delta = -0', 73$ .

62. Passando pois ás oitavas differenças, e marcando com  $\delta$ , e  $\delta'$  as correspondentes aos ditos dias 9, e 10, acharemos que a supposiçãõ se confirma pelas equações de condiçãõ (n. 34.) que daõ  $d = +27', 64$ , e  $d' = +11', 42$ . E achando os dous erros  $x = -0', 80$ , e  $x' = -0', 60$ , concluiremos a Latitude do dia 9 =  $-5^\circ 10', 55$ , e a do dia 10 =  $-5^\circ 1', 35$  (n. 39.).

63. E he de advertir, que se á vista das differenças oitavas, sem o conhecimento previo deduzido das quartas, quizessemos tentar a supposiçãõ de duas Latitudes erradas, naturalmente escolheriamos as duas maiores correspondentes aos dias 8, e 9, fazendo  $d = -18', 12$ ,  $\delta = +27', 35$ ,  $\delta' = -21', 93$ ,  $d' = +2', 40$ . Mas essa supposiçãõ seria rejeitada pelas equações de condiçãõ, que em tal caso exigiriaõ  $d = -21', 85$ , e  $d' = +11', 01$ . E assim as tentariamos duas a duas, e depois tres a tres etc. até achar huma supposiçãõ conforme muito proximamente as ditas condições. E isso felizmente não he preciso senão para erros muito pequenos, que aliás se podem desprezar, porque para os mais sensiveis levaremos o dito conhecimento previo (n. 50.), que rarissimas vezes deixará de ser confirmado pelas referidas equações.

*Exemplo III.*

64. Supponhamos em fim, que para o mez de Agosto de 1807 se calculáraõ as Longitudes seguintes

Dias.	Long.	C.	Diff. 4. <sup>as</sup>	C.	Diff. 4. <sup>as</sup>	Diff. 8. <sup>as</sup>
1.	95° 15,00	-	3,04	95 15,00	-	3,04
2.	109 21,03	-	2,85	109 21,03	-	2,85
3.	123 51,09	-	2,56	123 51,09	-	2,56
4.	138 39,32	-	1,04	138 39,32	-	1,04
5.	153 37,30	-	1,47	153 37,30	-	1,47
6.	168 35,57	+	9,74	168 34,57	+	9,74
7.	183 23,20	-	7,29	183 23,20	-	7,29
8.	197 59,00	+	8,21	197 59,00	+	8,21
9.	212 14,49	-	1,84	212 14,49	-	1,84
10.	226 9,40	+	4,73	226 9,40	+	7,23
11.	239 41,62	+	6,20	239 41,62	-	3,80



Dias.	Long. C.	Diff. 4. <sup>as</sup>	C.	Diff. 4. <sup>as</sup>	Diff. 8. <sup>as</sup>
12.	252° 53,77	- 12,81	252	56,27 + 1,19	
13.	265 54,67	+ 3,99	265	54,67 - 2,01	
14.	278 40,33	+ 10,07	278	39,33 + 6,57	
15.	291 10,75	- 13,15	291	10,75 - 9,15	- 56,46 8
16.	303 36,00	- 1,67	303	36,00 - 2,67	- 54,83 8'
17.	315 53,00	+ 16,05	315	53,00 + 16,05	+ 181,03 8"
18.	327 57,00	- 17,73	327	57,00 - 17,73	- 226,17 8'''
19.	339 59,50	+ 12,08	339	59,50 + 12,08	+ 178,69 8'''
20.	351 53,42	- 4,30	351	53,42 - 4,30	- 98,53 8'
21.	3 44,96	+ 1,84	3	44,96 + 1,84	
22.	15 35,22	+ 0,73	15	35,22 + 0,73	
23.	27 27,34	+ 0,64	27	27,34 + 0,64	
24.	39 25,19	+ 0,46	39	25,19 + 0,46	

65. Pelas diferenças quartas se vê, que na correspondente ao dia 5 começa huma irregularidade muito notavel, porque conformemente ás duas antecedentes em vez de  $- 1,47 = \Delta'$  deveria pelo menos ser  $+ 0,52 = \Delta$ , donde se segue que a primeira Longitude errada he a do dia 7, e com o erro  $\Delta' - \Delta = - 1,99$  (n. 50.). Esta irregularidade prosegue visivelmente, sem descontinuar, até o dia 21, porque só nos seguintes começa as diferenças huma marcha regular, em consequencia da qual se conhece que a diferença correspondente ao dito dia 21 em lugar de  $+ 1', 84 = \Delta'$  não deveria ser mais do que  $+ 0', 84 = \Delta$ . Donde se conclue que a ultima Longitude errada he a do dia 19, e com o erro  $\Delta' - \Delta = + 1', 00$ . Assim temos treze Longitudes ou todas erradas, ou com algumas intermedias certas, que se não podem determinar senão juntamente com as outras. E para isso seriaõ necessarias formulas summamente complicadas, e essas de bem pouca exactidaõ na practica, como acima fica advertido (n. 30.).

66. O recurso pois em tais casos, que só por huma grande distracção do Calculador podem acontecer, he o de refazer o calculo de alguns Lugares com toda a attenção primeira e segunda vez, e quantos bastarem para que os outros fiquem no caso dos Problemas antecedentes. E assim para seis Lugares errados basta que pelas Taboas se rectifique o calculo do primeiro, ou do ultimo; para sete, o dos dous extremos, ou dos dous primeiros, ou dos dous ultimos; para oito, o dos tres primeiros, ou dos tres ultimos, ou de dous de huma banda e hum da outra. Para nove porém, em que se precisa da rectificaçõ de quatro, he melhor que estes se tomem no meio, e separem os outros, tres para huma e dous para a outra parte. E assim no caso deste exemplo se entremetterá a separaçõ bastante entre quatro, e cinco.

67. E he bastante, porque assim o erro do ultimo dos que ficão pa-



ra traz não chega a influir na differença do primeiro dos que ficão para diante, nem o deste na daquelle. Affectarão porém reciprocamente as dos Lugares adjacentes, e não haverá para os primeiros senão a condição de  $d$ , e não para os segundos senão a de  $d'$ . E essas são também as que bastão em tal caso, porque os quatro Lugares calculados com toda a diligencia e attenção podem ter-se por exactos, e consequentemente não carecem os outros de prova pela parte do contacto com elles.

68. Verificando por tanto no exemplo proposto as Longitudes dos dias 11, 12, 15, e 14, acharemos certas as dos dias 11, e 15, e sómente erradas as de 12 e 14, que deverião ser  $252^{\circ} 56', 27$ , e  $278^{\circ} 59', 35$ . E tomando com ellas as differenças quartas nos Lugares até onde se cõmunicavão os seus erros, que são neste caso desde o dia 10 até 16 inclusivamente, passaremos a tomar as oitavas correspondentes aos dias 7, 8, 9, 10, que estão no caso do Problema de quatro funções erradas; e depois as correspondentes aos dias 15, 16, 17, 18, e 19, que estão no de cinco funções erradas.

69. Em quanto ao primeiro, acharemos pela equação de condição  $d = 99', 70$  (n. 36.), que satisfaz quanto basta, porque a differença  $0', 95$  não deve tanto considerar-se na sua grandeza absoluta como na relativa á de  $d = 100', 65$ . E ainda na absoluta, he claro que bastava o erro de  $+ 0', 0136$  na Longitude do dia 6 para a produzir, e o mesmo farião erros cada vez maiores nos dias antecedentes até o dia 2, em cuja Longitude deveria haver o erro  $+ 0, 95$  para o participar á differença do dia 6. Mas esses erros mais consideraveis terião sido descubertos pelas differenças antecedentes. E assim acharemos os quatro erros que começão no dia 7:  $x = - 2', 07$ ,  $x' = - 0', 61$ ,  $x'' = + 0', 02$ ,  $x''' = + 1', 10$ .

70. Em quanto ao segundo acharemos  $d' = - 98', 61$  (n. 37.) com huma exactidão que bem poucas vezes se encontrará na practica. E os cinco erros que começão no dia 15 serão por sua ordem  $x = - 1', 69$ ,  $x' = + 0', 28$ ,  $x'' = + 2', 55$ ,  $x''' = - 0', 62$ ,  $x^{iv} = + 1', 09$ . Donde se emendarão as nove Longitudes de que se trata (n. 39.).

71. E aqui notaremos em fim, que neste calculo será muito conveniente que se não desprezem as millesimas de minuto, assim para representar mais justamente os Lugares calculados, tais como se acharão, ou exactos, ou errados, como também para se acharem os erros mais exactos nas centesimas dos minutos, que sómente se attendem nas Ephemerides.

