ELEMENTOS

DE

ASTRONOMIA

TOMO I

Coeli enarrant gloriam Dei, et opera manuum ejus annuntiat firmamentum.

Ps. XVIII, 2.

ELEMENTOS

DE

ASTRONOMIA

PELO CONSELHEIRO

RODRIGO RIBEIRO DE SOUSA PINTO

LENTE DE PRIMA JUBILADO DA FACULDADE DE MATHEMATICA
E DIRECTOR DO OBSERVATORIO ASTRONOMICO
DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

TOMO I

COIMBRA
IMPRENSA DA UNIVERSIDADE
1873

PRIMEIRA PARTE

ADVERTENCIA

No meio do anno de 1866 estava impresso o mais essencial das duas primeiras partes d'esta obra, e da terceira a theoria da Lua, quando a urgencia de outros trabalhos astronomicos me obrigou a interromper a impressão.

Agora que me é possivel continual-a, publico o primeiro volume; ajuntando-lhe em supplemento o que para isso tinha reservado da primeira edição, e o que me pareceu conveniente accrescentar.

Para evitar repetições, colloquei o que diz respeito ás leis do movimento diurno nos proprios logares onde se descrevem os instrumentos de cujo uso resulta a demonstração d'ellas.

Na descripção dos instrumentos tive as mais das vezes presentes os do Observatorio de Coimbra; notando porem as principaes modificações que ulteriormente receberam.

Espero que este trabalho, alem de servir para a cadeira respectiva, não será inutil aos astronomos. Mas para estes não dispensará a leitura de tractados astronomicos mais extensos, e de memorias especiaes e noticias; como são os seguintes, que mais vezes consultei: a *Astronomia* de Biot, 3.ª edição; a *Astronomia* de Brunnow, traduzida pelos srs. Wolf, André e Lucas; as *Memorias* e *noticias mensaes* da Sociedade astronomica de Londres; e a introducção ao primeiro volume das *Observações astronomicas* do Observatorio naval de Washington.

Coimbra, 3 de janeiro de 1873.

Rodrigo Ribeiro de Sousa Pinto.

ADVERTENCIA

No meio do anno de 1866 estava impresso o mais essencial das duas primeiras partes d'esta obra, e da terceira a theoria da Lua, quando a urgencia de outros trabalhos astronomicos me obrigou a interromper a impressão.

Agora que me é possivel continual-a, publico o primeiro volume; ajuntando-lhe em supplemento o que para isso tinha reservado da primeira edição, e o que me pareceu conveniente accrescentar.

Para evitar repetições, colloquei o que diz respeito ás leis do movimento diurno nos proprios logares onde se descrevem os instrumentos de cujo uso resulta a demonstração d'ellas.

Na descripção dos instrumentos tive as mais das vezes presentes os do Observatorio de Coimbra: notando porém as principaes modificações que ulteriormente receberam.

Espero que este trabalho, alem de servir para a cadeira respectiva, não será inutil aos astronomos. Mas para estes não dispensará a leitura de tractados astronomicos mais extensos, e de memorias especiaes e noticias; como são os seguintes, que mais vezes consultei: a *Astronomia* de Biot, 3.ª edição; a *Astronomia* de Brunnow, traduzida pelos srs. Wolf, André e Lucas; as *Memorias e noticias mensaes da Sociedade astronomica de Londres*; e a introducção ao primeiro volume das *Observações astronomicas do Observatorio naval de Washington*.

Coimbra, 3 de janeiro de 1873.

Rodrigo Ribeiro de Souza Pinto.

ELEMENTOS DE ASTRONOMIA

PRIMEIRA PARTE

CAPITULO I

Primeiras noções

I Todos sabem que o *Sol*, depois de *nascer* no *Oriente*, se eleva de manhan sôbre o *horizonte*, com um movimento que vae decrescendo até se tornar insensivel ao meio dia; e que de tarde desce para o horizonte, com um movimento successivamente maior, até chegar ao seu *occaso* no *Occidente*.

Se algum tempo depois do occaso do sol, quando, pela diminuição da claridade do dia e approximação da noite, começa o ceu a mostrar-se povoado de *estrellas*, nos collocarmos em um logar eminente, veremos; que, emquanto alguns d'estes *astros* descem para a parte do horizonte occidental, outros sobem da parte do horizonte oriental: que todos seguem 'nestes movimentos a mesma ordem que se observára no do sol; e que, durante elles, conservam quasi todos entre si a mesma disposição relativa, e a mesma configuração dos grupos ou *constellações* em que, desde mui remota antiguidade, os astronomos os têm dividido.

Se, durante cada noite, seguirmos o curso das diversas estrellas, collocando-nos de modo que fique o oriente á nossa direita, o occidente á esquerda, o *norte* dè fronte, e o *sul* para traz de nós: conheceremos que ellas se demoram tanto mais sôbre o horizonte, e que o seu movimento no ceu é tanto mais lento, quanto mais proximas estão da estrella *polar* ou do *norte*, pertencente á constellação *boreal* chamada *Ursa maior*, ou *Barca;* que esta estrella parece immovel; e que as vizinhas d'ella não chegam a esconder-se debaixo do horizonte.

Emfim, nas noites de luar veremos a *Lua*, em qualquer das suas *phases* ou variações do crescente luminoso, seguir um curso similhante na parte do ceu onde a podemos observar.

Terminada a noite, reproduz-se, durante as vinte e quatro horas seguintes, a mesma serie de phenomenos que fica descripta.

2. Parece pois que todos os astros, de que havemos fallado, têm um movimento diurno em volta de um eixo, que passa pelo *polo do norte* ou *boreal*, e que a analogia e as observações nos fazem suppor prolongado até o *polo do sul* ou *austral* na parte opposta do ceu; que este gyro é na direcção e sentido d'oriente para occidente; que, para nós, a sua parte visivel sôbre o horizonte é tanto maior quanto menos distam as estrellas do polo boreal, e a sua parte invisivel tanto maior quanto menos distam as estrellas do polo austral; e finalmente que 'nelle os astros descrevem arcos, cujos planos são parallelos, e cujos raios são tanto menores quanto mais proximos ficam dos polos: como se toda a esphera celeste volvesse com um movimento de rotação em torno d'aquelle eixo, obliquo ao nosso horizonte.

3. Se observarmos mais attentamente os occasos das estrellas posteriores aos do sol e os nascimentos anteriores, acharemos que o sol se vae atrazando relativamente a ellas; sendo proximamente 4^m por dia, ou 2^h por mez, o valor medio d'este atrazamento: o que dá logar á diversidade das constellações, que são visiveis nas differentes epochas do anno; e á diversidade das alturas em que 'nellas se vêem á mesma hora as estrellas das constellações boreaes que não têm occaso. Por tanto o sol parece ter um *movimento proprio* d'occidente para oriente, cujo periodo é d'um anno.

O mesmo acontece a respeito da lua; sendo de mais de $\frac{3}{4}$ d'hora por dia, ou de 24^h por mez, o atrazamento medio do seu nascimento e do seu occaso. Portanto a lua parece ter um movimento proprio d'occidente para oriente, cujo periodo é de quasi um mez; movimento que tambem se conhece no ceu pelas mudanças de posição d'este astro relativamente ás estrellas.

Finalmente, entre as estrellas ha algumas que tomam o nome de *planetas*, ou *estrellas errantes*, porque mudam de logar relativamente ás outras, de modo que parecem mover-se no sentido *directo* do occidente para oriente, atrazando-se os seus nascimentos e occasos; depois ficar por algum tempo *estacionarias;* e emfim mover-se em sentido *retrogrado* de oriente para occidente, adiantando-se os seus nascimentos e occasos: ou inversamente. No entretanto mais tarde veremos que, apezar da diversidade apparente do sentido do movimento proprio dos planetas, este movimento tem sempre logar na realidade de occidente para oriente, em volta do sol (*a*).

4. Os nascimentos, occasos, e culminações das estrellas sempre correspondem, para cada logar d'observação, aos mesmos pontos. Mas, relativamente ao sol, á lua e aos planetas, o nascimento e o occaso correspondem a pontos que mudam successivamente de norte para sul, ou de sul para norte, sendo as suas digressões contidas dentro de limites mais ou menos estreitos; e no mesmo sentido variam as suas culminações.

Éstas digressões tornam-se mais sensiveis pelo intervallo de tempo que dura a porção visivel do curso diurno de cada astro, desde o seu nascimento até o seu occaso. Por exemplo, os *dias* proximos de 22 de Junho, no extremo boreal da digressão do sol, ou *solsticio de estio,* têm mais quasi tres horas do que os proximos de 22 de março e 22 de setembro, nos logares medios, ou *equinoccios da primavera* e *do outomno*; e'nestes têm mais quasi tres horas do que em 22 de dezembro, no extremo austral da digressão, ou *solsticio d'inverno:* de sorte que a variação total dos dias entre os dois solsticios é $5^h\,\frac{3}{4}$ proximamente. A mesma variação tem logar, em sentido contrário, relativamente ás noites.

5. Dos dois numeros precedentes resulta que os movimentos proprios do sol, da lua e dos planetas, participando principalmente da direcção d'occidente para oriente, e alguma cousa de norte para sul, ou de sul par norte, parecem ser em direcções obliquas a estas duas, porém mais proximas da primeira.

Observações mais exactas mostrarão com effeito que: o movimento proprio do sol tem logar no plano da *Ecliptica,* inclinado de 23° 27′ proximamente ao *Equador*, isto é, ao plano do circulo diurno que o sol descreve nos dias dos equinoccios; o da lua em um plano inclinado de

(*a*) Os planetas antigamente conhecidos eram: Mercurio, Venus, Marte, Jupiter e Saturno; dos quaes os quatro ultimos se vêem muito bem; e o primeiro difficilmente, pela sua proximidade do sol. No fim do seculo passado descobriu-se Herschel ou Urano, que se vê com difficuldade por causa da grande distancia a que está de nós: e no principio do seculo actual descobriram-se Ceres, Pallas, Juno e Vesta; que se chamam telescopicos, por ser necessario para os observar um bom telescopio, em razão da sua pequenez. Além d'estes conhecem-se hoje Neptuno, e muitos pequenos planetas de que adiante daremos noticia.

pouco mais de 5° á ecliptica; os dos planetas mais antigos, e de muitos dos outros, em planos tambem pouco inclinados á ecliptica, e comprehendidos em uma zona de menos de 10° chamada *Zodiaco;* e os d'alguns dos telescopicos em planos mais obliquos.

6. Emfim, de quando em quando apparecem no ceu os *cometas*: astros pouco brilhantes, cuja luz augmenta até certos limites, e depois diminue até desapparecer; que são acompanhados d'uma nebulosidade, ou tambem d'uma especie de cauda luminosa; e cujo movimento proprio entre as estrellas é muito variavel, sem ter o sentido determinado que apresenta constantemente o movimento dos planetas.

7. Em quanto ás distancias a que estão os astros, notaremos que as estrellas, vistas com os melhores telescopios, não apresentam *diametro apparente* sensivel: e que os diametros apparentes dos planetas e do sol augmentam sensivelmente, e mais ainda o da lua. Além d'isso algumas vezes os planetas occultam-nos as estrellas; e a lua occulta-nos as estrellas, os planetas, e o disco do sol, todo ou em parte; sem que aconteça nunca o inverso.

D'onde resulta que as estrellas estão a distancias prodigiosamente grandes de nós; o sol e os planetas a distancias menores: e a lua ainda mais proxima; apezar de vermos todos estes corpos como projectados na esphera apparente, que se costuma chamar *abobada celeste*, ou céu.

8. Tendo feito a resenha dos astros que o primeiro exame do ceu nos mostrou, devemos proceder a observações mais exactas, que tornem preciso o que por ora é vago, e corrijam os erros a que as apparencias nos podem ter levado: a fim de estudar o que respeita aos movimentos, e ás dimensões dos corpos celestes. Este estudo é o objecto da *Astronomia.*

Mas, como as observações têm de fazer-se em alguns dos pontos da terra, devemos antes proceder á investigação, ainda que imperfeita, da figura e dimensões d'este corpo.

CAPITULO II

Da terra

9. Ao viajante, que segue qualquer direcção, não desapparecem instantaneamente os montes e edificios, de que se vae affastando; mas tornam-se successivamente invisiveis as suas diversas partes, desde a base até o cume.

Se a viagem é na direcção d'oriente ou d'occidente, os nascimentos e occasos do sol e das estrellas vão correspondendo a objectos differentes; e se é na direcção de norte ou de sul, vão elevando-se as constellações boreaes e o polo boreal, e abatendo-se as constellações austraes e o pólo austral, ou inversamente.

A redondeza da terra, que estes phenomenos indicam, comprova-se pelas viagens maritimas feitas nas direcções d'occidente e oriente e de norte e sul. A primeira d'estas viagens foi emprehendida pelo nosso compatriota Fernando de Magalhaens, que, partindo d'um porto de Hespanha na direcção d'occidente, costeou a America, passou para o mar pacifico pelo estreito que depois se chamou de Magalhaens, continuou na mesma direcção até as Philippinas; e depois o seu navio, dobrando o cabo da Boa-Esperança, voltou á Europa, como se tivesse partido do oriente.

O mesmo confirmam os *eclipses da lua*, produzidos pela entrada d'este corpo no cone de sombra que a intercepção dos raios solares projecta de traz da terra: porque a linha, que separa a parte eclipsada da illuminada, é uma curva que volta a concavidade para a sombra. Mostra-se com effeito, pela correspondencia que nas phases da lua ha constantemente entre a grandeza e posição do crescente luminoso e a posição do sol, que ella é opaca, e que o seu brilho é devido á reflexão dos raios solares.

10. Se da eminencia O (Fig. 1), collocada em um horizonte livre, virmos os pontos extremos P,Q..., ou, inversamente, se dos pontos P,Q,... virmos só o cume da altura MO; e se determinarmos as distancias d'estes pontos a O: acharemos que P,Q,... são equidistantes de O, ao menos proximamente; e que os angulos POQ,..., medidos com o *sector de depressão*, são eguaes. Por conseguinte o cone circumscripto á superficie terrestre é circular e recto. O que tambem se póde concluir de serem eguaes os angulos feitos pelos raios visuaes extremos PO,QO,... com o *fio a prumo*, ou os seus complementos, que são os *angulos de depressão*. E como acontece o mesmo, sem differença attendivel, em todos os logares onde podem fazer-se éstas observações, segue-se que a terra é espherica, ao menos proximamente.

É verdade que a superficie terrestre está coberta de montanhas, que difficilmente permittem fazer 'nella taes observações, e que parecem alterar a figura espherica. Mas notando que por toda a parte os mares se insinuam nos continentes, e communicam uns com os outros, sem que as margens sejam muito elevadas; que os grandes rios são navegaveis; e que as marés sobem 'nelles a grandes distancias das suas fozes: concebe-se que os continentes seguem na sua configuração geral a convexidade dos mares. E com effeito, a medição das maiores alturas do globo, e a determinação do raio terrestre, mostram que as montanhas, por mais elevadas que pareçam, são de pouca importancia quando se comparam com as dimensões do globo terrestre.

11. Supponhamos que se observa com o sector de depressão o angulo POQ $=2\theta$, constante para cada ponto O, e que se mede a altura MO por um nivelamento barometrico ou trigonometrico: e seja CP $=r$ o raio da terra, supposta espherica. O triangulo COP dá:

$$r=\frac{h \operatorname{sen}\theta}{1-\operatorname{sen}\theta}=\frac{h}{2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}(90^\circ-\theta)}-h=\frac{h}{2\operatorname{sen}^2\frac{1}{2}i}-h.$$

Assim (Cosmogr. de Faye, pag. 11), para $2\theta=179^\circ\ 29'$ e $h=75^m$, será $r=7400000^m$.

Ou tambem supponhamos que sôbre uma superficie horizontal se collocam duas estacas eguaes OP e O'P' (Fig. 2), em distancia tal, que da extremidade d'uma não se veja senão a extremidade da outra, isto é, que a recta, que une éstas extremidades, toque a superficie terrestre em M. Chamando OO'$=2d$ a distancia das estacas, que suppomos medida, OP $=$ O'P'$=h$ a grandeza d'ellas, e CP $=r$ o raio da terra, é:

$$d^2=h\,(2r+h),\ \text{ou}\ r=\frac{d^2}{2h}-\frac{1}{2}h.$$

Por exemplo (Astron. de Herschel, n.º 28) para $h = 3^{m},048$ e $2d = 12874^{m}, 52$ será $r = 6797623^{m}$.

Na primeira d'estas formulas o erro de θ inflúe muito em r, por ser 2θ pouco differente de $180°$; e na segunda inflúe muito o êrro de d, por ser $\frac{d}{h}$ muito grande (*a*). Por tanto os effeitos da refracção, e a sua incerteza na proximidade do horizonte, devem influir gravemente na determinação de r obtida por estes dois meios, a qual não póde tomar-se senão como uma approximação imperfeita.

Por operações e calculos feitos com o maior escrupulo, como a Geodesia ensina, achou-se o raio médio da terra $r = 6366198^{m}$.

A altura 8500^{m} do *Dwalagiri*, uma das maiores do globo, é apenas $\frac{1}{749}$ do raio terrestre.

12. Sendo a terra proximamente espherica, a gravidade deve dirigir-se para o centro d'ella; e como este ponto fica a uma distancia dos diversos corpos d'um logar terrestre muito superior á que os separa uns dos outros, podemos dizer que, em cada logar da terra ou em logares proximos, os corpos gravitam por direcções parallelas. É o que a experiencia confirma: por quanto, suspendendo diversos graves por fios muito finos e flexiveis, acha-se que estes fios estão sempre dois e dois no mesmo plano visual, e que são sensivelmente equidistantes em toda a sua extensão; conseguintemente todos concorrem em um ponto collocado a uma distancia finita muito grande, ou no infinito.

A direcção da gravidade deve ser normal á superficie das aguas tranquillas, para que seja nulla a sua componente tangencial e haja equilibrio. O que tambem confirma a experiencia: porque mostra que a imagem

(*a*) É o que mostram as expressões differenciaes: vide pag 216

$$\delta r = \frac{h \cot \frac{1}{2} i}{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} i} \delta\theta \operatorname{sen} 1' + \frac{h\,(1 + 3 \cot^2 \frac{1}{2} i)}{8 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} i} \delta\theta^2 \operatorname{sen}^2 1' + \ldots;$$

$$\delta r = \frac{d}{h} \delta h + \ldots$$

No primeiro exemplo é $\delta r = 952081\, \delta\theta + 90039\, \delta\theta^2 + 7926\, \delta\theta^3 + \ldots$ e por isso basta suppor $\delta\theta = 1'$ para explicar o erro de r.

No segundo exemplo é $\delta r = 2112\, \delta d$.

formada pela reflexão de qualquer dos fios, de que acabâmos de fallar, na superficie da agua contida 'num vaso largo, fica sempre no prolongamento do mesmo fio; ou que os fios e as suas imagens estão sempre dois e dois no mesmo plano visual.

D'estas experiencias resulta que, nos logares onde ellas se fazem, as direcções da gravidade concorrem sensivelmente em um ponto, e são normaes á superficie terrestre; por conseguinte esta superficie é espherica nos mesmos logares. O que concorda com a forma que no n.º 10 attribuimos á terra.

13. O apparelho assim composto d'um grave suspenso por um fio chama-se *fio a prumo*, ou *prumo;* a direcção do fio é a *vertical* do logar; e os pontos onde esta vertical produzida se suppõe encontrar a abobada celeste, um acima, outro abaixo do horizonte, chamam-se respectivamente *zenith* e *nadir*.

Qualquer plano que passe pela vertical chama-se *vertical*. Entre os verticaes distinguem-se: o *meridiano*, que passa pelos pólos; e o *primeiro vertical*, que é perpendicular ao meridiano. Passando a vertical pelo centro da terra, todos estes planos passam pelo mesmo ponto.

O *equador* (n.º 5) passa pelo centro da terra e é perpendicular ao eixo de rotação.

As tangentes OP,OQ,... á superficie terrestre (Fig. 3), tiradas por um ponto O elevado acima d'esta superficie e terminadas 'nella, determinam o *horizonte apparente* de O; o plano HOH', perpendicular á vertical CZ é o *horizonte racional* ou simplesmente *horizonte*; e o angulo $HOP = i$ é a *depressão do horizonte*.

