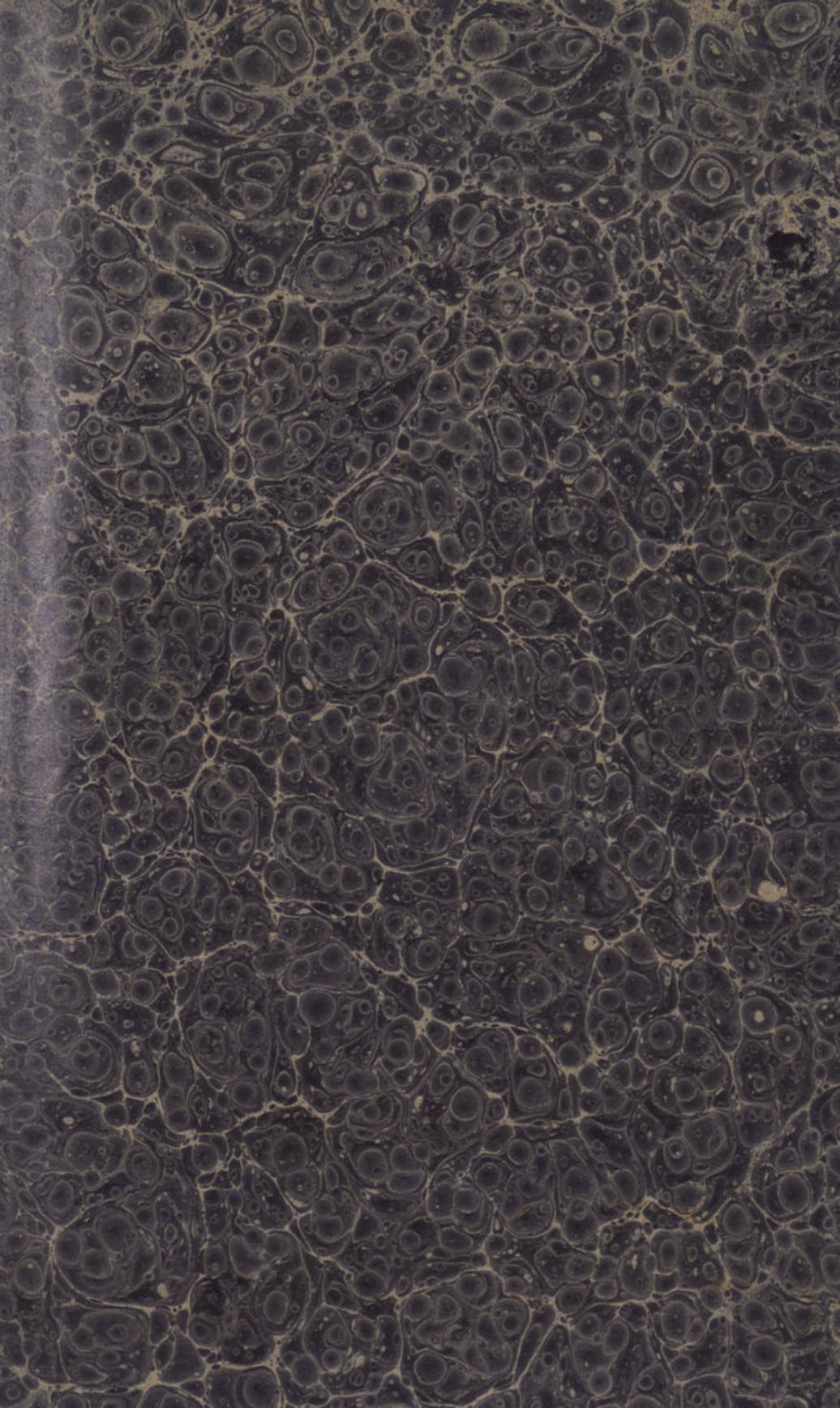




Sala 10
Est. 4
Tab. 2
N.º 28



Est. ~~7~~ Tab. 7 N.º 24

Est. 7 Tab. 7 N.º 24

PHYSICA ELEMENTAR

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO NACIONAL
MUSEU NACIONAL DA CIÊNCIA
E DA TÉCNICA

N.º 1334/02184

INV.- Nº 708



CURSO

DE

2184

PHYSICA ELEMENTAR

DESTINADO

AO ENSINO DO COLLEGIO MILITAR

COMPILADO POR

JOAQUIM RODRIGUES GUEDES

LENTE DO COLLEGIO MILITAR, ANTIGO ALUMNO DA ESCOLA POLYTECHNICA
E SOCIO CORRESPONDENTE DA ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS

NOVA EDIÇÃO

Refundida, augmentada, e com figuras intercaladas no texto

TOMO I

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO NACIONAL
MUSEU NACIONAL DA CIÊNCIA
E DA TÉCNICA



MUSEU NACIONAL DA CIENCIA E DA TECNICA

AC
HACT
53
CUR

Nº 1334 2184

LISBOA
IMPRESA NACIONAL
1868



CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O auctor, quando em 1858 submetteu a primeira edição d'este livro ao exame do jury que devia dar sobre elle o seu parecer, apresentou-lhe as seguintes considerações:

«Na impossibilidade em que me achei de poder ensinar, sem livro auxiliar, os alumnos que frequentam a cadeira elementar de sciencias naturaes do collegio militar, abalancei-me a coordenar, ou, para melhor dizer, a compilar o presente curso de physica, certo de que alliviava os alumnos do trabalho para que não estavam preparados, por serem hospedes na sciencia, de coordenarem as lições pelos apontamentos do que tivessem ouvido na aula. O fim pois que me impellia a emprehender este trabalho deve relevar a sua insufficiencia, e dispor o leitor a ser indulgente commigo pelo ter levado a effeito.

«Não tenho a vã presumpção de ter feito uma compilação perfeita, porque para isso me falta muito cabedal scientifico; comtudo consolo-me com a idéa de ter trabalhado com afineo para chegar ao fim a que me propuz, guiando-me pelos trabalhos dos auctores que pude consultar.»

O auctor, transcrevendo estas considerações no proemio da primeira edição, acrescentava simplesmente as seguintes palavras: «O que então disse era e ainda é a expressão da verdade sem rodeios».

N'esse proemio o auctor dava tambem algumas das razões que o levaram a tratar de certas materias que talvez pareça não deverem ter cabimento n'um livro d'esta ordem. E ainda nas considerações preliminares do curso de historia natural elementar, o auctor explica os motivos que justificam o desenvolvimento dos seus livros, o que muitos consideram defeito.

N'esta edição ainda o auctor se não corrigiu de tal defeito, se o é, antes pelo contrario deu maior desenvolvimento a algumas das materias tratadas na primeira edição, procurando ao mesmo tempo dar noções exactas de todas as materias importantes, que hoje fazem parte da *Physica propriamente dita*.

Os principios elementares de mechanica (capitulo 2.º dos preliminares) pareceram ao auctor necessarios para bem se comprehender o estudo dos phenomenos physicos, e ao mesmo tempo importantes para os individuos que não tiverem de estudar cursos superiores, especialmente para os alumnos que se destinam ás armas de infantaria e cavallaria.

Pareceu tambem conveniente ao auctor, attendendo ao progressivo desenvolvimento da physica e á applicação quotidiana que se faz dos principios d'esta sciencia, tratar mais detidamente de algumas materias cuja importancia está acima de toda a duvida, e taes como a barometria, thermometria, areometria, hygrometria e meteorologia, e de outras que se têm tornado, por assim dizer, populares, como são por

exemplo, a photographia, as machinas de vapor, a galvanoplastia e a telegraphia electrica. O auctor procurou tambem completar, o mais elementarmente possivel, o quadro do presente livro, e dar algumas noções precisas sobre os novos processos de experimentação e sobre diversas theorias modernas. Esta parte complementar¹ comprehende alguns desenvolvimentos no estudo da compressibilidade dos gazes, do movimento vibratorio, de dilatação dos liquidos e gazes, de densidade dos gazes e vapores, da propagação do calor e da luz, da theoria das pilhas, etc., etc. Algumas das materias apontadas, que ainda hoje são dadas desenvolvidamente nas escolas superiores, devem certamente, para o futuro, quando os programmas de ensino forem bem definidos no nosso paiz, passar para a instrucção secundaria. O presente livro poderá então servir de precioso auxiliar aos alumnos dos lyceus que cursarem esta parte das sciencias naturaes.

O auctor d'este livro não logrou ver concluida a presente edição. Uma doença pertinaz, que por fim o afastou dos trabalhos escolares, demorára por bastante tempo esta publicação. Finalmente a morte levou-o antes de a ver ultimada.

Aos que, durante a longa doença do auctor e depois da sua morte, colligiram o presente livro e dirigiram a sua publicação, cabe pois a culpa das incorrecções que n'elle se encontram.

¹ Vae impressa em typo de menor corpo que o ordinario, e não é indispensavel para o ensino.

INDICE

	Pag.
INTRODUÇÃO	1

PRELIMINARES

Capitulo I —Propriedades geraes.....	13
Capitulo II —Principios elementares de mechanica.....	26
Secção 1. ^a —Cinematica	26
Secção 2. ^a —Dynamicas.....	40
Secção 3. ^a —Noções sobre as machinas simples.....	69

LIVRO I

Ponderabilidade

Capitulo I —Gravidade e centro de gravidade.....	87
Capitulo II —Leis da queda dos corpos.....	93
Capitulo III —Intensidade da gravidade.....	100
Capitulo IV —Medida das massas e dos pesos	111

LIVRO II

Corpos nos tres estados

Capitulo I —Forças moleculares e estados de aggregação ...	127
Capitulo II —Corpos no estado solido	133
Secção 1. ^a —Estructura e textura	133
Secção 2. ^a —Elasticidade e resistencia á rotura dos solidos..	136
Secção 3. ^a —Propriedades particulares dos solidos	144
Capitulo III —Corpos no estado liquido	145
Secção 1. ^a —Compressibilidade e elasticidade dos liquidos..	145
Secção 2. ^a —Equilibrio dos liquidos.....	152

Secção 3. ^a —Equilibrio dos corpos mergulhados e fluctuan- tes nos liquidos	164
Secção 4. ^a —Equilibrio dos liquidos em vasos communican- tes — applicação	172
Secção 5. ^a —Das densidades dos solidos e liquidos	178
Secção 6. ^a —Capillaridade e osmose	192
Capitulo IV —Corpos no estado gazoso	201
Secção 1. ^a —Equilibrio dos gazes	201
Secção 2. ^a —Pressão atmospherica	204
Secção 3. ^a —Medida da pressão atmospherica	212
Secção 4. ^a —Leis da compressibilidade e mistura dos gazes ..	234
Secção 5. ^a —Machinas de rarefazer e comprimir os gazes...	257
Secção 6. ^a —Aerostação.....	267
Capitulo V —Movimento dos fluidos	278
Secção 1. ^a —Noções de hydrodynamica	278
Secção 2. ^a —Apparelhos para o movimento dos fluidos	287

LIVRO III

Acustica

Capitulo I —Produção e propagação do som	309
Secção 1. ^a —Produção e transmissão do som	309
Secção 2. ^a —Modo de propagação do som	318
Secção 3. ^a —Velocidade do som.....	326
Secção 4. ^a —Reflexão e refração do som	331
Capitulo II —Comparação dos sons	336
Secção 1. ^a —Estudo das qualidades do som	336
Secção 2. ^a —Theoria physica da musica.....	348
Capitulo III —Movimento vibratorio	353
Secção 1. ^a —Vibrações dos solidos e liquidos	353
Secção 2. ^a —Vibrações dos gazes	359
Secção 3. ^a —Estudo optico dos movimentos vibratorios....	363

CURSO DE PHYSICA ELEMENTAR

INTRODUCCÃO

1. *Universo; corpo; materia.*—O conjuncto de todos os seres creados por Deus forma o *Universo*. Os principaes d'estes seres são os astros, que se nos afiguram engastados na abobada celeste, e a Terra com todos os entes racionaes e irracionaes, sensiveis e insensiveis que a povoam ou entram na sua constituição.

Os seres do *Universo* têm o nome de *corpos*, e a substancia de que são constituidos o de *materia*.

Os corpos, segundo a qualidade de materia de que são constituidos, dividem-se em simples e compostos. Dizem-se simples os corpos de que só tem sido possivel extrahir uma unica materia, e compostos aquelles de que podem extrahir-se duas ou mais especies de materia. São simples, por exemplo, o zinco, o cobre, o oxygenio e o hydrogenio; é composto o latão, de que se tira cobre e zinco, e a agua, que sendo decomposta produz oxygenio e hydrogenio.

2. *Estados geraes dos corpos.*—A materia pôde apresentar-se sob tres estados principaes, que são: o *estado solido*,

estado liquido e estado gazoso. Os corpos nos estados liquido e gazoso têm o nome commum de *fluidos*.

Os corpos *solidos* possuem uma fórma determinada que só pôde ser modificada pelo emprego de um esforço maior ou menor, e abandonados a si mesmos conservam volumes e fórmas sensivelmente constantes. Taes são, por exemplo, as pedras, a mádeira, o gêlo e os metaes, excepto o mercurio.

Os *fluidos* não têm fórma determinada; as suas menores particulas são dotadas de extrema mobilidade. Os liquidos abandonados a si mesmos conservam volumes sensivelmente constantes, e os gazes podem augmentar ou diminuir de volumes segundo as capacidades em que forem encerrados. Como exemplos de corpos fluidos podem citar-se: a agua, o mercurio, o alcool e os oleos entre os liquidos; e o ar, o fumo e o vapor aquoso entre os gazes.

Estes tres estados da materia não são permanentes e mesmo alguns corpos podem segundo as circumstancias apresentar-se em qualquer d'elles. A agua, por exemplo, no estado solido constitue o gêlo, a neve, a saraiva, etc.; no estado liquido encontra-se nas fontes, nos rios, lagos e mares, e no estado gazoso ou aeriforme constitue o vapor aquoso, que se eleva da superficie dos mares, dos rios, etc.

3. *Sciencias naturaes; necessidade do seu estudo*. — As sciencias que têm por fim o estudo methodico do Universo ou da Natureza ¹ denominam-se sciencias naturaes. A palavra *Physica* na sua accepção mais lata abrange por si só todas as sciencias que se occupam da Natureza.

Cercado por innumeros prodigios naturaes, maravilhado dos progressos rapidos da industria, o homem que vive no seculo XIX não pôde, sem faltar ao seu destino, deixar de possuir alguns conhecimentos das sciencias naturaes. Desde os phenomenos mais triviaes até ás maravilhas da *Physica* moderna;

¹ A palavra *Natureza* pôde tomar-se em diversos sentidos. Umavez, como aqui, representa a totalidade dos seres que constituem o Universo, outras designa as leis que regem estes seres, e outras emfim exprime o complexo de propriedades de qualquer corpo.

desde o desenvolvimento do vapor aquoso pela ebulição até á locomotiva que fende o espaço com extrema rapidez; desde os mais simples effeitos da electricidade até ao surprehendente da telegraphia electrica; e desde a formação das imagens na camara escura até os bellos resultados da photographia, o homem sente sempre a necessidade de conhecer de perto a origem de todos esses phenomenos, e de apreciar os meios que a Sciencia emprega para vencer ou aproveitar as forças naturaes.

4. *Espaço; tempo.*—O exame dos phenomenos naturaes mostra claramente que todo o phenomeno é um movimento ou resultado de movimento. Para comprehender porém o movimento são necessarias as noções de tempo e de espaço, as quaes se encontram tambem sempre em todas as operações do espirito. O *tempo* é a noção abstracta que temos, observando a successão e continuidade dos phenomenos do mundo physico e moral. O *espaço* é a noção que se tem do mundo que nos rodeia, abstrahindo dos objectos que n'elle existem.

O tempo e o espaço, taes como é possivel concebê-los, são infinitos, porque admittindo-lhes limites, não podiamos deixar de os suppor ainda alem d'esses limites.

5. *Classificação das sciencias naturaes.*—Observando com attenção a immensidade do Universo, nota-se principalmente na abobada celeste a existencia de muitos corpos brilhantes separados uns dos outros por grandes intervallos: estes corpos são os astros. As partes das sciencias naturaes que se occupam do estudo geral do Universo e da constituição, dimensões, distancias reciprocas e movimentos dos astros são a *Cosmographia* e *Astronomia*.

A parte das sciencias naturaes que estuda os seres vivos e corpos inertes que povoam e fazem parte da terra constitue a *Historia Natural*. Esta ultima consta de differentes ramos, Zoologia, Botanica, Mineralogia, que se occupam respectivamente dos animaes, vegetaes e mineraes, e Geologia, que estuda a constituição e historia da Terra.

Alem das sciencias que acabámos de enumerar, ha ainda a estudar nos corpos do nosso globo os phenomenos prove-nientes de suas reacções mutuas e da influencia de certos agen-

tes, taes como o calor, a luz, a electricidade, etc. D'entre esses phenomenos ha uns que são geraes e não dependem da natureza dos corpos, e outros que são inteiramente dependentes da qualidade da substancia. A *Physica* estuda os primeiros phenomenos, e a *Chimica* trata dos ultimos.

6. *Definição de Physica.*—A *Physica* estuda os phenomenos geraes dos corpos, isto é, os phenomenos independentes da natureza d'esses corpos, ou que lhes não fazem experimentar alterações permanentes. Tem por fim examinar e descrever o modo como esses phenomenos se produzem e as circumstancias que os acompanham, apreciando ao mesmo tempo as causas ou forças que os determinam.

7. *Lei; theoria.*—Chama-se *lei* a relação constante entre o phenomeno e a sua causa; *theoria* é o complexo dos factos e leis que se referem a uma determinada especie de phenomenos. No sentido mais restricto dá-se o nome de *theoria* á explicação de alguns phenomenos particulares.

8. *Causas; agentes naturaes; divisão da Physica.*—Entre as causas que podem originar os diversos phenomenos distinguem-se, causas primarias, causas secundarias que resultam das primarias, e causas simplesmente occasionaes.

Pondo de parte os phenomenos que se referem á *vida*, e cujo estudo pertence á *Historia Natural*, as causas primarias ou agentes naturaes são apenas a gravitação ou attracção mutua dos differentes corpos, e a origem ou origens dos phenomenos luminosos, calorificos, electricos e magneticos. Estas causas são por sua natureza inteiramente desconhecidas; não se póde dizer se são fluidos impalpaveis e imponderaveis, ou se são propriedades inherentes aos corpos, ou resultados de movimentos particulares impressos á materia.

Da distincção antigamente feita entre os corpos ponderaveis e os fluidos imponderaveis, admittidos para explicar os phenomenos calorificos, luminosos, magneticos e electricos, derivava a divisão da *Physica* em duas partes; a saber: *Physica dos ponderaveis* e *Physica dos imponderaveis*.

9. *Observação; experiencia.*—*Observação* é o exame dos phenomenos taes como elles se passam na natureza.

Experiencia é a producção de um phenomeno em circumstancias especiaes que se podem fazer variar á vontade; de modo que se separam effeitos devidos a causas diversas, a fim de poder determinar com todo o rigor as leis a que o mesmo phenomeno está subordinado.

10. *Medida das grandezas lineares.*— Quando se pretende determinar a lei physica de um phenomeno é necessario medir os elementos de cuja comparação resulta a lei procurada. A maior parte das medidas reduzem-se á avaliação de grandezas lineares e de pesos. Para estes ultimos emprega-se a balança, que mais adiante será descripta, e indicaremos desde já os processos e instrumentos que se empregam para medir com a maior precisão as grandezas lineares. A unidade adoptada é o *metro*, ou a decima millionesima parte do quarto do meridiano terrestre que passa pelo observatorio de Paris.

A medida dos comprimentos rectilineos determina-se com uma regua graduada, como, por exemplo, um metro dividido em decímetros, centímetros e millímetros.

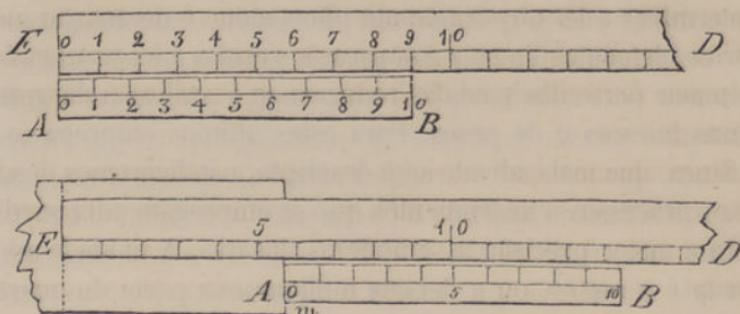
Applica-se a regua ajustando um de seus extremos a um dos do comprimento desconhecido; e se este for maior do que um metro levanta-se a regua, colloca-se na mesma direcção, com um dos extremos ajustado ao ponto em que terminou a primeira medida, e do mesmo modo se continua sobre o resto.

Qualquer comprimento pôde pois avaliar-se directa e exactamente até millímetros, que são partes mui pequenas e por isso difficeis de dividir praticamente em dez partes iguaes ou decimillímetros. Assim quando houver resto menor do que um millimetro não se pôde obter a medida exacta do comprimento directamente. N'estas circumstancias empregam-se meios indirectos; um d'elles consiste no uso do *nomio*, que é um instrumento, cujo principio fundamental se deve a Pedro Nunes, mathematico portuguez ¹. Quando se pretende avaliar

¹ O processo primitivo descripto por Pedro Nunes no seu tratado *De crepusculis*, impresso em 1522, era exclusivamente empregado para a medição rigorosa dos angulos, e consistia em traçar differentes circumferencias concentricas divididas em diverso numero de partes iguaes;

grandezas angulares, emprega-se de ordinario um transferidor, isto é, um semicirculo dividido em graus e fracções de grau.

11. *Nonio; seu emprego.*—O *nonio* (fig. 4) é uma pequena escala AB com a construcção propria para se mover ao



(Fig. 4)

longo da porção da escala principal ED , por cujo motivo também se denomina *cursor*.

O nonio está dividido em n partes iguaes, e abrange exactamente $n-1$ partes das menores da escala principal. O extremo zero do nonio chama-se *linha de fé*, e a differença entre uma das menores divisões da escala e uma das do nonio denomina-se *natureza do nonio*.

Representando por D uma das menores divisões da escala a que está applicado o nonio, e por d uma das divisões d'este, tem-se

$$(n-1) D = n \cdot d,$$

d'onde

$$d = \frac{n-1}{n} D.$$

E designando por Δ a natureza do nonio obtem-se

$$\Delta = D - d = \frac{D}{n}.$$

de modo que se podia obter por proporções o numero de graus, minutos e segundos, que correspondia a um dado angulo. O processo actualmente usado é attribuido pelos francezes a Vernier.

No caso da applicação do nonio ás ultimas divisões do metro, tem-se: $n=10$; $D=0^m,001$, e por conseguinte

$$\Delta=0^m,0001$$

isto é, a natureza do nonio é igual a um decimillimetro.

A expressão ultima mostra que o nonio dará approximações tanto mais exactas, quanto maior for o numero de divisões da escala que elle abrange. Na pratica este numero é porém limitado pela difficuldade de distinguir em que traço se faz a coincidencia.

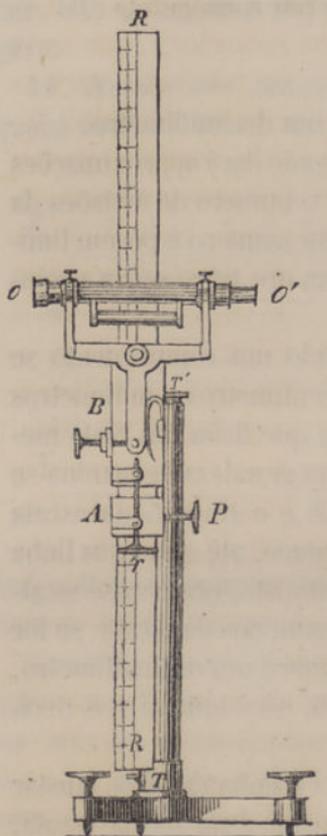
Supponhamos que tendo-se medido um comprimento se achou o numero exacto de metros, centimetros e millimetros até á divisão 5 de escala principal, e que ficou um resto menor que um millimetro. O valor d'esta grandeza determina-se com o nonio, ajustando a linha de fé e o traço 5 da escala principal, e movendo em seguida o nonio, até que a sua linha de fé corresponda ao extremo m . Feito isto, observa-se se algum traço do nonio se ajusta com algum dos da escala; se for o traço 1, a grandeza a medir será igual a um decimillimetro, (natureza do nonio); se for o traço 6, será igual a seis decimillimetros, etc.

Póde porém succeder que quando a linha de fé se ajustar em m , nenhum traço do nonio coincida com os da escala. N'este caso avalia-se por *estimativa*, ajuntando aos decimillimetros (expressos pelo numero do traço do nonio que mais se approximar da coincidencia) uma fracção arbitraria mas approximada da natureza do nonio. Se o traço 6 for, por exemplo, o que mais se approxima da coincidencia, a extensão a medir será igual a 6 decimillimetros e mais uma fracção do decimillimetro, que o observador estimará em $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, etc.

O nonio póde tambem applicar-se ás divisões de uma escala circular, para o que basta dar-lhe a curvatura conveniente, a fim de se poder mover segundo o arco de circulo.

12. *Cathetometro*. — O cathetometro (fig. 2) é um apparelho que serve para medir com muito rigor differenças de nivel entre pontos situados ou não na mesma vertical. Consta de uma regua metallica, vertical e graduada RR fixa a um

tubo de latão TT' que póde girar em torno de um eixo cylindrico de aço, perpendicularmente ligado a uma base que se consegue tornar horisontal por meio de tres parafusos niveladores. Ao longo da regua RR póde escorregar um cursor AB que se compõe de duas partes: uma A munida de um parafuso de pressão P destinado a fixal-a á regua; e outra B ligada á primeira por um parafuso de reclame r que sustenta superiormente um oculo OO' , cujo eixo deve ser horisontal, e tem na parte posterior, correspondendo á graduacão da regua, um nonio que dá $\frac{1}{50}$ da menor divisão da escala.



(Fig. 2)

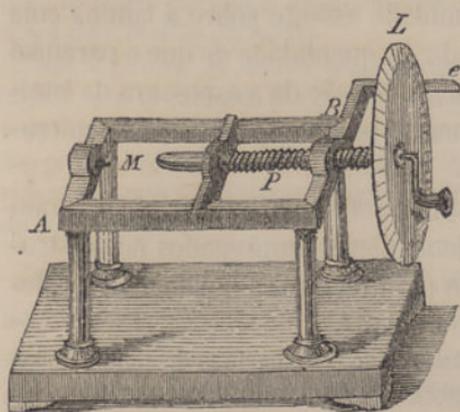
Para medir a differença da altura entre dois pontos dados, dirige-se successivamente o oculo para esses pontos, depois de ter horisontado a base do instrumento e o eixo do oculo, e a differença das leituras feitas na regua RR , correspondentes ás duas posições, dará a grandeza procurada.

13. *Parafuso micrometrico; espherometro.*—O parafuso micrometrico (fig. 3) serve para avaliar pequenas extensões lineares e especialmente para medir pequenas espessuras.

Consta de um parafuso P perfeitamente construido, cujo passo¹ é constante e extremamente pequeno. O parafuso atra-

¹ O passo de um parafuso é a distancia entre duas espiras consecutivas ou voltas do filete helicoidal.

vessa uma porca situada n'um dos lados do quadro metallico *AB* e é munido de um limbo graduado *L* situado perpendicularmente ao seu eixo. O estylete ou indicador *e*, que serve

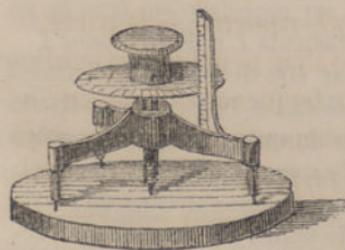


(Fig. 3)

de referencia para as divisões do limbo, indica simultaneamente por uma gradação especial, cujas divisões são iguaes á grandeza do passo, o numero de voltas feitas pelo parafuso ou a quantidade linear do que elle avança ou recua, ao mesmo tempo que as divisões

do limbo indicam as fracções da volta ou do passo do parafuso, porque em cada volta o parafuso percorre no sentido do eixo uma quantidade igual ao seu passo, e por cada fracção da volta uma igual fracção do mesmo passo.

Para medir, por exemplo, a espessura de uma lamina colloca-se esta entre a extremidade arredondada do parafuso e uma peça fixa *M* até que o parafuso exerça uma ligeira pressão sobre a lamina. Depois, tendo lido as divisões que se correspondem do limbo e do indicador, tira-se a lamina e leva-se o extremo do parafuso até assentar na peça *M*: a espessura procurada será igual a tantas vezes o passo do parafuso quantas foram as divisões percorridas do indicador e mais a fracção do passo, dada pela gradação do limbo.



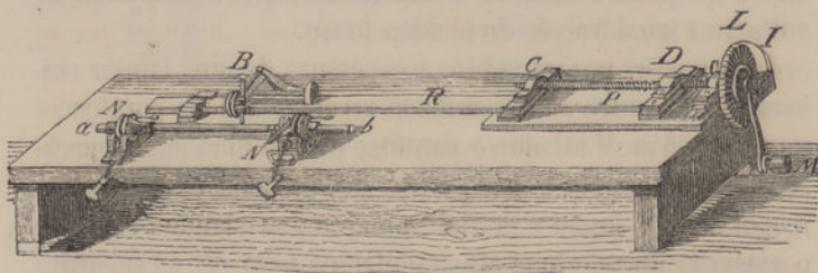
(Fig. 4)

O spherometro, instrumento mais rigoroso, é baseado no mesmo principio e tem em geral a mesma applicação. No spherometro (fig. 4) o parafuso é vertical, e a porca, sustentada por tres pés, que assentam n'uma superficie plana de vidro despolido.