## § V.

### Regra de Interpolação.

72. Verificados os Lugares da Lua calculados para os meios-dias, resta achar os que convem ás meias-noites, com os numeros subsidiarios  $A$  e  $B$  que servem para os determinar em qualquer outro instante dado,

ou reciprocamente. Para isso os tomaremos sete a sete, encadeados porém de maneira que o ultimo de cada operação seja o primeiro da seguinte. E tomando as differenças ao modo ordinario, faremos epocha no Lugar do meio, e usaremos das differenças pares que lhe corresponderem, e da soma das impares correspondentes ao meio dos dous intervallos adjacentes.

73. Fazendo por tanto

$$\frac{\text{diff. } 2.^{\text{a}}}{4} = a, \quad \frac{\text{diff. } 4.^{\text{a}}}{4 \cdot 6 \cdot 8} = b, \quad \frac{\text{diff. } 6.^{\text{a}}}{6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 10} = c,$$

$$\frac{\text{som. das } 1.^{\text{as}}}{2} = a, \quad \frac{\text{som. das } 3.^{\text{as}}}{6 \cdot 8} = b, \quad \frac{\text{som. das } 5.^{\text{as}}}{6 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 10} = c.$$

e marcando com  $L$  a Longitude ou Latitude da Lua no lugar da epocha, com  $C$  a procurada para qualquer das meias-noites intermedias, e com  $A$  o numero subsidiario, que na Ephemeride ha de acompanhar a cada hum de todos os ditos Lugares, teremos as formulas seguintes

Para as duas meias-noites adjacentes á epocha

74.  $C = L + \frac{1}{2}(\alpha - 36 + 45\gamma) \pm \frac{1}{2}(a - 3b + 45c)$   
 $A = \frac{1}{4.6}(a - b + 9c) \pm \frac{1}{2.6}(\alpha - 26 + 27\gamma)$

Para as duas coadjacentes

75.  $C = L + \frac{9}{2}(\alpha + 56 - 35\gamma) \pm \frac{3}{2}(a + 5b - 35c)$   
 $A = \frac{9}{4.6}(a + 25b - 71c) \pm \frac{1}{4}(\alpha + 146 - 53\gamma)$

E para as duas extremas

76.  $C = L + \frac{25}{2}(\alpha + 216 + 189\gamma) \pm \frac{5}{2}(a + 21b + 189c)$   
 $A = \frac{1}{4.6}(a + 71b + 1689c) \pm \frac{5}{2.6}(\alpha + 466 + 939\gamma)$

77. Em quanto porém aos numeros  $A$  correspondentes aos meios-dias, da epocha, dos dous adjacentes, dos coadjacentes, e dos extremos; teremos pela mesma ordem

$$A = \frac{1}{4.6}(a - 4b + 64c)$$

$$A = \frac{1}{4.6}(a + 8b - 96c) \pm \frac{1}{6}(\alpha + 46 - 48\gamma)$$

$$A = \frac{1}{4.6}(a + 44b + 384c) \pm \frac{1}{3}(\alpha + 286 + 192\gamma)$$

$$A = \frac{1}{4.6}(a + 104b + 4384c) \pm \frac{1}{2}(\alpha + 686 + 2512\gamma)$$



Onde se advirta, que dos sinais +, e -, he sempre o primeiro para o Lugar posterior, e o segundo para o anterior, posto que recalindo sobre quantidade negativa hajaõ de mudar-se para o contrario, como he sabido.

78. E em quanto aos numeros subsidiarios *B* das Ephemerides, designando por *B*, *B'*, *B''* etc. os que devem corresponder successivamente a *A*, *A'*, *A''*, *A'''*, etc. achados já de 12 em 12<sup>h</sup>, teremos

$$B = \frac{A'' - A}{4.6}, B' = \frac{A''' - A'}{4.6}, B'' = \frac{A'''' - A''}{4.6} \text{ etc.}$$

Exemplo I.

79. Supponhamos calculadas as Longitudes da Lua para os primeiros sete dias do mez de Junho de 1807, e tomadas as suas diferenças da maneira seguinte:

Dias.	Long. C.	diff. 1. <sup>as</sup>	2. <sup>as</sup>	3. <sup>as</sup>	4. <sup>as</sup>	5. <sup>as</sup>	6. <sup>as</sup>
1.	15° 2,74	12° 11', 37					
2.	27 14,11	12 24,62	+ 13', 25				
3.	39 38,73	12 40,19	+ 15,57	+ 2', 32			
4.	L 52 18,92	12 57,11	+ 16,92	+ 1,35	- 0', 97	- 0', 13	+ 0', 16
5.	65 16,03	13 14,28	+ 17,17	+ 0,25	- 1,10	+ 0,03	
6.	78 30,51	13 30,63	+ 16,35	- 0,82	- 1,07		
7.	92 0,94						

onde se vê, que as pares, de que nos havemos de servir, saõ + 16', 92, - 1', 10, + 0', 16; e que as impares saõ as apontadas com colchetes: das quais concluiremos (n. 73.)

$$a = + 4', 23, \quad b = - 0', 00575, \quad \gamma = + 0', 000007$$

$$a = 12° 48, 65, \quad b = + 0, 03333, \quad c = - 0, 000026.$$

80. Substituindo pois estes valores numericos nas formulas (n. 74. e seg.) teremos por sua ordem os resultados seguintes

$$\{ C = 52° 18', 92 + 2', 124 \pm 6° 24, 274$$

$$\{ A = 52', 0257 \pm 0', 3555$$

$$\{ C = 52° 18, 92 + 18', 905 \pm 19° 13', 226$$

$$\{ A = 32', 0591 \pm 1', 0373$$

$$\{ C = 52° 18, 92 + 51', 387 \pm 32° 3, 362$$

$$\{ A = 32', 1239 \pm 1', 6555$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 32', 0210 \\ A = 32', 0583 \pm 0', 7011 \\ A = 32', 0878 \pm 1', 3570 \\ A = 32', 1667 \pm 1', 9288. \end{array} \right.$$

81. Donde separando, e ordenando os dons valores de cada artigo, teremos os valores successivos de  $A \dots 30', 238 \dots 30', 468 \dots 30', 751 \dots 31', 022$  etc. E concluindo delles os de  $B \dots 9,6 \dots 10,9 \dots 12,1 \dots 13,1$  etc. estará tudo feito para os seis dias de que se trata da maneira seguinte

D.	0 <sup>h</sup>			12 <sup>h</sup>		
	Longit.	A	B	Longit.	A	B
1	15° 2',74	30',238	+ 9,6	21° 6',94	30',468	+ 10,9
2	27 14 ,11	30',731	12,1	33 24,60	31',022	13,1
3	39 38 ,75	31',337	13,9	45 56,77	31',672	14,5
4	52 18 ,92	32',021	15,1	58 45,32	32',383	14,8
5	65 16 ,03	32',739	14,9	71 51,05	33',096	14,7
6	78 30 ,31	33',445	13,8	85 13,67	33',779	13,2
7	92 0 ,94	34',096				

*Exemplo II.*

82. Supponhamos tambem que se trata de interpolar as Latitudes calculadas para os mesmos dias. Tomaremos primeiramente as differenças, como aqui se mostra

D.	Latit.	Diff. 1. <sup>as</sup>	2. <sup>as</sup>	3. <sup>as</sup>	4. <sup>as</sup>	5. <sup>as</sup>	6. <sup>as</sup>
1.	+ 4° 18,91	- 44',37					
2.	3 34,54	- 55',17	- 10',80				
3.	2 39,37	- 64',07	- 8,90	+ 0',90	+ 0',73		
4.	L 1 35,30	- 70',34	- 6,27	+ 2',63	+ 0,80	+ 0',07	
5.	+ 0 24,96	- 73',18	- 2,84	+ 3',43	+ 0,83	- 0,17	- 0',24
6.	- 0 48,22	- 71',96	+ 1,22	+ 4,06			
7.	2 0,18						

donde concluiremos (n. 73.)