É claro que o horizonte racional d'um logar, com qualquer dos seus verticaes, fórma sempre um systema de planos rectangulares; e que o equador, com qualquer dos meridianos, fórma outro systema rectangular.

Em fim, se pelo centro da terra imaginarmos tirado um eixo perpendicular á ecliptica (n.º 5), o seu prolongamento determinará na abobada celeste os *pólos da ecliptica*; e a ecliptica, com qualquer dos planos que passam pelo seu eixo, formará tambem um systema de planos rectangulares.

D'onde resultam os diversos systemas de coordenadas dos astros, de que tractaremos no capitulo seguinte.

CAPITULO III

Das coordenadas dos astros

14. Se em qualquer logar da terra tomassemos por eixos coordenados o traço do meridiano sôbre o horizonte, que se chama *meridiana*, a *perpendicular á meridiana*, e a *vertical*, poderiamos referir a estes eixos a posição de qualquer astro. A meridiana encontra a esphera celeste nos pontos *norte* e *sul*, que são as projecções esphericas dos polos boreal e austral sôbre o horizonte; e a perpendicular encontra a esphera celeste nos pontos *éste* e *oéste*. O *norte*, o *sul*, o *éste* e o *oéste* chamam-se pontos cardeaes.

Mas como no céu medimos somente os angulos feitos pelos raios visuaes dos astros uns com os outros, ou com rectas que se dirigem a pontos conhecidos da esphera celeste, devemos preferir o uso das coordenadas polares.

15. Suppondo conhecida a posição do meridiano, por meios que adiante indicaremos, ficará determinada a direcção do raio visual de qualquer astro, ou a projecção visual d'este astro na esphera celeste, quando se tiverem: o *azimuth*, angulo feito pelo plano vertical do astro com o meridiano, ou tambem a *amplitude*, complemento d'este angulo; e a *distancia zenithal*, angulo feito pela vertical com a direcção do astro, ou tambem a *altura* sôbre o horizonte, complemento d'aquella distancia.

E porque o zenith é polo do horizonte, mede-se o azimuth pelo angulo que o traço horizontal do plano vertical do astro faz com a meridiana. Este angulo conta-se ordinariamente a partir do norte, para o oriente ou para o occidente.

16. A intersecção da ecliptica com o equador, que se chama *linha dos equinoccios*, encontra a esphera celeste no ponto d'*aries* ou equinoccio da primavera, e no de *libra* ou equinoccio d'outomno. Suppondo conhecida esta intersecção, ficará tambem determinada a projecção do astro na esphera celeste, quando se tiverem: a sua *ascensão recta*, angulo feito pelo meridiano ou plano horario, que passa por aries, com aquelle que passa pelo astro; e a *declinação*, distancia do astro ao equador tomada sôbre o seu circulo meridiano, o qual tambem se chama *circulo de declinação*.

A ascensão recta tem por medida o arco do equador comprehendido entre o ponto d'aries e a projecção espherica do astro sôbre este círculo, contando do occidente para o oriente.

17. Finalmente tambem ficará determinada a projecção do astro quando se conhecerem: a *longitude*, angulo feito pelos dois circulos maximos, um dos quaes contém aries, outro o astro, e ambos o polo da ecliptica; e a *latitude*, distancia do astro á ecliptica tomada sôbre o círculo que contém o polo da ecliptica e o astro, o qual se chama *círculo de latitude*.

A longitude tem por medida o arco da ecliptica comprehendido entre o ponto d'aries e a projecção espherica do astro sôbre este círculo, contando de occidente para oriente.

18. Qualquer dos tres systemas: *azimuth* e *distancia zenithal*, *ascensão recta* e *declinação*, *longitude* e *latitude*: determina completamente a projecção do astro na esphera celeste; faltando somente conhecer a distancia á terra para fixar a sua posição no espaço. Mas, como é muitas vezes necessario transformar estas coordenadas umas nas outras, vejamos o modo de o fazer.

Sejam P, P′ (Fig. 4) os polos dos dois systemas, por exemplo o zenith e o polo do equador, ou o zenith e o polo da ecliptica, ou os polos do equador e da ecliptica; IE, IE′ os dois circulos correspondentes; *I* uma extremidade da intersecção respectiva, isto é, do traço do equador sôbre o horizonte, ou do traço da ecliptica sôbre o horizonte, ou da linha dos equinoccios; e *S* a projecção do astro na esphera celeste.

Chamaremos $IQ'=\alpha$, $SQ'=\beta$, as duas coordenadas do primeiro systema; $IQ=a$, $SQ=b$, as do segundo systema; e $E'IE=PP'=i$ a inclinação dos dois circulos IE, IE′. Por serem P′ e P polos de IE′ e IE respectivamente, são P′I e PI arcos de 90°; conseguintemente são I polo de P′P, os arcos IE′ e IE de 90°, e os angulos IP′E′ e IPE rectos. Temos, pois, no triangulo PP′S as seguintes partes:

$$P'P=i,\ P'S=90^\circ-\beta,\ PS=90^\circ-b,\ PP'S=90^\circ-\alpha,\ P'PS=90^\circ+a.$$

E o triangulo dá

$$\operatorname{tang} a=\frac{\operatorname{sen}\alpha\cos i-\operatorname{tang}\beta\operatorname{sen} i}{\cos\alpha},\ \operatorname{sen} b=\operatorname{sen}\alpha\cos\beta\operatorname{sen} i+\operatorname{sen}\beta\cos i\,..\ (1)$$

$$\operatorname{tang}\alpha=\frac{\operatorname{sen} a\cos i+\operatorname{tang} b \operatorname{sen} i}{\cos a},\ \operatorname{sen}\beta=-\operatorname{sen} a\cos b\operatorname{sen} i+\operatorname{sen} b\cos i\ldots(2),$$

$$\cos a\ \cos. b=\cos\alpha\ \cos.\beta\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3).$$

As formulas (1) e (2) são inteiramente analogas, menos em quanto ao signal de i.

As primeiras dão a e b quando se conhecem α, β, i; as segundas dão α e β, quando se conhecem a, b, i: ou tambem, achada uma das coordenadas por uma d'estas formulas, a equação (3) dá a outra.

19. Para accommodar as formulas (1) ao calculo logarithmico, façamos $\operatorname{sen}\alpha\ \cot\beta=\cot\varphi$; e similhantemente para as formulas (2) façamos $\operatorname{sen} a\ \cot b=\cot\psi$. Resultarão os systemas:

$$(4)\ \ .\ \cot\varphi=\operatorname{sen}\alpha\cot\beta,\ \operatorname{tg} a=\frac{\operatorname{tg}\alpha\ \cos(\varphi+i)}{\cos\varphi},\ \operatorname{sen} b=\frac{\operatorname{sen}\beta\ \operatorname{sen}(\varphi+i)}{\operatorname{sen}\varphi};$$

$$(5)\ldots\cot\psi=\operatorname{sen} a\cot b,\ \operatorname{tg}\alpha=\frac{\operatorname{tg} a\ \cos(\psi-i)}{\cos\psi},\ \operatorname{sen}\beta=\frac{\operatorname{sen} b\ \operatorname{sen}(\psi-i)}{\operatorname{sen}\psi}.$$

Se dividirmos a equação (3) pela primeira das equações (4), o que dará $\operatorname{sen}\beta\ \cot\alpha=\cos a\ \cos b\ \operatorname{tg}\varphi$, e depois eliminarmos $\operatorname{sen}\beta$ e $\cot\alpha$ entre esta equação e as duas ultimas de (4); e similhantemente a respeito de (3) e das duas ultimas de (5); resultarão os systemas:

$$(6)\ldots\cot\varphi=\operatorname{sen}\alpha\ \cot\beta,\ \operatorname{tg} a=\frac{\operatorname{tg}\alpha\ \cos(\varphi+i)}{\cos\varphi},\ \operatorname{tg} b=\operatorname{sen} a\ \operatorname{tg}(\varphi+i);$$

$$(7)\ldots\cot\psi=\operatorname{sen} a\ \cot b,\ \operatorname{tg}\alpha=\frac{\operatorname{tg} a\ \cos(\psi-i)}{\cos\psi},\ \operatorname{tg}\beta=\operatorname{sen}\alpha\ \operatorname{tg}(\psi-i);$$

que são muito commodos, quando se querem calcular ambas as coordenadas a e b, ou α e β.

As equações (7) são as mesmas que as (6) escriptas em ordem inversa, mudando $\varphi + i$ em ψ: ou são as mesmas que as (6) escriptas na mesma ordem, mudando respectivamente φ, α, β, i em ψ, a, b, $-i$ (a).

20. Cumpre advertir que, se usamos das tábuas de logarithmos, é necessario na practica empregar cautelosamente estas fórmulas, ou outras quaesquer, examinando a influencia que os desprezos das tábuas podem ter nas quantidades que se procuram (v. o calc. nas Ephem. de Coimbra pag. 43). Entenda-se porém que, nos casos excepcionaes em que não basta a primeira potencia dos desprezos para calcular esta influencia, se devem aproveitar as superiores, ou recorrer á inspecção das tabuas; como fizemos na nota da pagina 7.

21. Se a origem, a que se referem as coordenadas primitivas, ou as transformadas, não é a intersecção I, será necessario determinar as coordenadas de I relativamente a essa origem, para que se possa usar das formulas precedentes.

Ordinariamente querem converter-se as longitudes e latitudes em ascensões rectas e declinações, e inversamente; ou os azimuths e distancias zenithaes em ascensões rectas e declinações, e inversamente.

No primeiro caso são:

$$a = \mathrm{AR},\ b = \mathrm{DC},\ \alpha = \text{long.},\ \beta = \text{lat.},\ i = \text{obl. da eclipt.} = \omega.$$

No segundo caso são:

$$a = \mathrm{A} - 90^\circ,\ b = 90^\circ - z,\ \alpha = 90^\circ - \mathrm{P},\ \beta = \mathrm{DC},\ i = \mathrm{D}:$$

representando P o angulo horario, $\pm(\mathrm{M} - \mathrm{AR})$; A o azimuth contado

(a) Se nos servissemos dos triangulos rectangulos ISQ, ISQ′, achariamos que ISQ′ dava logo a primeira das equações (6); que a comparação das expressões de cot SI tiradas dos dois triangulos dava a segunda das mesmas equações; e que ISQ dava logo a terceira. E veriamos assim que φ e ψ são, respectivamente, os angulos ISQ′ e ISQ (Calc. das Ephem., n.º 42).

...titude do logar, isto é, a distancia
...scensão recta do meridiano (a).

...$=90°-\alpha$.

...a um exemplo.
...itude e a latitude geocentricas de
...$=+1°.24'.46'',8$; e a obliqui-
...,4. Teremos pois o typo seguinte,
...censão recta a e a declinação d:

Pela tangente
$d\varphi < 0'',0118735$
Pelo seno
$d\alpha <$ tang $\alpha \times 6,023$

log. tg α cl cos φ ...og. cos $(\varphi+\omega)$ ...og tg a a	log. tg $(\varphi+\omega)$ log. sen a log. tg d d
9 .8340071— 0 .0004155 9 .9538014	9 .6874460 9 .7187423
0 .7882240— 148°.26'.48'',5	9 .4061883 +14°.17'.40'',0

...mente um no outro os systemas d'azi-
...atitudes, facilmente mostra a figura (6),

...) sen A / ...s A, $i=90°-$ A.

...$=-90°+$ A $-hh'$,

...$=90°-z$;

...zenith.

que são muito commodos, q rde-
nadas a e b, ou α e β.

As equações (7) são as in-
versa, mudando $\varphi + i$ em ψ is na
mesma ordem, mudando res i (*a*).

20. Cumpre advertir c os, é
necessario na practica empre utras
quaesquer, examinando a ir odem
ter nas quantidades que se mbra
pag. 43). Entenda-se porém basta
a primeira potencia dos des devem
aproveitar as superiores, ou fize-
mos na nota da pagina 7.

21. Se a origem, a q s, ou
as transformadas, não é a nar as
coordenadas de I relativame ar das
formulas precedentes.

Ordinariamente querem es em
ascensões rectas e declinaç distan-
cias zenithaes em ascensões

No primeiro caso são :

$$a = AR,\ b = DC,\ \alpha = \quad \omega.$$

No segundo caso são :

$$a = A - 90°,\ b = 9 \quad):$$

representando P o angulo contado

(*a*) Se nos servissemos amos que
ISQ' dava logo a primeira da essões de
cot SI tiradas dos dois trian s; e que
ISQ dava logo a terceira. E mente, os
angulos ISQ' e ISQ (Calc. d

do norte; z a distancia zenithal; D a colatitude do logar, isto é, a distancia do polo do equador ao zenith; e M a ascensão recta do meridiano (*a*).

Com effeito, temos (Fig. 5)

$$Z = 90^\circ + a = A, \quad P = 90^\circ - \alpha.$$

22. Appliquemos as fórmulas (6) a um exemplo.

No dia 5 de julho de 1863 a longitude e a latitude geocentricas de Venus serão $\alpha = 145^\circ.41'.32'',4$ e $\mathit{6} = +1^\circ.24'.46'',8$; e a obliquidade da ecliptica será $\omega = 23^\circ.27'.21'',4$. Teremos pois o typo seguinte, e o calculo respectivo, para achar a ascensão recta a e a declinação d:

$\mathit{6}$ α φ ω $\varphi+\omega$	log. tg $\mathit{6}$ cl sen z log. tg φ	log. tg α cl cos φ log. cos $(\varphi+\omega)$ log tg a a	log. tg $(\varphi+\omega)$ log. sen a log. tg d d
$+1^\circ.24'.46'',8$ $145.41.32,4$ $2.30.21,0$ $23.27.21,4$ $25.57.42,4$	8.3921076 0,2490008 8.6411084	9.8340071— 0.0004155 9.9538014 0.7882240— $148^\circ.26'.48'',5$	9.6874460 9.7187423 9.4061883 $+14^\circ.17'.40'',0$

(*a*) Se quizermos converter directamente um no outro os systemas d'azimuths e distancias zenithaes, longitudes e latitudes, facilmente mostra a figura (6), que teremos:

$$\cos hh' = \frac{\cos \omega - \cos D \operatorname{sen} \Lambda}{\operatorname{sen} D \cos \Lambda}, \quad i = 90^\circ - \Lambda,$$

$$\alpha = \text{long.} + 90^\circ - L, \quad a = -90^\circ + A - hh',$$

$$\mathit{6} = \text{latit.}, \quad b = 90^\circ - z;$$

sendo L, Λ, a longitude e a latitude do zenith.

23. A multiplicação das primeiras das fórmulas (1) e (2) do n.º 18 pela (3) dá as duas, que muitas vezes se empregam nas transformações:

$$\left.\begin{array}{l}\cos b \operatorname{sen} a = \operatorname{sen}\alpha \cos 6 \cos i - \operatorname{sen} 6 \operatorname{sen} i\\ \cos 6 \operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen} a \cos b \cos i + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} i\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Tambem são muito uteis as formulas de Neper, que dão:

$$\left.\begin{array}{l}\cot\frac{1}{2}(b+6) = -\operatorname{tg}\frac{1}{2}i.\dfrac{\cos\frac{1}{2}(a+\alpha)}{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(a-\alpha)},\\ tg\frac{1}{2}(b-6) = \quad tg\frac{1}{2}i.\dfrac{\operatorname{sen}\frac{1}{2}(a+\alpha).}{\cos\frac{1}{2}(a-\alpha)}\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Estas equações resultam, pela eliminação de $\operatorname{sen}\frac{1}{2}S$, e de $\cos\frac{1}{2}S$, das quatro de Gauss:

$$\left.\begin{array}{l}\operatorname{sen}\frac{1}{2}(a+\alpha)\operatorname{sen}\frac{1}{2}i = \cos\frac{1}{2}S\operatorname{sen}\frac{1}{2}(b-6),\\ \cos\frac{1}{2}(a+\alpha)\operatorname{sen}\frac{1}{2}i = \operatorname{sen}\frac{1}{2}S\cos\frac{1}{2}(b+6),\\ \cos\frac{1}{2}(\alpha-a)\cos\frac{1}{2}i = \cos\frac{1}{2}S\cos\frac{1}{2}(b-6),\\ \operatorname{sen}\frac{1}{2}(\alpha-a)\cos\frac{1}{2}i = \operatorname{sen}\frac{1}{2}S\operatorname{sen}\frac{1}{2}(6+b),\end{array}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a),$$

que podem ser uteis em questões em que entra S (*a*).

Mas, se não ha uma tábua do *nonagesimo*, que dê L e Λ, com o argumento M, é melhor converter umas nas outras as coordenadas, de que tractámos, por intermedio das ascensões rectas e declinações.

(*a*) Das formulas (12) e (13) da *Trigonometria Espherica* (*Math. Pur.*, tom. 3.º) applicadas a A, B, C, resultam

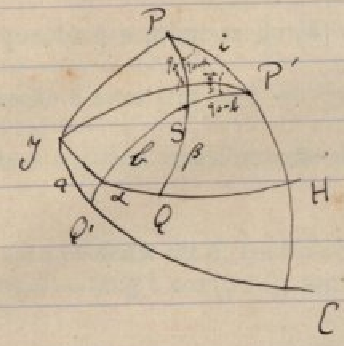
$$\operatorname{sen}\frac{1}{2}A\cos\frac{1}{2}B \pm \operatorname{sen}\frac{1}{2}B\cos\frac{1}{2}\Delta = \cos\frac{1}{2}C\,\frac{\operatorname{sen}(p-b)\pm\operatorname{sen}(p-a)}{\operatorname{sen} c},$$

$$\cos\frac{1}{2}A\cos\frac{1}{2}B \mp \operatorname{sen}\frac{1}{2}B\operatorname{sen}\frac{1}{2}A = \operatorname{sen}\frac{1}{2}C\,\frac{\operatorname{sen} p\mp\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen} c},$$

que dão as expressões de $\operatorname{sen}\frac{1}{2}(A+B)$, $\operatorname{sen}\frac{1}{2}(A-B)$, $\cos\frac{1}{2}(A+B)$, $\cos\frac{1}{2}(A-B$, chamadas formulas de Gauss.

$$\operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} A = \frac{\operatorname{sen}(p-b)\operatorname{sen}(p-c)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c} \qquad \cos^2 \tfrac{1}{2} A = \frac{\operatorname{sen} p \operatorname{sen}(p-a)}{\operatorname{sen} b \operatorname{sen} c}$$

$$2p = a + b + c$$



$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(A + B) = \cos \tfrac{1}{2} C \; \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} c . \cos \frac{1}{2}(a-b)}{\operatorname{sen} c}$$

$$\cos \tfrac{1}{2}(\alpha - a) = \cos \tfrac{1}{2} S \; \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} i . \cos \frac{1}{2}(b-\beta)}{\operatorname{sen} i} = \cos \tfrac{1}{2} S \; \frac{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} i . \cos \frac{1}{2}(b-\beta)}{2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} i \cos \frac{1}{2} i}$$

$$\cos \tfrac{1}{2}(\alpha - a) \cos \tfrac{1}{2} i = \cos \tfrac{1}{2} S \cos \tfrac{1}{2}(b - \beta)$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(a-b) = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} c \; \frac{\operatorname{sen} \frac{1}{2}(A - B)}{\operatorname{sen} \frac{1}{2}(A + B)} \; , \quad \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(a+b) = \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} c \; \frac{\cos \frac{1}{2}(A - B)}{\cos \frac{1}{2}(A + B)}$$

$$\frac{\operatorname{tang} \alpha}{\cos \varphi} = \operatorname{tang} \theta \quad , \qquad \cot \varphi = \operatorname{sen} \alpha \cot \beta$$

$$\operatorname{tang}^2 \varphi = \frac{\operatorname{tang}^2 \beta}{\operatorname{sen}^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} - 1 = \frac{\operatorname{tang}^2 \theta}{\operatorname{tang}^2 \alpha} - 1 \qquad \frac{\operatorname{tang}^2 \beta}{\operatorname{sen}^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tang}^2 \theta}{\operatorname{tang}^2 \alpha} - 1$$

$$\cancel{\frac{1}{\cot^2 \beta} - 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta \cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 + \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{\operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \beta} - \frac{\operatorname{sen}^2 \theta \cos^2 \alpha}{\operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \theta} + 1 = 0 = \operatorname{sen}^2 \beta \cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \operatorname{sen}^2 \alpha \cos^2 \theta \cos^2 \beta$$

etc.