Para medir a espessura de uma lamina leva-se em primeiro lugar a extremidade do parafuso até ao plano dos tres pés, o que só se consegue bem pela pratica, e depois eleva-se o parafuso até que a sua extremidade assente sobre a lamina cuja espessura se pretende medir. A quantidade de que o parafuso se eleva em relação á primeira posição dá a espessura da lamina, a qual se aprecia do mesmo modo que no parafuso micrometrico.

O espherometro pôde ainda servir para determinar o raio de curvatura dos corpos lenticulares empregados nos instrumentos de optica e tambem para verificar a igualdade de diferentes superficies planas ou curvas.

14. *Machina de dividir linhas rectas.*— A machina de dividir linhas rectas (fig. 5) é uma das applicações do parafuso micrometrico. Na sua maior simplicidade, consta de um parafuso *P*, rigorosamente construido, seguro entre dois aros de metal *C, C*, podendo unicamente executar movimentos de rotação por meio de uma manivella *MO*. parafuso é abraçado por uma porca *D*, a qual não podendo girar com



(Fig. 5)

elle tem unicamente movimento de translação que communica a uma régua de aço *R* ligada invariavelmente ao buril *B*, cujo extremo termina em ponta de diamante; de modo que o movimento do buril é o mesmo que o da porca movel e pôde ser apreciado em fracção do passo do parafuso por meio do limbo graduado *L* e do indicador *I*.

Supponhamos que se pretende traçar 100 divisões equidistantes em um tubo de vidro *ab* entre dois pontos dados. Depois de bem fixado o tubo entre dois supportes *N, N*, de modo que só possa girar sobre si mesmo sem se deslocar no sentido do comprimento, faz-se coincidir successivamente a ponta do buril com os dois extremos da escala que se pretende traçar, tomando nota do numero *N* de voltas e fracções da volta que o parafuso executa para ir da primeira posição á segunda. É claro que para cada uma das divisões o parafuso deve

girar de $\frac{n}{100}$, o que se consegue por meio da gradação do limbo. Quando se pretende traçar sobre uma linha recta divisões de grandeza dada é necessario conhecer previamente o passo do parafuso para se poder calcular a quantidade de que este ha de girar para se obter uma divisão da escala.

Nas machinas de dividir mais perfeitas, o buril está fixo, e é o objecto que se pretende dividir que executa o mesmo movimento que a porca do parafuso. Alem d'isso o buril é munido de um mechanismo especial que permite o executar traços de differentes grandezas, e o movimento do parafuso é perfeitamente regulado por um systema de rodas dentadas.

15. *Methodos de precisão.* — Alem dos instrumentos que ficam descriptos, ha ainda differentes methodos por meio dos quaes se podem obter com medidas approximadas resultados de grande precisão. Esses methodos são o de *repetição* e o de *multiplicação*.

O primeiro consiste em repetir muitas vezes a medida da grandeza dada e deduzir depois a media dos resultados obtidos. D'este modo os erros commettidos podem compensar-se e o erro total achar-se dividido pelo numero de vezes que se executa a medida.

O methodo de multiplicação pratica-se medindo um certo multiplo da quantidade procurada, e dividindo o resultado pelo numero que designa as vezes que esta entra como factor. Assim o erro commettido na operação fica tambem dividido por esse numero, e pôde ser tão pequeno quanto se queira.

16. *Indicação do modo de estabelecer uma lei.* — Das considerações precedentes pôde concluir-se que uma medida qualquer nunca pôde ser obtida com exactidão absoluta, mas sim com um erro maior ou menor.

Uma medida precisa é aquella em que o erro relativo é muito pequeno.

Como da comparação das medidas achadas resultam as leis physicas e aquellas nunca são rigorosamente exactas, devem-se em geral modificar os resultados obtidos, escolhendo numeros proximos dos achados, de modo que, sempre que seja possivel, a lei possa ser expressa por um simples enunciado mathematico. Se as correcções a fazer forem menores que os

erros prováveis de observação, poder-se-ha admitter a lei como verdadeira, attribuindo as diferenças ás imperfeições dos instrumentos empregados.

PRELIMINARES

CAPITULO I

Propriedades geraes

17. *Propriedades dos corpos.*—Os modos diversos segundo os quaes os corpos nos podem impressionar, dizem-se propriedades dos corpos, e estas dividem-se em geraes e particulares.

As propriedades geraes convem a todos os corpos, e entre as que é necessario conhecer desde já podem citar-se: a *extensão*, a *impenetrabilidade*, a *divisibilidade*, a *porosidade*, a *compressibilidade*, a *elasticidade*, a *dilatabilidade*, a *mobilidade* e a *inercia*. A extensão e a impenetrabilidade chamam-se tambem propriedades *necessarias* ou *essenciaes*, porque sem ellas não é possivel conceber-se a existencia dos corpos.

As propriedades particulares são as que sómente pertencem a certos corpos, e aos seus differentes estados, e taes são, por exemplo: a *fluidéz*, a *solidéz*, a *dureza*, a *extensibilidade*, a *malleabilidade*, a *ductibilidade*, etc.

18. *Extensão.*—A propriedade que os corpos têm de occupar uma porção limitada no espaço indefinido denomina-se extensão. Esta propriedade é geral, porque pertence a to-

dos os corpos; e é também essencial, porque se não pôde imaginar um corpo, por mais pequeno que seja, sem extensão.

Abstrahindo da materia que constitue qualquer corpo, considerando sómente o logar que este occupa, tem-se a idéa de vacuo; logo o vacuo é qualquer porção do espaço indefinido vasio de materia.

A extensão de um corpo considerado em relação ás suas dimensões denomina-se volume. A disposição ou arranjo da superficie ou superficies que o limitam constitue a sua fôrma ou figura. E a grandeza de um espaço interior limitado por uma ou mais superficies toma o nome de capacidade.

19. *Impenetrabilidade; exemplos.*—A propriedade em virtude da qual dois corpos não podem simultaneamente occupar o mesmo logar tem o nome de impenetrabilidade. Esta propriedade é geral, porque pertence a todos os corpos, e também essencial, porque seria absurdo admittir a existencia de um corpo que podesse occupar o logar de outro, sem que este fosse deslocado.

Mergulhando n'agua ou n'outro qualquer liquido um vaso de vidro com a bôca para baixo, observa-se que o vaso não se enche de liquido, por mais que se profunde, porque o ar que o vaso contém não pôde ser deslocado, em virtude da impenetrabilidade.

Do mesmo modo collocando um funil na bôca estreita de um frasco, tapando com massa a communicação entre a superficie externa do funil e a bôca do frasco, e vertendo no funil um liquido, vê-se que este não pôde entrar no frasco, porque o ar que lá existe lhe impede o accesso.

Os seguintes phenomenos têm também por fundamento a impenetrabilidade:

1.º Quando se deita um torrão de assucar ou um fragmento de cré na agua contida n'um copo, nota-se que muitas bolhas gazosas atravessam o liquido, vindo em seguida rebentar na superficie livre: estas bolhas são formadas pelo ar, que existia nos intersticios do assucar ou do cré d'onde foi deslocado pela agua.

2.º O movimento de um barco, que navega com a acção dos remos, provém dos pontos de apoio que estes instrumentos encontram na agua, que resiste a ser deslocada em virtude de sua impenetrabilidade.

O apoio que as aves encontram no ar é igualmente devido á impenetrabilidade d'este fluido.

20. *Exemplos de penetração apparente.*—Um corpo diz-se penetravel no sentido vulgar, quando outro se introduz na sua massa; mas em todos os phenomenos d'esta ordem a penetração é apparente; porque um liquido, por exemplo, que molha uma esponja, um estofa, etc., apenas enche os intersticios d'estes corpos.

Os corpos que facilmente se deixam molhar pelos liquidos dizem-se *permeaveis*; e os que não possuem esta propriedade, ou antes a possuem em pequeno grau, chamam-se *impermeaveis*.

Ha comtudo phenomenos de penetração apparente, cuja explicação pertence á chimica. Assim tomando por exemplo um tubo de vidro fechado n'um dos extremos, e deitando-lhe porções iguaes de agua e alcool ou de agua e acido sulphurico, os dois corpos, unindo-se intimamente, produzem um todo homogeneo, cujo volume é menor do que o que deveria resultar da somma dos liquidos misturados. Quando se põem em contacto intimo o cobre e o zinco, o que se obtem sujeitando-os á acção do fogo n'um cadinho, forma-se o corpo chamado latão, cujo volume é menor do que a somma dos volumes do cobre e zinco empregados.

Nestes e n'outros phenomenos da mesina ordem, a penetração é apparente e devida á maneira particular como se agrupam as particulas dos corpos que se combinam.

21. *Divisibilidade; exemplos.*—A divisibilidade é a propriedade que os corpos possuem, de poderem ser separados em partes distinctas, sem mudar de natureza.

De feito os corpos ainda os mais duros e compactos, como as pedras, o vidro e os diversos metaes, sujeitos á acção do martello, do raspador, da lima e de differentes outros instrumentos e meios mechanicos, todos se reduzem a fragmentos

maiores ou menores e mesmo a pó finissimo, sem que as partes separadas, por mais pequenas que sejam, deixem de ser homogeneas com o todo de que faziam parte.

Entre os numerosos exemplos de grande divisibilidade, citaremos os seguintes: 1.^o Lançando um centigramma de carmim em dez mil grammas de agua, esta toma a côr vermelha, porque o carmim dividindo-se em particulas finissimas, dissemina-se por toda a massa liquida. 2.^o Fazendo passar pela feira¹ um pequeno cylindro de prata, dourado com trinta grammas de oiro chega-se a produzir um fio doirado com a grossura de um cabello e comprimento de 440:000 metros ou 440.000:000 millimetros. Sujeitando o fio á acção do laminador² obtem-se uma lamina ou fita com as duas faces doiradas. Os trinta grammas de oiro acham-se pois estendidos n'um comprimento duplo do do fio, isto é, em 880.000:000 millimetros. Cada um d'estes póde ser dividido em duas partes no sentido da largura e em cinco no do comprimento, o que equivale a fraccionar os 30 grammas de oiro em partes visiveis 8.800.000:000. 3.^o Os animaes microscopicos, assim denominados porque, para os distinguir, é necessario armar a vista com um microscopio, existem algumas vezes aos milhares n'uma só gota de liquido; e é por isto que o volume de alguns d'estes seres se suppõe menor que o da millesima parte de uma particula de pó impalpavel. Estes pequenissimos animaes necessariamente têm orgãos para elaborar as substancias de que se nutrem e para exercitar os movimentos mais ou menos rapidos que praticam. Ora, se os proprios animaes escapam á acção directa dos nossos sentidos pela sua pequenez, qual não deverá ser a tenuidade de seus orgãos e das particulas materiaes que assimilam em sua propria substan-

¹ A feira é um apparelho em que a peça principal é uma lamina de aço crivada de orificios cujos diametros, a começar de certa grandeza, são cada vez mais pequenos.

² O laminador é um instrumento composto de dois cylindros que, postos em movimento de sentidos contrarios, quasi que se tocam por suas superficies convexas. É por entre estas que se fazem passar os corpos que se pretendem laminar.

cia? 4.º Emfim, o que vae alem de toda a comparação, é a divisibilidade que offerecem as substancias odoríferas. Uma porção de almiscar, apenas ponderavel, faz sentir seu cheiro por muito tempo no interior de um quarto bem ventilado. Este cheiro resulta das particulas tenuissimas que pouco a pouco se destacam do almiscar, e se derramam no ar. Os aromas das flores provêm igualmente das particulas mui tenues, que desprendendo-se das flores, se derramam na atmosphaera. As parcellas das substancias odoríferas, que affectam o nosso orgão do olfato, escapam por certo a todo e qualquer outro meio de apreciação.

22. *Atomos; moleculas.* — A extrema divisibilidade da materia pôde levar racionalmente a admittir a sua divisibilidade indefinida, porque um corpo por mais pequeno que seja pôde suppor-se sempre dividido em duas metades, cada uma d'estas em outras, e assim successiva e indefinidamente. Hoje porém, pelos progressos da Physica e principalmente da Chimica admitte-se geralmente que os corpos se compõem de particulas extremamente pequenas, indivisiveis e inalteraveis, que se chamam *atomos*, as quaes grupando-se em numero determinado, mas desconhecido, originam pequenissimas massas physicamente indivisiveis que se denominam *moleculas*.

A existencia dos atomos baseia-se principalmente na observação dos phenomenos que se passam nas combinações e decomposições. Assim, a invariabilidade das relações ponderaveis que os differentes corpos guardam entre si, quando se combinam, a constancia das propriedades dos productos obtidos por differentes meios, e a identidade das substancias que se separam dos corpos compostos pela analyse, provam que em todas estas transformações, as particulas elementares dos corpos não experimentam alterações.

As moleculas são reuniões de atomos da mesma ou de especies differentes, e que só as acções chemicas podem fazer separar. Quando os corpos são compostos, como o latão e a agua, cada uma das suas moleculas é constituida pelas materias heterogeneas simples que entram na sua constituição. É por isto que as moleculas se dividem em moleculas *simples e compostas*:

as primeiras constam de uma só especie de materia; e as ultimas de duas ou mais. Assim as moleculas de cobre do zinco, oxygenio e hydrogenio são simples; e as do latão e da agua são compostas.

As moleculas homogeneas, de cuja aggregação resultam os corpos, quer simples, quer compostos, dizem-se *moleculas integrantes*; e as moleculas heterogeneas, que, combinando-se, dão origem a moleculas homogeneas, dizem-se *moleculas constituintes*. Assim, as moleculas do cobre e do zinco, do latão e do carbonato de cal (pedra calcarea) são moleculas integrantes d'estes corpos; as do zinco e cobre, que constituem as do latão; e as do acido carbonico (corpo formado pelo carbonio e oxygenio), e as da cal (corpo constituído pelo calcio e oxygenio), que formam as do carbonato de cal, são as *moleculas constituintes d'estes corpos*.

23. *Porosidade*.—A porosidade é a propriedade em virtude da qual as moleculas dos corpos deixam entre si pequenos intervallos denominados *poros*.

De feito, o tré, o assucar, os estofos, as madeiras, o carvão, etc. embebem-se de agua e de diferentes liquidos, porque estes se introduzem nos seus poros; o marmore polido adquire manchas quando é posto em contacto com os oleos, porque estes se insinuam em seus poros. Ha comtudo corpos, que, por serem impermeaveis aos fluidos, parece não serem porosos, como os metaes e o vidro, por exemplo. Prova-se porém que as moleculas dos diferentes corpos não estão em contacto perfeito, e portanto, que todos são porosos; porque o seu volume aquecendo-os augmenta, e resfriando-os diminue.

O termo porosidade ou se toma na accepção vulgar, ou na scientifica. Na vulgar refere-se aos corpos que têm os poros visiveis, como a esponja, a cortiça, etc. Na scientifica porém póde ainda ser tomado em sentido particular e geral: no primeiro caso exprime a propriedade que certos corpos têm de se deixarem permear pelos fluidos, e no segundo *designa a lei geral, em virtude da qual as moleculas dos corpos se acham em contacto, sem se tocarem por todos os pontos de sua superficie*.

24. *Algumas applicações da porosidade particular.*—Para purificar os líquidos das impurezas que algumas vezes comtêm em suspensão, fazem-se passar pelos intersticios de corpos sensivelmente porosos, que tomam o nome de *filtros*: Os filtros mais empregados são o papel descollado, os estofos, o carvão e a pedra porosa, os quaes deixam passar os líquidos através de seus intersticios, retendo as impurezas, que têm maiores diametros do que os seus poros.

Introduzindo cunhas de madeira bem secca em sulcos praticados nas pedreiras e lançando-lhes agua, esta infiltra-se nos poros da madeira, que incha a ponto de fazer destacar grandes pedras.

As cordas de linho, quando recebem agua em seus poros, augmentam em diametro, e diminuem em comprimento; e é por isto que algumas vezes se tem empregado e se pôde empregar este meio para levantar grandes pesos.

25. *Volume apparente e verdadeiro.*—Em qualquer corpo distinguem-se dois volumes: *volume apparente e verdadeiro*. O primeiro é o espaço occupado pela materia do corpo conjunctamente com o de seus poros; o segundo é sómente o espaço occupado pela materia do corpo. Aquelle varia com o augmento ou diminuição da capacidade dos poros, e este é invariavel.

Quando se fallar de volume, deverá entender-se sempre que se trata do volume apparente.

26. *Compressibilidade.*—A propriedade que possuem os corpos de poderem ser reduzidos a menores volumes, quando se sujeitam a differentes acções mechanicas que tendem a approximar as suas differentes partes denomina-se *compressibilidade*. Esta propriedade é uma consequencia necessaria da porosidade.

Os *gazes* são extremamente compressiveis, como se pôde mostrar, empregando o fuzil pneumatico. Este apparelho (fig. 6) é formado por um tubo de vidro perfeitamente calibrado, onde pôde jogar um embolo ¹.

¹ Dá-se o nome de *embolo* a um disco ou cylindro de madeira, de metal, etc. que se ajusta perfeitamente á capacidade a que é destinado, e ao longo da qual pôde mover-se pela acção de um esforço qualquer.

Tomando o fuzil cheio de ar ou de outro qualquer gaz, e carregando sobre o embolo, para comprimir o gaz, vê-se que este se reduz successivamente a ter menor volume, uma vez que o esforço empregado vá sendo cada vez maior. Deve advertir-se porém, que certos gazes, sendo comprimidos depois de certo limite passam ao estado liquido.



(Fig. 6)

Os liquidos são mui pouco compressiveis. Sujeitando-os porém a fortes compressões em apparatus proprios, como em logar conveniente mostraremos, experimentam uma diminuição apreciavel de volume.

Os solidos são compressiveis em graus diversos. Os que têm grandes poros, como a cortiça, esponja, etc. são aquelles em que esta propriedade se póde apreciar mais facilmente. Os metaes sujeitos a diferentes acções mechanicas todos experimentam diminuição de volume. As mesmas pedras, quando se acham sobre-carregadas de enormes pesos, como as que existem nas bases dos grandes edificios, tambem diminuem de volume. No n.º 28 veremos um dos meios de verificar a compressibilidade dos solidos.

27. *Elasticidade*.—A elasticidade é a propriedade que os corpos têm de reassumir seus volumes e figuras, quando termina a acção das causas mechanicas, que os têm feito variar. *Os gazes* são perfeitamente elasticos. O ar, apenas cessa a força empregada para o comprimir no fuzil pneumatico (26) ou n'outro qualquer apparelho, retoma, por seu elasterio, o volume primitivo, e igual phenomeno se verifica com os diferentes gazes.

Os liquidos, aindaque fracamente compressiveis, são tão perfeitamente elasticos como os gazes, porque todos voltam a occupar seus primitivos volumes, no instante em que cessa a acção comprimente.

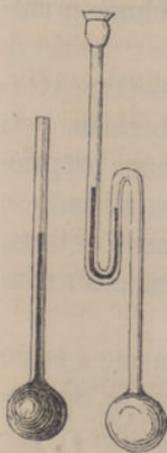
Os solidos porém não são tão perfeitamente elasticos como os gazes e liquidos. Se as acções mechanicas, que os têm feito variar de volume ou figura, obram dentro de certos

limites, os corpos voltam ao estado anterior, mas, se aquellas acções tiverem excedido estes limites, a elasticidade deixa de manifestar-se. Cada solido possui pois um limite particular de elasterio, e quanto mais distante o tem, maior é a sua elasticidade. O *cautchuc*, o marfim, o vidro, o marmore, o aço temperado, etc., têm grande elasticidade; e o chumbo, a argilla plastica, a lã, as gorduras, etc. têm-na mui fraca ou apenas apreciavel.

28. *Experiencia que serve para mostrar a elasticidade, e ao mesmo tempo a compressibilidade dos solidos.*—Para mostrar a elasticidade dos solidos, como propriedade geral, toma-se uma pequena esfera de marfim, de vidro, de aço, de marmore, etc., e deixa-se cair de certa altura sobre um plano resistente, bem liso e revestido por uma tenue camada de oleo. A esfera resultará por algum tempo, produzindo no plano impressões circulares tanto mais pequenas, quanto menores forem sendo os choques. As impressões mostram que a esfera se achatou antes de se levantar, o que é uma prova da compressibilidade; e os resaltos indicam as reacções exercidas pelas moleculas, para retomarem as posições primitivas de que foram desviadas, o que é uma prova da elasticidade.

29. *Dilatabilidade.*—A dilatabilidade é a propriedade em virtude da qual os corpos variam de volume pela influencia do calor, augmentando de volume quando são aquecidos, e diminuindo quando são resfriados.

A dilatabilidade dos gazes póde mostrar-se empregando um tubo de vidro recto ou curvo (fig. 7) de pequeno diametro com um dos extremos terminado em esfera ôca, tendo a meia altura da haste uma pequena columna de liquido corado, para servir de indice e ao mesmo tempo para interceptar a communicação do gaz, contido na esfera e parte da haste, com o ar externo. Apertando a esfera com a mão, o calor d'este orgão faz augmen-

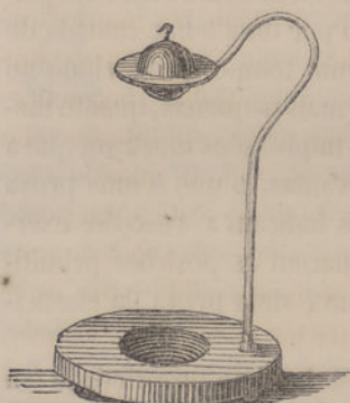


(Fig. 7)

tar o volume do gaz encerrado no tubo, como se reconhece pela subida do indice. Fóra do contacto da mão observa-se que o gaz interno diminue de volume, pela descida do indice.

A dilatabilidade dos liquidos póde mostrar-se empregando o tubo (fig. 7) com liquido até meia altura da haste. Mergulhando a esphera em agua quente, depois em agua fria ou em fragmentos de gëlo, ver-se-ha subir a superficie superior da columna liquida, no primeiro caso, e descer no segundo, o que mostra que o liquido augmentou e diminuiu de volume pela acção mais e menos energica do calor.

A dilatabilidade dos solidos mostra-se mui facilmente por meio de um apparatus chamado pyrometro de Sgravesande



(Fig. 8)

(fig. 8), que serve para provar a dilatabilidade em todos os sentidos. O apparatus consta de um anel de metal através do qual póde passar tangencialmente uma esphera tambem metallica. Aquecendo o apparatus, a esphera não póde passar através do anel, o que prova que ella tem augmentado de volume. Pelo resfriamento a esphera passa através do anel, e cáe,

porque contrahindo-se, tem readquirido o seu volume primitivo.

30. *Temperatura; thermometro centigrado.*— Como o calor está variando a cada instante á superficie do globo, pela influencia de diversas causas, e a dilatabilidade é uma propriedade geral da materia, segue-se que os corpos, achando-se expostos áquellas alternativas, não podem ter dimensões fixas, isto é, os volumes dos corpos nas circumstancias ordinarias são variaveis.

O estado em que os corpos se acham relativamente á acção mais ou menos energica do calor diz-se *temperatura*. Se pretendessemos avaliar as temperaturas pelas impressões respectivas, que experimentámos, apenas chegaríamos a obter

apreciações vagas e incertas das gradações por que passa a intensidade do calor, poisque os nossos órgãos não têm a estructura apropriada para nol-as fazer distinguir. Recorre-se por isso ao phenomeno geral da dilatação.

Os instrumentos empregados para medir as temperaturas denominam-se *thermometros* e *pyrometros*. Os primeiros empregam-se para medir os graus de calor desde as temperaturas mais baixas até certos limites de elevação, e os segundos para avaliar com mais ou menos exactidão as temperaturas mui elevadas, taes, por exemplo, como as que se fazem desenvolver nos fornos de fundição.

O thermometro usual, e que necessitámos conhecer desde já, é o thermometro centigrado de mercurio. Este instrumento é constituído por um tubo de vidro de diametro interior capillar, com um dos extremos soldado a um reservatorio, tambem de vidro pouco espesso e com o outro fechado hermeticamente¹. O reservatorio contém mercurio: este liquido sobe no interior da haste até a um ponto marcado 0, quando a esphera se colloca entre fragmentos de gêlo; e até a um ponto 100, quando se mergulha n'um espaço cheio de vapor de agua ebulliente. O intervallo da haste comprehendido entre estes dois pontos está dividido em 100 partes de igual capacidade, cada uma das quaes constitue um grau thermometrico, e é por isto que o *thermometro se diz centigrado*. Abaixo e acima dos pontos 0 e 100 existem iguaes divisões, cuja totalidade constitue a *escala thermometrica*.

31. *Mobilidade; repouso absoluto e relativo*.—Denomina-se mobilidade a propriedade que têm os corpos de poderem occupar successivamente diferentes posições no espaço.

Um corpo diz-se em *movimento* quando successivamente occupa diversas posições; e em *repouso* quando permanece no mesmo lugar.

¹ Fechar um tubo hermeticamente, ou, em geral, um espaço qualquer, consiste em tapal-o por tal modo, que os fluidos, ainda os mais subtis, não possam ter accesso do interior para o exterior, nem do exterior para o interior do tubo.

O movimento e o repouso podem considerar-se no sentido absoluto e relativo. O movimento de um corpo seria absoluto se se podesse referir a pontos invariavelmente fixos no espaço; e é relativo quando se verifica em relação a qualquer ponto tomado a arbitrio. O repouso seria absoluto se o corpo se conservasse no mesmo lugar do espaço; e é relativo quando o corpo se conservar a iguaes distancias dos objectos que o rodeiam. O movimento e repouso absolutos são puras concepções do nosso espirito; os movimentos e repousos que se verificam são relativos e condicionaes. Tudo o que parece estar em repouso está em movimento, ou tem apenas repouso relativo. Por exemplo, as casas de uma povoação e as arvores de uma floresta estão em repouso, umas a respeito das outras e em relação ao solo, que as sustenta; mas as casas, as arvores e o solo mudam a cada instante de lugar no espaço, porque participam do movimento de translação da Terra em roda do Sol, e do movimento de rotação com que ella gira sobre si mesma.

32. *Inercia*.—A inercia é a propriedade ou lei geral da Natureza, em virtude da qual os corpos postos em repouso ou movimento assim permanecerão enquanto causas estranhas não vierem alterar qualquer d'estes estados.

A primeira parte d'esta lei é de si evidente, porque ninguem duvida que os corpos em quietação (exceptuando os animaes durante a vida) necessitam ser actuados por uma causa estranha para entrar em movimento.

A segunda parte porém não só não é evidente, mas até os factos que se passam á nossa vista parece induzirem-nos a acreditar o contrario. Todavia, observando attentamente as circumstancias em que o movimento dos corpos terrestres é alterado, reconhece-se que uma ou mais causas estranhas intervem sempre na alteração do movimento. As causas estranhas que modificam o movimento dos corpos terrestres são: a gravidade, o attrito ou fricção e a resistencia dos meios.

A *gravidade*, como adiante veremos, attrahe os corpos para a Terra, e por isso modifica a cada instante o movimento que lhe tem sido impresso, accelerando-o ou retardando-o segundo os corpos se movem de cima para baixo, ou de baixo

para cima, e fazendo mudar os corpos de direcção, e retardando o seu movimento quando têm sido lançados n'uma linha differente da vertical.

O *attrito* ou *fricção* é a resistencia proveniente das asperezas dos corpos e das superficies sobre que estes se movem.

Esta causa influe poderosamente na attenuação do movimento dos corpos terrestres, porque todos os corpos, mesmo aquelles que nos parecem mais polidos, têm grande numero de asperezas. O corpo em movimento, engrenando as asperezas maiores ou menores com as da superficie sobre que se move, só pôde progredir em sua marcha por saltos ou pela fracturação das asperezas, o que em ambos os casos occasiona perda de movimento. A attenuação d'este é tanto maior quanto mais consideraveis são as asperezas: é assim que a bola de marfim rolando sobre o panno do bilhar, perde tanto mais movimento quanto mais grosseiro é o panno; e que as rodas de um transporte rodam com mais difficuldade n'uma rua empedrada do que n'uma *macadamisada*.

A resistencia dos meios ou *fluidos* (ar ou agua), que circumdam os corpos terrestres, tambem tem grande influencia na aniquilação do movimento. Um corpo, de feito, não pôde mover-se n'um fluido sem lhe deslocar as moleculas que encontra em seu transito, e para as deslocar deve perder uma parte igual do movimento que tinha recebido. Quanto mais subtil for o meio, tanto menor será a resistencia que os corpos experimentam em seu movimento. Assim, sendo todas as mais circumstancias as mesmas, o movimento communicado a um corpo é mais duradouro no ar do que na agua.

Em conclusão se fosse possivel destruir a gravidade, o attrito e a resistencia dos meios, o movimento dado aos corpos seria eterno, como o é o dos corpos que formam o systema planetario. Cada um d'estes corpos com effeito, descreve a sua orbita em torno do Sol em tempos sempre iguaes, porque nenhuma resistencia se oppõe á sua marcha. O ar atmosferico que se oppõe ao movimento dos corpos terrestres, apenas se eleva dez ou doze leguas acima da superficie geral da Terra: alem d'estes limites existe o vacuo.

Da lei da inercia deduzem-se as seguintes consequencias:

1.^a *O corpo que recebe qualquer movimento não o póde por si augmentar nem diminuir.* O contrario d'isto seria admittir que um corpo em repouso podia por si entrar em movimento, ou que estando em movimento podia voltar ao estado de repouso.

2.^a *O corpo que posto em movimento caminha n'uma dada direcção não a póde alterar;* porque se se admittisse o contrario seguir-se-ia que, o corpo estando em repouso podia por si entrar em movimento. Assim um corpo que se move, abandonado a si mesmo, deve continuar a mover-se indefinidamente e em linha recta, porque não póde por si alterar a direcção nem a rapidez do movimento.