$$a = - 1',5675, \quad b = + 0',004167, \quad \gamma = - 0,0000104$$

$$a = - 67',205, \quad b = + 0,12625, \quad c = - 0,000026.$$



83. Então, substituindo estes valores nas formulas (n. 74. e seg.), acharemos os resultados seguintes

$$\left\{ \begin{array}{l} C = + 1^{\circ} 35',30 - 0',790 \pm (- 33',792) \\ A = - 2',8055 \pm (- 0',1315) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C = + 1^{\circ} 35',30 - 6',958 \pm (- 1^{\circ} 39',859) \\ A = - 2',6792 \pm (- 0',3772) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C = + 1^{\circ} 35',30 - 18',524 \pm (- 2^{\circ} 41',397) \\ A = - 2',4286 \pm (- 0',5773) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = - 2',821 \\ A = - 2',7580 \pm (- 0',2584) \\ A = - 2',5692 \pm (- 0',4843) \\ A = - 2',2579 \pm (- 0',6551) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = - 2',821 \\ A = - 2',7580 \pm (- 0',2584) \\ A = - 2',5692 \pm (- 0',4843) \\ A = - 2',2579 \pm (- 0',6551) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = - 2',821 \\ A = - 2',7580 \pm (- 0',2584) \\ A = - 2',5692 \pm (- 0',4843) \\ A = - 2',2579 \pm (- 0',6551) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = - 2',821 \\ A = - 2',7580 \pm (- 0',2584) \\ A = - 2',5692 \pm (- 0',4843) \\ A = - 2',2579 \pm (- 0',6551) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = - 2',821 \\ A = - 2',7580 \pm (- 0',2584) \\ A = - 2',5692 \pm (- 0',4843) \\ A = - 2',2579 \pm (- 0',6551) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = - 2',821 \\ A = - 2',7580 \pm (- 0',2584) \\ A = - 2',5692 \pm (- 0',4843) \\ A = - 2',2579 \pm (- 0',6551) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = - 2',821 \\ A = - 2',7580 \pm (- 0',2584) \\ A = - 2',5692 \pm (- 0',4843) \\ A = - 2',2579 \pm (- 0',6551) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = - 2',821 \\ A = - 2',7580 \pm (- 0',2584) \\ A = - 2',5692 \pm (- 0',4843) \\ A = - 2',2579 \pm (- 0',6551) \end{array} \right.$$

84. E procedendo em fim como no exemplo antecedente (n. 81.), teremos essa porção da Ephemeride completamente feita e ordenada, como aqui se mostra.

D.	0 <sup>h</sup>			12 <sup>h</sup>		
	Latit.	A	B	Latit.	A	B
1	+ 4° 18',91	- 1',603	- 10,5	+ 3° 58',17	+ 1',851	- 9,7
2	5 54',54	2',085	9,0	3 8,20	2',502	8,2
3	2 39',37	2',500	7,2	2 8,30	2',674	6,1
4	1 35',30	2',821	4,8	+ 1 0,72	2',957	- 5,5
5	+ 0 24',96	3',017	- 1,7	- 0 11,52	3',057	+ 0,1
6	- 0 48',22	3',054	+ 2,4	1 24',62	3',006	3,9
7	2 0',18	2',915				

85. Como para o encadeamento da interpolação he necessario, que o setimo Lugar de cada operação seja o primeiro da seguinte, para elle se achará hum segundo valor de *A*, cuja coincidência ou quasi coincidência com o primeiro servirá de comprovar a certeza das operações. Se differir em poucas unidades de casa das millesimas, tomar-se-há o meio arithmetico; e se for mais consideravel a differença, he sinal de ter havido erro ou no calculo particular do mesmo numero *A*, ou nos numeros  $\alpha$ ,  $\beta$  etc. que entraõ no de todos os outros artigos dessa operação. No primeiro exemplo antecedente se acharia o segundo valor de *A* 30',094, e se tomaria o meio 30',095; e no segundo se acharia  $A = - 2',914$  tão admissivel como o primeiramente achado, porque o meio  $- 2',9135$  requereria mais huma casa de dizima.

## § VI.

*Demonstração da Regra antecedente.*

86. **N**esta regra não ha de novo, senão a disposiçãõ symmetrica dos termos, de que felizmente resulta a maior facilidade do calculo que era possível, juntamente com a vantagem de se acharem todos os artigos procurados dous a dous com os mesmos numeros, como se tem visto na practica dos exemplos antecedentes.

87. Suppondo pois sete funções, ou sete lugares calculados da Lua  $H, I, K, L, M, N, O$ , correspondentes ás raizes, ou tempos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, não fazemos epocha do tempo, e das funções, no primeiro lugar, mas no do meio. E assim temos as duas series reduzidas á forma seguinte

$$\begin{array}{ccccccc} -3. & -2. & -1. & 0. & +1. & +2. & +3. \\ H-L. & I-L. & K-L. & O. & M-L. & N-L. & O-L. \end{array}$$

Donde para qualquer tempo  $x$ , contado da epocha, se hade derivar a sua função correspondente  $C-L$ , designando por  $C$  o lugar da Lua nesse instante, e que se achará pela equaçãõ

$$C = L + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + Ex^5 + Fx^6$$

logo que forem conhecidos os coefficients  $A, B, C$  etc.

88. Para isso havendo tomado as differenças successivas das funções propostas, e suppondo

$$\begin{array}{l} I-H = p \\ K-I = p' \quad p' - p = q \\ L-K = p'' \quad p'' - p' = q' \quad q' - q = r \quad r' - r = s \\ M-L = p''' \quad p''' - p'' = q'' \quad q'' - q' = r' \quad r' - r = s' \quad s' - s = t \\ N-M = p^{iv} \quad p^{iv} - p''' = q''' \quad q''' - q'' = r'' \quad r'' - r' = s'' \quad s'' - s' = t' \\ O-N = p^v \quad p^v - p^{iv} = q^{iv} \end{array}$$

observaremos, que as funções  $H-L, I-L$  etc. podem ser reciprocamente representadas por estas differenças de muitos modos differentes, dos quais huns conduzirão a resultados mais elegantes e expeditos do que os outros. O que aqui temos em vista he o de as fazer depender sómente das differenças pares correspondentes á epocha, e das somas das impares correspondentes ao meio dos dous intervallos adjacentes, porque a ametade de cada huma dellas se pôde considerar como correspondente á mesma epocha. E assim por meio de substituições convenientes acharemos



$$H - L = -3p'' + 6q'' - 4r' + s' - t$$

$$I - L = -2p'' + 3q'' - r'$$

$$K - L = -p'' + q''$$

$$M - L = p''$$

$$N - L = 2p'' + q'' + r''$$

$$O - L = 3p'' + 3q'' + 4r'' + s' + t'$$

89. Pelo que, pondo na equação geral (n. 87.) os valores successivos de  $C = H, = I, = K$  etc., e de  $x = -3, = -2$  etc. teremos para a determinação dos coefficients  $A, B, C$  etc. as seis equações seguintes

$$-3A + 9B - 27C + 81D - 243E + 729F = -3p'' + 6q'' - 4r' + s' - t$$

$$-2A + 4B - 8C + 16D - 32E + 64F = -2p'' + 3q'' - r'$$

$$-A + B - C + D - E + F = -p'' + q''$$

$$A + B + C + D + E + F = p''$$

$$2A + 4B + 8C + 16D + 32E + 64F = 2p'' + q'' + r''$$

$$3A + 9B + 27C + 81D + 243E + 729F = 3p'' + 3q'' + 4r'' + s' - t'$$

90. E pela symmetria particular dellas conseguiremos a separação de tres coefficients dos outros tres. Porque tomando a soma e depois a differença dellas duas a duas, começando nas medias, e caminhando para as extremas, teremos os dous ternos seguintes

$$\left\{ \begin{array}{l} B + D + F = \frac{1}{2} q'' \\ B + 4D + 16F = \frac{1}{2} q'' + \frac{1}{8} s' \\ B + 9D + 81F = \frac{1}{2} q'' + \frac{1}{3} s' + \frac{1}{18} u \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A + C + E = \frac{1}{2} (p'' + p''') \\ A + 4C + 16E = \frac{1}{2} (p'' + p''') + \frac{1}{4} (r' + r'') \\ A + 9C + 81E = \frac{1}{2} (p'' + p''') + \frac{2}{3} (r' + r'') + \frac{1}{6} (t + t') \end{array} \right\}$$

advertindo-se, que no primeiro substituímos  $s' = r'' - r'$ ,  $u = t' - t$ , e que no segundo eliminamos  $q''$  pela equação  $q'' = p'' - p''$ .

91. Fazendo pois, para abbreviar, como acima se fez (n. 73.)

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{q''}{4}, \quad \beta = \frac{-s'}{4 \cdot 6 \cdot 8}, \quad \gamma = \frac{-n}{6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 10}, \\ a = \frac{p'' + p'''}{2}, \quad b = \frac{r' + r''}{6 \cdot 8}, \quad c = \frac{t + t'}{6 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 10}, \end{array} \right\}$$

acharemos

$$\left\{ \begin{array}{l} F = 52 \gamma \\ D = 86 - 160 \gamma \\ B = 2\alpha - 86 + 128 \gamma \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} E = 16c \\ C = 4b - 80c \\ A = a - 4b + 64c \end{array} \right\}.$$

E substituindo estes valores na equação geral (n. 87.), teremos

$$C = L + 2x^3 (\alpha + 46 (x^2 - 1) + 16 \gamma (x^2 - 1) (x^2 - 4)) \\ + x (\alpha + 46 (x^2 - 1) + 16c (x^2 - 1) (x^2 - 4)).$$

Donde, pela substituição de  $x = \pm \frac{1}{2}$ ,  $x = \pm \frac{3}{2}$ ,  $x = \pm \frac{5}{2}$ , se derivaõ as formulas particulares acima propostas para esses casos (n. 74. 75. 76.)

