TRATADO

DOS

PRINCIPIOS D'ARITHMETICA,

Segundo o methodo de Pestalozzi:

COM

NUMEROSOS EXEMPLOS SOBRE TODAS AS REGRAS ESSENCIAES;

OBRA DESIGNADA

Para uso dos Professores e Alumnos das Escholas d'Instrucção Primaria.

POR

M.R T. TATE,

PROFESSOR DE MATHEMATICA E AUTHOR DE DIVERSAS OBRAS ELEMENTARES &c.

TRADUZIDA DO INGLEZ,

AUGMENTADA E ADAPTADA AOS USOS DO NOSSO PAIZ

Por José Ramos Paz,

Antigo Alumno da Academia Polytechnica do Porto, e Professor particular d'Instrucção secundaria em Vianna do Castello &c.

Approvada pelo Conselho Superior de Instrucção Publica.

SEGUNDA EDIÇÃO

Cuidadosamente corrigida, augmentada com a exposição do SYSTEMA METRICO, e uma BREVE INTRODUCÇÃO Á ESCRIPTURAÇÃO COMMERCIAL.

PORTO,

NA TYPOGRAPHIA DE SEBASTIÃO JOSÉ PEREIRA,

Praça de Sancta Thereza, n.os 28 a 30.

1855.

ANNUNCIO.

Novo Methodo para aprender a lêr, por José Ramos Paz, antigo alumno da Academia Polytechnica do Porto. Esta obra foi approvada pelo Conselho Superior d'Instrucção Publica em sessão de 8 d'Outubro de 1852.

Preço . . . . 60 *rs.*

ORDEM DO ALPHABETO.

. . . . du connu à l'inconnu.

Obrigar um menino a estudar todos os caracteres *maiusculos* e *minusculos* do Alphabeto, sem que conheça alguma cousa do seu uso, é de certo um dos maiores obstaculos que se podem oppôr ao seu progresso: todavia esta difficuldade é desnecessaria em quanto aos caracteres *maiusculos*, porque não são indispensaveis para a leitura: assim o seu estudo é adiado para quando o menino tem adquirido sufficiente prática de lêr nomes compostos de caracteres minusculos: e ainda então se não deve exigir que os estude perfeitamente; basta que vá adquirindo o seu conhecimento á maneira que os encontrar. Este methodo não é novo: Jacotot ensinava os seus discipulos a lêr sem que tivessem adquirido préviamente o conhecimento do Alphabeto.

Sendo mais facil adquirir o conhecimento e uso de poucos caracteres do que de muitos, dividiu-se o Alphabeto em secções, cada uma das quaes é acompanhada de syllabas e exercicios adequados, para que o menino adquira progressivamente o habito de fazer uso d'elles: este systema exigia que o conhecimento das vogaes precedesse o das consoantes, aliás tornava-se quasi inexequivel; não se duvidou fazer esta alteração, porque a ordem dos caracteres é indifferente, e a actual não é de certo a que offerece mais vantagens.

Vianna, 20 de Março de 1852.

PREFACIO DA PRIMEIRA EDIÇÃO DO PORTO.

Segnius irritant animos demissa per aurem
Quam quæ sunt oculis subjecta fidelibus.

(Horacio).

A necessidade de uma Arithmetica, que possa ser entendida por todos os leitores, é bem conhecida para demorar-me em demonstral-a: nas nossas Escholas dá-se geralmente tão pouca attenção á prática, que os alumnos, quando as deixam, sabem fazer apenas algumas operações sobre numeros abstractos, achando-se embaraçados com os calculos ainda os mais simples; a theoria é tão pouco conhecida que nunca ouvem articúlar a palavra — *demonstração.* — Para obviar estes inconvenientes, tinha formado um plano d'Arithmetica que fosse mais prático que theorico, sem todavia prescindir de demonstrações ao alcance das faculdades intellectuaes dos jovens alumnos, a quem era destinada, quando me chegaram á mão = *Os Principios d'Arithmetica de Mr. T. Tate* = (7.ª edição, 1849). Fiquei surprehendido, vendo desenvolvido o plano, que havia imaginado, e desenvolvido tão magistralmente, que me tirava a esperança de poder egualar o sabio Professor. Abandonei o desenvolvimento dos meus principios, e sacrifiquei-me a augmentar o já crescido numero de traductores. Se attingir o fim que me propuz, dar-me-hei por amplamente recompensado do meu trabalho.

* * *

PREFACIO DA SEGUNDA EDIÇÃO DO PORTO.

O FAVOR com que alguns Professores receberam a primeira edição d'esta obra, animou-me a publicar segunda. Não poupei esforços para que ella continuasse a merecer a sua approvação, já corrigindo os erros typographicos e de calculo, que em numero bastante crescido se haviam introduzido na primeira, já augmentando-a com a exposição do systema metrico, que deve ser explicado em todas as Escholas primarias.

Na primeira edição, cedendo aos usos do nosso paiz, alterei a ordem das materias; porém as minhas experiencias no ensino, e as de mais alguem habilitaram-me a fazer a devida justiça a Mr. *T. Tate*, já tão experiente no ensino da Arithmetica pelo *methodo de Pestalozzi*, que elle teve a gloria d'introduzir e vêr propagado na Gran-Bretanha.

Não posso deixar d'agradecer n'este lugar ao meu respeitavel Mestre e amigo, o Ill.^mo Snr. Antonio Luiz Soares, Lente de Mathematica na Academia Polytechnica do Porto, os valiosos conselhos que se dignou prestar-me, e de que muito me aproveitei.

A *Introducção á Escripturação Commercial* não é mais que uma tentativa para chamar a attenção sobre uma disciplina, que, não obstante ser necessaria em todas as circumstancias, é quasi desconhecida nas nossas Escholas.

Vianna do Castello, 1.º de Setembro de 1855.

J. Ramos Paz.

PREFACIO DO AUTHOR.

Esta pequena obra é destinada para habilitar os Professores e alumnos das Escholas d'Instrucção primaria, com demonstrações simples e concisas, porém bastante rigorosas, das mais uteis regras d'Arithmetica. As regras seguem-se em ordem logica, não se exigindo a resolução d'um problema, sem que se tenha dado a razão do mesmo. Ainda que a consideração dos principios abstractos não tem sido despresada, os methodos de prova são strictamente syntheticos, e sempre adequados ás faculdades intellectuaes de meninos. O Professor deve ter todo o cuidado de dar na taboa (*) a demonstração das regras, antes de exigir a resolução de problemas que dependem d'ellas.

Se tivermos por fim uma destreza mechanica dos algarismos, independente dos meios por que é obtida, de-

(*) Nas Escholas primarias do nosso paiz é muito pouco conhecido o uso da *taboa preta* para demonstrações. É pois a *taboa preta* uma taboa pintada de preto, onde se escreve com giz; deve estar collocada em parte que seja visivel por todos os alumnos: é muito util o seu uso, porque uma demonstração serve para todos os alumnos.

(Nota do Traductor).

vemos reconhecer que o methodo dogmatico é o mais facil e breve meio de ensinar: porém se ao contrario considerarmos a Arithmetica, desde os seus Principios, como um importante agente da cultura mental, e como a base d'uma mais alta educação, — então a superioridade do methodo intellectual ou demonstrativo deve ser admittida por todo bem intencionado educador.

Sendo preciso que o alumno tenha algum conhecimento da multiplicação e divisão para comprehender bem a numeração, o Author dá algumas operações e propriedades elementares dos numeros no principio da obra. Uma devida attenção aos exercicios sobre a numeração tornará muitas das seguintes demonstrações comparativamente faceis. O plano d'ensinar as regras compostas por meio das simples, — além de dar simplicidade e belleza ao assumpto — tem o poderoso direito da utilidade para o recommendar; porque na actual condição da sociedade, acontece muitas vezes que os filhos dos pobres teem de deixar a Eschola sem terem aprendido as quatro operações sobre numeros abstractos, que certamente são menos uteis que os calculos faceis sobre questões pelo dinheiro, pêsos e medidas. Os methodos de resolver as questões pelas Regras de Tres são simples, e strictamente demonstrativos, e além d'isso muito bem formados para attrahir a attenção dos meninos: a fórma dada para a extracção da Raiz cubica é facil e prática.

INDICE.

ERRATAS.

Pag.	Linhas	Erros	Emendas
22	25	20	28
41	4	3460	3450
98	9	0,4545 »	0,4545 palmos

TABOA

DOS

PESOS, MEDIDAS, E MOEDAS.

Pesos para o uso commum.

72 grãos (*gr.*) . . . . 1 oitava (*oit.*)
8 oit. . . . . 1 onça (*onç.*)
16 onç. . . . . 1 arratel, ou libra (℔)
32 ℔ . . . . 1 arroba (@)
4 @. . . . . 1 quintal (*qt.*)
13½ qt. . . . . 1 TONELADA. (*Ton.*)

1 Ton. = 13½ qt. = 54 @ = 1728 ℔ = 27648 onç. = 221184 oit. = 15925248 gr.
1 » = 4 » = 128 » = 2048 » = 16384 » = 1179648 »
1 » = 32 » = 512 » = 4096 » = 294912 »
1 » = 16 » = 128 » = 9216 »
1 » = 8 » = 576 »
1 » = 72 »

Para as Boticas.

24 grãos . . . . 1 escropulo (*escrop.*)
3 escrop. . . . . 1 drachma (*drach.*)
8 drach. . . . . 1 onç.
12 onç. . . . . 1 ℔

1 ℔ = 12 onç. = 96 drachmas ou oit. = 288 escrop. = 6912 gr.
1 » = 8 » » » = 24 » = 576 »
1 » » » = 3 » = 72 »
1 » = 24 »

Para Ouro e Prata.

72 grãos . . . . 1 oit. ou 3 escrop.
8 oit. . . . . 1 onç.
8 onç. . . . . 1 MARCO.

1 Marco = 8 onç. = 64 oitavas = 4608 gr.
1 » = 8 » = 576 »
1 » = 72 »

Para Diamantes.

4 gr.	1 quilate.
6 quilates.	1 escrop.
3 escrop.	1 oitava.
8 oitavas	1 onça.

1 onça	=	8 oit.	=	24 escrop.	=	144 quilates	=	576 gr.
		1 »	=	3 »	=	18 »	=	72 »
				1 »	=	6 »	=	24 »
						1 »	=	4 »

Medidas de comprimento.

12 pontos	1 linha	Estas medidas são empregadas para medir madeiras, obras &c.
12 linhas	1 pollegada	
8 pollegadas	1 palmo	
10 palmos	1 braça	
5 »	1 vara	para estofos.
3 »	1 covado	

---

12 pollegadas	1 pé	Medidas itinerarias.
5 pés	1 passo	
1000 passos	1 milha	
3 milhas	1 LEGOA	
18 legoas	1 gráo	

1 gráo	=	18 legoas	=	54 milhas	=	54000 passos	=	270000 pés
		1 »	=	3 »	=	3000 »	=	15000 »
				1 »	=	1000 »	=	5000 »
						1 »	=	5 »

Medidas de superficie.

64 pollegadas quadradas	= 1 palmo quadrado.
25 palmos q.	= 1 vara q.
4 v. q.	= 1 BRAÇA q.

1 BRAÇA q.	=	4 v. q.	=	100 palm. q.	=	6400 polleg. q.
		1 » »	=	25 » »	=	1600 » »
				1 » »	=	64 » »

Medidas para solidos.

512 polleg. cubicas	= 1 palmo cubico.
125 palmos cub.	= 1 vara cub.
8 varas cub.	= 1 BRAÇA cub.

1 Braça cub. = 8 v. c.	= 1000 palm. c.	= 512000 polleg. c.
1 » »	= 125 » »	= 64000 » »
	1 » »	= 512 » »

Medidas de capacidade.

PARA COUSAS SECCAS.

2 selamins	1 maquia.
2 maquias	1 oitava.
2 oit.	1 quarta.
4 quartas	1 alqueire.
4 alqueires	1 fanga.
15 fangas	1 moio = 60 alqueires.

Nas Provincias do Norte 40 alqueires = 1 carro.

1 Moio	=15 fangas	=60 alq.s	=240 quartas	=960 maquias	=&c.
	1 »	= 4 »	= 16 »	= 64 »	= »
		1 »	= 4 »	= 16 »	= »
			1 »	= 4 »	= »
				1 »	= »

1 carro	= 40 alqueires	= 160 quartas	= 640 maquias	= &c.
	1 »	= 4 »	= &c.	

Estas medidas são muito diversas em quanto á *capacidade*, porém constantes nas subdivisões.

PARA LIQUIDOS.

4 quartilhos	1 canada.
12 canadas	1 almude.
25 almudes	1 PIPA (*pp.*)
2 pipas	1 tonel.

1 Tonel	= 2 pp.s	= 50 almudes	= 600 canadas	= 2400 quart.
	1 pp.	= 25 »	= 300 »	= 1200 »
		1 »	= 12 »	= 48 »
			1 »	= 4 »

Estas medidas variam não sómente em quanto á sua *capacidade*, mas tambem em quanto ao numero d'almudes da pipa.

Em Lisboa	1 pp.	25 almudes.
No Porto	»	21 »
Em Vianna	»	20 »
&c.	&c.	&c.

Tempo.

60 segundos (60'')	1 minuto (1')
60'	1 hora.
24 horas	1 dia.
7 dias	1 semana.
4 semanas.	1 mez lunar.
365 dias	1 anno solar.
52 semanas e 1 dia.	1 anno.

O anno tambem se divide em 12 mezes solares, a saber:

Janeiro	31 dias	Julho	31 dias
Fevereiro	28 »	Agosto	31 »
Março	31 »	Setembro	30 »
Abril	30 »	Outubro.	31 »
Maio	31 »	Novembro	30 »
Junho.	30 »	Dezembro	31 »

Fevereiro tem 29 dias nos annos bissextos, ou de 366 dias, o que tem lugar de 4 em 4 annos.

Trinta dias tem Novembro,
Abril, Junho e Septembro,
Vinte e oito terá um,
E os mais trinta e um.

Moedas correntes em Portugal e alguns dos seus Dominios.

A unidade da moeda portugueza é o *Real*, moeda de conta, isto é, imaginaria, mas que antigamente foi real.

As seguintes são unicas moedas que teem circulação legal, segundo a carta de lei de 29 de Julho de 1854.

OURO.

Modernas.		*Antigas.*	
Corôa	10$000 rs.	Peça de 4 oitavas.	8$000 rs.
Meia corôa. . . .	5$000 »	Meia peça	4$000 »
Quinto de corôa.	2$000 »	*Estrangeiras.*	
Decimo de corôa.	1$000 »	Soberano	4$500 »
		Meio soberano . .	2$250 »

PRATA.

Cinco tostões	500 rs.	Um tostão	100 rs.
Dous tostões	200 »	Meio tostão.	50 »

BRONZE.

Dous vintens . . . . 40 rs.

COBRE.

Vintem	20 rs.
Dez reis.	10 »
Cinco reis.	5 »

Continuam em circulação as seguintes moedas:

EM OURO.

Corôa	5$000 rs.
Meia corôa	2$500 »
Quinto de corôa	1$000 »

EM PRATA.

Corôa	1$000 rs.	*Cruzado novo* . . .	480 rs.
Meia corôa	500 »	*Doze vintens* . . .	240 »
Dous tostões	200 »	*Seis vintens*. . . .	120 »
Um tostão	100 »	*Tres vintens*. . . .	60 »
Meio tostão	50 »		

Moedas de Gôa.

OURO	S. Thomé (12 xarafins).	3$600 rs.	fracos
	Meio S. Thomé.	1$800 »	»
PRATA	Rupia, (2 xarafins)	600 rs.	fracos
	Meia rupia	300 »	»

COBRE.

Tanga.	60 rs.	Meio vintem	10 rs.
Meia tanga	30 »	2 rodas	6 »
Vintem, ou 15 basarucos.	20 »	&c. &c.	

A moeda de Gôa é mais fraca que à do Reino 46 p. % pouco mais ou menos, segundo o cambio.

Moedas da Africa Occidental.

PRATA.

2 macutas	100 rs.	8 macutas	400 rs.
4 »	200 »	10 »	500 »
6 »	300 »	12 »	600 »

COBRE.

1 macuta	50 rs.	Quarto de macuta .	12½ rs.
Meia macuta	25 »	Cinco reis	5 »

N. B. As peças d'ouro de 4 oitavas teem em Angola um valor legal de 10$000 reis; porém no commercio teem o valor de 13$000 reis.

A moeda d'Angola é mais fraca que a do Reino 25 p. $\frac{0}{0}$.

TRATADO

DOS

PRINCIPIOS D'ARITHMETICA.

---

1. Curso Preliminar d'Arithmetica.

Antes que os meninos conheçam os algarismos, é util que entendam algumas das mais simples operações dos numeros; por isso logo que saibam contar até vinte objectos, façam-lhes questões semelhantes ás seguintes:

1. Quantos são 2 e 3? (escrevendo na lousa 2 traços e depois 3, || |||).
2. Quantos são 4 e 2 |||| ||?
3. Quantos são 4 e 2? (contando com tentos).
4. Tirando 2 tentos de 5, quantos restam?
5. Achai quantos são 5 e 3? (contando pelos dedos).
6. Ha n'este banco 5 meninos e n'aquelle 3, quantos são 5 e 3?
7. Ha 6 meninos n'este banco, se sahirem 2, quantos restam?
8. Aqui estão 5 tentos e alli estão 4, quantos são 5 e 4?
9. Se de 10 traços tirarmos 3, quantos restam?
10. Levante João 10 dedos, e José levante 2, quantos são 10 e 2?

O Professor, ou monitor deve variar estas questões até que o alumno esteja bem desembaraçado na addição e subtracção dos numeros digitos.

2. Dos symbolos e do seu uso.

$+$ signal d'addição, lê-se *mais*; ex. $3+5$ (3 mais 5).
$-$ „ de subtracção „ *menos*; ex. $5-3$ (5 menos 3).
$\times$ „ de multiplicação „ *multiplicar*; ex. 3×2 (3 a multiplicar por 2)
$\div$ „ de divisão „ *dividir*; ex. $6\div2$ (6 a dividir por 2).
$=$ „ d'egualdade „ *egual a*; ex. $5+2=7$ ($5+2$ egual a 7)
ex. $5-2=3$ ($5-2$ egual a 3) &c.

Os seguintes *symbolos* representam o numero de traços escriptos em cima:

	$\vert$	$\vert\vert$	$\vert\vert\vert$	$\vert\vert\vert\vert$	$\vert\vert\vert\vert\vert$	$\vert\vert\vert\vert\vert\vert$	$\vert\vert\vert\vert\vert\vert\vert$	$\vert\vert\vert\vert\vert\vert\vert\vert$	$\vert\vert\vert\vert\vert\vert\vert\vert\vert$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Para mostrar a ligação que existe entre estes symbolos e as operações que elles representam, o Professor, ou monitor mostrará na taboa, ou lousa exemplos como os seguintes:

1. $||+|||=|||||$
   $2+3=5.$
2. $||+||||=||||||$
   $2+4=6.$
3. $|||+||||=|||||||$
   $3+4=7.$
4. $|||||+|||=||||||||$
   $5+3=8.$
5. $|||||-|||=||$
   $5-3=2.$
6. $||||||-||||=||$
   $6-4=2.$
7. $|||+||+||||=|||||||||$
   $3+2+4=9$
8. $||+|+|||=||||||$
   $2+1+3=6$
9. Tendo 4 vintens n'um bolso, e 3 n'outro, quantos vintens tenho? Representando os vintens
   $$\bullet\bullet\bullet\bullet+\bullet\bullet\bullet=\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet$$
   $$4\;+\;3\;=\;7$$
10. Tinha 5 tostões, gastei 3, quantos me restam?
    Resposta 2 *tostões.*
11. Levante João 5 dedos, José 4, e Thomaz 3, quantos sommam? *R.* 12 *dedos.*
12. Um rapaz comprou um ℔ d'arroz por 3 vintens, e 1 duzia de ovos por 2, quanto tem a pagar?
    R. 5 *vintens* = 1 *tostão.*

13. Uma pessoa comprou laranjas por seis vintens, e pêras por 3, quantos vintens tem a pagar? *R.* 9.
14. Paguei por farinha 4 vintens, por sal 3, e por feijão 2, quantos vintens tenho a pagar? *R.* 9.
15. Um homem tinha 8 vintens, gastou 4, quantos lhe restam? *R.* 4.
16. Uma rapariga tinha 6 vintens, quantos lhe restam depois de comprar um pão por 2 vintens? *R.* 4.
17. Uma mulher comprou 2 ℔ de toucinho por 9 vintens, que troco lhe devem tornar de 12 vintens? *R.* 3 *vintens.*
18. João tinha 4 tentos, ganhou 5, e perdeu 3, quantos lhe restam? *R.* 6.
19. Juntai 5 + 5 contando os dedos das mãos, quantos cincos ha n'elles? *R.* 2 *cincos.*
Quanto é ametade do numero dos dedos das mãos? *R.* 5 *dedos.*
20. Quantos 2 tenho escripto? (|| || ||) *R.* 3 *dous.*
Quantos 2 ha em 6? *R.* 3 *dous.*
Quanto é o terço de 6? *R.* 2.
21. Quantos 3 tenho eu escripto? (||| ||| ||| |||) *R.* 4 *tres.*
Quantos 3 ha em 12? *R.* 4 *tres.*
Quanto é a quarta parte de 12? *R.* 3.
22. Quantos 6 tenho eu escripto? (|||||| ||||||) *R.* 2 *seis.*
Quantos 6 ha em 12? *R.* 2 *seis.*
Quanto é ametade de 12? *R.* 6.
23. Se 3 meninos do 1.º banco levantarem 4 dedos cada um, quantos 4 são? *R.* 3 *quatros.*

3. Taboada de Multiplicar e Dividir.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

2.ª linha horisontal.

I I, ou 2 vezes 1, ou 2×1=2: ha 2 uns em 2, ametade de 2, ou 2÷2=1

II II, " 2 " 2, " 2×2=4: " 2 dous " 4, " " 4, " 4÷2=2

III III, " 2 " 3, " 2×3=6: " 2 tres " 6, " " 6, " 6÷2=3

IIII IIII, " 2 " 4, " 2×4=8: " 2 quatros " 8, " " 8, " 8÷2=4

&c. &c. &c.

3.ª linha horisontal.

I I I, ou 3 vezes 1, ou 3×1= 3: ha 3 uns em 3, o terço de 3, ou 3÷3=1

II II II, " 3 " 2, " 3×2= 6: " 3 dous " 6, " " 6, " 6÷3=2

III III III, " 3 " 3, " 3×3= 9: " 3 tres " 9, " " 9, " 9÷3=3

IIII IIII IIII, " 3 " 4, " 3×4=12: " 3 quatros " 12, " " 12, " 12÷3=4

&c. &c. &c.

4.ª linha horisontal.

I I I I, ou 4 vezes 1, ou $4\times1=4$: ha 4 uns em 4, o quarto de 4, ou $4\div4=1$
II II II II, ou 4 » 2, » $4\times2=8$: » 4 dous » 8, » » 8, » $8\div4=2$
III III III III, » 4 » 3, » $4\times3=12$: » 4 tres » 12, » » 12, » $12\div4=3$
IIII IIII IIII IIII, » 4 » 4, » $4\times4=16$: » 4 quatros » 16, » » 16, » $16\div4=4$
&c. &c. &c.

Assim se devem explicar as outras linhas da Taboada; é util que a parte de multiplicar seja entendida, antes da de dividir.

4. *Exemplos da Multiplicação e Divisão dos numeros digitos.*

1. Quantas pernas teem 5 vaccas? *R.* 20.
2. » mãos teem 6 rapazes? *R.* 12.
3. » 10 reis ha em 4 vintens? *R.* 8.
4. » 5 » » » 2 » ? *R.* 8.
5. » » » » » 1 tostão? *R.* 20.
6. » » » » » 4 vintens? *R.* 16.
7. » unidades » » 3 dez? *R.* 30.
8. » » » » 5 » ? *R.* 50.
9. » são 3 vezes 2 mais 1? *R.* 7.

II II II + I = IIIIIII

$3\times2+1=\ 7$

10. » são 4 vezes 3 mais 5? *R.* 17.
11. » » 5 » 4 mais 3? *R.* 23.
12. » » 2 » 10 mais 4? *R.* 24.
13. » unidades ha em 4 dez e 5 unidades? *R.* 45.
14. » » » » 3 » e 2 » ? *R.* 32.
15. » são $3\times12+2$ unidades? *R.* 38.
16. » 5 reis ha em 2 vintens e 15 rs.? *R.* 11.
17. » » » » » 3 » e 5 rs.? *R.* 13.
18. Uma moeda de 12 vintens quantos 10 rs. tem? *R.* 24.
19. Um tostão quantos 10 rs. tem? *R.* 10.
20. Comprei 2 duzias d'ovos a 2 vintens a duzia, quantos vintens hei-de pagar? *R.* 4.
21. 2 moedas de 6 vintens quantos 10 rs. teem? *R.* 24.

22. Quanto devo pagar ao padeiro por 2 pães de 2 vintens? *R. 4 vintens.*
23. Quanto hei-de pagar á leiteira por 4 quartilhos de leite a vintem o quartilho? *R. 4 vintens.*
24. Quanto hei-de pagar por 7 duzias de laranjas a 2 vintens a duzia? *R. 14 vintens.*
25. Ache-se o custo de 2 cestos a 4 vintens? *R.* 8 *vint.*
26. » » de 2 bules a 6 » ? *R.* 12 *vint.*
27. » » de 4 livros a 6 » ? *R. 24 vintens*$=$1...*?*
28. » » de 3 cadeiras a 3 tostões? *R.* 9 *tostões.*
29. » » de 4 chapéos a 3 tostões? *R.* 12 *tostões*$=$1 *quartinho.*
30. Uma mulher vendeu 2 gansos a 3 tostões, quanto deve receber? *R.* 6 *tostões.*
31. Um lavrador vendeu 2 porcos a 2 moedas, quantas moedas deve receber? *R.* 4.
32. Quantos 10 rs. ha em 1 moeda de 6 vintens? *R.* 12.
33. » » » » » 1 moeda de 3 vintens? *R.* 6.
34. » » » » » 1 moeda de 2 tostões? *R.* 20.
35. » » » » » 5 patacos? *R.* 20.
36. » vintens ha em 3 tostões? *R.* 15.
37. » 10 rs. » nos mesmos? *R.* 30.
38. » oitavas em 10 onças? *R.* 80.
39. » tostões » 10 moedas de 5 tostões? *R.* 50.
40. » vintens em 2 tostões? *R.* 10.
41. » 10 rs. em 1 quartinho? *R.* 120.
42. » dias ha em 2 semanas? *R.* 14.
43. » » » » 3 » ? *R.* 21.
44. » » » » 2 » e 5 dias? *R.* 19.
45. » palmos ha em 2 varas? *R.* 10.
46. » » » » 3 » ? *R.* 15.
47. » » » » 4 » ? *R.* 20.
48. 12 quantas vezes contém 4? *R. 3 vezes.*

$$|||| \; |||| \; ||||=3 \text{ vezes } 4=12$$
$$4+4+4=3\times 4=12.$$

49. 8 quantas vezes contém 2? *R. 4 vezes.*

50. 15 quantas vezes contém 3? *R. 5 vezes.*
51. 20 » » » 5? *R. 4 vezes.*
52. 16 moedas de 5 rs. quantos vintens são? *R.* 4.
53. 24 » de 10 rs. quantos vintens são? *R.* 12.
54. 10 » de 10 rs. quantos vintens são?
R. 5 vintens=1...?
55. Quantas melancias se podem comprar com 6 vintens, custando cada uma 2 vintens? *R.* 3.
56. Quantas lousas posso comprar com 12 vintens, custando cada uma tres vintens? *R.* 4.
57. Custando cada frango 4 vintens, quantos posso comprar com 16 vintens? *R.* 4.
58. Ha 24 meninos n'esta classe, pergunta-se quantos turnos de 3 podem elles formar? *R.* 8.
59. Paguei 10 tostões por 2 leitões, quanto custou cada um? *R. 5 tostões.*
60. Comprei 3 duzias de laranjas por 9 vintens, qual foi o preço da duzia? *R. 3 vintens.*
61. 6 chicotes custaram 18 vintens, quanto custou cada um? *R. 3 vintens.*
62. Uma mão de papel custou 2 tostões, qual é o preço do caderno? *R. 2 vintens.*
63. 8 livros custaram 32 tostões, quanto custou cada um?
R. 4 tostões=1...?
64. 7 lousas custaram 21 vintens, qual é o preço de cada uma? *R. 3 vintens.*
65. 5 cavallos custaram 20 moedas, qual é o preço de cada um? *R. 4 moedas.*
66. 4 cadeiras custaram dezeseis mil rs., qual é o preço de cada uma? *R. 4 mil rs.*
67. Reparti 6 laranjas por 3 rapazes, quantas laranjas recebe cada um? *R.* 2. Que parte de 6 laranjas recebe cada rapaz? *R. 1 terço.* Porque? *R. Porque as 6 laranjas são repartidas em 3 partes eguaes.*
68. Dividi 8 vintens por 2 pessoas? *R. 4 vintens.*
69. » 12 » » 3 » ? *R. 4 vintens.*
70. » 25 tostões » 5 » ? *R. 5 tostões.*
71. Quanto é ametade de 4 vintens? *R. 2 vintens.*
72. » é » » 6 » ? *R. 3 vintens.*

73. Quanto é o terço de 6 vintens? *R. 2 vintens.*
74. » é » » 9 » ? *R. 3 vintens.*
75. » é a quarta parte de 8 moedas? *R. 2 moedas.*
76. Ha 10 meninos n'este banco, o quinto d'elles quantos são? *R.* 2.
77. Quantos 10 ha em 20? *R.* 2.
78. » 10 » » 30? *R.* 3.
79. » tostões ha em 25 vintens? *R.* 5.
80. » » » » 30 » ? *R.* 6.
81. » » » » 45 » ? *R.* 9.
82. 8 quantas vezes contém 3? *R. 2 vezes e 2 de resto; porque* 8 = ||| + ||| + ||
83. 11 quantas vezes contém 4? *R. 2 vezes e 3 de resto.*
84. Em 17 quantas vezes se contém 10? *R. 1 vez e 7 de resto.*
85. 27 quantas vezes contém 10? *R. 2 vezes e 7 de resto.*
86. Quantos vintens ha em 25 moedas de 5 reis? *R. 6 vintens e cinco reis.*
87. 42 quantas vezes contém 10? *R. 4 vezes e 2 de resto.*
88. Quantos tostões ha em 19 vintens? *R. 3 tostões e 4 vintens.*
89. » » » » 39 vintens? *R. 7 tostões e 4 vintens.*
90. » » » » 20 vintens? *R. 5 tostões e 3 vintens.*
91. » » » » 16 vintens e 10 reis? *R. 3 tostões 1 vintem e 10 rs.*
92. » semanas » » 14 dias? *R.* 2.
93. » » » » 21 » ? *R.* 3.
94. Quantas varas ha em 10 palmos? *R.* 2.
95. Quantas varas ha em 15 palmos? *R.* 3.
96. Ponde 36 tentos em 3 grupos; que operação prova isto na divisão? *R.* 12 = 1 *terço de* 36, *ou* 3 = 1 *duodecimo de* 36.
97. Escrevei 100 traços em grupos de 10?

O Professor deve variar estes exemplos até que o alumno esteja inteiramente familiarisado com a natureza das operações.

5. A addição, subtracção, &c., das differentes combinação dos numeros, constituem exercicios muito interessantes.

1. 2 vezes 4+3 vezes 4, quantas vezes 4 são?
|||| ||||+|||| |||| ||||=5 vezes 4.
2. 4 vezes 5+3 vezes 5? *R.* 7 *vezes* 5.
3. 5 meninos do 1.º banco, e 3 do 2.º levantem os seus 10 dedos; pergunta-se 5 vezes 10+3 vezes 10, quantas dezenas são? *R.* 8 *dezenas.*
4. Se de 5 vezes 3 tirarmos 2 vezes 3, quantas vezes 3 restam? *R.* 3 *vezes* 3.
5. Levantem 5 meninos os seus dedos, se d'estas 5 dezenas tirarmos 2 dezenas, quantas restam?
R. 3 *dezenas.*
6. Um homem tinha 6 campos, comprou 3, quantos deve ter agora?
6 *campos*+3 *campos*=9 *campos.*
Do mesmo modo:
6 *dezenas*+3 *dezenas*=9 *dezenas.*
7. Um homem tinha 7 casas, vendeu 3, quantas lhe restam?
7 *casas*—3 *casas*=4 *casas.*
Do mesmo modo:
7 *dezenas*—3 *dezenas*=4 *dezenas.*
8. Quantos 3 ha em 4 vezes 2 vezes 3? *R.* 8 *vezes* 3.

• • •   • • •
• • •   • • •
• • •   • • •
• • •   • • •

Temos 2 vezes 3 em cada linha horisontal, e como ha 4 d'estas linhas, vêmos promptamente que 2 vezes 3 repetidas 4 vezes=8 vezes 3.

Do mesmo modo 4 vezes 2 dezenas=8 dezenas, ou 4 vezes 2 centenas=8 centenas.
9. Quanto é a quarta parte de 8 vezes 3? *R.* 2 *vezes* 3.
Este exemplo está demonstrado no antecedente arranjo de pontos.
Do mesmo a quarta parte de 8 dezenas=2 dezenas, &c.

10. Se 3 meninos do 1.º banco, 3 do 2.º, 3 do 3.º, e 3 do 4.º levantarem os seus 10 dedos; quantas são 4 vezes 3 dezenas? *R.* 12 *dezenas.*

11. Sommai 2 dezenas com 3 dezenas mais 4 dezenas? *R.* 9 *dezenas.*

12. Substrahi 3 dezenas de 7 dezenas? *R.* 4 *dezenas.*

6. Numeração de Dezenas e Unidades.

Mostremos como se póde escrever concisamente uma grande collecção d'unidades pela *annotação decimal*, ou annotação das dezenas.