A eliminação de $\operatorname{sen}\frac{1}{2}i$, e de $\cos\frac{1}{2}i$, daria as outras duas formulas de Neper.

24. Se na segunda das formulas (4) fizermos $\frac{tg\, a}{\cos\varphi} = tg\,\theta$, a eliminação de φ entre esta equação e a primeira de (4) dará $\cos\theta = \cos\alpha \cos 6$; e depois a combinação d'estas tres dará $\operatorname{sen}\theta = \frac{\operatorname{sen} 6}{\operatorname{sen}\varphi}$.

Do que resulta a seguinte transformação de (4):

$$(10)\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} \cot\varphi = \operatorname{sen}\alpha \cot 6,\ \cos\theta = \cos\alpha \cos 6, \\ \operatorname{tang} a = \operatorname{tang}\theta \cos(\varphi + i),\ \operatorname{sen} b = \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}(\varphi + i); \end{array} \right.$$

e similhantemente a de (5):

$$(10)'\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} \cot\psi = \operatorname{sen} a \cot b,\ \cos\theta' = \cos a \cos b, \\ \operatorname{tang}\alpha = \operatorname{tang}\theta' \cos(\psi - i),\ \operatorname{sen} 6 = \operatorname{sen}\theta' \operatorname{sen}(\psi - i). \end{array} \right.$$

25. Finalmente poderemos tambem combinar a primeira e a última das equações (4) e das equações (6), ou das equações (5) e das equações (7); o que dá os systemas:

$$\left. \begin{array}{l} \cot\varphi = \operatorname{sen}\alpha \cot 6,\ \operatorname{sen} b = \dfrac{\operatorname{sen} 6 \operatorname{sen}(\varphi + i)}{\operatorname{sen}\varphi},\ \operatorname{sen} a = \operatorname{tg} b \cot(\varphi + i), \\ \cot\psi = \operatorname{sen} a \cot b,\ \operatorname{sen} 6 = \dfrac{\operatorname{sen} b \operatorname{sen}(\psi - i)}{\operatorname{sen}\psi},\ \operatorname{sen}\alpha = \operatorname{tg} 6 \cot(\psi - i) \end{array} \right\} \ldots(11).$$

Segundo as circumstancias do problema de transformação, que tivermos de resolver, assim poderá convir uma ou outra das combinações indicadas nos n.os 18, 19, 23, 24, 25, que mais usualmente se empregam.

CAPITULO IV

Da atmosphera

26. A terra é por toda a parte cercada por um fluido raro, transparente, pesado, compressivel e elastico, que se chama *ar atmospherico* e constitue a *atmosphera*.

Este fluido, repercutindo, e disseminando pelo espaço, muitos raios solares, torna visiveis os objectos que, por não emittirem luz propria nem reflectida, ficariam d'outro modo invisiveis. E póde tornar sensivel a luz dos astros, quando ainda não apparecem sôbre o horizonte, ou quando já têm descido abaixo d'elle, em virtude dos raios que reflectindo-se nas camadas atmosphericas, se dirigem depois ao observador: phenomeno este que se chama *crepusculo*.

27. As observações meteorologicas e crepusculares mostram que a altura da atmosphera não chega á centesima parte do raio terrestre, ou a doze leguas proximamente. Para apreciar o limite d'esta altura, temos as seguintes indicações:

1.° A densidade da atmosphera diminue ao passo que 'nella nos elevamos. Ora, chamando (ρ) esta densidade ao nivel do mar e Δ a do mercurio, l e h as alturas de duas columnas fluidas, de densidades uniformes e eguaes respectivamente a (ρ) e Δ, que se equilibrassem, temos

$$l = h\frac{\Delta}{(\rho)};$$

o que, em Paris na temperatura do gêlo fundente, dá

$$l = 0^{m},76 \times 1462 = 7951^{m},12:$$

logo a altura da atmosphera é maior que este limite.

2.° Quando o sol está 17° ou 18° abaixo do horizonte, ainda o illumina pela reflexão dos seus raios na parte superior da atmosphera: conseguintemente, desprezando o angulo S (Fig. 7), que é muito pequeno, como adiante veremos, é NCO=LAS=AOS=17°.30′, ou OCA=8°.45′:

$$\text{e} \qquad CA=\frac{r}{\cos 8°.45'}=1,01\ r;\ AM=0,01\ r.$$

Mas o limite torna-se menor quando se suppõe, como deve suppor-se, que a illuminação resulta de muitas reflexões consecutivas. Por exemplo, se o raio SN chegasse a O por tres reflexões em E, B, F (Fig. 8), este calculo daria AM, maior que a altura BM.

3.° Para que o barometro accuse $0^m,001$ de pressão atmospherica, como no vacuo das melhores machinas pneumaticas, será necessario subir á altura 52987^m; como se vê pela formula usual dos nivelamentos barometricos:

$$\text{altura}=18393^m\left(1+\frac{2\ (t+t_1)}{1000}\right)\log\left(\frac{h_1}{h}\right);$$

fazendo $h=0^m,001$, e $h_1=0^m,76$, e desprezando a correcção das temperaturas.

Porém o limite sería menor não desprezando esta correcção; porque as variações de temperatura, que indicam as observações meteorologicas de Gay-Lussac, Humboldt e Boussingault, fazem crer que 'nelle $t+t_1$ se tornaria negativa.

4.° A discussão das observações meteorologicas de Gay-Lussac, Humboldt e Boussingault, feita por Biot (Astron., tom. 1, n.° 98) dá a altura da atmosphera $< 47000^m$.

26. A atmosphera inflecte os raios luminosos, fazendo-os chegar ao observador por direcções differentes d'aquellas pelas quaes são emittidos, sem que 'nesta inflexão os desvie dos planos verticaes que passam pelo observador e pelos respectivos objectos.

O estudo d'esse effeito, que se chama *refracção atmospherica*, de summa importancia na astronomia, será objecto d'um capitulo especial;

e para este reservâmos tambem as noções necessarias sôbre as leis da densidade, do calor e da humidade das camadas atmosphericas. Mas, em quanto o não fizermos, supporemos as observações, de que havemos de servir-nos, correctas da refracção, isto é, taes quaes teriam logar sem a interposição da atmosphera. O que se consegue com sufficiente approximação, como veremos, pelas fórmulas:

$$\theta = \frac{60'',666.h}{(1+0,00366\ t).\ 0,\ 76} \operatorname{tang}(z - 3,\ 25\ \theta),\ z' = z + \theta;$$

que dão a refracção θ e a distancia zenithal correcta z', quando se conhecem a distancia zenithal observada z, e as indicações h, t, do barometro e do thermometro.

CAPITULO V

Do gnomon

27. A alguma distancia acima do pavimento colloque-se uma placa furada, de modo que entrem pelo orificio os raios solares; suspenda-se do centro do orificio um fio a prumo; e do ponto onde o prumo toca o pavimento horizontal, como centro, descrevam-se diversos circulos.

Depois notem-se os pontos onde, de manhã e de tarde, o centro da imagem projectada no pavimento toca estes circulos; e divida-se ao meio cada arco de circulo comprehendido entre dois pontos assim marcados 'nelle: os pontos de divisão devem estar em uma recta, que passa pelo centro dos circulos, e que é a *meridiana* (n.º 14). Este apparelho chama-se um *gnomon*.

28. Para o mesmo fim, se a posição do logar o permitte, póde servir um apparelho chamado *dioptro*, que se compõe d'um chapa rectangular horizontal; de duas chapas verticaes paralellas fendidas verticalmente; e de dois fios verticaes, presos em dois pontos d'estas, de modo que o seu plano seja um vertical parallelo ás faces lateraes da chapa horizontal.

Pelos dois fios verticaes, servindo de miras, enfia-se o diametro vertical do sol nos instantes do seu nascimento e do seu occaso; tiram-se duas rectas parallelas aos traços horizontaes das faces lateraes nos mesmos instantes, e divide-se ao meio o angulo d'ellas por uma recta, que será a meridiana.

29. Mas, se qualquer das operações, indicadas nos dois numeros precedentes, se faz perto d'algum dos equinoccios: como o movimento proprio de norte para sul, ou de sul para norte, é então consideravel, deve a recta, que passa pelo centro da imagem no instante d'uma observação, comparar-se com a que passaria pelo centro na observação correspondente, se não houvesse aquelle movimento, isto é, se o sol, durante o intervallo das duas observações, se conservasse no mesmo parallelo. E por isso será necessario accrescentar, ou diminuir ao angulo observado das duas rectas o feito pela primeira com a direcção, que teria a segunda, se não houvesse movimento proprio, conforme se fizerem as observações entre o solsticio de estio e o de inverno, ou entre o solsticio de inverno e o de estio.

..

Para achar esta correcção basta repetir no dia seguinte a observação analoga á primeira do dia precedente, e dividir o angulo das rectas respectivas a éstas observações similhantes dos dois dias na razão do intervallo das observações correspondentes do mesmo dia para o das observações similhantes nos dois dias.

Assim, nas observações de que se tracta no n.º 28, que são ordinariamente aquellas em que póde ser necessaria a correcção, se chamarmos a o angulo das rectas pertencentes aos nascimentos nos dois dias, I o intervallo entre elles, i o entervallo entre o nascimento e o occaso do primeiro dia, será $\frac{ai}{I}$ a correcção.

30. Acertado um fio muito fino na direcção da meridiana, colloca-se por baixo d'elle uma chapa horizontal, cortada por um número impar de riscos parallelos equidistantes, de modo que o fio cubra exactamente o risco do meio. A imagem do sol, formada pelos raios que passam através do orificio circular, cujo centro está no vertical da meridiana, entra pela parte occidental, e vai atravessando cada um dos riscos parallelos.

Chamemos e e s os tempos da entrada e da sahida da imagem em um risco occidental; e' e s' os tempos da entrada e da sahida em um risco oriental tão distante da meridiana como o primeiro; $2i$ o intervallo de tempo decorrido entre as duas entradas ou entre as duas sahidas correspondentes; 2θ o intervallo de tempo decorrido entre a entrada e a sahida pelo mesmo risco; e finalmente T o tempo da passagem do centro da imagem pela meridiana. Serão:

$$T = e + \theta + i,\ T = e' + \theta - i,\ T = s - \theta + i,\ T = s' - \theta - i,$$

e por conseguinte $$T = \frac{e + s'}{2},\ T = \frac{e' + s}{2}.$$

Notando pois os instantes dos contactos da imagem com cada um dos riscos, e combinando por somma a entrada em cada risco com a sahida no risco equidistante do do meio, a metade de cada uma d'estas sommas será o valor do tempo da passagem pela meridiana. E como, em virtude dos erros da observação e da inexactidão das circumstancias suppostas, éstas semisommas são quasi sempre differentes, o meio entre ellas, isto é, a sua somma repartida pelo seu número, será com mais probabilidade o tempo da passagem meridiana.

31. Sejam assim os riscos e as entradas:

Riscos (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7)

Entradas $e^{(1)}$ $e^{(2)}$ $e^{(3)}$ $e^{(4)}$ $e^{(5)}$ $e^{(6)}$ $e^{(7)}$;

Sahidas $s^{(1)}$ $s^{(2)}$ $s^{(3)}$ $s^{(4)}$ $s^{(5)}$ $s^{(6)}$ $s^{(7)}$.

Teremos:

$$T=\frac{e^{(1)}+s^{(7)}}{2}=\frac{e^{(2)}+s^{(6)}}{2}=\dots\frac{e^{(i)}+s^{(8-i)}}{2},$$

que dão $$T=\frac{\Sigma_1^7\,(e^{(i)}+s^{(8-i)})}{14}.$$

E em geral $$T=\frac{\Sigma_1^{2n+1}\,[e^{(i)}+s^{(2n+2-i)}]}{4n+2},$$

se é $2n+1$ o número dos riscos.

O typo seguinte facilita o processo:

Riscos	1	2	3	4	5	6	7
Entradas	$e^{(1)}$	$e^{(2)}$	$e^{(3)}$	$e^{(4)}$	$e^{(5)}$	$e^{(6)}$	$e^{(7)}$
Sahidas	$s^{(7)}$	$s^{(6)}$	$s^{(5)}$	$s^{(4)}$	$s^{(3)}$	$s^{(2)}$	$s^{(1)}$
Sommas	2 T	2 T	2 T	2 T	2 T	2 T	2 T

$$\text{meio}=\frac{\Sigma\,2\,T}{14}.$$

Para mais segurança nota-se o instante em que o centro do astro parece passar pelo risco do meio; e compara-se essa *estimativa* com o tempo deduzido das entradas e sahidas.

Daremos um exemplo d'este processo quando tractarmos do oculo meridiano, em que elle tambem se emprega.

32. O gnomon póde dar as distancias zenithaes; porque, repartindo a distancia do centro da imagem ao ponto da meridiana que serve d'origem, e que é a sua intersecção com o prumo pendente do centro do orificio, pela distancia d'estes dois pontos, que é a altura do gnomon, o quociente será a tangente trigonometrica da distancia zenithal.

Póde dar os azimuths, que são os angulos feitos pela meridiana com as distancias extrameridianas do centro da imagem á origem.

E póde dar a grandeza do anno. Porque, sendo B e A (Fig. 9) os pontos da meridiana onde nos solsticios de verão e de inverno se projecta o centro da imagem do sol: se, por exemplo, um dia pouco depois da primavera este centro se projecta em B, projectar-se-ha em a_1 passados 365 dias, e em a' no dia seguinte; d'onde resulta

$$\text{anno} = 365^d + 1^d \times \frac{\overline{a_1 a}}{\overline{a_1 a'}} = 365^d{,}242\ldots$$

33. Vê-se pois que se poderia fazer com o gnomon um curso de observações, que, dando as duas coordenadas do sol, distancia zenithal e azimuth, e a hora da passagem pela meridiana, servissem para regular o relogio, e indagar as leis do movimento angular d'aquelle astro. Mas, sem desprezar o uso d'este instrumento, que ainda hoje se emprega para mostrar o andamento dos relogios relativamente ao tempo solar, e ao qual devemos preciosos resultados que nos legaram os astronomos antigos, torna-se agora indispensavel a adquisição de meios mais perfeitos para o estudo de astronomia. É o objecto de que vamos primeiramente occuparnos.

CAPITULO VI

Dos instrumentos necessarios para as observações astronomicas

34. Os instrumentos astronomicos podem reduzir-se a duas classes: instrumentos para auxiliar a vista, e assignar as posições dos astros; relogios para medir o tempo. Ha tambem apparelhos addicionaes; uns para verificar a horizontalidade ou verticalidade das partes dos instrumentos que devem ser horizontaes ou verticaes; outros para marcar pontos physicos, aos quaes se refiram as direcções dos raios luminosos que fazem ver os astros; outros emfim para ler bem as indicações que assignam as posições dos mesmos astros. Tractaremos d'estes apparelhos, e dos instrumentos a que se applicam.

I

Dos oculos astronomicos e dos telescopios de reflexão

35. *Oculos astronomicos.* As peças essenciaes d'estes instrumentos são dois vidros, um objectivo, outro ocular. O primeiro, reunindo pela refracção os raios luminosos emittidos de cada ponto do objecto, desenha este em miniatura no plano focal; o outro, collocado, exacta ou proximamente, a tal distancia que tem o mesmo foco que o primeiro, destróe ou modifica a divergencia com que os raios saem d'este último ponto, reduzindo-os á inclinação propria para pintarem distinctamente a imagem na retina.

Por se cruzarem os raios principaes no centro do objectivo, as imagens formam-se invertidas. A sua amplificação é o quociente da distancia focal F do objectivo repartida pela distancia focal φ do ocular, se este é simples: mas, se o ocular se compõe de duas lentes, cujas distancias focaes são f e φ, sendo D a distancia entre ellas, a amplificação é:

$$\frac{F.\ (f+\varphi-D)}{f.\ \varphi}.$$

Para evitar a dispersão da luz, os artistas fazem as lentes *achromaticas* pela combinação de *crown-glass* com *flint-glass*, que permitte tornal-as mais convexas, sem aquelle inconveniente, e diminuir porisso o volume dos oculos.

36. *Telescopios de reflexão.* Antes da construcção das lentes achromaticas augmentava-se a fôrça amplificante, sem o inconveniente da dispersão, usando dos telescopios de reflexão.

'Nestes telescopios os raios luminosos batem no grande espelho metallico, que é pequena porção d'uma superficie espherica; e, depois de 'nelle serem reflectidos, encontram o pequeno espelho, que os envia ao olho do observador, onde entram, reunindo-se antes no foco d'uma lente ocular.

O pequeno espelho póde ser concavo, ficar além do foco do grande, e enviar os raios a uma abertura feita no meio d'este; ou póde ser convexo, e ficar áquem do fóco do grande para diminuir a convergencia dos raios reflectidos por este; ou póde emfim ser plano, e inclinado de 45° ao eixo, para enviar os raios a uma abertura feita na parede do telescopio.

Éstas tres disposições encontram-se respectivamente nos telescopios de Gregory, Cassegrain e Newton; dos quaes os dois ultimos têm sôbre o primeiro a vantagem de reflectir os raios no pequeno espelho antes da sua reunião no fóco do grande, o que torna as imagens menos confusas; o segundo tem, além d'isso, a vantagem de ser 'nelle menor a aberração d'esphericidade; e o terceiro tem a de não ser furado no meio o grande espelho, aproveitando por isso maior número dos raios que dão a imagem mais distincta.

O grande telescopio de Herschel é o mais simples de todos. Os raios reflectidos em um enorme espelho, cujo eixo é inclinado ao do tubo, saem para um lado d'este último eixo, permittindo ao observador recebel-os sem interceptar a sua entrada no tubo.

Como os oculos e os telescopios de reflexão se estudam mais largamente na optica, limitamo-nos aqui a recordar éstas noções a respeito d'elles.

II

Dos reticulos

37. Para assignar precisamente a direcção dos raios visuaes dos astros, dispõem-se dentro do oculo, no plano focal do objectivo, uma chapa vazada circularmente, na qual estão distendidos fios muito tenues, que repartem o campo d'elle.

Em alguns reticulos um número impar de fios fixos, parallelos e equidistantes, d'ordinario cinco ou sete, é cortado por outro fio, tambem fixo, perpendicular a elles, occupando a intersecção com o fio do meio o centro da chapa. Em outros o espaço circular contido na chapa é dividido em quatro partes eguaes por dois fios fixos, que se cortam perpendicularmente no centro d'ella. Em outros, além d'estes dois fios fixos, ha outro fio movel parallelo a um d'elles; e o movimento é dado por um parafuso micrometrico. Em outros ha dois fios perpendiculares e fios inclinados: sendo d'estes mais conhecido o *reticulo rhomboidal*, composto de dois fios fixos, que se cortam perpendicularmente no centro da chapa, e de mais quatro fios, que unem consecutivamente as extremidades d'aquelles duas a duas. Finalmente ha tambem o *reticulo annular*, que consiste em um annel circular, na espessura do qual se póde observar a immersão e a emersão dos astros.

38. Para trazer o plano do reticulo á coincidencia com o plano focal do objectivo, de sorte que não haja o que se chama parallaxe dos fios; para dispôr os fios parallelamente a planos dados; e para collocar o centro em uma direcção dada, ha respectivamente tres parafuzos: um que dá á chapa movimento na direcção longitudinal; outro que lhe dá movimento de rotação no seu plano; e outro que lhe dá movimento transversal, ou perpendicular ao eixo do oculo. E para vêr distinctamente os fios póde a lente ocular approximar-se mais ou menos d'elles.