33. *Forças.*—As causas que fazem ou são susceptíveis de fazer mover os corpos, ou de modificar o movimento de que estes se acham animados denominam-se *forças*; taes são, por exemplo, as acções musculares dos animaes, a gravidade, as attracções e repulsões magneticas e electricas, a elasticidade.

Como qualquer phenomeno é ou movimento ou resultado de movimento, assim todos os phenomenos são devidos á acção das forças. No capitulo seguinte daremos algumas breves noções sobre o movimento e sobre as forças.

CAPITULO II

Principios elementares de Mechanica

SECÇÃO 1.^a

Cinematica

34. *Mechanica; sua divisão.*—A sciencia que se occupa das forças e do movimento chama-se Mechanica.

Esta sciencia divide-sé em duas partes: *Cinematica* e *Dynamica*. A primeira trata do movimento considerado em si

mesmo, sem attender ás causas que o podem produzir ou modificar; e a segunda estuda os effeitos das forças. Na Cinematica abstrahê-se da materia dos corpos considerando-os debaixo do ponto de vista geometrico; na Dynamica porém não se pôde abstrahir da materia que os constitue.

A Geometria já considera, por exemplo, o movimento das linhas para gerar as superficies, mas apenas se attende ás diversas posições que as linhas podem occupar, ao passo que em Cinematica á idéa de deslocamento acresce a idéa de tempo. Em Dynamica ás idéas de deslocamento e de tempo, junta-se ainda a idéa de força.

35. *Trajectoria*.—A serie de posições que um ponto movel vae sucessivamente occupando em seu movimento constitue uma linha continua, *recta* ou *curva*, que se denomina *trajectoria do movel*. No primeiro caso o movimento diz-se rectilíneo e no segundo curvilíneo.

36. *Movimento uniforme; velocidade; formula do movimento uniforme*.—O movimento é uniforme quando o movel percorre espaços ou caminhos iguaes em intervallos iguaes de tempo.

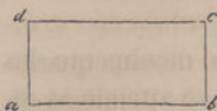
Os diversos movimentos uniformes distinguem-se uns dos outros pelo maior ou menor grau de sua rapidez. Este grau pôde ser avaliado pela relação entre o espaço percorrido e o tempo gasto em percorrel-o, ou, o que é equivalente, pelo espaço percorrido na unidade de tempo, o qual se denomina *velocidade*: a unidade de tempo geralmente adoptada é o segundo. Designando por v a velocidade e por e o espaço percorrido pelo movel no tempo t , ter-se-ha, suppondo que o espaço começa a contar-se da origem do movimento

$$e = v t \quad \dots\dots\dots(a)$$

isto é, o espaço ou caminho percorrido por um movel com movimento uniforme é proporcional ao tempo empregado em o percorrer, e avalia-se multiplicando a velocidade por esse tempo. A velocidade representa-se ordinariamente por uma grandeza rectilínea, á qual se attribue o sentido do movimento.

A formula (a) do movimento uniforme pôde servir para determinar o tempo e a velocidade.

Da formula (a) se se representar (fig. 9) o tempo t por $a b$,



(Fig. 9)

isto é, se esta linha contiver tantas vezes a unidade de comprimento quantas o tempo t contém a respectiva unidade, e se $a d$ designar a velocidade v , resulta que a area do rectangulo $a b c d$ pôde representar o espaço percorrido pelo movel. Quer isto dizer, que o espaço percorrido conterà tantas vezes a unidade de comprimento, quantas a unidade de superficie se contiver em $a b c d$.

Da expressão (a), considerando dois moveis percorrendo as respectivas trajectorias com movimento uniforme, deduz-se: 1.º, que os espaços por elles percorridos são proporcionaes aos productos das velocidades pelos tempos empregados em os percorrer; 2.º, que os espaços são proporcionaes aos tempos, quando as velocidades forem iguaes, ou proporcionaes ás velocidades quando os tempos forem iguaes; 3.º, que as velocidades serão reciprocamente proporcionaes aos tempos, se os espaços forem iguaes.

37. *Movimento variado; velocidade.*—O movimento é variado, quando os espaços percorridos pelo movel, em intervallos iguaes de tempo, não são iguaes entre si. O grau de rapidez d'este movimento varia de instante a instante, e não pôde portanto ser avaliado como no caso do movimento uniforme. Se imaginarmos, porém, que, n'um momento dado, este grau se torna constante, o movimento de variado passará a uniforme, e a velocidade d'este ultimo poderá exprimir a velocidade do movimento variado no instante considerado. Este modo de determinar a velocidade equivale a considerar o movimento variado como uma successão de movimentos uniformes elementares, que têm logar successivamente em intervallos de tempo infinitamente pequenos. A velocidade do movimento variado n'um instante qualquer é portanto representada pela relação entre o espaço infinitamente pequeno percorrido a partir d'esse instante e o tempo tambem infinitivamente pequeno empregado em o percorrer, ou, por outro modo, a velocidade

é representada pelo espaço que o movel percorreria na primeira unidade de tempo que se segue ao instante considerado se a partir d'elle o movimento se tornasse uniforme.

38. *Movimento uniformemente variado; aceleração.*—O movimento que acabâmos de considerar diz-se *uniforme variado*, quando a velocidade augmenta ou diminue de uma quantidade constante em intervallos iguaes de tempo. No primeiro caso o movimento chama-se *acelerado* e no segundo *retardado*.

O grau de rapidez com que se effectua o augmento ou diminuição da velocidade é o que distingue os diversos movimentos uniformemente variados, e póde ser medido pela quantidade de que a velocidade augmenta ou diminue durante a unidade de tempo. Esta quantidade denomina-se *aceleração*.

Portanto designando por j a aceleração, a velocidade v que o movel tem no fim do tempo t , contado desde o instante em que começou o movimento uniformemente variado será

$$v = j t \dots\dots\dots(b)$$

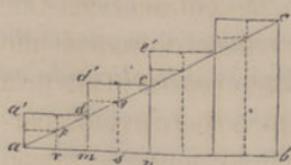
isto é, *a velocidade adquirida pelo movel no fim de um certo tempo é proporcional a esse tempo e avalia-se multiplicando esta quantidade pela aceleração.*

Se antes de começar o movimento uniformemente variado o movel tivesse uma velocidade inicial a , a formula seria

$$v = a \pm j t \dots\dots\dots(c)$$

correspondendo o signal $+$ ao movimento acelerado, e o signal $-$ ao movimento retardado.

39. *Relação entre o espaço, a aceleração e o tempo no movimento uniformemente variado; formula do movimento uniformemente variado.*—Para deduzir a formula que liga o espaço e á aceleração j e ao tempo t póde empregar-se a seguinte construcção geometrica devida a Galileo:



(Fig. 40)

Represente-se o tempo t pela linha ab (fig. 40), e a velocidade adquirida jt no fim d'esse tempo, pela perpendicular bc , e una-se c com a . Dividindo o tempo

ab em partes iguaes $am, mn, etc.$ as velocidades adquiridas pelo movel depois dos intervallos de tempo $am, an...$ são representadas segundo a formula (b) do n.º 38, respectivamente pelas perpendiculares $md, ne...$ que, como a figura mostra, são proporcionaes a esses tempos.

Suppondo que em cada um d'estes intervallos de tempo a velocidade se torna constante, e igual á velocidade real no fim de cada um d'elles, o movimento variado real póde considerar-se substituido por uma serie de movimentos uniformes que se succedem verificando-se em curtos intervallos de tempo.

Os espaços percorridos em cada um d'esses intervallos serão representados (36) pelos rectangulos $aa'dm, md'en...$, e o espaço percorrido no tempo ab , pela somma de todos estes rectangulos; sendo o excesso d'esta somma sobre a area do triangulo abc representado pelos triangulos $aa'd, dd'e...$. Suppondo agora que o tempo ab se acha dividido em partes menores $ar, rm, ms, etc.$, o excesso da somma dos rectangulos sobre a area abc será menor e terá diminuido de todas as partes rectangulares $a'p, d'q, etc.$ Portanto á medida que as subdivisões do tempo ab forem sendo menores a somma das areas das partes rectangulares $ap, rd, mq...$ approximar-se-hia cada vez mais da area do triangulo abc , e no limite, quando se considerar o tempo dividido n'um numero infinito de partes infinitamente pequenas, a successão dos differentes movimentos uniformes corresponderá ao movimento variado, sendo o espaço percorrido no tempo ab representado pela area do triangulo abc . Designando pois o espaço por e , será,

$$e = \frac{ab \times bc}{2} \text{ ou } e = \frac{1}{2}jt^2 \quad \dots\dots\dots(d)$$

isto é, *no movimento uniformemente variado os espaços percorridos por um movel que parte do repouso é proporcional ao quadrado do tempo gasto, e avalia-se multiplicando este quadrado por $\frac{1}{2}$ da acceleração.*

Se o movel já tiver a velocidade inicial a no instante em que

começa a contar-se o tempo t , a formula do movimento uniformemente variado será então :

$$e = at \pm \frac{1}{2}jt^2 \dots\dots\dots(e)$$

correspondendo os signaes $+$ e $-$ respectivamente aos movimentos accelerado e retardado, e suppondo n'este caso, como no anterior, que o espaço se começa a contar desde a origem do movimento.

A formula (d) mostra que o espaço percorrido com movimento uniformemente accelerado, por um ponto movel que parte do repouso, é o mesmo que o espaço que o movel percorreria com movimento uniforme, tendo a velocidade media $\frac{jt}{2}$. Alem d'isso o espaço $\frac{jt^2}{2}$ percorrido por um movel durante o tempo t com movimento uniformemente accelerado é metade do espaço jt^2 percorrido no mesmo tempo com movimento uniforme, em virtude da velocidade adquirida jt .

40. *Valor da velocidade adquirida e da acceleração em função dos espaços percorridos.*—Eliminando t entre as expressões (b) e (d) obtem-se para valor da velocidade adquirida

$$v = \sqrt{2je} \dots\dots\dots(f)$$

E a formula (d) dá para valor da acceleração

$$j = \frac{2e}{t^2} \dots\dots\dots(g)$$

e fazendo $t=1$ fica

$$j = 2e \dots\dots\dots(h)$$

isto é: a acceleração avalia-se dividindo o dobro do espaço andado pelo movel n'um tempo qualquer, pelo quadrado d'esse tempo, ou, o que é a mesma cousa, a acceleração é igual ao dobro do espaço andado na unidade de tempo.

41. *Systema invariavel.*—Chama-se *solido* ou *systema*



invariavel, a reunião de pontos cujas distancias mutuas se conservam invariaveis, qualquer que seja o deslocamento que o systema tenha no espaço. Um systema invariavel fica perfeitamente definido quando se conhecem as distancias mutuas entre três de seus pontos não em linha recta e as distancias de todos os outros pontos a esses tres.

42. *Movimento de translação.*—O movimento de um systema diz-se *de translação* quando todas as rectas que se podem imaginar entre os pontos do systema se deslocam, conservando-se sempre parallelas ás suas posições iniciaes. Assim n'este movimento, todos os pontos têm simultaneamente velocidades iguaes e parallelas. Quando as velocidades dos diversos pontos se conservam sempre parallelas a uma dada direcção, a translação diz-se rectilinea e no caso contrario curvilinea.

43. *Movimento de rotação; velocidade angular.*—O movimento de qualquer systema invariavel diz-se de rotação quando os seus differentes pontos se movem em torno de uma recta fixa. Esta recta que póde fazer parte do systema toma o nome de *eixo de rotação*.

Em virtude da invariabilidade do systema, no movimento de rotação todas os pontos descrevem circumferencias de circulos cujos planos são perpendiculares ao eixo, e alem d'isso as perpendiculares abaixadas dos diversos pontos sobre o eixo descrevem no mesmo tempo angulos iguaes.

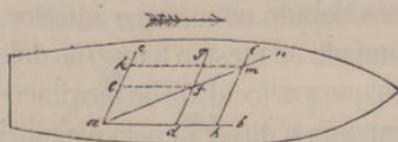
O movimento de rotação de um systema em torno de um eixo diz-se *uniforme* quando os angulos que o systema descreve são proporcionaes aos tempos gastos, e *variavel* no caso contrario. O grau de rapidez do movimento de rotação uniforme ou a sua *velocidade angular* avalia-se pelo angulo descrito pelo systema durante a unidade de tempo.

N'este movimento todos os pontos se movem uniformemente segundo arcos de circulo e com velocidades que são proporcionaes ás distancias d'esses pontos ao eixo de rotação; de modo que a velocidade angular representa o caminho percorrido na unidade de tempo pelo ponto situado á unidade de distancia do eixo de rotação.

O movimento de rotação variado póde considerar-se como uma successão de movimentos de rotação uniformes, que se verificam em intervallos de tempo infinitamente pequenos. A velocidade angular de qualquer movimento de rotação variado n'um dado instante é representada pela velocidade angular do movimento de rotação uniforme de que o systema estaria animado se n'esse instante o movimento passasse de variado a uniforme (37).

O movimento de translação póde ser considerado como uma rotação em torno de um eixo situado a distancia infinita.

44. *Composição de movimentos.*—Considerê-se o ponto *a* (fig. 11) movendo-se uniformemente segundo a direcção *ac* sobre a tolda de um barco e este em movimento de translação uniforme segundo *ab*, e representem *ae* e *ad* as grandezas



(Fig. 11)

lineares das velocidades d'estes movimentos simultaneos: o movimento real do ponto movel dependerá evidentemente d'aquelles

dois movimentos. No fim de um segundo a linha *ac*, em virtude do movimento do barco, tomará a posição *dg*, e o ponto movel terá ao mesmo tempo percorrido sobre ella a grandeza *ae*; e como o ponto *e* se acha assim transportado para *f* na linha *dg*, segue-se que o ponto movel deve estar em *f* no fim da unidade de tempo. Depois de decorrido qualquer tempo *t* a linha *ac* achar-se-ha distanciada da sua primeira posição de *ah* = *ad* × *t* e o movel deverá ter percorrido sobre ella o espaço *ak* = *ae* × *t*; de sorte que em virtude da similhaça dos triangulos *ahm* e *adf*, o movel se achará no ponto *m* no fim d'esse tempo; d'onde se conclue que o movimento do movel é rectilíneo e tem logar na direcção *an*. Alem d'isso, por ser *am* = *af* × *t*, segue-se também que este movimento é uniforme e a sua velocidade representada por *af*.

O movimento apparente do ponto movel sobre a tolda do barco diz-se *movimento relativo*, e o do barco *movimento de arrastamento*; estes dois movimentos tomam o nome de *componentes* em relação ao movimento real que se denomina

movimento resultante. A operação que tem por fim determinar o movimento real de um ponto quando se conhecem os componentes denomina-se *composição de movimentos*. É claro que o movimento real de um ponto movel pôde depender da composição de tres, quatro ou mais movimentos. Um ponto move-se, por exemplo, sobre a tolda de um barco que navega n'um rio, e este faz parte da Terra que, como se sabe, está animada dos movimentos de rotação em torno da linha dos polos, e de translação em torno do Sol.

O movimento curvilíneo pôde-se considerar como resultante de dois movimentos simultaneos que têm lugar: um segundo a tangente e outro segundo a normal á trajetoria. Estas duas componentes chamam-se *tangencial* e *centrípeta*.

45. *Parallelogrammo das velocidades; composição das velocidades*.—No exemplo, considerado no numero anterior, em que se suppõe o ponto *a* animado ao mesmo tempo de dois movimentos uniformes, acha-se que a velocidade do movimento resultante é expressa em grandeza e direcção pela diagonal do parallelogrammo construido sobre as grandezas que representam as velocidades dos movimentos componentes.

Considerando dois movimentos variados e tendo em attenção a definição de velocidade no movimento variado (37), deduz-se que a velocidade do movimento resultante é tambem em grandeza e direcção expressa pela diagonal do parallelogrammo construido sobre as velocidades componentes.

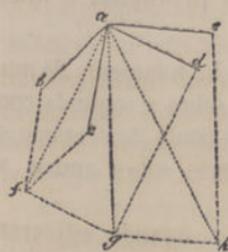
Deve-se a Gallileu o conhecimento d'este principio que se designa sob o nome de *parallelogrammo das velocidades*. As velocidades dos differentes movimentos componentes e resultantes recebem denominações analogas ás d'esses movimentos. A operação que tem por objecto determinar a velocidade resultante, quando são conhecidas as velocidades componentes, chama-se *composição das velocidades*.

Como exemplo de composição das velocidades, descreveremos uma experiencia, que serviu para comprovar o movimento de rotação da Terra, e que o sentido d'este movimento é do occidente para o oriente. Consistiu a experiencia em deixar cair um corpo, proprio para vencer a resistencia do

ar, do alto da torre de S. Paulo, em Londres, o qual se encontrou sempre sobre o terreno do lado do oriente, em referencia ao ponto que correspondia á vertical baixada do alto da torre.

Considerando a velocidade que tem a parte mais alta da torre em relação aos pontos da superficie da Terra e a velocidade de que o corpo seria animado pelo movimento da quédá, acha-se effectivamente que a velocidade resultante é representada em grandeza e direcção pela diagonal do parallelogrammo construido sobre aquellas velocidades tomadas como componentes.

Quando se considera um ponto movel animado de mais de dois movimentos componentes, obtem-se a sua velocidade real, applicando ás suas velocidades componentes o principio do parallelogrammo das velocidades.



(Fig. 12)

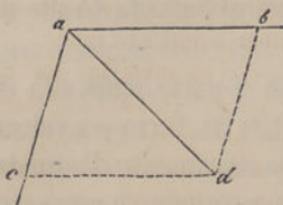
Assim, se ab , ac , ad e ae (fig. 12) representarem as velocidades dos diversos movimentos componentes, acha-se primeiro que af é a resultante das velocidades ab e ac , depois que ag é a resultante de af e ad , e portanto a resultante das tres ab , ac e ad , e finalmente que ah é a resultante de age e ae

ou a resultante de todas as velocidades. Para obter esta resultante final, bastará traçar pelo extremo b da primeira velocidade ab , uma recta bf igual e parallelá á segunda ac , depois pelo ponto f a recta fg igual e parallelá a ad e pelo ponto g a recta gh igual e parallelá a ac ; de modo que a recta ah que une a extremidade de gh com o ponto a , é a velocidade resultante. Esta construcção é conhecida sob o nome de *polygono das velocidades*.

Quando as velocidades são em numero de tres, não situadas no mesmo plano, a construcção equivale a determinar a diagonal do parallelepipedo que tiver por arestas as velocidades dadas.

46. *Decomposição das velocidades*.—É ás vezes necessario decompor uma velocidade em duas ou tres componentes e se-

gundo direcções determinadas. A resolução d'este problema funda-se no principio do parallelogrammo das velocidades.



(Fig. 13)

Seja por exemplo ad (fig. 13) a velocidade que se pretende decompor em duas dirigidas segundo ab e ac . Para que o problema seja possível é preciso que a velocidade ad esteja no plano bac . Se esta condição tem lugar bastará traçar pelo ponto d as rectas dc e db paralelas ás direcções dadas para obter as duas velocidades ab e ac .

Quando se pretende decompor uma velocidade em tres não situadas no mesmo plano, o problema resolve-se facilmente, tendo em attenção o principio do parallelipipedo das velocidades. Em todos os outros casos da decomposição das velocidades em differentes componentes o problema é indeterminado.

47. *Rolamento, escorregamento.* — Diz-se que ha rolamento de uma curva sobre outra, quando a primeira se move sobre a segunda conservando-se sempre tangentes e de modo que o ponto de contacto se desloque simultaneamente de quantidades iguaes sobre ambas as curvas.

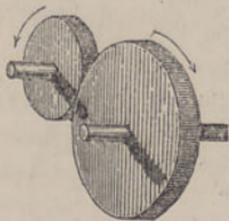
Dois solidos rolarão um sobre o outro: 1.º, quando estiverem em contacto por um unico ponto e tiver lugar o rolamento entre as linhas que representam os logares geometricos da posição do ponto de contacto; 2.º, quando se tocarem por uma linha e se verificar o rolamento entre uma curva qualquer traçada na superficie de um d'elles e a linha gerada por esta na superficie do outro.

Se, porém, os dois solidos se moverem um sobre o outro, conservando as superficies sempre tangentes e de modo que o ponto ou linha de contacto se desloque de quantidades desiguaes, o movimento toma o nome de *escorregamento*.

48. *Transmissão de movimento.* — Antes de concluir o estudo da Cinematica daremos uma breve idéa dos meios empregados para transmittir ou transformar o movimento. — Consideremos, em geral a transmissão do movimento de rotação de um eixo para o outro, e como caso particular a transformação do movimento de rotação em movimento de translação.

O movimento de rotação póde ser transmittido de um corpo solido para outro, ou directamente, ou por meio de corpos solidos articulados, ou de corpos flexiveis, que os liguem.

Quando os eixos de rotação estão proximos e são parallelos o movimento pôde ser transmittido directamente por meio de tambores ou corôas cylindricas fixas aos eixos (fig. 14), tocando-se pelas partes convexas, de modo que movendo-se um tambor o outro se move.



(Fig. 14).

Designando por r e r' os raios dos dois cylindros e por w e w' as velocidades angulares dos eixos respectivos, ter-se-ha (43) suppondo iguaes as velocidades dos pontos de contacto, isto é, que não ha escorregamento, $wr = w'r'$; d'onde se conclue que as velocidades dos dois

eixos são reciprocamente proporçionaes aos raios dos cylindros respectivos. Quando os eixos são concorrentes podem empregar-se troncos de cone que os corôem que se toquem pelas superficies convexas. Os cones e cylindros devem estar bem apertados, para que, quando rolarem, não haja ao mesmo tempo escorregamento. Estes meios não podem servir quando se pretende vencer grandes resistencias ou obter que o movimento seja regular.

O meio mais perfeito para transmittir o movimento de rotação de um para outro eixos consiste em revestir os contornos das corôas cylindricas ou conicas, com peças salientes, ou dentes que, engrenando uns nos outros dão em resultado a transmissão regular do movimento de rotação. Estas corôas assim armadas de dentes chamam-se *rodas dentadas* ou *engrenagens*: as corôas podem ser cylindricas ou conicas, conforme os eixos são parallelos ou concorrentes.

As engrenagens devem satisfazer sempre ás seguintes condições: os dentes devem ter bastante solidez para não se deformarem ou quebrarem e uma fórma tal, que a resistencia proveniente do escorregamento seja a minima; e o movimento deve transmittir-se segundo uma lei determinada, isto é, de modo que a relação entre as velocidades angulares seja constante.

O movimento pôde ainda ser transmittido por meio de peças solidas, *biellas*, *manivellas*, *balanceiros*¹, etc., articuladas convenientemente a corpos que são obrigados a girar em torno de eixos fixos ou a mover-se no sentido rectilineo.

Tambem se pôde fazer a transmissão do movimento de rotação entre dois eixos, especialmente quando elles estão afastados, por meio de cordas, correias ou cadeias sem fim que envolvem as corôas cylindricas, fixas aos eixos. No primeiro caso as corôas são excavadas; no segundo são um pouco boleadas para que as correias se não escapem e no terceiro podem ser armadas de dentes que engrenem nos

¹ Na descripção das machinas de vapor, daremos alguns ligeiros detalhes sobre este modo de fazer a transmissão do movimento.

elos da cadeia. As cordas, correias ou cadeias devem estar bem apertadas para que as rodas se não possam mover, sem produzir o movimento d'aquellas.



(Fig 15)

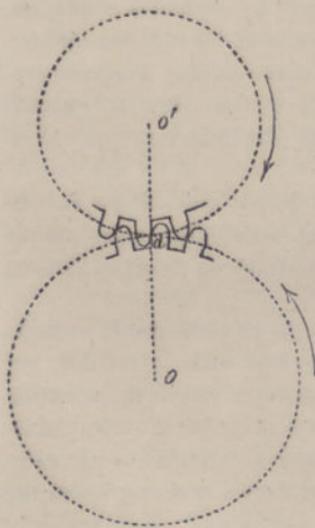
As correias podem ser directas (fig. 15) ou cruzadas (fig. 16). No primeiro caso as rotações têm o mesmo sentido e no segundo são de sentidos contrarios. As velocidades angulares de cada um dos eixos, são em geral, reciprocamente proporcionaes aos raios das rodas correspondentes, augmentados de metade da espessura das correias.



(Fig 16)



(Fig 17)



(Fig. 18)

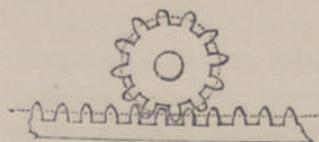
49. *Engrenagens cylindricas.*—Quando se substituem os cylindros rolan-tes (fig. 14) por engrenagens cylindricas (fig. 17) deve-se dar aos dentes das rodas, que engrenam, uma figura tal que a relação das velocidades angulares dos dois eixos seja constante, como se a transmissão do movimento se effectuas- se por meio dos dois cylindros rolando sem escorregamente um sobre o outro. Estes dois cylindros chamam-se *cylindros primitivos* de engrenagem, e os circulos, tangentes entre si, que são as secções rectas d'esses cylindros, denominam-se *circulos primitivos*. Os raios o , o' das circumferencias primitivas (fig. 18) devem pois ser reciprocamente proporcionaes ás velocidades angulares dos eixos, cujos vestigios no plano da figura são o e o' .

As superficies dos dentes são cylindricas e o perfil d'estes póde ser variado, mas deve satisfazer sempre á condição de que o movimento se transmita por intermedio dos dentes, de modo que as circumferencias primitivas rolem uma sobre a outra. Dado o perfil para o dente de uma roda, o perfil do dente da outra é determinado de modo que as superficies dos dois dentes sejam sempre tangentes para que não tendam a penetrar-

se mutuamente, e que as normaes aos pontos de tangencia das super-

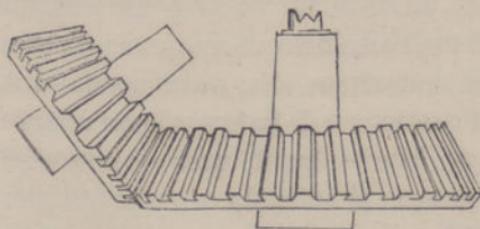
fícies dos dentes passem sempre pelo ponto de contacto das circumferencias primitivas: Ás vezes o perfil contém uma parte rectilinea que se denomina *flanco*.

Os dentes devem ser todos iguaes e symetricos em relação ao raio que passa pelo meio da sua base, a fim de que o movimento se possa effectuar nos dois sentidos, e devem estar igualmente espaçados para poderem exercer as mesmas funcções. O espaço entre dois dentes chama-se *vasio*, e a parte saliente *cheio* ou *espessura do dente*; as grandezas do cheio e vasio marcam-se nas circumferencias primitivas. Por causa dos defeitos inevitaveis da construcção o vasio excede de $\frac{1}{12}$ a $\frac{1}{20}$ o cheio do dente. Chama-se *passo da engrenagem* a distancia marcada na circumferencia primitiva entre dois pontos analogos de dois dentes consecutivos. O passo obtem-se dividindo a circumferencia primitiva pelo numero dos dentes. Para que os dentes possam engrenar uns nos outros, o passo da engrenagem, o cheio e o vasio do dente são iguaes nas duas rodas que engrenam. Os numeros de dentes das duas rodas são proporcionaes aos seus raios, e portanto inversamente proporcionaes ás velocidades angulares dos respectivos eixos. A saliencia dos dentes relativamente aos respectivos circulos primitivos é limitada para dois dentes que estão em contacto, no ponto em que se tocam quando os dentes de um terceiro par começam a tocar-se. Segunda Savary, para que dois pares de dentes estejam sempre em contacto n'uma engrenagem de flancos é necessario que o seu numero seja



(Fig. 19)

igual ou maior do que $10 \left(1 + \frac{R'}{R}\right)$ designando por R e R' os raios das duas rodas, sendo R o raio da maior. Como caso particular das engrenagens cylindricas póde considerar-se o systema de uma roda e uma barra dentada a que se chama *cremalheira* (fig. 19), cujos dentes engrenam mutuamente, transformando assim o movimento de rotação em torno de um eixo n'uma translação segundo uma direcção perpendicular a esse eixo. N'este caso o raio do circulo primitivo da roda que está substituida pela *cremalheira*, é infinito.



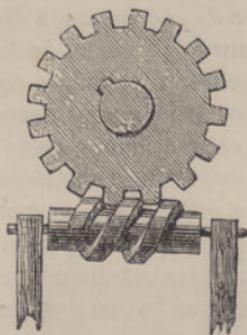
(Fig. 20)

50. *Engrenagens cónicas*.—A transmissão do movimento de rotação entre eixos concorrentes effectua-se por meio das engrenagens cónicas (fig. 20). A forma geral e o perfil dos dentes devem ser taes

que a transmissão se faça como se fossem dois cones rolando um sobre

o outro sem escorregamento. Estes cones denominam-se *cones primitivos*, e as suas bases *circulos primitivos* da engrenagem. As superficies exteriores dos dentes são conicas e o perfil determina-se como nas engrenagens cylindricas. As condições geraes a que devem satisfazer as engrenagens conicas são tambem semelhantes ás das engrenagens cylindricas

As engrenagens conicas tambem se empregam, geralmente, quando se pretende fazer a transmissão do movimento de rotação entre dois eixos que não estão no mesmo plano. N'este caso emprega-se um systema de tres rodas uma das quaes engrena com as duas, cujos eixos não estão no mesmo plano.



(Fig. 21)

fazendo mover a roda dentada sempre no mesmo sentido.