1. O numero de traços |||||||||| + ||| escreve-se 1 dezena + 3 unidades, ou 13.

   Porém 1 dezena + 3 uninades fazem 13; portanto este numero póde ser lido de dous modos: 1 dezena e 3 unidades, ou 13 (treze) unidades.

2. O numero de traços |||||||||| + |||||||||| + ||||, escreve-se 2 dezenas + 4 unidades, ou 24.

   Porém 2 dezenas e 4 unidades fazem 24; portanto este numero póde lêr-se de dois modos: 2 dezenas e 4 unidades, ou (24) vinte e quatro unidades.

3. Levantem 4 meninos do 1.º banco os seus 10 dedos, e 1 do 2.º levante 5; como deveremos escrever o numero dos dedos? *R. Escreveremos* 5 *na casa das unidades, e* 4 *na das dezenas, isto é,* 45.

   Dizeis que este numero é lido 4 dezenas e 5 unidades; poderá ser lido d'outro modo? *Resp. Sim.* Tambem se póde lêr *quarenta e cinco;* porque 4 dezenas $=40$, e ajuntando mais cinco unidades, temos 45. $(40+5=45)$.

D'este modo o Professor deve habilitar o alumno a escrever todo o numero composto de dezenas e unidades, fazendo sempre estas perguntas: *quantas unidades fazem uma dezena? de quantas unidades e dezenas consta este numero?*

7. Numeração das Centenas, Dezenas e Unidades.

Para dar aos alumnos uma idéa mais adequada das centenas, colloque o Professor 10 meninos em cada banco, e proceda com os seguintes exercicios:

1. Levantem todos os meninos do 1.º banco os seus dedos. Quantas dezenas temos? *R.* 10 *dezenas*, *ou* 1 *centena*. Como não ha unidades, escrevemos 0 na casa respectiva, e 10 na das dezenas, e 100 representará 10 dezenas, ou 1 centena. Note-se que 1 para representar 1 centena está na 3.ª casa.
2. Levantem todos os meninos dos dous primeiros bancos todos os seus dedos: quantas centenas fazem? *R.* 2. Escrevemos 2 na 3.ª casa, ou 200 unidades = 2 centenas. Do mesmo modo se explicará qualquer numero composto de centenas.
3. Levantem todos os meninos dos tres primeiros bancos e 2 do quarto os seus dedos, e 1 do quinto levante sómente 5; pergunta-se quantos dedos são? *R.* 3 *centenas*, 2 *dezenas e* 5 *unidades;* por isso para escrever este numero, poremos 3 na casa das centenas, 2 na das dezenas e 5 na das unidades, ou 325.

   Lêde este numero em dezenas? *R.* 32 *dezenas*, *e* 5 *unidades; porque* 3 *centenas fazem* 30 *dezenas*, *e mais* 2 *dezenas* = 32 *dezenas.*

Procedendo d'esta maneira, o Professor explicará toda a variedade de fórma, que procede da diversa combinação de centenas, dezenas e unidades, como 438, 570, 300, 207, e 420.

Tendo explicado a annotação decimal até centenas, a dos milhares, dezenas de milhares, &c. será facilmente entendida.

O seguinte exercicio mostra uma das mais uteis propriedades da annotação decimal.

Resolver dezenas em unidades e vice-versa.

Começando com 6 dezenas, temos:

6 dezenas, ou 60 . . . . = sessenta.
6 » + 1 unidade, ou 61 . . . = » e um.
6 » + 2 » ou 62 . . . = » e dous.
: : :
7 dezenas, ou 70 . . . . = setenta.
7 » + 1 unidade, ou 71. . . . = » e um.
7 » + 2 » ou 72. . . . = » e dous.

Resolver centenas em dezenas e vice-versa.

100 . . . . = 10 dezenas.
110 . . . . = 10 » + 1 dezena = 11 dezenas.
120 . . . . = 10 » + 2 » = 12 »
: : :
200 = 20 dezenas . . . . = 10 dezenas × 2.
210 = 20 » + 1 dezena = 10 » × 2 + 1 dezena = 21 dezenas.
: : :
300 = 10 » × 3 . . . . . . = 30 dezenas.
310 = 10 » × 3 + 1 dezena = 31 »
320 = 10 » × 3 + 2 » = 32 »

Os milhares, &c., tambem se convertem assim em centenas, dezenas e unidades, &c.

8. O Professor deve ter feito conhecer que os dez algarismos 0, 1, 2, 3, 4.... 9, pela sua posição relativa, são sufficientes para representar qualquer numero; que o 1.º algarismo da direita representa unidades, o 2.º dezenas, o 3.º centenas, o 4.º milhares, &c.: que qualquer algarismo na casa das dezenas representa um valor 10 vezes maior do que se estivesse na casa das unidades: que na casa das centenas representa um valor 10 vezes maior do que se estivesse na casa das dezenas, ou 100 vezes maior do que se estivesse na das unidades &c.: que por conseguinte um algarismo á esquerda d'outro vale 10 vezes mais do que este; se estiver 2, 3, 4 casas á esquerda, valerá 100, 1000, 10000 vezes mais; assim para escrever 400, como não temos dezenas, nem unidades, escrevemos 4 com 2 zeros á direita para que 4 represente centenas: do mesmo modo seis mil e cincoenta (6050), o 1.º zero á direita mostra que o 5 representa dezenas, e o 2.º leva o 6 uma casa para a esquerda, e dá-lhe o valor de milhares ou mil.

9. Methodo d'escrever em algarismos qualquer quantia de dinheiro portuguez.

Cinco reis = 5 unidades . . . . 5 rs.
Dez reis = 1 dezena . . . . 10 »
1 vintem = 2 dezenas . . . . 20 »
5 vintens, ou 1 tostão = 5 vezes 2 dezenas = 1 centena . . . . 100 »

Exercicios.

1. 2 vintens = 2 vezes 2 dezenas . . . . . 40 rs.
2. 2 » e 5 rs. = 2 vezes 2 dezenas + 5 unidades . . . . 45 »
3. Meio tostão, ou 2 vintens e 10 rs. = 2 vezes 2 dezenas + 1 dezena . . . . . . 50 »
4. 3 vintens e meio, ou 3 vintens + 10 rs. = 7 dezenas . . . . 70 »
5. 1 tostão, ou 5 vintens = 5 vezes 2 dezenas = 10 dezenas . . . . 100 »
6. 8 vintens e 5 rs. = 1 tostão + 3 vintens + 5 rs. = 1 centena + 6 dezenas + 5 unidades . . . . 165 »
7. 8 vintens e meio = 1 tostão + 3 vintens e meio = 1 centena + 7 dezenas. . . . . 170 »
8. 9 vintens menos 5 rs. = 1 tostão + 3 vintens e meio + 5 rs. = 1 centena + 7 dezenas + 5 unidades . . . . 175 »
9. 2 tostões = 20 dezenas = 2 centenas . . . 200 »
10. 2 tostões e 5 rs. = 2 cent. + 5 unidades . 205 »
11. 12 vintens = 2 tostões + 2 vintens = 2 centenas + 4 dezenas . . . . 240 »
12. 19 vintens = 3 tostões + 4 vintens = 3 centenas + 8 dezenas . . . . 380 »
13. 19 vintens e meio = 3 tostões + 4 vintens + 10 rs. = 3 centenas + 9 dezenas . . . 390 »
14. 20 vintens, ou 1 cruzado = 4 tostões = 4 centenas . . . . 400 »
15. 24 vintens, ou 1 cruzado novo = 4 centenas + 8 dezenas . . . . 480 »

*

16. 5 tostões e 3 vintens = 5 centenas + 6 dezenas . . . . 560 rs.
17. 6 tostões e meio = 6 centenas + 5 dezenas 650 »
18. 8 » e 4 vintens = 8 cent. + 8 » 880 »
19. 2 cruzados novos, ou 9 tostões e 3 vintens = 9 centenas + 6 dezenas . . . . . 960 »
20. 10 tostões = 10 centenas = 1 milhar . 1$000 »
21. 10 » e 3 vintens = 1 milhar + 6 dezenas . . . . 1$060 »
22. 12 tostões, ou 1 quartinho = 12 centenas = 1 milhar + 2 centenas . . . 1$200 »
23. 16 tostões e meio = 1 milhar + 6 centenas + 5 dezenas . . . . 1$650 »

Perg. Quantas dezenas tem 1 vintem? *R. 2 dezenas; porque 1 vintem = 2 dez rs.*

Perg. Quantas dezenas teem 3 vintens? *R. 6 dezenas; porque 1 vintem = 2 dezenas, e 3 vintens = 3 vezes 2 dezenas.*

Perg. Quantos vintens tem 1 tostão? *R. 5 vintens.*

Perg. Quantas centenas tem 1 tostão? *R. 1 centena, ou 10 dezenas.*

Perg. Quantos tostões ha em 18 vintens? *R. 3 tostões e 3 vintens.*

Perg. Como sabeis que 18 vintens = 3 tostões + 3 vintens? *R. porque 18 vintens = 3 vezes 5 vintens + 3 vintens, isto é, 18 vintens contém 5 vintens, ou 1 tostão 3 vezes + 3 vintens.*

Usamos do cifrão ($) entre as centenas e milhares nos numeros que representam reis: serve simplesmente para lêr com mais facilidade esses numeros: ex. 45$000 rs., 120$000 rs., 1$200 rs. &c. Nunca se emprega em quantias menores que 1$000 rs., como alguem inadvertidamente o faz, escrevendo $960 rs., &c. Notemos tambem que não é bom costume escrever 24$000 homens, 2$000 cruzados, ou 5$000 qt. ou Ʉ, pois o uso do cifrão está limitado aos numeros que expressam reis, devendo escrever-se 24:000 homens, 2:000 cruzados, 5:000 qt. Este signal (:) tambem o empregamos em todos os numeros entre as centenas de milhar e os milhões, ex.: 10:370$000 rs., 1:000:000 cruzados.

Em vez de dizermos 10 milhões de rs., dizemos 10 contos de rs.; porém em todas as outras especies d'unidade dizemos milhão, ou milhões; ex.:

A Russia tem 1:000:000 soldados, 1 milhão de soldados, 10:000:000 cruzados, 10 milhões de cruzados.
&c. &c. &c.

O Professor deve variar estes exercicios até que os alumnos tenham adquirido sufficiente prática, não consentindo que escrevam qualquer quantia sem que digam a razão d'isso.

10. Perguntas faceis sobre as quatro especies.

Addição.

O Professor deve fazer perguntas como as seguintes:

1. Ajuntai 27 tentos com 25 tentos:

dezenas,	unidades.	dezenas,	unidades.
2	7	....	..........+.......
2	5	....	..........+.....
5	2	5 dezenas	+2 unidades.

Sommando as unidades, achamos 12 unidades = 1 dezena + 2 unidades, portanto escrevemos 2 na casa das unidades, e reservamos 1 dezena para sommar com as dezenas, dizendo 2 dezenas + 2 dezenas + 1 dezena = 5 dezenas.

2. João tinha 34 laranjas, comprou 23, quantas tem agora? *R.* 57.
3. Sommai 45 rs. com 30 rs.? *R.* 75 *rs.*
4. » 46 nozes com 38 nozes? *R.* 84 *nozes.*
5. » 45 rs. com 50 rs.? *R.* 95 *rs.*
6. » 16 moedas com 13 moedas? *R.* 29 *moedas.*
7. » 15 tostões com 8 tostões? *R.* 23 *tostões.*

8. Uma pessoa comprou 1 garrafa por 45 rs., e 1 quartilho d'aguardente por 95 rs., quanto ha-de pagar?
R. 140 *rs.*

9. Um lavrador vendeu uma junta de bois por 13 moedas, e uma egoa por 12, quanto ha-de receber?
R. 25 *moedas.*

Subtracção.

1. Subtrahi 18 tentos de 34 tentos:

dezenas,	unidades.	dezenas,	unidades.
3	4	....	+....
1	8	....	+........
1	6	1 dezena	+6 unidades

Como não podemos tirar 8 unidades de 4 unidades, tomamos 1 dezena, que reduzida a unidades = 10 unidades, e sommadas com 4 unidades = 14 unidades, e tirando d'estas 8 unidades, restam 6 unidades; temos agora a tirar 1 dezena de 2 dezenas, (*porque não de tres dezenas?*) resta 1 dezena.

2. Tirai 21 meninos de 39, quantos restam? *R.* 18.
3. » 26 nozes de 54, quantas restam? *R.* 28.
4. » 6 tostões e 2 vintens de 8 tostões e 3 vintens?
R. 220 *rs.*
5. » 5$600 rs. de 9$680 rs.? *R.* 4$080 *rs.*
6. » 5$700 rs. de 8$400 rs.? *R.* 2$700 *rs.*
7. » 6$480 rs. de 7$325 rs.? *R.* 845 *rs.*
8. João tem 1$600 rs. e José 2$000 rs., quanto mais tem José? *R.* 400 *rs.*
9. Um homem tem 2$400 rs., pagando 800 rs. que deve, quanto lhe restará? *R.* 1$600 *rs.*

O Professor, ou monitor deve no curso da demonstração fazer perguntas como as seguintes: *quantos mil reis, tostões, vintens &c. ha n'esta quantia?*

Multiplicação.

1. Repeti 34 duas vezes? *R.* 68.

dezenas,	unidades.
3	4
	2
6	8

Temos a repetir 4 unidades 2 vezes, e 3 dezenas outras 2 vezes; logo 2 vezes 4 unidades $=$ 8 unidades, 2 vezes 3 dezenas $=$ 6 dezenas.

2. Repeti 43 duas vezes? *R.* 86.
3. Multiplicai 24 por 3? *R.* 72.

dezenas,	unidades.
2	4
	3
7	2

Como $3 \times 4 = 12 = 1$ dezena$+2$ unidades, escrevemos 2 unidades, e reservamos 1 dezena para sommar com o producto das dezenas, dizendo 3×2 dezenas$+1$ dezena $=$ 7 dezenas, que escrevemos.

Para explicar melhor este exemplo, levantem 2 meninos os seus dedos, e outro menino levante 4 dedos; faça-se o mesmo no 2.º e 3.º bancos, será visivel que 24 repetido 3 vezes, ou $24 \times 3 = 72$.

4. Multiplicai 37 por 2? *R.* 74.
5. Quantos tentos teem 3 meninos, tendo cada um 14? *R.* 42.
6. Repeti 87 duas vezes? *R.* 174.
7. » 87 tres » ? *R.* 261.
8. Quanto importam 2 chapéos a 1$200 rs.? *R.* 2$400 *rs.*
9. Repeti 97 tres vezes? *R.* 291.
10. Quanto importam 2 livros a 400 rs. cada um? *R.* 800 *rs.*
11. Repeti 125 quatro vezes? *R.* 500.
12. Quanto custam 3 cestos a 160 rs.? *R.* 480 *rs.*
13. Quantas ℔ teem 3 @? *R.* 96 ℔.
14. » ℔ teem 4 @? *R.* 128 ℔.
15. Achai a importancia da seguinte conta?

3 Canivetes	a	160 rs.	. . . . . .	
3 Colheres de prata	»	1$200 »	. . . . . .	$
4 Tinteiros	»	240 »	. . . . . .	
2 ℔ de chá	»	1$100 »	. . . . . .	$
6 Pratos	»	120 »	. . . . . .	
2 Mãos de papel	»	100 »	. . . . . .	
			R.ˢ . . .	8$160

Divisão.

1. Tomai ametade de 46? *R.* 23.

dezenas,	unidades.	
4	6	2
0	0	23

Ametade de 4 dezenas = 2 dezenas, e ametade de 6 unidades = 3 unidades; logo ametade de 46 = 23.

2. Tomai ametade de 86? *R.* 43.
3. Dividi 63 nozes entre 3 pessoas? *R.* 21 *nozes.* Que parte de 63 nozes recebe cada pessoa? *R. um terço.*
4. Quanto é a quarta parte de 96? *R.* 24.

dezenas,	unidades.	
9	6	4
		24

A quarta parte de 9 dezenas = 2 dezenas, ficando de resto 1 dezena = 10 unidades, que sommadas com 6 unidades = 16 unidades, cuja quarta parte = 4 unidades; logo 24 é a quarta parte de 96.

5. Quanto é o terço de 72? *R.* 24.
6. Dividi 6 tostões e 4 vintens entre 2 pessoas? *R.* 340 *rs.*
7. Quanto é o terço de 7 tostões e 4 vintens? *R.* 260 *rs.*
8. Dividi 9 tostões e 3 vintens entre 2 pessoas? *R.* 480 *rs.* = 1...?
9. Quanto é a terça parte de 480 rs.? *R.* 160 *rs.*
10. Quanto é a quarta parte de 960 rs.? *R.* 240 *rs.*
11. 3 lousas custaram 5 tostões e 2 vintens, qual é o preço de uma? *R.* 180 *rs.*
12. 4 lousas custaram 5 tostões e 3 vintens, qual é o preço de uma? *R.* 140 *rs.*
13. Em 40 oit. quantas onç. ha? *R.* 5.

14. Em 44 tostões quantos mil reis ha? *R.* 4 *mil rs. e* 1 *cruzado.*
15. Em 120 onç. quantos marcos ha? *R.* 15.

Questões promiscuas sobre as quatro especies.

1. Uma lavradeira vendeu 3 gansos a 200 rs., e com o dinheiro comprou 2 gallinhas a 240 rs.; que dinheiro lhe resta? *R.* 120 *rs.*
2. Um sujeito levou para a feira 1$600 rs., comprou 2 canivetes a 130 rs., e 4 pratos a 60 rs.; que dinheiro lhe resta? *R.* 1$100 *rs.*
3. Uma mulher vendeu 9 ℔ de manteiga a 9 vintens a ℔, e do producto comprou 1 ℔ de chá por 1$300 rs.; quanto lhe resta em dinheiro? *R.* 320 *rs.*
4. João comprou 5 cadeiras a 5 tostões, e 2 mesas a 1$200 rs.; quanto deve pagar? *R.* 4$900 *rs.*
5. 3 ℔ de café custaram 600 rs., e 2 ℔ de chá 2$200 rs. pergunta-se quanto mais custou a ℔ de chá que a do café? *R.* 9 *tostões.*
6. Uma pessoa que tinha 9 tostões comprou uma quarta de chá por 400 rs., e com o resto do dinheiro comprou 5 ℔ d'assucar; quero saber o preço da ℔ de chá, e da ℔ d'assucar? *R. o chá* 1$600 *rs. a* ℔, *e o assucar* 100 *rs. a* ℔.

11. ADDIÇÃO.

1. Sommai 237, 428, 569:

centenas,	dezenas,	unidades.
2	3	7
4	2	8
5	6	9
12	3	4

A addição das unidades = 24 unidades = 2 dezenas + 4 unidades, escrevemos as 4 unidades, e reservamos as dezenas para sommar com as dezenas, e teremos 13 dezenas = 1 centena + 3 dezenas; escrevemos as 3 dezenas, e reservamos 1 centena para sommar com as centenas, que sommam 12 centenas, as quaes escrevemos por não haver mais columnas a sommar.

Perguntas como as seguintes devem ser feitas no curso da demonstração :

Perg. Para que reduzís as unidades a dezenas?

R. Para sommar as dezenas assim achadas com as dezenas da respectiva columna.

Perg. Quantas dezenas são precisas para formar 1 centena?

R. Dez ; porque 10 *dezenas* = 1 *centena.*

Os mesmos principios são applicaveis aos numeros complexos.

Exemplos sobre a Addição.

1. Eduardo tem n'uma sacca 23 tentos, e 128 n'outra ; pergunta-se quantos tentos tem elle? *R.* 151.
2. Um lavrador tem 3 rebanhos ; um de 146 rêzes, outro de 263, e outro de 35 ; pergunta-se quantas rêzes tem o lavrador? *R.* 444.
3. Quantas laranjas contém 4 caixas, contendo a primeira 527, a segunda 265, a terceira 69, e a quarta 72? *R.* 933.
4. Uma pessoa pagou por café 180 rs., por chá 630 rs., e por arroz 140 rs. ; quanto pagou? *R.* 950 *rs.*
5. Um negociante vendeu 3 peças de panno : a 1.ª por 36$485 rs., a 2.ª por 41$200 rs., e a 3.ª por 39$375 rs. ; quanto deve receber? *R.* 117$060 *rs.*
6. Um correio comprou 3 cavallos : o 1.° por 57$600 rs., o 2.° por 48$000 rs., e o 3.° por 38$400 rs. ; quanto pagou elle? *R.* 144$000 *rs.*
7. Sommai 305, 264, e 49? *R.* 618.
8. » 57, 245, e 34? *R.* 336.
9. » 46, 350, 32, e 7? *R.* 435.
10. » 106, 23, 95, e 6? *R.* 230.
11. » 24$000 rs., 1$600 rs., 2$000 rs., e 6$000 rs.? *R.* 33$600 *rs.*

Todos estes exemplos devem ser explicados como o primeiro.

(1.) 2574	(2.) 3861	(3.) 143856	(4.) 256743
396	99	25974	105894
1089	1584	341658	3996

(5.) 4653	(6.) 1287	(7.) 238761	(8.) 520842
1485	396	147852	684838
693	1089	358641	757654
2475	99	89910	878798

Respostas.

(1.) 4059	(2.) 5544	(3.) 511488	(4.) 366633
(5.) 9306	(6.) 2871	(7.) 835164	(8.) 2842132

12. SUBTRACÇÃO.

Se ajuntarmos aos numeros, de que queremos tomar a differença, a mesma quantidade, o resto será o mesmo, por ex.:

||||| — ||| = ||, ou $5 - 3 = 2$; ajuntando 1 a cada um dos numeros, temos |||||| — |||| = ||, ou $6 - 4 = 2$.

Do mesmo modo:

5 dezenas — 2 dezenas = 3 dezenas; ajuntando 1 dezena a cada um, temos 6 dezenas — 3 dezenas = 3 dezenas.

Este axioma servirá para explicar a regra da *subtracção*.

Subtrahi 356 de 634:

centenas,	dezenas,	unidades.
6	3	4
3	5	6
2	7	8

Como não podemos tirar 6 unidades de 4 unidades, tomamos 1 dezena = 10 unidades, dizendo 14 unidades — 6 unidades = 8 unidades, que escrevemos na columna respectiva; temos agora a tirar 5 dezenas de 2 dezenas; *(porque não dizemos de 3 dezenas?)* Como isto não póde ter lugar, tomamos 1 centena = 10 dezenas, dizemos 12 dezenas — 5 dezenas = 7 dezenas; e ultimamente tiramos 3 centenas de 5 centenas = 2 centenas; logo o resto = 278.

No exemplo precedente temos a subtrahir 5 dezenas de 2 dezenas; o resultado não seria alterado, se ajuntassemos a cada um d'estes 1 dezena, isto é, se dissessemos 3 dezenas — 6 dezenas; do mesmo modo, em vez de dizer 5 centenas — 3 centenas, podemos dizer 6 centenas — 4 centenas, sem alterar o resultado; assim estabelecendo a regra geral da subtracção, dizemos que quando tomamos uma unidade do algarismo superior, devemos ajuntar outra ao inferior que lhe é correspondente.

Perg. Para que tomais emprestada 1 dezena das 3 dezenas?

R. Para podermos subtrahir as unidades.

Perg. Para que dizeis 13 dezenas — 6 dezenas e não 12 dezenas — 5 dezenas?

R. Porque 13 *dezenas* — 6 *dezenas* = 12 *dezenas* — 5 *dezenas, isto é, deixam o mesmo resto.*

Exemplos.

1. Uma mulher levou para a feira 135 ovos, vendeu 87, quantos deve trazer para casa? *R.* 48.
2. Um lavrador tinha 420 rêzes, vendeu 134, quantas lhe restam? *R.* 286.
3. Um menino tinha 183 tentos, perdeu 86, quantos lhe restam? *R.* 97.
4. Uma caixa tem 703 laranjas, tirando 285 que estão pôdres, quantas ficarão? *R.* 418.
5. Um homem que nasceu em 1788, que idade tem em 1855? *R.* 67 *annos.*
6. João tinha na algibeira 6$400 rs., pagou uma conta de 3$840 rs., quanto lhe resta? *R.* 2$560 *rs.*
7. Um homem tinha em dinheiro 180$200 rs., quanto

lhe restará pagando uma divida de 104$820 rs.?
R. 75$380 *rs.*

8. Uma pessoa tem de renda annual 190$000 rs., gastando 164$900 rs., quanto poupa por anno?
R. 25$100 *rs.*

9. De 202 tirai cento e vinte e cinco? *R.* 77.

(1.) 1485	(2.) 2574	(3.) 647352	(4.) 821067
297	1683	253746	134754
(5.) 6204	(6.) 4257	(7.) 824175	(8.) 523143
3036	198	131868	134865

Respostas.

(1.) 1188	(2.) 891	(3.) 393606	(4.) 686313
(5.) 3168	(6.) 4059	(7.) 692307	(8.) 388278

---

13. MULTIPLICAÇÃO.

Quando um numero é repetido certo numero de vezes, isto é, sommado comsigo mesmo, diz-se *multiplicado*, e a somma póde achar-se por uma operação, chamada *Multiplicação*, mais facil que a addição.

Ex. $4+4+4=3$ vezes 4, ou 4 vezes 3.

14. O processo da Multiplicação é fundado sobre o axioma seguinte:

Uma quantidade repetida certo numero de vezes é egual á somma das partes da mesma quantidade, repetidas o mesmo numero de vezes. Ex.:

3 vezes $27 = 3$ vezes $20 + 3$ vezes 7.

A verdade d'este axioma torna-se visivel pela seguinte demonstração:

. . . . .
. . . . .
. . . . .
. . . . .

4 vezes $5 = 4$ vezes $3 + 4$ vezes $2 = 20$.

O Professor ou monitor illustrará outro qualquer exemplo.

15. *Multiplicar um numero composto por um numero digito.*

Multiplicai 245 por 3:

centenas,	dezenas,	unidades.
2	4	5
		3
7	3	5

5 unidades$\times 3 = 15$ unidades $= 1$ dezena$+5$ unidades; escrevemos as 5 unidades na columna respectiva, e reservamos 1 dezena para sommar com o producto de 3 vezes 4 dezenas, o que faz 13 dezenas $= 1$ centena$+3$ dezenas, escrevemos 3 dezenas na columna competente, e reservamos 1 centena para sommar com o producto de 3×2 centenas, o que faz 7 centenas que escrevemos.

Exemplos da Multiplicação quando o Multiplicador é digito.

1. Quantas nozes ha em 3 saccos, tendo cada um 232? *R.* 696.
2. Quantas laranjas ha em 4 caixas, tendo cada uma 643? *R.* 2572.
3. Um homem ganhando 257 moedas por anno, quantas moedas ganhará em 5 annos? *R.* 1285.
4. 18 tostões quantos vintens contém? *R.* 90 *vintens.*
5. Quantas ferraduras são precisas para ferrar 495 cavallos? *R.* 1980.
6. Uma freguezia contém 624 fogos; se cada um d'estes contiver 6 pessoas, quantas pessoas conterá a referida freguezia? *R.* 3744.

7. Um individuo deu 235 esmolas de 5 rs. cada uma, quanto distribuiu elle? *R.* 1$175 *rs.*
8. Quantos dias ha em 306 semanas? *R.* 2142.
9. Comprei 8 varas de panno de linho a 275 rs., quanto hei-de pagar? *R.* 2$200 *rs.*
10. Vendi 9 alqueires de trigo a 465 rs., quanto hei-de receber? *R.* 4$185 *rs.*
11. Quantos palmos teem 184 braças? *R.* 1840.
12. Um alfaiate trabalhou durante 313 dias 12 horas por dia, quantas horas trabalhou? *R.* 3756.
13. Quantos 5 rs. ha em 219 vintens? *R.* 876.

---

(1).	1245 × 2.	(2.)	2574 × 3.	(3.)	6042 × 4.	(4.)	23578 × 5.
(5.)	106893 × 6.	(6.)	20879 × 7.	(7.)	30075 × 8.	(8.)	435627 × 9.
(9.)	853 × 10.	(10.)	25839 × 11.	(11.)	632406 × 12	(12.)	12809 × 12.

Respostas.

(1.)	2490.	(2.)	7722.	(3.)	24168.	(4.)	117890.
(5.)	641358.	(6.)	146153.	(7.)	240600.	(8.)	3920643.
(9.)	8530.	(10.)	284229.	(11.)	7588872.	(12.)	153708.

16. Decompôr numeros em Factores.

O seguinte methodo póde ser empregado para ensinar os meninos a achar os factores dos numeros.

Querendo por ex. achar os factores de 12, tomemos 12 tentos, e formemos com elles tantos rectangulos quantos forem possiveis, teremos:

I ······ ······ isto é, $12 = 2 \times 6 = 6 \times 2$.

II ···· ···· ···· isto é, $12 = 3 \times 4 = 4 \times 3$.

1. Quaes são os factores de 18? *R.* 2 *e* 9, 3 *e* 6.
2. » » » » de 24? *R.* 4 *e* 6, 3 *e* 8, 2 *e* 12.

3. Quaes são os factores de 36? *R.* 4 *e* 9, 3 *e* 12, 6 *e* 6.
4. » » » de 21? *R.* 3 *e* 7.

17. Póde multiplicar-se um numero por outro, multiplicando-o successivamente pelos factores do multiplicador, como por ex.: $6=3\times2$, podemos achar o producto de 4 por 6 multiplicando 4 por 2, e o producto 8 por 3, isto é, $4\times6=4\times2\times3=24$.

$$\text{Prova}\left\{\begin{array}{ccc} \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot \\ \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot \\ \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot \\ \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot \end{array}\right\} \text{isto é, } 4\times6=4\times2\times3=24.$$

Appliquemos a theoria precedente para maior illustração.

Quanto custam 18 varas de panno de linho a 240 rs. a vara?

Como $18=3\times6=2\times9$, podemos proceder de dous modos:

1.º		2.º	
240	rs. custo de 1 vara	240	rs. custo de 1 vara
3		2	
720	» de 3 varas	480	custo de 2 varas
6		9	
4320	» de 18 »	4320	» de 18 »

18. Quando não podemos achar exactamente os factores do multiplicador, procede-se do seguinte modo:

Pede-se o custo de 31 objectos a 325 rs. cada um.

Como $31=3\times10+1$.

325	rs. custo de 1 objecto
3	
975	rs. custo de 3 objectos
10	
9750	» de 30 »
325	» de 1 »
10075	» de 31 »

19. *Multiplicar por* 10, 100, 1000, *&c.*

345
10
———
3460

Multiplicando por 10, convertemos as unidades em dezenas, as dezenas em centenas, as centenas em milhares, &c. E' pois claro que para multiplicar por 10 basta ajuntar um zero ao multiplicando. Sendo $100 = 10 \times 10$, para multiplicar por 100 basta ajuntar dous zeros ao multiplicando, &c. &c.

20. *Multiplicar por dezenas, centenas, &c.*

(1.) 344 × 60 = 20640 — $60 = 6 \times 10$, multiplicamos por 6, e o producto 2064 por 10; mas esta ultima operação effectua-se ajuntando um zero ao producto de 344×6.

(2.) 3462 × 500 = 1731000 — $500 = 5 \times 100$: multiplicamos por 5, e ao producto 17310 ajuntamos dous zeros, isto é, multiplicamol-o por 100.

(3.) 3462
723
———
10386 = Producto do multiplicando por 3 unidades
6924 = » » » » 2 dezenas
24234 = » » » » 7 centenas
———
2503026

Como $723 = 3 + 20 + 700$, repetimos o multiplicando 3 vezes + 20 vezes + 700 vezes: sommando estes productos parciaes, a somma mostrará o producto de 3462×723. E' evidente que o producto das dezenas do multiplicador pelas unidades do multiplicando, devendo produzir dezenas, deve ser escripto na respectiva casa das dezenas: e assim o producto das centenas, &c.

Exemplos da Multiplicação composta.

1. Quantas laranjas ha em 24 caixas, contendo cada uma 562? *R.* 13488.

2. Caminhando um homem 36 milhas por dia, quantas milhas andará em 49 dias? *R.* 1764.
3. Quanto custaram 14 mappas a 600 rs.? *R.* 8$400 *rs.*
4. » » 40 ℔ de café a 180 rs.? *R.* 7$200 *rs.*
5. » » 16 bois a 38$400 rs.? *R.* 614$400 *rs.*
6. » importam 30 varas de panno a 95 rs.? *R.* 2$850 *rs.*
7. » » 42 carneiros a 375 rs.? *R.* 15$750 *rs.*
8. » » 28 covados de sêda a 650 rs.? *R.* 18$200 *rs.*
9. » » 15 covados de sêda a 750 rs.? *R.* 11$250 *rs.*
10. » » 16 chapéos a 1$600 rs.? *R.* 25$600 *rs.*
11. » » 21 artigos a 1$675 rs.? *R.* 35$175 *rs.*
12. » » 25 artigos a 4$800 rs.? *R.* 120$000 *rs.*
13. » » 54 artigos a 2$400 rs.? *R.* 129$600 *rs.*

(1.) 1648724×18. (2.) 3579642×24. (3.) 2479752×15.
(4.) 6059394×16. (5.) 1357642×36. (6.) 3289671×21.
(7.) 1036563×33. (8.) 2478642×27. (9.) 1256541×63.

Respostas.

(1.) 29677032. (2.) 85911408. (3.) 37196280.
(4.) 96950304. (5.) 48875112. (6.) 69083091.
(7.) 34206579. (8.) 66923334. (9.) 79162083.