92. E pela differenciação da equação antecedente, feitas as reduções ordinarias, acharemos tambem

$$\frac{dC}{dx} = \alpha + 46 (3x^2 - 1) + 16c (5x^4 - 15x^2 + 4) \\ + 4x (\alpha + 46 (2x^2 - 1) + 16 \gamma (3x^4 - 10x^2 + 4)).$$

E porque  $\frac{dC}{dt}$  he a velocidade da Lua no instante  $x$ , representada pelo movimento, que com ella descreveria uniformemente na unidade do tempo, ou em hum dia medio, se a quizermos pelo movimento horario, que nas Ephemerides se designa por  $A$ , teremos

$$A = \frac{1}{4 \cdot 6} (\alpha + 46 (3x^2 - 1) + 16c (5x^4 - 15x^2 + 4)) \\ + \frac{1}{6} x (\alpha + 46 (2x^2 - 1) + 16 \gamma (3x^4 - 10x^2 + 4))$$

Equação que pela substituição de  $x = \pm \frac{1}{2}$ ,  $x = \pm \frac{3}{2}$ ,  $x = \pm \frac{5}{2}$  dá as formulas respectivas a esses casos (n. 74. 75. 76.); e pela de  $x = 0$ ,  $x = \pm 1$ ,  $x = \pm 2$ ,  $x = \pm 3$ , dá do mesmo modo as que acima lhes ficão assinadas (n. 77.).

93. Tendo em fim os lugares da Lua com os seus movimentos horarios de 12 em 12 horas, pôde suppor-se que o movimento della, que chamaremos  $C'$ , em qualquer tempo desse intervallo designado por  $t$ , he assaz exactamente representado pela formula  $C' = At + Bt^2$ , sendo  $B$  o numero subsidiario que na Ephemeride deve acompanhar a  $A$ . Logo teremos a velocidade da Lua para qualquer instante do mesmo inter-



vallo  $\frac{dC'}{dt} = A + 2Bt$ , a qual se reduz simplesmente a  $A$  no caso de  $t=0$ , como deve ser. Mas deve tambem reduzir-se ao  $A$  seguinte, que para distincão marcaremos com  $A'$ , quando  $t=12$ ; logo teremos  $A + 24B = A'$ , e consequentemente  $B = \frac{A' - A}{4.6}$  etc. (n. 78.).

94. He de advertir, que pondo  $t=12$  na formula  $C' = At + Bt^2$ , será  $C'$  o movimento da Lua no intervallo das 12 horas, conhecido pela Ephemeride; e consequentemente, fazendo  $\frac{C'}{3.4} = \hat{A}$ , teremos outro valor

de  $B = \frac{\hat{A} - A}{3.4}$ , que só ajusta com o primeiro quando  $A, \hat{A}, A'$  forem em progressão arithmetica, de que pouco se apartaõ; e isso, por que cada hum delles satisfaz separadamente a huma das condições a que se devia satisfazer. Assim pareceria melhor que se usasse do meio arithmetico

$B = \frac{2(\hat{A} - A) + (A' - A)}{6.8}$ . Mas a differença he tão pequena,

que não obriga a gastar o triplo do tempo no calculo desse artigo.

95. Se em algum caso porém se quizer huma exactidaõ superior, não ha mais do que introduzir hum terceiro numero  $C$ , para se satisfazer a ambas as ditas condições, pelas duas equações

$12B + 12.12C = A' - A$ , e  $2.12B + 3.12.12.C = A' - A$ , as quais daõ

$$B = \frac{2(\hat{A} - A) - (A' - \hat{A})}{3.4}$$

$$C = \frac{(A' - \hat{A}) - (\hat{A} - A)}{4.6.6}$$

96. Exemplo: Quer saber-se a Latitude da Lua no dia 4 de Junho de 1807 ás 6 horas. Temos entaõ (n. 84.) o movimento em  $12^h = -34',58$ ,

e consequentemente  $\hat{A} = -2',882$ , que com  $A = -2',821$ , e  $A' = -2',957$ , daõ  $B = -5',58$ , e  $C = +0,04$  (Explic. das Ephem. n. 42.). E por tanto, a formula  $C' = t(A + t(B + Ct))$  para o tempo dado, isto he, para  $t=6$ , dará  $C' = -17',12$ , e a Latitude procurada  $= 1^\circ 18',18$ , que pela regra da Ephemeride se acharia  $1^\circ 18',20$  com a differença  $0',02 = 1'',2$ . E do mesmo modo a formula  $A + t(2B + 3Ct)$  dará para o mesmo instante o movimento horario  $-2',884$ , que pela mesma regra da Ephemeride se acharia  $-2',879$  com a differença  $0'',5$ .

97. Estas pequenas differenças justificaõ bem a rasaõ, porque nas



Ephemerides nos contentamos com a equação dependente do numero *B*, e esse calculado como acima dissemos. É muito mais notando-se, que esta exactidão he toda hypothetica, que se reduz a achar em consequencia dos Lugares calculados o que justamente compete ao tempo dado, e que se acharia pelo calculo das mesmas Taboas, ficando com todo o erro dellas nesse ponto, que pôde ser muito mais consideravel que as sobreditas differenças. Se algum dia se poderem acertar as Taboas da Lua a ponto de não passar de 2<sup>o</sup> ou 3<sup>o</sup> a incerteza dos Lugares calculados por ellas, então será tambem conveniente que nas Ephemerides se ajunte o numero *C*. Entre tanto o uso particular d'elle se limitará aos casos de haver-se de comparar hum Lugar observado da Lua com o dado pelas Taboas para se conhecer o erro dellas.

## § VII.

*Outra Regra.*

98. **H**avendo reflectido, que a sobredita interpolação particular para cada hum dos intervallos de 12 horas (n. 95.) pôde estender-se aos de 24, sem quebra attendivel da sua exactidão, posto que se trate das Ascensões rectas, e Declinações da Lua, sujeitas a maiores variações, tomalla-hemos por fundamento de outra regra mais facil e mais expedita na practica da interpolação das Ephemerides. E essa consiste em buscar primeiro os numeros *A* correspondentes aos meios-dias, e depois o que pertence ás meias-noites.

99. Os numeros *A* se acharão pelas formulas acima demonstradas (n. 77.), ou sómente pela primeira dellas, que he a mais simples e vantajosa, por não depender senão das differenças impares, que muito facilmente se podem tomar sem passar pelas pares. Mas para isso he necessario que façamos epocha successivamente em cada hum dos Lugares; o que conseguiremos da maneira seguinte.

100. Tomadas successivamente as primeiras differenças, dellas deduziremos immediatamente as terceiras, e destas as quintas, pela regra sabida: Que a differença terceira correspondente a qualquer das primeiras he a soma das duas adjacentes menos o dobro della; e assim as quintas a respeito das terceiras. E tendo assim as tres differenças impares correspondentes ao meio dos intervallos adjacentes ao lugar proposto, cujo *A* se procura, se fizermos aqui

$$\frac{\text{som. das 1.}^{\text{as}}}{2} = a, \quad \frac{\text{som. das 3.}^{\text{as}}}{2 \cdot 6} = b, \quad \frac{\text{som. das 5.}^{\text{as}}}{60} = c,$$

acharemos, que a sobredita formula primeira (n. 77.) se reduz neste caso á seguinte

$$A = \frac{1}{4 \cdot 6} (a - b + c).$$



101. E tomando por exemplo os mesmos lugares da Lua acima propostos (n. 79.) acharemos os resultados seguintes

D.	Longit.	Diff. 1. <sup>as</sup>	3. <sup>as</sup>	5. <sup>as</sup>	A
1	15° 2',74	12° 1',31	+ 3',85	- 0',18	30',239
2	27 14,11	12 11,37	+ 3,19	- 0,21	30,730
3	39 38,73	12 24,62	+ 2,52	- 0,10	31,337
4	52 18,92	12 40,19	+ 1,55	- 0,13	32,021
5	66 16,03	12 57,11	+ 0,25	+ 0,03	32,739
6	78 30,31	13 14,28	- 0,82	+ 0,10	33,445
7	92 0,94	13 30,63	- 1,79	+ 0,18	34,095
		13 45,19	- 2,58	+ 0,54	

os quais com levissima differença se conformão com os achados pelo methodo antecedente (n. 81.), sendo preferiveis os deste em rasoão de se fazer epocha em cada lugar por si.