51. *Parafuso sem fim*.—Para fazer a transmissão do movimento de rotação entre dois eixos concorrentes rectangulares emprega-se o parafuso (fig. 21), cujo eixo está situado n'uma direcção perpendicular á do eixo fixo de uma roda dentada. Pelo movimento de rotação do parafuso os dentes da roda vão successivamente engrenando no filete do parafuso, o qual se chama *parafuso sem fim*, porque pôde girar indefinidamente,

SECÇÃO 2.^a

Dynamica

52. *Inercia da materia; força*.—Nas primeiras noções sobre o movimento dos corpos sob a acção das forças, pôde abstrahir-se das suas dimensões, e suppor toda a sua massa condensada n'um ponto que se chama *ponto material*.

O estudo da dinamica funda-se em alguns principios, que não são evidentes por si mesmos, mas que a experiencia comprova plenamente. Esses principios são: o da inercia, o da igualdade da acção e da reacção, e o da independencia reciproca dos effeitos das forças, quer entre si, quer relativamente ao movimento de que se acha já animado o seu ponto common de applicação. O 1.^o principio é o da inercia da materia (32), em virtude do qual *um corpo qualquer ou um ponto material não pôde alterar o seu estado de mobilidade sem o con-*

curso de uma causa externa. Sem este concurso o movimento d'um ponto material qualquer será rectilíneo, uniforme e continuará indefinidamente.

As causas de movimento ou de modificação de movimento, isto é, *as forças* (33) não podem produzir modificação finita no estado de mobilidade de um corpo senão em tempos finitos. Este tempo é porém algumas vezes extremamente pequeno, quasi inapreciavel; todavia não deixa de ter grandeza finita. Não existem pois realmente forças instantaneas, isto é, forças que obrem durante um instante mathematico.

Quando uma força obrando sobre um corpo o faz mover para o lado em que reside o seu foco, diz-se que a força *tira* ou *puxa* o corpo ou obra por *tracção*; e no caso contrario diz-se que ella o *impelle* ou obra por *impulsão*.

53. *Pressão; tensão.*—A applicação de uma força a um corpo ou a um ponto material não determina sempre o seu movimento. Se algum obstaculo se oppõe ao movimento, a força póde originar uma *pressão* ou uma *tensão*: no primeiro caso a acção da força é destruida pela resistencia d'uma superficie e no segundo pela resistencia de um fio ou de uma corda. Assim, uma pedra collocada sobre uma mesa ou suspensa no extremo d'um fio, fixo a um ponto, determina uma pressão ou uma tensão, porque, com adiante veremos, está submettida á força de gravitação terrestre, e o effeito d'esta força é destruido pela resistencia da mesa ou do fio.

A pressão ou tensão que resulta unicamente da força de gravitação terrestre, constitue o que se chama *peso do corpo*. O peso de um corpo produz sempre uma deformação no obstaculo que se oppõe á sua quèda; e essa deformação, que será maior ou menor conforme for maior ou menor a sua força de gravitação, póde servir de medida ao peso do corpo.

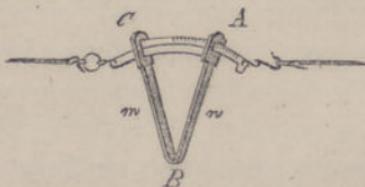
Assim, diz-se que dois corpos têm pesos iguaes quando suspensos successivamente a uma mesma mola de aço (por exemplo) produzem n'ella iguaes deformações. Peso duplo, triplo, etc., de qualquer d'estes é o do corpo que applicado á mesma mola ahi produzir iguaes deformações ás que se obteriam com dois, tres, etc. d'aquelles, applicados conjuncta-

mente em lugar d'este. Escolhida pois convenientemente uma unidade de peso, concebe-se facilmente que é possível avaliar em numeros os pesos dos corpos. As unidades de peso adoptadas são o *gramma* e o *kilogramma*.

54. *Avaliação das forças em numeros.*—As forças são, em geral, assim como os pesos, quantidades, e podem portanto ser representadas por grandezas lineares ou avaliadas em numeros, escolhendo uma para unidade.

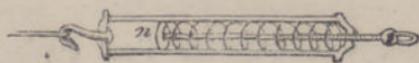
Suppondo uma força qualquer applicada a um corpo e tendendo a movel-o, concebe-se que é possível annullar o movimento, ligando o corpo a uma mola de aço que experimentará certa deformação. A força póde pois ser considerada identica ao peso do corpo, que estando preso á mola lhe fizer experimentar igual deformação. Assim uma força qualquer póde sempre ser medida por um peso e avaliada portanto em numeros: a unidade de força adoptada geralmente é o *kilogramma*.

55. *Dynamometros.*—Os instrumentos destinados a comparar a intensidade das forças com os pesos pelas deformações que fazem experimentar a uma mola de aço, chamam-se *dynamometros*. O mais simples é o *dynamometro ordinario* ou *balança de mola* (fig. 22), que consta de uma mola de aço re-



(Fig. 22)

O arco interior termina por uma argola destinada a sustentar o aparelho, e o exterior é graduado e terminado por um gancho, onde se escreve a acção que se pretende medir. A deformação da mola é indicada pela graduação do arco exterior e avalia-se em kilogrammas.

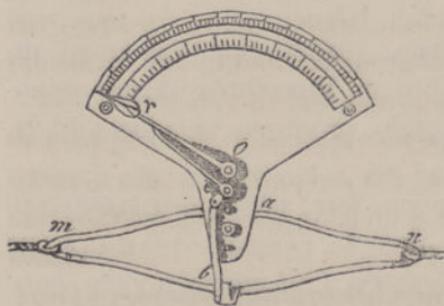


(Fig. 23)

O *dynamometro de Leyroy* (fig. 23) consta de uma mola em helice disposta no interior de um tubo, ao qual está fixa por uma extremidade e ligada pela outra *n* a uma haste graduada, cujo extremo, ter-

minado por um anel, pôde sair mais ou menos do interior do tubo. Este dynamometro e o precedentemente descripto empregam-se para pequenos esforços, e servem quasi sempre para avaliar os pesos dos corpos.

O dynamometro de Regnier (fig. 24) serve para medir forças de maior intensidade.



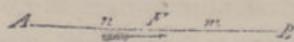
(Fig. 24)

É formado por uma mola oval *manb*, cujas partes *a* e *b* se approximam ou directamente pelo esforço de pressão de uma sobre a outra ou pelo esforço de tracção exercido em *m* e *n*. A deformação

da mola é transmittida por meio da peça *c* a uma agulha *or* que pôde girar sobre um limbo graduado. O limbo contém duas graduações, uma que corresponde aos esforços de tracção e outra aos esforços de pressão, e cada divisão corresponde a 10 kilogrammas.

56. *Ponto de applicação, direcção; sentido e intensidade das forças.* — Sabe-se que as forças, applicadas aos corpos, obram segundo direcções e sentidos determinados, e com mais ou menos energia ou intensidade. É por isto que em qualquer força se distinguem: ponto de applicação, direcção, sentido e intensidade. O *ponto de applicação* é o ponto em que a força actua immediatamente; a *direcção* é a linha segundo a qual a força faz ou tende a fazer mover o corpo; o *sentido* é o lado (a contar do ponto de applicação) para onde a força exercita a sua acção; e a *intensidade* é a energia mais ou menos consideravel com que a força actua.

Para tornar claras estas convenções figuremos um exemplo: a linha *AB* (fig. 25) designa a direcção de uma força *F*, applicada a um ponto material *m*,



(Fig. 25)

e a ponta da seta indica que o sentido da força é de *m* para *B*. A sua

grandeza ou intensidade pôde ser representada pela porção *mn* da recta *AB*.

57. *Equilibrio*.—Quando differentes forças applicadas a um corpo neutralisam os seus effeitos mutuamente, diz-se que as forças se equilibram, e que o corpo está em *equilibrio* sob a acção das forças. O equilibrio differe, pois, do repouso, porque o corpo n'este ultimo estado não se suppõe actuado por forças.

Duas forças dizem-se iguaes, quando, oppostas uma á outra, se neutralisam ou equilibram. Duas forças iguaes obrando na mesma direcção e sentido, produzem uma força dupla, tres uma força tripla, etc.

O ponto de applicação de uma força pôde ser transportado para outro qualquer de sua direcção, comtanto que este esteja ligado invariavelmente ao primeiro. Com effeito, podem considerar-se applicadas a esse segundo ponto duas forças contrarias, iguaes á primeira obrando na mesma direcção: n'estas circumstancias uma destruirá a força dada por lhe ser opposta, e o systema das tres forças ficará portanto reduzido á segunda das forças auxiliares, a qual produzirá o mesmo effeito que a força primitiva.

58. *A acção é igual e contraria á reacção*.—Quando um ponto material submettido á acção de uma força actua sobre outro, este obra em sentido contrario sobre o primeiro e com a mesma intensidade. Assim, por exemplo, quando se comprime qualquer gaz no interior do fuzil pneumático (26), o gaz exerce ao mesmo tempo duas pressões iguaes e contrarias sobre o fundo do tubo e sobre a parte inferior do embolo. Do mesmo modo suspendendo um corpo por meio de uma corda, esta experimenta um esforço que tende a alongal-a, e pela sua resistencia representa um esforço igual e contrario ao primeiro, o qual equilibra com o peso do corpo.

59. *O effeito de uma força sobre um corpo é independente do seu estado de mobilidade*.—Por exemplo, quando um navio se move uniformemente, um individuo existente na camara não tem consciencia d'aquelle movimento, e nota que os effeitos das forças que se fazem actuar sobre qualquer parte do navio são os mesmos que teriam logar se o navio estivesse em repouso. Assim, tambem o movimento relativo das differentes

peças de um relógio de algibeira não é alterado, quando se imprime a todo o systema qualquer impulsão.

D'este principio resulta que a acção de uma força sobre um ponto não depende do movimento anteriormente adquirido por elle, e que se muitas forças obram simultaneamente sobre um corpo ou ponto material, cada uma d'ellas produz o mesmo effeito que produziria obrando isoladamente.

60. *Movimento de um ponto material submettido á acção de uma força de grandeza e direcção constantes.* — Consideremos o caso mais simples, em que o ponto material não possui velocidade inicial, quando é submettido á acção da força constante.

Supponhamos que se divide em intervallos iguaes o tempo, durante o qual se pretende examinar a acção da força, e que esta obra sobre o ponto unicamente no começo de cada um d'aquelles intervallos. No fim da primeira acção da força, o ponto fica animado de certa velocidade, cujo sentido e direcção são os mesmos que os da força. Depois da segunda acção d'esta, para obter a velocidade de que o ponto está animado é necessario compor a velocidade que elle tem depois da primeira acção com uma velocidade igual e da mesma direcção e sentido produzida pela segunda acção: a resultante d'estas duas velocidades é dupla de cada uma e tem a mesma direcção e sentido que ellas. A velocidade depois de n intervallos será pois evidentemente n vezes a velocidade primitiva, e terá a mesma direcção e sentido que ella. Imaginando que os intervallos de tempo que medeiam entre as acções successivas da força se tornam cada vez menores, o movimento tenderá para o que deve ter logar quando a força obrar continuamente, e confundir-se-ha com este movimento no limite, isto é, quando os intervallos forem nullos. Portanto o movimento produzido por uma força de grandeza e direcção constantes, que obra sobre um ponto material partindo do repouso, é rectilíneo e a sua velocidade cresce proporcionalmente ao tempo, sendo portanto uniformemente accelerado (38).

Se o ponto material tem já uma velocidade inicial, no momento em que é actuado pela força constante, o movimento

será rectilíneo e uniformemente variado, se a velocidade inicial tiver a mesma direcção que a força, e será variado e parabólico no caso contrario.

61. *Definição de massa.*—As forças que se podem avaliar (51) comparando-as com os pesos, são, porém, ordinariamente medidas pelos seus efeitos. O efeito de uma força depende da *massa* dos corpos sobre que actua.

A palavra *massa* designa a quantidade de materia que constitue qualquer corpo. Dizem-se *massas iguaes* aquellas que, submettidas a forças constantes e iguaes, adquirem durante o mesmo tempo iguaes velocidades, tendo por conseguinte identicas accelerações.

62. *Proporcionalidade entre as forças e as velocidades ou accelerações que imprimem a pontos materiaes com a mesma massa.*—Consideremos o movimento uniformemente variado de um ponto material de massa m actuado por uma força F de grandeza e direcção constantes, sem velocidade inicial ou com velocidade inicial na mesma direcção que a da força; seja v a velocidade que ella imprime a esse ponto durante certo tempo, v' a velocidade que animaria o ponto nas mesmas circumstancias se fosse actuado pela força F' . Se as forças F e F' estiverem entre si como os numeros n e n' , e f designar uma força que sirva de medida commum a ambas, ter-se-ha $F = n f$, e $F' = n' f$. É claro que, segundo o modo de avaliar as forças em numeros (54), a força F actuando o ponto material de massa m equivale a n forças iguaes a f , que obram todas simultaneamente e na mesma direcção e sentido que F . Se u designar a velocidade que cada uma das forças f é capaz de imprimir no ponto material durante certo tempo, a velocidade total v de que o ponto estará animado no fim d'esse tempo será igual a $n \times u$, porque cada força obra como se estivesse isolada (59). Do mesmo modo se mostra que a velocidade v' é igual a $n' \times u$. *As forças constantes são pois proporcionaes ás velocidades que imprimem durante o mesmo tempo a pontos materiaes com a mesma massa* ou

$$F : F' :: v : v' \dots\dots\dots (a)$$

E como as velocidades adquiridas durante certo tempo no movimento uniformemente variado (38) são proporcionaes ás accelerações dos respectivos movimentos, ter-se-ha tambem, designando por j e j' as accelerações impressas ao ponto material pelas duas forças,

$$F : F' :: j : j' \dots\dots\dots(b)$$

o que mostra *que as accelerações tambem são proporcionaes ás forças F e F' .*

Esta proporcionalidade tem sempre logar, qualquer que seja a grandeza e direcção das forças e a natureza do movimento.¹

63. *Proporcionalidade entre as forças e as massas a que imprimem no mesmo tempo velocidades iguaes ou a que communicam a mesma acceleração.*— Consideremos n massas iguaes m, m, \dots actuadas n'um instante determinado por n forças iguaes f, f, \dots todas com a mesma direcção e sentido. Estas massas receberão durante o mesmo tempo velocidades iguaes, ou terão a mesma acceleração e conservarão em seu movimento as suas posições relativas, de modo que suppondo-as todas ligadas entre si, constituindo uma massa unica $n \times m$, o movimento não será alterado. Portanto a força $n \times f$ imprime á massa $n \times m$ a mesma acceleração que a força f imprime por si só a uma das massas m .

Assim, representando em geral por F e F' duas forças que actuando duas massas m e m' lhes communicam a mesma acceleração, ter-se-ha

$$\frac{F}{F'} = \frac{m}{m'} \dots\dots\dots(c)$$

isto é, *as forças são proporcionaes ás massas.*

¹ No movimento curvilíneo de um ponto qualquer, chama-se *velocidade adquirida elementar*, a que o ponto adquire n'um intervallo de tempo infinitamente pequeno; isto é, a velocidade que, composta com a que elle tinha no começo d'esse intervallo, dá a que elle tem no fim. A *acceleração* do móvel no fim do tempo t é a velocidade que elle adquiriria durante a unidade de tempo, e sem todos os intervallos

64. *Relações que existem entre as forças, as massas sobre que actuam e as velocidades ou accelerações que resultam d'essa acção.*—Sejam F e F' duas forças constantes que obrando respectivamente sobre as massas m e m' lhes imprimem no fim do mesmo tempo as velocidades v e v' , e seja f uma terceira força capaz de imprimir durante o mesmo tempo a velocidade v' á massa m . Comparando as forças F e f que obram sobre a mesma massa teremos (62)

$$\frac{F}{f} = \frac{v}{v'}$$

E comparando as forças f e F' , que imprimem a mesma velocidade ás massas m e m' , teremos (63)

$$\frac{f}{F'} = \frac{m}{m'}$$

E multiplicando estas duas igualdades membro a membro, ter-se-ha

$$\frac{F}{F'} = \frac{m v}{m' v'} \dots\dots\dots(d)$$

isto é, *as forças constantes são proporcionaes aos productos das massas pelas velocidades.* O producto da massa pela velocidade chama-se *quantidade de movimento.*

Como as accelerações que as forças imprimem ás massas são proporcionaes ás velocidades adquiridas durante certo tempo, tambem se deve achar similhantemente, se j e j' representarem as accelerações impressas,

$$\frac{F}{F'} = \frac{m j}{m' j'}, \dots\dots\dots(e)$$

isto é, *as forças constantes são proporcionaes aos productos das massas pelas accelerações.* Esta proporcionalidade tem sempre logar qualquer que seja a intensidade e a direcção das forças.

iguaes, infinitamente pequenos em que esta se póde considerar dividida, adquirisse uma velocidade elementar igual á que effectivamente adquiriu no primeiro intervallo.

As forças constantes podem ser medidas pelas quantidades de movimento que são capazes de produzir durante a unidade de tempo, e também pelos productos das massas pelas accelerações. Assim, tomando para unidade de força a que é capaz de imprimir á unidade de massa, a unidade de acceleração, ou de lhe communicar em um segundo a unidade de velocidade, as igualdades (d) e (e) darão

$$F = m v \quad F = m j, \quad \dots\dots\dots(f)$$

suppondo que F' , m' , v' e j' representam respectivamente as unidades de força, massa, velocidade e acceleração. Estas igualdades (f) querem dizer que a força F contém tantas vezes a unidade de força, quantas unidades abstractas se contêm respectivamente nos productos $m v$ ou $m j$.

Quando a força não for de acção constante poderá medir-se do mesmo modo, tomando por acceleração n'um momento determinado, a que resultaria se na unidade de tempo seguinte a intensidade da força se conservasse constante.

65. *Systemas e composição de forças.*—Duas, tres ou mais forças applicadas a um ponto material ou a um corpo constituem o que se denomina *systema de forças*.

Em geral, as forças de um systema podem sempre reduzir-se a duas capazes de produzirem o mesmo effeito que ellas, e em alguns casos podem reduzir-se a uma unica. Esta força que póde substituir todas as que estão applicadas ao ponto ou corpo chama-se *resultante* das forças do systema e estas recebem o nome de *componentes*.

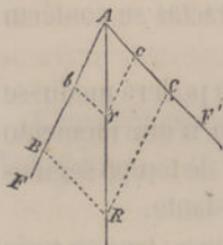
Se a um systema de forças, actuando um corpo ou ponto material, se juntar uma força igual á resultante do systema, obrando na mesma direcção e em sentido contrario, é evidente que o systema ficará em equilibrio. *N'um systema de forças em equilibrio, qualquer d'ellas é, pois, igual e contraria á resultante de todas as outras.*

A operação que tem por fim obter a resultante de um systema de forças, quando são conhecidas as componentes chama-se *composição das forças*. Consideraremos apenas os casos

em que as forças obram todas na mesma direcção, ou segundo direcções concorrentes ou paralelas.

66. *Composição das forças que obram na mesma direcção.* — Quando diferentes forças obram na mesma direcção e sentido, a resultante é igual á somma d'essas forças, e tem a mesma direcção e sentido que ellas; porque cada uma obra como se estivesse isolada (59) e os seus effeitos concorrem para o mesmo fim. Se as forças obram na mesma direcção e em sentidos contrarios, a resultante é então igual á differença entre as sommas das forças que obram nos dois sentidos, e tem o mesmo sentido que a maior d'estas sommas.

67. *Composição de forças concorrentes; parallelogrammo das forças.* — Consideremos duas forças F e F' (fig. 26), ap-



(Fig. 26)

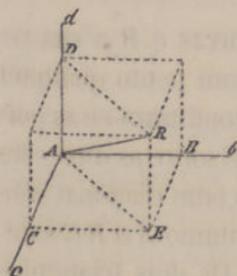
plícadas ao ponto A , segundo as direcções AB e AC , e representem ab e ac as velocidades que ellas imprimiriam separadamente ao ponto material n'um pequeno intervallo de tempo θ . A velocidade do movimento resultante, proveniente da acção das duas forças é representada (45) em grandeza e direcção pela diagonal Ar do parallelogrammo $Abrc$, e como a resultante das forças F e F' deve produzir o mesmo effeito (65) que as componentes reunidas, segue-se que durante o tempo θ essa resultante imprimirá ao ponto material a velocidade Ar , e será portanto dirigida segundo esta linha. Ora como as forças que obram sobre a mesma massa são proporcionaes ás velocidades (62) que lhe imprimem durante o mesmo tempo, segue-se que se AB e AC representarem as intensidades das duas forças, a linha AR representará em grandeza e direcção a resultante das forças F e F' . Portanto a *resultante de duas forças concorrentes é em grandeza e direcção representada pela diagonal do parallelogrammo construído sobre as intensidades d'essas forças.* Esta proposição é conhecida pelo nome de principio do *parallelogrammo das forças.*

O valor da resultante pôde obter-se facilmente, pelo calculo, resolvendo trigonometricamente um dos triangulos ABR ou

ACR , que se denominam triangulos das forças, e nos quaes são conhecidos os lados $AB=RC$ e $AC=RB$ que representam as intensidades das componentes, e os angulos ABR ou ACR que são supplementos do angulo BAC das componentes.

68. *Composição de qualquer numero de forças concorrentes.*—Para obter a resultante de um systema de forças concorrentes $F, F', F'' \dots$ situadas ou não no mesmo plano, determina-se em primeiro logar a resultante R das forças F e F' por exemplo, depois a resultante R' entre R e F'' , e assim por diante até obter a resultante final. Esta construcção corresponde exactamente á do polygono das velocidades (45).

Assim, por exemplo, quando se trata de compor tres forças concorrentes AC, AB e AD (fig. 27) não situadas no mesmo plano, depois de se construir a resultante AE das duas AC e AB , compõe-se essa resultante com a terceira AD , o que dá a resultante final AR das tres forças do systema. Neste caso a resultante é a diagonal do parallelipedo cujas arestas são as intensidades das tres forças dadas. Esta construcção denomina-se o *parallelipedo das forças*.

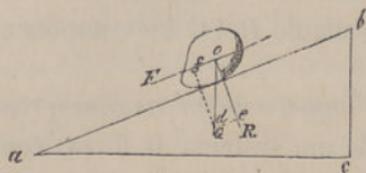


(Fig. 27)

69. *Decomposição de uma força em duas ou tres forças concorrentes.*—A decomposição das forças funda-se nos mesmos principios que a sua composição. Assim, quando se pretende decompor a força AR (fig. 26) segundo as duas linhas AF e AF' situadas no mesmo plano com ella, basta traçar pelo ponto R a linha RC e RB para determinar as intensidades das novas forças.

Do mesmo modo quando se pretende decompor uma força AR (fig. 27) em tres segundo as direcções Ab, Ac e Ad , construir-se-ha o parallelipedo que tenha por diagonal a força AR , e cujas arestas tenham as direcções dadas e as grandezas AB, AC e AD , das arestas do parallelipedo assim construído, representarão as intensidades das tres novas forças.

Alem d'estes casos o problema da decomposição de uma força em diferentes é sempre indeterminado.

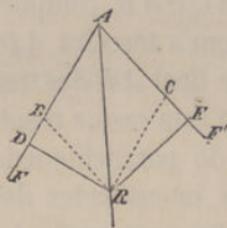


(Fig. 28)

Quando se decompozera uma força G (fig. 28) em duas F e R , perpendiculares entre si e uma d'ellas R , por exemplo, for ao mesmo tempo perpendicular á direcção do movimento,

subsistirá sómente o effeito da componente F porque o de R será destruido, porque o corpo se não pôde mover segundo a sua direcção.

70. *Momento de duas forças angulares.* — O momento de uma força em relação a um ponto é o producto da intensidade da força pela perpendicular baixada do dito ponto sobre a sua direcção.



(Fig. 29)

Sejam F e F' as forças e R a sua resultante (fig. 29). De um ponto qualquer R da direcção d'estas conduzam-se as perpendiculares RD e RE sobre as direcções de F e F' e com RA como diagonal construa-se o parallelogrammo $ABRC$ semelhante ao das forças. Os dois triangulos semelhantes BRD e CRE dão:

$$\frac{RB}{RC} = \frac{RD}{RE}$$

e como

$$\frac{RB}{RC} = \frac{F'}{F},$$

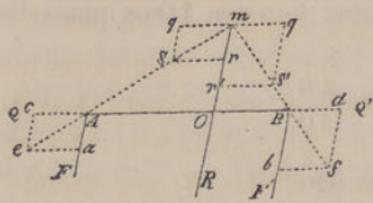
ter-se-ha

$$F \times RD = F' \times RE.$$

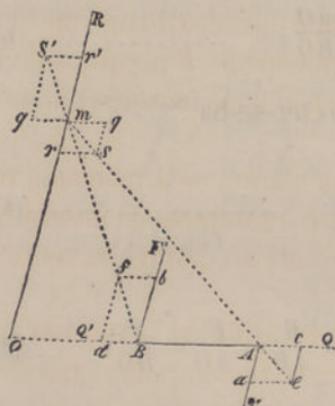
isto é, os momentos de duas forças concorrentes, referidos a qualquer ponto da direcção da resultante, são iguaes.

71. *Composição de duas forças parallelas.* — Consideremos conjunctamente os casos em que as forças parallelas F

e F' (fig. 30 e 34) que obram sobre dois pontos A e B , invariavelmente ligados entre si, tenham o mesmo sentido ou sejam de sentidos contrarios.



(Fig. 30)



(Fig. 34)

Applicando nos pontos A e B e segundo a direcção AB duas forças Q e Q' iguaes e de sentidos contrarios, o estado de mobilidade do systema não será alterado. Cada um dos pontos A e B , pôde, portanto, considerar-se actuado por duas forças concorrentes: o ponto A pelas forças F e Q e o ponto B pelas forças F' e Q' . As resultantes Ae e Bf d'estes systemas, transportadas, para o ponto m da sua concorrencia (57) são aqui

representadas por ms e ms' ; e decompondo cada uma d'estas em forças parallelas ás primitivas ter-se-ha o ponto m actuado por quatro forças duas mq que por serem iguaes e contrarias se destroem mutuamente (66), e duas $mr=F$ e $mr'=F'$ cujos effeitos se sommam (fig. 30) ou se subtrahem (fig. 34), por obrarem na mesma direcção e no mesmo sentido ou em sentidos contrarios. A resultante R entretanto considera-se applicada ao ponto O da recta AB , porque m é apenas o ponto geometrico da concorrencia das linhas Ae e Bf , e tem por valor $R=F' \pm F$, conforme as forças obram no mesmo sentido ou em sentidos contrarios.

Poder-se-ha pois dizer que a resultante de duas forças parallelas, que obram no mesmo sentido, é uma nova força parallela a ellas e cuja intensidade é igual á somma das suas intensidades. Quando as forças obram em sentido contrario, a resultante tambem é parallela ás componentes, porém é igual á sua differença.

Para conhecer a posição do ponto de applicação da resul-

tante sobre a recta AB , basta comparar entre si os lados homologos dos triangulos semelhantes Aea e mAO os quaes dão

$$\frac{Aa}{ae} \text{ ou } \frac{F}{Q} = \frac{mO}{AO}, \quad \dots\dots\dots(a)$$

e os triangulos Bfb e mBO que dão

$$\frac{Bb}{bf} \text{ ou } \frac{F'}{Q'} = \frac{mO}{BO}, \quad \dots\dots\dots(b)$$

E dividindo a igualdade (a) pelo (b) ter-se-ha

$$\frac{F}{F'} = \frac{BO}{AO}, \quad \dots\dots\dots(1)$$

e d'esta tira-se

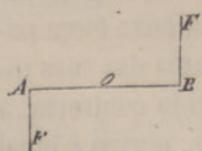
$$\frac{F' + F}{AO \pm BO} = \frac{F'}{AO} = \frac{F}{BO}, \text{ ou } \frac{R}{AB} = \frac{F'}{AO} = \frac{F}{BO}, \quad \dots(2)$$

As expressões (1) e (2) têm a seguinte traducção: a primeira, *que as intensidades das forças parallelas estão na razão inversa das distancias, que vão de seus pontos de applicação ao ponto de applicação da resultante*; e a segunda, *que a resultante está para qualquer das componentes, assim como a distancia que existe entre estas para a distancia que vai do ponto de applicação da outra componente ao da resultante*.

72. *Binario*.—Quando as duas forças parallelas são iguaes e obram em sentidos contrarios (fig. 32) têm-se

$$R = F - F' = 0$$

E da expressão (2) do n.º 71 tira-se $BO = \infty$.



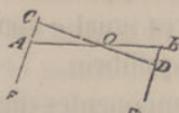
(F' ig. 32)

Estes resultados mostram que a resultante d'esse systema de forças é nulla, e que o seu ponto de applicação se acha a uma distancia infinita, isto é, que um tal systema de forças não tem uma resultante unica.

O systema porém não fica em equilibrio; a recta AB , fixa

pelo ponto medio O é posta em movimento de rotação em torno d'este ponto, porque tudo é symetrico em torno d'elle. Adiante veremos algumas applicações d'este principio.

Mr. Poinsof foi quem introduziu em Mechanica a consideração d'estes systemas de forças a que deu o nome de *couples*, e o ill.^{mo} sr. Daniel Augusto da Silva, lente da Escola naval, n'um trabalho que offereceu á Academia das sciencias, deu-lhes o nome de *binarios*.



(Fig. 33)

74. *Momentos de duas forças parallelas.*—Seja O o ponto de applicação da resultante das forças F e F' (fig. 33), e OC e OD as perpendiculares baixadas do O sobre a direcção das forças. Os triangulos OCA e ODB dão

$$\frac{OC}{OD} = \frac{AO}{BO},$$

mas

$$\frac{F'}{F} = \frac{AO}{BO},$$

logo

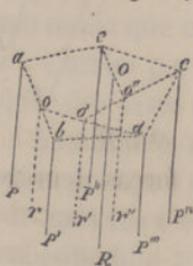
$$\frac{F}{F'} = \frac{OD}{OC},$$

d'onde

$$F \times OC = F' \times OD;$$

isto é, os momentos de duas forças parallelas, referidas ao ponto de applicação da resultante, são iguaes.