---

1. 31 vaccas a 16$000 rs. . . . . . *R.* 496$000 *rs.*
2. 29 carneiros a 600 rs. . . . . . *R.* 17$400 *rs.*
3. 47 cadeiras » 480 rs. . . . . . *R.* 22$560 *rs.*
4. 19 frangos » 100 rs. . . . . . *R.* 1$900 *rs.*

5. 370 livros a 300 rs. . . . . . . *R.* 111$000 *rs.*
6. 428 salarios a 265 rs. . . . . . *R.* 113$420 *rs.*
7. 41 ℔ de chá a 1$200 rs. . . . . *R.* 49$200 *rs.*
8. 100 saccas de carvão a 600 rs. . . *R.* 60$000 *rs.*
9. 24 @ d'assucar a 2$140 rs. . . *R.* 51$360 *rs.*
10. 26 ℔ de manteiga a 125 rs. . . *R.* 3$250 *rs.*

(1.) 3459654×19. (2.) 1479852×43. (3.) 4329567×23.
(4.) 6029397×17. (5.) 239976×127. (6.) 308858×234.
(7.) 136653×306. (8.) 154261× 50. (9.) 256641×312.

Respostas.

(1.) 65733426. (2.) 63633636. (3.) 99580041.
(4.) 102499749. (5.) 30476952. (6.) 72272772.
(7.) 41815818. (8.) 7713050. (9.) 80071992.

---

21. DIVISÃO.

Dividir é buscar quantas vezes um numero contém outro, isto é, quantas vezes um numero póde ser tirado de outro, ou, dado o numero das partes que entram na composição d'um numero, achar uma d'ellas. —Esta operação indica-se com o signal ÷; assim $30 \div 5$ quer dizer 30 a dividir por 5, em 30 quantas vezes ha 5, ou de 30 quantas vezes se póde tirar 5: a divisão tambem se indica do seguinte modo: $\frac{30}{5} = 6$.

O quarto de 12 é $\frac{12}{4}$, ou $12 \div 4 = 3$.

Para provar o que fica dito ponham 12 pontos na ordem que se vê em frente: o quarto de 12 será o numero de pontos em uma columna, isto é, 3; ao mesmo tempo vêr-se-ha que os quatro pontos de cada linha são repetidos 3 vezes para fazer o numero 12; e que 4 é contido em 12 tres vezes, ou que 4 póde ser tirado 3 vezes de 12.

. . . .
. . . .
. . . .

*

22. Se um numero fôr dividido em duas, ou mais partes, o divisor se conterá no numero proposto o total das vezes que é contido nas partes em que este foi dividido: por ex.:

$$20 = 12 + 8 \therefore \tfrac{20}{4} = \tfrac{12}{4} + \tfrac{8}{4}.$$

$$\left.\begin{array}{ll} \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot & \cdot\cdot \end{array}\right\}$$

Para provar isto ponham-se vinte pontos na ordem que se vê na figura annexa: observemos primeiramente que 4 póde ser tirado de 20 cinco vezes: do grupo da esquerda, que contém 12 pontos, podemos tirar 4 tres vezes, e do grupo da direita, que contém 8 pontos, podemos tirar 4 duas vezes: isto prova que 4 é contido em 20 o mesmo numero de vezes que é contido nos 2 numeros 12 e 8. E' n'este principio que fundamos as operações da divisão.

23. Dividi 9436 por 4, isto é, tomai a quarta parte de 9436.

$$\left.\begin{array}{r|l} 9436 & 4 \\ \cline{2-2} 1230 & 2359 \end{array}\right\}$$

O quarto de 9 milhares = 2 milhares e 1 milhar de resto; 1 milhar = 10 centenas, sommando estas com as 4 centenas do dividendo, temos 14 centenas, cuja quarta parte = 3 centenas e 2 centenas de resto; reduzindo estas a dezenas, temos 20 dezenas, que sommadas com 3 dezenas do dividendo, temos 23 dezenas, cuja quarta parte = 5 dezenas, e o resto 3 dezenas: reduzindo estas a unidades e sommando com 6 unidades temos 36 unidades, cuja quarta parte = 9 unidades: logo $9436 \div 4 = 2359$, isto é, 4 é contido 2359 vezes em 9436.

Perguntas que devem ser feitas no curso da demonstração.

Perg. Que se faz ao resto dos milhares?

R. Reduz-se a centenas para o sommar com as centenas do dividendo.

Perg. Como se reduzem os milhares a centenas?

R. Contando 10 *centenas por cada milhar.*

Perg. Que uso fizemos do axioma do n.º 22?

R. Dividimos primeiramente os milhares, depois centenas, dezenas, e ultimamente as unidades, isto é, tomamos a quarta parte do dividendo por partes.

Achai a quinta parte de 7865, isto é, dividi 7865 por 5?

7865	5
2310	1573
0	

7 milhares ÷ 5 = 1 milhar + 2 milhares de resto, isto é, 7 milhares contém 5, mil vezes com 2000 de resto; 2 milhares reduzidos a centenas = 20 centenas que sommadas com as 8 do dividendo = 28 centenas, cuja quinta parte = 5 centenas e 3 centenas de resto, &c. &c.

Exemplos da divisão simples.

1. Dividi 342 tentos por 3 meninos? *R.* 114.
2. 4 caixas contém 928 laranjas, quantas contém cada caixa? *R.* 232.
3. Ha n'esta eschola 135 alumnos, quantos turnos de 3 podem elles formar? *R.* 45.
4. Quantas vezes devemos levantar 4 dedos para contar 124? *R.* 31 *vezes.*
5. Quantos vintens ha em 136 moedas de 5 rs.? *R.* 34.
6. Quantos tostões ha em 255 vintens? *R.* 51.
7. Quantos qt.^{s} ha em 128 @? *R.* 32 *qt.*^{s}
8. Se um homem andar 4 milhas por hora, quantas horas empregará para andar 376 milhas? *R.* 94.
9. 8 covados de panno custaram 22$400 rs., qual é o preço do covado? *R.* 2$800 *rs.*
10. Quantos covados ha em 162 palmos? *R.* 54.
11. Quantas varas ha nos mesmos? *R.* 32, e 2 *palmos.*
12. 8 qt.^{s} de bacalhau custaram 48$000 rs., qual é o preço do qt.? *R.* 6$000 *rs.*
13. 5 artigos custaram 16$400 rs., qual é o preço de cada um? *R.* 3$280 *rs.*
14. Quantas ℔ de manteiga se podem comprar com 28 tostões a 2 tostões a ℔? *R.* 14 ℔.

15. Um homem recebeu por trabalho de 9 dias 1$980 rs., quanto ganhou por dia? *R.* 220 *rs.*
16. Um homem fez certa obra em 288 dias, 6 homens em quantos dias a farão? *R.* 48.
17. 4 gallinhas custaram 1$600 rs., quanto custou cada uma? *R.* 400 *rs.*

(1.) $1346 \div 2$. (2.) $5643 \div 3$. (3.) $50568 \div 4$.
(4.) $905 \div 5$. (5.) $7404 \div 6$. (6.) $18543 \div 7$.
(7.) $6864 \div 8$. (8.) $6704 \div 8$. (9.) $47385 \div 9$.
(10.) $260 \div 10$. (11.) $5049 \div 11$. (12.) $67428 \div 12$.

Respostas.

(1.) 673. (2.) 1881. (3.) 12642. (4.) 181.
(5.) 1234. (6.) 2649. (7.) 858. (8.) 838.
(9.) 5265. (10.) 26. (11.) 459. (12.) 5619.

---

24. Divisão composta.

Quando o divisor é maior que 12, a divisão chama-se *composta.*

Dividi 81864 por 24?

```
. . . .
81864       | 24
72=24×3     | 3411
 98
 96=24×4
  26
  24=24×1
   24
   24=24×1
   . .
```

Separemos no dividendo tantos algarismos para a esquerda, quantos são os algarismos do divisor; como seria difficil saber quantas vezes 81 contém 24, dizemos 8 quantas vezes contém 2, e achamos 4; porém multiplicando 4 por $24 = 96$, sendo 96 maior que 81, vêmos que o quociente deve ser menor que 4, por isso ensaiamos 3, multiplicando 3 por $24 = 72$ que póde ser diminuido de 81, deixando o resto 9, isto é, 9 milhares. Escrevemos o seguinte algarismo 8 do dividendo em frente do resto 9, que assim fica 98; dizendo 9 quantas vezes contém 2? 9 contém 2 quatro vezes, escrevemos 4 no quociente, e multiplicamos o divisor 24 por 4, e subtrahindo o producto 96 de 98, achamos o resto 2: descemos o algarismo 6 do dividendo para a direita do resto 2, o que faz o dividendo parcial 26; é visivel que 26 contém 24 uma vez, escrevemos por tanto 1 no quociente, e subtrahimos o producto de 24×1 de 26, o que deixa o resto 2; descemos o ultimo algarismo 4 do dividendo para a direita do resto 2; formando assim o dividendo parcial 24, e dividindo este por 24, achamos o quociente 1, não ficando resto, e temos que $81864 \div 24 = 3411$.

25. Póde acontecer que o primeiro dividendo parcial seja menor que o divisor: n'este caso toma-se mais um algarismo para a esquerda, isto é, *tomam-se para a esquerda do dividendo tantos algarismos quantos são os do divisor mais um, como vamos vêr no seguinte ex.:*

Dividi 1782552 por 578.

$$
\begin{array}{l|l}
\overset{....}{1782}552 & 578 \\
\cline{2-2}
\underline{1734} = 578 \times 3 & 3084 \\
\quad 4855 & \\
\quad \underline{4624} = 578 \times 8 & \\
\qquad 2312 & \\
\qquad \underline{2312} = 578 \times 4 & \\
\qquad .... &
\end{array}
$$

Marcando para a esquerda do dividendo tantos algarismos quantos são os do divisor, vêmos que 178 é menor de 578, por isso tomamos mais um algarismo para a esquerda, e formaremos o dividendo parcial 1782, que dividido por 578, ou 17 por 5, achamos o quociente 3, que escrevemos no seu lugar, multiplicando o divisor 578 por 3 e subtrahindo o producto 1734 de 1782, achamos o resto 48: descendo o algarismo 5 do dividendo para a direita d'este resto, temos o dividendo parcial 485; porém como é menor que o divisor 578, escrevemos no quociente 0 *(porque se escreve 0?)* e descemos o seguinte algarismo 5 do dividendo para a direita de 485, o que faz o dividendo parcial 4855, dividindo 4855 por 578, ou 48 por 5, achamos o quociente 8, *(e porque não é 9?)* que escrevemos no quociente; multiplicando 578 por 8, e subtrahindo o producto de 4855, achamos o resto 231: descendo o algarismo 2 para a direita d'este resto &c. &c.; logo $1782552 \div 578 = 3084$.

Perg. Como achaes o primeiro dividendo parcial?

R. Marcando com um ponto para a esquerda do dividendo tantos algarismos, quantos são os do divisor.

Perg. Porém se esses algarismos formarem um dividendo parcial menor que o divisor, como formareis o primeiro dividendo parcial?

R. Marcando para a esquerda do dividendo tantos algarismos, quantos são os do divisor mais um.

Perg. Que fareis quando algum dos outros dividendos parciaes fôr menor que o divisor?

R. Escreveremos 0 no quociente, e desceremos o seguinte algarismo do dividendo para a direita do resto.

Perg. Podeis saber d'antemão quantos algarismos deve ter o quociente?

R. Sim; o quociente terá tantos algarismos, quantos são os que estão á direita do primeiro dividendo parcial mais um: ex.: $138476732 \div 495$: o quociente terá 6 algarismos, attendendo que estão 5 algarismos á direita do primeiro dividendo parcial, e $5 + 1 = 6$, o que poderá vêr-se effectuando a divisão.

Perg. O resto de cada divisão parcial deve ser maior, ou menor que o divisor?

R. Deve ser menor; porque se fosse egual, ou maior ainda conteria o divisor uma ou mais vezes, o que seria prova infallivel que o quociente achado é menor que o verdadeiro.

Perg. Como achais o numero de vezes que o dividendo parcial contém o divisor?

R. Separando do dividendo parcial para a direita tantos algarismos, quantos são os do divisor menos um, e dividindo os outros pelo algarismo da mais alta ordem do divisor, isto é, pelo da esquerda; no ex. (n.º 25) para dividir $1782 \div 578$, diremos $17 \div 5$ dá o quociente 3.

Perg. Para que marcais com um ponto os algarismos do dividendo, á maneira que os desceis para a direita dos restos successivos?

R. Para evitar que nos esqueça de descer algum.

26. A divisão composta póde reduzir-se á simples, quando o divisor é o producto de dous factores menores que 13; assim no ex. (n.º 24) sendo 24 $=4\times6$, podemos dividir o dividendo por 4, e o quociente assim achado por 6, como se vê no seguinte exemplo:

```
81864 | 24
      |-----
      | 3411
  ou
81864 | 4
0022  |------
   0  | 20466 | 6
              |------
              | 3411
```

Esta operação funda-se em que podemos dividir um numero por outro, dividindo successivamente o primeiro pelos factores do segundo.

```
. . .   . . .   . . .   . . .
. . .   . . .   . . .   . . .
```

Na figura annexa vêmos que a duodecima parte de $24=2$; o quarto de $24=$ numero de pontos contidos em cada grupo, ou 6, e o terço de $6=2$ ou o terço dos pontos em um grupo: isto é, como $12=4\times 3$, podemos dividir 24 por 4, e o quociente achado por 3.

15 objectos custaram 45$000 rs., qual é o custo de cada um? *R.* 3$000 *rs.*

```
45000 | 15
      |-----
      | 3000
  ou
45000 | 5
      |------
      | 9000 | 3
             |------
             | 3000
```

Sendo $15=5\times3$, podemos dividir 45$000 rs por 15, ou por 5, o quociente 9000 por 3, o que dá o mesmo resultado 3$000 rs.

27. E' util observar que quando temos a dividir por 10, 100, 1000 &c. basta cortar á direita do dividendo, tantos algarismos, quantos são os zeros do divisor; os algarismos que ficam á esquerda representam o quociente, e os que estão á direita, o resto: ex.:

(1.)	364(2	10	
		364	e 2 de resto.
(2.)	654(23	100	
		654	e 23 de resto.

Do mesmo modo quando temos a dividir por dezenas, centenas, milhares &c., separamos para a direita do dividendo tantos algarismos, quantos são os zeros do divisor, dividindo depois os algarismos da esquerda do dividendo pelo divisor, sem fazer caso dos zeros: ex.:

(1.)	3478(9	5(0	
	0423	695	e 39 de resto.
	00		
(2.)	654(23	4(00	
	212	163	e 223 de resto.

Exemplos.

1. Ha 416 maçãs em 13 cestos, quantas tem cada um? *R.* 32.
2. Dividi 228 tentos por 19 meninos? *R.* 12 *tentos a cada um.*
3. Um lavrador tinha 232 ovelhas, precisa dividil-as em 29 rebanhos, pergunta-se quantas ovelhas deve ter cada um? *R.* 8.
4. Paguei por 14 ℔ de manteiga 2$800 rs., pretendo saber o preço da ℔? *R.* 200 *rs.*
5. 53 ℔ de café custaram 5$830 rs., qual foi o preço da ℔? *R.* 110 *rs.*

6. Andando um caminheiro 25 milhas por dia, em quantos dias andará 325 milhas? *R.* 13.
7. Custando um covado de panno 1$600 rs., quantos covados podemos comprar com 13 moedas? *R.* 39.
8. Custando 60 ovos 300 rs., quanto custou cada um? *R.* 5 *rs.*
9. Dividi 153$000 rs. por 17 pessoas? *R.* 9$000 *rs.*
10. Um mercieiro vendeu 24 ℔ d'assucar por 2$640 rs., qual é o preço da ℔? *R.* 110 *rs.*
11. 50 covados de panno importaram 125$000 rs., quero saber o preço do covado? *R.* 2$500 *rs.*
12. Quantos tostões ha em 6$400 rs.? *R.* 64.
13. Quantas corôas ha em 120$000 rs.? *R.* 12.
14. 30 pares de luvas custaram 9$000 rs., pede-se o preço do par? *R.* 300 *rs.*
15. 10 covados de panno custaram 16$000 rs., pede-se o preço do covado? *R.* 1$600 *rs.*
16. 40 ℔ de chá custaram 48$000 rs., pede-se o preço da ℔? *R.* 1$200 *rs.*
17. Em 352 ℔ quantas @ ha? *R.* 11 @.
18. Em 480 onças quantas ℔ ha? *R.* 30 ℔.
19. Quantos 5 tostões ha em 369$960 rs.? *R.* 739+....
20. Dividi 30:000$885 rs. por 965? *R.* 31$089 *rs.*
21. 36 canadas de vinho por 2$520 rs., pede-se o preço da canada? *R.* 70 *rs.*

(1.) 839160÷24	(2.) 303696÷18	(3.) 643356÷23
(4.) 4733490÷15	(5.) 15908652÷18	(6.) 20648÷29
(7.) 607392÷72	(8.) 321678÷46	(9.) 82592÷58
(10.) 736263÷67	(11.) 294052÷134	(12.) 401598÷201
(13.) 803196÷804	(14.) 1606392÷402	(15.) 360048÷87

Respostas.

(1.) 34965.	(2.) 16872.	(3.) 27972.	(4.) 315566.	(5.) 883814.
(6.) 712.	(7.) 8436.	(8.) 6993.	(9.) 1424.	(10.) 10989.
(11.) 2194.	(12.) 1998.	(13.) 999.	(14.) 3996.	(15.) 4138.

28. REDUCÇÃO.

(*Vêde a Taboa dos pêsos, e medidas no principio*).

As operações necessarias n'esta regra são effectuadas pela multiplicação ou divisão.

Por Multiplicação.

Exemplo 1.º

Reduzi 5 qt.ˢ 2 @ 16 ℔ e 8 onças a onças:

5 4 ―― 20 2 ―― 22 @ 32 ―― 44 66 ―― 704 16 ―― 720 ℔ 16 ―― 4320 720 ―― 11520 8 ―― 11528 onças	1 qt. = 4 @ ∴ 5 qt.ˢ = 5 × 4 @ = 20 @ ∴ 5 qt.ˢ + 2 @ = 20 @ + 2 @ = 22 @. 22 @ = 22 × 32 ℔ = 704 ℔ ∴ 22 @ + 16 ℔ = 704 ℔ + 16 ℔ = 720 ℔. 720 ℔ = 720 × 16 onç. = 11520 onç. ∴ 720 ℔ + 8 onç. = 11528 onç. Reduzimos os qt.ˢ a @ multiplicando por 4, e sommando as 2 @ com o producto; reduzimos 22 @ a ℔ multiplicando por 32 e addicionando 16; e reduzimos finalmente 720 ℔ a onç. multiplicando por 16, e sommando 8; logo 5 qt.ˢ 2 @ 16 ℔ e 8 onç. = 11528 onças.

Exemplo 2.º

Reduzi a pollegadas 6 varas, 3 palmos e 7 pollegadas:

6	
5	
30	
3	
33	palmos
8	
264	
7	
271	pollegadas

Reduzimos as varas a palmos multiplicando-as por 5 (os palmos de cada vara) e ajuntando 3; reduzimos os 33 palmos a pollegadas multiplicando-os por 8, e ajuntando 7 pollegadas, o que produz 271 pollegadas. Se quizessemos ainda reduzir a linhas, multiplicariamos 271 por 12 (numero de linhas que tem cada pollegada), e achariamos 3252 linhas.

Por Divisão.

Exemplo 1.º

Reduzi 11528 onças a qt.ˢ?

R. 5 *qt.ˢ* 2 @ 16 ℔ *e* 8 *onç.*

11528	16		
00308	720	32	
0	086	22	4
	1	02	5

Reduzimos 11528 onças a ℔, dividindo por 16; o quociente 720 mostra ℔ e o resto 8, onças; dividindo 720 ℔ por 32, o quociente achado 22 mostra @, e o resto 16, ℔; dividindo 22 @ por 4, o quociente 5 mostra qt.ˢ e o resto 2, @.

Exemplo 2.º

Reduzi a varas 271 pollegadas?

R. 6 *varas*, 3 *palmos e* 7 *pollegadas.*

Exemplo 3.º

Quantas semanas ha em 267 dias?

R. 38 *semanas e* 1 *dia.*

---

1. Quantas ℔ ha em 23 @? *R.* 736 ℔.
2. Reduzi 2 qt.ˢ 3 @ 16 ℔ a onças? *R.* 5888 *onças.*
3. Quantos 5 tostões ha em 5 moedas? *R.* 48.
4. Quantos 2 tostões ha em 100 cruzados novos? *R.* 240.

5. Um anno commum quantos minutos tem? *R.* 525600.
Um anno bissexto quantos minutos tem? *R.* 527040.
6. Em 5 qt.^{s} 2 @ quantas ℔ ha? *R.* 704 ℔.
7. Quantas ℔ tem uma tonelada? *R.* 1728 ℔.
8. Reduzi a oitavas 2 @ 16 ℔ e 8 onças? *R.* 10304 *oit.*
9. » a grãos 9 marcos e 7 onças? *R.* 45504 *gr.*
10. » » quartilhos 1 pipa d'azeite? *R.* 1200 *quartilhos.*
11. » » quartilhos 5 almudes, 3 canadas e 2 quartilhos? *R.* 254 *quartilhos.*
12. Em 8 varas quadradas quantas pollegadas quadradas ha? *R.* 12800.
13. Quantas pollegadas cubicas ha em 8 varas cubicas? *R.* 512000.
14. Reduzi 60 alqueires a maquias? *R.* 960 *maquias.*
15. Quantos minutos ha em 1 anno commum, ou de 365 dias? *R.* 525600.
16. Um homem de 70 annos, quantos segundos tem vivido? *R.* 2207520000.
17. Reduzi 374 pollegadas a pés? *R.* 31 *pés e* 2 *polleg.*
18. » 273 @ a qt.^{s}? *R.* 68 *qt.*^{s} 1 @.
19. » 376 ℔ a qt.^{s}? *R.* 2 *qt.*^{s} 3 @ e 24 ℔.
20. » 157 dias a mezes? *R.* 5 *mezes e* 7 *dias.*
21. » 5432 onças a qt.^{s}? *R.* 2 *qt.*^{s} 2 @ 19 ℔ e 8 *onç.*
22. » 315$000 rs. a corôas? *R.* 31 *e meia.*
23. » 378 cruzados novos a moedas? *R.* 37 *moedas e* 8 *cruzados novos.*
24. 120$000 rs. quantos quintos de corôa teem? *R.* 60.
25. Reduzi 23360 ℔ a toneladas? *R.* 13 *ton. e* 7 *qt.*^{s}
26. » 234 palmos quadrados a varas quadradas? *R.* 9 *var. quadr. e* 9 *palm. quadr.*
27. » 34500 pollegadas cubicas a pés cubicos? *R.* 19 *pés cub.* 1668 *polleg. cubicas.*
28. » 39460 pés a milhas? *R.* 7 *milhas e* 892 *passos.*
29. » 3492 linhas a pés? *R.* 24 *pés e* 3 *pollegadas.*
30. Quantos annos communs ha em 4569 dias? *R.* 12 *annos,* 6 *mezes e* 9 *dias.*

Sommar Complexos.

1. Um mercieiro vendeu a um individuo 5 ℔ e 12 onças de chá, e a outro 8 ℔ e 6 onças, quantas ℔ vendeu elle? *R. 14 ℔ e 2 onças.*

℔	*Onç.*
5	12
8	6
14	2

Escrevendo os pezos como se vê, isto é, ℔ debaixo de ℔, onças debaixo d'onças, principiamos a sommar a columna da infima especie, que é a das onças, e achamos 18 onças = 1 ℔ e 2 onças, escrevemos as 2 onças e reservamos a 1 ℔ para sommar com as ℔ que se acham na columna respectiva.

2. Um Professor empregou 1 hora e 10 minutos com a lição de leitura, 57 minutos em explicar a lição de grammatica, e 1 hora e 5 minutos em explicar a lição de arithmetica e geometria; quantas horas empregou elle? *R. 3 horas e 12′.*

Hor.	′
1	10
0	57
1	5
3	12

Escrevendo o tempo como se vê no exemplo junto, isto é, horas debaixo d'horas, e minutos debaixo de minutos, principiamos a sommar a columna dos minutos, cuja somma 72′=1 hora + 12 minutos, escrevemos os 12′ e reservamos 1 hora para sommar com as horas, que sommam 3 horas.

(3.)

℔	*onç.*	*oit.*
14	10	6
7	0	0
0	4	5

(4.)

@	℔	*onç.*
2	3	15
0	16	0
1	8	15

(5.)

Qt.^s	@	℔	*onç.*
17	3	16	10
5	2	18	0
0	0	26	15

(6.)

Pip.	*Alm.*	*Can.*
10	20	5
18	16	7
9	22	11

(7.)

Canad.	*Quart.*
10	3
5	0
11	2

(8.)

Ton.	*Pip.*	*Alm.*	*Can.*
3	1	24	10
5	0	16	17
0	1	0	3

(9.) *Sec.*	*ann.*	*mez.*	*dias.*	(10.) *Hor.*	*min.*	*seg.*	(11.) *Ann.*	*mez.*	*dias.*
3	20	5	18	20	6	56	7	10	8
4	26	10	29	14	53	24	6	7	3
0	84	7	6	10	16	48	4	5	3

(12.) *Varas*, *palmos*, *pollegadas*, *linhas*, *pontos*.

Varas	*palmos*	*pollegadas*	*linhas*	*pontos*
50	3	6	10	10
3	4	7	0	11

Respostas.

(3.) 21 ℔, 15 *onç. e* 3 *oit.*
(4.) 3 @, 28 ℔ *e* 14 *onç.*
(5.) 23 *qt.*[s], 2 @, 29 ℔ *e* 9 *onç.*
(6.) 39 *pipas*, 9 *almudes e* 11 *canadas.*
(7.) 2 *almudes*, 3 *canadas e* 1 *quartilho.*
(8.) 9 *toneis*, 1 *pipa*, 17 *almudes e* 6 *canadas.*
(9.) 8 *seculos*, 31 *annos*, 11 *mezes e* 23 *dias.*
(10.) 1 *dia*, 21 *horas*, 17 *minutos e* 8 *segundos.*
(11.) 18 *annos*, 10 *mezes e* 14 *dias.*
(12.) 54 *varas*, 3 *palmos*, 5 *polleg.*, 11 *linh. e* 9 *pont.*

Diminuir Complexos

1. Um mercieiro comprou 26 ℔ e 6 onças de chá, e vendeu 18 ℔ e 14 onças, que quantidade de chá lhe resta? *R.* 7 ℔ e 8 *onças.*

26 ℔	6 onç.
18 »	14 »
7 »	8 »

Escrevendo os pezos como se vê em frente, e principiando pela columna das onças, dizemos 6 onças — 14 onças; não podendo porém tirar 14 onças de 6 onças, tomamos 1 ℔ = 16 onças, e sommando estas com 6 onças temos 16 onças + 6 onças — 14 onças = 8 onças, que escrevemos na respectiva columna: passando á columna das ℔ dizemos 25 ℔ — 18 ℔ = 7 ℔, que escrevemos como se vê.

Perg. Porque não dizemos 26 ℔ — 18 ℔?

R. Tendo 26 ℔ dado 1 ℔ para a columna das onças, ficaram 25 ℔ sómente.

2. Uma peça de panno continha 24 covados, 2 palmos e 3 pollegadas; venderam-se d'ella 8 covados, 1 palmo e 6 pollegadas, quanto resta?

R. *16 covados e 5 pollegadas.*

3. João tem 9 annos e 7 mezes, e Thomaz 11 annos e 2 mezes, quanta mais idade tem o ultimo?

R. *1 anno e 7 mezes.*

4. Uma sala tem de comprido 40 palmos e 5 pollegadas, e de largo 23 palmos e 7 pollegadas, pergunta-se quanto excede o comprimento á largura?

R. *16 palmos e 6 pollegadas.*

5. Subtrahi 3 qt.^{s} e 3 @ de 12 qt.^{s} e 1 @?

R. *8 qt.^{s} e 2 @.*

6. Subtrahi 2 onças, 5 oitavas e 7 grãos de 6 onças e 4 grãos? *R.* *3 onç., 2 oit. e 69 gr.*

7. Subtrahi 10 onças, 3 oitavas de 5 ℔ e 4 onças?

R. *4 ℔, 9 onças e 5 oit.*

8. Subtrahi 9 varas e 6 palmos quadrados de 12 varas e 3 palmos quadrados?

R. *2 varas e 22 palmos quadrados.*

9. Subtrahi 7 annos e 5 mezes de 12 annos e 2 mezes?

R. *4 annos e 9 mezes.*

10. Subtrahi 5 dias, 9 horas e 7 minutos de 9 dias e 5 horas? *R.* *3 dias, 19 horas e 53 minutos.*

Multiplicação.

1. Qual é o pêso de 3 barricas d'assucar, pesando cada uma 2 qt.^{s}, 3 @ e 18 ℔? *R.* *8 qt.^{s}, 2 @ e 22 ℔.*

2 qt.^{s}	3 @	18 ℔
		3 »
8 »	2 »	22 »

Multiplicando 18 ℔ por 3, achamos o producto 54 ℔ = 1 @ e 22 ℔, escrevemos 22 ℔, e reservamos 1 @ para sommar com o producto das @, que achamos ser 9 @ + 1 @ = 10 @ = 2 qt.^{s} + 2 @, escrevemos as 2 @ e reservamos os 2 qt.^{s} para sommar com o producto dos qt.^{s} = 6 qt.^{s} + 2 qt.^{s} = 8 qt.^{s}

2. Qual é o peso de 7 caixas de sabão, pesando cada uma 3 qt.^{s}, 3 @ e 9 ℔? *R.* 26 *qt.^{s}*, 2 @ *e* 31 ℔.
3. Qual é o peso de 5 pratos de prata, pesando cada um 5 onç., 4 oit. e 9 gr.?
R. 3 *marcos*, 3 *onç.*, 4 *oit. e* 45 *gr.*
4. Quantas varas teem 6 peças de panninho, medindo cada uma 20 varas, 2 palmos e 7 pollegadas?
R. 123 *varas*, 2 *palmos e* 2 *pollegadas.*

(5.) 4 toneladas 3 qt.^{s} × 5.
(6.) 5 oit. e 9 gr. × 25.
(7.) 3 pés e 8 polleg. × 16.
(8.) 5 varas e 2 palmos × 36.
(9.) 3 palmos e 6 polleg. × 17.
(10.) 50 braças e 6 palmos × 12.
(11.) 8 canadas e 3 quartilhos × 24.
(12.) 3 minutos e 9 segundos × 14.

Respostas.

(5.) 21 *ton.* 1 *qt. e* 2 @.
(6.) 128 *oit. e* 9 *gr.*
(7.) 58 *pés e* 8 *polleg.*
(8.) 194 *varas e* 2 *palm.*
(9.) 63 *palmos e* 6 *polleg.*
(10.) 607 *braças e* 2 *palm.*
(11.) 210 *canadas.*
(12.) 44 *min. e* 6 *segundos.*

Divisão.

1. 3 caixas de chá pesaram 169 ℔ e 5 onças, qual é o peso de cada caixa? *R.* 56 ℔ *e* 7 *onç.*

169 ℔ 5 onç. .11 0 16 16 5 21	3 56 ℔ 7 onç.	Dividindo 169 ℔ por 3 achamos o quociente 56 ℔, e de resto 1 ℔ que reduzida a onç. e sommadas com as 5 onç. do dividendo = 21 onç., que divididas por 3 = 7 onç.

2. Uma familia consome 5 ℔ e 4 onç. de queijo por semana, quanto consome por dia? *R.* 12 *onç.*

3. Um homem andou em 5 dias 20 legoas, 2 milhas e 500 passos, quanto andou em 1 dia? *R. 4 legoas e 500 passos.*
4. Qual é a quarta parte de 2 moios e 20 alqueires? *R. 35 alqueires.*
5. Qual é a quarta parte d'um campo que contém 208 varas e 5 palmos quadrados? *R. 52 varas, um palmo e 16 polleg. quadrad.*
6. Dividi 1 qt., 3 @ e 19 ℔ em 9 partes eguaes? *R. 27 ℔.*
7. 18 cavallos comeram 16 alqueires e 14 maquias de milho, quanto comeu cada cavallo? *R. 15 maquias.*
8. Dividi 53 mezes e 4 semanas em 5 partes eguaes? *R. 10 mezes, 3 sem., 1 dia, 9 h. e 36 min.*

29. RAZÕES.

Antes de começar esta regra, o Professor fará explicar a *Formação d'uma Fracção* (n.os 32 e 33).

A razão de dous numeros é a sua grandeza relativa, ou o numero de vezes que um numero é contido n'outro; assim expressamos a razão de 7 para 8, dizendo que $7 =$ 7 vezes $\frac{1}{8}$ de 8, ou que $7 = \frac{7}{8}$ de 8. Esta razão tambem é expressada 7 : 8, que se lê 7 é para 8.

Exemplos.

1. Que parte de 8 é o numero 2? *R.* $\frac{1}{4}$; *porque se dividirmos 8 unidades em quatro partes eguaes,* || || || ||, *vêmos que o numero de unidades em cada parte* $=$ $\frac{1}{4}$ *de 8, isto é* $= 2$.
2. Que parte de 6 é o numero 4? *R.* $\frac{2}{3}$.

$6 =$ || || || Vê-se que $\frac{1}{3}$ de 6 deve ser repe-
$4 =$ || || tido 2 vezes para produzir 4, isto

é, $4 = \frac{2}{3}$ de $6 = 2$ vezes $\frac{1}{3}$ de 6.

3. Que parte de 9 é o numero 12? *R.* $\frac{4}{3}$; *porque* $\frac{1}{3}$ *de* 9 = 3, 3 *deve ser repetido* 4 *vezes para produzir* 12.

4. Qual é a razão de 15 : 12 (15 para 12). *R.* $\frac{5}{4}$.

$$\left.\begin{array}{l} 12 = ||| \ ||| \ ||| \ ||| \\ 15 = ||| \ ||| \ ||| \ ||| \ ||| \end{array}\right\}$$

$\frac{1}{4}$ de 12 deve ser repetido 5 vezes para produzir 15, isto é, 15 = 5 vezes $\frac{1}{4}$ de 12 = 5 × 3 = $\frac{5}{4}$ de 12. Esta razão é tambem claramente expressada por $\frac{15}{12}$; portanto $\frac{5}{4}$ e $\frac{15}{12}$ expressam a mesma razão, isto é, $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$, a razão de 5 : 4 = 15 : 12.