102. He verdade, que para isso he necessario que se tenham calculados os tres Lugares antecedentes ao primeiro, cujo A se ha de calcular, e os quatro seguintes ao ultimo em que se ha de acabar. Estes não são perdidos, porque servem para a continuacão das Ephemerides; e aquelles sempre os ha, exceptuando o caso do primeiro principio, ou o de passar-se a usar de novas Taboas. E entãõ não ha necessidade de calcular esses Lugares pelas Taboas, mas se usará por huma vez somente das formulas próprias do outro methodo (n. 72.).

103. Sendo pois achados os numeros A correspondentes aos Lugares da Lua ao meio-dia, resta achar os Lugares della á meia-noite com os seus respectivos A. Para isso suppondo em qualquer dos meios-dias o lugar da Lua = C, e o seu respectivo numero = A, e marcando para distincão os do seguinte C', A', he facil de ver, que em consequencia destas denominações, e de se tratar de hum intervallo duplo do que antes se havia supposto (n. 95.), teremos

$$B = \frac{2(\hat{A} - A) - (A' - \hat{A})}{4 \cdot 6}$$

$$C = \frac{(A' - A) - (A - \hat{A})}{4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6}$$

104. E como havemos de calcular sempre para o caso de t = 12, substituindo este valor juntamente com os antecedentes de B e de C nas duas formulas At + Bt + Ct, e A + 2Bt + 3Ct, reduzindo, e resti-

tituindo em vez de A o seu valor  $\frac{C' - C}{3 \cdot 24}$ , teremos

$$C' = C + \frac{1}{2} (C'' - C) - 5(A'' - A)$$

$$A = \frac{\frac{1}{4} (C'' - C) - (A'' - A)}{4}$$

105. Por exemplo: Supponhamos que, tendo calculado as Longitudes da Lua para os primeiros dias de Junho, e achado os seus numeros  $A$ , como acima se mostrou (n. 101.) queremos saber a Longitude e o numero  $A$ , que correspondem ao primeiro dia á meia-noite. Temos  $C = 15^{\circ} 2', 74$ ,  $C'' - C = 12^{\circ} 11', 37$ ,  $A = 30', 259$ ,  $A'' = 30', 750$ , donde concluiremos  $C' = 21^{\circ} 6', 95$ , e  $A = 30', 468$ . E continuando para os dias seguintes o mesmo calculo, acharemos os resultados que aqui se mostram

D.	12 <sup>h</sup>	
	Longit.	$A$
1.	21° 6', 95	30', 468
2.	33 24, 60	31, 022
3.	45 56, 77	31, 672
4.	58 45, 32	32, 379
5.	71 51, 05	33, 095
6.	85 13, 67	33, 779

os quais justamente concordão com os achados pela outra regra (n. 81.) á excepção do primeiro, que por ella se tomou de  $21^{\circ} 6', 94$ , e que igualmente se podia tomar de  $21^{\circ} 6', 95$ , visto que dos numeros antecedentemente calculados (n. 80.) resulta  $21^{\circ} 6', 945$ .

106. Em quanto ás Ascensões Rectas e Declinações, póde tudo fazer-se do modo antecedente, calculando-as sómente para os meios-dias. Mas pelas suas maiores variações não haverá tanta exactidão nos resultados como nos das Longitudes e Latitudes; e isso não sómente pelo que respeita ás formulas da regra antecedente (n. 104.), mas tambem ás da primeira (n. 74., e seg.), as quais deverião nesse caso estender-se até ás oitavas differenças. Para evitar pois esses inconvenientes, calcularemos directamente as Ascensões Rectas e as Declinações para os meios-dias, e meias-noites; e assim, tendo-se estreitado o intervallo, acharemos com muita exactidão os seus numeros respectivos  $A$  pelo methodo acima proposto (n. 100.): bem entendido, que nesse caso se ha de tomar  $A = \frac{1}{2.6} (a - b + c)$ . E os numeros  $B$ , tanto dellas, como das Longitudes e Latitudes, se calcularão da maneira acima declarada (n. 94. e seg.).



# I N D E X

## DAS MATERIAS COMPREHENDIDAS NESTAS EPHEMERIDES.

E Pochas principais correspondentes ao anno de 1808.	Pag. III.
Sinaes e abbreviatras de que se faz uso nas Ephemerides.	IV.
Eclipses do anno de 1808.	V.
Calendario para o mesmo anno.	I.
N. B. Estes mesmos artigos se achão para o anno 1809 em paginas da mesma numeracão outra vez começada para o dito anno.	
Catalogo das estrellas principais reduzidas ao primeiro de Janeiro de 1808.	121.
Taboa da Diferença dos Meridianos dos Lugares principais da Terra relativamente ao Observatorio da Universal de Coimbra.	133.
Taboa Cosmographica dos Portos, Cabos, Ilhas, e Lugares das Costas maritimas do Orbe Terraqueo.	149.
Art. I. Costa da Noruega e Suecia até o Cabo Falsterbo com as Ilhas adjacentes.	Ibid.
Art. II. Costa Occidental do Baltico.	150.
Art. III. Costa Oriental e Meridional do Baltico.	151.
Art. IV. Costa Oriental, e Occidental de Dinamarca.	152.
Art. V. Costa d'Alemanha e Hollanda.	153.
Art. VI. Costa Oriental e Meridional da Graõ Bretanha com as Ilhas adjacentes.	154.
Art. VII. Costa Occidental da Graõ Bretanha.	157.
Art. VIII. Costa Oriental e Occidental da Irlanda.	159.
Art. IX. Costa de Franca.	160.
Art. X. Costa d'Hespanha e Portugal até Gibraltar.	162.
Art. XI. Costa Oriental d'Hespanha.	163.
Art. XII. Costa Meridional de Franca e Occidental d'Italia com as Ilhas de Corsega, Sardenha, Sicilia, e Malta.	166.
Art. XIII. Costa Oriental d'Italia, e Turquia Europea.	168.
Art. XIV. Costa do Mar Negro, Natolia, e Syria.	171.
Art. XV. Costa do Egypto, e Berberia.	172.
Art. XVI. Costa Occidental d'Africa.	173.
Art. XVII. Ilhas dispersas do Oceano Atlantico pela ordem das Latitudes.	176.
Art. XVIII. Costa Oriental d'Africa.	177.
Art. XIX. Ilhas e Baixos do Mar da India por ordem das Latitudes.	178.
Art. XX. Costa do Mar Vermelho, Arabia, e Persia.	180.
Art. XXI. Costa Occidental do Indostaõ, e Ilhas Adjacentes.	179.
Art. XXII. Costa Oriental do Indostaõ.	181.
Art. XXIII. Costa d'Arrakaõ, Malaca, e Cochinchina.	182.
Art. XXIV. Ilhas do Sonda.	183.
Art. XXV. Ilhas Mollucas, e Philippinas.	187.
Art. XXVI. Nova Guiné, Nova Hollanda, e Ilhas vizinhas.	191.
Art. XXVII. Ilhas dispersas do Oceano Pacifico pela ordem das Latitudes.	193.
Art. XXVIII. Costa da China, Japão, e Tartaria Oriental.	197.
Art. XXIX. Costa Occidental d'America Septentrional.	200.
Art. XXX. Costa do Perú, e Chili.	203.
Art. XXXI. Costa da Terra de Magalhaens, e da Terra do Fogo.	204.

Art. XXXII. Costa do Brazil.	206.
Art. XXXIII. Costa da Guyana, e da Terra Firme.	208.
Art. XXXIV. Ilhas Antilhas, ou Archipelago d'America.	209.
Art. XXXV. Costa Oriental do Mexico, Luisiana, e Florida.	215.
Art. XXXVI. Costa dos Estados Unidos.	217.
Art. XXXVII. Costa d'Acadia, e Golfo de S. Lourenço.	219.
Art. XXXVIII. Costa da Terra Nova.	222.
Art. XXXIX. Costa de Lavrador, Greenlandia, e Islandia.	224.
Art. XL. Costa do Mar Glacial.	225.
Explicação das Ephemerides.	227.
Observações Astronomicas feitas em Coimbra.	242.
Observações Astronomicas feitas em Lisboa no Observatorio Real da Marinha.	246.
Observações Astronomicas feitas na Villa da Povoia do Varzim.	249.
Observação do Eclipse de Sol de 16 de Junho de 1806 feita em Madrid.	250.
Exposição dos Methodos particulares de que se faz uso no calculo das Ephemerides.	
Taboa de factores.	