75. *Composição de qualquer numero de forças parallelas.*—Para determinar a resultante de



(Fig. 34)

qualquer numero de forças parallelas, que actuam diversos pontos materiaes invariavelmente ligados entre si no mesmo ou em diferentes planos, applicam-se os principios do numero 74. A fim de simplificar a questão, consideraremos sómente cinco pontos (fig. 34). A resultante r das forças

p e p' é igual á somma d'estas forças, isto é, $r = p + p'$, e o seu ponto de applicação divide a recta ab em duas partes re-

reciprocamente proporcionaes ás intensidades das componentes. Do mesmo modo se determina a resultante r' de r e p''' , isto é, $r' = r + p''' = p + p' + p'''$; e o ponto o' de sua applicação divide igualmente a distancia od em partes reciprocamente proporcionaes ás componentes r e p''' . Continuando com este processo obtem-se a resultante

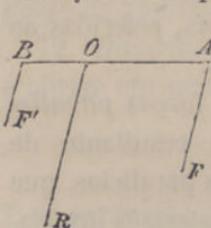
$$R = p + p' + p'' + p''' + p^{IV}$$

que se denomina resultante final, a qual está applicada ao ponto O . Se n'este ponto se applicar uma força igual e contraria á resultante final, o systema ficará em equilibrio.

76. *Centro de forças parallelas.* — Se as componentes (fig. 34), sem deixarem o seu mutuo parallelismo, tomarem outras posições, conservando-se applicadas aos mesmos pontos, com tanto que não variem de grandeza, ou variem proporcionalmente, o ponto O da applicação da resultante final conservar-se-ha o mesmo. Este ponto invariavel da applicação da resultante final de qualquer numero de forças parallelas denomina-se *centro de forças parallelas*.

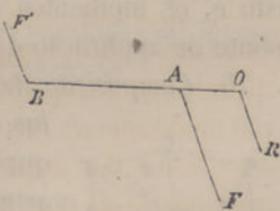
Applicando n'este ponto ou em outro qualquer que se ache na direcção da resultante final, uma força igual e diametralmente opposta a esta, o systema ficará em equilibrio.

71. *Decomposição de uma força em duas parallelas á sua direcção.* — Supponhamos que se pretende decompor a força



(Fig. 35)

R (fig. 35 e 36) em duas de direcções parallelas a esta, applicadas aos pontos A e B . Como se conhece a grandeza da linha AB , a da força



(Fig. 36)

R , e as distancias a que se devem applicar as forças, tem-se

$$\frac{AB}{BO} = \frac{R}{X},$$

d'onde

$$X = \frac{BO}{AB} \times R = F,$$

Esta força applica-se no ponto *A* parallelamente a *R*. O valor da outra, que deve applicar-se em *B* é

$$R - F = F' \text{ ou } F - R = F'$$

conforme o sentido em que devem obrar as novas forças.

Qualquer d'estas forças (em iguaes circumstancias) póde a seu turno ser decomposta em duas de direcções parallelas; e assim por diante.

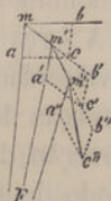
78. *Movimento curvilineo.*—Quando a direcção da força que obra sobre um ponto material, não é constante, ou quando sendo constante, o movel tem recebido uma velocidade inicial com outra direcção (60) o movimento é curvilineo.

Consideremos, por exemplo, o movimento de um ponto material animado de uma certa velocidade inicial e submettido á acção de forças de direcções constantes ou variaveis (fig. 37 e 38) e supponhamos que se substitue á acção continua da



(Fig. 37)

força, uma acção intermitente, a fim de se poderem examinar as mudanças de direcção da velocidade do movel depois de cada acção da força (60). Se *Fm* representar a direcção da força que obra no ponto *m*, *mb* a direcção e grandeza da velocidade inicial,



(Fig. 38)

e *am* a velocidade que a força tenderia a imprimir ao ponto material, é claro que no fim de um segundo o ponto deverá estar em *c* (45). Suppondo que o ponto material está em *m'* quando tem logar nova acção da força, concluir-se-ha do mesmo modo que no fim de outro segundo o movel deve estar em *c'*, e assim por diante, de modo que o ponto segue em qualquer dos casos uma trajetoria polygonal.

Admittindo agora que as acções successivas da força são mais proximas, vê-se que os lados da trajetoria polygonal são cada vez menores, de modo que no limite, quando se tiver substituido a acção continua da força á acção intermitente, a trajetoria polygonal constituirá uma linha curva. É facil de ver que quando a força é sempre parallela a um plano dado ao qual tambem é parallela a velocidade inicial (fig. 37) ou

quando a força é dirigida para um ponto fixo, qualquer que seja a direcção da velocidade inicial (fig. 38) a trajectoria é uma curva plana.

Quando uma força de direcção variavel actua um ponto material, que não tem velocidade inicial, é claro tambem que o movel tendendo em cada instante a tomar a direcção da força, percorrerá uma trajectoria curvilinea.

O movel, se em qualquer ponto de sua trajectoria curvilinea deixar de ser actuado pela força que produz a mudança de direcção, caminhará então segundo a tangente ao ultimo elemento curvilineo.

79. *Força tangencial; força centripeta.*—A força continua, que produz o movimento curvilineo de um ponto material, pôde suppor-se em qualquer instante decomposta em duas, uma segundo a direcção da tangente á curva e outra nada normal ou perpendicular a essa tangente. Esta componente denomina-se *força centripeta* e aquella *força tangencial* (44).

A força tangencial tem evidentemente por fim fazer variar a velocidade com o tempo, e a centripeta o de fazer mudar a direcção do movel a cada instante, impedindo que elle siga a direcção da tangente á trajectoria. Estas forças, segundo o modo de sua acção, podem fazer com que o movel descreva uma curva fechada desde o circulo até á ellipse a mais alongada. Nos corpos celestes, que formam o systema planetario, temos exemplos de movimentos segundo estas curvas.

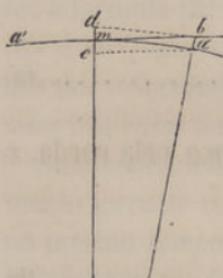
No movimento circular a força centripeta em cada ponto da circumferencia dirige a sua acção segundo o raio do circulo.

80. *Força centrifuga.*—No movimento curvilineo de um ponto material ou de um corpo, estes exercem continuamente sobre a curva uma reacção que tende a afastal-os d'ella na direcção do raio de curvatura. Esta reacção constitue o que se denomina *força centrifuga*; e, quando o ponto ou o corpo não estão submettidos a outra acção, é igual e directamente opposta á força que produz a inflexão da trajectoria; isto é, a força centripeta. As forças centripeta e a centrifuga denominam-se tambem *forças centraes*.

A força centrifuga e a centripeta são iguaes e oppostas, mas

não se destroem, porque a ultima está applicada aos laços phisicos que produzem o movimento e a primeira ao corpo. Considerando por exemplo o movimento curvilineo de um corpo ligado a um fio, que se põe em movimento á maneira de uma funda, a força centripeta é a que se communica ao corpo por intermedio do fio, ao passo que a força centrifuga é a reacção do corpo sobre o fio e com a qual tende a afastar-se da curva.

Para se comprehender o antagonismo que existe entre as forças centrifuga e centripeta, estudaremos o movimento circular uniforme. Representem $ám$ e ma (fig. 39) dois elementos



(Fig. 39)

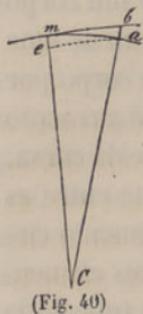
infinitamente pequenos da trajectoria circular do ponto m e mb a tangente em m ou o prolongamento do primeiro elemento, formando com o segundo o angulo infinitamente pequeno bma ; unam-se os pontos m e a com o centro do circulo e trace-se a linha ac paralela a mb . A figura $mbac$ póde reputar-se um parallelogrammo, porque ma sendo infinitamen-

te pequeno, as linhas mc e ab podem considerar-se como parallelas. O movel no curto intervallo de tempo que gasta em percorrer o elemento ma percorreria os espaços mb ou mc (45 e 67) se fosse sómente animado da velocidade segundo a tangente, ou actuado unicamente pela força que se dirige do ponto m para o centro, isto é, pela força centripeta. O effeito d'esta força, composto com a impulsão na direcção mb produz pois o movimento que tem logar segundo ma .

Trace-se agora a linha db paralela a ma e ter-se-ha um novo parallelogrammo $mabd$. A velocidade segundo a tangente mb póde pois ser decomposta em duas, uma ma na direcção da trajectoria, e outra md na do prolongamento do raio. Esta ultima componente representa a *força ou tendencia centrifuga*, e como $dm = ab = mc$, vê-se que ella é em cada instante igual e opposta á força centripeta, e que se esta força deixasse de existir o ponto m seguiria necessariamente segundo a direcção mb .

81. Valor da força centrifuga desenvolvida no movimento

circular; leis d'este movimento. — Supponhamos que o movimento é uniforme, e seja ma (fig. 40) um elemento infinitamente pequeno da circumferencia, percorrido n'um intervallo de tempo tambem infinitamente pequeno t , por um movel m cuja massa é igual á unidade.



(Fig. 40)

Durante este tempo a intensidade da força centrífuga, ou da centripeta que lhe é igual, pôde considerar-se constante, e portanto o espaço me que o movel percorreria sómente pela acção da força centripeta F será (60):

$$me = \frac{1}{2} Ft^2 \dots\dots\dots(a)$$

Tomando o arco infinitamente pequeno ma pela corda, e designando por r o raio do circulo ter-se-ha:

$$me = \frac{ma^2}{2r} \dots\dots\dots(b)$$

E como o movimento é uniforme, ter-se-ha tambem, se v representar a velocidade do movel:

$$ma = v \times t. \dots\dots\dots(c)$$

Eliminando ma e me entre as tres igualdades (a), (b) e (c) ter-se-ha em fim:

$$F = \frac{v^2}{r}. \dots\dots\dots(1)$$

Tal é a expressão da força centrífuga desenvolvida no movimento circular uniforme, em funcção da velocidade d'este movimento e do raio do circulo descripto.

Supozemos que a massa do movel era igual á unidade, mas se a massa for m , tem que se multiplicar a expressão (1) por m , porque cada unidade de massa tende a afastar-se da curva com a mesma energia. A formula (1) tornar-se-ha em

$$F = m \frac{v^2}{r} \dots\dots\dots(2)$$

Se o movel percorre durante o tempo T a circumferencia inteira com movimento uniforme será $2\pi r = vT$ e a formula (2) tornar-se-ha em

$$F = m \frac{4\pi r^2}{T^2} \dots\dots\dots(3)$$

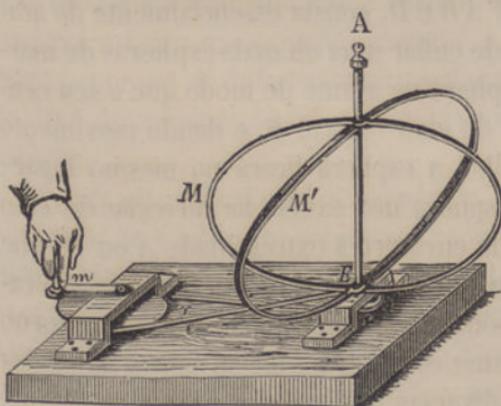
Quando o movimento não é uniforme, a força centripeta e a centrifuga, que são sempre iguaes em cada instante que se considere, são ainda representadas pelas expressões (1) ou (2).

Comparando as forças centrifugas desenvolvidas em diversos movimentos circulares e por moveis com massas differentes a formula (2) dará immediatamente a seguinte lei: *as forças centrifugas são directamente proporcionaes aos quadradados das velocidades e ás massas, e reciprocamente proporcionaes aos raios dos circulos descriptos.*

Similhantermente se deduziria da formula (3) que no movimento circular uniforme *as forças centrifugas desenvolvidas no mesmo tempo por moveis com a mesma massa, são proporcionaes aos raios dos circulos descriptos.*

82. *Apparelhos das forças centrifugas.*—Para verificar experimentalmente as leis da força centrifuga, e tornar bem visivel o effeito d'esta força no movimento circular, podem empregar-se differentes aparelhos.

A figura 41 representa o aparelho dos meridianos elasticos, o qual é compos-



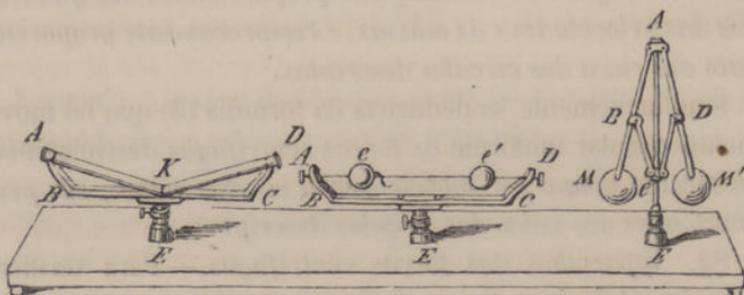
(Fig. 41)

to de dois ou mais anneis circulares de aço mui elasticos M e M' ; fixos um ao outro na parte inferior de um eixo vertical EA que os atravessa livremente na parte superior. O eixo pôde ser posto em movimento de rota-

ção por meio de uma manivella m fixa á roda r e de um cordão sem fim c que abraça esta roda. Dando pois movimento

de rotação ao aparelho os anéis de aço deformam-se: o seu diametro vertical diminue e o horizontal augmenta. A esfera que os anéis, por assim dizer, constituíam, apresenta a apparencia de um espherode. Este effeito provém da força centrífuga desenvolvida pelas differentes partes que constituem os anéis de aço, as quaes se acham em circumstancias idênticas áquellas em que estariam se fossem tiradas por forças que tendessem a afastal-as do eixo de rotação com intensidades proporcionaes ás distancias que vão de cada uma d'essas partes ao eixo.

A figura 42 representa diversos aparelhos que se podem



(Fig. 42)

pôr em movimento de rotação como o anterior adaptando os bocaes *E* na parte inferior do eixo do aparelho antecedente (fig. 41).

O aparelho central *ABCD*, consta essencialmente do arame *AD*, no qual se pôde enfiar uma ou mais esferas de marfim. Enfiando uma esfera no arame de modo que o seu centro exista na direcção do eixo vertical *E*, e dando movimento de rotação ao aparelho, a esfera ficará no mesmo lugar; mas se o centro da esfera não existir na direcção do eixo vertical, ver-se-ha ir de encontro á extremidade *A* ou *D*, que lhe ficava mais proxima antes do movimento. No primeiro caso a esfera adquire sómente movimento de rotação em torno do arame, porque as suas diversas partes se acham animadas de forças centrífugas diversas, a distancias iguaes do centro, mas iguaes e de sentidos oppostos duas a duas; e no segundo afasta-se a esfera do centro do movimento, porque as forças centrífugas desenvolvidas ou se dirigem todas no mesmo

sentido, õu sendo oppostas, prevalece a intensidade de umas sobre a das outras.

No apparelho $ABCDK$ em vez do arame existem dois tubos de vidro AK e DK ligeiramente inclinados, n'um dos quaes se contém uma esphera metallica, e no outro uma porção de agua. Dando movimento rapido ao apparelho, a esphera e o liquido sobem ao longo do tubo, pelo predominio da força centrifuga desenvolvida sobre seus proprios pesos. Se o tubo contiver differentes liquidos, que não tenham acção chimica uns sobre os outros elles tomarão durante o movimento posições taes que sob volume igual o que tiver mais massa ficará mais distante do eixo.

O outro apparelho MAM' representa um moderador ou regulador da velocidade nas machinas de vapor. M e M' representam duas grandes espheras metallicas, e os lados BA e DA do losango articulado que as sustenta, divergem quando a velocidade do eixo de rotação augmenta, subindo ao mesmo tempo o anel e . As espheras elevam-se tanto mais, quanto maior é a rapidez do movimento do eixo, porque a força centrifuga desenvolvida cresce como o quadrado da velocidade.

Tambem no eixo do apparelho representado na figura 41 se póde adaptar um balão ou um outro vaso de vidro, contendo no seu interior uma porção de qualquer liquido. Pelo movimento de rotação do vaso a superficie do liquido torna-se concava e tanto mais quanto maior é a velocidade do movimento, porque as differentes particulas do liquido se afastam do eixo do movimento em virtude da força centrifuga desenvolvida.

83. *Explicação do achatamento da Terra.* — A fórma espheroidal do Globo que habitámos póde explicar-se pela experiencia dos meridianos elasticos; admittindo que elle esteve, na sua origem, no estado de molleza. Suppondo pois a Terra n'este estado e sujeita ao movimento de rotação, segue-se que ás partes mais proximas do equador, aonde a força centrifuga é maxima, deviam afastar-se muito do eixo da terra, e por conseguinte dar origem ao achatamento nos polos, aonde a força centrifuga é nulla; e que achando-se ao mesmo tempo a

Terra exposta ao resfriamento no espaço, devia endurecer gradualmente, e portanto adquirir a forma espheroidal, que actualmente apresenta.

A forma dos outros planetas é analoga á da Terra, o que mostra que todos se acharam em identicas circumstancias.

84. *Effeitos ordinarios da força centrifuga.*—Esta força que se manifesta por diversos modos a cada passo, póde explicar diferentes phenomenos mais ou menos vulgares. É a força centrifuga que tende a quebrar a corda, que presa por um extremo e sustentando no outro um corpo pesado, está animada de movimento de rotação. Assim tambem, tomando um vaso cheio de agua, e dando-lhe movimento de rotação, por meio de um fio, cujo extremo se sustenta na mão, observa-se que o liquido não cæe, quando o vaso se acha com a bôca para baixo. Este effeito é devido á força centrifuga desenvolvida, que faz com que o liquido exerça uma forte pressão sobre o fundo do vaso, em qualquer posição que este se ache durante o movimento.

Nos exercicios equestres o cavalleiro espera que o cavallo principie a galopar em volta do circo e é então que salta para cima da sella, sobre a qual toma diversas attitudes e executa diferentes exercicios, inclinando sempre o corpo para o interior do circo, a fim de se equilibrar com a força centrifuga, que tende a derribal-o para o lado exterior.

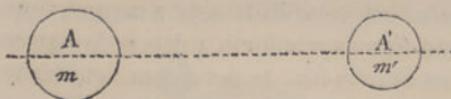
85. *Transmissão do movimento nos solidos naturaes.*—Quando um corpo solido, entra em movimento pela acção directa de uma força exterior, ou em virtude da impulsão de outro corpo, o movimento não é transmittido instantaneamente a todas as partes do solido, mas propaga-se successivamente de molecula a molecula no seu interior. Com effeito, o esforço actuando directamente sobre um certo numero de moleculas, estas entram immediatamente em movimento, afastando-se ou approximando-se das moleculas vizinhas. O equilibrio que existe entre as diversas partes do solido experimenta pois uma certa alteração, de que resulta o desenvolvimento de forças elasticas (27), attractivas ou repulsivas, que fazem mover as moleculas proximas, as quaes a seu turno determinam o movimento das seguintes; de modo que o movimento se transmitta assim successivamente a todas as moleculas do corpo.

Esta communicação do movimento no interior dos corpos é porém

geralmente tão rapida, que parece effectuar-se como se as moleculas fossem invariavelmente ligadas umas ás outras. Ha comtudo alguns casos em que esta transmissão se faz n'um intervallo de tempo apreciavel. Assim, por exemplo, quando uma força actua sobre uma mola ligada intimamente a um corpo, observa-se primeiramente entrar em movimento a parte da mola que foi directamente actuada pela força, em seguida a deformação ou distensão da mola, e é só depois que começa o movimento do corpo. Um facto semelhante se nota nos caminhos de ferro, na transmissão do movimento produzido pela locomotiva, de wagon em wagon.

86. *Choque dos corpos.*—Quando um corpo em movimento actua por pressão sobre outro, durante um curto intervallo de tempo alterando-lhe o seu estado de mobilidade, produz-se o que se denomina *choque*. Vamos considerar apenas o choque de dois corpos esfericos homogeneos, animados de movimento de translação rectilinea, e cujos centros se movem n'uma mesma linha recta.

87. *Choque de dois corpos não elasticos.*—Consideremos, pois, o choque de duas esferas *A* e *A'* (fig. 43) de massas *m* e *m'*, animadas respectivamente de velocidades constantes *v* e *v'*, dirigidas segundo *AA'*.



(Fig. 43)

Se *v* é maior do que *v'*, os corpos encontrar-se-hão, e estarão em contacto intimo n'um pequeno intervallo de tempo, durante o qual se pôde considerar, que uma força reciproca actua sobre os dois corpos, augmentando a velocidade de *A'* de uma quantidade *x'* e diminuindo a de *A* de uma quantidade *x*. Se os dois corpos não são elasticos, ficarão deformados, e continuarão a mover-se com uma velocidade commum *V*, que será igual a *v - x* para o corpo *A* e a *v' + x'* para o corpo *A'*; ter-se-ha pois

$$V = v - x = v' + x' \dots\dots\dots(a)$$

e como *x* e *x'* são as velocidades que resultam da força reciproca desenvolvida pelo choque, a qual actua durante o mesmo tempo sobre massas differentes, ter-se-ha (64) tambem

$$\frac{x}{x'} = \frac{m'}{m} \dots\dots\dots(b)$$

D'estas duas equações (a) e (b) se deduzem os seguintes valores de *x*, e *x'*:

$$x = \frac{m'(v - v')}{m + m'}, \quad x' = \frac{m(v - v')}{m + m'} \dots\dots\dots(c)$$

O valor da velocidade commum V , das duas massas, será portanto

$$V = \frac{m v + m' v'}{m + m'}$$

Se as velocidades v e v' forem de sentidos contrarios então ter-se-ha: $V = v - x = x' - v'$, e portanto a expressão geral

$$V = \frac{m v \pm m' v'}{m + m'} \dots\dots\dots(1)$$

representará a velocidade commum dos dois corpos depois do choque; tendo logar o signal *mais* do numerador quando as velocidades v e v' são do mesmo sentido, e o signal *menos* quando são de sentidos contrarios.

88. *Choque de dois corpos elasticos.*—Se os dois corpos A e A' (fig. 43) são pelo contrario perfeitamente elasticos, comprimir-se-hão no momento do choque até que a sua velocidade seja a mesma; mas recuperarão em seguida as suas fórmãs primitivas, e depois de estarem um momento em contacto, separar-se-hão de novo com velocidades diversas. Suppondo pois que as velocidades v e v' são do mesmo sentido, o corpo A depois de perder a velocidade x , receberá pela reacção em virtude da elasticidade uma velocidade igual a x , mas em sentido contrario, e terá portanto uma velocidade $v - 2x$. O corpo A' adquire no instante do choque a velocidade x' , e em seguida, pela reacção elastica, uma outra velocidade x' no mesmo sentido, e terá portanto a velocidade total $v' + 2x'$. Ter-se-hão, pois, designando por v_1 e v_2 as velocidades com que ficam depois do choque os dois corpos A e A' , e tendo em vista os valores de x e x' dados pelas equações (c) do numero anterior

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v - 2x = \frac{v(m - m') + 2m'v'}{m + m'} \\ v_2 &= v' + 2x' = \frac{v'(m' - m) + 2mv}{m + m'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

equações, nas quaes se tem de trocar o signal de v' quando as velocidades forem de sentidos contrarios.

Se $m = m'$ acha-se que

$$v_1 = v' \text{ e } v_2 = v \dots\dots\dots(3)$$

o que quer dizer que os dois corpos trocam as suas velocidades; e

se v' é igual a zero, isto é, se a esphera chocada está em repouso, obtem-se

$$v_1 = 0 \text{ e } v_2 = v, \dots\dots\dots(4)$$

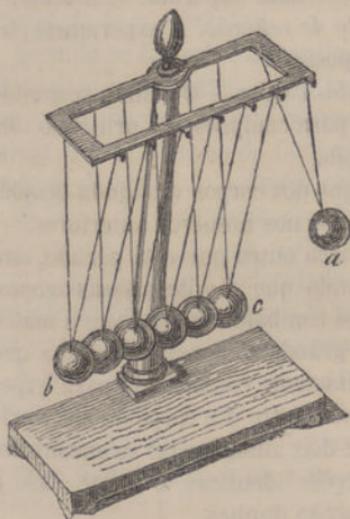
o que quer dizer que a esphera chocante fica em repouso, communicando toda a sua velocidade á esphera chocada.

Se finalmente, $m' = \infty$ e $v' = 0$ acha-se

$$v_1 = -v \dots\dots\dots(5)$$

o que indica que quando uma esphera choca um obstaculo fixo, ella adquirirá depois do choque uma velocidade igual e contraria á que tinha antes d'elle.

89. *Verificações experimentaes; transmissão do choque n'uma serie de espheras elasticas.*—Todos os resultados dos numeros anteriores podem ser verificados experimentalmente, por meio de espheras de diferentes substancias suspensas por meio de fios a pontos fixos, e sujeitas a percorrerem linhas determinadas.



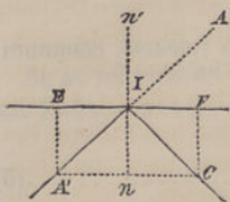
(Fig. 44)

O resultado expresso pela equação (4), póde facilmente verificar-se, suspendendo a um mesmo suporte (fig. 44) muitas espheras de marfim, que fiquem em contacto e com os centros n'uma linha recta. Afastando um pouco a primeira esphera *a* e abandonando-a em seguida, ella chocará a esphera *c* com certa velocidade. Depois do choque a esphera *a* fica em repouso, communicando toda a sua velocidade á esphera seguinte, que a seu turno a transmite á terceira e assim successivamente até á ultima esphera *b*, que adquirindo a velocidade que tinha a esphera *a*, se elevará até certa altura, caíndo em segui-

da de novo e dando origem assim a outro choque em sentido contrario. Por este modo as duas espheras extremas *a* e *b* elevar-se-hão alternativamente, conservando-se as intermedias immoveis.

No caso de um corpo elastico chocando um obstaculo fixo a equação (5) mostra que, por exemplo, na experiencia descripta no numero 28, se a resistencia do plano fosse infinita e a sua elasticidade e a da esphera fossem perfeitas, e se não fosse a resistencia do ar, a esphera deveria resaltar indefinidamente e sempre do mesmo modo.

90. *Choque obliquo*; o angulo de incidencia é igual ao de reflexão. — Consideremos agora finalmente o caso em que uma esphera choca um plano resistente EF , seguindo uma direcção obliqua $A'I$ (fig. 45).



(Fig. 45)

A velocidade com que a esphera vem animada pôde considerar-se decomposta em duas, uma IF tangencialmente á superficie, e outra normal In' . Esta componente muda de signal depois do choque, e torna-se In , d'onde resulta uma velocidade unica IC , pela composição de IF com In .

A linha $A'I$ que o corpo percorre até ao momento do choque chama-se *linha incidente*, e a linha IC que elle segue depois *linha reflexa*. O angulo, formado pela linha incidente com a normal $n'n'$ levantada no ponto de incidencia I , denomina-se *angulo de incidencia*; e o formado pela linha reflexa com a mesma normal *angulo de reflexão*.

É facil de ver na figura 45 pela disposição das linhas AA' e IC em relação á normal $n'n'$ levantada no ponto de incidencia, que no choque obliquo de uma esphera sobre uma superficie resistente, o *angulo de incidencia é igual ao angulo de reflexão*. A experiencia verifica completamente esta ultima proposição.

91. *Exemplos vulgares do choque dos corpos*. — O estudo resumido do choque dos corpos serve tambem para comprovar o principio (58) da igualdade entre a acção e a reacção.

Alguns exemplos vulgares do choque dos corpos vão ainda demonstrar a verdade dos resultados indicados nos numeros anteriores.

Quando um individuo correndo, choca outro que está parado, ambos soffrem igual incommodo, suppondo que são de massas iguaes.

No jogo do pugilato, quando um dos combatentes fere com a mão o corpo do adversario experimenta tão grande compressão como a que imprimiu; porém a mão sendo perfeitamente conformada para experimentar essa acção segue-se que quem soffre é o corpo do seu antagonista. Quando porém os punhos dos dois antagonistas se encontram e se ferem, ambos experimentam acções identicas, e n'este caso o effeito do choque é menor porque a acção duplica.

92. *Resistencias passivas*. — No movimento dos corpos, pela acção das forças, produzem-se sempre certas resistencias que se oppõem, sem utilidade, o movimento, neutralizando parte da força motora. Estas resistencias chamam-se, em geral, *resistencias passivas*, e podem ser de diversas especies.

A resistencia que se produz, quando se pretende fazer escorregar um corpo sobre uma superficie, denomina-se resistencia ou fricção devida ao escorregamento (32). A que se desenvolve quando um corpo rola sobre uma superficie, chama-se resistencia proveniente do

rolamento. Alem d'estas resistencias podem ainda considerar-se aqui a rijeza das cordas, de que adiante daremos conta (101), e a resistencia dos meios ou fluidos.