39. Os fios dos reticulos costumam ser de sêda, de teia d'aranha, ou de platina.

Os d'aranha, especialmente os que na teia se dirigem do centro para a circumferencia, são sufficientemente fortes, muito finos e eguaes; mas têm de commum com os de sêda o inconveniente de se resentirem das variações hygrometricas da atmosphera. Os de platina, sendo o fio d'este metal tirado pela fieira depois de cuberto com uma capa de prata, e mettido por fim em um acido que dissolve a prata, têm bastante finura e não estão sujeitos á influencia hygrometrica.

III

Dos nonios, e dos parafusos micrometricos

40. Seja $AB = a$ (Fig. 10) um arco de circulo dividido em n partes eguaes, cada uma das quaes chamaremos D; *ab* o arco concentrico de egual graduação do *nonio*, dividido em $n \pm k$ partes eguaes, cada uma das quaes chamaremos d; e emfim $D - d = \Delta$ a differença entre uma parte do limbo e uma do nonio.

Teremos $$a = nD = (n \pm k)\, d,$$

ou $$\Delta = \pm \frac{k}{n \pm k} . D:$$

e a differença entre i partes do limbo e outras tantas do nonio será

$$i\Delta = \pm \frac{ikD}{n \pm k} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Conseguintemente, para que a divisão i do nonio coincida com uma do limbo, é necessario que o zero do nonio esteja adiantado ou atrazado do traço d'outra divisão do limbo a quantidade $\frac{ikD}{n \pm k}$; e o arco lido será egual ao terminado na divisão do limbo que precede ou segue o zero do nonio, mais ou menos aquella quantidade.

41. Ordinariamente divide-se o nonio em mais ou menos uma parte que as do arco egual do limbo. Então é $k=1$; e a fórmula (1) dá:

$$i\Delta = \pm \frac{iD}{n \pm 1}.$$

Como, no caso de ter o nonio uma divisão de menos, a divisão do limbo, de que se deve subtrair a quantidade $\frac{iD}{n-1}$, é a seguinte á primeira do nonio, tambem se póde ajunctar á divisão precedente o complemento d'aquella quantidade para a grandeza d'uma divisão do limbo, isto é, ajunctar:

$$D - \frac{iD}{n-1} = \frac{n-1-i}{n-1} D.$$

Se as divisões do nonio começarem na extremidade opposta á que fica proxima da divisão do limbo que se lê, a leitura i' do nonio será $i' = (n-1) - i$; e por isso teremos de ajunctar $\frac{i'D}{n-1}$ á leitura do limbo.

Portanto:

1.º Se n divisões do limbo valem $n+i$ do nonio, a leitura i partes d'este, a qual se deve ajunctar á última divisão do limbo que precede o nonio, vale

$$i.\frac{D}{n+1}.$$

2.º Se n divisões do limbo valem $n-1$ do nonio, a leitura i' partes d'este, a qual se deve ajunctar á última divisão do limbo que precede o nonio, vale

$$i'.\frac{D}{n-1}.$$

Advertindo que as divisões i se contam no sentido da graduação do limbo; e as i' no sentido opposto.

Nos instrumentos astronomicos o primeiro modo de dividir é o geralmente usado.

Assim, no Circular repetidor de Lenoir do Observatorio de Coimbra as divisões do limbo são de $10'$; e o nonio, dividido em 30 partes, abrange 29 d'aquellas divisões, dando a fracção $\frac{10'}{30}=20''$.

Por exemplo, se a divisão do limbo $37°40'$ precede immediatamente o zero do nonio, e se a divisão 19ª do nonio coincide com uma do limbo, o arco é $37°40'+20''\times 19=37°46'20''$.

42. Se unirmos dois nonios eguaes (Fig. 11) AO e BO: é claro que, em qualquer posição do todo AB, as posições dos traços do nonio OA desde O até A são as mesmas respectivamente que as dos traços do nonio BO desde B até O; de sorte que podemos supprimir a metade BC do segundo, substituida por OD, e a metade DA do primeiro, substituida por CO: restando o nonio CD, cujas divisões de O até C se seguirão na mesma ordem de D até O.

É claro que, se fizermos outro systema de divisões, que proceda de O para D e continúe de C até O, estes dois systemas servirão para ler as graduações, quer procedam no sentido de O para C, quer no sentido de O para D.

43. Supponhamos ligado o nonio com um parafuzo, na cabeça do qual está preso um index cuja extremidade percorre a circumferencia d'uma chapa circular; e dividida esta circumferencia em um grande número de partes. Dando movimento ao parafuso, até que a coincidencia com um traço do limbo, que tinha logar em uma divisão do nonio, passe a ter logar na divisão antecedente, isto é, até que o zero do nonio tenha retrogradado uma unidade d'elle; e dividindo o valor d'uma unidade do nonio pelo número das partes da circumferencia que o index percorreu: teremos o valor de cada uma d'estas partes.

Este apparelho que serve para ter as partes menores que a unidade do nonio, chama-se *parafuzo micrometrico* ou *micrometro.*

Assim, no Quadrante de Troughton do Observatorio de Coimbra, uma unidade do nonio da divisão interior corresponde a 0,54 do passo do micrometro, o que dá este passo $=\frac{60''}{0,54}=111''$; e porque a sua circumferencia está dividida em 111 partes, o micrometro dá segundos. As divisões do limbo são de 10′, e o nonio dá minutos.

44. Algumas vezes adapta-se ao micrometro um microscopio, e no plano focal d'este se põe um reticulo; para ver as divisões do limbo onde se projecta o encruzamento dos fios.

Se uma divisão do limbo vale muitas circumferencias do micrometro, os fios correm ordinariamente no seu movimento ao longo d'uma serra dividida em partes taes que o encruzamento passe d'uma á outra em quanto o index faz uma revolução.

No Circular meridiano do Observatorio de Coimbra as divisões do limbo são de 5′, as partes da serra de 1′, e as divisões do mostrador do micrometro de 1″.

IV

Dos niveis, e dos fios de prumo

45. Para tornar horizontaes ou verticaes, as linhas e os planos, ou para avaliar os pequenos angulos que fazem com o horizonte ou com a vertical, usa-se dos niveis e dos fios de prumo.

46. *Dos niveis.* O nivel de bolha d'ar é um tubo de vidro, cheio em parte d'agua, d'alcool ou d'ether, e em parte d'ar, ou tambem do vapor do fluido; sendo este tubo sustentado por um apparelho, cuja base assenta sôbre os planos a que o nivel se applica, e no qual ha parafuzos proprios para variar um pouco a inclinação do tubo relativamente á mesma base.

Em qualquer posição que se ponha o nivel, a bolha d'ar occupa sempre a parte mais elevada, procurando collocar-se de modo que seja horizontal a sua aresta culminante, ou o plano tangente ao meio d'ella.

Se o tubo é cylindrico, todas as inclinações ao horizonte fazem egualmente deslocar a bolha, a não se opporem a isso o attrito ou a capillaridade. Esta deslocação póde accusar a falta de horizontalidade das rectas e dos planos, a que o nivel se applica; mas não póde medir a sua inclinação. Porisso os melhores niveis, hoje geralmente usados nas observações astronomicas, e proprios para medir a inclinação, são aquelles nos quaes o eixo do tubo tem uma pequena curvatura circular; e póde a figura do tubo considerar-se como gerada pelo movimento d'um annel, que se conserva sempre perpendicular ao eixo, e cujo centro percorre o mesmo eixo, gyrando em torno do centro de curvatura d'elle.

47. Para avaliar as pequenas inclinações por meio do nivel, divide-se uma parte do seu comprimento, entre cujos extremos se suppõem mover a bolha quando ellas têm logar, em pequenas porções; e medem-se os angulos que as mesmas porções subtendem no centro de curvatura. Ésta medição faz-se applicando o nivel aos circulos que servem para as observações astronomicas, ou usando d'um instrumento proprio chamado *zygometro*.

O zygometro compõem-se de duas regoas, uma das quaes toma diversas inclinações sôbre a outra, movendo-se em tôrno d'uma charneira; e o movimento dá-se por meio d'um parafuso de passo conhecido, na cabeça do qual ha um micrometro que indica a quantidade d'elle.

Se, depois de horizontar com um nivel a regoa superior, cujo comprimento chamaremos a, collocarmos sôbre ella o nivel que pretendemos graduar, ou cuja graduação queremos verificar, e a fizermos levantar dando ao parafuso um movimento nh egual a n vezes o passo h; a inclinação i, correspondente ao arco que a bolha descrever, será dada por:

$$\text{sen}\, i = \frac{nh}{a}, \text{ ou, em segundos, } i = \frac{nh}{a \,\text{sen}\, 1''}.$$

Mas ordinariamente o micrometro dá logo o angulo i.

No zygometro do Observatorio de Coimbra o passo é de $74''$; e as divisões do micrometro são de segundo.

48. Quando um nivel está assim graduado, podêmos conhecer o raio de curvatura d'elle. Porque, se para a variação i d'inclinação a bolha percorrer uma parte do tubo egual a m^{mm}; chamando r o raio de curvatura, teremos, por ser $206264'',8$ o raio em segundos,

$$r : m :: 206264{,}8 : i; \text{ ou } r = m.\frac{206264{,}8}{i}.$$

Assim, para o nivel do circular meridiano do Observatorio de Coimbra, no qual são $m = 0^{mm},86$, e $i = 1'',016$, teremos $r = 174^{m},59$.

Como a bondade dos niveis é tanto maior quanto maior é o seu raio de curvatura, por ser qualquer pequena mudança d'inclinação accusada por um movimento mais sensivel da bolha, vê-se por este exemplo quanta é a utilidade e perfeição d'aquelles instrumentos. No entretanto não deve o raio ser tão grande que as mudanças, que a posição da bolha experimenta nas observações em que se usa da graduação do nivel, a façam habitualmente sair fóra da mesma graduação.

Posto isto, appliquemos o nivel á verificação da horizontalidade e da verticalidade das rectas.

49. *Verticalidade dos eixos de rotação.* Supponhamos que ao eixo de rotação PA (Fig. 12) está ligado um nivel; e que, depois de se revolver o tubo até que o arco ED, onde estão marcadas as divisões, bisseque longitudinalmente a bolha, o plano d'este arco passa pelo mesmo eixo, ou lhe é parallelo. Sejam: S o ponto do arco onde a tangente é horizontal, ou CS vertical, e que occupa o centro da bolha; X o ponto onde é CX parallela a PA, ou onde se collocaria o centro da bolha se PA fôsse vertical; O a origem das divisões, as quaes supporemos que procedem no sentido DE; D a extremidade que supporemos á nossa direita, e E a que supporemos á nossa esquerda.

Se dermos ao instrumento um movimento de 180° em volta do eixo de rotação PA, e o acompanharmos 'nesse movimento: é claro que os pontos O e X virão collocar-se para o outro lado de PA (Fig. 13), ás mesmas distancias a que antes estavam; e que o centro da bolha tomará a posição S', onde a tangente é horizontal, ou CS' vertical. Chamando pois I a inclinação ZPA do eixo de rotação, teremos evidentemente:

(Fig. 12) $$\mathrm{I = SX = OS - OX},$$

(Fig. 13) $$\mathrm{I = S'X = OX - OS'};$$

ou $$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{OS - OS'}}{2},\quad \mathrm{OX} = \frac{\mathrm{OS + OS'}}{2} = \mathrm{X}.$$

Mas, se chamarmos d', e' as coordenadas das extremidades direita e esquerda na primeira observação, e $2l'$ o comprimento da bolha; d'', e'' as coordenadas das mesmas extremidades na segunda observação, e $2l''$ o comprimento da bolha, teremos:

$$OS = d' + l' = e' - l',\ OS' = d'' + l'' = e'' - l'',$$

ou
$$OS = \frac{d' + e'}{2},\ OS' = \frac{d'' + e''}{2};$$

e por conseguinte:

$$I = \frac{d' - d'' + l' - l''}{2} = \frac{e' - e'' - (l' - l'')}{2},$$

$$X = \frac{d' + d'' + l' + l''}{2} = \frac{e' + e'' - (l' + l'')}{2},$$

ou
$$I = \frac{\frac{1}{2}(d' - d'') + \frac{1}{2}(e' - e'')}{2},\ X = \frac{\frac{1}{2}(d' + d'') + \frac{1}{2}(e' + e'')}{2}.$$

50. Se for $2n$ o número total das observações, e chamarmos:

as leituras impares $d', d''', \ldots d^{(2n-1)}; e', e''' \ldots e^{(2n-1)}$:

as leituras pares $d'', d^{\text{IV}}, \ldots d^{(2n)}; e'', e^{\text{IV}}, \ldots e^{(2n)}$,

teremos assim:

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{\Sigma_1^n[d^{(2i-1)} - d^{(2i)} + e^{(2i-1)} - e^{(2i)}]}{4n}, \\ X &= \frac{\Sigma_1^n[d^{(2i-1)} + d^{(2i)} + e^{(2i-1)} + e^{(2i)}]}{4n}. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (1)$$

Se o ponto O estiver no centro das divisões, e d'estas se contarem umas desde O para a esquerda, outras desde O para a direita, faremos as últimas negativas nas fórmulas precedentes; o que dará:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{I} &= \frac{\Sigma_1^n\left[e^{(2i-1)} - e^{(2i)} - \left(d^{(2i-1)} - d^{(2i)}\right)\right]}{4n}, \\ \mathrm{X} &= \frac{\Sigma_1^n\left[e^{(2i-1)} + e^{(2i)} - \left(d^{(2i-1)} + d^{(2i)}\right)\right]}{4n}. \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (2)$$

51. As figuras (12) e (13) suppõe que na (12) o eixo de rotação se inclina para a parte de D; o que dá I positivo, e additivo ás distancias zenithaes dos astros que ficarem para a mesma parte de D.

Collocando pois sempre o instrumento de modo que o astro fique á direita do eixo de rotação nas observações impares, os valores de I devem applicar-se com os seus signaes ás distancias zenithaes lidas, para ter as distancias zenithaes correctas do èrro de verticalidade d'aquelle eixo.

Mas, se nas observações impares collocarmos o instrumento de modo que o astro fique á esquerda do eixo de rotação, applicar-se-ha ainda I com o seu signal ás distancias zenithaes, com tanto que na sua expressão (2) se mudem os d em e, e reciprocamente.

52. Se quizermos fazer vertical o eixo de rotação, moveremos os pés que o sustentam, até que as distancias das extremidades direita e esquerda da bolha ao ponto O sejam, respectivamente, $\mathrm{X}-l$ e $\mathrm{X}+l$.

Porém, depois que ésta verticalidade se tiver conseguido com grande approximação, será melhor attender nas observações ao pequeno erro I, que ainda restar, pelo modo que fica exposto.

E se quizermos não só tornar o eixo vertical, mas tambem restituir a bolha ao logar do tubo que occupava na primeira posição, as expressões:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{X} &= \mathrm{OS}' + \frac{\mathrm{OS}-\mathrm{OS}'}{2} \\ &= \mathrm{OS}' + \mathrm{S}'\mathrm{X} \end{aligned}\right\}, \qquad \left.\begin{aligned} \mathrm{OS} &= \mathrm{X} + \frac{\mathrm{OS}-\mathrm{OS}'}{2} \\ &= \mathrm{X} + \mathrm{SX} \end{aligned}\right\},$$

m que devemos, com os parafuzos que dão movimento ao eixo, desfazer metade do espaço OS — OS′ percorrido pela bolha na passagem da primeira posição para a segunda, o que fará o eixo vertical; e, com os parafuzos do nivel, desfazer a outra metade, o que trará a bolha á primeira posição na qual a distancia do seu centro á origem era OS.

53. *Horizontalidade dos eixos de rotação.* Supponhamos o nivel suspenso de um eixo MN (Fig. 14) inclinado ao horizonte MH, ou posto sôbre este eixo. Se dermos ao nivel um movimento de 180°, trocando os pontos de suspensão, e ficando fixo o ponto A, este movimento terá logar á roda da recta AB perpendicular a MN; e 'nelle a recta AZ, vertical na primeira posição, descreverá metade d'um cone, para tomar a posição AZ′ (Fig. 15) que faz com a primeira AZ o angulo ZAZ′ duplo de NMH. Conseguintemente a bolha, que é sempre perpendicular á vertical, descreverá um arco egual a ZAZ′; e a inclinação NMH será metade d'este arco.

Estaremos assim no caso do n.° 50, considerando AB como eixo de rotação; e teremos as mesmas fórmulas, sendo I o angulo d'este eixo com a vertical, egual á inclinação de MN abaixo do horizonte. Mas, se o observador não mudar de posição com o nivel, as quantidades, que alli se referem ás leituras pares, mudarão de signal nas fórmulas (2).

Se na primeira posição do nivel a extremidade D ficar á nossa direita, a extremidade direita do eixo estará abatida ou elevada a respeito do horizonte, segundo fôr positivo ou negativo o valor de I.

Podemos tambem aqui applicar o que dissemos no n.° 52 para dar ao eixo a posição horizontal, e á bolha a primitiva. Bissecaremos o espaço percorrido pela bolha na passagem da primeira posição para a segunda; e destruiremos metade d'este espaço com o parafuzo que dá movimento ao eixo, e a outra metade com o parafuzo do nivel.

54. *Horizontalidade dos planos.* Para verificar a horizontalidade d'um plano póde usar-se do nivel, verificando por elle a horizontalidade de duas rectas, que se cruzem no mesmo plano.

55. *Fios a prumo.* Seja CP um fio a prumo, e AB uma recta que deve ser vertical (Fig. 16). Se em dois pontos A e B d'esta recta collocarmos duas chapas circulares, das quaes elles sejam os centros, marcados phisicamente, é claro que o fio a prumo CP, suspenso de modo que passe por A, deverá tambem passar por B, no caso de ser CBA vertical; e por isso, se não passar por ambos os pontos A e B, mudar-se-ha a inclinação da recta AB, ou o ponto de suspensão C, até que se verifique aquella condição.

O fio costuma estar encuberto na maior parte da sua extensão por um tubo que o defende da agitação do ar ambiente; e o pêzo costuma mergulhar-se, para o mesmo fim, em um vaso largo cheio de agua.

56. Para verificar a horizontalidade d'um eixo AB (Fig. 17), supponhamos que um ponto m da pequena marca N está com o ponto de suspensão C em uma recta Cm perpendicular a AB. Se esta condição tiver logar, e fizermos coincidir Cm com a direcção do prumo, será AB horizontal.

Para satisfazer a estas duas condições, póde levantar-se ou abaixar-se uma das extremidades de AB por um parafuzo, e póde mudar-se a posição do ponto m dando á marca N um movimento circular em volta do ponto N invariavelmente ligado com AB.

Supponhamos pois que, pelo movimento de AB, se traz Cm á direcção do fio a prumo. Se, invertendo as extremidades de AB, o fio ainda passar por m, será Cm perpendicular a AB, e vertical. Mas, se assim não acontecer, e o fio tomar a posisão CM′ (Fig. 18) relativamente a CmM, será necessario trazer CM a esta posição fazendo-lhe descrever o arco MCM′, metade por meio do parafuzo que levanta ou abaixa uma das extremidades de AB, e a outra metade pelo movimento circular do disco N, a que o ponto m é excentrico: o que fará coincidir Cm, CN, CM′. Com effeito é claro que, pela inversão das extremidades de AB, a recta CM descreveu, em volta da perpendicular CE a AB, metade d'um cone recto, de modo que o angulo MCM′ é duplo do feito por CM com aquella perpendicular.

57. Para fazer vertical um plano, póde applicar-se-lhe um apparelho, que dá muita exactidão ao nivellamento, composto de duas régoas divididas muito afastadas AF e BG (Fig. 19), parallelas entre si e perpendiculares ao plano.

Collocando o plano de modo que o prumo, suspenso de um ponto C da primeira régoa, rase a outra em C′; e imaginando tirada a recta Cb parallela no plano AB, será bCC′ o angulo de AB com a vertical; depois, movendo o plano em torno do eixo perpendicular DQ, até que os pontos A e B se troquem, e suspendendo o fio a prumo do ponto C′, este fio rasará AF em um ponto C″ tal que a parallela C′b′ a AB dividirá CC″ ao meio; e o angulo CC′C″ será o dobro da inclinação de AB para a direita, ou para a esquerda, da vertical, confórme estiver C″ para a direita, ou para a esquerda, de C. Chamando pois I esta inclinação; c e c'' as distancias de C e C″ a um ponto O marcado na régoa AF; x a distancia Cb do mesmo ponto á intersecção da parallela Cb′ a AB com aquella régoa; e Δ a distancia AB das régoas: teremos as fórmulas

$$x = \frac{c + c''}{2}, \ \operatorname{tang} \mathrm{I} = \frac{(c'' - c)}{2\Delta},$$

a primaira das quaes serve para trazer o plano á verticalidade, movendo AB até que o fio de prumo suspenso de C' passe por b'; e a segunda serve para conhecer a inclinação I, quando a não corrigimos, e preferimos attender a ella nos calculos.