## ERRATAS.

	<i>Pag.</i>	<i>Lin.</i>	<i>Erros</i>	<i>Emendas</i>	
<i>Março de 1808.</i>	}	25	35	— 12 25,9	— 16 4,5
		36	36	12 25,0	16 2,9
		37	37	12 25,8	16 0,4
		38	38	12 27,2	15 57,1
		39	39	12 30,0	15 53,0
<i>Abril</i>	}	33	35	— 12 34,8	— 15 47,4
		36	36	12 39,9	15 41,8
		37	37	12 45,8	15 35,7
		38	38	12 52,6	15 29,4
		39	39	12 0,1	15 22,3
	122	22	* 2. 3	2. 3	
	129	34	B	A	
	163	34	41 22,8	41 22	
			0 0 52"	1' 20"	
		35	41° 21',3	41° 20'	

Depois da pag. 180 estão repetidos os numeros 179, e 180 nas duas seguintes paginas.



ERRATAS.

<i>Pag.</i>	<i>Lin.</i>	<i>Err.</i>	<i>Emenda.</i>
vij	18	retrogada	retrograda
xxiiij	20	diverso	diversa
xxiv	16	- 12,938	- 21,938
xxv	32 col. 2. <sup>a</sup>	168 34,57	168 35,57
ibid.	35	+ 83,89 8'	- 83,89 8'
xxx	22 <i>diff.</i> 3. <sup>a</sup>	+ 0',90	+ 1',90
ibid.	<i>diff.</i> 4. <sup>a</sup>	+ 0,83	+ 0,63
xxxiv	12	differenciaçaõ	differenciaçaõ
ibid.	20	$16c(5x^4 - 15x^2 + 4)$	$16c(5x^4 - 15x^2 + 4)$
xxxviii	2	$A =$	$A' =$
ibid.	8	$A = 30',468$	$A' = 30',468$

No VOL. III.

<i>Pag.</i>	<i>Lin.</i>	<i>Err.</i>	<i>Emenda.</i>
246	27	$\frac{\gamma r \text{ sen. } (A - B) \cos. (A + B)}{\text{sen. } 2A}$	$\frac{\gamma r \text{ sen. } (A - \phi) \cos. (A + \phi)}{\text{sen. } 2A}$
251	2	$\Phi' = \Phi - \phi - \phi'$	$\Phi' = \Phi - \phi + \phi'$

TABLE

Column 1	Column 2	Column 3	Column 4
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000

TABLE

Column 1	Column 2	Column 3	Column 4
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000
1000	1000	1000	1000

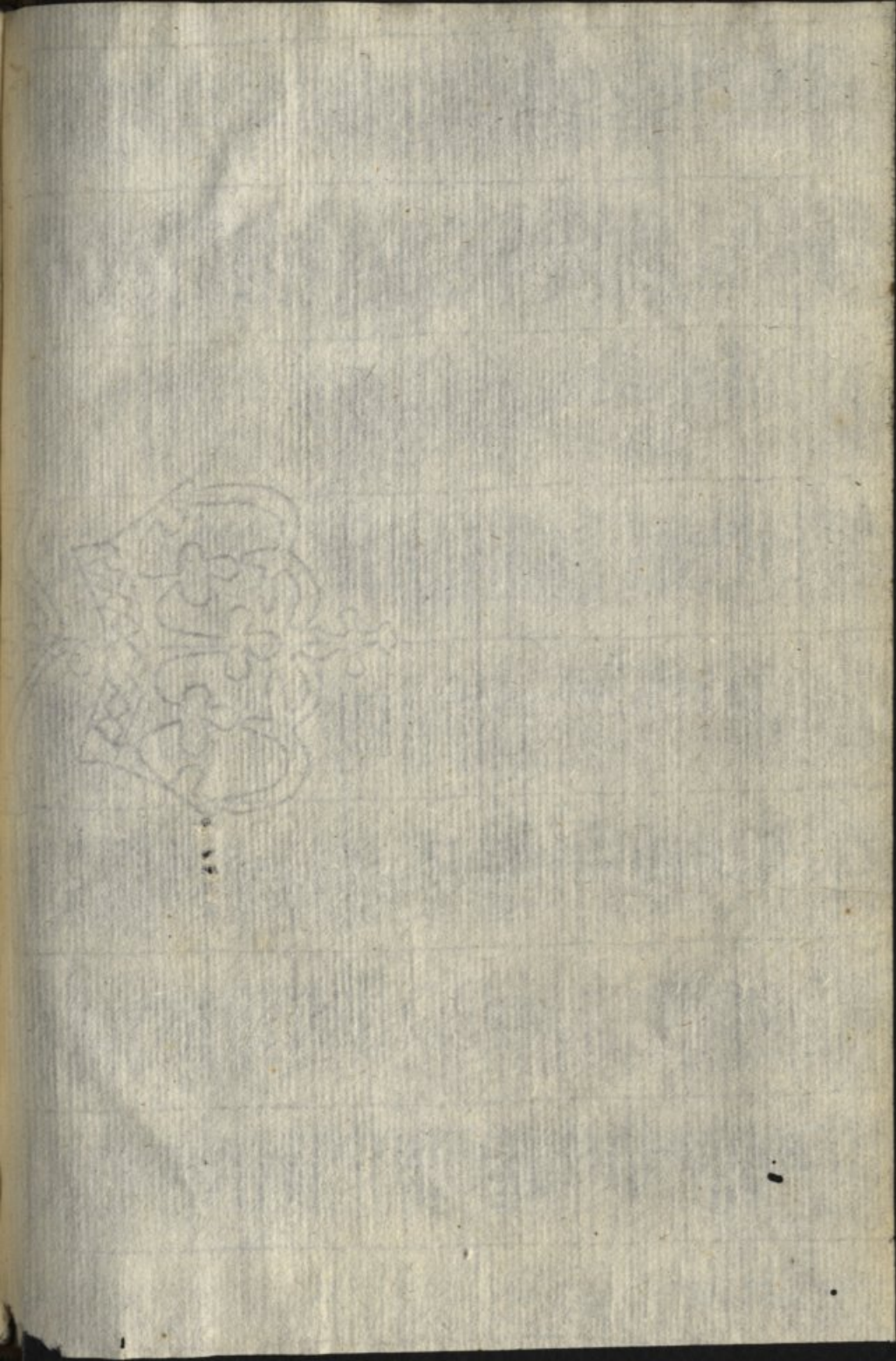
Detailed description or notes for the second table.