5. Qual é a razão de 20 para 25? *R.* $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$.

6. Quanto é 3 vezes $\frac{1}{4}$, ou $\frac{3}{4}$ de 16? *R.* 12; *porque* $\frac{1}{4}$ *de* 16 = 4, *portanto* 3 *vezes* $\frac{1}{4}$ *de* 16, *ou* 3 *vezes* 4 = 12.

7. Quanto é o oitavo de 1 @? *R.* 4 ℔.

8. Quanto é $\frac{1}{4}$ de 1 ℔? *R.* 4 *onç.*

9. Quanto é $\frac{3}{5}$ de 1 pipa? *R.* 15 *almudes.*

10. Achai respectivamente o valor de $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{6}$ de 1 ℔? *R.* 6 $\frac{2}{5}$ *onç.*, 12 *onç.*, 14 *onç.*, 10 $\frac{2}{3}$ *onç. e* 13 $\frac{1}{3}$ *onç.*

11. Mostrai que $\frac{4}{6}$ de 1 @ = $\frac{2}{3}$ de 1 @? *R.* 21 $\frac{1}{3}$ ℔.

12. Que parte de 1 @ são 8 ℔? *R.* $\frac{1}{4}$.

13. » » » 1 » » 12 ℔? *R.* $\frac{3}{8}$.

14. » » » 1 » » 24 ℔? *R.* $\frac{3}{4}$.

15. » » » 1 qt. » 8 ℔? *R.* $\frac{1}{16}$.

16. » » » 1 qt. » 28 ℔? *R.* $\frac{7}{32}$.

17. » » » 1 onç. » 4 oitavas? *R.* $\frac{1}{2}$.

18. » » » 1 tonelada é 1 @? *R.* $\frac{1}{54}$.

19. » » » 1 » é 1 ℔? *R.* $\frac{1}{54 \times 32} = \frac{1}{1728}$.

20. » » » 1 vara é 1 pollegada? *R.* $\frac{1}{40}$.

21. » » » 1 » são 5 pollegadas? *R.* $\frac{1}{8}$.

22. » » » 1 moeda é um quartinho? *R.* $\frac{1}{4}$.

30. REGRA DE TRES

(em que se não requer o conhecimento das fracções.)

1.º *Por Multiplicação.*

1. Se 3 livros custaram 1$200 rs., quanto custarão 12 livros?

   Custo de 3 livros = ... 1$200 rs.
   ∴ » » 12 » = 4 vezes 1$200 rs. = 4$800 »

2. 5 taboas custaram 600 rs., 25 taboas quanto custarão? *R.* 3$000 *rs.*
3. 4 carneiros custaram 2$700 rs., quanto custarão 12 carneiros? *R.* 8$100 *rs.*
4. 7 cadeiras custaram 8$400 rs., quanto custarão 49? *R.* 58$800 *rs.*
5. Quanto se deve pagar por 30 qt.s d'assucar, se 5 qt.s custaram 48$000 rs.? *R.* 288$000 *rs.*
6. Um trabalhador ganhou em 6 dias 2$400 rs., quanto ganhará em 42 dias? *R.* 16$800 *rs.*
7. Um pedreiro fez 10 braças de parede em 9 dias, quantas braças fará em 63 dias? *R.* 70.
8. 9 bois custaram 54 moedas, quanto custarão 45 bois? *R.* 270 *moedas* = 1:296$000 *rs.*
9. 5 ℔ de chá custaram 6$000 rs., quanto custarão 45 ℔? *R.* 54$000 *rs.*
10. Um homem andou 65 milhas em 5 dias, quantas milhas andará em 5 dias? *R.* 195.

2.º *Por Divisão.*

1. 8 ℔ d'assucar custaram 960 rs., qual será o custo de 2 ℔?

   Custo de 8 ℔ = ... 960 rs.
   ∴ » de 2 » = $\frac{1}{4}$ de 960 rs. = 240 »

2. 12 garrafas custaram 2$880 rs., quanto custarão 3 ao mesmo preço? *R.* 720 *rs.*
3. 32 cavallos custaram 288 moedas, quanto custarão 4 cavallos? *R.* 36 *moedas*=172$800 *rs.*
4. 35 ℔ de chá custaram 40$000 rs., quanto havemos de pagar por 7 ℔? *R.* 8$000 *rs.*
5. 30 artigos custaram 8 moedas, quanto hei-de pagar por 10 dos mesmos artigos? *R.* 12$800 *rs.*
6. 48 objectos custaram 31 moedas, qual é o custo de 6 dos mesmos objectos? *R.* 18$600 *rs.*
7. 27 chapeos custaram 8 moedas, pede-se o custo de 9 chapéos? *R.* 12$800 *rs.*
8. 36 livros custaram 16 moedas, pede-se o custo de 9 dos mesmos livros? *R.* 4 *moedas*=19$200 *rs.*
9. 72 objectos custaram 9 moedas, pede-se o custo de 24 dos mesmos objectos? *R.* 3 *moedas*=.... *rs.?*
10. 8 objectos custaram 17 moedas, pede-se o custo de 4 objectos? *R.* 40$800 *rs.*
11. A renda d'um campo que contém 60 geiras de terra é de 150$000 rs., qual será a renda de 1 leira que contém 5 geiras? *R.* 12$500 *rs.*
12. 1 ℔ d'assucar custou 6 vintens, quanto custarão 4 onças do mesmo assucar? *R.* 30 *rs.*
13. 1 ℔ de chá custando 1$200 rs., quanto devem custar 2 onças? *R.* 150 *rs.*
14. Um homem gastando 5 moedas em 35 dias, quanto gastará em 7 dias? *R.* 4$800 *rs.*

3.º *Por Divisão e Multiplicação.*

1. Se 3 artigos custaram 3$600 rs., quanto custarão 7?

Custo de 3 artigos. . . . . . . = 3$600 rs.
∴ » » 1 » $=\frac{1}{3}$ de 3$600 = 1$200 »
∴ » » 7 » = 7 vezes 1$200 = 8$400 »

No curso da demonstração o Professor deve fazer as seguintes perguntas e outras que tendam a recordar as doutrinas já explicadas.

Perg. Escrevei o custo de 3 artigos?
R. 3$600 *rs.*
Perg. Escrevei o custo de 1 artigo; será o custo de 1 artigo maior ou menor que o custo de 3?
R. Será menor.
Perg. Que parte será de 3$600 rs.?
R. $\frac{1}{3}$ *de* 3$600 *rs.* = 1$200 *rs.*
Perg. De quantos artigos temos a achar o custo?
R. De 7 artigos.
Perg. Será o custo de 7 artigos maior ou menor que o de 1 artigo?
R. Maior. O custo de 7 artigos será 7 vezes o custo de 1 artigo, isto é, 7 × 1$200 = 8$400 *rs.*

2. Se 6 ℔ de café custaram 1$440 rs., quanto custarão 7 ℔? *R.* 1$680 *rs.*
3. 5 artigos custaram 1$200 rs., pede-se o custo de 9 artigos? *R.* 2$160 *rs.*
4. 7 artigos custaram 1$680 rs., pede-se o custo de 10? *R.* 2$400 *rs.*
5. 12 artigos custaram 3$600 rs., pede-se o custo de 10? *R.* 3$000 *rs.*
6. 2 artigos custaram 720 rs., pede-se o custo de 5? *R.* 1$800 *rs.*
7. 8 artigos custaram 5$000 rs., pede-se o custo de 7? *R.* 4$375 *rs.*
8. 5 objectos custaram 3$600 rs., exige-se o custo de 13? *R.* 9$360 *rs.*
9. 7 objectos custaram 9$800 rs., exige-se o custo de 23? *R.* 32$200 *rs.*
10. 9 objectos custaram 94$500 rs., exige-se o custo de 70? *R.* 735$000 *rs.*
11. 3 objectos custaram 1$800 rs., exige-se o custo de 31? *R.* 18$600 *rs.*
12. Um moço n'um trimestre, ou 13 semanas ganha 6$500 rs., quanto deve receber por 5 semanas? *R.* 2$500 *rs.*
13. Se uma pessoa caminha 20 milhas em 5 horas, quantas caminhará em 12 horas? *R.* 48.

14. 3 castiçaes custaram 2$400 rs., quantos poderei comprar com 14$400 rs.? *R.* 18.
15. 5 covados de panno custaram 10$000 rs., quantos covados poderei pagar com 32$000 rs.? *R.* 16.
16. 5 lenços custaram 3$000 rs., quantos posso comprar com 15$600 rs.? *R.* 26.
17. 6 travessas custaram 1$200 rs., quantas poderemos comprar com 6 moedas? *R.* 144.
18. 5 cordeiros custaram 2$400 rs., quantos podemos comprar com 2 moedas? *R.* 20.
19. Um trabalhador recebeu de salario por 7 dias de trabalho 2$800 rs., quantos dias deve trabalhar para ganhar 20$000 rs.? *R.* 50.
20. Se 16 custaram 4$800 rs., quanto devem custar 24?

Custo de 16 = ... 4$800 rs.
∴ » » $4 = \frac{1}{4}$ de 4$800 = 1$200 rs.
∴ » » 24 = 6 vezes 1$200 = 7$200 »

21. Se 28 custaram 35$000 rs., quanto devem custar 16? *R.* 20$000 *rs.*
22. Comprei 30 laranjas por 150 rs., quanto paguei por 1 duzia? *R.* 60 *rs.*

4.º *Por Divisão e Addição, ou por Multiplicação, Divisão e Addição.*

1. 8 ℔ de café custaram 1$600 rs., quanto custarão 10 ℔?

Custo de 8 ℔ = ... 1$600 rs.
∴ » » 2 » = $\frac{1}{4}$ de 1$600 rs. = 400 »
∴ » » 10 » = ... 2$000 »

2. 8 custaram 28$800 rs., quanto custarão 12? *R.* 9 *moedas* = ..$... *rs.*?
3. Se 16 custaram 7 moedas, quanto custarão 18? *R.* 37$800 *rs.*

4. 32 custaram 5 moedas, quanto custarão 40?
R. 30$000 *rs.*
5. 8 custaram 3 moedas, quanto custarão 9?
R. 16$200 *rs.*
6. 63 custaram 21$000 rs., quanto custarão 72?

Custo de 63 = ... 21$000 rs.
∴ » » 9 = $\frac{1}{7}$ de 21$000 rs. = 3$000 »
∴ » » 72 = ... 24$000 »

7. Se 12 custaram 21 moedas, quanto custarão 16?
R. 28 *moedas* = ...$... *rs.?*
8. Se 48 custaram 120 moedas, quanto custarão 60?
R. 150 *moedas* = ...$... *rs.?*
9. Se 24 custaram 36 moedas, quanto custarão 36?
R. 54 *moedas* = ...$... *rs.?*
10. Se 9 custaram 14$400 rs., quanto custarão 19?

Custo de 18 = 2 vezes 14$400 = 28$800 rs.
∴ » » 1 = $\frac{1}{9}$ de 14$400 = 1$600 »
∴ » » 19 = ... 30$400 »

11. Se 4 custaram 30$000 rs., quanto custarão 17?
R. 127$500 *rs.*
12. Se 9 custaram 12$000 rs., quanto custarão 21?
R. 28$000 *rs.*
13. Se 8 custaram 6 moedas, quanto custarão 12?
R. 43$200 *rs.* = ... *moedas?*
14. Se 16 custaram 18$000 rs., quanto custarão 20?
R. 22$500 *rs.*
15. Se 18 custaram 16$000 rs., quanto custarão 27?
R. 5 *moedas* = ..$... *rs.?*
16. Se 6 custaram 9$000 rs., quanto custarão 20?

Custo de 18 = 3 vezes 9$000 = 27$000 rs.
∴ » » 2 = $\frac{1}{3}$ de 9$000 = 3$000 »
∴ » » 20 = ... 30$000 »

17. 7 chapéos custaram 19$600 rs., quanto custarão 15?
R. 42$000 *rs.*

18. Se 8 chapéos custaram 4 moedas, quantas custarão 18?
R. 9 *moedas* = ..$... *rs.?*

19. Se 7 chapéos custaram 28$000 rs., quanto custarão 23?
R. 92$000 *rs.*

20. Se 3 ℔ e 2 onças de chá custaram 3$750 rs., quanto deve ser pago por 3 ℔ e 12 onç.? *R.* 4$500 *rs.*

5.º *Por Divisão e Subtracção, ou por Multiplicação, Divisão e Subtracção.*

1. Se 12 livros custaram 6$000 rs., quanto custarão 9?

Custo de 12 livros = ... 6$000 rs.
∴ » » 3 » = $\frac{1}{4}$ de 6$000 = 1$500 »
∴ » » 9 » = ... 4$500 »

2. Se 25 custaram 6 moedas, quanto custarão 20?
R. 23$040 *rs.*

3. Se 32 custaram 16 moedas, quanto custarão 24?
R. 57$600 *rs.* = ... *moedas.*

4. Se 24 custaram 6 moedas, quanto custarão 20?
R. 5 *moedas* = ..$... *rs.?*

5. Se 30 custaram 20 moedas, quanto custarão 27?
R. 18 *moedas* = ..$... *rs.?*

6. Se 7 ℔ d'arroz custaram 315 rs., quanto pagarei por 20 ℔?

Custo de 21 ℔ = 3 vezes 315 = 945 rs.
∴ » » 1 » = $\frac{1}{7}$ de 315 = 45 »
∴ » » 20 » = ... 900 »

7. Se 4 ℔ custaram 800 rs., quanto custarão 19 ℔?
R. 3$800 *rs.*

8. Se 8 ℔ custaram 2$000 rs., quanto custarão 23?
R. 5$750 *rs.*

9. Se 6 cadeiras custaram 14$400 rs., quantas posso comprar com 17 moedas? *R.* 34.

6.º *Methodo das Razões.*

1. Qual será o custo de 20 gallinhas, custando 25 6$000 rs.? N'este exemplo $20 = \frac{4}{5}$ de 25.
$\therefore$ Custo de 20 gallinhas $= \frac{4}{5}$ de 6$000 rs. = 4$800 rs.
2. Se 16 custaram 16 moedas, quanto custarão 12? *R.* 57$600 *rs.*
3. Se 30 custaram 15, quanto custarão 10? *R.* 5.
4. Quanto produzirão 80 almudes d'azeite, se 90 produziram 432$000 rs.? *R.* 384$000 *rs.*
5. 25 pães custaram 1$000 rs., quanto custarão 10? *R.* 400 *rs.*
6. 18 ℔ de chá custaram 19$200 rs., quanto custarão 21 ℔? *R.* 22$400 *rs.*

31. CONTAS.

E' utilissimo que os alumnos adquiram facilidade de calcular, tanto mentalmente, como por penna, o custo dos differentes artigos d'uma conta simples.

Ex. 1.º $4\frac{3}{4}$ ℔ de chá a 1$2000 rs.?

1200		
4		
4800	custo de	4 ℔
600	» »	$\frac{1}{2}$ »
300	» »	$\frac{1}{4}$ »
5700 rs.	» »	$4\frac{3}{4}$ »

N'este exemplo o custo de $\frac{1}{2}$ ℔ $= \frac{1}{2}$ de 1$200 rs. = 600 rs., e $\frac{1}{4}$ de 1 ℔ $= \frac{1}{2}$ de 600 rs. = 300 rs.

Ex. 2.º 3 ℔ e 4 onças de café a 240 rs.?

240		
3		
720	custo de	3 ℔
60	» »	4 onças ou $\frac{1}{4}$ ℔
780 rs.	» »	3 ℔ e 4 onças.

Modelo da conta d'um Mercieiro.

Porto 16 de Maio de 1855.

O Ill.^mo Snr. Antonio Luiz Mendes *Comprou*

a Manoel Antonio de Sousa, Rua de... n.º... o seguinte:

Maio	2	1 ℔ e 7 onças de chá Hysson a 1$300 rs. a ℔	$
»	»	$4\frac{1}{2}$ ℔ d'assucar refinado a 100 rs. a ℔	
»	4	1 @ e 12 ℔ d'arroz a 1$400 rs. a @	$
»	»	$\frac{1}{2}$ almude d'azeite a 4$800 rs. o alm.	$
»	8	$10\frac{1}{2}$ ℔ de café em grão a 120 rs. a ℔	$
»	»	2 @ e 8 ℔ d'assucar grosso a 2$200 rs. a @	$
»	10	3 @ e 5 ℔ de presunto de Lamego a 2$400 rs. a @	$
»	11	1 @ e 9 ℔ de manteiga de Cork a 240 rs. a ℔	$
»	12	16 ℔ de cevadinha a 80 rs. a ℔ . .	$
»	»	$\frac{3}{4}$ de chá Perola a 1$600 rs. a ℔ . .	$
»	14	$12\frac{1}{4}$ ℔ de manteiga de porco a 140 rs. a ℔	$
»	16	1 fôrma d'assucar pesando $6\frac{1}{2}$ ℔ a 130 rs. a ℔	
		S E & O. R.^s . . .	35$308

Manoel Antonio de Sousa.

Modelo da conta d'um Ourives.

O Ill.^{mo} *Snr. F.* *Comprou*

a F. , Rua de.... n.º....

Por 1 cordão d'ouro pesando 3 onças., 5 oit. e 24 grãos a 1$800 rs. a oit.	$
Por feitio do mesmo	17$200
Por 2 anneis d'ouro pesando 2 oit. e 54 $\frac{1}{2}$ gr. a 1$800 rs. a oit.	.
Por feitio dos mesmos.	2$400
Por 1 coração d'ouro pesando 1 oit. e 36 $\frac{1}{4}$ gr. a 1$800 rs. a oit.	
Por feitio	600
R.s . . .	80$668

Modelo da conta d'um Mercador.

Porto 18 de Maio de 1855.

O Ill.^{mo} *Snr. José Luiz de Carvalho* *Comprou*

a Manoel Monteiro, Rua de.... n.º... o seguinte:

2 $\frac{1}{3}$ covados de panno preto fino a 3$600 rs. o covado	$
1 $\frac{1}{3}$ covados de setim preto a 1$800 rs. o cov. .	$
2 $\frac{1}{4}$ » de cachemira fina a 1$920 rs. »	$
5 » de hollanda fina a 180 rs. »	
1 $\frac{1}{6}$ » de velludo preto a 2$400 rs. »	$
R.s . . .	18$820

Manoel Monteiro.

Modelo da Conta d'um Capellista.

Porto 24 de Maio de 1855.

A Ex.ᵐᵃ Snr.ª F. *Comprou*

a Manoel da Silva, Rua de.... n.º... o seguinte:

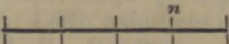
16	covados de setim lavrado a 1$600 rs. o cov.	$
18	» de nobreza preta a 750 rs. »	$
1	chale de sêda lavrada por	7$200
6	lenços de sêda da India a 1$150 rs. . .	$
10	covados de tafetá côr de rosa a 320 rs. . .	$
4	pares de luvas a 720 rs..	$
$12\frac{1}{2}$	varas de fita lavrada a 480 rs.	$
	S E & O. R.ˢ . . .	65$280

Manoel José da Silva.

32. FRACÇÕES.

Formação das Fracções. — Uma *Fracção* é formada dividindo a unidade, ou qualquer objecto que representa a unidade, em certo numero de partes eguaes; um numero d'estas partes formará a fracção: se dividirmos um pão em 5 partes eguaes, uma d'estas partes será chamada *um quinto* ($\frac{1}{5}$); 2, *dous quintos* ($\frac{2}{5}$); 3, *tres quintos* ($\frac{3}{5}$); &c. Na fracção $\frac{3}{5}$ o numero 5 que está por baixo da risca, chama-se *denominador*, e o numero 3 chama-se *numerador*: o primeiro indica em quantas partes está a unidade dividida, e o segundo quantas d'essas partes contém a quantidade representada pela fracção. O numerador e o denominador chamam-se *termos* do Quebrado, ou Fracção.

1. Mostrai como se fórma a *fracção* $\frac{3}{4}$? *R. Se dividirmos uma maçã em quatro partes eguaes, tres d'essas partes formarão os* $\frac{3}{4}$ *da maçã: ou se dividirmos a linha*

A 

B *em 4 partes eguaes, 3 d'essas partes serão os* $\frac{3}{4}$, *isto é,* A $n = \frac{3}{4}$ *de* A B. *Se dividirmos um quadrado em 4 partes eguaes, 3 d'essas partes formarão os* $\frac{3}{4}$ *do quadrado.*

2. Mostrai como posso dar $\frac{2}{5}$ de uma maçã a um rapaz? *R. Dividamos a maçã em 5 partes eguaes; 1 d'ellas será* $\frac{1}{5}$, *e 2 serão* $\frac{2}{5}$: *de sorte que o rapaz que tiver 2 partes das 5, em que a maçã foi dividida, terá* $\frac{2}{5}$ *da maçã.*

Se dermos $\frac{2}{5}$ a um rapaz, e $\frac{2}{5}$ a outro, quantos quintos teremos distribuido? *R.* $\frac{4}{5}$; *porque* $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$.

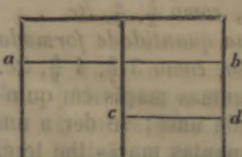
3.º Quantos septimos fazem 1 unidade? *R.* $\frac{7}{7} = 1$.

Perg. Como se sommam as fracções que teem o mesmo denominador?

R. Sommando os numeradores e dando a essa somma o denominador commum; assim 2 pedaços de um pão sommados com 3 pedaços da mesma grandeza sommam 5 pedaços, sendo indifferente que esses pedaços representem terços, quartos, quintos, &c.

4. Mostrai como se formam as fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$, &c.?

33. Uma fracção póde tambem ser considerada como a quantidade resultante da divisão do numerador pelo denominador; assim $\frac{1}{4}$ de 3 é o mesmo $\frac{3}{4}$ de 1; porque $\frac{1}{4}$ de 3 pães $= \frac{3}{4}$ de 1 pão.



A figura annexa mostra que os $\frac{2}{3}$ do rectangulo da direita são eguaes a $\frac{1}{3}$ dos 2 rectangulos ou unidades: a linha *a b* corta $\frac{1}{3}$ dos 2 rectangulos, e a linha *c d* corta $\frac{2}{3}$ de 1 rectangulo ou unidade.

Para dar outra illustração d'este importante principio, supponhamos que tres pessoas teem a mesma quantia de dinheiro: se tirarmos $\frac{1}{5}$ do dinheiro de cada uma teremos 3 vezes $\frac{1}{5}$ do dinheiro de cada uma, ou $\frac{3}{5}$ *do dinheiro de uma* $=\frac{1}{5}$ *do dinheiro de todas.*

1. Mostrai que $\frac{3}{5}$ de 1 moeda $=\frac{1}{5}$ de 3 moedas? *R.* 6 *cruzados novos* $=$ 2$880 *rs.*
2. Mostrai que $\frac{3}{4}$ de 1 cruzado novo $=\frac{1}{4}$ de 3 cruzados novos? *R.* 18 *vintens* $=$ 360 *rs.*
3. Mostrai que $\frac{5}{7}$ de 420 rs. $=\frac{1}{7}$ de 420×5? *R.* 300 *rs.*
4. Mostrai que $\frac{7}{8}$ de 9 moedas $=\frac{1}{8}$ de 7 vezes 9 moedas?

$$\left.\begin{array}{r|l} 43200 & 8 \\ \hline & 5400 \\ & 7 \\ \hline & 37800 \end{array}\right\} \text{ ou } \left\{\begin{array}{l|l} 43200 & \\ 7 & \\ \hline 302400 & 8 \\ \hline 660 & 37800 \\ 0 & \end{array}\right.$$

Póde portanto achar-se a fracção de uma quantidade de dous modos: 1.º *dividindo a quantidade pelo denominador da Fracção, e multiplicando o quociente achado pelo numerador:* 2.º *multiplicando a quantidade pelo numerador e dividindo o producto pelo denominador.* Na prática é preferivel o segundo methodo.

34. *Reduzir uma Fracção impropria a numero mixto e vice-versa.*

Que é fracção *impropria?* *R. E' aquella, cujo numerador é maior que o denominador, como* $\frac{5}{3}$, $\frac{8}{7}$, *&c.*

Que é numero *mixto?* *R. Uma quantidade formada d'um numero inteiro, e d'uma fracção, como* 3 $\frac{2}{7}$, 4 $\frac{5}{9}$, *&c.*

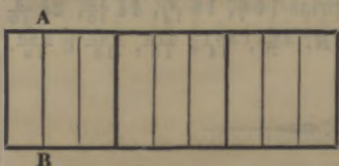
1. Supponhamos que corto algumas maçãs em quintos, isto é, em 5 partes eguaes cada uma; se dér a um rapaz 7 d'estas partes, pergunto quantas maçãs lhe terei dado? *R.* 1 $\frac{2}{5}$; *porque* 5 *partes* $=$ 1 *maçã*, logo $\frac{7}{5}=\frac{5}{5}+\frac{2}{5}=1\,\frac{2}{5}$.

Se dér 14 das referidas partes a outro rapaz, quantas maçãs receberá elle? *R.* $2\frac{4}{5}$; *porque* 10 *partes*, ou $\frac{10}{5}=$ 2 *maçãs*, *logo* $\frac{14}{5}=\frac{10}{5}+\frac{4}{5}=2\frac{4}{5}=\frac{5}{5}+\frac{5}{5}+\frac{4}{5}$.

Como reduzimos esta fracção impropria a numero mixto? *R. Dividindo o numerador pelo denominador, o quociente mostrará os inteiros, e o resto, se o houver, será numerador d'uma fracção, a que se dá o mesmo denominador da fracção impropria.*

2. Se dermos a um rapaz 4 maçãs e $\frac{2}{5}$, quantos quintos receberá elle? *R.* $\frac{22}{5}$; *porque cada maçã* $=\frac{5}{5}$ $\therefore$ 4 *maçãs* $=4$ vezes $\frac{5}{5}=\frac{20}{5}$, *que sommados com* $\frac{2}{5}=\frac{22}{5}$; *ou* $4\frac{2}{5}=\frac{5}{5}+\frac{5}{5}+\frac{5}{5}+\frac{5}{5}+\frac{2}{5}=\frac{22}{5}$.

A fracção impropria $\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$; porque $\frac{3}{3}=1$ $\therefore$ $\frac{8}{3}=\frac{3}{3}+\frac{3}{3}+\frac{2}{3}=2\frac{2}{3}$. Fazendo a operação inversa $2\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$, porque $2=\frac{6}{3}$ $\therefore$ $2\frac{2}{3}=\frac{6}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$.



A figura annexa torna estes processos visiveis; a linha A B corta $\frac{8}{3}$ dos 3 rectangulos.

D'aqui se deduzem as seguintes *regras*:

1.ª *Uma fracção impropria reduz-se a numero mixto, dividindo o numerador pelo denominador: o quociente mostrará os inteiros, e o resto, se o houver, será o numerador da parte fraccionaria.*

2.ª *Um numero mixto é reduzido a fracção impropria, multiplicando o inteiro pelo denominador da fracção, e sommando este producto com o seu numerador para achar o novo numerador.*

Exemplos.

1. $\frac{9}{4}$ de laranja quantas laranjas são? *R.* $2\frac{1}{4}$.
2. Quantos quintos ha em 3 pães e $\frac{2}{5}$? *R.* $\frac{17}{5}$.
3. Reduzi a numeros mixtos, provando o processo por uma figura as fracções $\frac{7}{4}$, $\frac{13}{5}$, $\frac{19}{7}$, e $\frac{11}{3}$? *R.* $1\frac{3}{4}$, $2\frac{3}{5}$, $2\frac{5}{7}$ e $3\frac{2}{3}$.

4. Reduzi a fracções improprias $3\frac{2}{5}$, $4\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{7}$? *R.* $\frac{17}{5}$, $\frac{9}{2}$ e $\frac{17}{7}$.

5. Em $3\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$, $19\frac{1}{2}$ e 15, quantos meios ha? *R.* $\frac{7}{2}$, $\frac{11}{2}$, $\frac{39}{2}$, e $\frac{30}{2}$.

6. Em $5\frac{2}{3}$, 4, $8\frac{1}{3}$, $4\frac{2}{3}$, quantos terços ha? *R.* $\frac{17}{3}$, $\frac{12}{3}$, $\frac{25}{3}$ e $\frac{14}{3}$.

7. Em $3\frac{1}{4}$, $5\frac{3}{4}$, 2 e $2\frac{1}{4}$, quantos quartos ha? *R.* $\frac{13}{4}$, $\frac{23}{4}$, $\frac{8}{4}$ e $\frac{9}{4}$.

8. Em $6\frac{4}{5}$, $9\frac{1}{5}$ e $7\frac{3}{5}$, quantos quintos ha? *R.* $\frac{34}{5}$, $\frac{46}{5}$ e $\frac{38}{5}$.

9. Em $2\frac{3}{10}$, $5\frac{7}{10}$, e $4\frac{1}{10}$, quantos decimos ha? *R.* $\frac{23}{10}$, $\frac{57}{10}$ e $\frac{41}{10}$.

10. Reduzi a numeros mixtos $\frac{13}{5}$, $\frac{19}{9}$, $\frac{56}{11}$, $\frac{24}{10}$, $\frac{37}{10}$, $\frac{246}{19}$ e $\frac{367}{24}$? *R.* $2\frac{3}{5}$, $2\frac{1}{9}$, $5\frac{1}{11}$, $2\frac{4}{10}$, $3\frac{7}{10}$, $12\frac{18}{19}$ e $15\frac{7}{24}$.

11. Reduzi a fracções improprias $14\frac{3}{7}$, $18\frac{9}{14}$, $44\frac{13}{15}$, $24\frac{3}{10}$ e $34\frac{5}{10}$? *R.* $\frac{101}{7}$, $\frac{261}{14}$, $\frac{673}{15}$, $\frac{243}{10}$ e $\frac{345}{10}$.

35. Modo de exprimir exactamente o quociente, quando houver resto.

Ex. $34 \div 5 = \frac{34}{5} = 6\frac{4}{5}$. Isto prova que quando ha resto na divisão, escreve-se este como numerador, e o divisor como denominador, o que torna o quociente um numero mixto.

1. Dividi 45 por 4; $563 \div 7$; $5847 \div 17$? *R.* $11\frac{1}{4}$; $80\frac{3}{7}$; $343\frac{16}{17}$.

2. » 23456 por 29? *R.* $808\frac{24}{29}$.

3. » 72341 por 39? *R.* $1854\frac{35}{39}$.

4. » 102087 por 61? *R.* $1673\frac{34}{61}$.

5. » 205050 por 135? *R.* $1518\frac{120}{135}$.

6. » 1425609 por 93? *R.* $15329\frac{12}{93}$.

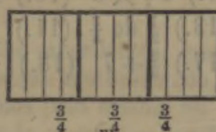
36. Multiplicar ou dividir uma fracção por um numero inteiro.

1. Dividindo certo numero de maçãs em 3 partes eguaes, uma d'essas partes será um terço: se dermos 2 partes a um rapaz, 2 a outro, 2 a outro, e 2 a outro, quantos terços teremos distribuido? *R.* 4 vezes $\frac{2}{3}$, isto é, 4 vezes $\frac{2}{3}=\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$.

Se dermos $\frac{5}{3}$ a cada um de 6 rapazes, quantos terços distribuiremos nós? *R.* 6 vezes $\frac{5}{3}$, isto é, $\frac{5}{3}\times 6=\frac{30}{3}$.

Portanto para multiplicar uma fracção por um inteiro, *multiplicamos o numerador pelo inteiro, e ao producto damos o mesmo denominador.*

2. A figura annexa mostra que 3 vezes $\frac{3}{4}=\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$.



D'isto se collige tambem, que para dividir uma fracção por um inteiro, *dividimos o numerador da fracção pelo inteiro;* esta regra tem lugar quando o numerador é exactamente divisivel pelo divisor inteiro, como no exemplo antecedente.

3. Se dermos a cada uma de 10 pessoas $\frac{2}{7}$ de um pão, os pães assim distribuidos, quantos são? *R.* $2\frac{6}{7}$; *porque* $\frac{2}{7}\times 10=\frac{20}{7}$.

Quanto é $\frac{1}{10}$ de $\frac{20}{7}$ (os pães distribuidos)? *R.* $\frac{2}{7}$.

4. Seja R S (figura do n.º 38) um rectangulo que represente um todo, ou unidade; divida-se em 3 partes eguaes pelas linhas verticaes: a porção A B C é $\frac{1}{3}$ do rectangulo; dividindo este terço em 4 partes eguaes, uma d'essas partes como A C será $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$, e ao mesmo tempo um doze-avos de todo o rectangulo, isto é, $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\div 4=\frac{1}{12}$: logo para dividir uma fracção por um inteiro, *multiplicamos o denominador da fracção pelo inteiro.*

5. Quanto é o quinto de $\frac{3}{4}$? *R.* $\frac{3}{20}$; *porque* $\frac{1}{4}\div 5=\frac{1}{4\times 5}=\frac{1}{20}$, *logo o quinto de* $\frac{3}{4}=3$ *vezes* $\frac{1}{20}$.

*

Exemplos.

1. Repeti $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{4}$ e $\frac{3}{7}$ tres vezes? *R.* $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{5}$, $1\frac{1}{8}$, $3\frac{3}{4}$ e $1\frac{2}{7}$.
2. Quanto é $\frac{1}{4}$ de $\frac{20}{3}$? *R.* $\frac{5}{3}$.
3. Dividi $\frac{9}{7}$ em 3 partes eguaes? *R.* $\frac{3}{7}$.
4. Quanto é $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$? *R.* $\frac{1}{8}$.
5. Um menino tem $\frac{1}{3}$ de uma laranja, dando ametade a um amigo, que parte lhe resta? *R.* $\frac{1}{6}$.