Se tomarmos C'' para primeiro ponto de suspensão em um segundo par de operações; depois o ponto C'''' para primeiro ponto de suspensão em um terceiro par; e assim por diante: teremos, depois d'um número $2n$ de suspensões successivas do fio do prumo,

$$\tang \mathrm{I} = \frac{c'' - c}{2\Delta}, \ \tang \mathrm{I} = \frac{c'''' - c''}{2\Delta} \ldots\ldots, \ \tang \mathrm{I} = \frac{c^{(2n)} - c^{(2n-2)}}{2\Delta},$$

cujo meio é

$$\tang \mathrm{I} = \frac{c^{(2n)} - c}{2n\Delta}.$$

58. A simplicidade do fio de prumo, e a facilidade com que se restaura e applica aos nivellamentos, fazem este instrumento muito util: mas, pelo que pertence á exactidão, basta comparar os maiores comprimentos, que nas applicações se lhe podem dar, com os raios dos niveis de bolha d'ar, que ordinariamente se empregam, para ver quanto estes são mais sensiveis.

V

Dos relogios

59. Como o tempo é a impressão que deixa na memoria a successão de muitos phenomenos, são proprios para o medir os espaços eguaes, percorridos do mesmo modo, ou as relações eguaes entre os espaços e as velocidades; mas a egualdade dos espaços é preferivel, por ser mais facil ao artista marcal-os com perfeição.

As clepsidras foram os relogios que primeiramente se usaram; mas, pela imperfeição da theoria dos fluidos, e por ser difficil conservar o nivel constante d'um fluido sem alterar o seu movimento vertical, ou marcar divisões deseguaes do espaço correspondentes a divisões eguaes do tempo, eliminaram-se estes instrumentos das observações astronomicas, logo que se inventaram outros mais perfeitos.

60. Um peso motor; um systema de rodas, que communica e modifica o movimento; ponteiros que indicam estes movimentos nas rodas correspondentes; e um pendulo, no qual prende a ancora cujas duas extremidades endentam alternativamente em uma roda no fim de cada oscillação: são os tres elementos que constituem essencialmente um relogio astronomico, e aos quaes podemos chamar *motor*, *indicador*, e *regulador* ou *moderador*.

Suppomos estudados na mechanica e na phisica, assim a descripção de cada uma das suas peças, e dos meios de as tornar mais seguras e menos sujeitas aos effeitos da fricção, como o calculo das relações que devem ter as suas dimensões para que ellas produzam o effeito desejado. Só fallaremos ainda dos compensadores, que dão a estes instrumentos a perfeição necessaria para as observações astronomicas, obstando á influencia das variações de temperatura no comprimento do pendulo.

61. No compensador solido (Fig. 20), que se costuma empregar nas pendulas astronomicas, as varas de ferro prendem superiormente na parte fixa S do pendulo, e inferiormente na parte movel R. O contrário succede a respeito das varas de cobre. D'onde resulta que a dilatação das varas de ferro tende a mover o systema de cima para baixo, e a dilatação das varas de cobre tende a movel-o debaixo para cima.

Assim, arranjando as varas metallicas de modo: que o comprimento total desde o ponto de suspensão até á extremidade inferior, o qual se compõe da somma das varas de ferro menos a das varas de latão, seja egual ao valor que deve ter; que a differença entre a somma das dilatações das varas de ferro e a das varas de latão seja nulla; e que a lentilha fique abaixo do apparelho compensador: este apparelho ficará interposto entre as extremidades do pendulo, conservando-lhe o mesmo comprimento apezar das mudanças de temperatura.

Substituindo, em logar de parte da haste do pendulo, uma vara de ferro encaixado 'num cylindro ôco de cobre, e presa ao mesmo cylindro por uma caravelha que atravessa estes dois corpos em dois de muitos buracos correspondentes que 'nelles ha, póde corrigir-se por tentativas a imperfeição que tem o compensador quando sahe das mãos do artista. Para isso basta mudar convenientemente a caravelha d'un racos para outros: porque, não influindo no comprimento do pendulo o movimento das extremidades livres da vara e do cylindro, só ha que attender ás distancias da caravelha ás outras duas extremidades; e como éstas distancias se fazem variar pela mudança da caravelha, varía tambem a dilatação do comprimento total, composto dos dois metaes que se dilatam desegualmente.

Usa-se tambem muito dos compensadores de mercurio. O vaso, que contém o mercurio na parte inferior do pendulo, serve de lentilha; e, quando a vara do pendulo se alonga ou encurta em virtude da elevação ou do abaixamento da temperatura, a dilatação do mercurio varia tambem de modo, que faz subir ou descer o centro d'oscillação tanto quanto a variação do comprimento do pendulo o faz descer ou subir. Pela addição, ou subtracção, conveniente de mercurio póde com facilidade aperfeiçoar-se o compensador.

62. No caso de não haver compensador: chamando $\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ o tempo d'uma oscillação a 0°, e ε o coefficiente da dilatação do metal, será $\tau' = \tau\left(1 + \frac{1}{2}\varepsilon\theta\right)$ a $\theta°$; de sorte que, se τ fôr, por exemplo, $1''$, o número t d'oscillações da pendula valerá $t''\left(1 + \frac{1}{2}\varepsilon\theta\right)$, quando a temperatura for θ.

63. As divisões do tempo, que se têm usado, são decimaes, ou sexagesimaes. Na primeira divide-se o dia em 10^h, a hora em $100'$, e o minuto em $100''$; na segunda divide-se o dia em 24^h, a hora em $60'$, e o minuto em $60''$.

Seja t o tempo contado 'num d'estes systemas, e reduzido a uma só especie. Chamando n o número de divisões d'essa especie que compõem o dia, será $\frac{t}{n}$ o tempo expresso em dias; e reduzindo $\frac{t}{n}$ a qualquer subdivisão do dia no outro systema, virá o tempo expresso nas unidades da mesma subdivisão.

Por exemplo, se fôr t um numero de minutos sexagesimaes, será $\frac{t}{24.60} = \frac{t}{1440}$ este tempo expresso em dias; e depois: em horas dec. $\frac{10t}{1440}$, em min. dec. $\frac{1000t}{1440}$, em seg. dec. $\frac{100000t}{1440}$.

64. A reducção d'um tempo sideral S ao tempo correspondente do relogio H, ou inversamente, póde facilitar-se do modo seguinte:

Seja R o dia sideral expresso em unidades de tempo sideral, e $R-r$ o mesmo dia expresso em unidades de tempo do relogio; isto é, seja r o atrazo do relogio sôbre o tempo sideral em dia sideral. O tempo H do relogio reduzido a dia sideral será $\frac{H}{R-r}$, que convertido um unidades de tempo sideral, dará:

$$S=\frac{H}{R-r}R.$$

Inversamente, o tempo sideral S reduzido a dia sideral é $\frac{S}{R}$, que, convertido em unidades de tempo do relogio, dá:

$$H=\frac{S}{R}(R-r).$$

Assim, fazendo

$$\frac{r}{R-r}=\frac{r'}{R},$$

temos:

$$r'=r+\frac{r^2}{R-r},\qquad H=S-\frac{Sr}{R},\qquad S=H+\frac{Hr'}{R}.$$

E decompondo S ou H em partes aliquotas de R, poderemos calcular mais facilmente a correcção que tirada de S dá H, ou a que juncta a H dá S, usando da tabella seguinte:

S ou H	12^h	6^h	1^h	10^m
$-\frac{Sr}{R}$	$-\frac{1}{2}r$	$-\frac{1}{4}r$	$-\frac{1}{24}r$	$-\frac{1}{144}r$
$\frac{Hr'}{R}$	$+\frac{1}{2}r'$	$+\frac{1}{4}r'$	$+\frac{1}{24}r'$	$+\frac{1}{144}r'$.

Por exemplo, para $S=13^h\ 17^m\ 36^s$, teremos

$$H=13^h,17^m 36^s-\left\{\frac{1}{2}r+\frac{1}{24}r+1,76\times\frac{1}{144}r\right\}=13^h\ 17^m\ 36^s-\frac{9,97}{18}r.$$

65. Para experimentar um relogio podemos comparal-o com um pendulo do modo seguinte:

Supponhamos que 'num dia sideral o pendulo faz R oscillações, e que o intervallo 1_a das pancadas, isto é, a duração das oscillações do relogio é um pouco menor que a duração 1_p das oscillações do pendulo. Se a differença for um submultiplo $\frac{1}{N}$ de 1_a, teremos:

$$1_p-1_a=\frac{1_a}{N},\ \text{ou}\ N\ 1_p=(N+1).\ 1_a.$$

Por conseguinte N oscillações do pendulo equivalerão a $N+1$ do relogio; e no fim d'ellas as pancadas serão unisonas, pertencendo uma ao principio d'uma oscillação, e outra ao fim.

Passadas outras N oscillações do pendulo terá logar nova coincidencia de sons, mas ambos pertencentes ao principio d'uma oscillação. Assim, depois do número $N'=2N$ d'oscillações do pendulo, será:

$$N'\ 1_p=(N'+2).\ 1_a,$$

ou
$$R.\ 1_p=\frac{N'+2}{N'}R.1_a=R.\ 1_a+\frac{2R}{N'}.\ 1_a;$$

e será $\frac{2R}{N'}$ o adiantamento do relogio em um dia sideral. O relogio será bom, quando este adiantamento for constante.

Por exemplo, se for $R = 24^h$, $N' = 2^h$, será 24 o numero d'oscillações de que em um dia o relogio se adianta relativamente ao pendulo.

66. Na apreciação da coincidencia, ou da separação das pancadas sempre ha incerteza.

Seja $2i$ ou $2i+1$ o numero das pancadas durante as quaes não se percebe a separação. Tomando por coincidencia o meio, e chamando $e \overline{\nabla}$ o erro, será $N'_1 = N' \pm e$, e teremos proximamente:

$$\frac{2R}{N'_1} = \frac{2R}{N'} \mp \frac{2R}{N'} \cdot \frac{e}{N'}.$$

Assim o erro do adiantamento, $\frac{2R}{N'} \cdot \frac{e}{N'}$, é muito attenuado pela grandeza de N'; mas, por outra parte, a incerteza, ou o limite i de e, cresce com N'.

Por exemplo, no caso de $R = 24^h$, $N' = 2^h$, se for $i = 20$, o erro do adiantamento será

$$< \left(24 . \frac{20}{7200} = \frac{1}{15}\right).$$

Supponhamos agora feito um grande número n d'observações de coincidencias; e sejam

$$N'_1 = N' + e_1,\ N'_2 = N' + e_2,\ N'_3 = N' + e_3, \ldots\ N'_x = N' + e_x,$$

as coincidencias tomadas como a primeira. Teremos resultados similhantes, e por conseguinte:

$$\frac{2R}{N'} = \frac{\Sigma_1^n \frac{2R}{N'_x}}{n} \pm \frac{2R}{nN'^2} \Sigma_1^n e_x.$$

Como a natureza dos erros e_x torna provavel que na sua somma $\Sigma\, e_x$ se compense a maior parte d'elles, será

$$\frac{2R}{N'} = \frac{\sum_{1}^{n} \frac{2R}{N'_x}}{n},$$

com muito maior probabilidade de exactidão.

67. A passagem meridiana das estrellas offerece, como veremos, um meio muito facil, e muito seguro, de regular os relogios; mas, como as indicações d'estes instrumentos nos hão de servir para mostrar a uniformidade do movimento diurno, quizemos apontar um processo que não parecesse envolver circulo vicioso.

VI

Do quarto do circulo, e do seu uso. Do circulo de alturas e azimuths.

68. O *quarto de circulo* (Fig. 21) tem um limbo vertical, sôbre cujo plano gyra, em torno do centro, um oculo munido de seu reticulo, que se compõem de dois fios rectangulares, e acompanhado d'um nonio.

O plano do limbo gyra em roda d'uma columna, á qual deve ser parallelo, e que se colloca na posição vertical por meio d'um nivel, ou d'um fio a prumo; e a quantidade de seu movimento 'nesta rotação é marcada sôbre a circumferencia d'um circulo azimuthal por um index ligado á mesma columna.

Em alguns quartos de circulo o oculo é fixo ao limbo vertical; e este move-se em tôrno do eixo horizontal, passando as suas divisões pelo zero d'um nonio gravado em uma alça, á qual anda preso o nivel, e que tambem póde mover-se em volta do mesmo eixo horizontal.

Para fazer o eixo optico do oculo, isto é, a recta que passa pelo centro do objectivo e pelo encruzamento dos fios, parallelo ao plano do limbo, póde empregar-se o processo de que nos occuparemos quando tractarmos do *quadrante de Troughton*.

Para fazer verticaes o raio que passa pelo zero da graduação e pelo centro do círculo, e a columna, serve o nivel que acompanha a alça, usando d'elle em duas direcções encruzadas. Na primeira segue-se o processo explicado no n.° 52, desfazendo os espaços percorridos pela bolha nas duas posições, metade com o parafuzo d'um dos pés da columna, e outra metade com o parafuzo que dá movimento ao limbo. Na segunda, perpendicular á primeira, serve-se sómente do parafuzo do pé respectivo.

69. Se dermos o movimento azimuthal necessario para que um astro esteja no plano do limbo; e se movermos o oculo até que esse astro se projecte no encruzamento dos fios do recticulo, ou se movermos o quarto de círculo verticalmente até obter a mesma projecção, e trouxermos a alça á posição vertical, indicada pelo seu nivel: teremos a distancia zenithal pela leitura da divisão do limbo a que corresponder o zero do nonio da alidada, ou pela leitura da divisão do limbo que corresponder ao zero do nonio da alça.

70. Quando o astro se elevar sôbre o horizonte no seu movimento diurno, façamos corresponder o zero da alidada, ou o da alça, a alturas successivamente maiores, tendo sempre o cuidado no segundo caso de trazer a alça á verticalidade pelo movimento do quarto de círculo; esperemos que o astro se projecte na direcção do encruzamento dos fios em cada altura, dando para isso ao instrumento o necessario movimento azimuthal; e notemos os tempos em que têm logar estas projecções. Depois, quando o astro descer para o horizonte, façamos novamente corresponder o zero do nonio da alidada, ou o do nonio da alça, ás mesmas alturas em que se fizeram as observações durante a ascensão, mas em ordem inversa; e notemos egualmente os tempos em que o astro retoma éstas alturas. Advertindo que, relativamente a cada par d'observações dos astros que têm diametro sensivel, se deve tomar em uma a entrada do disco no fio, e em outra a sua sahida; e, para maior exactidão, se devem referir ambas ao mesmo contacto, superior ou inferior do fio.

Feito isto, se sommarmos os dois tempos correspondentes em que o astro chega á mesma altura, e tomarmos a metade da somma, acharemos para as differentes alturas, semisommas sensivelmente eguaes entre si, cada uma das quaes é o tempo em que o astro toca a maxima altura, ou em que o limbo está na direcção do meridiano.

A epocha da passagem pelo meridiano é assim intermedia entre os tempos nos quaes o astro chega á mesma altura na sua subida e na sua descida; e a media das semisommas d'estes tempos dá com mais segurança a mesma epocha.

71. Éstas observações, que se chamam *d'alturas correspondentes*, sendo feitas em dias successivos, mostram o andamento do relogio; e, se o astro observado for o sol, os tempos das passagens meridianas, que ellas dão, comparados com aquelles que dão as passagens da imagem do astro pela meridiana filar (n.° 30) servirão para verificar, ou para corrigir ésta meridiana.

72. Mas por variarem as refracções atmosphericas, no intervallo de cada par d'observações, em virtude da variação do estado da atmosphera, as alturas apparentes eguaes correspondem a alturas verdadeiras deseguaes; o que torna necessario applicar a cada semisomma dos tempos correspondentes uma correcção dependente da differença das duas refracções. Além d'isso, se o astro tiver movimento proprio em declinação, este movimento alterará a symetria das suas posições d'uma e d'outra parte do meridiano; d'onde provém a necessidade d'outra correcção dependente d'aquelle movimento.

Éstas duas correcções reunidas dão uma total, chamada *equação das alturas correspondentes*, que adiante deduziremos: advertindo desde já que muitas vezes se chama *equação* em astronomia o que é necessario accrescentar a uma quantidade principal para completar outra que d'ella differe pouco.

73. Como aqui os tempos se determinam pela observação das alturas, convém escolher circumstancias em que a dadas variações de tempo correspondam as maiores variações d'altura; inversamente do que se deveria fazer, se por meio dos tempos quizessemos determinar as alturas. Por isso se fazem éstas observações longe do meridiano; mas não tanto que a proximidade do astro torne incerta a correcção devida á refracção: e, se o astro tem movimento proprio, escolhe-se o tempo em que este movimento influe menos na correcção dependente d'elle (*a*).

(*a*) A equação $\cos P = \dfrac{\cos z - \cos \Delta \cos D}{\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} D}$,

que se deduz do triangulo espherico comprehendido entre o zenith, o pólo e o astro, dá $$\frac{\delta P}{\delta z} = \frac{\operatorname{sen} z}{\operatorname{sen} P \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} D} = \frac{1}{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} D}.$$

Por conseguinte a occasião em que δz é maior relativamente a δP é aquella em que o azimuth A é mais proximo de 90°.

Quando for $A = 90°$, será $\cos P = \operatorname{tg} D \cot \Delta$.

Tal é a razão porque se costuma fazer as observações das alturas correspondentes do sol, de manhan começando depois das sete horas, e acabando antes das dez; de tarde começando depois das duas horas, e acabando antes das cinco: e porque se escolhem para ellas, com preferencia, as epochas visinhas dos solsticios. Além de que, para verificar a meridiana, convém fazel-o nos seus pontos mais distantes, a fim de tornar mais sensivel o erro, se o houver.

74. Por exemplo:

Em 31 de janeiro de 1793 observaram-se no Observatorio de Coimbra as seguintes alturas correspondentes do Sol:

ALTURAS		MANHAN			TARDE			MEIO		
G.	M.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.
23	10	9	14	29,0	14	29	12,0	11	51	50,5
23	30	9	17	10,0	14	26	32,5	11	51	51,7
23	40	9	18	31,0	14	25	7,0	11	51	49,5
23	50	9	19	51,0	14	23	50,0	11	51	50,5
24	0	9	21	14,5	14	22	26,0	11	51	50,2
24	10	9	22	38,0	14	21	2,0	11	51	50,0
24	20	9	24	0,0	14	19	37,0	11	51	48,5
24	30	9	25	27,0	14	18	14,5	11	51	50,7
24	40	9	26	51,0	14	16	51,0	11	51	51,0
24	50	9	28	15,0	14	15	28,0	11	51	51,5
25	0	9	29	42,0	14	13	59,0	11	51	50,5

Desprezando o septimo par, que differe mais da media dos outros, o meio d'estes é $11^h\ 51^m\ 50^s,6$; e como a equação das alturas correspondentes, relativa á variação da declinação, é — $12'',5$, o tempo da passagem do sol pelo meridiano

era
$$11^h 51^m 38^s,1.$$

75. Tendo notado no circulo azimuthal a divisão a que corresponde o zero do nonio do seu index, quando se observa o astro no instante da

passagem meridiana, determinado pelo methodo precedente, supponhamos que se colloca o instrumento 'nessa posição, para observar as alturas meridianas d'uma estrella circumpolar de perpetua apparição (*a*).

Acharemos que a distancia zenithal na passagem superior, ou quando a estrella parece percorrer o campo do oculo da esquerda para a direita é a menor de todas; e que a distancia zenithal na passagem inferior, ou quando a estrella parece percorrer o campo do oculo da direita para a esquerda, é a maior de todas. E tambem acharemos que a semisomma ZP (Fig. 22) d'estas distancias é a mesma, no mesmo logar terrestre, para todas as estrellas circumpolares.