93. *Resistencia ao escorregamento e rolamento; suas leis.*— Quando se pretende fazer escorregar um corpo sobre outro, manifesta-se entre as moleculas dos corpos, que estão em contacto, uma adherencia particular, que só pôde ser vencida pela acção de um esforço. A grandeza d'este pôde servir de medida á resistencia que neutralizou. Depois, quando o corpo começa a escorregar, é preciso, para que o movimento continue sem que a velocidade seja alterada, applicar-lhe continuamente um esforço de tracção, destinado a vencer a fricção ou attricto. Este segundo esforço não é, em geral, igual ao primeiro; e é por isso que se distingue a fricção no momento em que começa o movimento da que se desenvolve em quanto este dura. As leis do attricto determinadas experimentalmente por Coulomb podem resumir-se do seguinte modo: *no momento em que o corpo começa a escorregar o attricto é proporcional á pressão e independente da grandeza da superficie em contacto; e durante o movimento o attricto é ainda proporcional á pressão e independente da extensão da superficie e da velocidade do movimento.*

Quando se faz rolar um cylindro sobre uma superficie plana e horizontal produz-se uma certa resistencia em virtude da deformação que experimentam os dois corpos em contacto. Essa resistencia é, segundo as experiencias de Coulomb, *proporcional á pressão e independente do diametro do cylindro rolante.*

94. *Leis da resistencia dos fluidos.*— A resistencia que os fluidos oppõem aos corpos, que n'elles se movem e que faz perder a estes grande parte de sua velocidade (32), provém da communicação do movimento de que os corpos se acham animados ás moleculas fluidas, que encontram na sua passagem.

A resistencia dos meios é proporcional á extensão da superficie que choça directamente as moleculas fluidas e ao quadrado das velocidades com que produz o choque. Alem d'isso a resistencia, como se sabe, é muito maior na agua do que no ar.

SECÇÃO 3.^a

Noções sobre as machinas simples

95. *Machinas; potencia e resistencia.*— Em geral, as forças não são directamente applicadas aos pontos materiaes ou aos corpos que devem pôr em movimento, mas actuam sobre

elles por intermedio de certos corpos solidos ou fluidos que são destinados a transmittir e a modificar a intensidade a direcção e o modo de acção das forças. Os apparatus por meio dos quaes se transmite aos corpos a acção das forças chamam-se *machinas*.

A machina póde ser considerada, ou unicamente como um apparatus destinado a transmittir e modificar o movimento segundo uma lei determinada, ou mais geralmente como um systema destinado a transmittir a acção das forças modificando-lhes convenientemente a sua direcção e intensidade. No primeiro caso abstrahese da acção das forças e apenas se consideram as velocidades de que são animadas as diversas partes que constituem a machina, e no segundo calculam-se as forças que determinam o seu equilibrio ou movimento, e a maneira de obrar d'essas forças.

N'uma machina existem sempre certas partes fixas em torno das quaes diferentes peças podem girar ou oscillar. A força que se applica a uma machina para produzir um effeito determinado, chama-se *força motora ou potencia*, e o esforço que ella tem a vencer ou equilibrar para se obter o effeito desejado chama-se *resistencia util*, para a distinguir das *resistencias passivas* (92) que se produzem sempre em virtude dos diferentes obstaculos que as machinas offerecem.

96. *Machinas simples e compostas*. — Chamam-se machinas simples aquellas em que a potencia e a resistencia util são applicadas ao mesmo corpo ou a dois corpos que obram directamente um sobre o outro.

Na construcção das diferentes machinas entram apenas tres elementos ou machinas elementares, a corda, a alavanca e o plano inclinado.

As machinas que se podem considerar como formadas de duas elementares dizem-se binarias, e estas e as elementares, em numero de sete, constituem as machinas simples, que são: *a corda, a alavanca, a roldana, o sarilho, o plano inclinado, a cunha e o parafuso*.

Denominam-se *machinas compostas* aquellas em que existem diversos corpos intermedios entre os que são directamen-

te actuados pela potencia e resistencia. N'uma machina composta distinguem-se sempre tres partes essenciaes, que são: o *receptor*, parte sobre que obra directamente a potencia, o *operador* que obra directamente para produzir o resultado que a machina deve satisfazer, e os *communicadores*, partes que transmittem o movimento da primeira parte á segunda. Alem d'estas partes ha ainda os *supportes*, que sustentam as peças fixas da machina, os *modificadores*, que têm por fim mudar a direcção ou a natureza do movimento e variar-lhe a velocidade e os *reguladores*, que são destinados a graduar a acção das forças e a velocidade das differentes peças.

97. *Trabalho das forças; effeito util.* — Para se poder apreciar o effeito de uma força não basta conhecer unicamente a sua intensidade, mas tambem a quantidade de que ella desloca o seu ponto de applicação. Chama-se *trabalho de uma força constante*, durante certo tempo, ao producto da sua intensidade pelo caminho percorrido n'esse tempo pelo seu ponto de applicação; suppondo que este se desloca no mesmo sentido que a força. Se, porém, o ponto de applicação se não desloca segundo a direcção da força, pôde esta considerar-se decomposta em duas, uma na direcção do movimento e outra n'uma direcção perpendicular, cujo effeito será destruido (69). O trabalho da primeira d'estas componentes representará pois n'este caso o trabalho da força dada. Pôde pois dizer-se, em geral, que o *trabalho de uma força constante é o producto da intensidade da força pela projecção, segundo a sua direcção, do caminho percorrido pelo seu ponto de applicação*. Se a força não é constante, pôde considerar-se o tempo dividido em intervallos infinitamente pequenos, durante os quaes a intensidade da força se conserva constante e o producto d'esta intensidade pela projecção do caminho percorrido em cada intervallo será o *trabalho elementar da força*. O *trabalho total da força* durante certo tempo é igual á somma dos *trabalhos elementares* produzidos nos intervallos successivos, que perfazem esse tempo.

Como se vê, a definição de *trabalho de uma força* corresponde prefeitamente á idéa que se forma habitualmente do trabalho de um operario. Com effeito, quando se levanta, por exemplo, um corpo pesado pela acção de uma força, o trabalho depende conjunctamente da intensidade da força empregada e do movimento do seu ponto de applicação.

O trabalho desenvolvido por uma força motora chama-se *trabalho motor*, e o que se produz em virtude das forças resistentes denomina-se *trabalho resistente*.

Considera-se como unidade de trabalho o trabalho desenvolvido

por uma força constante, de 1 kilogrammá, quando o seu ponto de applicação se desloca de um metro segundo a sua direcção.

N'uma machina qualquer animada de movimento uniforme, o trabalho motor deve em todos os instantes neutralisar o trabalho resistente, ao qual será portanto igual. E como n'este se comprehende não só o trabalho do operador, mas o que provém das resistencias passivas, segue-se que o trabalho do operador é sempre menor que o motor. A relação entre estes dois trabalhos denomina-se *effeito ou trabalho util*.

98. *O que se ganha em força, perde-se em velocidade.*—Consideremos uma machina animada de movimento uniforme e supponhamos que não ha n'ella nenhuma resistencia passiva. Se P e R representam a potencia e a resistencia util e p e r as projecções dos deslocamentos dos pontos d'applicação d'essas forças sobre as suas proprias direcções, ter-se-ha (97): $Pp = Rr$. D'aqui se conclue que no movimento uniforme¹ os caminhos percorridos pelos pontos de applicação da potencia e resistencia são reciprocamente proporcionaes ás intensidades d'essas forças, e que portanto *o que se ganha em força se perde em velocidade*.

Depois da descripção das machinas simples, comprovaremos ainda por alguns exemplos a verdade d'este principio.

99. *Definição de força viva.*—Viu-se (64) que a intensidade de uma força póde ser medida pela quantidade de movimento que produz durante a unidade de tempo e tambem pelo producto da massa pela acceleração.

No estudo das machinas, porém, as forças podem ser apreciadas por outra expressão que representa o trabalho produzido durante a unidade de tempo. Esta expressão $m \times v^2$, isto é, o producto da massa pelo quadrado da velocidade, chama-se *força viva*.

100. *Corda; tensão das cordas.*—A força communicada a um corpo por meio de uma corda, é igual e contraria á tensão d'esta machina; entendendo-se por tensão (53) a força, com que a corda se conserva tensa e resiste a ser estendida. Com effeito, para tirar um corpo por meio de uma corda, é necessario que esta se ache tensa desde o ponto em que está ligada ao corpo até ao de applicação da força. A resistencia que o corpo offerece precisa de um esforço igual para ser vencida; por conseguinte a corda acha-se submettida a dois

¹ Este notavel principio, que se applica tambem ao caso de equilibrio, é conhecido pelo nome de *principio dos trabalhos ou das velocidades virtuaes*, e serve de base ao estudo do equilibrio dos systemas.

esforços iguaes e contrarios. Mas um d'estes, a resistencia do corpo, póde considerar-se como um ponto fixo, a que a corda está ligada, ao passo que o outro exerce a sua acção, para estender a corda, ao que esta resiste em sentido contrario pela sua tensão; isto é, a força de tracção é igual e contraria á tensão da corda e á tensão representada pela resistencia do corpo.

Alem d'isto a tensão de uma corda, empregada para tirar um corpo no sentido vertical, augmenta successivamente do extremo inferior para o superior. É evidente que a tensão deve ser igual ao peso do corpo no extremo inferior da corda, e que, a partir d'este ponto, deve igualar o peso do corpo, bem como o da parte da corda que se considerar. Ora, como os pesos d'estas partes augmentam de um modo successivo da parte inferior para a superior, segue-se que a tensão cresce tambem de um modo successivo, e tem um valor maximo no extremo superior. O peso das cordas, em geral, é tão pequeno, relativamente ao dos corpos que podem suspender, que se abstraher d'elle e se considera uma corda vertical como igualmente tensa por toda a parte.

O esforço de tracção exercido por meio de uma corda póde considerar-se obrando *segundo o eixo d'esta machina*. Com effeito, o esforço de tracção reparte-se por todos os pontos materiaes das secções circulares, feitas na corda por planos perpendiculares ao seu eixo. O esforço póde, pois, considerar-se repartido n'uma infinidade de componentes iguaes e parallelas, cuja resultante lhes deve ser parallela e passar pelo centro das secções, e para se dirigir d'este modo deve obrar *segundo o eixo*.

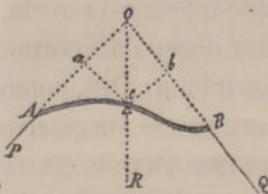
É por esta razão que, em geral, se abstraher da grossura das cordas, considerando-as como reduzidas ao seu eixo.

101. *Rijeza das cordas*. — O esforço necessario para fazer curvar uma corda em torno de um cylindro constitue a resistencia passiva, que tem o nome de *rijeza das cordas*.

É manifesto que, para curvar qualquer corda em torno de um cylindro, necessita empregar-se um esforço, que deve augmentar com o numero de pontos materiaes que consti-

tuem as secções feitas na corda, e diminuir com o decrescimento da curvatura do cylindro. Ora, como o numero dos pontos materiaes, que formam as secções, ou os circulos que as constituem, estão na razão directa dos quadrados dos diametros das cordas, e a curvatura d'estas diminue com o augmento do diametro dos cylindros, segue-se que *o esforço necessario para vencer a rijeza das cordas cresce na razão do quadrado dos diametros d'estas machinas, e decresce na relação em que augmentam os diametros dos cylindros.*

102. *Alavanca; condições de equilibrio n'esta machina.*



(Fig. 46)

— Dá-se o nome de alavanca a qualquer barra rigida AB (fig. 46), recta ou curva, a que se applicam duas forças P e Q que tendem a fazel-a mover em torno de um ponto fixo c , que se chama *ponto de apoio* ou *fulcro*.

Para que as duas forças «potencia e resistencia ¹» que obram sobre uma alavanca, produzam o equilibrio d'esta machina, têm de satisfazer ás seguintes condições: 1.º, *devem tender a fazer mover a alavanca em sentidos contrarios*; 2.º, *devem ser dirigidas no plano em que existe o ponto de apoio*; 3.º, *as intensidades devem ser reciprocamente proporcionaes aos respectivos braços da alavanca*. Chamam-se braços da alavanca as perpendiculares baixadas do ponto de apoio sobre as direcções das forças.

Com effeito, para que haja equilibrio é necessario e sufficiente que a potencia e a resistencia tenham uma resultante que passe pelo ponto de apoio, a qual será destruida pela resistencia que este offerece. Ora para que as duas forças tenham uma resultante unica é necessario que ellas sejam concorrentes ou parallelas, como se demonstra em *Mechanica*. Suppondo pois, que as direcções das forças se encontram no ponto O , reconhece-se facilmente que para que a resultante

¹ Não considerámos aqui a resistencia passiva, e o mesmo se deve entender quando se trata do equilibrio de qualquer outra machina.

passar pelo ponto de apoio c é necessario que as forças P e Q , que estão situadas no plano em que existe esse ponto, tendam a mover a alavanca em sentidos contrarios, e que além d'isso as distancias do ponto de apoio ás direcções das forças estejam na razão inversa das intensidades d'estas (70) ou que sejam iguaes os momentos da potencia e resistencia.

Ter-se-ha portanto

$$\frac{P}{Q} = \frac{cb}{ca},$$

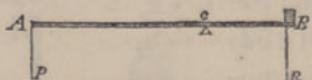
ou

$$P \times ca = Q \times cb.$$

Quando as forças são parallelas, os braços da alavanca têm então a mesma direcção, e no caso de equilibrio as intensidades das forças são tambem inversamente proporcionaes aos respectivos braços da alavanca (71 e 74).

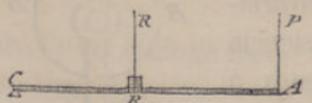
103. *Diversas especies de alavancas.* — As alavancas, em relação ás posições dos pontos de apoio e dos pontos de applicação da potencia e da resistencia, constituem tres especies.

Alavanca de primeira especie (fig. 47) é aquella em que o ponto de apoio c está situado entre os pontos de applicação da potencia P e da resistencia R .



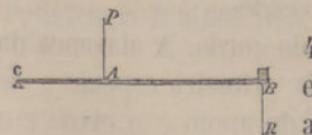
(Fig. 47)

N'esta especie de alavanca a força applicada ao maior braço da alavanca tem no caso de equilibrio vantagem sobre a outra.



(Fig. 48)

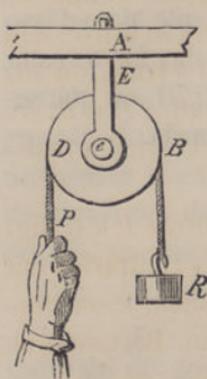
Alavanca de segunda especie (fig. 48) é aquella em que o ponto de applicação da resistencia R fica entre o ponto de apoio c e o ponto de applicação da potencia P . N'esta alavanca a potencia tem, portanto, sempre vantagem sobre a resistencia.



(Fig. 49)

Alavanca de terceira especie (fig. 49) é aquella em que a potencia está applicada entre o ponto de apoio e o da applicação da resistencia. N'esta especie a resistencia tem sempre vantagem.

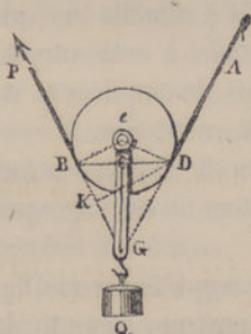
104. *Roldana; roldana fixa e movel.*—A roldana é composta de uma roda (fig. 50), com o contorno excavado, a qual pôde girar livremente em torno de um eixo que a atravessa na parte media. O eixo pôde ser fixo á roldana, e n'esse caso os seus dois extremos movem-se em duas aberturas circulares praticadas na peça *E* formada por duas chapas que abraçam a roda e se denomina *alça*. Outras vezes o eixo é fixo á alça, e a roldana pôde mover-se independente d'ella.



(Fig. 50)

A excavação da roda, chamada *gola*, é destinada a receber uma corda, a um dos extremos da qual se applica a potencia e ao outro a resistencia.

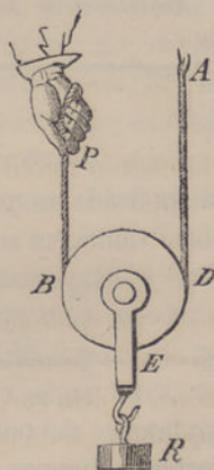
Quando a alça está voltada para cima e ligada a um ponto fixo (fig. 50) a roldana diz-se fixa. A resistencia *R* actua n'um dos extremos de cima para baixo, bem como a potencia, ambas segundo tangentes á circumferencia da gola.



(Fig. 51)

Quando porém a alça está voltada para baixo (fig. 51 e 52) a roldana diz-se movel, porque de facto se move sobre a corda, que se acha presa a um ponto invariavel *A*. A resistencia *Q* está suspensa á parte inferior da alça, e a potencia *P* applicada ao extremo livre da corda, obra de baixo para cima.

Qualquer d'estas roldanas pôde considerar-se como formada da alavanca e da corda. A alavanca da roldana fixa ordinaria (fig. 50) é da primeira especie e de braços iguaes, porque o seu ponto de apoio é o eixo; e a roldana movel é de segunda especie, porque o seu ponto de apoio é no contacto *D* da corda com a roldana.



(Fig. 52)

105. *Equilibrio na roldana fixa.*—Visto que a potencia e a resistencia applicadas a esta machina (fig. 50) obram segundo as direcções rectilineas da corda, e como se estivessem applicadas aos pontos *D* e *B* da sua tangencia á roda, ou aos extremos de uma alavanca que passa pelos pontos *D* e *B*, segue-se que, no caso de equilibrio, é a potencia igual á resistencia.

106. *Equilibrio na roldana movel.*—As forças *P* e *Q* (fig. 51) tendem a fazer rodar o disco em sentidos contrarios em torno do ponto de apoio *D*, por onde deve passar e ser destruida a sua resultante, no caso de equilibrio. Baixando as perpendiculares *DC* e *DK* sobre as direcções das forças, tem-se (70):

$$\frac{P}{Q} = \frac{DC}{DK}$$

e dos triangulos semelhantes *DCE* e *BKD* tira-se

$$\frac{DC}{DK} = \frac{De}{DB},$$

logo

$$\frac{P}{Q} = \frac{De}{DB},$$

e fazendo o raio da roldana $De=r$ e a subtensa $DB=s$, fica

$$\frac{P}{Q} = \frac{r}{s} \dots\dots\dots(1)$$

isto é: *na roldana movel em equilibrio a potencia está para a resistencia, como o raio da roldana para a subtensa do arco abraçado pela corda que passa pela gola da roldana.*

Quando as duas partes da corda têm direcções parallelas (fig. 52) é então $s=2r$. A relação (1) n'este caso, designando a resistencia *R* ainda pela letra *Q*, dará

$$\frac{P}{Q} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots(2)$$

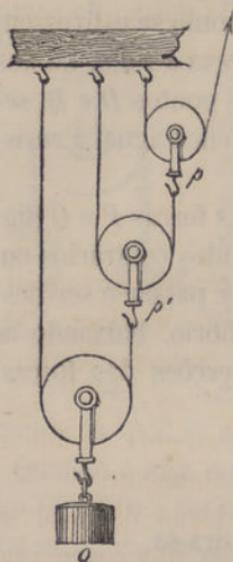
isto é: *n'esta roldana uma força como 1 póde equilibrar uma resistencia como 2.*

Portanto se a resistencia Q for equilibrada pela potencia P por intermedio de diferentes roldanas moveis (fig. 53) cada uma abraçada por seu cordão, designando por p e p' os valores da potencia sobre as duas roldanas successivas cujos raios sejam r' e r'' , ter-se-hão as seguintes relações:

$$\frac{P}{p} = \frac{r}{2r}, \quad \frac{p}{p'} = \frac{2r'}{r'}, \quad \frac{p'}{Q} = \frac{r''}{2r''}$$

das quaes se deduz

$$\frac{P}{Q} = \frac{1}{2^3}$$



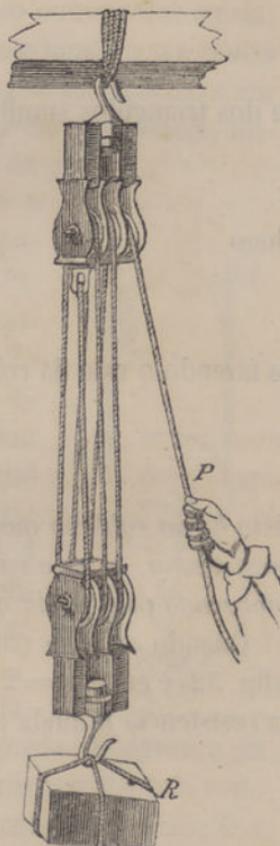
(Fig. 53)

isto é: *n*uma machina formada por diferentes roldanas moveis, a potencia

está para a resistencia, como a unidade para uma potencia de 2, cujo expoente é igual ao numero das roldanas.

107. *Cadernal*; equilibrio n'esta machina. — A machina formada por duas ou mais roldanas montadas na mesma chapa, denomina-se *cadernal*.

A figura 54 representa um systema de cadernaes, um superior fixo, e outro inferior movel. As direcções da corda ou cordão, que abraça as roldanas, podem considerar-se como proximamente parallelas. A condição de equilibrio entre a potencia P e a resistencia R deduz-se facilmente. De feito, a corda que abraça as roldanas, no caso de equilibrio, tem a mesma tensão por toda a parte; por conseguinte os n cordões, que



(Fig. 54)

se podem considerar paralelos, sustentando o cadernal inferior, têm tensões iguaes. A somma d'estas tensões é igual á resistencia R ; e a potencia P , sendo igual á tensão da parte sobre que actua directamente a potencia dos n cordões intermedios, tem-se

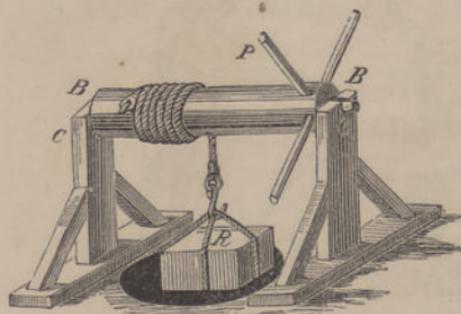
$$nP = R,$$

d'onde

$$\frac{P}{R} = \frac{1}{n}$$

isto é: *no equilibrio do cadernal, a potencia está para a resistencia, como a unidade para o numero das roldanas.* No caso considerado, uma potencia como 1 equilibra com uma resistencia como 6.

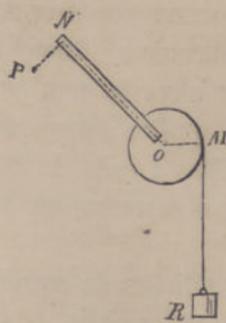
108. *Sarilho; equilibrio d'esta machina.*—O sarilho é formado por um cylindro collocado horisontalmente (fig. 55)



(Fig. 55)

exercita-se sobre dois pequenos cylindros, denominados *munhões* B, B que fazem corpo com o grande e estão apoiados sobre dois supports c, c .

em torno do qual se enrola uma corda, que sustenta o peso ou a resistencia R , e por uma alavanca, uma roda, manivela ou roda dentada a que se applica a potencia P . O movimento do cylindro



(Fig. 56)

Para determinar facilmente a relação entre a potencia e a resistencia applicadas ao sarilho, póde considerar-se a alavanca implantada no cylindro, tocando a ultima volta da corda que sustenta a resistencia. Assim na (fig. 56) o circulo OM designa uma secção feita no cylindro perpendicular ao eixo d'este, tocando a ultima volta da corda; ON representa a alavanca a que se applica a potencia P , e OM o raio

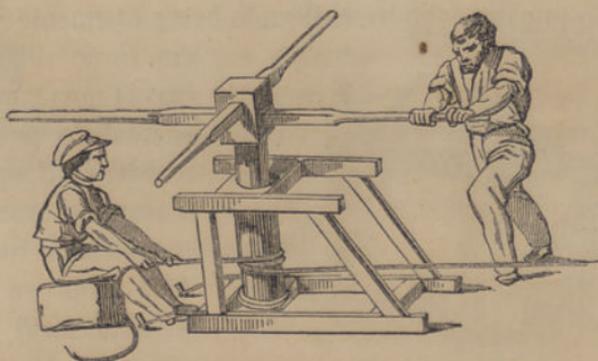
do cylindro. As forças P e R podem pois supportar-se applicadas aos extremos de uma alavanca curva NOM perpendicularmente ás direcções ON e OM , e portanto, no caso de equilibrio, tem-se

$$\frac{P}{R} = \frac{OM}{ON}$$

isto é: a potencia está para a resistencia, como o raio do cylindro para o comprimento da alavanca, contada desde o eixo do cylindro até ao ponto de applicação da potencia.

O sarilho póde pois considerar-se formado da alavanca e da corda.

109. *Cabrestante*.—O cabrestante é um sarilho cujo cylindro tem a posição vertical (fig. 57). Esta machina empre-



(Fig. 57)

ga-se de ordinario nos portos de mar para vencer grandes esforços na direcção horisontal ou proximamente horisontal.

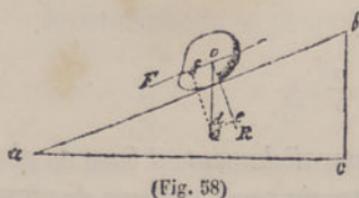
O extremo superior do cylindro tem a construcção propria para se lhe adaptarem quatro ou mais alavancas. Como a parte do cylindro, em que se deve enrolar a corda, tem pequena extensão, a corda ou cabo a que se applica a força de tracção dá primeiramente duas ou tres voltas á roda do cylindro, e vae sendo tirada por um operario á maneira que se enrola.

110. *Rodas dentadas; macaco*.—As condições de equilibrio das rodas dentadas ou engrenagens (48) quando estas machinas se consideram actuadas directamente pela potencia

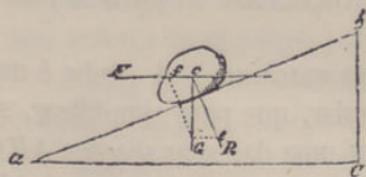
e resistencia, podem deduzir-se facilmente das condições de equilibrio no sarilho. Com effeito, nas engrenagens os raios das rodas podem ser considerados como alavancas applicadas a sarilhos, cujos cylindros são representados por cárretes dentados ou não, que se acham implantados nas partes centraes das rodas.

O macaco, machina destinada a levantar grandes pesos, é constituido por uma barra ou haste vertical armada de dentes, e por um carrete tambem dentado a que se applica uma alavanca. O carrete engrena seus dentes nos da barra, que sobe pela acção da potencia applicada a uma alavanca. Esta machina é composta como um sarilho em que o carrete representa o cylindro. Portanto a potencia está para a resistencia como o raio do carrete para a alavanca.

111. *Plano inclinado; equilibrio n'esta machina.*—O plano inclinado é uma rampa cuja intersecção com um plano vertical está representada pela linha ab (fig. 58 e 59). Entretanto,



(Fig. 58)



(Fig. 59)

para achar a relação entre a resistencia que qualquer corpo exerce sobre a rampa, e a potencia ou a força necessaria para a equilibrar imagina-se uma linha horisontal ac , tirada pelo ponto inferior da intersecção ab , e outra vertical bc baixada do ponto mais alto b . No triangulo abc que pôde representar o *plano inclinado* a linha $ab = c$ é o comprimento do plano, $ac = b$ a base e $bc = a$ a altura.

O equilibrio de um corpo sobre um plano inclinado (fig. 58 e 59) pôde obter-se applicando-lhe uma força na direcção do comprimento ou na da base do plano.

O peso do corpo suppõe-se concentrado n'um ponto o , e obrando na direcção vertical oG (adiante veremos a razão d'esta hypothese). A força com que elle cairia n'esta direcção, representando a sua intensidade por od , pôde decompor-se

em duas: uma F paralela (fig. 58) e outra R perpendicular ao comprimento do plano, cujas intensidades serão representadas pelas grandezas of e oe . Mas a força R é destruída pela resistencia do plano; logo para obter o equilibrio basta applicar-lhe uma potencia P igual e contraria a F . Ora, dos triangulos dof e abc , tira-se

$$\frac{of}{od} = \frac{bc}{ab} \text{ ou } \frac{F}{Q} = \frac{bc}{ab}$$

e por ser $F = P$, $bc = a$ e $ab = c$, tem-se finalmente:

$$\frac{P}{Q} = \frac{a}{c}$$

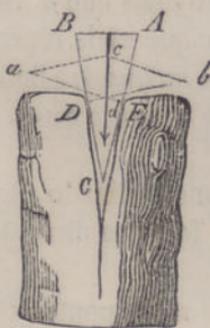
isto é: *quando a potencia obra parallelamente ao comprimento do plano, a potencia está para a resistencia como a altura do plano para o seu comprimento.*

A potencia pôde porém obrar parallelamente á base do plano. N'este caso, fazendo considerações identicas ás precedentes, obtem-se (fig. 59)

$$\frac{P}{Q} = \frac{a}{b}$$

isto é: *quando a potencia obra parallelamente á base do plano, a potencia está para a resistencia como a altura do plano para a sua base.*

112. *Cunha; equilibrio n'esta machina.*—A cunha é um



(Fig. 60)

prisma triangular, que para simplificar, se representa por uma das suas secções ABC (fig. 60). Pôde considerar-se formada de dois planos inclinados unidos pelas bases. A face menor AB denomina-se *cabeça da cunha*, e a aresta que determina as outras faces denomina-se *gume*.

Esta machina, em geral, emprega-se para separar um corpo em duas porções, introduzindo-a (fig. 60) pelo gume, e applicando-lhe uma força sobre a cabeça AB . O corpo resiste á acção d'esta potencia segundo direcções perpendiculares ás

faces AC e BC . Assim, para estabelecer as relações de equilíbrio, deve determinar-se qual é a grandeza da força que é necessario applicar sobre a cabeça da cunha para equilibrar as pressões que experimenta em D e E nos dois bordos da fenda. Estas pressões podem representar-se pelas linhas db e da ; portanto, construindo o parallelogrammo $adbc$, a linha dc representará a pressão resultante. Para que a força applicada sobre AB equilibre as pressões db e da é necessario que seja igual e directamente opposta a dc .