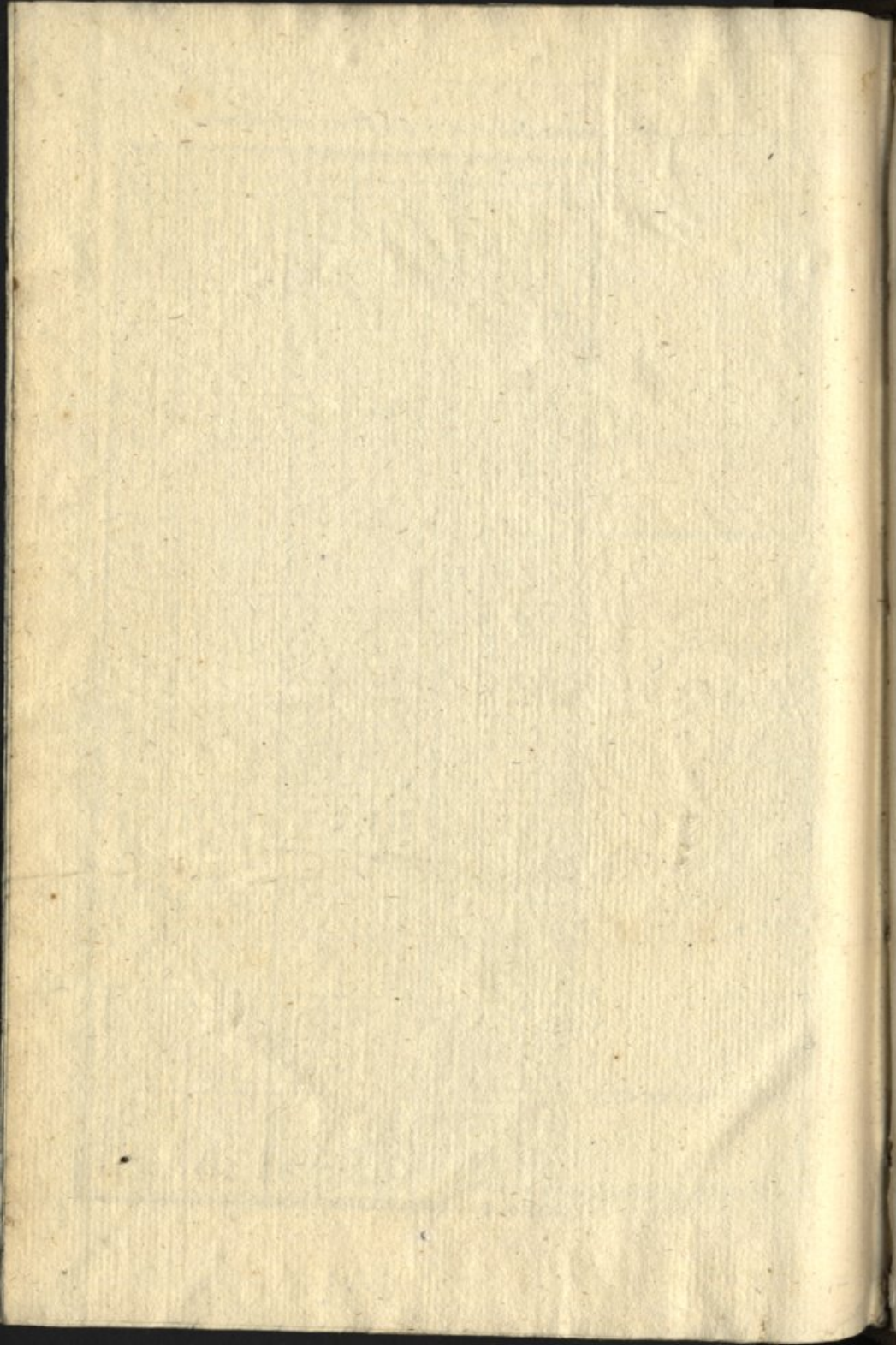


A	Fact.	D.	A	Fact.	D.	A	Fact.	D.	D.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
25,4	2,3622	92	31,3	1,9169	61	37,2	1,6129	43	33	3	7	10	13	17	20	23	26	30
25,5	2,3530	92	31,4	1,9108	61	37,3	1,6086	43	34	3	7	10	14	17	20	24	27	31
25,6	2,3438	91	31,5	1,9047	60	37,4	1,6043	43	35	4	7	11	14	18	21	25	28	32
25,7	2,3347	91	31,6	1,8987	60	37,5	1,6000	43	36	4	7	11	14	18	22	26	29	33
25,8	2,3256	90	31,7	1,8927	60	37,6	1,5957	42	37	4	7	11	15	19	22	26	30	35
25,9	2,3166	89	31,8	1,8868	59	37,7	1,5915	42	38	4	7	11	15	19	23	27	30	34
26,0	2,3077	88	31,9	1,8809	59	37,8	1,5873	42	39	4	8	12	16	20	25	27	31	35
26,1	2,2989	88	32,0	1,8750	58	37,9	1,5831	42	40	4	8	12	16	20	24	28	32	36
26,2	2,2901	87	32,1	1,8691	58	38,0	1,5789	41	41	4	8	12	16	21	25	29	33	37
26,3	2,2814	87	32,2	1,8634	58	38,1	1,5748	41	42	4	8	13	17	21	25	29	34	38
26,4	2,2727	86	32,3	1,8576	57	38,2	1,5707	41	43	4	9	13	17	22	26	30	34	39
26,5	2,2641	85	32,4	1,8519	57	38,3	1,5666	41	44	4	9	13	18	22	26	31	35	40
26,6	2,2556	84	32,5	1,8462	57	38,4	1,5625	41	45	5	9	14	18	23	27	32	36	41
26,7	2,2472	84	32,6	1,8405	56	38,5	1,5584	40	46	5	9	14	18	23	28	32	37	41
26,8	2,2388	83	32,7	1,8349	56	38,6	1,5544	40	47	5	9	14	19	24	28	33	38	42
26,9	2,2305	83	32,8	1,8293	56	38,7	1,5504	40	48	5	10	14	19	24	29	34	38	43
27,0	2,2222	82	32,9	1,8237	55	38,8	1,5464	40	49	5	10	15	20	25	29	34	39	44
27,1	2,2140	81	33,0	1,8182	55	38,9	1,5424	40	50	5	10	15	20	25	30	35	40	45
27,2	2,2059	80	33,1	1,8127	55	39,0	1,5384	39	51	5	10	15	20	26	31	36	41	46
27,3	2,1978	80	33,2	1,8072	54	39,1	1,5345	39	52	5	10	16	21	26	31	36	42	47
27,4	2,1898	80	33,3	1,8018	54	39,2	1,5306	39	53	5	11	16	21	27	32	37	42	48
27,5	2,1818	79	33,4	1,7964	54	39,3	1,5267	39	54	5	11	17	22	27	32	38	43	49
27,6	2,1739	78	33,5	1,7910	53	39,4	1,5228	38	55	6	11	17	22	28	33	39	44	50
27,7	2,1661	78	33,6	1,7857	53	39,5	1,5190	38	56	6	11	17	22	28	34	39	45	50
27,8	2,1583	77	33,7	1,7804	53	39,6	1,5152	38	57	6	11	17	23	29	34	40	46	51
27,9	2,1506	77	33,8	1,7751	52	39,7	1,5114	38	58	6	12	17	23	29	35	41	47	52
28,0	2,1429	77	33,9	1,7699	52	39,8	1,5076	38	59	6	12	18	24	30	35	41	47	53
28,1	2,1352	76	34,0	1,7647	52	39,9	1,5038	38	60	6	12	18	24	30	36	42	48	54
28,2	2,1276	75	34,1	1,7595	51	40,0	1,5000	37	61	6	12	18	24	31	37	43	49	55
28,3	2,1201	74	34,2	1,7544	51	40,1	1,4963	37	62	6	12	19	25	31	37	43	50	56
28,4	2,1127	74	34,3	1,7493	51	40,2	1,4926	37	63	6	13	19	25	32	38	44	50	57
28,5	2,1053	73	34,4	1,7442	51	40,3	1,4889	37	64	6	13	19	25	32	38	45	51	58
28,6	2,0979	73	34,5	1,7391	50	40,4	1,4852	37	65	7	13	20	26	33	39	46	52	59
28,7	2,0906	72	34,6	1,7341	50	40,5	1,4815	37	66	7	13	20	26	33	40	46	53	59
28,8	2,0833	72	34,7	1,7291	50	40,6	1,4778	37	67	7	13	20	27	34	40	47	54	60
28,9	2,0761	71	34,8	1,7241	50	40,7	1,4742	36	68	7	14	20	27	34	41	48	54	61
29,0	2,0690	69	34,9	1,7192	49	40,8	1,4706	36	69	7	14	21	28	35	41	48	55	62
29,1	2,0619	71	35,0	1,7143	49	40,9	1,4670	36	70	7	14	21	28	35	42	49	56	63
29,2	2,0548	70	35,1	1,7094	49	41,0	1,4634	36	71	7	14	21	28	36	43	50	57	64
29,3	2,0478	70	35,2	1,7045	49	41,1	1,4598	36	72	8	14	22	29	36	43	50	58	65
29,4	2,0408	69	35,3	1,6997	48	41,2	1,4563	35	73	7	15	22	29	37	44	51	58	66
29,5	2,0339	69	35,4	1,6949	48	41,3	1,4528	35	74	7	15	22	30	37	44	52	59	67
29,6	2,0270	68	35,5	1,6901	47	41,4	1,4493	35	75	8	15	23	30	38	45	53	60	68
29,7	2,0202	68	35,6	1,6854	47	41,5	1,4458	35	76	8	15	23	30	38	46	53	61	68
29,8	2,0134	67	35,7	1,6807	47	41,6	1,4423	35	77	8	15	23	31	39	46	54	62	69
29,9	2,0067	67	35,8	1,6760	47	41,7	1,4388	34	78	8	16	24	31	39	47	55	62	70
30,0	2,0000	66	35,9	1,6713	46	41,8	1,4354	34	79	8	16	24	32	40	47	55	63	71
30,1	1,9934	66	36,0	1,6667	46	41,9	1,4320	34	80	8	16	24	32	40	48	56	64	72
30,2	1,9868	65	36,1	1,6621	46	42,0	1,4286	34	81	8	16	24	32	41	49	57	65	73
30,3	1,9802	65	36,2	1,6575	46	42,1	1,4252	34	82	8	16	25	33	41	49	57	66	74
30,4	1,9737	65	36,3	1,6529	45	42,2	1,4218	34	83	8	17	25	33	42	50	58	66	75
30,5	1,9672	64	36,4	1,6484	45	42,3	1,4184	33	84	8	17	25	34	42	50	59	67	76
30,6	1,9608	64	36,5	1,6439	45	42,4	1,4151	33	85	9	17	26	34	43	51	60	68	77
30,7	1,9544	63	36,6	1,6394	45	42,5	1,4118	33	86	9	17	26	34	43	52	60	69	77
30,8	1,9481	63	36,7	1,6349	45	42,6	1,4085	33	87	9	17	26	35	44	52	61	70	78
30,9	1,9418	63	36,8	1,6304	44	42,7	1,4052	33	88	9	18	27	36	45	53	62	70	79
31,0	1,9355	62	36,9	1,6260	44	42,8	1,4019	33	89	9	18	27	36	45	53	62	71	80
31,1	1,9293	62	37,0	1,6216	44	42,9	1,3986	33	90	9	18	27	36	45	54	63	72	81
31,2	1,9231	62	37,1	1,6172	44	43,0	1,3953	33	91	9	18	27	36	46	55	64	73	82
31,3	1,9169	62	37,2	1,6129	43	43,1	1,3920	33	92	9	18	28	37	46	55	64	74	83