76. Depois se, acompanhando uma d'estas estrellas, ou outra qualquer, no seu movimento diurno, observarmos as suas distancias zenithaes AZ, A'Z, A''Z..., e os azimuths respectivos, acharemos, pela resolução de qualquer dos triangulos $A^{(n)}ZP$, que é a distancia $A^{(n)}P = AP$.

Chamando

$$ZP = D,\ A^{(n)}Z = z^{(n)},\ A^{(n)}\ ZP = A^{(n)},\ A^{(n)}P = \Delta^{(n)},$$

(*a*) A mesma posição é intermedia entre as relativas a cada par d'alturas correspondentes, se não influem sensivelmente no azimuth as variações de declinação e refracção no intervallo d'ellas.

Se influem, ainda essa posição é intermedia entre as duas, depois de se atrazar a segunda da quantidade

$$\delta A = \frac{\operatorname{sen} \Delta}{\operatorname{sen} D \operatorname{sen} A \operatorname{sen} z}\,\delta\Delta + \left(\frac{1}{\operatorname{tang} A \operatorname{tang} z} - \frac{1}{\operatorname{sen} A \operatorname{tang} D}\right)\delta z.$$

É o que mostra a differenciação da equação

$$\cos \Delta = \frac{\cos \Delta - \cos D \cos z}{\operatorname{sen} D \operatorname{sen} z},$$

attendendo a $\cos \Delta \cos z - \cos D = -\cos D \operatorname{sen}^2 z + \cos A \operatorname{sen} D \operatorname{sen} z \cos z$, que se tira d'ella.

Tambem é facil transformar a expressão de δA no systema

$$\operatorname{sen} S = \frac{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} D}{\operatorname{sen} \Delta},\ \delta A = \frac{\delta\Delta}{\operatorname{sen} S \operatorname{sen} z} - \frac{\cot S}{\operatorname{sen} z}\,\delta z.$$

o calculo póde fazer-se pela fórmula:

$$\cos \Delta^{(n)} = \cos A^{(n)} \operatorname{sen} D \operatorname{sen} z^{(n)} + \cos D \cos z^{(n)},$$

que se transforma em qualquer dos tres systemas:

$$\cot \varphi = \cos A^{(n)} \operatorname{tang} z^{(n)}, \quad \cos \Delta^{(n)} = \frac{\cos z^{(n)} \operatorname{sen} (D + \varphi)}{\operatorname{sen} \varphi},$$

$$\cot \psi = \cos A^{(n)} \operatorname{tang} D, \quad \cos \Delta^{(n)} = \frac{\cos D \operatorname{sen} (z^{(n)} + \psi)}{\operatorname{sen} \psi},$$

$$\operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \Delta^{(n)} = \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} (D - z^{(n)}) + \operatorname{sen} z^{(n)} \operatorname{sen} D \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} A^{(n)}.$$

D'estes o terceiro é menos sujeito á influencia dos erros tabulares, quando $\Delta^{(n)}$ é pequena.

Logo os logares das projecções das estrellas na esphera celeste são circulos cujos planos cortam perpendicularmente o eixo OP; de sorte que este eixo é o da rotação da esphera celeste, e P é o polo visivel.

A distancia polar da estrella acha-se immediatamente observando a sua distancia zenithal meridiana z, e tomando:

$$\Delta = z + D, \text{ ou } \Delta = \pm (D - z),$$

conforme passar o astro ao sul ou ao norte do zenith. No segundo caso deve usar-se do signal superior ou do inferior, segundo for a passagem superior ou inferior; isto é, deve usar-se d'aquelle dos dois signaes que fizer positiva a expressão de Δ.

77. Se fixando o instrumento no plano do meridiano, ou em qualquer vertical, notarmos os tempos das passagens consecutivas d'uma estrella por esse vertical, conheceremos o andamento do relogio relativamente á estrella; como melhor explicaremos quando tractarmos do *instrumento das passagens.*

78. Se dos mesmos triangulos tirarmos os valores dos angulos $ZPA^{(n)} = P^{(n)}$ pela fórmula:

$$\operatorname{sen}\frac{1}{2}P^{(n)} = \sqrt{\left(\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{z^{(n)}+\Delta^{(n)}-D}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{z^{(n)}+D-\Delta^{(n)}}{2}\right)}{\operatorname{sen}\Delta^{(n)}\operatorname{sen}D}\right)}$$

ou pelo systema:

$$\cot\varphi = \cos A^{(n)}\tang z^{(n)},\quad \cot P = -\frac{\cot A\cos(D+\varphi)}{\cos\varphi},$$

acharemos que estes angulos são proporcionaes aos intervallos de tempo comprehendidos entre o instante da passagem meridiana e os instantes em que se observam as respectivas distancias zenithaes. D'onde resulta que o movimento diurno dos astros é uniforme.

79. Portanto:

1.° O movimento diurno dos astros é circular e uniforme.

2.° O eixo, envolta do qual tem logar este movimento, parece passar pelo observador e por um ponto da esphera celeste, cuja distancia zenithal é a semisomma das duas distancias zenithaes de qualquer das estrellas circumpolares na suas passagens superior e inferior, correctas da refracção.

A exactidão d'estes resultados, e o modo como, para a obter, se devem corrigir as observações em que elles se fundam, serão o objecto de capitulos subsequentes, nos quaes faremos conhecer assim éstas correcções, como os instrumentos mais perfeitos, e as condições mais favoraveis, com que devem fazer-se as observações.

80. No genero dos instrumentos, que 'neste capítulo temos descripto, ha um mais perfeito, chamado *circular d'alturas e azimuths,* de que os astronomos usam muito.

A substituição d'um círculo inteiro em logar do quarto de círculo; e os cuidados empregados em fazer estavel a verticalidade do eixo de rotação, e em diminuir o attrito d'elle sôbre o círculo azimuthal, fazem este instrumento muito preferivel ao antigo quarto de círculo.

VII

Do equatorial

81. Supponhamos um apparelho similhante áquelles de que se tractou no capítulo precedente, mas collocado de modo que o seu eixo, em vez de ser vertical, seja parallelo ao eixo de rotação diurna. Teremos então (Fig. 23 e 24) o *equatorial* ou *machina parallatica*, fixo ou movel, no qual o movimento em ascensão recta, ou horario, do círculo de declinação, e o movimento em distancia polar do oculo, correspondem respectivamente ao movimento em azimuth do círculo vertical, e ao movimento em altura do oculo do altazimuth.

82. Se pelos movimentos, horario do círculo de declinação, e de distancia polar do oculo, dirigirmos o eixo optico para uma estrella; e depois a acompanharmos com o movimento do círculo de declinação, de modo que a conservemos no plano d'este círculo: continuaremos sempre a vêl-a sensivelmente na direcção do eixo optico; do qual se desviará apenas muito pouco em virtude de variações devidas á refracção, e a outras causas que fazem mudar a sua posição apparente. O que mostra que a declinação é constante.

Se compararmos este movimento do círculo de declinação, indicado no círculo equatorial, com o andamento d'um bom relogio, acharemos sempre os arcos equatoriaes em proporção com os intervallos de tempo correspondentes. E se o machinismo do relogio, regulado pelo tempo sideral, estiver ligado com o instrumento de modo que o movimento d'aquelle se communique tangencialmente ao círculo equatorial, a estrella não sahirá do plano do círculo de declinação. Por conseguinte o movimento é uniforme.

Ficam assim comprovadas materialmente a circularidade e a uniformidade do movimento diurno.

83. Mas o principal uso do equatorial é determinar as differenças d'ascensão recta e de declinação entre um astro desconhecido e um conhecido, por exemplo, entre um novo planeta ou cometa e as estrellas conhecidas, com as quaes os comparamos.

Para isso, além dos dois fios do reticulo focal do oculo, que se cruzam perpendicularmente entre si e ao eixo optico, e que devem ser, um perpendicular ao plano do círculo de declinação, outro parallelo ao mesmo plano, ha mais um fio movel parallelo ao primeiro; e o movimento dá-se-lhe por um parafuso micrometrico, cuja graduação se tem previamente determinado.

Supponhamos que uma estrella precede o astro, de cujo parallelo está tão proxima que, sem dar movimento ao oculo, se podem ver ambos no campo d'elle. Collocado o oculo de modo que a estrella siga o fio fixo parallelo ao equador, move-se o parafuso micrometrico até que o astro siga o fio movel.

Então a differença dos tempos sideraes das passagens da estrella e do astro pelo fio parallelo ao plano do círculo de declinação dará a differença das suas ascensões rectas em tempo: e a distancia entre os dois fios parallelos ao equador, indicada pelo micrometro do parafuso, dará a differença das declinações.

84. Em alguns equatoriaes o reticulo compõe-se de dois fios encruzados, e de mais quatro que unem as extremidades d'elles.

Supponhamos conhecido o intervallo de tempo Θ que as estrellas gastam em atravessar o fio AC (Fig. 25). Da razão entre este tempo e o actual θ, que o astro observado emprega em percorrer o parallelo ac, deduzir-se-ha a differença $(Cc)''$ das declinações, conhecendo BC em arco; por ser (*a*)

$$\frac{AC - ac}{AC} = \frac{\Theta - \theta}{\Theta} = \frac{Cc}{BC}; \text{ e } (Cc)'' = \frac{Cc}{BC}.\ (BC)''.$$

(*a*) Rigorosamente, chamando Θ o tempo gasto pela estrella de comparação em percorrer o fio AC, Θ' o tempo que 'nessa passagem gastaria o astro observado, d a declinação da estrella, $d' = d + \delta d$ a declinação do astro, e T o tempo em que uma estrella equatorial percorreria o mesmo fio: temos

$$\Theta = \frac{T}{\cos d},\ \Theta' = \frac{T}{\cos(d + \delta d)}$$

que, desprezando os termos da segunda ordem em δd, dão

$$\frac{\Theta'}{\Theta} = \frac{\cos d}{\cos(d + \delta d)} = 1 + \text{tang } d.\ \text{sen } 1''.\ \delta d.$$

Mas o modo de observação, de que se fallou no número precedente, é preferivel; principalmente quando o movimento equatorial, que conserva os astros no campo do oculo, é dado pelo machinismo do relogio, deixando livre a mão do observador para tomar com perfeição a distancia dos parallellos dos dois astros pelo movimento do parafuso micrometrico.

85. Para o mesmo fim póde servir o reticulo annular (Fig. 26).

A semisomma dos tempos da immersão em a e da emersão em a''', assim como a dos tempos da emersão em a' e da immersão em a'', dão o tempo da passagem em m, no circulo de declinação NCS.

Para outra estrella se achará similhantemente o tempo da sua passagem em n. E a differença dos tempos sideraes assim achados será a das ascensões rectas das duas estrellas.

Em quanto ás declinações, fazendo:

$$a'CS=\varphi,\ b'CS=\varphi';\ Cm=x,\ Cn=x';\ a'm=y,\ b'n=y';\ Ca'=r;$$

teremos as equações:

$$(y)''=\frac{15(t_a''-t_a')}{2}\cos d=(r)''\operatorname{sen}\varphi,\ (y')''=\frac{15(t_b''-t_b')}{2}\cos d'=(r)''\operatorname{sen}\varphi',$$

$$x'-x=\sqrt{r^2-y'^2}-\sqrt{r^2-y^2}=r(\cos\varphi'-\cos\varphi)=mn,$$

E na equação do texto deve empregar-se Θ' em logar de Θ. Mas a correcção $\operatorname{tang} d \operatorname{sen} 1'' \delta d$ é muito pequena para estrellas pouco distantes do equador; e para as outras póde usar-se primeiramente de Θ, e achar o valor approximado de δd, com o qual se calculará depois o valor

$$\Theta'=\Theta+\Theta \operatorname{tang} d \operatorname{sen} 1'' \delta d,$$

ou

$$\Theta'=\frac{\Theta\cos d}{\cos.(d+\delta d)},$$

que se deve empregar definitivamente.

que dão successivamente $\varphi, \varphi', \frac{mn}{r}$, e por conseguinte (*a*) $d - d' = \frac{mn}{r}(r)''$; sendo $(r)''$ o raio do annel em segundos de arco de círculo maximo, que se deve ter determinado. Para determinação póde fazer-se mover o oculo de sorte que um objecto percorra o diametro parallelo ao circulo de declinação, no qual se achará no tempo

$$t + \frac{t_\alpha{}'' - t_\alpha{}'}{2} \text{ ou } t + \frac{t_\alpha{}''' - t_\alpha}{2},$$

sendo o intervallo $\frac{t_\alpha{}'' - t_\alpha{}'}{2} = \frac{t_\alpha{}''' - t_\alpha}{2}$ deduzido de contactos successivos $t_\alpha, t_\alpha{}'', t_\alpha{}', t_\alpha{}'''$ com os bordos do annel.

Mas, se no annel se tiver pôsto um fio parallelo ao equador, que passe pelo centro: a metade do intervallo de tempo gasto por uma estrella em percorrer esse diametro, multiplicado pelo coseno da declinação e por **15**, será o raio $(r)''$ (*b*).

(*a*) A differencial $\delta(mn) = -\operatorname{tg}\varphi'.\,\delta y' + \operatorname{tg}\varphi\;\delta y$ mostra que, perto das extremidades sul e norte do círculo, onde tang φ são muito pequenas, os erros δy e $\delta y'$ pouco influem em $x' - x$; e que, perto das extremidades éste e oeste, influem muito. Com tudo, como no primeiro caso a pequenez da corda torna mais difficil a apreciação dos instantes das immersões e das emersões, é necessario attender a este inconveniente.

No reticulo rhomboidal, sendo i a inclinação dos fios lateraes sôbre o equatorial, é

$$x' - x = (y' - y)\operatorname{tang} i,\ \delta(x' - x) = \operatorname{tang} i\ \delta(y' - y);$$

onde o factor tang i dá uma vantagem ou uma desvantagem constante, em qualquer logar do fio que se faça a observação.

Vê-se pois que, escolhendo bem o logar das observações, o reticulo annular tem vantagem sôbre o rhomboidal; e, além d'isso, não é necessaria 'nelle a orientação de fios.

(*b*) Se o astro *b* tem movimento proprio, será necessario corrigir estes resultados.

Sejam : δa o movimento em ascensão recta em um segundo de tempo sideral ;

Correcções do equatorial

86. No equatorial devem ser: o eixo horario de rotação parallelo ao eixo dos polos, isto é, a mesma a inclinação e a orientação d'estes eixos; o plano do circulo de declinação parallelo ao eixo horario; e o eixo optico do oculo parallelo ao mesmo plano. É necessario tambem que se conheçam: o *index* do ponto polar, ou o do ponto equatorial, do circulo de declinação; e o *index* do ponto culminante do circulo horario na passagem meridiana.

Suppomos o eixo do instrumento proximamente orientado por uma marca meridiana, ou ao menos pela bissecção do intervallo de tempo decorrido entre o nascimento e o occaso d'algumas estrellas.

$\delta\Delta$ o movimento em distancia polar no mesmo tempo; e i a inclinação b_1bb''' do parallelo apparente bb''' (Fig. 27). Baixando a perpendicular Cp a bb''', e pendo

$$\tau = \frac{t_a''' - t_a}{2}, \quad \tau' = \frac{t_b''' - t_b}{2},$$

temos

$$bp = \frac{15\,(1-\delta a)\,\tau' \cos d'}{\cos i}, \quad Cp = \sqrt{r^2 - \left[\frac{15\,(1-\delta a)\,\tau' \cos d'}{\cos i}\right]^2}. \quad np = Cp \operatorname{tang} i;$$

e facilmente se vê que é

$$\operatorname{tang} i = \frac{\delta\Delta}{15\,(1-\delta a)\cos d'}.$$

D'onde resultam:

$$\text{correcção de } \tau' = \frac{np\ \cos i}{15\,(1-\delta a)\cos d'} = \frac{Cp.\ \delta\Delta \cos i}{[15\,(1-\delta a)\cos d']^2},$$

$$\text{correcção de } \Delta = Cn - Cp = Cp\left(\frac{1}{\cos i} - 1\right) = \tfrac{1}{2}\,Cp.\left(\frac{\delta\Delta}{15\,(1-\delta a)\cos d'}\right)^2.$$

87. *Erro de inclinação do eixo horario do instrumento, e index do ponto polar.*

Sejam (Fig. 28) CP o eixo dos polos; π a extremidade norte do eixo horario do instrumento; o a posição do zero do circulo de declinação; n_1, e n as posições do zero do nonio quando o eixo optico está respectivamente na direcção de π e na direcção d'uma estrella S; e façamos

$$PC\pi = a, oC\pi = \alpha, n_1C\pi = nCS = c.$$

Observe-se a estrella S, que suppomos bem determinada, uma vez ficando superior a parte A do circulo e inferior a parte B, outra (Fig. 29) vez trocando-se as posições d'estas partes; e seja Δ a distancia polar PCS.

Se, começando a graduação em o, e procedendo no sentido πAB, forem l, l' as leituras oPn (Fig. 28), oQn (Fig. 29), nas duas posições, teremos:

na primeira posição $\quad \Delta = l + c + \alpha - a = l + i - a$

na segunda posição $\quad \Delta = 360° - l' - c - \alpha - a = 360° - l' - i - a.$

Estas equações dão o *abatimento* do eixo horario de rotação a respeito do eixo polar; e o *index* do ponto polar, isto é, a leitura correspondente á direcção $C\pi$ do eixo optico:

$$a = \frac{360° + l - l'}{2} - \Delta, \quad - i = \frac{l + l' - 360°}{2} \dots (1).$$

88. Se as divisões procederem do pólo para o equador desde 0° até 90° em cada um dos quatro quadrantes, e o nonio estiver em um braço perpendicular ao oculo (Fig. 30 e 31), como no equatorial do Observatorio de Coimbra, teremos:

primeira posição $\quad ES = OP = P\pi + \pi O = P\pi + on - o\pi - On,$

segunda posição $ES = OP' = P'\pi' + \pi'O = P'\pi' + o'n + o'\pi' + On$;

ou $$d = a + l - \alpha - c = a + l - i$$

$$d = a + l' + \alpha + c = a + l' + i,$$

que dão

$$a = d - \frac{l+l'}{2},\ i = \frac{l-l'}{2} \dots (2);$$

as quaes tambem resultariam de mudar em (1) primeiramente l' em $360° - l'$, e depois l e l' em $90° - l$ e $90° - l'$.

89. Podemos substituir á observação da estrella a posição horizontal do oculo. Se na primeira posição este aponta para o sul, e na segunda para o norte, deveremos substituir nas fórmulas (1) $180° + l'$ em logar de l'; e $90° + D$ em logar de Δ, sendo D a colatitude do logar: o que mudará (1) em

$$a = \frac{l-l'}{2} - D,\ -i = \frac{l+l'}{2} - 90° \dots (1)'.$$

No equatorial de Coimbra fazendo estas mesmas observações, em ambas as quaes o braço do nonio se dirige para o zenith, teremos:

na primeira posição, ao sul, $D = l - a + i$

na segunda posição, ao norte, $D = l' - a - i$,

que dão

$$a = \frac{l+l'}{2} - D,\ i = \frac{l'-l}{2} \dots (2)'.$$

90. *Erro d'orientação do eixo horario de rotação.*

Seja Δ a distancia polar conhecida d'uma estrella, que se observa a 6^h do meridiano, isto é, que se observa em um plano horario perpendicular ao meridiano. Chamando Δ_0 a distancia polar que dá a observação, a extremidade norte do eixo polar desviar-se-ha a quantidade $\gamma = \Delta - \Delta_0$ para leste ou para oeste, segundo for a observação anterior ou posterior á passagem meridiana. Se γ for negativa, o desvio será no sentido contrario, para oeste ou para leste.