(1.) $\frac{2}{7}\times 5$ (2.) $\frac{17}{3}\times 8$ (3.) $\frac{16}{5}\times 9$ (4.) $\frac{9}{10}\times 8$
(5.) $\frac{13}{3}\times 9$ (6.) $\frac{11}{4}\times 19$ (7.) $\frac{34}{5}\times 7$ (8.) $7\frac{1}{8}\times 9$
(9.) $4\frac{5}{7}\times 3$ (10.) $7\frac{2}{9}\times 5$ (11.) $\frac{1}{2}$ de $\frac{8}{9}$ (12.) $\frac{1}{3}$ de $\frac{9}{8}$
(13.) $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{8}$ (14.) $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{7}$ (15.) $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4}$ (16.) $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{6}$
(17.) $\frac{2}{5}\div 7$ (18.) $\frac{5}{7}\times 12$ (19.) $\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{4}$ (20.) $\frac{1}{8}$ de 3

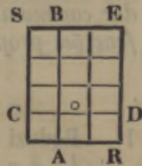
Respostas.

(1.) $1\frac{3}{7}$ (2.) $45\frac{1}{3}$ (3.) $28\frac{4}{5}$ (4.) $7\frac{2}{10}$ (5.) 39
(6.) $52\frac{1}{4}$ (7.) $47\frac{3}{5}$ (8.) $64\frac{1}{8}$ (9.) $14\frac{1}{7}$ (10.) $36\frac{1}{9}$
(11.) $\frac{4}{9}$ (12.) $\frac{3}{8}$ (13.) $\frac{3}{16}$ (14.) $\frac{2}{21}$ (15.) $\frac{1}{16}$
(16.) $\frac{1}{18}$ (17.) $\frac{2}{35}$ (18.) $8\frac{4}{7}$ (19.) $\frac{1}{28}$ (20.) $\frac{3}{8}$

37. E' util observar que uma fracção multiplicada pelo seu denominador produz o numerador: ex.: $\frac{3}{5}\times 5=\frac{15}{5}=3$; porque $\frac{1}{5}$ tomado 5 vezes$=1$, $\therefore \frac{3}{5}$ tomados 5 vezes$=3$.

38. Reduzir fracções ao mesmo denominador.

1. Reduzi ao mesmo denominador as fracções $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$, isto é, a duodecimos?



A figura annexa está dividida em terços, pelas linhas verticaes, e em quartos pelas transversaes: a unidade está pois dividida em 12 partes eguaes, e cada uma d'estas é egual a $\frac{1}{12}$ (um doze-avos). A linha A B separa $\frac{2}{3}$ e a linha C D $\frac{3}{4}$.

$$\frac{1}{3}=\frac{4}{12} \text{ e } \frac{2}{3}=2 \text{ vezes } \frac{4}{12}=\frac{8}{12}$$
$$\frac{1}{4}=\frac{3}{12} \text{ e } \frac{3}{4}=3 \quad \text{»} \quad \frac{3}{12}=\frac{9}{12}$$

portanto $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}$.

2. Como podemos reduzir $\frac{3}{4}$ de 1 pão a oitavos? *R. Dividindo cada quarto em 2 partes eguaes, temos* $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$, *logo* $\frac{3}{4}=3$ *vezes* $\frac{2}{8}=\frac{6}{8}$.

39. Temos visto pelas demonstrações precedentes, que não se altera o valor d'uma fracção multiplicando, ou dividindo os seus dous termos pelo mesmo numero: ex.: $\frac{2}{3}=\frac{2\times4}{3\times4}=\frac{8}{12}$; onde os termos 2 e 3 foram multiplicados pelo numero 4 para obter $\frac{8}{12}$: multiplicando o denominador por 4, fazemos a fracção 4 vezes menor; porém multiplicando o numerador pelo mesmo numero 4, restituimos-lhe o seu valor primitivo. A fracção $\frac{2}{3}$ está reduzida aos seus menores termos, e obtem-se de $\frac{8}{12}$ dividindo o numerador e denominador por 4.

1. Quantos dezeseis-avos se podem fazer de $\frac{3}{4}$ de 1 pão? *R. Dividindo* $\frac{1}{4}$ *em 4 partes eguaes, teremos* $\frac{1}{4}=\frac{4}{16}$, *logo* $\frac{3}{4}=3$ *vezes* $\frac{4}{16}=\frac{12}{16}$.

2. Reduzi $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ de 1 maçã a fracções do mesmo denominador? *R. Dividindo* $\frac{1}{2}$ *em 3 partes eguaes*, $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$; *e dividindo* $\frac{1}{3}$ *em 2 partes*, $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$.

3. Mostrai que $\frac{1}{2}$ de 1 laranja $=\frac{4}{8}$ da mesma? *R.* 1 *laranja* $=\frac{8}{8}$, $\frac{1}{2}$ *laranja* $=\frac{4}{8}$.

Do que temos dito póde tirar-se a seguinte regra geral para reduzir fracções ao mesmo denominador: *Multipliquemos cada numerador por todos os denominadores, excepto o seu, e teremos os novos numeradores; o denomina-*

dor commum será o producto de todos os denominadores das fracções propostas.

Exemplos.

1. Reduzi ao mesmo denominador as fracções $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{8}$?

Regra.

$$\left.\begin{array}{ll}
1.^{\text{o}} & 2\times4\times3\times2\times6\times8=2304\\
2.^{\text{o}} & 3\times5\times3\times2\times6\times8=4320\\
3.^{\text{o}} & 2\times5\times4\times2\times6\times8=3840\\
4.^{\text{o}} & 1\times5\times4\times3\times6\times8=2880\\
5.^{\text{o}} & 5\times5\times4\times3\times2\times8=4800\\
6.^{\text{o}} & 3\times5\times4\times3\times2\times6=2160
\end{array}\right\}\text{Novos numeradores.}$$

$$5\times4\times3\times2\times6\times8=5760\ \Big\{\ \text{Novo denominador cõmum.}$$

$\frac{2304}{5760}=\frac{2}{5}$; $\frac{4320}{5760}=\frac{3}{4}$; $\frac{3840}{5760}=\frac{2}{3}$; $\frac{2880}{5760}=\frac{1}{2}$; $\frac{4800}{5760}=\frac{5}{6}$; $\frac{2160}{5760}=\frac{3}{8}$.

2. Reduzi ao commum denominador $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{7}$? *R.* $\frac{14}{28}$ e $\frac{16}{28}$.

3. Reduzi ao commum denominador $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{8}$?
R. $\frac{32}{64}$, $\frac{48}{64}$ e $\frac{40}{64}$.

4. Reduzi ao commum denominador $\frac{5}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$?
R. $\frac{360}{144}$, $\frac{96}{144}$, $\frac{108}{144}$ e $\frac{120}{144}$.

5. Reduzi ao commum denominador $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{12}$?
R. $\frac{4608}{6912}$, $\frac{1152}{6912}$, $\frac{864}{6912}$, $\frac{3456}{6912}$ e $\frac{576}{6912}$.

40. Reduzir Fracções ao menor denominador commum.

E' sempre util reduzir fracções ao menor denominador commum, possivel. O menor denominador commum é o menor numero exactamente divisivel por todos os denominadores das fracções dadas.

1. Perg. Qual é o menor denominador commum das fracções $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{7}$ e $\frac{7}{8}$?

R. E' o menor numero divisivel por 2, 4, 6, 7 *e* 8,

Perg. Como achaes esse numero?

R. Escrevemos os denominadores como se vê:

2, 4, 6, 7, 8.

Trancamos os algarismos 2 e 4, por serem divisores d'outros (de 6 e 8), porque todo o algarismo que fôr divisivel por 6 e por 8, o será tambem por 2 e 4, e escrevemos os restantes algarismos como se vê:

–, –, 6, 7, 8.

Tendo 6 e 8 o divisor commum 2, por elle os dividimos, e ficando os numeros propostos reduzidos a

–, –, 3, 7, 4 (2.

E como estes numeros (3, 7 e 4) não teem divisor commum, multiplicamos uns pelos outros, e pelo divisor commum de 6 e 8, e teremos

$$3 \times 7 \times 4 \times 2 = 168.$$

O menor numero divisivel por 2, 4, 6, 7 e 8 é 168, e este será o menor denominador commum das fracções propostas.

O typo do calculo é o seguinte:

~~2~~, ~~4~~, 6, 7, 8
–, –, 6, 7, 8 (2
–, –, 3, 7, 4 (

$3 \times 7 \times 4 \times 2 = 168$, menor denominador commum.

Resta-nos achar os numeradores das novas fracções, para isso dividamos o denominador commum por cada um dos denominadores dados, e multipliquemos os quocientes pelos numeradores respectivos; os productos serão os numeradores procurados.

$$\begin{array}{r|l}
\multicolumn{2}{c}{\underline{168}\text{ denominador commum}} \\
2 & 84 \times 1 = \ \ 84 \\
4 & 42 \times 3 = 126 \\
6 & 28 \times 5 = 140 \\
7 & 24 \times 2 = \ \ 48 \\
8 & 21 \times 7 = 147
\end{array}
\left.\vphantom{\begin{array}{l}1\\1\\1\\1\\1\end{array}}\right\} \textbf{Novos numeradores.}$$

As fracções propostas reduzidas ao seu menor denominador commum são $\frac{84}{168}$, $\frac{126}{168}$, $\frac{140}{168}$, $\frac{48}{168}$, $\frac{147}{168}$.

2. Reduzi ao menor denominador commum as fracções $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{8}$? (Ex. 1.º da pag. 78).

$$\begin{array}{l}
5, \cancel{4}, \cancel{3}, \cancel{2}, 6, 8 \\
5, -, -, -, 6, 8 \ (\ 2 \\
5, -, -, -, 3, 4 \ (
\end{array}$$

$5 \times 3 \times 4 \times 2 = 120$, menor denominador commum.

$$\begin{array}{r|l}
\multicolumn{2}{c}{\underline{120}\text{ denominador commum}} \\
5 & 24 \times 2 = \ \ 48 \\
4 & 30 \times 3 = \ \ 90 \\
3 & 40 \times 2 = \ \ 80 \\
2 & 60 \times 1 = \ \ 60 \\
6 & 20 \times 5 = 100 \\
8 & 15 \times 3 = \ \ 45
\end{array}
\left.\vphantom{\begin{array}{l}1\\1\\1\\1\\1\\1\end{array}}\right\} \textbf{Novos numeradores.}$$

$\frac{2}{5} = \frac{48}{120}$; $\frac{3}{4} = \frac{90}{120}$; $\frac{2}{3} = \frac{80}{120}$; $\frac{1}{2} = \frac{60}{120}$; $\frac{5}{6} = \frac{100}{120}$; $\frac{3}{8} = \frac{45}{120}$.

Exemplos.

1. Reduzi ao menor denominador commum $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{8}$?

R. $\frac{4}{8}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{5}{8}$.

2. Reduzi ao menor denominador commum $\frac{5}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$? *R.* $\frac{30}{12}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$ e $\frac{10}{17}$.
3. Reduzi ao menor denominador commum $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{12}$? *R.* $\frac{16}{24}$, $\frac{4}{24}$, $\frac{3}{24}$, $\frac{12}{24}$ e $\frac{2}{24}$.
4. Reduzi ao menor denominador commum $\frac{5}{32}$, $\frac{7}{36}$, $\frac{13}{72}$ e $6\frac{1}{12}$? *R.* $\frac{45}{288}$, $\frac{56}{288}$, $\frac{52}{288}$ e $\frac{1752}{288}$.
5. Reduzi ao menor denominador commum $5\frac{2}{3}$, $2\frac{3}{4}$, $8\frac{5}{6}$, $3\frac{5}{8}$ e $2\frac{7}{9}$? *R.* $\frac{408}{72}$, $\frac{198}{72}$, $\frac{636}{72}$, $\frac{261}{72}$ e $\frac{200}{72}$.
6. Reduzi ao menor denominador commum $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{6}$, $2\frac{7}{13}$, $\frac{5}{26}$ e $\frac{4}{39}$? *R.* $\frac{91}{312}$, $\frac{260}{312}$, $\frac{792}{312}$, $\frac{60}{312}$ e $\frac{32}{312}$.
7. Reduzi ao menor denominador commum $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{7}$? *R.* $\frac{315}{2520}$, $\frac{1400}{2520}$, $\frac{1008}{2520}$, $\frac{2160}{2520}$.
8. Reduzi ao menor denominador commum $\frac{5}{7}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{5}$? *R.* $\frac{75}{105}$, $\frac{84}{105}$, $\frac{70}{105}$, $\frac{63}{105}$.

41. Sommar e diminuir Fracções.

Já mostramos (n.º 32) como se sommam as fracções que teem o mesmo denominador; e é claro o que na diminuição temos a fazer: portanto para sommar ou diminuir fracções póde dar-se a seguinte

Regra geral. Reduzam-se as fracções ao mesmo denominador, sommem-se ou diminuam-se os novos numeradores, e á somma ou resto resultante dê-se-lhe o denominador commum.

1. Sommai $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{5+2}{3}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$ } tendo o mesmo de-
2. Diminui $\frac{5}{3}-\frac{2}{3}=\frac{5-2}{3}=\frac{3}{3}=1$ } nominador.
3. Sommai as fracções $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{3}$? *R. Reduzindo ao mesmo denominador* 15, *achamos* $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{6+5}{15}=\frac{11}{15}$.

4. Sommai $2\frac{1}{4}$ e $3\frac{4}{5}$? *R.* $2\frac{1}{4}+3\frac{4}{5}=\frac{9}{4}+\frac{19}{5}=\frac{45}{20}+\frac{76}{20}=\frac{45+76}{20}=\frac{121}{20}=6\frac{1}{20}$.

5. Sommai $\frac{1}{5}+\frac{3}{8}+\frac{7}{10}$? *R. Reduzindo ao menor denominador commum, achamos* $\frac{8}{40}+\frac{15}{40}+\frac{28}{40}=\frac{51}{40}=1\frac{11}{40}$.

6. Tirai $\frac{7}{9}$ de $\frac{5}{6}$? *R. Reduzindo ao menor denominador commum, temos* $\frac{5}{6}-\frac{7}{9}=\frac{15}{18}-\frac{14}{81}=\frac{15-14}{18}=\frac{1}{18}$.

7. Diminui $2\frac{3}{4}$ de $5\frac{1}{8}$? *R.* $5\frac{1}{8}-2\frac{3}{4}=\frac{41}{8}-\frac{22}{8}=\frac{41-22}{8}=\frac{19}{8}=2\frac{3}{8}$.

8. Diminui $1\frac{5}{7}$ de $3\frac{1}{14}$? *R.* $3\frac{1}{14}-1\frac{5}{7}=\frac{43}{14}-\frac{24}{14}=\frac{19}{14}=1\frac{5}{14}$.

9. Tirai $\frac{3}{7}$ de $\frac{7}{8}$? *R.* $\frac{49}{56}-\frac{24}{56}=\frac{25}{56}$.

Exemplos.

(1.) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$. (2.) $\frac{3}{5}+\frac{3}{2}$. (3.) $\frac{5}{7}+\frac{2}{3}$.
(4.) $1\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}$. (5.) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$. (6.) $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$.
(7.) $\frac{8}{9}-\frac{2}{3}$. (8.) $3\frac{1}{2}-1\frac{1}{4}$. (9.) $\frac{1}{8}+\frac{3}{4}+\frac{5}{12}$.
(10.) $\frac{2}{7}+\frac{4}{21}+\frac{1}{3}$. (11.) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{7}{12}$. (12.) $19\frac{2}{3}+1\frac{2}{7}$.
(13.) $\frac{5}{7}+\frac{8}{9}+\frac{2}{3}$. (14.) $2\frac{1}{2}+1\frac{2}{3}+\frac{1}{9}$ (15.) $\frac{2}{9}+\frac{3}{7}+\frac{4}{11}$.

Respostas.

(1.) $1\frac{1}{2}$. (2.) $2\frac{1}{10}$. (3.) $1\frac{8}{21}$. (4.) $4\frac{1}{4}$. (5.) $1\frac{7}{30}$.
(6.) $\frac{1}{6}$. (7.) $\frac{2}{9}$. (8.) $2\frac{1}{4}$. (9.) $1\frac{7}{24}$. (10.) $\frac{17}{21}$.
(11.) $2\frac{1}{12}$. (12.) $20\frac{20}{21}$. (13.) $2\frac{17}{63}$. (14.) $4\frac{5}{18}$. (15.) $1\frac{10}{693}$.

(1.) $\frac{2}{21}+\frac{9}{31}$. (2.) $\frac{3}{7}-\frac{2}{21}$. (3.) $3\frac{1}{2}-2\frac{3}{8}$.
(4.) $\frac{7}{15}-\frac{2}{21}$. (5.) $\frac{5}{19}-\frac{1}{38}$. (6.) $\frac{3}{7}+\frac{1}{21}+\frac{1}{3}$.
(7.) $\frac{2}{5}-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$. (8.) $3\frac{2}{9}+\frac{4}{3}-\frac{1}{6}$. (9.) $3\frac{2}{5}-1\frac{5}{8}$.
(10.) $5\frac{3}{4}-2\frac{4}{7}$.

Respostas.

(1.) $\frac{251}{651}$. (2.) $\frac{1}{3}$. (3.) $1\frac{1}{8}$. (4.) $\frac{13}{35}$. (5.) $\frac{9}{38}$.
(6.) $\frac{17}{21}$. (7.) $\frac{13}{20}$. (8.) $4\frac{7}{18}$. (9.) $1\frac{31}{40}$. (10.) $3\frac{5}{28}$.

42. Multiplicar Fracções, ou achar a Fracção de uma Fracção.

Como se multiplicam as fracções? *R. Multiplicamos os numeradores um pelo outro para achar o novo numerador, e fazemos o mesmo aos denominadores para achar o novo denominador; ex.:* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{2}{3} = \frac{3\times2}{4\times3} = \frac{6}{12}$.

1. Mostrai que $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3} = \frac{6}{12}$?
Seja R S uma unidade (V. fig. do n.º 38, pag. 77); o espaço R E B A contém $\frac{2}{3}$; este espaço está dividido em 4 partes eguaes pelas linhas horisontaes; portanto o espaço E D O B será $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$, que é egual a $\frac{6}{12}$.
Os seguintes são os passos a seguir na operação:
$$\frac{1}{4} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{1}{12},$$
este resultado deve ser tomado 2 vezes para obter $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$.
$$\therefore \frac{1}{4} \text{ de } \frac{2}{3} = 2 \text{ vezes } \frac{1}{12} = \frac{2}{12}.$$
$\frac{2}{12}$ ainda deve ser tomado 3 vezes para obter os $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$.
$$\therefore \frac{3}{4} \text{ de } \frac{2}{3} = 3 \text{ vezes } \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

2. $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3} = \frac{6}{12}$, porque $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ de 2 vezes $\frac{3}{4} = \frac{6}{12}$; logo multiplicamos as fracções do mesmo modo que tomamos a fracção de uma fracção.

3. $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.
Este ex. mostra os principios d'abreviar a multiplicação das fracções; estes principios são fundados no que disse no n.º 39; porque sendo $\frac{3}{4}$ de $\frac{8}{5} = \frac{3\times8}{4\times5}$ podemos dividir o numerador e denominador por 4, o que torna $\frac{3\times8}{4\times5} = \frac{3\times2}{1\times5}$.
$\frac{3}{10}$ de $\frac{15}{7} = \frac{3\times15}{10\times7} = \frac{3\times3}{2\times7} = \frac{9}{14}$, isto é, dividimos 15 e 10 por 5.
$\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3} = \frac{3\times1}{2\times3} = \frac{1\times1}{2\times1} = \frac{1}{2}$.
$\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{8} = \frac{2\times3\times4}{3\times4\times8} = \frac{1\times1\times1}{1\times1\times4} = \frac{1}{4}$.
$\frac{7}{8}$ de $\frac{5}{4}$ de $\frac{2}{5} = \frac{7\times5\times2}{8\times4\times5} = \frac{7\times1\times1}{8\times2\times1} = \frac{7}{16}$.

4. Quando houverem numeros mixtos para multiplicar, reduzir-se-hão a fracções improprias antes de effectuar a multiplicação; ex.: $2\frac{2}{3} \times 4\frac{3}{5} = \frac{8}{3} \times \frac{23}{5} = \frac{184}{15} = 12\frac{4}{15}$.

Exemplos.

(1.) $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}=$ . . . . . $\frac{3}{8}$ (2.) $\frac{5}{6}$ de $\frac{3}{7}=$ . . . . . $\frac{5}{14}$
(3.) $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{4}=$ . . . . . $\frac{5}{6}$ (4.) $\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{8}=$ . . . . . $\frac{3}{28}$
(5.) $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{6}{7}=$ . . $\frac{9}{35}$ (6.) $\frac{7}{8}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{2}=$ . . $\frac{7}{20}$
(7.) $\frac{1}{5}$ de $\frac{2}{9}$ de $\frac{3}{8}=$ . . $\frac{1}{60}$ (8.) $\frac{4}{5}$ de $\frac{7}{8}$ de $\frac{3}{7}=$ . . $\frac{3}{10}$
(9.) $\frac{3}{2}$ de $\frac{4}{9}=$ . . . . . $\frac{2}{3}$ (10.) $\frac{3}{7}$ de $\frac{8}{9}$ de $\frac{14}{9}=$ . . $\frac{16}{27}$
(11.) $\frac{2}{11}$ de $\frac{4}{5}$ de $5\frac{1}{2}=$ $\frac{4}{5}$ (12.) $\frac{5}{2}\times\frac{4}{10}\times 5=$ . . 5
(13.) $\frac{3}{8}\times 7\times 2\frac{1}{2}=6\frac{9}{16}$ (14.) $2\frac{1}{2}\times 5\frac{1}{5}=$ . . . 13
(15.) $\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{5}=$ . . $\frac{3}{10}$ (16.) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+3\frac{1}{2}=$ . . $3\frac{5}{8}$
(17.) $\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{8}+\frac{1}{2}=$ . . $1\frac{1}{12}$ (18.) $\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$ de $\frac{9}{4}=1\frac{19}{30}$
(19.) $\frac{5}{6}$ de $\frac{9}{4}-\frac{3}{4}\times\frac{1}{9}=1\frac{19}{24}$ (20.) $\frac{7}{8}\times\frac{4}{5}+\frac{5}{6}\times\frac{3}{10}=\frac{19}{20}$
(21.) $5\frac{1}{2}\times 2\frac{2}{3}+\frac{5}{9}$ de $\frac{3}{8}=14\frac{7}{8}$ (22.) $2\frac{5}{6}\times\frac{2}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{9}{5}=3\frac{1}{20}$

O Professor deve demonstrar e fazer demonstrar todos estes exemplos, e outros, variando-os successivamente.

43. Dividir Fracções.

1. $\frac{3}{4}$ quantas vezes contém $\frac{1}{2}$? *R.* $1\frac{1}{2}$.

   Reduzindo as fracções dadas ao mesmo denominador, temos $\frac{3}{4}\div\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\div\frac{2}{4}=1\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$ contém $\frac{2}{4}$ tantas vezes como 3 contém 2.

2. Dividi $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$? *R.* $1\frac{7}{8}$.

Reduzindo ao mesmo denominador, temos $\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}=\frac{15}{20}\div\frac{8}{20}=\frac{15}{20}\times\frac{20}{8}=\frac{15}{8}$; porque $\frac{15}{20}\div\frac{1}{20}=15$ $\therefore$ $\frac{15}{20}\div\frac{8}{20}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$.

Observemos que este resultado é obtido *invertendo os termos ao divisor, e praticando a regra da multiplicação:* no exemplo acima $\frac{3}{4}\div\frac{2}{5}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{2}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$.

Exemplos.

(1.) $\frac{1}{2}\div\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{1}=2$ (2.) $\frac{3}{2}\div\frac{3}{8}=$ 4
(3.) $2\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}=$ . . . $3\frac{1}{3}$ (4.) $\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}=$ . . . . $\frac{5}{6}$

(5.) $\frac{7}{8} \div 2\frac{1}{4} = \ldots\ldots \frac{7}{18}$ (6.) $\frac{4}{5} \div 7\frac{3}{10} = \ldots\ldots \frac{8}{73}$

(7.) $6\frac{1}{2} \div 2\frac{5}{6} = \ldots\ldots 2\frac{5}{17}$ (8.) $3\frac{9}{10} \div 2\frac{3}{5} = \ldots 1\frac{1}{2}$

(9.) $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4} \div \frac{7}{8} = \ldots \frac{2}{7}$ (10.) $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{9} \div \frac{2}{7}$ de $\frac{5}{8} = \frac{14}{15}$

(11.) $\frac{2}{5}$ de $3\frac{1}{2} \div \frac{3}{7}$ de $2\frac{1}{4} = 1\frac{61}{135}$ (12.) $\frac{4}{9} \div \frac{5}{7} \times \frac{6}{7} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{7}{10}$

---

44. Na pratica é muitas vezes util proceder da seguinte maneira:

$39\frac{3}{4}$ covados de chita custaram 3$975 rs., quero saber o preço do covado?

$$\begin{array}{r} 3975 \\ 4 \\ \hline 15900 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39\frac{3}{4} \\ 4 \\ \hline 159 \end{array}$$

$$3975 \div 39\frac{3}{4} = 15900 \div 159 = 100.$$

Para nos desembaraçarmos do denominador 4, multiplicamos o dividendo e o divisor pelo referido denominador 4, isto é, reduzimos tudo a fracções $\frac{15900}{4} \div \frac{159}{4} = \frac{15900}{159} = 100$. E' evidente que multiplicando o numero de covados por 4, devemos tambem quadruplicar o seu custo para não alterar o preço do covado.

Exemplos.

1. Vendi $5\frac{1}{2}$ alqueires de trigo por 3$575 rs., quero saber o preço do alqueire? *R.* 650 *rs.*
2. $3\frac{3}{4}$ varas de panno de linho custaram 1$500 rs., quero saber o preço da vara? *R.* 400 *rs.*
3. Com 600 rs. quantas pennas d'aço podemos comprar, custando 1 penna $5\frac{3}{4}$ rs.? *R.* $104\frac{8}{23}$.

45. Mudar a Denominação d'uma Quantidade.

Converter fracções ordinarias em complexas, e vice-versa.

1. Reduzi $\frac{5}{6}$ de 1 ℔ a complexos? *R.* 5 ℔ ÷ 6 = 80 *onç.* ÷ 6 = 13 $\frac{1}{3}$ *onç.* = 13 *onç.*, 2 $\frac{2}{3}$ *oit.* = 13 *onç.*, 2 *oit.* e 48 *gr.* (n.º 33).
2. Convertei $\frac{3}{4}$ de 1 qt. em complexos? *R.* 3 @.
3. » $\frac{7}{8}$ de 1 @ em » ? *R.* 28 ℔.
4. » $\frac{1}{7}$ de 1 ℔ em » ? *R.* 2 *onças*, 2 *oitavas*, 20 *grãos e....*
5. » $\frac{1}{8}$ de 1 qt. em complexos? *R.* 16 ℔.
6. » $\frac{1}{3}$ de 1 pipa em complexos? *R.* 8 *almudes e* 4 *canadas.*
7. » $\frac{5}{6}$ de 1 vara em complexos? *R.* 4 *palmos*, 1 *pollegada e* 4 *linhas.*
8. » 6 ℔ em fracção ordinaria de 1 @? *R.* $\frac{3}{16}$.
9. Convertei 3 onças e 5 oitavas em fracção ordinaria de 1 oitava? *R.* $\frac{29}{8}$.

   Reduzindo 3 onças e 5 oitavas a oitavas, temos 3 onças e 5 oitavas $= \frac{29}{8}$.
10. Convertei 3 onças em fracção de 1 qt.?

$$3 \text{ onç.} = \frac{3}{4\times32\times16} = \frac{3}{2048} \text{ de 1 qt.}$$

11. Convertei 4 pollegadas e 3 linhas em fracção de 1 vara? *R.* $\frac{51}{480}$ *varas.*

$$4 \text{ polleg. } 3 \text{ linhas} = \frac{51}{5\times8\times12} = \frac{51}{480} \text{ de 1 vara.}$$

12. Convertei 9 lin. e 8 pont. em fracção de 1 palmo? *R.* $\frac{29}{288}$ *palmos.*
13. Convertei 5 ℔, 10 onç. 3 oitavas e 6 grãos em fracção de 1 qt.?

$$5 \text{ ℔}, 10 \text{ onç.}, 3 \text{ oit. e } 6 \text{ grãos} = \frac{52062}{4\times32\times16\times8\times72} = \frac{52062}{1179648} = \frac{8677}{196606} \text{ de 1 qt.}$$

14. Convertei 1 linha em fracção de 1 palmo? *R.* $\frac{1}{96}$.
15. » 1 ℔ em fracção de 1 qt.? *R.* $\frac{1}{128}$.

16. Convertei 17 @ em fracção de 1 tonelada? *R.* 17/54.
17. » 1 almude, 2 canadas e 1 quartilho em fracção de 1 pipa? *R.* 57/1200.

---

46. Methodo pratico de multiplicar Complexos.

1. Qual é o custo de 5 qt.s, 3 @ e 12 ℔ de bacalhau a 5$600 rs. o qt.? *R.* 32$725 *rs.*

5600	
	5 qt.s 3 @ e 12 ℔
28000	5 qt.s
2800	2 @ = ½ de 5$600 rs.
1400	1 @ = ¼ de 5$600 rs.
350	8 ℔ = ¼ de 1$400 rs.
175	4 ℔ = ⅛ de 1$400 rs.
32725	

Multiplicamos 5$600 rs. por 5, resta-nos achar o producto de 3 @ e 12 ℔ por 5$600. 3 @ = 2 @ + 1 @, o custo de 2 @ = ½ de 5$600 rs. = 2$800 rs., 1 @ = ¼ de 5$600, ou ½ de 2$800 rs. 12 ℔ = 8 ℔ + 4 ℔ = ¼ @ + ⅛ @ = ¼ de 1$400 rs. + ⅛ de 1$400 rs. = 350 rs. + 175 rs.: a somma de todos estes productos = 32$725 rs.

Exemplos.

2. 10 qt.s, 2 @ e 18 ℔ a 5$000 rs. o qt.? *R.* 53$203 ⅛ *rs.*
3. 20 braças e 9 palmos de parede a 1$600 rs. a braça? *R.* 33$440 *rs.*
4. 34 almudes, 5 canadas e 1 quartilho d'azeite a 4$800 rs. o almude? *R.* 165$300 *rs.*
5. 20 alqueires e 12 maquias de trigo a 600 rs. o alqueire? *R.* 12$450 *rs.*
6. 2 ℔, 3 onças e 5 oitavas de chá a 1$600 rs. a ℔? *R.* 3$562 ½ *rs.*
7. 80 varas e 5 palmos de terra a 1$800 rs.? *R.* 144$360 *rs.*
8. 120⅙ covados de panno a 1$800 rs.? *R.* 216$300 *rs.*

9. 5 toneladas, 2 qt.^{s} e 3 @ de frete a 600 rs. o qt.? *R.* 42$150 *rs.*

N. B. Reduzindo as toneladas a qt.^{s} temos 70 qt.^{s} e 1 @ a 600 rs. o qt.

10. 10 pipas, 6 almudes e 4 canadas de vinho a 20$000 rs. a pipa? *R.* 205$066 *rs.*

11. 10 varas e $\frac{5}{8}$ de panno de linho a 240 rs. a vara? *R.* 2$550 *rs.*

12. 160 qt.^{s}, 2 @ e 16 ℔ de ferro a 800 rs. a @? *R.* 514$000 *rs.*

13. 40 braças e 8 palmos d'obra a 7$200 rs. a braça? *R.* 293$760 *rs.*

14. 3 onças, 6 oitavas e 54 grãos d'ouro a 14$400 rs. a onça? *R.* 55$350 *rs.*

47. Propriedades uteis dos numeros.

1. Os numeros podem ser multiplicados, ou divididos em qualquer ordem: por ex.: $8 \times 3 \div 4 = 8 \div 4 \times 3 = 6$.

$$1.^{o}\left\{\begin{array}{r|l} 8 & \\ 3 & \\ \hline 24 & \underline{4} \\ 00 & 6 \end{array}\right. \qquad 2.^{o}\left\{\begin{array}{r|l} 8 & \underline{4} \\ 0 & 2 \\ & \underline{3} \\ & 6 \end{array}\right.$$

A figura annexa mostra que estas operações devem produzir o mesmo resultado.

$$\left\{\begin{array}{cccc} \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot \\ \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot \\ \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot & \cdot\,\cdot \end{array}\right.$$

O numero de pontos da primeira linha repetido 3 vezes é o mesmo que $3 \times 8 = 24$, a quarta parte de $24 = 6$, isto é, os pontos comprehendidos em um dos grupos.

A quarta parte dos pontos na primeira linha são os primeiros pontos de um dos grupos, ou 2, repetindo este numero 3 vezes, temos $3 \times 2 = 6$, os pontos que compoem um dos grupos.

O mesmo acontece quando o resultado é uma fracção ; ex.: 5 vezes $(8 \div 3) = 5 \times \frac{8}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$.

2. Quando o producto de 2 quantidades tem de ser dividido por um numero qualquer, podemos dividir um dos factores por esse numero, e multiplicar o quociente achado pelo outro factor : $(8 \times 3) \div 4 = 2 \times 3 = 6$.

3. Quando o producto de 2 quantidades tem de ser multiplicado por um numero qualquer, podemos multiplicar um dos factores por esse numero, e multiplicar o producto achado pelo outro factor : ex. : $(3 \times 2) \times 4 = 3 \times 8 = 24$ (n.º 17). Isto prova que podemos inverter a ordem dos factores sem alterar o producto : $3 \times 8 \times 4 \times 5 = 5 \times 3 \times 4 \times 8$.