Se P , r e r' designarem respectivamente a potencia e as resistencias correspondentes ás faces BC e AC ter-se-ha

$$\frac{P}{r} = \frac{cd}{db} \quad \text{e} \quad \frac{P}{r'} = \frac{cd}{da} \quad \dots\dots\dots(1)$$

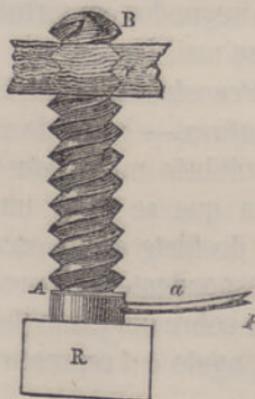
e dos triangulos similhantes cad ou cbd e ABC tira-se

$$\frac{cd}{da} = \frac{AB}{AC} \quad \text{e} \quad \frac{cd}{db} = \frac{AB}{AC} \quad \dots\dots\dots(2)$$

E combinando as proporções (1) e (2) ter-se-ha

$$\frac{P}{(r+r')} = \frac{AB}{AC+BC}$$

quer dizer: *a potencia está para a resistencia, como a cabeça da cunha para a somma de suas faces*. Assim, no caso em que a força se applique perpendicularmente sobre a cabeça, as resistencias serão iguaes, se as faces o forem. Alem d'isso quanto mais agudo for o angulo ACB , menor será a força necessaria para produzir o afastamento das partes D e E .



(Fig. 61)

413. *Parafuso; descripção do parafuso e de sua porca.*—O parafuso é constituido por um cylindro AB (fig. 61), revestido por um filete ou rosca mais ou menos saliente, que descreve sobre a sua superficie uma curva continua denominada *helice*. A distancia entre

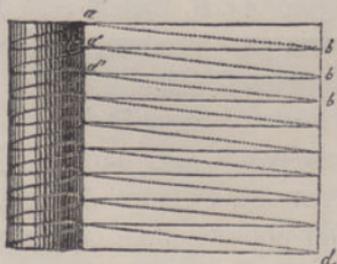
duas espiras consecutivas ou voltas da helice contada paral-

relamente ao eixo do cylindro é constante para o-mesmo parafuso e denomina-se *passo da helice do parafuso* (13) ou sómente *passo do parafuso*. Esta linha é igual á quantidade linear que o parafuso percorre no sentido do eixo por cada volta completa.

O filete tem a fôrma triangular ou rectangular, isto é, a secção que resulta, cortando-o por um plano que passa pelo eixo do cylindro, é um triangulo ou um rectangulo. A porca r é uma peça solida munida de uma abertura cylindrica com excavações helicoidaes apropriadas para receber o filete do parafuso; isto é, a abertura da porca é exactamente o molde do parafuso.

Quando um parafuso se move, penetrando no interior de uma porca fixa, os seus diferentes pontos descrevem helices, todas com o mesmo passo, traçadas em superficies cylindricas que têm o mesmo eixo, que o parafuso. Este movimento chama-se helicoidal, e pôde considerar-se como proveniente da coexistencia do movimento de rotação em torno do eixo do parafuso e do de translação segundo a mesma linha.

A porca é ordinariamente fixa e o parafuso movel no seu interior pela applicação da potencia P a uma alavanca a ; outras vezes o parafuso está fixo e é a porca que percorre o filete. A fricção que se desenvolve é maior quando o filete tem a fôrma triangular do que rectangular; mas o primeiro pôde soffrer maiores esforços do que o segundo, em virtude de estar ligado ao cylindro por uma base mais larga¹.



(Fig. 62)

114. *Desenvolvimento da helice do parafuso.* — Antes de estudar o equilibrio no parafuso, vejamos em que se torna uma das helices do filete ou da excavação correspondente da porca, desenrolada sobre um plano (fig. 62). O rectangulo ad representa

¹ Os filetes dos parafusos de madeira devem pois ter a fôrma triangular, em virtude da pouca solidez da madeira.

o desenvolvimento da superficie cylindrica em que se suppõe traçada a helice; as hypotenusas ab , $a'b'$, $a''b''$, etc., dos triangulos aba' , $a'b'a''$, etc., representam as espiras ou voltas completas da helice; as alturas iguaes aa' , $a'a''$, etc., a grandeza constante do passo do parafuso; e as bases $a'b$, $a''b'$, etc., os comprimentos rectificadros das circumferencias de qualquer das secções feitas nos pontos a' , a'' , etc. Cada um d'estes triangulos póde pois ser considerado como a secção feita n'um plano inclinado, cujo comprimento é igual ao desenvolvimento de uma espira, a altura ao passo do parafuso, e a base ao comprimento da circumferencia das secções feitas nos cylindros.

115. *Equilibrio no parafuso.*—Um parafuso na posição vertical (fig. 61), abandonado a si mesmo n'uma porca fixa, exerce sobre esta certo esforço; tendendo a descer pela excavação helicoides da porca como um corpo submettido ao seu proprio peso por um plano inclinado. A resistencia R e o peso p do parafuso, que obram segundo o eixo d'esta machina, podem considerar-se igualmente repartidos por todos os pontos de contacto do filete com a porca; e como a parte da resistencia total que actua sobre cada horizontal da superficie do filete tem uma resultante, applicada no meio d'essa linha, póde admittir-se que a resistencia total se acha igualmente distribuida sobre a helice media. Portanto a parte q' da resistencia, correspondente a cada espira, póde ser considerada como a resistencia que provém do peso de um corpo sobre um plano inclinado (114), cuja altura é igual ao passo do parafuso h , e cujo comprimento c , representando o desenvolvimento de uma espira da helice media, se póde considerar sensivelmente igual ao da circumferencia que passa pelo ponto medio da espira. A potencia p' necessaria para vencer a resistencia q' em cada espira será dada (111) pela proporção seguinte (se r' representar o raio da circumferencia que passa pelo ponto medio do relevo da espira):

$$\frac{p'}{q'} = \frac{h}{c}, \quad \text{ou} \quad \frac{p'}{q'} = \frac{h}{2\pi r'}$$

E o esforço total P' necessario para equilibrar a resistencia $R + p$, será determinado similhantemente pela proporção

$$\frac{P'}{R+p} = \frac{h}{2\pi r'} \cdot \dots\dots\dots(1)$$

O equilibrio, porém, dos diversos pontos do filete sobre as excavações da porca obtem-se pela acção de uma força P applicada a uma alavanca ma , cuja grandeza r , contada do ponto em que se applica a força até ao eixo do cylindro, é maior que o raio r' . Assim, suppondo que a alavanca passa pelo ponto em que se considera applicada a força P' , ter-se-ha (102)

$$\frac{P}{P'} = \frac{r}{R} \cdot \dots\dots\dots(2)$$

E multiplicando ordenadamente as expressões (1) e (2) obtem-se finalmente

$$\frac{P}{R+p} = \frac{h}{2\pi R};$$

isto é: *no equilibrio do parafuso, a potencia está para a resistencia, como o passo do parafuso para a circumferencia descripta pela potencia.*

116. *Comprovação do principio do n.º 98.*— Considere-se por exemplo uma alavanca (102) sobre a qual actuam duas forças, a potencia e a resistencia, dirigidas perpendicularmente aos respectivos braços da alavanca. Fazendo mover a alavanca em torno de seu ponto de apoio, é claro que os deslocamentos dos pontos de applicação da potencia e resistencia serão directamente proporcionaes aos respectivos braços da alavanca (43) e estarão por conseguinte na razão inversa d'aquellas forças; o que comprova o principio enunciado. Na roldana movel (fig. 52) a potencia P é metade da resistencia, mas para que esta suba certa quantidade é necessario que o ponto de applicação da potencia suba o duplo. No cadernal (fig. 54) a potencia é $\frac{1}{6}$ da resistencia; mas para que esta suba de um decimetro, por exemplo, é necessario que cada um dos 6 cordões intermedios se encurte de igual quantidade, e como a grandeza do cordão total é constante, é preciso portanto que o ponto de applicação da potencia caminhe seis decimetros. Assim, tambem no parafuso, enquanto um ponto de relevo dá uma volta completa, caminhando no sentido do eixo uma quantidade igual ao passo do parafuso, a potencia tem que descrever uma circumferencia tanto maior quanto maior é a alavanca a que está applicada.

LIVRO I

Ponderabilidade

CAPITULO I

Gravidade e centro de gravidade

117. *Attracção universal, suas leis.*—A causa ou força natural que incessantemente actua a materia, e em virtude da qual os corpos e as partes de que estes são formados se attrahem reciprocamente, denomina-se *attracção universal*.

Esta força, que obra sobre todos os corpos, a quaesquer distancias e através de todos os meios, constitue uma propriedade geral inherente á materia.

A attracção que os astros exercem uns sobre os outros recebe o nome de *gravitação*; a que a Terra exerce sobre os corpos terrestres e reciprocamente denomina-se *gravidade*; e a que se exercita entre as moléculas diz-se *attracção mollecular*.

As leis da attracção universal, descobertas por Newton, e demonstradas experimentalmente por Cavendish, enunciam-se do modo seguinte: 1.^a, *a intensidade da força attractiva está na rasão directa das massas e na inversa dos quadrados das distancias*; 2.^a, *uma esphera composta de camadas concentricas homogeneas attrahe como se toda a sua massa estivesse condensada em seu centro*.

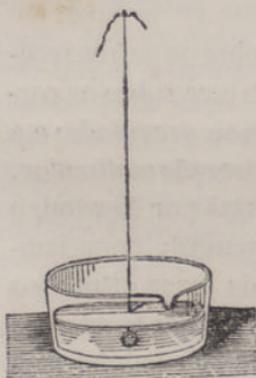
118. *Gravidade.*—O phenomeno da quêda dos corpos, quando se abandonam a si mesmos de qualquer altura, é devi-

do á attracção que o nosso planeta exerce sobre elles; mas a Terra, como a attracção é reciproca, deve ao mesmo tempo ser attrahida pelos corpos. Este ultimo effeito não é porém apreciavel, porque a massa da Terra é infinitamente grande em comparação com a dos corpos que d'ella se podem destacar.

119. *Direcção de gravidade.* — Apesar da não homogeneidade das camadas do nosso Globo e da fôrma d'este ser ellipsoidal e não espherica, comtudo, para as primeiras necessidades de Physica, pôde considerar-se a Terra como uma esphera composta de camadas concentricas homogeneas. N'esta hypothese, as forças gravitantes, que actuam sobre cada uma das infinitas moleculas que formam a Terra, e sobre os differentes corpos têm, em virtude da segunda lei de Newton, a direcção do raio terrestre. *O centro da Terra pôde pois considerar-se como sendo o foco da gravidade.*

A gravidade pôde pois definir-se dizendo, *que é a força que incessantemente attrahe os corpos para o centro da Terra.*

As forças gravitantes, que animam as moleculas de qualquer corpo, obram porém segundo direcções parallelas; porque, apesar de deverem convergir no centro da Terra, as distancias que as separam são infinitamente pequenas relativamente á grandeza do raio terrestre, que é, termo medio, igual a 6.367:000 metros.



(Fig. 63)

A direcção visível de gravidade em todas as localidades determina-se com um instrumento simples, chamado fio de prumo, composto de um fio que se suspende por um dos extremos e sustenta no outro um pequeno corpo.

A direcção do fio de prumo em equilibrio é evidentemente a *direcção visível da gravidade*, porque a tensão do fio é directamente opposta á resultante das acções gravitantes que animam o corpo. A direcção do fio de prumo é normal á superficie de um liquido em repouso (fig. 63), como se pôde verificar pela experiencia.

120. *Linha e plano vertical; linha e plano horisontal; zenith e nadir.*—Qualquer linha parallela ao fio do prumo em equilibrio denomina-se *linha vertical*; e qualquer plano, passando por esta linha, diz-se *plano vertical*. As linhas e os planos perpendiculares á vertical dizem-se *linhas e planos horisontaes*.

Imaginando uma linha vertical prolongada para um e outro lado, até tocar a superficie ideal da abobada celeste, têm-se dois pontos n'esta superficie: o ponto superior denomina-se *zenith* e o inferior *nadir*.

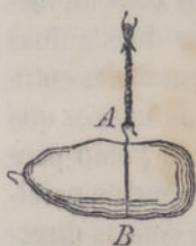
As verticaes levantadas em diferentes pontos mais ou menos distantes de uma dada localidade acham-se duas a duas no mesmo plano, mas não são rigorosamente parallelas entre si, o que se pôde verificar facilmente medindo os angulos que formam com os raios visuaes dirigidos de cada ponto para uma estrella. Estes raios visuaes sendo sensivelmente parallelos, acha-se que os angulos que elles formam com as direcções do fio de prumo, nos pontos considerados, não são iguaes, o que prova o não parallelismo das diversas verticaes. No entanto, attendendo á grandeza do raio terrestre, as verticaes de pontos proximos podem ser consideradas como parallelas.

121. *Peso; centro de gravidade.*—Os effeitos parciaes da gravidade sobre as moleculas de qualquer corpo têm um effeito resultante que se chama peso. O peso de qualquer corpo avalia-se pela pressão (53) que elle exerce sobre o obstaculo que o sustenta. E o centro das forças gravitantes iguaes e parallelas, que animam as moleculas do corpo, chama-se *centro de gravidade*. Em virtude das propriedades do centro de forças parallelas (76), um corpo fixo pelo centro de gravidade conserva-se em equilibrio em todas as posições.

O centro de gravidade de qualquer corpo solido é um ponto invariavel; porque, quaesquer que sejam as posições que o corpo tome, as forças gravitantes que animam suas moleculas conservam em todas as posições o seu mutuo parallelismo, e a sua resultante tem constantemente o mesmo ponto de applicação. Assim, a posição do centro de gravidade n'uma regua recta e homogenea é no meio d'esta; porque de um e do outro

lado do ponto medio existe o mesmo numero de moleculas, e por conseguinte o mesmo numero de forças parallelas e similhantemente situadas. Pela mesma rasão o centro de gravidade de um circulo, de uma esphera e de um ellipsoide de revolução é no centro de figura; o de um parallelogrammo e o de um parallelipedo na intersecção de suas diagonaes; o de um cylindro no meio do eixo, etc.

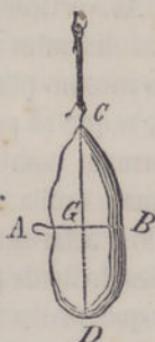
122. *Processo pratico para determinar o centro de gravidade dos corpos solidos.*—O centro de gravidade dos corpos solidos heterogeneos de fôrma irregular determina-se do



(Fig. 64)

modo seguinte: Suspende-se o corpo por meio de um fio preso a qualquer ponto *A* de sua superficie (fig. 64), e depois de estabelecido o equilibrio, marca-se o ponto *B*, aonde o prolongamento do fio atravessa o corpo; o centro de gravidade

deve achar-se no prolongamento *AB*. Pratica-se o mesmo, suspendendo o corpo por outro ponto *C* e marcando o ponto *D* aonde o prolongamento do fio vae terminar. Ora, como o centro de gravidade deve existir nos prolongamentos *AB*, *CD*, e estes se cortam no ponto *G*, segue-se que este ponto é o centro de gravidade.



(Fig. 64-A)

123. *Condições de equilibrio dos corpos solidos; diversas especies de equilibrio.*—Para equilibrar a resultante das acções da gravidade, que solicitam as diversas partes de um corpo solido, é necessario oppor-lhe uma força igual applicada ao centro de gravidade ou a outro qualquer ponto existente na direcção da vertical, que passa pelo centro de gravidade. Este resultado pôde obter-se por tres modos: 1.º, sustentando o corpo por meio de um fio; 2.º, por meio de um eixo horisontal; 3.º, por um plano resistente.

1.º Um corpo suspenso no extremo de um fio só pôde ficar em equilibrio quando o fio se achar na posição vertical, e o centro de gravidade existir n'esta direcção. É d'aqui que se deriva o processo indicado no numero anterior.

2.º Um corpo sustentado por um eixo horizontal, podendo mover-se em torno d'este, para ficar em equilibrio é necessario que a vertical que passa pelo centro de gravidade passe ao mesmo tempo pelo eixo. Esta condição pôde ser satisfeita por tres modos, e por isso dar logar a considerar tres especies de equilibrio: *equilibrio indifferente*, *equilibrio estavel* e *equilibrio instavel*. Com effeito, quando o centro de gravidade do corpo, coincidir com o eixo horizontal, ou estiver abaixo ou acima do eixo de suspensão, na direcção da vertical que passa pelo eixo, o corpo ficará em equilibrio, porque a resultante das acções da gravidade em qualquer d'estes casos é destruida pela fixidez do eixo.

O equilibrio diz-se indifferente, quando o centro de gravidade coincide com o eixo, porque movendo o corpo em torno d'este, e abandonando-o em qualquer posição, ficará n'ella em equilibrio.

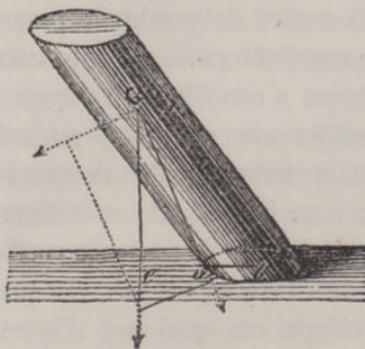
O equilibrio diz-se estavel, quando o centro de gravidade está abaixo do eixo de suspensão, porque o corpo desviado da posição de equilibrio oscilla por algum tempo em torno d'esta até que retoma no fim de algum tempo a primeira posição.

O equilibrio emfim diz-se instavel, quando o centro de gravidade está acima do eixo, porque o corpo, desviado da posição de equilibrio não a pôde retomar: o centro de gravidade descendo vem tomar uma posição inferior ao eixo, e o corpo depois de oscillar toma a posição de equilibrio estavel.

3.º Quando se colloca um corpo sobre um plano horizontal pôde acontecer que só tenha um ponto ou uma serie de pontos em contacto com o plano, tal é, por exemplo, o caso de uma esphera ou de um cylindro e o de um cone, collocados sobre um plano horizontal pelas superficies convexas. Quando porém o corpo toca o plano por muitos pontos não em linha recta, como, por exemplo, um cylindro assente no plano por uma das bases, é necessario para que haja equilibrio, que a vertical baixada do centro de gravidade cáia dentro do polygono formado pelas linhas que unem os pontos de contacto do corpo com o plano.

Assim, o cylindro (fig. 65), cuja vertical Gc baixada do

centro de gravidade G cãe fóra da base de sustentação, não pôde manter-se assim em equilibrio, porque a resultante das



(Fig. 65)

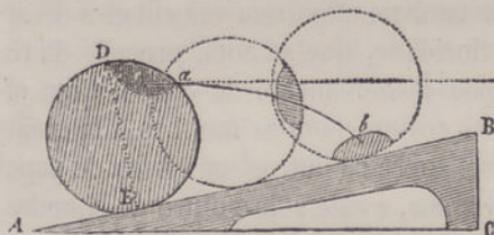
acções da gravidade tende a fazel-o mover em torno do ponto a . Com effeito, poder-se-ha decompor o peso em duas forças, uma segundo Ga , que passa pelo ponto da base mais proxima do pé da vertical Gc , e outra n'uma direcção perpendicular á primeira. A ultima d'estas forças deve necessariamente tender a fazer mover o corpo em torno do ponto a , e a outra pôde ainda tender a fazer escorregar o cylindro segundo ab . O cylindro, porém, suppondo-o formado de materias heterogeneas, dispostas de modo que a vertical baixada do centro de gravidade cáia dentro da base de sustentação manter-se-ha em equilibrio. Tal foi, porventura, o meio empregado na construcção da torre inclinada de Pisa.

Um corpo apoiado sobre um plano, segundo a sua fórmula e disposição do centro de gravidade, pôde tambem apresentar as tres especies de equilibrio, que considerámos no caso precedente: 1.º, o corpo terá equilibrio indifferente quando o seu centro de gravidade não poder descer nem subir nas diferentes posições que pôde tomar sobre o plano: estão n'este caso uma esphera, um cone e um cylindro homogeneos, collocados no plano pelas superficies convexas; 2.º, o corpo estará em *equilibrio estavel* quando o seu centro de gravidade se achar mais baixo do que o estaria em qualquer outra posição, como, por exemplo, um cone assente pela base sobre o plano; 3.º, finalmente, o corpo estará em *equilibrio instavel*, quando o seu centro de gravidade se achar mais alto do que em qualquer outra posição, como, por exemplo, um cone apoiado pelo apice sobre o plano.

Estes principios têm sua applicação na architectura, na construcção e carga dos transportes, e no equilibrio do corpo humano. Na architectura, para distribuir com ordem os ma-

teriaes empregados na construcção de quaesquer edificios, etc., etc.; na construcção e carga dos transportes, para lhes assegurar a estabilidade sobre o solo; e no equilibrio do corpo humano, para explicar as diversas attitudes na conducção de fardos, etc.

124. *Subida de um cylindro heterogeneo por um plano inclinado.*—Um cylindro heterogeneo formado de madeira e chumbo, por exemplo, no qual o centro de gravidade não existe sobre o eixo, póde ter duas posições de equilibrio collocado pela superficie convexa sobre um plano horisontal ou inclinado: uma de equilibrio estavel, quando o centro de gravidade se achar inferiormente ao eixo do cylindro, e outra de equilibrio instavel, quando o centro de gravidade estiver superiormente ao eixo.



(Fig. 66)

O cylindro *DE* (fig. 66) em equilibrio instavel sobre o plano inclinado *ABC* sendo desviado d'esta posição para a parte superior do plano, cáe subindo ao longo d'este até que o centro de gravidade descendo segundo a linha *ab* tome uma posição inferior ao eixo do cylindro no plano vertical, que passa pela linha de contacto do cylindro com o plano.

parte superior do plano, cáe subindo ao longo d'este até que o centro de gravidade descendo segundo a linha *ab* tome uma posição inferior ao eixo do cylindro no plano vertical, que passa pela linha de contacto do cylindro com o plano.

CAPITULO II

Leis da quéda dos corpos

125. 1.^a Lei. *A velocidade da quéda de um corpo não depende da quantidade, nem da natureza da materia que o constitue.*

As moleculas de qualquer corpo solido, suppondo-as livres e independentes entre si, cairiam todas com a mesma velocidade, por serem massas iguaes sujeitas a forças identicas, e mover-se-iam conjunctamente sem se distanciarem umas das outras.

Considerando-as, porém, intimamente unidas, o movimento não será por isso alterado, sendo a velocidade do corpo igual ao de uma unica molecula, e portanto independente da quantidade de materia.

Alem d'isto, a velocidade do movimento da quèda é constante para todos os corpos no mesmo lugar da Terra. Este principio parece estar em opposição com os factos que se passam á nossa vista, poisque se nota grande desigualdade na velocidade da quèda dos differentes corpos: o papel, por exemplo, cæe mui lentamente, ao passo que o chumbo adquire grande velocidade. Esta desigualdade não é, porém, devida á differença das qualidades da materia; porque dois corpos da mesma materia, um reduzido a lamina e o outro sob a fórma espherica, caindo no ar tambem adquirem velocidades diversas. A differença de velocidade, que se nota, procede da resistencia que o ar oppõe ao movimento da quèda. Com effeito, ajustando diversos corpos, com as mesmas dimensões superficiaes, uns sobre os outros, um disco de papel sobre outro de folha, e este sobre outro de chumbo, e deixando-os cair de qualquer altura, chegam ao solo ao mesmo tempo, porque o systema de corpos vence igualmente a resistencia do ar.

No vacuo todos os corpos caem do mesmo modo. Introduzindo diversos corpos, barbas de penna, fragmentos de papel, de chumbo, ferro, etc. n'um longo tubo de vidro (fig. 67), a que se extrahе o ar por meio da machina pneumatica, quando se inverte o tubo vêem-se cair todos os corpos ao mesmo tempo.



(Fig. 67)



(Fig. 68)

A resistencia que o ar oppõe não é menos sensivel na quèda dos liquidos, porque estes se dividem então n'uma infinidade de partes, que adquirem velocidades diversas. Tomando, porém, um tubo de vidro (fig. 68), introduzindo-lhe uma pequena porção de agua, e fe-

chando-o hermeticamente, depois de lhe ter expulsado o ar que continha, nota-se, invertendo-o rapidamente, que toda a massa liquida cæe ao mesmo tempo, produzindo um choque semelhante ao do martello sobre a bigorna. É d'aqui que deriva o nome de *martello de agua* dado a este instrumento.

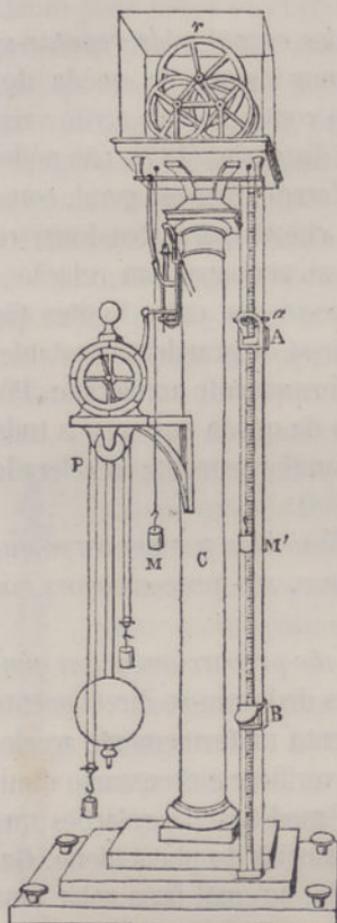
126. *O movimento da quèda dos corpos pôde reputar-se uniformemente acelerado.*—O movimento da quèda dos corpos, sendo devido a uma força continua, cuja acção varia na rasão inversa do quadrado das distancias (117), não pôde, em rigor, ser uniformemente acelerado, mas em geral, como as alturas a que o homem pôde chegar para abandonar os corpos á acção gravitante são mui pequenas em relação á grandeza do raio terrestre, segue-se que entre limites tão estreitos aquella força pôde suppor-se de grandeza constante, e portanto o movimento (60) uniformemente acelerado. Póde pois applicar-se ao movimento da quèda dos corpos tudo o que se disse do movimento uniformemente acelerado (38 e 39).

127. 2.^a *Lei. As velocidades adquiridas por um corpo que cæe livremente, partindo do repouso, são proporcionaes aos tempos gastos.*

3.^a *Lei. Os espaços percorridos são proporcionaes aos quadrados dos tempos.* Estas duas leis deduzem-se directamente das formulas (b) e (d) do movimento uniformemente acelerado (38 e 39). Para se poderem verificar é necessario diminuir a velocidade da quèda, sem modificar as relações que existem entre as diversas circumstancias do phenomeno. Galileo empregou um plano inclinado, no qual fazia rolar uma esphera, e determinou a relação constante que existe entre o peso d'esta applicado ao seu centro de gravidade e a componente d'este peso parallelamente ao comprimento do plano, a qual produz effectivamente o movimento segundo o plano inclinado, e assim diminuia n'uma determinada relação a velocidade da quèda, sem alterar as outras circumstancias do movimento. Este methodo não é rigoroso por causa da fricção desenvolvida pela esphera sobre o plano, por cujo motivo se em-

pregam hoje para esse fim instrumentos um pouco mais precisos, taes como a machina de Atwood e o aparelho de Morin.

128. *Machina de Atwood.*—Esta machina (fig. 69) é composta de uma roldana r , cujo eixo pôde mover-se sem fricção



(Fig. 69)

apreciavel sobre os angulos curvilineos formados por quatro rodas fixas, duas de cada lado, na parte superior de uma columna de madeira C da altura de dois metros. Pela gola da roldana passa um fio de seda mui fino, cujo peso se pôde desprezar sem erro. O fio sustenta nos extremos dois pesos iguaes M e M' , que por conseguinte ficam em equilibrio em qualquer altura.

Tomando pois um pequeno peso a , de fôrma annular, e collocando-o sobre M' , o equilibrio do systema deixa de existir; o peso annular põe em movimento os pesos M' e M , fazendo descer o primeiro e subir o segundo. A velocidade d'este movimento é menor do que a que o peso annular teria em sua quêda livre, porque elle reparte com M e M' a velocidade que a gravidade lhe imprime. Assim, se o peso annular

for 1 gramma, a somma dos pesos M e M' , 99 grammas, e por conseguinte o peso total do systema igual a 100 grammas, a velocidade acceleratriz, devida á gravidade sobre 1 gramma, repartindo-se por 100 grammas, será $\frac{1}{100}$ ou 100 vezes menor do que a que o peso annular teria em sua quêda livre.

Por meio da machina de Atwood pôde, pois, diminuir-se

quanto se queira a velocidade do movimento da quéda dos corpos, sem alterar as leis d'este movimento.

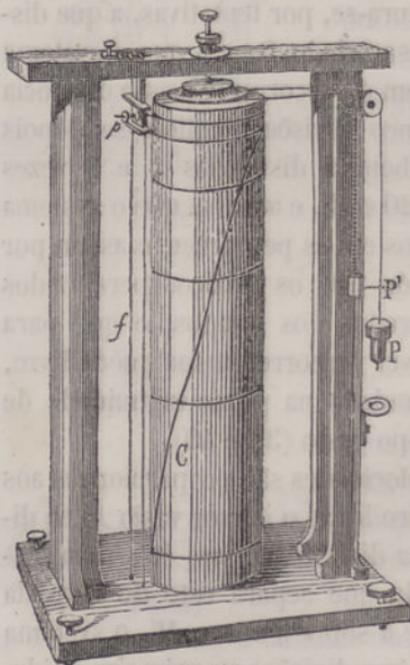
Fazem parte da machina uma pendula de segundos P , destinada a marcar o tempo gasto nas experiencias e a pôr o systema de pesos em movimento; e uma regua vertical dividida em centimetros e munida de dois cursores B e A . O primeiro d'estes serve para reter o peso M' em qualquer altura, e o segundo para reter o peso a sem impedir o movimento de M' .