91. *Erro de parallelismo do plano do circulo de declinação ao eixo de rotação.*

Seja ε o angulo a leste que faz o circulo de declinação com o eixo horario, isto é, seja $90° + \varepsilon$ o angulo que faz com o eixo horario o eixo de rotação do circulo produzido do lado d'este. Se pozermos o circulo de declinação de modo que fique horizontal o seu eixo, o angulo horario da projecção celeste H (Fig. 32) d'este eixo produzido será $90° - \delta P$; e, feita a operação a leste e a oeste, teremes dado ao instrumento um movimento horario de rotação $M = 180° - 2\delta P$,

de sorte que será $$\delta P = 90° - \frac{1}{2} M.$$

Depois o triangulo ZPH, no qual são

$$ZP = D,\ P = 90° - \delta P,\ PH = 90° + \varepsilon,\ ZH = 90°,$$

dará $$\cos P = \operatorname{tang} \varepsilon \cot D, \quad \text{ou} \quad \varepsilon = \operatorname{tang} D.\ \delta P.$$

92. *Erro do eixo optico.* Se observarmos duas passagens consecutivas d'uma estrella, tendo collocado o circulo a leste, proximamente no meridiano, e tendo dado o movimento horario de 180° para a segunda, o excesso do intervallo sideral das duas observações sôbre 24^h mostrará a inclinação do eixo optico sôbre o plano do circulo na primeira posição, para o oriente se for positivo; para occidente, se for negativo. Chamando θ este intervallo, será:

$$\text{collim. para or.} = \left(\frac{1}{2}\theta - 12^h\right) 15 \operatorname{sen} \Delta.$$

Se houver uma marca meridiana, desfaremos metade do espaço que o eixo optico descreve sôbre ella, na inversão, pelo movimento do reticulo.

93. Em quanto ao *index* do ponto culminante do circulo horario no instante da observação d'uma passagem meridiana, claro está que é a leitura correspondente á posição horizontal do eixo de rotação do circulo de declinação.

94. Os meios, que ficam expostos, determinam os erros instrumentaes relativos á posição do eixo horario, e á boa collocação do circulo de declinação e do eixo optico do oculo, tão approximadamente quanto é necessario para os corrigir pelo movimento dos parafusos respectivos, e quanto basta para as observações differenciaes, que não exigem o maior escrupulo em conseguir esse fim. Mas podem depois determinar-se simultaneamente com mais exactidão observando as passagens d'estrellas cujas ascensões rectas sejam bem conhecidas; do que prescindiremos 'neste logar.

VIII

Do oculo meridiano

95. O *oculo meridiano* ou *instrumento das passagens meridianas*, que serve para observar as passagens dos astros pelo meridiano, compõe-se de dois braços que se cruzam rectangularmente.

Um dos braços é o tubo do oculo. O outro, que contem o eixo de rotação do primeiro, é formado por dois troncos eguaes, junctos pelas bases maiores; e termina em extremidades ou munhões cylindricos.

As extremidades do braço de rotação descançam em golas da fórma de V, abertas em corrediças metallicas, as quaes estão presas a duas chumaceiras chumbadas em pilares que fazem parte d'um macisso de pedra cravado no terreno.

O oculo tem um reticulo de número par de fios, ordinariamente seis ou oito, um dos quaes é transversal, e os outros são perpendiculares a este, e equidistantes do medio dois a dois.

Em uma das extremidades do braço de rotação ha um semicírculo concentrico com elle. A alidade d'este circulo, movendo-se com o mesmo braço, indica o angulo que o eixo optico faz com a vertical, e traz assim mais facilmente o astro ao campo do oculo (*a*).

(*a*) Nos *instrumentos de passagens* modernos o semicirculo das alturas está preso ao tubo do oculo; e ao index d'estas anda annexo um nivel: de sorte que se um movimento do oculo desvia o nivel da sua posição, outro movimento egual do index o restitue a ella; e inversamente Ésta construcção é vantajosa por evitar que vergue o braço horizontal para a extremidade onde nas antigas se applicava o semicírculo, por diminuir o attrito na mesma extremidade, e por indicar melhor as mudanças d'altura.

Nos instrumentos de dimensões maiores os reticulos constam não só de oito fios fixos, ou mais, mas inda d'um fio cursor, parallelo aos verticaes, que se move por um parafuso micrometrico, para medir os desvios nas inversões, e para apreciar as correcções relativas á direcção do eixo optico e á orientação.

Para fazer contrapezo ao braço, e evitar o attrito, ligam-se os munhões com duas extremidades de duas alavancas, e suspendem-se pezos nas outras duas extremidades, á distancia conveniente dos pontos d'apoio.

96. O instrumento, quando está bem disposto para se fazerem com elle as observações, satisfaz ás condições seguintes:

1.ª *Horizontalidade do eixo de rotação.* Para verificar esta condição, suspende-se, parallelamente ao braço de rotação, um nivel que accusa a horizontalidade, como se disse no n.º 53. O corpo, pelo qual este nivel está suspenso, compõe-se de dois ramos rectangulares, que o braço toca sempre nos mesmos pontos quando se dá movimento ao oculo. E para verificar a uniformidade de posição do nivel no sentido do plano perpendicular ao eixo de rotação, serve outro nivel mais pequeno perpendicular a este eixo.

Dando ao oculo diversas inclinações sôbre o horizonte, obtendo em cada uma d'ellas as indicações do grande nivel, e conservando no pequeno uma posição constante da bolha, conhece-se a inclinação do eixo de rotação em cada uma das posições do oculo: o que serve para verificar a circularidade das extremidades do braço de rotação, ou para indicar as correcções de nivel que devem respectivamente empregar-se no calculo quando não se verifica aquella circularidade (*a*).

(*a*) Se os raios dos munhões não são eguaes nas secções onde se apoiam nas golas, o nivel não mostra esta imperfeição senão invertendo as extremidades do braço.

Supponhamos que as extremidades do braço (Fig. 33) têm differentes grossuras, de sorte que se podem considerar as secções que se apoiam nas golas, como bases d'um tronco de cone: e seja i a abertura d'este cone.

Na inversão a perpendicular an á aresta superior, da qual pende o nivel, descreve em volta da perpendicular ap á aresta inferior, que assenta nas golas, um cone cuja abertura é $2i$. Conseguintemente, se chamarmos a a inclinação accusada pelo nivel na primeira posição do braço, em que uma extremidade está mais elevada que a outra, e b a inclinação accusada pelo nivel na posição do braço invertido, temos:

$$a-b=2i.$$

E como as inclinações do eixo 'nestas duas posições são:

$$\mathrm{I}=a-\frac{1}{2}i,\ \mathrm{I}'=b+\frac{1}{2}i;$$

resultam:

$$\mathrm{I}=a-\frac{1}{4}(a-b),\ \mathrm{I}'=b+\frac{1}{4}(a-b).$$

Tambem serve para verificar a horizontalidade do eixo de rotação um prumo, suspenso d'um ponto da extremidade objectiva, que, estando o oculo a prumo, deve bater em outro ponto d'uma marca posta na extremidade ocular (n.° 56).

O parafuso de chamada, posto pela parte debaixo da corrediça vertical d'uma das chumaceiras, serve com o parafuso do nivel, ou com o da marca da extremidade oculo, para trazer o eixo de rotação á horizontalidade, do modo ensinado nos n.os 53 e 56.

collimação

$C = v_m + v_o$

97. *Perpendicularidade do eixo optico ao de rotação.* Para obter esta perpendicularidade, o que se chama *regular o eixo optico*, enfia-se uma marca distante, e nota-se o ponto d'ella onde se projecta o eixo; depois vira-se o braço horizontal de modo que se troquem as suas extremidades, e vê-se se o eixo ainda se projecta no mesmo ponto. No caso de não se projectar, move-se o reticulo por um parafuso lateral destinado para esse fim, até que o eixo se projecte no meio dos dois pontos onde se tinha projectado nas duas observações: e tenta-se successivamente esta bissecção, até que, em duas posições consecutivas, o eixo se projecte no mesmo ponto.

98. *Horizontalidade do fio transverso.* Para que este fio seja horizontal e os outros verticaes, dá-se o movimento de rotação á chapa que os contém, até que o transverso cubra uma recta horizontal traçada a grande distancia; e movendo o oculo, vê-se se os objectos cobertos pelos fios verticaes o continuam a ser.

99. *Orientação do eixo.* Marcada a meridiana approximadamente (n.os 27 a 29), colloca-se o oculo de modo que, suspendendo dois fios a prumo, um do meio do ocular, outro do meio do objectivo, os seus prolongamentos encontrem aquella linha.

Depois verifica-se mais exactamente se o eixo optico está na direcção do meridiano, observando tres passagens consecutivas d'uma estrella circumpolar de perpetua apparição, e vendo se os dois intervallos, que separam estas passagens, são eguaes entre si, isto é, se são as semirevoluções diurnas da estrella. Se não o forem, move-se o parafuso da corrediça horizontal de uma das chumaceiras, de modo que a parte objectiva do oculo se desvie para o lado, oriental ou occidental, onde for maior o intervallo, até se conseguir a egualdade.

Esta prova suppõem o uso d'um bom relogio, experimentando pelo que se disse nos n.os 65 e 66, e pelo que se hade dizer nos n.os 104 e 105.

100. Collocado o instrumento, e feitas as verificações que ficam indicadas, procede-se ás observações das passagens meridianas, dirigindo o

oculo de modo que o astro entre no campo d'elle e siga o fio horizontal do reticulo, ou uma corda parallela e proxima d'esse fio, e notando depois a passagem por cada fio vertical. A semisomma das passagens por dois fios equidistantes do meridiano dá a epocha procurada; e o meio entre os valores d'ella assim achados dá a mesma epocha mais independente dos erros das observações. Teremos assim, como no n.º 31, para $2n+1$ fios verticaes,

$$T=\frac{\tau_1+\tau^{(2n+1)}}{2},\ T=\frac{\tau_2+\tau^{(2n)}}{2}\ \ldots\ldots;$$

e mais provavelmente $$T=\frac{\sum_1^{2n+1}\tau_x}{(2n+1)}.$$

Se o astro tem diametro sensivel, serão

$$T=\frac{e^{(1)}+s^{(2n+1)}}{2},\ T=\frac{e^{(2)}+s^{(2n)}}{2}\ldots\ldots;$$

e mais provavelmente $$T=\frac{\sum_1^{(2n+1)}\left(e^{(i)}+s^{(2n+2-i)}\right)}{2(2n+1)}.$$

Duração da passagem do semid. $\frac{s^{(i)}-e^{(i)}}{2}$.

A falta d'alguma entrada ou d'alguma sahida, ou a pouca confiança 'nella póde remediar-se com o conhecimento da duração da passagem do semidiametro por cada fio, tirada da Ephemeride, ou achada pela differença entre os dois toques em um dos fios.

Se o astro gasta tempo sensivel em desapparecer e reapparecer de trás dos fios, é melhor observar os dois toques dos lados do fio, e tomar a semisomma dos tempos d'elles.

A falta de equidistancia entre os fios correspondentes e o do meio exige uma correcção de que logo tractaremos.

Exemplo: No dia 6 de fevereiro de 1864, a observação da passagem meridiana do sol deu os seguintes resultados:

⊙	1	2	3	4	5	6	7	Meio ou $\frac{\Sigma}{14}$
Entr.	1	16	31	$20^h\,42^m\,45^s$	0,5	16	30	
Sah.	46	31	16	45 1	45,5	31	16	
S	47	47	47	.87 46	46	47	46	$20^h 43^m 53^s,29$

E porque o tempo sideral ao meio dia verdadeiro era $21^h\ 18^m\ 1^s,53$, o relogio estava atrazado de $21^h\ 18^m\ 1^s,54 - 20^h\ 43^m\ 53^s,29 = 34^m\ 8^s,25$ sôbre este tempo.

101. Nas observações nocturnas, sendo vasados o braço horizontal e a columna de pedra na direcção d'elle, illumina-se o reticulo por uma luz, fronteira á extremidade d'esse braço, cujos raios, batendo em um espelho inclinado de 45° ao eixo do oculo, são reflectidos para o reticulo. E para que se vejam bem ao mesmo tempo o astro e o reticulo, põe-se na direcção do braço, entre o foco luminoso e o espelho, um corpo de forma tal que pela sua rotação gradúe a intensidade da luz, tomando posições nas quaes deixe passar maior ou menor porção d'ella.

IX

Uso do oculo meridiano para conhecer o andamento dos relogios

102. Estando horizontal o eixo de rotação, e bem regulado o eixo optico, se dirigirmos o oculo para qualquer estrella em noites successisivas, acharemos que os intervallos das passagens consecutivas dados por um bom relogio, são eguaes entre si, e aos das passagens consecutivas das outras estrellas.

'Nestas observações deve evitar-se o effeito da refracção, dispondo o reticulo de modo que os fios, onde se tomam as passagens, sejam parallelos ao plano vertical.

Mas, para que o isochronismo seja perfeito, é necessario applicar aos intervallos das passagens as correcções da variação da precessão, da *nutação* e da *aberração*, cujas leis adiante estudaremos, e que podem elevar-se a meio segundo de tempo, assim como a dos pequenos movimentos proprios das estrellas.

É necessario para o mesmo fim não usar das passagens d'estrellas muito proximas do polo; porque estas atravessam tão lentamente o campo do oculo, que é muito difficil apreciar bem os instantes em que estão nos planos visuaes dos eixos dos fios.

103. A respeito dos astros, que teem movimentos proprios consideraveis no intervallo das observações, não se dá este isochronismo; mas, quando estudarmos as leis d'aquelles movimentos, veremos que, se os intervallos das passagens se corrigissem do effeito d'elles, ainda subsistiria o mesmo isochronismo. O que confirma a generalidade e egualdade das revoluções diurnas dos corpos celestes.

104. A revolução diurna das estrellas, correcta da influencia da precessão, da nutação, da aberração, e do movimento proprio, dá para a medida do tempo a unidade mais perfeita que se tem achado; e que reune as vantagens: de ser commum o seu typo para toda a terra; de differir pouco da usualmente empregada, como adiante veremos; e de ser inalteravel, como se tem mostrado por considerações theoricas, e pela comparação das observações antigas com as modernas (Mec. *Poissan*, n.^{os} 441, 442 e 443).

A esta unidade vamos referir todos os relogios astronomicos, os quaes, seja qual for o seu andamento, sempre se podem comparar com a *pendula sideral*, exactamente regulada pela revolução das fixas.

105. A comparação das passagens successivas d'uma estrella mostra se são eguaes as revoluções completas do relogio.

Para verificar que o andamento do relogio é uniforme durante cada revolução, comparemos entre si os intervallos das passagens de duas estrellas. Se forem τ, τ_1 as duas passagens consecutivas d'uma, em tempo do relogio que não regula exactamente pelo tempo sideral; τ', τ'_1, as duas passagens consecutivas da outra; r, r' os retardamentos do relogio sôbre a revolução sideral durante os intervallos $\tau - \tau_1$ $\tau' - \tau'_1$; e R esta revolução expressa em oscillações da pendula sideral, teremos:

$$\tau - \tau_1 = \mathrm{R} - r, \; \tau' - \tau'_1 = \mathrm{R} - r', \; \tau'_1 - \tau_1 = \tau' - \tau + r' - r.$$

Portanto, se a velocidade do ponteiro do relogio for a mesma, nos espaços que elle tem de percorrer nas partes do mostrador onde se acha durante os intervallos $\tau' - \tau'_1$, $\tau - \tau_1$, será $r = r'$, e $\tau'_1 - \tau_1 = \tau' - \tau$. D'onde resulta que, se observando as passagens de muitas estrellas que têem logar a differentes horas, forem eguaes os intervallos d'ellas, comcomparadas duas a duas, aos das passagens no dia seguinte, deveremos concluir que o andamento é bom durante o tempo que comprehendem estas passagens.

106. Quando o relogio retarda ou adianta consideravelmente sôbre o tempo sideral, encurta-se ou alonga-se a pendula. Mas, tendo-o assim approximado do andamento sideral, melhor será depois corrigir pelo calculo os tempos d'elle, quando ainda restar uma pequena retardação ou acceleração.

Supponhamos que o retardamento sôbre a revolução sideral é r, isto é, que durante uma revolução das estrellas, a pendula faz $86400 - r$ oscillações. O tempo t, referido ao dia sideral como unidade, é

$$\frac{t}{86400 - r},$$

onde t e r são numeros de oscillações da pendula; por conseguinte o mesmo tempo expresso em segundos sideraes é

$$\frac{t \,.\, 86400''}{86400 - r} = t'' + \frac{r \,.\, t''}{86400 - r}.$$

Se o relogio se tinha acertado n dias antes da observação, o tempo d'elle contado desde esse dia é $n \,.\, 86400 + t$; o que substituido por t na expressão precedente dá (*a*)

$$n^d + t'' + \frac{r\,(n \,.\, 86400'' + t'')}{86400 - r} = n^d + t'' + nr'' + \frac{r\,(t'' + nr'')}{86400 - r}.$$

Emfim, se n dias antes da observação o relogio não se acertou pelo tempo sideral, mas se conheceu que o seu atrazo sôbre este tempo era R, o tempo sideral correspondente ao do relogio será

$$n^d + \mathrm{R} + nr'' + t'' + \frac{r\,(t'' + \mathrm{R} + nr'')}{86400 - r};$$

(*a*) O mesmo se póde achar do modo seguinte:

Como a retardação em n dias é nr, estes n dias dão o ponteiro do relogio atrazado nr a respeito das n revoluções completas; e por isso a correcção do tempo t deve ser toda a pertencente a $t + nr$: o que dá, a contar do último meio dia, o tempo correcto

$$t'' + nr'' + \frac{r\,(t'' + nr'')}{86400 - r};$$

ou, a contar desde que se acertou o relogio,

$$n^d + t'' + nr'' + \frac{r\,(t'' + nr'')}{86400 - r}.$$

ou, proximamente $$=n^d+\mathrm{R}+nr''+t''+\frac{r\,(t''+\mathrm{R})}{86400-r'}$$

se n não for muito grande.

O estado de atrazo ou adiantamento R, em que se acha a pendula em um dado instante, chama-se o seu *estado absoluto* nesse instante.

Tambem advertiremos que este modo de regular os relogios não exige orientação do oculo meridiano; e por isso não ha petição de principio no que se disse no n.º 99.

Como o instante da passagem por um fio do reticulo se aprecia tanto melhor quanto mais rapida ella é, convem para regular os relogios usar das estrellas mais proximas do equador (n.º 102).

———

Correcções do oculo meridiano

107. Como a bondade dos resultados das observações feitas com o oculo meridiano exige que o instrumento, e as suas diversas partes, estejam dispostos com a maior exactidão, é necessario proceder 'nisto escrupulosamente.

Mas em vez de levar as tentativas até o ponto de conseguir a perfeição na horizontalidade do eixo de rotação, na perpendicularidade d'este ao eixo optico, e na orientação, a que raras vezes se poderá chegar, basta obter mecanicamente a approximação necessaria para depois corrigir sem difficuldade pelo calculo os effeitos dos pequenos erros que ainda restarem.

108. *Erro de nivel.* Segundo o que dissemos nos n.^{os} 50 e 53, voltando-se o observador para o braço de rotação, de modo que lhe fique á direita a extremidade *occidental* d'este braço, chamemos D, E, as leituras direita e esquerda do nivel. Trocando depois as extremidades do nivel, e acompanhando-as o observador de modo que fiquem á sua direita e á sua esquerda as mesmas extremidades physicas que antes ficavam, sejam D′, E′, as novas leituras direita e esquerda. Teremos:

Elev. da extr. *occid.* do eixo, $$L=\frac{D-E-(D'-E')}{4}\ldots\ldots(1).$$

Se esta quantidade sahir negativa, representará o abatimento da mesma extremidade.

109. *Erro de collimação.* No caso de se poder avaliar o angulo subtendido pelo espaço que descreve a projecção do eixo optico sôbre uma marca perpendicular á sua direcção, quando se invertem as extremidades do braço, será a collimação metade d'esse angulo. É o que acontece se ha um fio cursor vertical movido por um parafuso micrometrico.

O seguinte processo é muito bom:

Tomada a passagem d'uma estrella pelos fios que precedem o eixo optico ideal, inverta-se o braço de rotação de sorte que os mesmos fios sejam precedidos por aquelle eixo, e continuando a observação, tomem-se as novas passagens 'nestes fios.