$(3 + 2) \times 4$, n'este caso temos a multiplicar todos os numeros dentro do parenthesis : axioma do n.º 14.

$$\left.\begin{array}{ccc} \cdot\ \cdot\ \cdot & & \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & \cdot\ \cdot \end{array}\right\} (3 + 2) \times 4 = 3 \times 4 + 2 \times 4 = 20.$$

4. Se a numeros eguaes juntarmos, ou tirarmos quantidades eguaes, as sommas ou differenças ainda serão eguaes.

5. Se quantidades eguaes forem multiplicadas, ou divididas por numeros eguaes, os productos, ou quocientes ainda serão eguaes.

Applicação 1.ª

Sendo $\frac{1}{3}$ do meu dinheiro = 400 rs. que somma tenho eu ?

$\frac{1}{3}$ do meu dinheiro = 400 rs., multiplicando por 3, $\frac{1}{3}$ e 400 rs. temos $\frac{3}{3}$ do meu dinheiro = 1$200 rs. = ao meu dinheiro.

Applicação 2.ª

$\frac{2}{9}$ de uma propriedade valem 8 moedas, quanto valerá toda a propriedade ?

$\frac{8}{9}$ da propriedade $= 8$ moedas.

$\therefore \frac{1}{9}$ » » $= \frac{8 \text{ MOEDAS}}{2} = 4$ moedas.

$\therefore \frac{9}{9}$, ou a propriedade $= 9$ vezes 4 moedas $= 36$ moedas.

48. FRACÇÕES DECIMAES.

1. Se levarmos a escala da annotação decimal, explicada nos n.^{os} 6 e 7, abaixo da unidade, e indicarmos por uma virgula onde começam as partes, ou fracções decimaes, teremos por ex.: $53{,}24 = 5$ dezenas $+ 3$ unidades $+ 2$ decimos $+ 4$ centesimos $= 50 + 3 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100}$. Os algarismos depois da virgula são chamados fracções decimaes, ou simplesmente *decimaes*. Observe-se que esta prolongação da escala da numeração ordinaria é um meio de escrever fracções, cujos denominadores não estão expressos, devendo subentender-se 10, 100, 1000 &c., isto é, decimos, centesimos, millesimos &c.

49. *Converter Fracções decimaes em ordinarias, e vice-versa.*

1. Convertei 4,35 em fracção ordinaria? *R.* $4{,}35 = 4 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100} =$ (reduzindo ao mesmo denominador e sommando) $\frac{400}{100} + \frac{30}{100} + \frac{5}{100} = \frac{435}{100}$; logo *damos por denominador ás fracções decimaes a unidade seguida de tantos zeros, quantos são os algarismos decimaes.*

Convertei em fracções ordinarias 0,27; 3,5; 1,02; 0,0031; 52,032; 0,0001? *R.* $\frac{27}{100}$; $\frac{35}{10}$; $\frac{102}{100}$; $\frac{31}{10000}$; $\frac{52032}{1000}$; $\frac{1}{10000}$.

2. Como uma fracção é egual ao numerador dividido pelo denominador (n.º 33) podemos converter promptamente qualquer fracção ordinaria em decimal, dividindo o numerador pelo denominador. Ex.: Reduzi $\frac{11}{4}$ á fórma decimal?

$$\begin{array}{l|l} 11 & 4 \\ \cline{2-2} 30 & 2,75 \\ \ 20 & \\ \ \ .0 & \end{array}$$

N'este exemplo a quarta parte de 11 unidades = 2 unidades com 3 unidades de resto, que são eguaes a $\frac{30}{10}$, cuja quarta parte = $\frac{7}{10}$ com $\frac{2}{10}$ de resto, $\frac{2}{10}=\frac{20}{100}$, cuja quarta parte = $\frac{5}{100}$. Em geral, para converter uma fracção ordinaria em decimal, *dividi o numerador pelo denominador, o quociente mostrará os inteiros, se a fracção fôr impropria, ao resto ajuntai um zero e dividi outra vez pelo denominador, continuando a ajuntar um zero ao resto de cada divisão, até que não fique resto, ou que se obtenha a aproximação exigida; se a fracção não contiver inteiros, escrevei um zero no lugar das unidades para evitar todo o equivoco.*

Reduzi a decimaes as fracções $\frac{8}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{13}$, $\frac{2}{23}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{2}{3}$? *R.* 1,6; 0,4; 0,625; 0,4285....; 0,30769; 0,0869; 0,1875; 0,66....

Observação importante. — Ajuntar zeros á direita de uma fracção decimal não altera o seu valor; ex.: $0,2 = 0,20 = 0,200 = 0,2000$, &c. reduzindo todas estas decimaes a fracções ordinarias, achamos que cada uma é egual $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$.

50. Sommar e diminuir Fracções decimaes.

1. $\begin{array}{r} 2,43 \\ 5,32 \\ 0,58 \\ \hline 8,33 \end{array}$ A addição dos centesimos dá $\frac{13}{100}=\frac{1}{10}+\frac{3}{100}$; portanto escrevemos $\frac{3}{100}$ na columna dos centesimos e reservamos 1 decimo para a columna dos decimos; procede-se como na addição ordinaria.

Deve-se tomar cuidado d'escrever unidades debaixo d'unidades, decimas debaixo de decimas &c.

2. $\begin{array}{r} 5,35 \\ 2,48 \\ \hline 2,87 \end{array}$ Procede-se em tudo como na diminuição ordinaria.

*

Deve-se tambem tomar cuidado d'escrever unidades debaixo d'unidades, decimas debaixo de decimas, &c., e para evitar equivoco, faça-se com que ambos os numeros tenham o mesmo numero de decimaes, ajuntando zeros ao que tiver menos, o que não altera o seu valor; (observação, n.º 49).

Exemplos.

Achai o valor de:

1. 23,76 + 7,92 + 12,87? *R.* 44,55.
2. 3,7 + 0,4 + 0,02 + 1,39? *R.* 5,51.
3. 3,045 + 0,02 + 32,48 + 0,002? *R.* 35,547.
4. 0,007 + 3,02 + 0,5 + 1,234? *R.* 4,761.
5. 32 + 0,4 + 1,02 + 0,891? *R.* 34,311.
6. 4,3 — 2,5; e 4,58 — 3,72? *R.* 1,8; e 0,86.
7. 31,21 — 13,04; e 4 — 3,71? *R.* 18,17; e 0,29.
8. 2,457—1,68; e 14,5—7,068? *R.* 0,777; e 7,432.
9. 5,6 — 0,002; 0,3 — 0,0275? *R.* 5,598; e 0,2725.

51. Multiplicar e dividir Fracções decimaes.

1.
$$\begin{array}{r} 1,2\,3 \\ 2,5 \\ \hline 6\,1\,5 \\ 2\,4\,6 \\ \hline 3,0\,7\,5 \end{array}$$

Multiplicamos como na multiplicação ordinaria, sem fazer caso da virgula; no producto separamos com a virgula para a direita tantos algarismos decimaes, quantos são os que ha em ambos os factores; porque $\frac{123}{100} \times \frac{25}{10} = \frac{3075}{1000} = 3,075$ (n.º 49, 2.º).

Multiplicai 0,007 por 3,25; e 0,00004 por 0,02?

```
   0,0 0 7
     3,2 5
 ---------
       3 5
     1 4
   2 1
 ---------
 0,0 2 2 7 5
```

Observe-se que quando o producto não tem algarismos sufficientes para se separarem as decimaes, accrescentam-se á esquerda os zeros necessarios.

```
   0,00004
      0,02
 ---------
 0,0000008
```

Exemplos.

(1.) $3,24 \times 2,5$	(2.) $123,876 \times 5$.
(3.) $256,9743 \times 0,25$	(4.) $0,023 \times 0,34$.
(5.) $0,001346532 \times 0,027$	(6.) $0,0363 \times 51,2$.
(7.) $0,01 \times 0,001$	(8.) $0,002 \times 500$.
(9.) $4,52 \times 55,3$	(10.) $8,002 \times 0,004$.

Respostas.

(1.) 8,1	(2.) 619,38	(3.) 64,243575.
(4.) 0,00782	(5.) 0,000036356364	(6.) 1,85856.
(7.) 0,00001	(8.) 1.	(9.) 249,956.
		(10.) 0,032008.

2.

```
3,075   | 2,500
0 5750  | 1,23
  07500
   0000
```

$3,075 \div 2,5 = \frac{3075}{1000} \div \frac{25}{10} = \frac{3075}{1000} \times \frac{10}{25} = \frac{3075}{2500} = 1,23$. Para dividir fracções decimaes, *faz-se com que o dividendo e o divisor tenham o mesmo numero de decimaes, accrescentando os zeros necessarios ao que tiver menos*; o quociente achado mostrará os inteiros, e o resto, se o houver, reduzir-se-ha a decimaes pelo methodo explicado no n.º 49, 2.

$$3,075 \div 2,5 = 1\,\tfrac{575}{2500} = 1,23.$$

Exemplos.

(1.) $0,34 \div 0,21$	(2.) $345,2 \div 4,73$.
(3.) $236,4 \div 0,0021$	(4.) $18 \div 5,34$.
(5.) $14,2 \div 25,02$	(6.) $1 \div 0,01$.
(7.) $0,002 \div 34,2$	(8.) $5 \div 0,0003$.
(9.) $0,0003 \div 5$	(10.) $1,8 \div 9,18$.

Respostas.

(1.) 1,619 (2.) 72,9809 (3.) 112571,42... (4.) 3,3707
(5.) 0,3154 (6.) 100. (7.) 0,0000584 (8.) 16666,6
(9.) 0,00006 (10.) 0,196.....

52. *Converter fracções decimaes em complexos, e vice-versa.*

1. Convertei em complexos qt.^{s} 0,375? *R.* 1 @ 16 ℔.

$\begin{array}{r} 0,375 \\ \underline{4} \\ 1,500 \\ \underline{32} \\ 16,000 \end{array}$	Multiplicamos 0,375 por 4 para reduzir os qt.^{s} a @: e depois a parte decimal da @ por 32 para a reduzir a ℔. $0,375 = \frac{375}{1000}$; tambem podiamos reduzir a decimal a fracção ordinaria, e esta a complexos.

2. Achai o valor de 0,375 de 1 @: 0,75 de 1 ℔: 0,05 de 1 vara: 0,701 de 1 onça: 0,25 de 1 cruzado novo: 0,014 de 1 qt.: 0,01 de 1 tostão?

Respostas.

12 ℔: 12 *onças*: 2 *pollegadas*: 5 *oitavas*, 43 *grãos* +.....: 120 *rs.*: 1 ℔, 12 *onças*: 1 *real.*

Para reduzir fracções complexas a decimaes, reduzir-se-hão primeiramente a ordinarias, e estas a decimaes; ex.: 5 ℔ $= \frac{5}{32} = 0,15625$.

Exemplos.

1. Convertei 5 ℔ e 10 onças na decimal de 1 qt.? *R.* 0,043 + ...
2. » 16 grãos na decimal de 1 ℔? *R.* 0,001 + ...
3. » 2 maquias na decimal de 1 moio? *R.* 0,002 +
4. » 1 palmo na decimal de 1 vara? *R.* 0,2.
5. » 1 quartilho na decimal de 1 pipa? *R.* 0,00083....

53. Systema metrico decimal.

A base a que se referem todas as medidas d'este systema é o *Metro*, que é egual á decima millionesima parte do arco do Meridiano de Paris: Metro deriva-se do grego *metron*, medida.

O *Metro* é a unidade das medidas de extensão: é egual a 4,5454 (54)... palmos.

Um quadrado que tem por lado 10 metros foi tomado para unidade das medidas de superficie: chama-se *Are*, é egual a 82,6444 varas quadradas.

Um cubo que tem por lado $\frac{1}{10}$ do metro foi tomado para unidade das medidas de capacidade, tanto para liquidos, como para cousas sêccas; chama-se *Litro:* é egual a 48,0916 pollegadas cubicas.

Para medir a lenha emprega-se o *Stère*, que é um metro cubico: é egual a 93,914350 palmos cubicos.

O pêso de um cubo d'agua que tem por lado $\frac{1}{100}$ do metro foi tomado para unidade do pêso: chama-se *Gramma:* note-se que a agua deve ser distillada, e na temperatura de 4 gráos do thermometro centígrado; o Gramma é egual a 0,2798103616 oitavas.

Para medir as quantidades consideraveis, convencionou-se que da reunião de 10, 100, 1000, 10000 unidades se formasse novas unidades, e que as dicções gregas *deca*, dez, *hecto*, cem, *kilo*, mil, *myria*, dez mil, prefixas aos nomes das unidades principaes, indicassem, respectivamente, essas novas unidades, 10, 100, 1000, 10000 vezes maiores: assim

Da reunião	de	10 metros,	formou-se	1	*deca*metro.
»	»	» 10 ares	»	1	*dec'*are.
»	»	» 10 litros	»	1	*deca*litro.
»	»	» 10 stères	»	1	*deca*stère.
»	»	» 10 grammas	»	1	*deca*gramma.

Da reunião de 100 metros formou-se 1 *hecto*metro.
» » » 100 ares » 1 *hect'*are.
» » » 100 litros » 1 *hecto*litro.
» » » 100 grammas » 1 *hecto*gramma.
&c. &c. &c.

Da reunião de 1000 metros formou-se 1 *kilo*metro.
» » » 1000 litros » 1 *kilo*litro.
&c. &c. &c.

Da reunião de 10000 metros formou-se 1 *myria*metro.
» » » 10000 grammas » 1 *myria*gramma.
&c. &c.

Semelhantemente para medir as menores quantidades, convencionou-se que $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ das unidades principaes fossem respectivamente considerados como novas unidades, e que as dicções latinas *deci*, dez, *centi*, cem, *milli*, mil, prefixas do mesmo modo, indicassem, respectivamente, unidades 10, 100, 1000 vezes menores: assim

De $\frac{1}{10}$ de 1 metro formou-se 1 *deci*metro.
» $\frac{1}{10}$ » 1 are » 1 *deci*are.
» $\frac{1}{10}$ » 1 litro » 1 *deci*litro.
» $\frac{1}{10}$ » 1 stère » 1 *deci*stère.
» $\frac{1}{10}$ » 1 gramma » 1 *deci*gramma.

De $\frac{1}{100}$ de 1 metro formou-se 1 *centi*metro.
» $\frac{1}{100}$ » 1 are » 1 *centi*are.
» $\frac{1}{100}$ » 1 litro » 1 *centi*litro.
&c. &c. &c.

De $\frac{1}{1000}$ de 1 metro formou-se 1 *milli*metro.
» $\frac{1}{1000}$ » 1 are » 1 *milli*are.
» $\frac{1}{1000}$ » 1 litro » 1 *milli*litro.

A nomenclatura d'este systema está pois comprehendida em cinco nomes de unidades, *metro*, *are*, *stere*, *litro*, *gramma*, quatro dicções gregas, *deca*, *hecto*, *kilo*, *myria*, que, prefixas aos nomes das referidas unidades, indicam, respectivamente, uuidades 10, 100, 1000, 10000 vezes maiores, e tres dicções latinas, *deci*, *centi*, *milli*, que, semelhantemente prefixas, indicam unidades 10, 100, 1000 vezes menores.

Exercicios.

1. Lêde 9825,6 metros? *R.* 9 *kilometros*, 8 *hectometros*, 2 *decametros*, 5 *metros e* 6 *decimetros :* ou 982,56 *decametros* = 98,256 *hectometros* = 9,8256 *kilometros.*

Perg. Que vos indica o lugar que deve accupar a virgula?
R. *A unidade a que se refere o numero que queremos lêr, ou escrever : assim no exemplo antecedente, se o numero se referir a metros, escreveremos* 9825,6 *m., e, se se referir a kilometros,* 9,8256 *kilom. &c.*

2. Quantos kilogrammas ha em 7825,3 grammas?
R. 3825,3 ÷ 1000 = 3,8253 *kilogr.*
Quantos hectogrammas ha no mesmo numero?
R. 3825,3 ÷ 100 = 38,253 *hectogr.*

3. Quantos hectares ha em 925,5 ares?
R. 9,255 *hectares.*

4. Quantos metros ha em 8 kilometros, 305 metros e 9 decimetros? *R.* 8305,9 *metros.*

5. Sendo o comprimento de uma estrada 28756 metros, pretende-se saber quantos kilometros tem?
R. 28,756 *kilom.*

6. Quantos litros ha em 984,54 hectolitros?
R. 98454 *litros.*

7. Quantos metros ha em 6 kilometros? *R.* 6000 *metros.*

Valor das medidas metricas expresso em medidas antigas.

Medidas de extensão.

Myriametro = 10000 × 4,5454... palmos = 45454,54 palmos.
* Kilometro = 1000 × 4,5454... » = 4545,45 »
Hectometro = 100 × 4,5454... » = 454,54 »
Decametro = 10 × 4,5454... » = 45,45 »
* METRO = 4,54 (54)... PALMOS = 0,909 varas.
Decimetro = $\frac{1}{10}$ de 4,5454 » = 0,4545 »
Centimetro = $\frac{1}{100}$ » 4,5454 » = 0,04545 »
Millimetro = $\frac{1}{1000}$ » 4,5454 » = 0,0045 »

5 kilometros = 1 legoa metrica = 5000 × 4,5454 palmos = 2272,7 braças.

Medidas de superficie.

* Hectare = 1 hectometro quadrado = 100 × 82,6444 varas quadradas = 4264,44 v. q.
* ARE = 1 decametro q. = 82,6444 VARAS QUADRADAS.
Deciare = $\frac{1}{10}$ de 82,6444 v. q. = 8,26444 v. q.
Centiare = $\frac{1}{100}$ » 82,6444 v. q. = 0,8264 v. q.

Medidas de capacidade (*a*).

PARA COUSAS SECCAS.

* Kilolitro = 1000 × 0,072463768 alqueires = 72,463768 alq.s
Hectolitro = 100 × 0,072463768 » = 7,2463768 »
Decalitro = 100 × 0,072463768 » = 0,72463768 »
* LITRO = 0,072463768 ALQUEIRES.
Decilitro = $\frac{1}{10}$ de 0,072463768 = 0,0072463768 alq.s
Centilitro = $\frac{1}{100}$ » 0,072463768 = 0,00072463768 »

(*a*) Attendendo á differença que teem as antigas medidas de capacidade — damos o valor das novas em medidas de Lisboa.

PARA LIQUIDOS.

Kilolitro	$=1000\times0{,}707964$ canadas	=	58,99705 almudes
* Hectolitro	$=100\times0{,}707964$ »	=	5,899705 »
Decalitro	$=10\times0{,}707964$ »	=	0,5899705 »
* LITRO	$=$ 0,707964 CANADAS.		
Decilitro	$=\frac{1}{10}$ de 0,707964 »	=	0,0707964 canadas
Centilitro	$=\frac{1}{100}$ » 0,707964 »	=	0,00707964 »

PARA SOLIDOS.

* STERE, ou *metro cubico* = 93,914350 PALMOS CUBICOS.
Decistere $=\frac{1}{10}$ de 93,914350 palm. cub. = 9,3914350 palm. cub.

Pêso.

Myriagramma	$=10000\times0{,}2789103616$ oit.	=	21,789872 ℔.
* Kilogramma	$=1000\times0{,}2789103616$ »	=	2,1789872 »
Hectogramma	$=100\times0{,}2789103616$ »	=	0,21789872 »
Decagramma	$=10\times0{,}2789103616$ »	=	0,021789872 »
* GRAMMA	$=$ 0,2789103616 OITAVAS.		
Decigramma	$=\frac{1}{10}$ de 0,2789103616 »	=	0,027891036 oit.
Centigramma	$=\frac{1}{100}$ » 0,2789103616 »	=	0,0027891036 »
Milligramma	$=\frac{1}{1000}$ » 0,2789103616 »	=	0,00027891036 »

Milheiro, ou Tonelada metrica	= 1000 kilogrammas	=	2178,9872 ℔.
Quintal metrico	= 100 »	=	217,89872 »

As unidades precedidas do signal * são as mais geralmente empregadas.

Conhecidos estes valores é facil converter as medidas metricas nas antigas; a operação reduz-se a uma simples multiplicação.

1.º Ex. — Medindo certa fazenda 38,9 metros, pretendemos saber quantas varas são? *R. Sendo* 1 *metro* = 0,909 *varas, temos que* 38,9 *metros* $=38{,}9\times0{,}909$ *varas* = 35,3601 *varas.*

2. Quantas ℔ pesam 22 kilogrammas de chá?

R. $22 \times 2{,}1789872 = 47{,}9377184$ ℔ $= 47$ ℔, 15 *onç.* 2 *gr.* +...

Modo de achar o valor metrico das antigas medidas.

1. Achai o valor metrico do palmo, da vara, e da braça?

4,5454 palm. = 1 metro.

$$R. \begin{cases} \therefore 1 \quad » \quad = 1 \div 4{,}5454 \ = 0{,}22 \ \textit{metros.} \\ \therefore 1 \ \textit{vara} \ = 5 \times 0{,}22 \ m. = \ 1{,}1 \quad » \\ \therefore 1 \ \textit{braça} = 2 \times \ 1{,}1 \ m. = \ 2{,}2 \quad » \end{cases}$$

2. Achai o valor metrico da vara e da braça quadrada?

82,6444 varas quadradas = 1 are.

$$R. \begin{cases} 1 \quad » \qquad » \quad = 1 \div 82{,}6444 = 0{,}0121 \ \textit{ares.} \\ 1 \ \text{braça} \quad » \quad = 4 \times 0{,}0121 \ = 0{,}0484 \quad » \end{cases}$$

3. Achai o valor metrico do alqueire de Lisboa?

0,072463768 alqueires = 1 litro.

R. 1 » $= 1 \div 0{,}072463768 = 13{,}8$ *litros.*

4. Achai o valor metrico do almude de Lisboa?

0,707964 canadas = 1 litro,

1 » $= 1 \div 0{,}707964$ litros,

R. 1 *almude, ou* 12 » $= 12 \times \frac{1}{0{,}707964} = 16{,}95$ *litros.*

5. Achai o valor metrico da vara cubica?

93,91435 palm. cub. = 1 stere (metro cubico).

1 » » $= 1 \div 93{,}91435$

R. 1 *vara cub. ou* 125 » » $= 125 \times \frac{1}{93{,}91435} = 1{,}331$ *met.c.*

6. Achai o valor metrico da ℔?

2,1789872 ℔ = 1 kilogramma.

R. 1 » $= 1 \div 2{,}1789872 = 0{,}4589287$ *kilogr.*

Conhecidos estes valores, é facil converter as antigas medidas nas modernas: a operação reduz-se tambem a uma simples multiplicação.

1. Achai o valor metrico de 26,5 varas? *R. Sendo o valor metrico da vara* $= 1,1$ *metros*, $\therefore$ 26,5 *varas* $=$ $26,5 \times 1,1$ *metros* $= 29,15$ *metros.*
2. Achai o valor metrico de 3 @ 19 ℔? *R.* 3 @, 19 ℔ $= 115$ ℔ $\therefore$ 115 ℔ $= 115 \times 0,4589287$ *kilogr.* $=$ 52,7768 *kilogr.*
3. Achai o valor metrico da Tonelada?
R. 793,0287936 *kilogr.*

54. REGRA DE TRES.

Alguns methodos teem já sido explicados no n.º 30; porém este objecto será agora tratado d'uma maneira mais geral.

A Regra de Tres divide-se em directa e inversa, e póde ser simples ou composta.

Regra de Tres simples e directa.

A Regra de Tres directa tem lugar, quando os termos correspondentes augmentam, ou diminuem proporcionalmente, como se vê nos exemplos seguintes:

1. Se 7 carneiros custaram 14$000 rs., quanto custarão 20? *R.* 40$000 *rs.*

Custo de 7 carneiros $= 14\$000$ rs.
$\therefore$ » » 1 » $= \frac{14000}{7}$ rs.
$\therefore$ » » 20 » $= 20 \times \frac{14000}{7}$ rs.

N'este caso devemos multiplicar primeiramente os 14$000 rs. por 20, e dividimos depois o producto por 7 (n.º 33, 2.º). Este exemplo é da Regra de Tres directa; porque quantos mais carneiros compramos, tanto mais pagamos.

Multiplicando os 2 termos 7 e 14$000 por 20, temos:

140 carneiros = 20 × 14$000 rs. = 280$000 rs.

Tomando agora $\frac{1}{7}$ de 140, temos:

$\frac{140}{7}$, ou 20 carneiros $= \frac{20 \times 14000}{7} = \frac{280000}{7} =$ 40$000 rs.

2. 7 caixas de laranjas custaram 7$200 rs., quanto devem custar 35 caixas? *R.* 36$000 *rs.*
3. Quantas braças de terra podemos comprar com 270$000 rs., custando cada 10 braças 6$000 rs.? *R.* 450.

N.º de braças por 6$000 rs. . . . . = 10
» » » (ou partes da braça) por 1 real $= \frac{10}{6000}$
» » » por 270$000 rs. $= 270000 \times \frac{10}{6000}$.

N'este ex. primeiramente multiplicamos 27000 por 10, e depois dividimos 270000 por 6000.

4. 30 braças custaram 1$000 rs., quantas braças posso comprar com 11$000 rs.? *R.* 330 *braças.*
5. 5 varas custaram 2$400 rs., 1$100 rs. quantas varas darão? *R.* $2\frac{7}{24}$.
6. Se 13 qt.^s, 2 @ e 17 ℔ custaram 340$000 rs., qual será o preço do qt.? *R.* 24$939 $\frac{289}{349}$ *rs.*
Reduzindo os pêsos á mesma denominação, isto é, a ℔, temos:

Custo de 1745 ℔ = 340$000 rs.
∴ » » 1 » $= \frac{340000}{1745}$ rs.
∴ » » 128 » $= 128 \times \frac{340000}{1745}$ rs.

7. Paguei por 10 qt.^s e 20 ℔ d'assucar 90$000 rs., quero saber quanto me custaram 2 qt.^s e 2 @? *R.* 22$153 $\frac{11}{13}$ *rs.*
8. Qual será o custo de 32,5 metros de panno, quando 11 metros custaram 44$550 rs.? *R.* 131$625 *rs.*
9. Se uma casa que rende 37 moedas paga de contribuição 7$200 rs., quanto deve pagar outra que rende 7$200 rs.? *R.* 291 $\frac{33}{37}$ *rs.*

10. Paguei a uma diligencia pela jornada de 300,5 kilometros 12$000 rs., quanto devo pagar á mesma diligencia por 135,28 kilometros? *R.* 5$402, 19 *rs.*

Custo da jornada de 300,5 kilom. = 12$000 rs.

$\therefore$ » » » » 1 » $= \frac{12000}{300,5}$

$\therefore$ » » » » 135,28 » $= 135,28 \times \frac{12000}{300,5}$.

11. Uma pessoa anda 9 milhas em 3 horas, em quanto tempo andará 41 milhas?

R. 13 *horas*, $40' = 13\frac{2}{3}$ *horas.*

12. Um vapor anda $23\frac{1}{4}$ milhas em 2 horas, quanto anda por minuto? *R.* $\frac{31}{160}$ *milhas.*

$$2 \text{ horas, ou } 120' = 23\tfrac{1}{4} = 23,25 \text{ milhas.}$$

$$1' = \frac{23,25}{120}$$

13. Se o trem de um caminho de ferro anda 125 kilometros em 2 horas, quanto anda por minuto?

R. 1,0416 *kilometros.*

14. Um pau de 1,3 metros projecta uma sombra de 1,95 metros, que sombra deve projectar um edificio de 20 metros d'alto? *R.* 30 *metros.*

15. Se 14 ℔ de chá custaram 18$000 rs., quantas ℔ posso comprar com 14$000 rs.?

R. 10 ℔, 14 *onç.*, 1 *oit.* e 56 *grãos.*

18$000 rs. = 14 ℔

1 real $= \frac{14}{18000}$

14$000 rs. = 14$000 $\times \frac{14}{18000}$ ℔.

16. Se 2172 kilogrammas d'arroz custaram 217$200 rs., quanto custará 1 quintal metrico? *R.* 10$000 *rs.*

17. Se 16 covados de papel pintado custaram 1$600 rs., quantos covados poderei comprar com 50$000 rs.?

R. 500.

18. Quantos metros de panno posso comprar com 40$000 rs., se com 6$000 rs. comprei 4 metros?

R. 26,6.... *m.*

19. Se $2\frac{5}{6}$ custaram 4\$000 rs., quanto custará 1?
R. 1\$411 $\frac{13}{17}$ *rs.*

$$2\tfrac{5}{6} = 4\$000 \text{ rs.}$$
ou
$$17 = 24\$000 \ »$$
$$1 = \tfrac{24000}{17} \ »$$

20. Se $3\frac{1}{2}$ custaram 4 moedas, quanto custará 1?
R. $1\frac{1}{7}$ = 5\$485 $\frac{5}{7}$ *rs.*

21. Se $2\frac{1}{5}$ custaram $4\frac{1}{2}$ moedas, quanto custará 1?
R. 9\$818 $\frac{2}{11}$ *rs.* = $2\frac{21}{22}$ *moedas.*

22. Se $2\frac{1}{3}$ custaram $1\frac{3}{4}$ moedas, quanto custará $\frac{1}{4}$?
R. $\frac{21}{112}$ *moedas* = 900 *rs.*

23. Se $1\frac{1}{7}$ custou 5\$760 rs., quanto custará $\frac{1}{5}$?
R. 1\$008 *rs.*

24. $\frac{3}{5}$ de 1 navio valem 240 corôas, quanto vale todo o navio? *R.* 400 *corôas* = ..\$... *rs.*

25. $\frac{2}{3}$ de um objecto custaram 400 rs., quanto custarão os $\frac{3}{4}$ do mesmo objecto? *R.* 450 *rs.*

Custo de $\frac{2}{3}$ = 400 rs.
∴ » » $2 = 3 \times 400 = 1\$200$ rs.
∴ » » $1 = \frac{1200}{2} = 600$ »
∴ » » $\frac{1}{4} = \frac{600}{4} = 150$ »
∴ » » $\frac{3}{4} = 3 \times 150$ »

26. Se $2\frac{1}{2}$ custaram 700 rs., quanto custará $1\frac{1}{8}$?
R. 315 *rs.*

27. Se $3\frac{7}{9}$ » 1\$630 rs., quanto custarão $2\frac{1}{3}$?
R. 1\$006 $\frac{13}{17}$ *rs.*

28. Se $7\frac{1}{3}$ » 2\$840 rs., quanto custarão $2\frac{1}{2}$?
R. 968 $\frac{2}{11}$ *rs.*

29. Se $2\frac{1}{4}$ » 2\$400 rs., quanto custarão $3\frac{1}{8}$?
R. 3\$333 $\frac{1}{3}$ *rs.*

30. Se $\frac{1}{7}$ de uma propriedade vale 210 moedas, quanto valem os $\frac{2}{3}$? *R.* 980 *moedas* = ...\$... *rs.?*

31. Quantas varas de panninho podemos comprar com 2\$420 rs., custando $3\frac{1}{2}$ varas 385 rs.? *R.* 22.

32. $2\frac{2}{3}$ varas de panno de linho custaram 1\$400 rs., quantas varas comprarei com 10\$000 rs.? *R.* $19\frac{1}{21}$ *varas.*
33. Custando o frete de $6\frac{3}{4}$ toneladas 20\$000 rs., quanto deve custar o de $3\frac{2}{5}$ toneladas? *R.* 10\$074 $\frac{2}{27}$ *rs.*
34. Se 9250,7 kilogrammas custaram 28\$000 rs., quanto custarão 1955 kilogrammas? *R.* 5\$917, 39 *rs.*

Regra de Tres simples e inversa.

Esta regra tem lugar quando um termo augmenta ou diminue e o seu correspondente diminue ou augmenta proporcionalmente, como se vê nos exemplos seguintes:

1. 20 trabalhadores fizeram certa obra em 8 dias, pergunta-se em quantos dias farão a mesma obra 12 trabalhadores? *R.* $13\frac{1}{3}$ *dias.*

N.° de dias gastos por 20 homens $= 8$,
∴ » » » » » 1 homem $= 20 \times 8$,
∴ » » » » » 12 homens $= \frac{20 \times 8}{12}$.

2. Se 5 homens fizeram certa obra em 9 dias, quantos a farão em 7? *R.* $6\frac{3}{7}$ *homens.*
3. Se 4 compositores apromptaram certa obra em 9 dias, 3 compositores quantos dias gastarão? *R.* 12.
4. 84 varas de tapete de $3\frac{1}{2}$ palmos de largo cobriram o solho de uma sala, quantas serão precisas, se o tapete tiver 5 palmos de largo? *R.* 58, 8.

N.° de varas de $3\frac{1}{2}$ palmos $= 84$,
∴ » » » » 1 » $= 3{,}5 \times 84$,
∴ » » » » 5 » $= \frac{3{,}5 \times 84}{5}$.

5. Quantos covados de panno de 1\$200 rs. se podem dar por 24 covados de panno de 2\$200 rs.?
R. 44 *covados de* 1\$200 *rs.*

Custo do panno $= 24 \times$ 2\$200 rs. $=$ 52\$800 rs., porém cada 1$200 rs. d'este dinheiro dá 1 covado de panno, logo

$$\text{N.}^{\circ} \text{ de covados} = \frac{52800}{1200} \text{ rs.}$$

6. Quantas varas de terra de 380 rs. a vara podem ser dadas por 340 varas de 480 rs.? *R.* 429 $\frac{9}{19}$ *varas.*
7. 1 @ de farinha produziu 30 pães de 40 rs., quantos pães deve produzir de 30 rs.? *R.* 40 *pães.*
8. 6 metros de baeta de 1 metro de largo cubriram um bilhar, quantos metros d'outra baeta de 1,6 metros de largo são precisos para cubrir o mesmo bilhar? *R.* 3,712 *metros.*
9. 57 obreiros fizeram certa obra em 19 dias, 19 obreiros em quantos dias a farão? *R. em* 57.
10. Um caminheiro fez certa jornada em 9 dias, caminhando 8 horas por dia, em quantos dias a faria se caminhasse 11 horas? *R. em* 6 $\frac{6}{11}$.