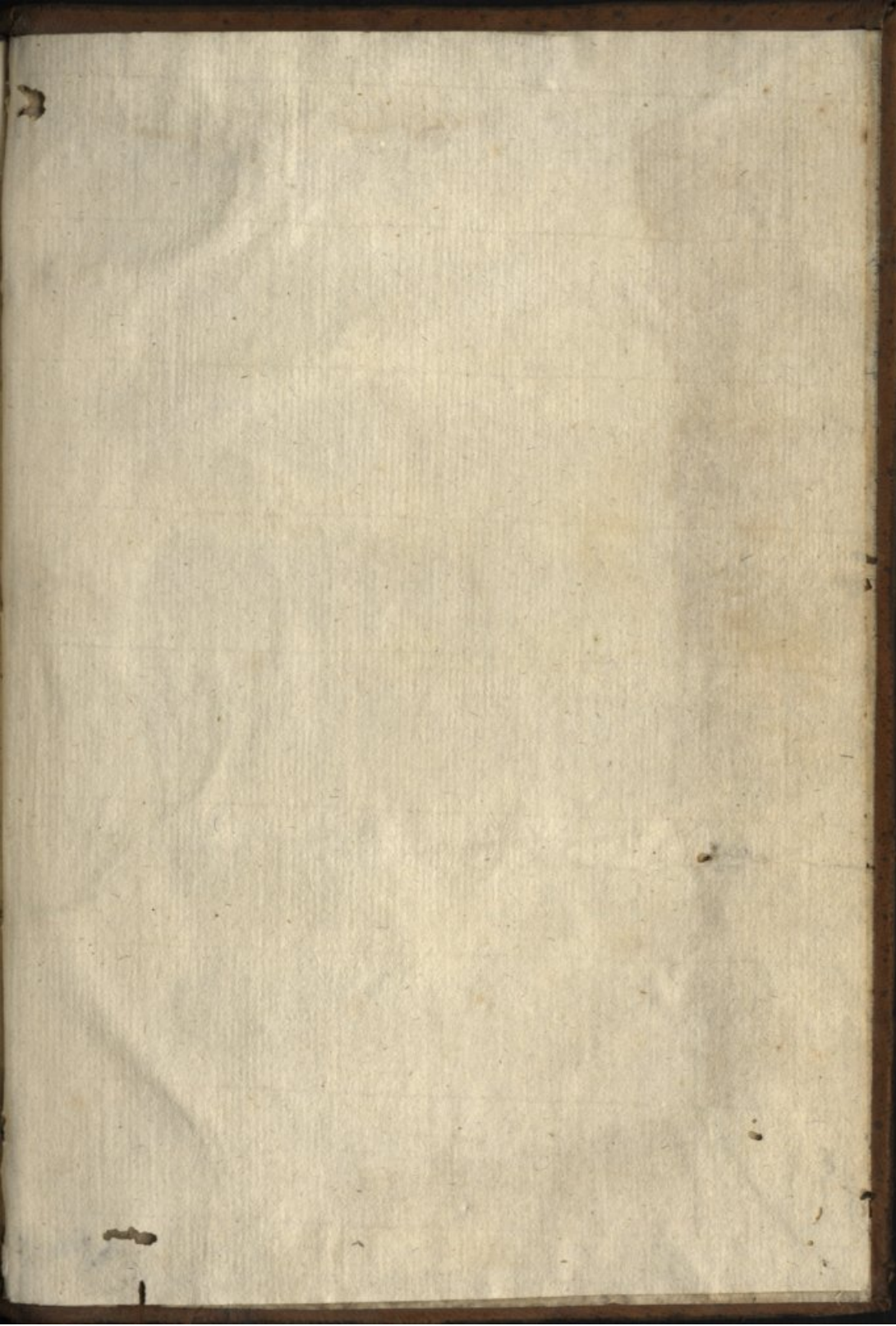


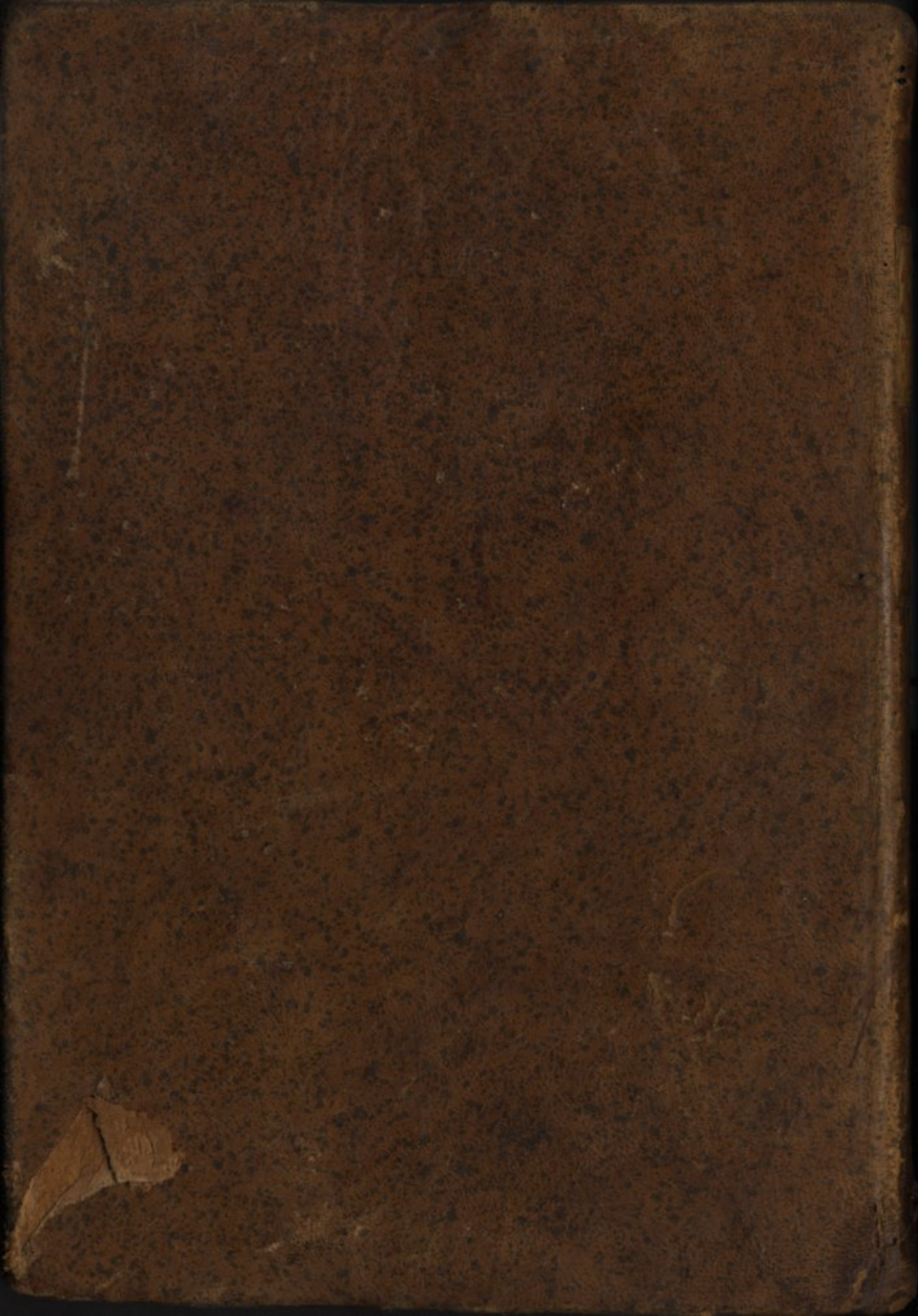














EPHEMEROPTERA

1870