Supponhamos que o eixo ideal (Fig. 34) não é o quarto fio, mas sim *a*; tomando então, como acabamos de dizer, o tempo t da passagem por um dos quatro primeiros fios na primeira posição do braço, depois o tempo t' da passagem pelo mesmo fio na segunda posição do braço, e chamando i o intervallo entre as passagens por este fio e pelo quarto, será

$$\text{Err. de collim. para } oriente, \quad C = \frac{15\,(t'-t-2i)\,\text{sen}\,\Delta}{2} \ldots\ldots (2);$$

onde a multiplicação por sen Δ serve de reduzir o arco de parallelo a arco de circulo maximo, como veremos.

Se C sahir negativo, representará o erro de collimação do fio do meio para occidente do ideal.

110. *Erro de azimuth.* No caso de se poder avaliar, por um fio cursor, o angulo que subtende o espaço comprehendido, na marca vertical meridiana, entre a projecção meridiana do eixo e a projecção actual, será esse angulo o desvio azimuthal. Mas é muito bom o seguinte processo.

Sendo PZS$=$A (Fig. 35) o desvio azimuthal do oculo, o triangulo ZPS dá

$$\cos D \cos \delta P = \text{sen}\, D \cot \Delta - \text{sen}\,\delta P \cot A;$$

ou, desprezando as quantidades δP^2 e δA^2,

A não é nunca negativo

$$\delta P = \frac{A\ \text{sen}\,(D-\Delta)}{\text{sen}\,\Delta}.$$

111. Seja θ_1 o tempo sideral da passagem meridiana d'uma estrella;

t_1 o tempo da observação dado pelo relogio; τ o atrazo absoluto do relogio sôbre o tempo sideral, no instante d'ella; e r a sua retardação diurna: tudo em horas. Suppondo δP oriental, será

$$\theta_1 = t_1 + \tau + \frac{A}{15} \frac{\text{sen}\,(D - \Delta_1)}{\text{sen}\,\Delta_1}.$$

A passagem d'outra estrella dará similhantemente:

$$\theta_2 = t_2 + \tau + \frac{r\,(t_2 - t_1)}{24 - r} + \frac{A}{15} \frac{\text{sen}\,(D - \Delta_2)}{\text{sen}\,\Delta_2}.$$

E como é
$$\theta_2 - \theta_1 = AR_2 \star - AR_1 \star,$$

estas equações dão emfim

Desvio da extremidade norte do oculo para *oriente:*

$$A = 15\left[t_2 - t + \frac{r\,(t_2 - t_1)}{24^h - r} - (AR\star_2 - AR_1\star)\right] . \frac{\text{sen}\,\Delta_2\,\text{sen}\,\Delta_1}{\text{sen}\,D\,\text{sen}\,(\Delta_2 - \Delta_1)}\;(3).$$ É mais conveniente.

Onde se vê que as estrellas mais proprias para a determinação de A são aquellas nas quaes as distancias polares Δ_2, Δ_1, differem entre si perto de 90°, e uma d'ellas é muito pequena. Por isso convem que uma das estrellas seja proxima do pólo.

112. É muito propria para o mesmo fim a observação das passagens meridianas, superior e inferior, d'uma estrella circumpolar, por exemplo, de α da Ursa menor. Como na passagem inferior a distancia polar é $360^\circ - \Delta_2$, torna-se então a fórmula (3) em:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Desvio da extremidade norte do oculo para } \textit{oriente:} \\ A = 15\left[t_2 - t_1 + \frac{r(t_2 - t_1)}{24^h - r} - (AR_2 \star - AR_1 \star)\right]\frac{\text{sen}\,\Delta_2\,\text{sen}\,\Delta_1}{\text{sen}\,D\,\text{sen}\,(\Delta_2 + \Delta_1)} \ldots (4).\end{array}\right.$$

Esta fórmula suppõe que a primeira passagem observada é a superior. Quando fôr a inferior, mudar-se-ha o signal do segundo membro

Correcção da passagem.

113. Supponhamos (Fig. 36) que a perpendicular ao eixo de rotação encontra a esphera celeste em Z', e não no zenith Z, isto é, que $ZZ' = L$ é o erro do nivel. Como o plano de ZZ' é perpendicular á meridiana, o ponto H do horizonte é pólo d'este arco; e por isso, quando se observa uma estrella S, o triangulo PSH dá

$$-\cos\delta'P\,\text{sen}\,D = \cos D\cot\Delta - \text{sen}\,\delta'P\cot L,$$

ou, desprezando δP^2 e L^2,

$$\delta'P = \frac{L\cos(D - \Delta)}{\text{sen}\,\Delta}.$$

O erro de collimação, transportado ao parallello da estrella, dá

$$\delta''P = \frac{C}{15 \operatorname{sen} \Delta}.$$

Em fim (n.º 110) o erro d'azimuth dá

$$\delta'''P = \frac{A}{15} \frac{\operatorname{sen}(D - \Delta)}{\operatorname{sen} \Delta}.$$

Reunindo as tres correcções $\delta'P$, $\delta''P$, $\delta'''P$, teremos a correcção total devida aos erros de nivel, de collimação, e d'azimuth; e, se conhecermos tambem o atrazo absoluto τ do relogio no instante t da observação, o tempo da passagem meridiana de qualquer estrella correcto será:

$$\theta = t + \tau + \frac{L}{15} \frac{\cos(D - \Delta)}{\operatorname{sen} \Delta} + \frac{C}{15 \operatorname{sen} \Delta} + \frac{A}{15} \frac{\operatorname{sen}(D - \Delta)}{\operatorname{sen} \Delta} \ldots (5).$$

114. Ordinariamente corrigem-se os tempos das passagens do effeito da aberração devida ao movimento diurno da terra, de que adiante tractaremos; de sorte que as ascensões rectas apparentes deduzidas d'elles são affectas sómente da precessão, da nutação, e da aberração devida ao movimento annuo da terra.

$A = \pm \frac{0'',3084 \operatorname{sen} D}{\cos \delta \sqrt{1 - C^2 \cos D}}$

Adoptando o coefficieute de Bessel (Tab. Reg. pag. XII), serve ainda a fórmula (5) para obter a passagem meridiana superior das estrellas tambem correcta da aberração diurna, usando 'nella de $C' = C - 0'',3090 \operatorname{sen} D$, *
em logar de C.

* P.a a latitude de Coimbra $C' = C \mp 0'',2360$.
O signal − para as passagens superiores;
" + " " inferiores.

X

Do quadrante de Troughton.

115. O *quadrante de Troughton* é um quarto de circulo de grande raio, fixo a uma forte columna vertical, cuja extremidade inferior conica encaixa em um pedestal terminado em tres pés, e sustentado por um alicerce firme. Mais acima a columna atravessa o tôpo annular do mesmo pedestal; podendo assim girar dentro d'este, e transportar comsigo um prato azimuthal, cujas divisões passam por dentro das d'um círculo concentrico fixo 'naquelle tôpo.

Na columna está fixo um nivel de bolha d'ar, que indica a sua verticalidade; e nos tres pés do pedestal ha parafusos que servem para a levar a esse estado combinando os seus movimentos com os dos parafusos do nivel (n.º 52).

A verticalidade do quarto de círculo, e a da recta que passa pelo centro e pela extremidade da graduação correspondente ao zenith, são indicadas por um prumo; o qual, pendente d'um ponto proximo da extremidade superior do eixo, deve rasar e cubrir outro ponto inferior, que determina com o primeiro uma recta parallela áquella e ao plano do quarto de círculo.

Finalmente um *oculo de prova* assentado na parte superior do instrumento, ou a simultaneidade das passagens d'uma estrella muito proxima do zenith pelo quadrante e pelo oculo meridiano, servem para indicar a boa direcção do eixo optico (*a*).

O limbo tem duas divisões, uma interior de graus e subdivisões do

(*a*) O *oculo de prova* é um oculo ordinario, que encaixa em duas virolas de faces parallelas, e tem no foco um reticulo composto de dois fios encruzados. O seu eixo optico regula-se fazendo-o assentar successivamente sôbre duas faces oppostas, o que produz o mesmo effeito que a inversão do braço horizontal do oculo meridiano.

grau, outra exterior de 96 partes e subdivisões d'ellas, que facilmente se reduzem ás do grau (*a*). O nonio tem um micrometro para avaliar partes ainda mais pequenas (n.º 43).

116. Colloca-se o instrumento na direcção do meridiano enfiando pelo eixo optico o centro d'uma marca meridiana. Póde servir para isso a marca onde se projecta o eixo optico do instrumento das passagens, se o centro d'esta marca está a tão grande distancia que é insensivel o angulo pelo qual se veriam d'elle os dois instrumentos; e se não acontecer assim, poderá tomar-se, a partir d'aquelle centro e na direcção este-oeste, uma distancia egual á das meridianas que passam pelos dois instrumentos, e collocar-se ahi outra marca que servirá para orientar o quadrante.

Quando não houver marca meridiana, que pela sua boa collocação e grande distancia mereça confiança, pôr-se-ha o quadrante em direcção tal que sejam simultaneas as passagens d'uma estrella, distante do zenith, por elle e pelo oculo meridiano.

117. Para achar a distancia do zero do nonio ao ponto onde a recta, tirada pelo centro de rotação parallelamente ao eixo optico, encontraria a graduação, isto é, para achar o que marca o nonio quando a altura é nulla, e que se chama *erro de index:* observaremos em uma noite a distancia zenital d'uma estrella tão proxima do zenith, que esta distancia seja inferior a um supplemento de poucos graus que o limbo tem além do quadrante; e dando ao instrumento um movimento azimuthal de 180°, repetiremos na noite seguinte a mesma observação, na qual o ocular ficará 'naquelle supplemento.

Sejam $HN = A'$ (Fig. 37), $HN' = A''$ as alturas lidas nas duas observações, e $ON = c$ o erro de index. É claro que, suppondo a face do limbo voltada para a parte anterior da figura, ficará na segunda observação voltada para a parte posterior; de sorte que, virando-se o observador sempre para o limbo, ficará em uma das observações o ponto O á direita da vertical, e na outra á esquerda: por conseguinte, se em uma das observações ficar O entre V e N, na outra ficará N entre V e O, ou V entre O e N.

Chamando pois A a altura HO, serão:

$$A' = A - c, \quad A'' = A + c;$$

(*a*) Juncta á Ephemeride de 1805 ha uma tabella de reducção das partes d'uma das divisões ás da outra.

e por conseguinte $A = \frac{A' + A''}{2}$, $c = \frac{A'' - A'}{2}$.

A segunda d'estas expressões é o erro de index, que se applicará ás alturas lidas com o signal que tiver.

118. Collocado o quadrante na posição vertical e na direcção do meridiano, regulado o eixo optico, e achado o erro de index, pelos processos ensinados nos números precedentes; se, dirigindo o oculo para as estrellas circumpolares, tomarmos as alturas d'ellas nas passagens superiores e nas inferiores, e applicarmos a estas alturas as correcções da refracção, da aberração e da nutação, acharemos que, para cada logar, é a mesma a sua semisomma, ainda mais exactamente do que pelo quarto de circulo (n.º 75).

Portanto o eixo de rotação da esphera celeste passa pelo observador. E como se obtem o mesmo resultado em qualquer logar da terra, seguese que as distancias entre os pontos da superficie terrestre se devem considerar como infinitamente pequenas relativamente ás distancias das estrellas á terra, e o eixo de rotação da esphera celeste como passando pelo centro da terra.

119. Na observação das distancias zenithaes é necessario attender á espessura do fio horizontal do reticulo, e, além d'isso, ao diametro do astro, se é sensivel.

Attende-se ao diametro do astro tomando o contacto de um dos seus bordos, o superior ou o inferior, um pouco antes da passagem meridiana, e o do outro bordo um pouco depois; para que na semisomma d'estas distancias desappareça a influencia do semidiametro, e para que sejam ambas sensivelmente eguaes ás distancias meridianas dos mesmos bordos, ou careçam apenas de pequenas correcções para se reduzirem a ellas. E attende-se á espessura do fio combinando os contactos com elle de modo que a espessura desappareça dos resultados; ou calculando o semidiametro apparente do fio, e corrigindo as distancias zenithaes do effeito d'elle.

Designemos: pelos indices S, I, postos superiormente os contactos dos bordos superior e inferior do astro; pelos indices *s*, *i*, postos inferiormente os toques nas partes superior e inferior do fio; por L acompanhados de indices as distancias lidas do meio do fio ao zenith; por z acompanhados de indices postos superiormente as distancias zenithaes dos dois bordos; por z sem indice a distancia zenithal do centro; por e o semidiametro apparente do fio; e por r o do astro. Para os diversos contactos, suppondo-os tomados em quanto não varía a distancia zenithal do astro, temos as equações:

$$z^{(I)}=L^{(I)}_{(s)}-e,\ z^{(I)}=L^{(I)}_{(i)}+e,\ z^{(S)}=L^{(S)}_{(s)}-e,\ z^{(S)}=L^{(S)}_{(i)}+e.$$

$$z=z^{(I)}-r,\ z=z^{(S)}+r,$$

das quaes se deduz:

$$z=\frac{z^{(I)}+z^{(S)}}{2}=\frac{L^{(I)}_{(s)}+L^{(S)}_{(i)}}{2}=\frac{L^{(I)}_{(i)}+L^{(S)}_{(s)}}{2},$$

$$e=\frac{L^{(I)}_{(s)}-L^{(I)}_{(i)}}{2}=\frac{L^{(S)}_{(s)}-L^{(S)}_{(i)}}{2},$$

$$r=\frac{L^{(I)}_{(s)}-L^{(S)}_{(s)}}{2}=\frac{L^{(I)}_{(i)}-L^{(S)}_{(i)}}{2}.$$

Assim:

Se combinarmos por somma bordos differentes do astro com bordos differentes do fio, teremos o dobro da distancia zenithal do centro. Se combinarmos por differença o mesmo bordo do astro com bordos differentes do fio, teremos o diametro apparente do fio. Se combinarmos por differença o mesmo bordo do fio com bordos differentes do astro, teremos o diametro apparente do astro.

Para obter e por muitas observações podemos applicar a sua expressão precedente ás distancias zenithaes dos dois bordos d'uma esphera de grande diametro situada a distancia consideravel do observador.

Póde tambem medir-se a parte, que o fio cobre, d'uma marca linear collocada longe do observador perpendicularmente ao mesmo fio e ao eixo optico, e dividir metade d'esta parte pela distancia do observador á marca; o que dá sen e: ou dividir a semi-espessura do fio pela distancia focal, o que dá o mesmo seno. A espessura do fio acha-se enrolando-o em um cylindro de modo que cubra uma parte d'elle, e dividindo o comprimento da parte coberta pelo número de voltas do fio enrolado.

XI

Do circular mural.

120. Com o *quadrante mural* fez Bradley observações que se avantajaram muito em exactidão ás dos observadores que o tinham precedido. Mas depois foi o quadrante substituido pelo *circular mural*, que é o melhor dos instrumentos d'esta classe.

No *circular mural* o eixo de rotação está em um braço curto e grosso, que sustenta o circulo. Este braço está forte e seguramente cravado em um muro cuja face é, ao menos proximamente, parallela ao meridiano; e ha parafuzos proprios para lhe dar pequenos movimentos, a fim de trazer o circulo á posição vertical e á direcção do meridiano.

Quando o circulo gyra á roda do eixo de rotação, transporta o oculo; e as suas divisões passam defronte de seis nonios que formam arcos concentricos ao mesmo circulo, dispostos a distancias eguaes uns dos outros em volta d'elle, e ligados firmemente ao muro.

O oculo tambem se póde mover sôbre o plano do circulo, de modo que o seu eixo corresponda successivamente a todas as divisões d'elle.

O reticulo costuma ter fios verticaes parallelos ao do meio, e perpendiculares a um horizontal. Parallelamente a este ha outro, movel por um parafuzo cujo micrometro indica a quantidade do seu movimento.

121. A verticalidade do circulo verifica-se com cuidado por um prumo, ao qual se póde applicar um systema de repetição similhante ao exposto no n.º 57.

O parallelismo do eixo optico ao plano do limbo e ao meridiano verificam-se respectivamente, como se disse nos n.os 115 e 116, pela simultaneidade das passagens, no vertical d'elle e no oculo meridiano, d'uma estrella muito proxima do zenith, e d'outra muito proxima do horizonte. Ainda que 'nesta verificação haja algum pequeno erro, a sua influencia nas distancias zenithaes é quasi sempre muito pequena, como logo veremos.

O erro de index, que é de grande importancia, póde determinar-se, como d'antes se fazia para o quadrante mural, pela comparação da distancia zenithal d'uma estrella proxima do zenith, tomada com um *sector zenithal* de que abaixo tractaremos, ou transportada d'outro observatorio, com a distancia zenithal da mesma estrella tomada com o circular mural. Mas usa-se mais para esse fim d'um systema de observação em que se tomam, e se reduzem á mesma epocha, as distancias zenithaes, da imagem directa d'um astro, e da sua imagem formada pela reflexão em um banho de mercurio: como vamos vêr.

122. Supponhamos que o zero d'um nonio fixo corresponde á divisão μ, quando o eixo optico se dirige para o zenith. μ é o que 'neste instrumento se chama *erro de collimação*, ou *erro de index*, ou *index do ponto zenithal.*

Segundo for necessario, para enfiar um astro, mover o circulo no sentido directo ou no retrogado relativamente ás suas divisões, assim estas irão passando successivamente pelo nonio no sentido retrogrado ou no directo. Chamando pois z a distancia zenital do astro, e D a indicação do nonio quando se observa a imagem directa; e suppondo que o circulo se move no sentido retrogrado: é

$$D=\mu+z.$$

O signal de z mudará, se o circulo se mover no sentido directo.

Quando se observa a imagem reflectida, esta imagem fica tanto abaixo do horizonte, quanto a directa está a cima d'elle; porque, sendo a distancia do objectivo do oculo ao banho de mercurio insensivel relativamente á distancia do astro, dois raios que partirem d'um ponto do astro, um para entrar directamente no oculo, outro para ser reflectido no banho de mercurio, devem considerar-se como parallelos. Assim a distancia da imagem reflectida ao nadir é egual á distancia z' do astro ao zenith, e por conseguinte a indicação do nonio é então

$$R=\mu+180°-z'.$$

123. No caso de serem as observações simultaneas, ou de se reduzirem á simultaneidade pelas correcções de que logo fallaremos, é $z=z'$; e as equações precedentes dão

$$\mu = \frac{D+R}{2} - 90^\circ.$$

124. No caso de serem $z=180^\circ$ e $z'=0$ nas expressões de D e R do n.° 122, o que terá logar quando se observar a coincidencia das imagens directa e reflectida do fio transverso, isto é, quando se observarem o nadir directamente e o zenith pela reflexão, será:

$$D = 180^\circ + \mu = R, \text{ ou } \mu = D - 180^\circ.$$

125. Como não podem ser simultaneas as duas observações do astro, que devem dar μ pela fórmula do n.° 123, procede-se do modo seguinte:

Suppondo que se conhecem proximamente a distancia zenithal meridiana do astro e o erro de index, move-se o círculo até que a direcção do oculo corresponda quasi ao supplemento d'aquella distancia, e lêem-se com cuidado os nonios: então espera-se que a imagem reflectida do astro entre no campo do oculo; quando ella entra, move-se, por meio do parafuzo micrometrico, o fio horizontal movel até tocar um dos bordos, superior ou inferior, um pouco antes da passagem meridiana; e lê-se depois opportunamente a quantidade d'este movimento, que se ajuncta á distancia zenithal resultante da leitura dos nonios. Feita esta observação move-se o limbo para observar a imagem directa, e fazer tocar pelo fio horizontal o bordo d'ella, de denominação contrária ao observado da imagem reflectida; e conseguido isso, lêem-se tambem as respectivas indicações dos nonios.

D'este modo de observar as duas passagens resultam dois erros, de que logo tractaremos: o primeiro, por ser a observação feita fóra do fio do meio, ou do fio que está parallelo ao plano do círculo; o segundo, por não ser meridiana a distancia observada.

126. O número μ póde determinar-se, sem intervenção do fio micrometrico, por observações simultaneas do mesmo astro feitas por dois