Regra de Tres composta.

Chama-se de Tres composta, porque os termos conhecidos são mais que tres. As questões n'este caso teem mais de duas razões e muitas vezes umas em razão directa e outra ou outras em razão inversa.

1. Um homem caminha 60 legoas em 8 dias, caminhando 10 horas por dia, em quantos dias caminhará 90, caminhando 12 horas por dia? *R.* 10 *dias.*

Tempo gasto em caminhar 60 legoas $= 8 \times 10$ horas.

$\therefore$ » » » » 1 » $= \frac{8 \times 10}{60}$ »

$\therefore$ » » » » 90 » $= \frac{90 \times 8 \times 10}{60}$ » $= 120$ h.

$\therefore$ N.º de dias $= 120 \div 12$.

2. 8 cavallos consumiram 14 alqueires de cevada em 9 dias, quantos alqueires consumirão 17 cavallos em 12 dias? *R.* 39 $\frac{2}{3}$ *alqueires.*

Cevada consumida por 1 cavallo em 1 dia $=\frac{14}{9\times 8}$ alqueires.
» » » 17 cavallos » 1 dia $=\frac{14\times 17}{9\times 8}$ »
» » » 17 cavallos » 12 dias $=\frac{14\times 17\times 12}{9\times 8}$ »
$=\frac{7\times 17}{3}$ »

3. 40 moedas ganharam 9 em um anno, que somma ganhará 8 em 3 mezes? *R.* 682$666 $\frac{2}{3}$ *rs.*

N.º de moedas que ganham 9 moedas em 1 anno $=40$
» » » » » 1 moeda » 1 » $=\frac{40}{9}$
» » » » » 1 » » 1 mez $=\frac{40\times 12}{9}$
» » » » » 1 » » 3 mezes $=\frac{40\times 12}{9\times 3}$
» » » » » 8 moedas » 3 » $=\frac{40\times 12\times 8}{9\times 3}$
$=142\frac{2}{9}$

4. Se o transporte de 14 qt.s custou 16$000 rs. por 10 legoas, quanto custará o transporte de 20 qt.s por 4 legoas? *R.* 9$142 $\frac{6}{7}$ *rs.*
5. Se 4 hectares podem ser ceifados por 30 homens em 9 dias, quantos ceifarão 18 homens em 6 dias? *R.* 1,6 *hectares.*
6. Se com 18$000 rs. paguei a 14 homens durante 6 dias, quanto preciso para pagar a 22 homens durante 21? *R.* 99$000 *rs.*
7. Se 100 moedas renderam em 3 mezes 2 moedas, que quantia renderá 4 moedas em 11 mezes? *R.* 54 $\frac{6}{11}$ *moedas* = ..$... *rs.?*
8. Custando 10 kilogrammas de farinha 1$000 rs., um pão de 2 kilogrammas custa 200 rs.; se a farinha custasse 800 rs., quanto devia pesar um pão de 60 rs.? *R.* 0,9275 *kilogr.* = 2,021 *℔.*

Pêso de 1 pão de 160 rs., custando a farinha 1000 rs. $=2$ kilogr.
∴ » » 1 » » 1 real » » » 1000 » $=\frac{2}{160}$ »
∴ » » 1 » » 1 » » » » 1 » $=\frac{1000\times 2}{160}$ »
∴ » » 1 » » 60 rs. » » » 800 » $=\frac{60\times 1000\times 2}{160\times 800}$
$=\frac{15}{16}$ kilogr.

*

9. Se em 2 dias 30 homens abriram um fosso de 20 metros de comprimento, 4 de largo, e 4 de fundo, quantos homens serão precisos para abrir outro de 10 de comprimento, 4 de largo e 2 de fundo em 3 dias? *R.* 5.

Metros cubicos do 1.º fosso$=20\times4\times4$, e do 2.º, $10\times4\times2$:
N.º de hom. para abrir em 2 d. $20\times4\times4$ m. c.$=30$,
∴ » » » » » » 1 » 1 » » $=\frac{2\times30}{20\times4\times4}$
∴ » » » » » » 3 » $10\times4\times2$ » » $=\frac{10\times4\times2\times2\times30}{3\times20\times4\times4}$

55. Por combinação.

1. Se 20 covados de panno custaram 25$000 rs., quantos posso comprar com 180$000 rs.? *R.* 144.

Quantas vezes 180$000 rs. contém 25$000 rs., tantas vezes podemos comprar 20 covados.

$$\therefore \frac{180000}{25000}\times 20=144 \textit{ covados}.$$

Observando os passos seguidos no problema precedente, podemos deduzir a seguinte regra:

A resposta deve representar covados, por isso escrevemos covados no ultimo termo. E' tambem claro que a resposta deve ser *maior* que o seu correspondente; portanto escrevemos o *maior* dos dous termos restantes no meio, e o *menor* no principio; multiplicando os 2 ultimos um pelo outro, e dividindo o producto pelo primeiro, o quociente mostrará unidades da mesma especie

$$25000 : 180000 :: 20$$

```
         20
3600(000 | 25(000
110        144 cov.
 .1
  .
```

$$25000 : 180000 :: 20$$
ou
$$25 : 180 :: 20$$
ou
$$5 : 36 :: 20$$
ou
$$1 : 36 :: 4.$$

do ultimo dos tres termos. E' obvio pela propriedade das fracções (n.º 39) que podemos dividir o primeiro e segundo termo, ou o primeiro e o terceiro por qualquer numero que os divida *exactamente*, como se vê no exemplo junto, onde dividimos o primeiro termo 25000, e o segundo 180000 por 1000, ficando assim reduzidos a 25 e 180; e como 25 e 180 ainda podem ser divididos *exactamente* por 5, effectuamos essa divisão, ficando reduzidos a 5 e 36. Considerando agora o primeiro 5, e o terceiro 20, vemos que ambos podem ser divididos *exactamente* por 5, ficando reduzidos a 1 e 4: isto é, 1 : 36 :: 4 : ; onde multiplicando o segundo pelo terceiro, e dividindo o seu producto pelo primeiro, temos $36 \times 4 \div 1 = 144$, o mesmo resultado que achamos sem as divisões.

Todos os exemplos antecedentes podem ser resolvidos por este methodo; portanto o Professor deve fazer demonstrar pelos alumnos a maior parte d'elles.

---

56. Methodo das Proporções.

Se 5 @ custaram 16$800 rs., quanto devem custar 7 @?

N'este exemplo o custo augmentará com as @; se duplicarmos o numero das @, duplicaremos tambem o seu custo: se tomarmos o triplo das @, tomaremos tambem o triplo do seu custo &c.: portanto quantas vezes 7 é maior que 5, outras tantas o custo pedido será maior que 16$800 rs.; por isso podemos pôr os termos na fórma de uma proporção.

@ @
5 : 7 :: 16$800 *rs. : custo pedido;*

isto quer dizer que o segundo termo contém o primeiro tantas vezes, como o quarto contém o terceiro. Porém sendo o segundo termo = 7 vezes $\frac{1}{5}$ do primeiro termo, temos que *o quarto termo = 7 vezes $\frac{1}{5}$ do terceiro termo;*

isto é, o custo pedido $= 7 \times \frac{1}{5}$ de 16\$800 rs. $= \frac{7 \times 16800}{5}$ $= 23\$520$ rs. (n.º 33).

Vê-se pois, que n'uma proporção, o quarto termo = ao producto dos dous termos medios, dividido pelo primeiro termo.

Todas as questões precedentes podem ser resolvidas por este methodo; e o Professor deve fazêl-as demonstrar pelos alumnos.

57. Regra de companhia.

1. Dous socios, **A** e **B**, ganharam 12 moedas em uma especulação, que fizeram em sociedade; o capital empregado por **A** foi 150 moedas, e o capital de **B** 90 moedas; qual é a parte do interesse pertencente a cada um d'elles?

R. de **A**, $7\frac{1}{2}$ *moedas, de* **B**, $4\frac{1}{2}$ *moedas.*

O capital d'ambos os socios = 240 moedas; logo
240 moedas produziram interesse = 12 moedas.
∴ 1 » produziu » $= \frac{12}{240}$,
∴ 150 » produziram » $= 150 \times \frac{1}{20}$, **A**.
∴ 90 » » » $= 90 \times \frac{1}{20}$, **B**.

2. Dous socios, **A** e **B**, ganharam no commercio 140 moedas; o capital de **A** era 75 moedas, e o de **B** 94 moedas; quanto pertence a cada um?

R. **A**, $62\frac{22}{169}$ *moedas;* **B**, $77\frac{147}{169}$ *moedas.*

3. Dividi 24\$000 rs. entre duas pessoas, de modo que uma pessoa tenha o triplo da outra?

R. 6\$000 *rs.* e 18\$000 *rs.*

4. Dividi 14 moedas em partes, de maneira que **A** tenha duas partes, e **B** 7 partes?

R. **A**, $3\frac{1}{9}$ *moedas,* **B**, $10\frac{8}{9}$ *moedas.*

$$9 \text{ partes} = 14 \text{ moedas}$$
$$1 \text{ »} = \tfrac{14}{9} \text{ »}$$
$$2 \text{ partes} = 2 \times \tfrac{14}{9},\ \mathbf{A}.$$
$$7 \text{ »} = 7 \times \tfrac{14}{9},\ \mathbf{B}.$$

5. Dividi 10 moedas em partes, de maneira que **A** tenha $\frac{3}{5}$ da parte de **B**?
R. **A**, $3\frac{3}{4}$ *moedas*, e **B**, $6\frac{1}{4}$ *moedas.*

---

58. Juros simples.

Juro é o interesse pago pelo emprestimo do dinheiro. A *taxa*, ou *percentagem* é o juro pago pelo emprestimo de 100 rs. pelo tempo de 1 anno. A somma de dinheiro emprestada chama-se *capital.*

1. Quanto é o juro de 120$000 rs. a 3 por 100? (3 por $^0/_0$) *R.* 3$600 *rs.*

$$\text{Juro de } 100 \text{ rs.} = 3 \text{ rs.}$$
$$\therefore \text{ » » } 1 \text{ real} = \tfrac{3}{100} \text{ rs.}$$
$$\therefore \text{ » » } 120\$000 \text{ rs.} = 120\$000 \times \tfrac{3}{100}.$$

2. Qual é o juro de 240$000 rs. a 4 por $^0/_0$?
R. 9$600 *rs.*
3. Qual é o juro de 674$000 rs. a 5 por $^0/_0$?
R. 33$700 *rs.*
4. Qual é o juro de 500$000 rs. em 4 annos a 5 por $^0/_0$?
R. 100$000 *rs.*

$$\text{Juro de } 100 \text{ rs. em } 1 \text{ anno} = 5 \text{ rs.}$$
$$\therefore \text{ » » } 1 \text{ real » } 1 \text{ »} = \tfrac{5}{100}$$
$$\therefore \text{ » » } 500\$000 \text{ rs. » } 1 \text{ »} = 500000 \times \tfrac{5}{100}$$
$$\therefore \text{ » » } 500\$000 \text{ » » } 4 \text{ »} = \tfrac{500000 \times 5 \times 4}{100}$$

$$\left.\begin{array}{r} 500000 \\ 5 \\ \hline 2500000 \\ 4 \\ \hline 100000(00 \end{array}\right\}$$

Multiplicamos o capital pela taxa e pelo numero dos annos, e depois dividimos o producto pelo numero 100, *como se vê á margem.*

5. Qual é o juro de 180$000 rs. em 5 annos a 4 por $^0/_0$? *R.* 36$000 *rs.*
6. Qual é o juro de 400$000 rs. em 6 annos a $3\frac{1}{2}$ por $^0/_0$? *R.* 84$000 *rs.* = . . *moedas?*
7. Qual é o juro de 400$000 rs. em 3 mezes a $3\frac{1}{2}$ por $^0/_0$? *R.* 3$500 *rs.*

N'este exemplo o tempo é $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$ de um anno.

8. Qual é o juro de 100$000 rs. em 2 mezes a $6\frac{1}{4}$ por $^0/_0$? *R.* 1$041 $\frac{2}{3}$ *rs.*
9. Achai a somma do capital 360$000 rs., e do seu juro a 5 por $^0/_0$ no fim de 6 annos? *R.* 360$000 *rs.* + 108$000 *rs.* = 468$000 *rs.*
10. Qual é o juro de 288$000 rs. em 2 annos e 3 mezes a $5\frac{3}{8}$ por $^0/_0$? (O tempo $=2\frac{1}{4}$) *R.* 34$830 *rs.*
11. Qual é o juro de 2:880$000 rs. em 75 dias a $5\frac{3}{4}$ por $^0/_0$? (O tempo $=\frac{75}{365}$ annos) *R.* 34$027 *rs.* + $\frac{29}{73}$.
12. Qual é a quantia que produz no fim de 4 annos 3:780$000 rs. de capital e juro, sendo a taxa do juro $5\frac{3}{8}$ por $^0/_0$ ao anno? *R.* 3:111$111 $\frac{1}{9}$ *rs.*

Juro de 100 rs. em 4 annos a $5\frac{3}{8}=4\times5\frac{3}{8}=21{,}5$; logo $100+21{,}5$, ou

121,5 = capital e juro de 100						em 4 annos	
∴ 1 =	»	»	»	» $\frac{100}{121,5}$		» 4	»
∴ 3:700$000 =	»	»	»	» $3780000\times\frac{100}{121,5}$		» 4	»

Dada a somma do capital e juro, para achar o capital, *multiplique-se a somma dada por* 100, *e divida-se o producto achado por* 100 *augmentado do producto da taxa pelo tempo.*

13. Qual é a quantia que a juro de $5\frac{1}{2}$ por °/₀ produz de capital e juro 30$000 rs. no fim de 5 annos?
R. 23$529 $\frac{7}{17}$ *rs.*

14. Qual é o capital que a juro de 4 por °/₀ produz 9$600 rs. em 1 anno? (ex. 2). *R.* 240$000 *rs.*

	4 rs. = juro de		100 rs. em	1 anno a	4 por °/₀.				
∴	1 real = »	»	$\frac{100}{4}$ »	» 1	»	» 4	»	»	
∴	9$600 rs. = »	»	9$600 $\times \frac{100}{4}$	» 1	»	» 4	»	»	

Para achar o capital, dado a juro, *multiplica-se o juro por* 100, *e divide-se o producto pela taxa multiplicada pelo tempo.*

O Professor deve fazer demonstrar do mesmo modo todos os exemplos antecedentes, isto é, dar o juro como conhecido, e fazer procurar o capital.

15. Em quanto tempo 500$000 rs. produzem 100$000 rs. a juro de 5 por °/₀? *R. 4 annos.*

	N.° d'annos para		100 produzirem		5 = 1,
∴ »	»	»	1	»	$1 = \frac{100 \times 1}{5}$,
∴ »	»	»	500$000	»	$100\$000 = \frac{100000 \times 100 \times 1}{500000 \times 5}$.

Dado o capital, o juro e a taxa, para achar o tempo, *multiplique-se o juro por* 100, *e divida-se o producto achado pelo capital multiplicado pela taxa.* Se o resultado fôr uma fracção do anno, reduz-se a dias (n.° 45).

O Professor deve propôr a mesma questão sobre todos os exemplos antecedentes, isto é, dar aos alumnos o capital, o juro e a taxa, e fazer-lhes procurar o tempo em que o capital dado produziu o juro dado.

16. Para 500$000 rs. produzirem 100$000 rs. em 4 annos, quantos por °/₀ devem render ao anno?
R. 5 *por* °/₀.

Juro de 500$000 rs. em 4 annos = 100$000 rs.,

$\therefore$ » » 1 real » 4 » = $\frac{100000}{500000}$ »

$\therefore$ » » 1 » » 1 » = $\frac{100000}{500000\times4}$ rs.,

$\therefore$ » » 100 rs. » 1 » = $\frac{100000\times100}{500000\times4}$ rs.

Para achar a taxa do juro *multiplique-se o juro por* 100, *e divida-se o producto achado pelo capital multiplicado pelo tempo.*

O Professor deve tambem fazer as mesmas demonstrações sobre todos os exemplos antecedentes.

59. Juros compostos.

Nos juros compostos o juro de cada anno é addicionado ao capital, e esta somma fórma o capital para o seguinte anno.—A Algebra fornece meios mais faceis de resolver as questões pertencentes a esta regra; para ella enviamos os que desejarem mais amplas explicações.

1. Qual será o juro composto de 100$000 rs. em 3 annos a 5 por $^o/_o$? *R.* 15$762 $\frac{1}{2}$ *rs.*

Juro de 100$000 rs. no 1.º anno $= \frac{100000\times5}{100} = 5\$000$ **rs.**

O capital para o seguinte anno será 100$000 rs. + 5$000 rs.

$\therefore$ **Juro no fim do 2.º anno** $= \frac{105000\times5}{100} = 5\$250$ **rs.**

O capital para o 3.º anno será 105$000 + 5$250 = 110$250 rs.

$\therefore$ **Juro no fim de 3 annos** $= \frac{110\$250\times5}{100} = 5\$512\frac{1}{2}$ **rs.**

$\therefore$ **Capital e juro no fim do 3.º anno = 110$250 rs. + 5$512 $\frac{1}{2}$ rs. = 115$762$\frac{1}{2}$ rs.**

Portanto o juro composto de 100$000 rs. em 3 annos a 5 por $^o/_o$ = 115$762 $\frac{1}{2}$ rs. — 100$000 rs.

2. Achai o capital e juro de 300$000 rs. a juro composto de 5 por $^o/_o$ em 4 annos? *R.* 364$651,875 *rs.*

3. Achai o juro composto de 240$000 rs. em 2 annos a 4 por °/₀ ? *R.* 259$584 *rs.*

60. DESCONTOS.

Chama-se *desconto* o abatimento feito pelo pagamento antecipado d'uma divida.

1. Qual é o desconto de uma letra de 200$000 rs. a 4 por °/₀ a vencer d'hoje a um anno? *R.* 8$000 *rs.*

Ha duas maneiras d'operar: a primeira e mais usada, chamada desconto fóra (*l'escompte en dehors*) é a seguinte:

100 rs. dão de desconto 4 rs.
O pagamento actual de 100 rs. $= 100$ rs. $-$ 4 rs. $=$ 96 rs.
O » » » 1 real $= \frac{96}{100}$ rs.
∴ O » » » 200$000 $= 200000 \times \frac{96}{100} =$ 192$000 rs.
O desconto $=$ 200$000 rs. $-$ 192$000 rs. $=$ 8$000 rs.

N'este caso retem-se o juro de 200$000 rs., posto que se pague sómente 192$000 rs.

A segunda maneira, chamada desconto dentro (*l'escompte en dedans*) é a seguinte:

O desconto de 100 rs. $=$ 4 rs.; portanto
O pagamento actual de 104 rs. será feito com 100 rs.
O » » » 1 real » » » $\frac{100}{104}$
O » » » 200$000 rs. será feito com $200000 \times \frac{100}{104}$
$=$ 192$307 $\frac{9}{13}$ rs. *O desconto de* 200$000 *rs.* $=$ 200$000 *rs.*
$-$ 192$307 $\frac{9}{13}$ $=$ 7$692 $\frac{4}{13}$ *rs.*

Este methodo é o mais conforme á justiça.

2. Pede-se o desconto da mesma letra, quando tiver 2 annos de vencimento?
R. 16$000 *rs.* *R.* 13$814 $\frac{22}{27}$ *rs.*

Desconto fóra de 100 rs. em 2 annos $= 8$ rs.
» » » 1 real » 2 » $= \frac{8}{100}$ rs.
» » » 200$000 rs. em 2 annos $= 200000 \times \frac{8}{100}$.

Desconto dentro de 108 rs. em 2 annos $= 8$ rs.
» » » 1 » » 2 » $= \frac{8}{108}$ rs.
» » » 200$000 rs. em 2 annos $= 200000 \times \frac{8}{108}$.

3. Pede-se o *desconto dentro* d'uma letra de 480$000 rs. a 6 por °/₀ a vencer em um anno?
R. 27$169 $\frac{43}{53}$ *rs.*
Calculai o mesmo *desconto fóra?* *R.* 28$800 *rs.*

4. Qual é o *desconto dentro* d'uma letra de 180$000 rs. a 2 annos de vencimento a 5 por $^{o}/_{o}$?
R. 16$363 $\frac{7}{11}$ *rs.*
Calculai o mesmo *desconto fóra?* *R.* 18$000 *rs.*

5. Pede-se o desconto da mesma letra, quando o vencimento seja a $1\frac{1}{2}$ anno e a taxa a mesma? *R. Desconto dentro* 12$558 $\frac{6}{43}$ *rs., desconto fóra* 13$500 *rs.*

Note-se que o desconto de $1\frac{1}{2}$ anno a 5 por $^{o}/_{o} = 7\frac{1}{2}$

6. Calculai o desconto dentro de 400$000 rs. pagaveis d'hoje a 2 annos, a 4 por $^{o}/_{o}$, e tambem quando forem pagaveis a um anno?

R. { *A 2 annos o desconto* $= 29\$629\,\frac{17}{27}$ *rs.*
A 1 anno o » $= 15\$384\,\frac{8}{13}$ »

Estes resultados mostram que o desconto dentro não está na razão do tempo; isto é, que o desconto de 2 annos não é o duplo do desconto de 1 anno. O contrario acontece no *desconto fóra*, como se vê no mesmo exemplo:

A 2 annos o desconto fóra $= 32\$000$ *rs.*
A 1 anno o » » $= 16\$000$ »

61. PAPEIS DE CREDITO.

O Governo tem em diversas épocas emittido titulos de divida com vencimento de juro, ou sem elle; porém estes ultimos são admissiveis em certos pagamentos. O preço de todos estes titulos no mercado é regulado pelo prompto pagamento dos juros, ou pelos meios que o Governo tem de os pagar.

As companhias de commercio, estabelecidas com permissão do Governo, teem Acções que representam o capital d'essas companhias e que habilitam os possuidores a receberem a parte dos lucros pertencente a cada uma d'essas Acções. O preço d'estas no mercado depende da boa, ou má gerencia das companhias e dos lucros que costumam repartir no fim de cada anno (dividendos).

Tanto o preço dos titulos do Governo, como o das Acções das companhias, é calculado a tantos por $^o/_o$ sobre o seu valor nominal.

Exemplos.

1. Quanto custam 1:500$000 rs. d'apolices da Junta do Credito Publico, sendo o seu valor 45 por $^o/_o$?
R. 675$000 *rs.*

100 rs. em apolices = 45 rs. em metal
1 real » » $= \frac{45}{100}$ » » »
1:500$000 rs. » » $= 1{:}500\$000 \times \frac{45}{100}$ rs. em metal,

isto é, com 675$000 rs. em metal podemos comprar 1:500$000 rs. em apolices.

2. Quanto custam 6:000$000 rs. d'apolices de 3 por $^o/_o$, sendo o seu valor 35 por $^o/_o$? *R.* 2:100$000 *rs.*
3. Quanto custam 1:200$000 rs. d'apolices de 5 por $^o/_o$, sendo o seu valor $44\frac{3}{4}$ por $^o/_o$? *R.* 537$000 *rs.*

4. Apolices no valor de 2:000$000 rs., quanto produzem em metal, sendo vendidas a $46\frac{1}{2}$ por °/₀?
R. 930$000 *rs.*

5. Com 675$000 rs. que valor se póde comprar em apolices a 45 por °/₀? *R.* 1:500$000 *rs.*

45 rs. em metal = 100 rs. em apolices
1 real » » $= \frac{100}{45}$ » » »
675$000 rs. » » $= 675\$000 \times \frac{100}{45}$ rs.

6. 2:100$000 rs. em metal, quanto valem em apolices de 3 por °/₀ a 35 por °/₀? *R.* 6:000$000 *rs.*

7. 930$000 rs. em metal quanto valem em apolices de 5 por °/₀ a $46\frac{1}{2}$? *R.* 2:000$000 *rs.*

8. As acções do Banco de Lisboa vendem-se a 390$000 rs., sendo o seu valor nominal 500$000 rs., pergunta-se quantos por °/₀ perde um accionista que vender uma acção? *R.* 22 *por °/₀.*

500$000 rs. nominaes = 110$000 rs.
1 real » $= \frac{110000}{500000}$ rs.
100 rs. » $= 100 \times \frac{110000}{500000}$ rs.

9. Vendendo-se uma acção do Banco de Lisboa por 390$000 rs., quantos por °/₀ vale? *R.* 78 *por °/₀.*

500$000 rs. nominaes = 390$000 rs.
1 real » $= \frac{390000}{500000}$ rs.
100 rs. » $= 100 \times \frac{390000}{500000}$ rs.

10. As acções d'uma Companhia são de 200$000 rs., vendem-se com o premio de 20 por °/₀, qual é o seu valor? *R.* 240$000 *rs.*

62. METHODO DE CALCULAR PERDA E GANHO.

O ganho ou perda na venda das fazendas é geralmente calculado a tantos por °/₀ sobre o *preço do custo* das mesmas fazendas.

1. Se 720$000 rs. nos deram de lucro 90$000 rs., quantos por °/₀ ganhamos? *R.* 12½ *por* °/₀.

$$720\$000 \text{ rs. deram um lucro} = 90\$000 \text{ rs.}$$
$$1 \text{ real deu} \quad » \quad » = \frac{90000}{720000}$$
$$100 \text{ rs. deram} \quad » \quad » = \frac{100 \times 90000}{720000}$$

2. Um mercador comprou 24 covados de panno por 36$000 rs., vendendo o mesmo panno a 2$000 rs. o covado, quanto ganhou? *R.* 12$000 *rs.*
Quantos por °/₀ ganhou? *R.* 33⅓ *por* °/₀.
3. Compramos mercadorias por 120$000 rs., por quanto as havemos de vender para ganhar 8 por °/₀? *R.* 129$600 *rs.*

$$\text{Custo e lucro de } 100 \text{ rs.} = 108 \text{ rs.}$$
$$\therefore \; » \; » \; » \; » \; 1 \text{ real} = \frac{108}{100} \; »$$
$$\therefore \; » \; » \; » \; » \; 120\$000 \text{ rs.} = 120\$000 \times \frac{108}{100}.$$

4. Um negociante comprou fazendas por 240$000 rs., por quanto as deve vender para ganhar 5 por °/₀? *R.* 252$000 *rs.*
5. Qual deve ser o preço da venda de mercadorias que custaram 174$800 rs. para ganhar 25 por °/₀? *R.* 218$500 *rs.*
6. Se o lucro sobre 120$000 rs. fôr 14$400 rs., quantos por °/₀ ganhamos? *R.* 12 *por* °/₀
7. **A** comprou fazendas por 300$000 rs. e vendeu-as por 327$000 rs., quantos por °/₀ ganhou? *R.* 9 *por* °/₀.

8. Fazendas que custaram 180$000 rs. foram vendidas por 205$000 rs., quantos por °/o se ganharam?
R. $13\frac{8}{9}$ *por °/o.*
9. **A** comprou fazendas por 450$000 rs., vendeu-as por 320$000 rs., quantos por °/o perdeu? *R.* $28\frac{8}{9}$ *por °/o.*
10. Um individuo vendeu fazendas por 500$000 rs., nas quaes ganhou 5 por °/o, pretendemos saber quanto lhe custaram? *R.* 476$190 $\frac{10}{21}$ *rs.*

Preço da venda de 105 rs. = 100 rs. preço do custo
∴ » » » » 1 real = $\frac{100}{105}$ » » » »
∴ » » » » 500$000 = $\frac{500000 \times 100}{105}$

11. **B** tem em Lisboa 400$000 rs., quanto ha-de receber no Porto, pagando de seguro do correio 1 p. °/o?
R. 396$039 $\frac{61}{101}$ *rs.*
12. Um negociante vendeu fazendas por 120$000 rs., nas quaes lucrou 25 por °/o, pede-se o custo das mesmas fazendas? *R.* 96$000 *rs.*
13. Fazendas foram vendidas por 480$000 rs., o lucro foi de 20 p. °/o, pretende-se saber o preço da compra?
R. 400$000 *rs.*
14. Quanto teriam custado as mesmas fazendas, se a perda fosse 20 por °/o? *R.* 600$000 *rs.*

63. POTENCIAS E RAIZES.

Quando uma quantidade é multiplicada por si, o producto chama-se a 2.ª potencia, ou o quadrado da mesma quantidade: ex.: 6×6, ou $6^2 = 36$, é a 2.ª potencia, ou quadrado de 6. Do mesmo modo, tres 5 multiplicados por si, ou $5 \times 5 \times 5$, ou $5^3 = 125$, chama-se a 3.ª potencia de 5, ou cubo de 5; quatro 2 multiplicados uns pelos outros, ou $2 \times 2 \times 2 \times 2$, ou $2^4 = 16$, chama-se a 4.ª potencia de 2, &c.

A raiz quadrada, ou raiz segunda d'um numero dado, é o numero que multiplicado por si produz o mesmo numero; ex. a raiz quadrada de 36, ou como usualmente se escreve, $\sqrt[2]{36}=6$. A raiz cubica, ou raiz terceira de um numero dado é o numero que multiplicado por si 3 vezes produz o numero dado: ex. raiz cubica de 8, ou $\sqrt[3]{8}=2$; raiz quarta de 16, ou $\sqrt[4]{16}=2$, &c. E' pois evidente que a extracção das raizes é o inverso da elevação ás potencias.

Exemplos.

1. Achai a 2.ª potencia de 9 ; 17 ; 23 ? *R.* 81 ; 289 ; 529.
2. » a 3.ª » ou cubo de 8 ; 24 ; 76 ? *R.* 512 ; 13824 ; 438976.
3. » a 4.ª » de 13 ? *R.* 28561.
4. » a raiz quadrada de 16 ; 49 ; 81 ? *R.* 4 ; 7 ; 9.
5. » a raiz cubica de 27 ; 64 ; 512 ? *R.* 3 ; 4 ; 8.

Quando a raiz quadrada tem mais d'um algarismo, procede-se do seguinte modo na sua extracção:

1. Qual é a raiz quadrada de 205209 ?

```
√ 20.52.09 = 453.
  16
85)  452
     425
903)  2709
      2709
      ....
```

Primeiramente dividimos o numero proposto em classes de 2 algarismos, principiando da direita para a esquerda; depois procuramos a raiz da ultima classe da esquerda, 20; a raiz quadrada de 20 é aproximadamente 4, subtrahindo o quadrado d'esta de 20, temos o resto 4: descemos a 2.ª classe 52 para a direita do resto 4, e duplicamos 4, (a raiz achada), o que fará 8; este é o divisor d'ensaio; $45 \div 8 = 5$ que é o

2.º algarismo da raiz; escrevemos este 5 á direita do numero 8, (o duplo do 1.º algarismo da raiz) o que faz 85, que é o verdadeiro divisor; multiplicamos 85 pela raiz achada 5, e subtrahimos o producto 425 de 452, o que nos deixa o resto 27: agora descemos a ultima classe 09 para a direita do resto 27, e multiplicamos 45, (a raiz já achada) por 2, o que produz 90, em vez de duplicar 45, podiamos addicionar o ultimo algarismo da raiz a 85 (o verdadeiro divisor antecedente), isto é, $45 \times 2 = 85 + 5 = 90$, 90 é o novo divisor d'ensaio, dividindo 270 por 90, achamos o quociente 3 para o seguinte algarismo da raiz; escrevemos este 3 á direita de 90, o que nos dá 903, para verdadeiro divisor, e multiplicando 903 por 3, achamos o producto 2709, que subtrahido de 2709 não deixa resto.

2. Achai a raiz quadrada de 1681; 4225; 23409; 45369; 18671041; 6; 3? *R.* 41; 65; 153; 213; 4321; 2,4494+; 1,732+.

(1.º) $\sqrt[2]{45.53.55.04} = 6748$

```
        36
127)   953
       889
1344)  6455
       5376
13488) 107904
       107904
       ....
```

(2.º) $\sqrt[2]{6} = 2,4494...$

```
        4
44)    200
       176
484)   2400
       1936
4889)  46400
       44001
4898   239900
          &c.
```

No segundo exemplo temos a achar a raiz quadrada de 6, ($\sqrt[2]{6}$), procurando a $\sqrt[2]{6}$ aproximada, achamos o numero 2; porém ficando de resto 2, vemos que 6 não é quadrado perfeito; para aproximar a raiz de 6, ajuntemos 2 zeros á direita do resto 2, o que faz 200, e procedendo como nos outros exemplos, achamos a raiz 4, e o resto 24, ajuntemos outros 2 zeros a este, e procedamos &c., em geral cada 2 zeros que ajuntamos dão um algarismo para a raiz; os algarismos assim achados pelo accrescentamento dos zeros representam decimaes, por isso devem ser separados por uma virgula.

Extracção da raiz cubica. A novidade da seguinte regra consiste em achar os divisores d'ensaio por uma simples addição, em vez de quadrar os algarismos da raiz, já achados, como acontece pelo methodo ordinario. A concisão, simplicidade e brevidade do methodo do author fazem-no altamente preferivel para a instrucção elementar.

1. Achai a raiz cubica de 93082856768?

$3\times 4^2 = 48$	$\sqrt[3]{93.082.856.768} = 4532.$
$3\times 4\times 5 = 60$	64
$5^2 = 25$	29082
5425	27125
625	01957856
$3\times 45^2 = 6075$	1834677
$3\times 45\times 3 = 405$	123179768
$3^2 = 9$	123179768
611559	....
4059	
$3\times 453^2 = 615627$	
$3\times 453\times 2 = 2718$	
$2^2 = 4$	
61589884	

Primeiramente dividimos o numero proposto em classes de 3 algarismos, principiando da direita para a esquerda, (a ultima classe da esquerda póde ter um, dois, ou tres algarismos): tomamos depois a mais proxima raiz cubica de 93 que é 4 com o resto 29. Descemos a seguinte classe 082 para a direita de 29; tomamos 3 vezes o quadrado da raiz achada, 4, o que faz 48; este é o divisor d'ensaio, e dividimos 290 por 48, cujo o quociente 5 é o segundo algarismo da raiz. Para completar o divisor tomamos 3 vezes o algarismo precedente da raiz, multiplicado pelo novo algarismo da raiz, escrevendo o produ-

*

cto 60 debaixo de 48, tomando cuidado de afastar um algarismo para a direita, do mesmo modo escrevemos o quadrado da nova raiz 5; sommando estes 3 productos achamos 5425 para verdadeiro divisor, o qual multiplicado pela raiz 5 e subtrahido do subtrahendo 29082, deixa o resto 1957: do mesmo modo se acham todos os algarismos da raiz. Resta-nos mostrar como se acha o seguinte divisor de prova sem tomar o trabalho de quadrar 45 e multiplicar esse quadrado por 3. Sommando 60 e 25 achamos a somma 625 que escrevemos debaixo de 5425: sommando agora os 3 numeros comprehendidos pelo colchete, achamos $6075 = 3 \times 45^2$. O mesmo se deve fazer para achar todos os algarismos da raiz, como se vê no exemplo.

2. Achai a raiz cubica de 12977875; 1382476765625; 80677568161; 231; 7; 70? *R.* 235; 24; 425; 4321; 6,13579; 1,9129; 4,12128.

Para aproximar a raiz cubica por meio de decimaes, accrescenta-se a cada resto 3 zeros, como se vê no exemplo seguinte:

$$
\begin{array}{rr}
3 \times 1^2 = & 3 \\
3 \times 1 \times 9 = & 27 \\
9^2 = & 81 \\
\hline
 & 651 \\
 & 351 \\
\hline
3 \times 19^2 = & 1083 \\
1 \times 19 \times 1 = & 19 \\
1^2 = & 1 \\
\hline
 & 108491 \\
 & 191 \\
\hline
3 \times 191^2 = & 108683 \\
\&c. &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\sqrt[3]{7} = 1,91 \text{ \&c.} \\
1 \\
\hline
6000 \\
5859 \\
\hline
141000 \\
108491 \\
\hline
32509000 \\
\&c.
\end{array}
$$

64. Exercicios.

1. Uma pessoa paga de renda de casa 10 moedas, quanto precisa ajuntar por semana para pagar a referida renda no fim do anno? *R.* 923 $\frac{1}{13}$ *rs.*
2. Um lavrador vendeu na feira 10 porcos a 8$400 rs. e comprou 3 vaccas a 16$800 rs. cada uma, pretendemos saber o dinheiro que lhe sobrou? *R.* 33$600 *rs.*
3. Um proprietario que tem de renda 1:800$000 rs., quanto deve gastar por semana para poupar 500$000 rs. por anno? *R.* 25$000 *rs.*
4. Uma familia paga de renda de casa 12 moedas annuaes, gasta 19$200 rs. por mez de diversos generos, 4$800 rs. de pão em 2 mezes, e de vestir 4 moedas em 6 mezes; pretendemos saber quanto poupará semanalmente d'uma renda annual de 100 moedas? *R.* 2$400 *rs.*
5. Quantas ℔ de chá a 1$200 rs. se podem dar por 20 qt.s d'assucar a 2$400 rs. a @, e 24 ℔ de café a 200 rs. a ℔? *R.* 164.
6. Um homem partiu 5 horas antes d'uma diligencia; quantas legoas se terá adiantado a diligencia ao homem em 12 horas, caminhando este 1 legoa por hora, e aquella 3 legoas? *R.* 19.
7. As rodas de diante d'uma sége teem de circumferencia 9 pés, e as de traz 16 pés; quantas voltas farão as primeiras mais que as segundas em uma jornada de 20 milhas? *R.* 4861 $\frac{1}{9}$.
8. Em quantas horas andou um homem 20 legoas, caminhando 5 horas a razão de 1 legoa por hora, e o resto da jornada 1 $\frac{1}{3}$ legoa por hora? *R.* 16 $\frac{1}{4}$ *horas.*
9. Um homem que ganha por semana 3$600 rs. e gasta 3$000 rs., em quanto tempo poupará 16$800 rs.? *R.* 28 *semanas.*
10. Um mercieiro comprou 12 qt.s d'assucar por 152$768 rs., porém 30 ℔ estavam estragadas, como deve vender a ℔ para lucrar 40$000 rs.? *R.* 128 *rs.*

11. Um mercador comprou 20 covados de panno por 32$000 rs., como deve vender o covado para ganhar 160 rs. por covado? *R.* 1$760 *rs.*

12. Um mercieiro vendeu certo numero de ℔ d'assucar por 640 rs., a 80 rs. a ℔, ganhou 6 rs. por ℔, pretendo saber o custo do assucar? *R.* 592 *rs.*

13. Um individuo tinha 17 moedas, vendeu 3 qt.^s de assucar por 6 moedas, e pagou uma letra de 20 moedas, que dinheiro deve hoje ter? *R.* 3 *moedas.*

14. Uma pessoa misturou 3 ℔ de chá de 1$200 rs. a ℔ com 5 ℔ de 1$440 rs., por que preço deve vender a ℔? *R.* 1$350 *rs.*

15. Se $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{8}$ de 1 ℔ custou 1 moeda, quanto custará 1 ℔? *R.* 10$080 *rs.*

16. Um negociante de trigo comprou 100 alqueires de trigo a 600 rs. e 50 alqueires a 540 rs., misturando este trigo, como deve vender o alqueire para ganhar 12$000 rs.? *R.* 660 *rs.*

17. Está provado que o som propaga-se na razão de 1044 pés por segundo; qual será a distancia d'uma trovoada, cujo trovão é ouvido 9 segundos depois de visto o relampago? *R.* 9396 *pés.*

18. Um correio precisa fazer uma jornada de 24 legoas em 17 horas, queremos saber quantas legoas deve caminhar por hora para vencer a referida jornada no tempo prescripto? *R.* $1\frac{7}{17}$ *legoas.*

19. Uma diligencia extraordinaria partiu 3 horas depois da ordinaria, pergunta-se em quantas horas alcançará a extraordinaria a ordinaria, caminhando esta $2\frac{1}{4}$ legoas por hora, e aquella 3 legoas? *R.* 9 *horas.*

Differença das velocidades em 1 hora $= \frac{3}{4}$ legoa.

Legoas que tem caminhado a diligencia ordinaria $= 6\frac{3}{4}$, logo para a diligencia extraordinaria alcançar a ordinaria, gastará tantas horas, quantas são as vezes que $6\frac{3}{4}$ contém $\frac{3}{4}$, ou $6\frac{3}{4} \div \frac{3}{4}$.

20. Um tanque tem 2 torneiras, uma introduz n'elle 10

canadas d'agoa por minuto, e a outra deixa sahir 16 no mesmo tempo; pergunta-se em quanto tempo se despejará o tanque, suppondo que está cheio com 1200 canadas? *R. em 3 horas e 20 minutos.*

21. Um trabalhador tem de feria semanal 3$000 rs., porém gasta 3$600 rs., pergunta-se em quanto tempo gastará 5 moedas que herdou d'um parente?

R. em 40 semanas.

Continuando com a mesma despeza, em quanto tempo estará empenhado em 8 moedas?

R. em 64 semanas = 1 anno, e 12 semanas.

22. **A** faz certa obra em 6 dias, e **B** faz a mesma em 4 dias, queremos saber em quantos dias a farão trababalhando ambos? *R. 2 dias 9 h. e 36′.*

Parte feita por **A** em 1 dia $= \frac{1}{6}$,
» » » **B** » 1 » $= \frac{1}{4}$,
∴ » » » **A** e **B** » 1 » $= \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$,
∴ N.º de dias em que a obra será feita por **A** e **B** $= 1 \div \frac{5}{12}$,

23. **A** faz certa obra em 8 dias, e **A** e **B** em 5 dias, em quantos dias a fará **B**?

R. $13\frac{1}{3}$ dias = 13 dias e 8 horas.

24. **A** faz certa obra em 7 dias, **B** em 6, e **C** em 5; tendo **A** e **B** trabalhado 2 dias, ajuntou-se-lhes **C**, em quanto tempo acabarão a obra?

R. $\frac{80}{107}$ dias = . . h.?

Parte feita por **A** e **B** em 2 dias $= \frac{2}{7} + \frac{1}{3} = \frac{13}{21}$.
∴ » que resta a fazer no fim de 2 dias $= 1 - \frac{13}{21} = \frac{8}{21}$.
» feita por **A**, **B** e **C** em 1 dia $= \frac{1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} = \frac{107}{210}$.
∴ N.º de dias em que a obra será acabada por **A**, **B** e **C** $= \frac{8}{21} \div \frac{107}{210}$,

25. **A** ceifa um campo em 8 dias, **B** em 10, e **C** em 5; em quantos dias o ceifarão trabalhando todos tres?

R. $2\frac{6}{17}$ dias.

26. Uma companhia paga de dividendo 8 por $^o/_o$ sobre cada acção de 50$000 rs., quantos por $^o/_o$ receberei eu, tendo comprado as acções com 20 $^o/_o$ de premio?
R. $6\frac{2}{5}$ *por* $^o/_o$.

27. Um negociante vendeu certo objecto por 12$000 rs. com perda de 4 por $^o/_o$, pretendemos saber por quanto o devia vender para ganhar 10 por $^o/_o$?
R. 13$750 *rs.*

28. **A** emprestou a **B**, com juro de 5 por $^o/_o$, 150$000 rs. pagaveis em prestações semi-annuaes de 50$000 rs., isto é, 50$000 rs. ao fazer o contracto, 50$000 rs. no fim de 6 mezes, e, &c. **B** prometteu pagar os juros tambem de 6 em 6 mezes; pergunta-se quanto devia **B** de capital e juros compostos quando recebeu os ultimos 50$000 rs.? *R.* 153$781 *rs.*

29. Dous homens, **A** e **B**, arrendaram uma terra de pastagem por 14 moedas annuaes: **A** traz 8 cavallos no pasto, e **B** 50 carneiros. Quanto deve pagar cada um, concedendo que 21 carneiros comem tanto como 2 cavallos? *R.* **A**, 42$125 $\frac{25}{67}$ *rs.* **B**, 25$074 $\frac{42}{67}$ *rs.*

Reduzam-se primeiramente os cavallos a um numero equivalente de carneiros:

2 cavallos são equivalentes á 21 carneiros.
8 » » » » 4×21 » $=84$ carneiros.

Por conseguinte 84 carneiros + 50 carneiros = 134 carneiros:

Custo do pasto de 134 carneiros = 67$200 rs.,

$\therefore$ » » » » 1 » $=\frac{67200}{134}$,

$\therefore$ » » » » 50 » $=\frac{50\times67200}{134}$,
» » » » 84 » $=\frac{85\times67200}{134}$,

30. Uma obra póde ser feita por 5 homens em 12 horas, ou por 20 rapazes em 20 horas; que tempo empregarão um homem e um rapaz para fazer a mesma obra? *R.* $52\frac{4}{23}$ *horas.*

31. 3 cavallos valem 5 vaccas, e 4 vaccas custaram 17 moedas; quanto valem 20 cavallos? *R.* 680$000 *rs.*

32. A comprou um campo por 650$000 rs., por quanto o deve arrendar para que lhe renda 10 por °/₀?
R. 65$000 *rs.*

33. B comprou um campo de 480 braças a 1$200 rs. a braça, quanto deve render a 5 por °/₀?
R. 28$800 *rs.*

34. Uma estrada tem d'elevação 3 palmos em cada 100 palmos; qual deve ser a total elevação d'um outeiro, quando a estrada tem de comprimento 5,700 braças?
R. 171 *braças.*

35. 50 almudes de vinho custaram 20 moedas; $\frac{1}{5}$ do vinho perdeu-se, 20 almudes foram vendidos a 2$400 rs.; como deve vender-se o resto para ganhar 5 por °/₀ sobre o todo? *R.* 2$640 *rs. o almude.*

36. Perguntando-se a um homem que horas eram, respondeu que passava do meio dia $\frac{1}{5}$ do tempo que faltava para a meia noite; queremos saber que horas são? *R.* 2.

37. 5 almudes d'agoardente custaram o duplo de 6 almudes de vinho; tudo custou 15$000 rs., pede-se o preço do almude d'agoardente? *R.* 2$000 *rs.*

38. A faz 7 braças de parede em 2 dias, e B 10 braças em 3 dias; em quantos dias fariam ambos 119 braças?
R. $17\frac{17}{41}$ *dias.*

Obra de A em 1 dia $= \frac{7}{2}$ braças,

» » B » 1 » $= \frac{10}{3}$ »

∴ » » A e B » 1 » $= \frac{7}{2} + \frac{10}{3}$ » $= \frac{41}{6}$ braças,

logo $119 \div \frac{41}{6}$,

39. Um mercador vendendo panno a 1$800 rs. o covado, ganha 10 por °/₀; se vendesse o mesmo panno a 1$600 rs., quantos por °/₀ perderia?
R. $2\frac{2}{9}$ *por °/₀.*

40. O passivo d'um negociante fallido é 24:000$000 rs., o activo consta de 10:000$000 rs. em creditos seguros, e 5:000$000 rs. em creditos duvidosos que va-

lerão, uns pelos outros, 25 por °/₀, e 800$000 rs. em dinheiro; quantos por °/₀ póde elle pagar?
R. 50 $\frac{5}{24}$ *por* °/₀.

41. Quantas ℔ d'assucar a 80 rs. podemos dar por 16 ℔ de chá a 1$200 rs.? *R.* 240.

42. Uma companhia tem de fundo 400:000$000 rs., quantas acções de 400$000 rs. deve ter a dita companhia?
R. 1000.

43. **A** e **B** partiram para uma jornada em direcção opposta; **A** anda 7 milhas por hora, e **B** 5 milhas; pergunta-se em quantas horas estarão a 60 milhas de distancia? *R. em* 5.

Suppondo que caminham na mesma direcção, em que tempo estarão a distancia de 5 $\frac{1}{2}$ milhas?
R. em 2 *h. e* 45′.

44. Se 300 braças de terra rendem 65 alqueires de milho, quantos renderá um campo de 450 braças? *R.* 97 $\frac{1}{2}$.

45. Uma nau de 120 peças tem em pregos, cavilhas &c. 50 toneladas de ferro, qual será o custo d'este ferro a 70 rs. a ℔? *R.* 6:048$000 *rs.*

46. **A** comprou um cavallo por 20 moedas, vendeu-o a **B** ganhando 4 por °/₀; **B** vendeu-o outra vez com 10 moedas de ganho, quantos por °/₀ ganhou este ultimo?
R 48 $\frac{1}{13}$.

Quantos por °/₀ ganharia **B** se o lucro fosse tanto como o de **A**? *R.* 3 $\frac{11}{13}$.

47. Um mercieiro misturou 9 ℔ de chá superior com 11 ℔ d'inferior qualidade, e vende a mistura a 1$600 rs. por ℔; o primeiro valia mais que o segundo 200 rs. por ℔, pede-se o preço de cada qualidade?
R. 1.ª *qualidade* 1$710 *rs. a* ℔: 2.ª 1$510 *rs. a* ℔.

48. **A** vende fazendas a **B** por 600$000 rs., e ganha 10 por °/₀: **B** torna a vender as mesmas com 10 por °/₀ de lucro; pergunta-se quanto **B** ganhou mais que **A**?
R. 5$454 $\frac{6}{11}$ *rs.*

49. **A** e **B** fazem certa obra em 14 dias; **A** e **C** em 12 dias; **B** e **C** em 15 dias; em quanto tempo **A**, **B** e **C** farão a mesma obra trabalhando juntamente?
R. 9 $\frac{1}{31}$ *dias.*

Parte feita por **A** e **B** em 1 dia $= \frac{1}{14}$,
» » » **A** e **C** » 1 » $= \frac{1}{12}$,
» » » **B** e **C** » 1 » $= \frac{1}{15}$;
∴ » » » **A**, **B** e **C** » 2 » $= \frac{1}{14} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{31}{140}$,
» » » **A**, **B** e **C** » 1 » $= \frac{31}{280}$,
N.º de dias empregados por **A**, **B** e **C** $= 1 \div \frac{31}{280}$,

50. Uma divida de 800$000 rs. pagavel d'hoje a 4 annos, com quanto se deve pagar hoje, concedendo o desconto de $5\frac{1}{4}$ por °/₀ ao anno? *R.* 661$157 $\frac{3}{121}$ *rs.*
51. Reduzi ao menor denominador commum as fracções $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{7}$ e $\frac{2}{3}$? *R.* $\frac{105}{168}$, $\frac{126}{168}$, $\frac{140}{168}$, $\frac{24}{168}$ e $\frac{112}{168}$.
52. Qual seria o denominador commum das fracções, sendo reduzidas pelo methodo ordinario? *R.* $8 \times 4 \times 6 \times 7 \times 3 = 4032$.
53. Um sujeito comprou terras que teem 9825 varas quadradas, quer saber quantos ares são? *R.* 118,8825.
54. Um almude do Porto tem 1200 pollegadas cubicas, pretende-se saber quantos *litros* tem? *R.* 24,952.
A capacidade do litro é egual a 48,0916 polleg. cub.
55. Quantos *hecto*litros tem uma pipa do Porto? *R.* 5,23992.
56. Um qt. quantos *kilo*grammas tem? *R.* 58,7428736.
57. Um menino tinha $\frac{1}{5}$ de um bôlo, partiu esse quinto em 4 partes para dar uma ao seu amigo, que parte do bôlo lhe deu elle? *R.* $\frac{1}{20}$.
58. João tinha $\frac{1}{5}$ de um navio, vendeu $\frac{1}{6}$ da sua parte, quanto lhe resta? *R.* $\frac{1}{6}$.
59. Achai a differença entre $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$? *R.* $\frac{1}{24}$.
60. Se dermos a Antonio $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de uma laranja, e a João $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3}$, quanto mais receberá A. do que J.? *R.* $\frac{1}{10}$.

BREVE

INTRODUCÇÃO Á ESCRIPTURAÇÃO COMMERCIAL.

A *Escripturação commercial* ensina-nos a tomar notas de todas as transacções commerciaes de um modo regular.

Ha dous methodos distinctos de Escripturação: *Partidas-Dobradas*, e *Partidas-Singelas.*

Nas Partidas-Singelas cada transacção é mencionada *uma só vez* no *Razão*, em quanto que nas Partidas-Dobradas cada transacção é mencionada *duas vezes:* uma no *Debito*, ou no *Credito* de uma conta, e outra no *Credito*, ou no *Debito* d'outra.

A Escripturação por Partidas-Singelas, ainda que um systema imperfeito, sendo mais simples do que a que é feita por Partidas-Dobradas, é propria para todo o commercio de retalho.

Partidas-Singelas.

Nas Partidas-Singelas são precisos tres livros, *Diario*, *Caixa* e *Razão*.

No *Diario* descrevem-se chronologicamente todas as transacções, escrevendo primeiramente o nome da *Pessoa*, e depois o termo *Deve*, ou *Haver*, segundo essa pessoa é *devedora*, ou *credora*, o que se conhecerá facilmente por meio da seguinte

Regra geral.— A pessoa que recebe, *Deve*, isto é, é *devedora*, e a que dá, ou cede, *Haver*, isto é, é *credora*.

Assim se eu vender fazendas a credito, A. B. (o comprador) *Deve* ás fazendas, especificando a sua quantidade e valor.

Se eu comprar fazendas a credito, C. D. (o vendedor) *Haver por* fazendas, especificando semelhantemente sua quantidade e valor.

Pela mesma regra se eu pagar dinheiro, a pessoa que o recebe *Deve á* Caixa a quantia que recebeu: e, se eu receber dinheiro, a pessoa que o pagou *Haver por* Caixa a quantia recebida.

Nos Descontos, a pessoa *que* os concede *Deve a* desconto: e a pessoa *a quem* nós os concedemos *Haver por* desconto.

Usa-se tambem outro livro, chamado *Memorial*, em que se descrevem as transacções á maneira que se fazem; serve de base para escripturar o Diario: em vez dos termos *Deve*, ou *Haver* empregam-se as palavras *Comprei a*, *Vendi a*, *Recebi de*, *Paguei a*.

A *Caixa* encerra todas as transacções feitas a dinheiro; escriptura-se por *Deve* e *Haver*: do lado esquerdo, [*Deve*] dá-se entrada á quantia com que se principiou o negocio, e a *todas* as sommas que depois se receberam: do lado direito, [*Haver*] dá-se sahida a *todas* as quantias pagas: assim a differença entre o *Deve* e o *Haver* ha-de concordar com o dinheiro existente, o que prova a exactidão das entradas e sahidas.

A Caixa póde ser *balançada*, mensal, semanal, ou diariamente á vontade do Guarda-livros: o balanço [differença entre a somma do *Deve*, e a do *Haver*] é levado ao *Haver* para o egualar ao *Deve*, e encerra-se a conta: no dia seguinte é outra vez levado ao *Deve*.

O *Razão* reune as contas dispersas no Diario, e colloca os *Deve* e os *Haver* de cada pessoa nas paginas oppostas do mesmo folio.

Escreve-se em bastardinho o nome da pessoa no alto da conta como titulo. A pagina esquerda chama-se o debito [*Deve*], e a pagina opposta, ou da direita chama-se o credito [*Haver*].

Todas as transacções são passadas a estas paginas, segundo no Diario são *Deve*, ou *Haver*. A. B. por ex. é debitado na pagina esquerda por tudo o que recebe, e creditado na pagina opposta por tudo o que paga. A differença entre a somma do *Deve* e a do *Haver* chama-se *Balanço*.

Quando ha muitas transacções sobre letras, deve haver um livro para ellas, que se divide em dous titulos: *Letras a pagar*, e *Letras a receber*.

Direcções para fazer as entradas no Diario.

Deve haver todo o cuidado em inserir as datas e as quantias com toda a exactidão; porque um erro em uma entrada original é difficil de descubrir.

Haver Por. Quando compramos a uma pessoa fazendas a credito, escrevemos no Diario o nome d'essa pessoa, o lugar da sua residencia, e o termo *Haver:* na linha abaixo, principiando pelo termo *Por*, especificamos a quantidade, qualidade e preço da fazenda. Quando as fazendas se compram a dinheiro, escrevemos *Caixa Haver Por*.

Deve A'. Quando as fazendas são vendidas a credito, escreve-se o nome da pessoa *a quem* as vendemos, o lugar da sua residencia, e o termo *Deve:* e, na linha immediata, principiando por *A'*, especifica-se a venda, como no caso antecedente.

Quando nos concedem descontos, ou abatimentos, a pessoa *que* os concede — *Deve A':* quando nós os concedemos, a pessoa a quem os concedemos *Haver Por*, especificando em ambos os casos as particularidades.

Tirando-se do armazem fazendas para uso particular, dizemos *Conta-particular*, *Deve* — fazendo o detalhe em seguida.

Cada pagina do Diario é considerada um folio, os numeros da primeira columna referem-se aos folios do Razão em que se acha a transacção.

Vianna 1.º *de Janeiro de* 1855. **1**

1	João Alves & Filhos, do Porto, Haver	
	Por 20 barricas d'assucar, a saber:	
	N.º 1 a 8, 8 barricas d'assucar branco da Bahia, pesando liquido 780,5 kilogrammas a 180 rs.	$
	N.º 9 a 14, 6 barricas d'assucar branco da Havana, pesando liquido 402,5 kilogr. a 200 rs.	$
	N.º 15 a 20, 6 barricas d'assucar refinado, pesando liquido 560 kilogr. a 240 rs.	$
	R.s	355$390
	— 2 —	
1	Guilherme Cruz, do Porto, Haver	
	Por 10 saccas de café, a saber:	
	N.º 1 a 2, 2 saccas de café do Rio de 1.ª qualidade, pesando liquido 125,5 kilogr. a 310 rs.	$
	N.º 3 a 7, 5 saccas de café de S. Thomé, pesando liquido 220,5 kilogr. a 280 rs.	$
	N.º 8 a 10, 3 saccas de café de Cabo-Verde, pesando liquido 181,5 kilogr. a 290 rs.	$
	R.s	153$280
	— 3 —	
1	Guilherme Cruz, do Porto, Deve	
	A desconto concedido em sua factura de 2 do corrente. R.s	8$400
	— 4 —	
1	Gonçalves & C.ª, de Lisboa, Haver	
	Por 8 barricas d'assucar, a saber:	
	N.º 1. A. 109,5 kilogr. liq. / N.º 2. A. 104,5 » » / N.º 3. A. 110,5 » » } 324,5 kilogr. a 200 rs.	$
	N.º 4. B. 102 kilogr. liq. / N.º 5. B. 108,5 » » / N.º 6. B. 101,5 » » } 312 » » 210 rs. . . .	$
	N.º 7. R. 98,5 kilogr. liq. / N.º 8. R. 95,5 » » } 194 » » 240 rs. . . .	$
	830,5 kilogr. d'assucar. R.s	176$980

2 *Vianna 5 de Janeiro de 1855.*

1	**Herrera & C.ª,** do Porto, **Haver**	
	Por 908 kilogrammas d'assucar refinado em fôrmas a 300 rs.	$
	» 64 » de chá hysson a 2$400 rs.	$
	» 50 » » café de Cabo-Verde, superior, a 480 rs.	$
	R.s	450$000
	— 6 —	
1	**Gonçalves & C.ª,** de Lisboa, **Devem**	
	A desconto em sua factura de 4 do corrente . . . R.s	10$000
	— 7 —	
1	**Gonçalves & C.ª,** de Lisboa, **Devem**	
	A' Caixa, pago por sua ordem a Martin & Filhos . . R.s	166$980
	— 8 —	
1	**Herrera & C.ª,** do Porto, **Devem**	
	A' Caixa, pago por sua ordem a Netto & Filhos	150$000
	» » » » » » » Souza & Irmãos	100$000
	R.s	250$000
	— 9 —	
1	**Netto & Filhos,** de Villa Nova de Gaya, **Haver**	
	Por 3 pipas de vinho de 1851 a 250$000 rs.	$
	» 10 cascos d'aduella de Riga a 10$000 rs.	$
	R.s	850$000
	— 10 —	
1	**Herrera & C.ª,** do Porto, **Devem**	
	A' Caixa, a elles pago . . . . R.s	200$000

Vianna 11 *de Janeiro de* 1855. **3**

1	Netto & Filhos **Devem**	
	A desconto nos 10 cascos que me venderam em 9 do corrente . . . . R.^s	6$000
	— 12 —	
2	J. E. de Faria, de Braga, **Deve**	
	A 3 barricas d'assucar N.º 4 a 6. B. 312 kilogr. a 240 rs. .	
	» 2 » » » » 7 » 8. R. 149 » » 250 » .	
	» Despezas com a remessa	3$780
	R.^s	115$910
	— 13 —	
1	Netto & Filhos, de Villa Nova de Gaya, **Devem**	
	Á Caixa, a elles pago . . . . R.^s	844$000
	— 14 —	
2	J. E. de Faria, de Braga, **Haver**	
	Por 1 letra sobre Netto & Filhos, de Villa Nova de Gaya, á m/o . . . . R.^s	115$910
	— 15 —	
2	Carlos Nunes, de Ponte de Lima, **Deve**	
	A 1 caixa de chá hysson pesando liq. 59,5 kilogr. 2$000 rs.	
	» » » » preto » » 55 » 2$400 rs.	
	R.^s	251$000
	— 16 —	
2	Carlos Nunes, de Ponte de Lima, **Haver**	
	Por Caixa, d'elle recebido . . . . R.^s	180$000

4 *Vianna* 17 *de Janeiro de* 1855.

2	Joaquim Mendes, de Barcellos, **Deve**	
	A 3 caixas d'assucar, a saber:	
	N.º 1. Q. 1 caixa pesando . . . . . 540 kilogr.	
	Tara . . . . . 70 »	
	470 » a 220 rs.	
	N.º 2. M. 1 caixa pesando . . . . . 684 »	
	Tara . . . . . 85 »	
	599 » a 230 rs.	
	N.º 3. P. 1 caixa pesando . . . . . 685 »	
	Tara . . . . . 78 »	
	607 » a 240 rs.	
	R.s	386$850
	— 18 —	
2	Carlos Nunes, de Ponte de Lima, **Deve**	
	A 25,5 hectolitros d'azeite a 30$000 rs.	
	» 7,15 » de trigo a 4$000 rs.	
	R.s	793$600
	— 19 —	
1	João Alves & Filhos, do Porto, **Devem**	
	A desconto por falta de pêso	$980
	» Caixa, a elle pago	200$000
	R.s	200$980
	— 20 —	
2	Joaquim Mendes, de Barcellos, **Haver**	
	Por desconto que lhe concedi	7$000
	» Caixa, d'elle recebido	379$850
	R.s	386$850
	— 21 —	
1	Guilherme Cruz, do Porto, **Deve**	
	A Caixa, a elle pago. . . . . R.s	144$880

Instrucções para passar os artigos do Diario ao Razão.

O Razão regra-se em folio, como se vê no seguinte Modelo; o lado esquerdo é para o *Deve*, e o lado direito para o *Haver*. — Do lado do *Deve* escreve-se o nome do individuo a quem se abre a conta, e do lado do *Haver* o lugar da sua residencia: assim «*João Alves & Filhos*», «*do Porto.*»

Como no Razão se reunem em uma conta todas as transacções que são relativas ao mesmo individuo, convencionou-se que se désse entrada á transacção no lado esquerdo [Deve] quando o individuo, ou conta é devedora, e do lado direito [Haver] quando o individuo, ou conta é credora. Note-se que no Razão escreve-se em *uma só linha* a data da transacção, sua natureza, o folio do Diario em que ella se encontra, e a sua importancia. Quando as transacções são simples, empregam-se os termos *A Fazendas*, ou *Por Fazendas*, *A' Caixa*, ou *Por Caixa*, *A Desconto*, ou *Por Desconto;* quando porém são mixtas, *A* ou *Por Diversos.* — O folio do Diario escreve-se na columna competente do Razão, e o folio d'este escreve-se reciprocamente na competente columna do Diario.

Estando assim passadas ao Razão todas as transacções, para *balançar* qualquer conta, sommam-se as entradas do *Deve* e as do *Haver*, subtrahe-se a somma menor da maior, e, escrevendo differença debaixo da somma menor, ficará a conta *balançada*, isto é, a somma do *Deve* egual á do *Haver*.

Para fazer o *Balanço Geral*, escreve-se do lado do *Deve* tudo o que nós devemos, e do lado do *Haver* tudo o que nós possuimos, ou nos é devido. Se a importancia do *Deve* fôr maior que a do *Haver*, estamos *insolventes*, isto é, não podemos pagar: se o *Haver* fôr maior que o *Deve*, estamos *solventes*.

1 *Devem* **João Alves & Filhos**

1855				
Janeiro	19	A Diversos	4	200$980
		» Balanço		154$410
				355$390

Deve **Guilherme Cruz**

1855				
Janeiro	3	A desconto.	1	8$400
»	21	» Caixa, a elle pago.	4	144$880
				153$280

Devem **Gonçalves & C.ª**

1855				
Janeiro	6	A desconto.	2	10$000
»	7	» Caixa, pago por sua ordem a M. & Filhos .	2	166$980
				176$980

Devem **Herrera & C.ª**

1855				
Janeiro	8	A Caixa, pago a diversos por sua ordem . .	2	250$000
»	10	» Caixa, a elles pago	2	200$000
				450$000

Devem **Netto & Filhos**

1855				
Janeiro	11	A desconto.	3	6$000
»	13	» Caixa, a elles pago	3	844$000
				850$000

do Porto *Haver* 1

1855 Janeiro	1	Por Fazendas, 20 barricas d'assucar . . .	1	355$390
		Por Balanço		154$410

do Porto *Haver*

1855 Janeiro	2	Por Fazendas, 10 saccas de café.	1	153$280

de Lisboa *Haver*

1855 Janeiro	4	Por Fazendas, 8 barricas d'assucar. . . .	1	176$980

do Porto *Haver*

1855 Janeiro	5	Por Fazendas (diversas).	2	450$000

de Villa Nova de Gaya *Haver*

1855 Janeiro	9	Por Fazendas	2	850$000

2 *Deve* **João Eduardo de Faria**

1855 Janeiro	12	A Fazendas.	3	115$910

Deve **Carlos Nunes**

1855 Janeiro	15	A Fazendas.	3	251$000
»	18	» Fazendas.	4	793$600
				1:044$600
		A Balanço		864$600

Deve **Joaquim Mendes**

1855 Janeiro	17	A Fazendas.	4	386$850

Deve **BALANÇO GERAL**

1855		Devo		
		A João Alves & Filhos . . . . fl.	1	154$410
		A Letra a pagar (em circulação)		
		&c. &c. &c.		

de Braga *Haver* 2

1855 Janeiro	14	A Letras	3	115$910

de Ponte de Lima *Haver*

1855 Janeiro	16	Por Caixa	3	180$000
		» Balanço		864$600
				1:044$600

de Barcellos *Haver*

1855 Janeiro	20	Por diversos	4	386$850

Haver

1855		Deve-me :		
		Carlos Nunes . . . . fl.	2	864$600
		Fazendas (as existentes)		
		Caixa (dinheiro em caixa)		
		Letras a receber (em ser)		
		&c. &c.		

Deve **CAIXA**

1855				
Janeiro	1	A Importancia do meu capital		4:000$000
»	16	Recebido de Carlos Nunes.	3	180$000
»	20	» de Joaquim Mendes	4	1:173$450
				5:353$450
				5:353$450
Janeiro	22	A Balanço (dinheiro existente)		3:547$590

Haver

1855				
Janeiro	7	Pago por ordem de Gonçalves & C.ª . . .	2	166$980
»	8	» por ordem de Herrera & C.ª	2	250$000
»	10	» a Herrera & C.ª	2	200$000
»	13	» a Netto & Filhos	3	844$000
»	19	» a João Alves & Filhos	4	200$000
»	21	» a Guilherme Cruz	4	144$880
				1:805$860
		Balanço (dinheiro existente)		3:547$590
				5:353$450

FIM.

C. Sarrodas