129. *Verificação da 2.^a e 3.^a leis da quéda dos corpos, por meio da machina de Atwood.*—1.^o Para verificar que os espaços são proporcionaes aos quadrados dos tempos, colloca-se a massa M' e o peso annular a , no zero da escala sobre a extremidade de uma alavanca que communica pelo outro extremo com a pendula, e procura-se, por tentativas, a que distancia se deve collocar o cursor cheio B para que o systema de pesos gaste um segundo em o percorrer. Se essa distancia é, por exemplo, igual a cinco divisões, colloca-se depois successivamente o cursor cheio a distancias 4 e 9 vezes maiores, isto é, nas divisões 20 e 45, e acha-se que o systema de pesos gasta 2 e 3 segundos em as percorrer, e assim por diante. Fica pois demonstrado que os espaços percorridos são proporcionaes aos quadrados dos tempos, e que para avaliar o espaço que um movel percorre na sua quéda livre, basta multiplicar o espaço andado na primeira unidade de tempo pelo quadrado do tempo gasto (38 e 40).

2.^o Para verificar que as velocidades são proporcionaes aos tempos, colloca-se em primeiro logar o cursor vasio A , na divisão 5 e o cursor cheio B na divisão 15, isto é, a uma distancia do primeiro, dupla da que separa este do zero da escala. Pondo o peso annular a sobre a massa M' , o systema de pesos percorre as 5 primeiras divisões na primeira unidade de tempo e o peso annular fica retido no cursor A no fim d'esse tempo. O movimento da massa M' continua em virtude da velocidade adquirida e torna-se uniforme, chegando a massa M' á divisão 15 depois de uma unidade de tempo. O espaço percorrido em um segundo, mede a velocidade do

systema (37) no momento em que foi retido o peso annular. Collocando depois o cursor *A* na divisão 20, e *B* na 40; *A* na divisão 45 e *B* na 75, e repetindo a experiencia o peso *a* fica retido em *A* no fim de 1, 2, 3 segundos, e o peso *M'* chega ao cursor *B* no fim do segundo seguinte. As velocidades adquiridas, são pois proporçionaes aos tempos, e o espaço percorrido n'um tempo qualquer, em virtude da velocidade adquirida, é duplo do espaço percorrido durante um tempo igual para adquirir essa velocidade (38 e 39).

130. *Apparelho de Morin.* — A 2.^a lei da quèda dos corpos pôde ainda ser verificada por meio de um apparelho cuja idéa se deve a Poncelet, e que foi executado sob a direcção de Morin. Este apparelho na sua maior simplicidade consta de um cylindro *C*, (fig. 70), que gira sobre seu eixo por meio de



(Fig. 70)

uma corda que abraça uma roldana fixa na parte superior do cylindro. Esta corda sustenta nos extremos dois pesos desiguaes *P*, *P'*, cuja differença é sufficiente para vencer a resistencia do eixo do cylindro. Para pôr o cylindro em movimento emprega-se uma massa addicional, que se junta ao peso maior, e a qual é retida em certa altura, continuando-se o movimento do cylindro em virtude da impulsão recebida.

Quando o movimento do cylindro é uniforme, abandona-se o corpo *p* munido de um pincel e que escorrega encostado a dois arames *f*, traçando sobre o cylindro uma linha continua. Examinando a linha traçada acha-se que as distancias de seus differentes pontos á circumferencia que passa pelo ponto de partida do pincel, estão entre si, como os quadrados das distancias dos mesmos



pontos á geratriz do cylindro, que passa por aquelle. Ora as primeiras distancias representam os espaços percorridos e as ultimas os tempos gastos em as percorrer; portanto os espaços são proporçionaes aos quadrados dos tempos.

131. *Consequencias das leis da queda dos corpos.*—No movimento uniformemente acelerado dos corpos que caem livremente, o espaço percorrido e a velocidade adquirida durante certo tempo, podem ser representados pelas formulas (d), (b) e (f), do movimento uniformemente variado (38, 39, 40). Assim, se g designar a intensidade da gravidade, isto é, a acceleração que aquella força imprime a um corpo que partindo do repouso cáia livremente no vacuo, e se e representar o espaço percorrido e v a velocidade adquirida durante o tempo t , ter-se-hão:

$$e = \frac{1}{2} g t^2 \dots (i); \quad v = g t \dots (k); \quad v = \sqrt{2 g e} \dots (l)$$

e se o corpo estiver já animado da velocidade inicial a as formulas serão

$$e = a t \pm \frac{1}{2} g t^2 \dots (m); \quad v = a \pm g t \dots (n); \quad v = \sqrt{a^2 \pm 2 g e} \dots (o)$$

correspondendo os signaes $+$ e $-$ ao movimento dos corpos lançados verticalmente, com velocidade inicial, de cima para baixo ou de baixo para cima.

No caso do corpo lançado verticalmente de baixo para cima é facil determinar o tempo durante o qual o corpo sobe, assim como o espaço que percorre ou a altura a que chega. Com effeito, a velocidade v , á medida que o corpo sobe, vae successivamente diminuindo, até que enfim se torna nulla, quando o corpo chega ao ponto mais alto. Ter-se-ha pois para esse ponto: $a - g t = 0$, e $\sqrt{a^2 - 2 g e} = 0$; d'onde se tira $t = \frac{a}{g}$ e $e = \frac{a^2}{2g}$. A partir d'esse momento o corpo cae, obedecendo sómente á acção da gravidade, e as circumstancias do seu movimento serão dadas pelas formulas (i), (k) e (l). O tempo que gastará para chegar ao ponto de partida, isto é, para percorrer o espaço $\frac{a^2}{2g}$ é dado pela formula (i), e reconhe-

se que é igual ao tempo gasto na ascensão. E a velocidade que anima o corpo quando este chega a esse ponto, é dada pela formula (k) fazendo n'ella $t = \frac{a}{g}$. Acha-se assim que $v = a$, isto é, que a velocidade que o corpo adquire caindo é igual á velocidade de impulsão. Estas conclusões fornecem portanto os dados para resolver os problemas em que se pretenda conhecer o espaço que um corpo percorre subindo, o tempo que elle gasta na ascensão; e mesmo, sendo conhecida a velocidade inicial a , e medindo o tempo de ascensão e da quêda, pôde ter-se um valor approximado de g .

132. *Movimento parabolico devido á gravidade.*—Quando se projecta um corpo n'uma direcção obliqua á vertical, o corpo achando-se submettido á força de impulsão e á da gravidade, que obra n'uma direcção constante (60), descreve por consequente, uma curva denominada parabola com a concavidade voltada para a Terra: o movimento do corpo é pois parabolico. Taes são, por exemplo, os movimentos da agua que se projecta das bombas dos incendios, e os dos projectis das differentes armas de fogo.

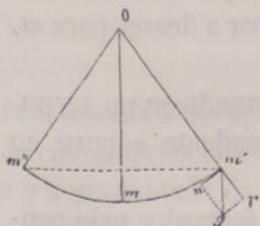
CAPITULO III

Intensidade da gravidade

133. *Meios de avaliar a intensidade de gravidade.*—Sendo a velocidade da quêda dos corpos independente da quantidade e da natureza da materia que os constitue, a intensidade da gravidade será representada pela velocidade adquirida n'um segundo por um corpo caindo livremente no vacuo ou pelo dobro do espaço percorrido na 1.^a unidade de tempo. A machina de Atwood serve, até certo ponto, para obter o valor d'essa intensidade; não exactamente por causa das resistencias passivas e da difficuldade da observação, as quaes são inherentes á machina, e a de Morin tambem pôde servir para o mesmo fim, mas o instrumento que fornece o melhor meio de avaliar a intensidade da gravidade é o *pendulo*.

134. *Definição do pendulo.* — Chama-se *pendulo*, em geral, ao instrumento, que consta de um corpo solido, movel em torno de um eixo horisontal, que não passa pelo seu centro de gravidade. Os movimentos que o corpo faz a um e outro lado, quando é desviado da posição de equilibrio, chamam-se *oscillações*. Para estudar theoreticamente as propriedades e o movimento do pendulo physico, considera-se em primeiro logar o movimento oscillatorio de um instrumento ficticio, que se chama pendulo simples ou ideal.

135. *Pendulo simples.* — O pendulo simples, (fig. 71) é um instrumento que se suppõe formado por um fio om , inextensivel e sem peso, preso por um dos extremos a um ponto fixo o e sustentando no outro uma molecula ponderavel m .



(Fig. 71)

Este instrumento afastando-o da vertical, que passa pelo eixo de suspensão e abandonando-o á acção da gravidade,

entra em movimento oscillatorio a um e outro lado da posição de equilibrio om .

Se om' representar a posição, a que o fio foi levado e $m'g$ designar a direcção e a intensidade de gravidade sobre a molecula m' , é claro que a força gravitante não pôde fazer caminhar a molecula na sua propria direcção, porque a molecula estando presa ao extremo de um fio fixo a um ponto e a uma distancia constante d'este ponto, sómente pôde mover-se segundo o arco de circulo $m'mm''$. Aquella força pôde, pois, decompor-se em duas: uma $m'r$ na direcção do prolongamento do fio que é destruida pela tensão d'este, e outra $m'n$, na direcção da tangente á curva, e que tende por conseguinte a levar a molecula á posição de equilibrio. Esta componente $m'n$ é igual a $m'g \times \text{sen. } m'om'$. Vê-se, pois, que a componente tangencial, que produz o movimento circular da molecula, não tem o mesmo valor em todos os pontos do arco $m'm$ (como se pôde verificar tambem fazendo iguaes construcções em todos os pontos do mesmo arco), poisque vae decrescendo successivamente com o angulo $m'om'$, até á

posição m em que é nulla, por ser aqui a gravidade directamente opposta á tensão do fio.

A molecula, comtudo continua a mover-se, subindo de m para m'' , em virtude da velocidade adquirida. Esta porém vae successivamente sendo destruida pelos impulsos reiterados das componentes tangenciaes da gravidade, que obram agora de m'' para m , até que, depois da molecula ter percorrido o arco mm'' igual a $m'm$ fica completamente aniquilada. A molecula, obedecendo então á acção das componentes da gravidade, como em m' , depois de um momento de repouso imperceptivel desce de m'' para m , sobe depois até a m' , em virtude da velocidade adquirida, para tornar a descer para m , e assim por diante.

As oscillações do pendulo simples, movendo-se no vacuo, devem ser eternas, porque o arco descendente é igual ao ascendente.

Qualquer dos angulos mom' , mom'' , formados pelo pendulo na posição de equilibrio com a que elle tem nos pontos mais altos da curva, denomina-se *angulo de desvio* ou sómente *desvio*.

O movimento do pendulo diz-se *oscillatorio*. O movimento da molecula de m' até m'' , ou de m'' até m' constitue uma *oscillação*, composta de uma *semi-oscillação* descendente e de outra ascendente.

O arco $m''m'$, expresso em graus, minutos e segundos, denomina-se *amplitude da oscillação* ou *do pendulo*; e o tempo que este gasta para a percorrer constitue a *duração da oscillação*, a qual é sempre constante para a mesma amplitude.

136. *Isochronismo do pendulo*. — No movimento oscillatorio do pendulo simples quando a amplitude não excede 4° a 5° a duração é sensivelmente constante, qualquer que seja a amplitude. Com effeito, quando os angulos são mui pequenos pôde-se tomar o arco pelo seno, e a componente tangencial que produz o movimento do pendulo será igual a $m'g \times a$, se a representar o angulo $m'o m$. Consideremos, por exemplo, duas amplitudes dupla uma da outra, e supponhamos que se dividem ambas no mesmo numero de partes ou ele-

mentos infinitamente pequenos e taes que se possam considerar como percorridos com movimento uniforme. Estes elementos serão n'um caso duplos dos outros, mas tambem as componentes que produzem o movimento serão tambem duplas umas das outras, nos pontos correspondentes, e portanto os tempos empregados em percorrer esses elementos serão iguaes, assim como tambem o serão as durações das duas amplitudes.

137. *Formula do pendulo simples; leis do pendulo.*—A formula do pendulo simples, deduzida analyticamente, é

$$t = \pi \sqrt{\frac{c}{g}};$$

t representa a duração de uma oscillação, π designa a relação da circumferencia ao diametro, c o comprimento do pendulo, e g a intensidade da gravidade.

São tres as leis do pendulo simples:

1.^a *As durações das oscillações de dois pendulos de comprimentos diversos, no mesmo logar da Terra, são proporcionaes ás raizes quadradas dos seus comprimentos; isto é, as expressões $t = \pi \sqrt{\frac{c}{g}}$, $t' = \pi \sqrt{\frac{c'}{g}}$ dão*

$$\frac{t}{t'} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c'}}.$$

2.^a *As durações das oscillações do mesmo pendulo em diferentes logares da Terra são reciprocamente proporcionaes ás raizes quadradas da intensidade da gravidade, n'esses logares; porque, como veremos, a intensidade da gravidade é variavel nos diferentes logares da Terra.*

De feito, das expressões $t = \pi \sqrt{\frac{c}{g}}$, $t' = \pi \sqrt{\frac{c}{g'}}$ tira-se

$$\frac{t}{t'} = \frac{\sqrt{g'}}{\sqrt{g}}.$$

3.^a *Os quadrados dos numeros das oscillações feitas em tempos iguaes pelo mesmo pendulo, em diferentes logares da*

Terra, são proporcionaes ás intensidades da gravidade n'esses logares. Com effeito, das expressões

$$T = n \pi \sqrt{\frac{c}{g}}, \quad T = n' \pi \sqrt{\frac{c}{g'}}$$

deduz-se

$$\frac{n^2}{n'^2} = \frac{g}{g'}$$

138. *Pendulo composto.*—O fio de prumo, preso pelo extremo livre a um ponto fixo, pôde denominar-se pendulo physico ou composto. O pequeno peso que o fio sustenta para este fim deve ter a fôrma espherica.

O pendulo composto, que se emprega nos usos ordinarios, é formado de um corpo lenticular fixo n'um dos extremos de uma haste metallica, que pôde mover-se em torno de um eixo horisontal. A lentilha é formada por dois segmentos esphericos de metal, com os bordos dispostos no sentido do movimento, para vencer com facilidade a resistencia do ar; e o eixo de movimento é constituído pela aresta de um prisma de aço, que assenta sobre a superficie polida de uma lamina de agatha, para diminuir o attrito.

O pendulo physico, desviado da posição de equilibrio, oscilla como o simples, com a differença de que as suas amplitudes diminuem de um modo successivo, até se tornarem nullas no fim de um lapso de tempo, maior ou menor. Este resultado provém do attrito, desenvolvido no eixo de movimento, e da resistencia do ar.

139. *Eixo de oscillação; comprimento do pendulo composto.*—Em qualquer *pendulo composto* ha sempre uma serie de pontos, cujo movimento não é acelerado nem retardado pela ligação com outros pontos materiaes que formam a lentilha, os quaes por conseguinte, oscillam, como se fossem livres. Com effeito, os pontos materiaes que estão mais proximos do eixo de suspensão, tendem a oscillar mais rapidamente do que aquelles que estão mais distantes; mas como todos os pontos materiaes que formam a lentilha, estão entre si unidos pelas forças aggregativas da materia, segue-se que o movimento da lentilha, será comprehendido entre o dos pontos mais proximos do eixo de suspensão e o dos mais distantes,

e que, portanto, entre estes limites deve haver *uma serie de pontos* que oscillem como se fossem perfeitamente livres. Esta serie de pontos constitue uma recta parallela ao eixo de suspensão, a qual se denomina *eixo de oscillação*. O ponto em que este encontra o plano vertical que passa pelo centro da gravidade do pendulo chama-se *centro de oscillação*, e a distancia entre o eixo de oscillação e o de suspensão chama-se *comprimento de oscillação do pendulo*, ou simplesmente *comprimento do pendulo*.

A duração da oscillação do pendulo composto de comprimento conhecido é igual á do pendulo simples do mesmo comprimento. A formula do pendulo simples e as leis que d'ella resultam são, pois, applicaveis ao pendulo composto de comprimento conhecido.

140. *Determinação do comprimento do pendulo e da duração de oscillação*.—Quando se faz oscillar um pendulo composto em torno de seu eixo de oscillação, a duração da oscillação não varia; isto é, os eixos de suspensão e de oscillação são reciprocos. Esta propriedade fornece, por conseguinte, o meio pratico de determinar o comprimento do pendulo. Para isto basta procurar por tentativas a posição de uma linha parallela ao eixo de suspensão e tal que o pendulo, oscillando em torno d'ella, a duração de oscillação seja a mesma que era quando o pendulo oscillava em torno do eixo de suspensão. A distancia entre essa linha assim determinada e este ultimo eixo, será o comprimento do pendulo.

Quando o pendulo composto é formado por uma esphera muito pesada suspensa por um fio de que se póde desprezar o peso, o centro de oscillação confunde-se sensivelmente com o centro de gravidade da esphera.

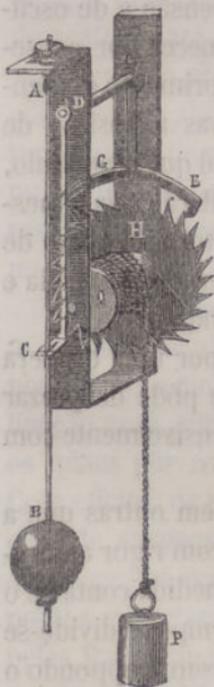
Tanto nas experiencias anteriores, como em outras que a diante serão descriptas, é necessario medir com rigor a duração de uma oscillação. Para conseguir esta medida conta-se o numero de oscillações feitas durante certo tempo, e divide-se depois este por aquelle numero. Ter-se-ha assim, suppondo o isochronismo do pendulo, um valor approximado da duração de uma oscillação.

141. *A duração de cada oscillação é independente do peso e da substancia que forma a lentilha.*—Esta propriedade, que pôde verificar-se fazendo oscillar ao mesmo tempo pendulos de comprimentos iguaes, com pesos ou lentilhas de marfim, de ferro, de chumbo, etc., é uma prova de que a gravidade actua com a mesma energia qualquer especie e quantidade de materia (125). A experiencia da quêda dos corpos no vacuo, apenas dá um resultado approximado do que se pretende provar; e isto porque o vacuo (como adiante se verá) nunca se pôde obter perfeito, e os effeitos de gravidade sómente se podem observar em curtos intervallos de tempo, ao passo que por meio do pendulo se podem observar durante horas.

142. *Pendula.*—Como a duração das oscillações do pendulo composto de comprimento conhecido, é invariavel, quando as amplitudes não excedem 4 a 5° , é claro que o pendulo pôde servir para medir o tempo. Os instrumentos destinados a

regular o movimento dos ponteiros nos relogios, por meio do movimento do pendulo, chamam-se *pendulas*.

Na sua maior simplicidade, uma pendula consta de um cylindro (fig. 72) que pôde girar em torno de seu eixo, pela acção de um peso P , chamado motor, que está suspenso ao extremo de uma corda enrolada sobre o cylindro Q . O pendulo suspenso em A por uma lamina flexivel AB , arrasta no seu movimento oscillatorio uma haste DC , á qual está fixo um arco metallico GE denominado *escapo*. Este termina por duas pontas recurvadas ou palhetas G e E , que engrenam alternadamente nos dentes obliquos de uma roda H a que os relojoeiros dão o nome de *roda de encontro*. Os dentes d'esta são talhados em fôrma de arco de circulo, e as palhetas do escapo talhadas com a mesma fôrma



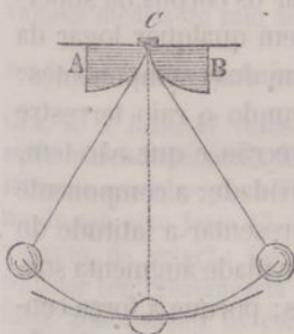
(Fig. 72)

de circulo, e as palhetas do escapo talhadas com a mesma fôrma

e em sentido contrario, para escorregarem pelos dentes, antes d'estes se escaparem no sentido do movimento.

Collocando o motor em acção, o pendulo desvia-se da posição de equilibrio: a palheta *E* do escapo levanta-se, abandonando a roda dentada que gira, e ao mesmo tempo a palheta opposta escorrega pelo dente que lhe estava mais proximo fazendo parar a roda. O cylindro descreve pois um pequeno angulo; mas a acção do motor deixa de funcionar em quanto o pendulo vae á posição de equilibrio, sobe do lado opposto e volta á posição que tinha quando o primeiro dente se escapou. Chegando, porém, a esta posição escapa-se ou passa ao dente immediato, e assim por diante. Vê-se, pois, que por cada duas oscillações do pendulo, sómente se escapa um dente da roda, e que por conseguinte esta deve ter trinta dentes para fazer uma volta inteira n'um minuto quando o pendulo marca segundos.

143. *Pendulo cycloidal.*—O isochronismo das oscillações do pendulo, independentemente da grandeza das amplitudes, verifica-se quando a lentilha descreve um cycloide¹, curva



(Fig. 73)

descoberta por Galileu e na qual Huyghens reconheceu esta singular propriedade. No pendulo cycloidal (fig. 73) a haste fixa no ponto *C* encosta-se pela sua extrema flexibilidade ás duas peças *A* e *B* talhadas em cycloide e a lentilha descreve um arco de cycloide. Não se usa, porém, do pendulo cycloidal por ser de difficil construcção, e porque o pendulo circular satisfaz completamente,

uma vez que as amplitudes não excedam os limites do isochronismo.

144. *Determinação da intensidade g da gravidade por meio*

¹ Cycloide é a curva plana gerada pelo movimento de um ponto de uma circumferencia, que rola sem escorregar sobre uma linha recta, conservando-se sempre no mesmo plano.

do *pendulo*.— Para avaliar a intensidade da gravidade faz-se oscillar um pendulo physico de comprimento conhecido, durante certo tempo, e determina-se com todo o rigor a duração de uma oscillação (140). A formula do pendulo (137) dá immediatamente para valor de g ,

$$g = \frac{\pi^2 c}{t^2}.$$

Em Lisboa o valor de g determinado rigorosamente no Observatorio de Marinha é $g=9^m,80041$.

145. *Variação da intensidade da gravidade com a latitude*.— A intensidade da gravidade varia nos diversos pontos da superficie do globo. As causas d'esta variação são: a *força centrifuga desenvolvida pelo movimento de rotação*, e a *não esphericidade da Terra*.

Com effeito, a Terra girando sobre si mesma em cada 24 horas, em torno da linha dos polos, e cada ponto descrevendo um circulo cujo raio é igual á sua distancia ao eixo de rotação, é claro que a força centrifuga desenvolvida pelo movimento de rotação deve tender a afastar os corpos da superficie da Terra. Ora, a força centrifuga em qualquer logar da Terra póde considerar-se decomposta em duas componentes: uma na direcção da gravidade ou segundo o raio terrestre (149); e outra perpendicular a esta direcção e que não tem, por isto, influencia sobre a acção da gravidade: a componente vertical tem por valor $f. \cos. \lambda$, se λ representar a latitude do logar. Assim, pois, a intensidade da gravidade augmenta successivamente do equador para os polos; porque a força centrifuga é maxima no equador e decresce desde este circulo até aos polos, onde é nulla; e porque no equador é directamente opposta á gravidade, ao passo que caminhando para os polos a sua direcção é cada vez mais obliqua á d'esta força, e portanto menor a componente $f. \cos. \lambda$.

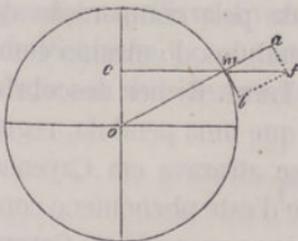
O valor da força centrifuga desenvolvida pelo ponto m da superficie terrestre (fig. 74) situado no parallelo do raio $mc=r$ é (81)

$m f = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ e o valor da componente vertical d'essa força, se λ re-

presenta a latitude do ponto m é $ma = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \cos.^2 \lambda$, designando por R o raio de Terra. A intensidade g de gravidade, no ponto considerado será,

$$g = G - \frac{4\pi^2 R}{T^2} \cos.^2 \lambda \dots\dots\dots(1)$$

e no equador $g = G - \frac{4\pi^2 R}{T^2} \dots\dots\dots(2)$



(Fig 74)

se G representar o valor da attracção terrestre.

As expressões (1) e (2) mostram claramente que a variação devida á força centrífuga é proporcional ao quadrado do coseno da latitude, augmentando successivamente do equador até aos polos, onde se tem $g = G$.

Da expressão (2) tira-se $g = G \left(1 - \frac{4\pi^2 R}{G T^2} \right)$, e por ser o segundo termo $\frac{4\pi^2 R}{G T^2}$ muito pequeno em relação ao primeiro, pôde n'elle

substituir-se G pelo valor medio de g . Assim tomando por R e g os valores medios do raio de Terra e da intensidade de gravidade e fazendo $T = 86400''$, acha-se proxivamente $\frac{4\pi^2 R}{g T^2} = \frac{1}{289} = \frac{1}{17^2}$.

Ora, se T fosse 17 vezes menor o valor das quantidades que estão entre parenthesis podia ser considerado nullo, e ter-se-ia $g = o$. Portanto, se o tempo que a Terra gasta em fazer uma revolução em torno de seu eixo fosse 17 vezes menor, ou se a velocidade do seu movimento de rotação fosse 17 vezes maior, a força centrífuga no equador contrabalancaria a attracção terrestre, e se aquella velocidade fosse ainda maior os corpos afastar-se-iam da superficie da Terra em vez de serem attrahidos por ella.

Por outro lado, a Terra, em vez de espherica, tem a fórma de um ellipsoide achatado nos polos (119), fórma que ella deve ter adquirido precisamente em virtude da força centrífuga desenvolvida pelo seu movimento de rotação (83). Ora, como a gravidade exerce a sua acção na rasão inversa dos quadrados das distancias ao centro da Terra (117), segue-se que por este motivo a intensidade da gravidade augmenta successivamente do equador para os polos.

146. *Comprimento do pendulo de segundos.*—Conhecido o valor de g póde pretender-se conhecer o comprimento do pendulo, que faz uma oscillação n'um segundo: este pendulo chama-se pendulo de segundos ou sexagesimal. Ora, como a intensidade da gravidade varia com a latitude, assim tambem a duração da oscillação do mesmo pendulo, e consequentemente o comprimento do pendulo, que faz uma oscillação n'um segundo, devem variar nos diversos logares da Terra. Esta propriedade tem sido verificada pela comparação da marcha do mesmo pendulo ou de pendulos do mesmo comprimento em differentes logares da Terra. Richer descobriu esta propriedade em 1762, notando que uma pendula, regulada em Paris pelo tempo medio, se atrasava em Cayenna uma quantidade constante cada dia; e d'este phenomeno concluiu que a acção da gravidade era menos energica em Cayenna do que em Paris.

O comprimento do pendulo de segundos determina-se, substituindo na formula do pendulo (137) os valores de g e de π , e substituindo tambem t por $1''$. Achou-se assim que o comprimento do pendulo de segundos, determinado no nosso Observatorio de Marinha é $c = 0^m,992989$. No Observatorio de Paris g tem por valor $9^m,80896$ e o comprimento do pendulo de segundos é $0^m,993866$.

147. *Variação da intensidade da gravidade com a altitude.*—A intensidade de gravidade varia tambem com a altitude ou altura acima do nivel do mar, porque em virtude da lei da attracção (117) a intensidade da força gravitante está na razão inversa dos quadrados das distancias. Ora, sendo a gravidade o resultado da attracção da Terra sobre os differentes corpos sublunares, segue-se que á medida que se sobe acima do nivel do mar, a intensidade da gravidade deve decrescer, segundo a lei enunciada.

Esta variação é, porém, quasi inapreciavel em relação ás alturas que se consideram ordinariamente, e é por isto que se achou (126), que o movimento devido á gravidade segue as leis do movimento uniformemente acelerado. Assim, se g e g' representarem as intensidades da gravidade ao nivel do

mar e na altitude a , e R designar o raio terrestre, desprezando a differença da força centrífuga correspondente a estas duas alturas, ter-se-ha $\frac{g}{g'} = \frac{(R+a)^2}{R^2}$; e por ser a uma quantidade muito pequena em relação a R será $g = g'$.

Entretanto a diminuição da intensidade da gravidade torna-se apreciavel por meio do pendulo nos cumes das altas montanhas. Bouguer mostrou, com effeito, que o mesmo pendulo oscillava diversamente no Pará, em Quito e no cume do Pichincha, pontos situados proximamente na mesma latitude, e em altitudes muito differentes.

CAPITULO IV

Medida das massas e dos pesos

148. *Relações entre as massas, pesos e volumes; massa especifica e peso especifico.*—O peso de um corpo sendo a resultante das forças gravitantes parallelas (121) que animam suas differentes moleculas, e que lhe imprimem a acceleração g , se M e P designarem a massa e o peso do corpo, ter-se-ha (64):

$$P = Mg. \dots\dots\dots(1)$$

No mesmo logar da Terra para outro corpo de massa M' e peso P' , ter-se-ha similhantemente

$$P' = M'g,$$

e comparando estas duas igualdades entre si, conclue-se que *no mesmo logar de Terra as massas dos corpos são proporcionaes aos seus pesos.*

Chama-se *massa especifica*¹ de um corpo homogeneo á quantidade de materia contida na unidade do volume. Repre-

¹ Nos livros de Physica dá-se ordinariamente á *massa especifica* o nome de *densidade*. Nós, seguindo Mr. Delaunay, attribuiremos á palavra densidade outra significação.

sentando por μ a massa especifica e por V e M o volume e a massa de qualquer corpo, ter-se-ha

$$M = V\mu \quad \dots\dots\dots (2)$$

Se M' , V' e μ' representarem a massa, volume e massa especifica de outro corpo, ter-se-ha tambem

$$M' = V'\mu'.$$

E comparando entre si estas duas igualdades concluir-se-ha: *que as massas de dois corpos são proporcionaes aos productos dos seus volumes pelas respectivas massas especificas; que em corpos de volumes iguaes, as massas são proporcionaes ás massas especificas; que em corpos da mesma massa especifica, as massas são proporcionaes aos volumes; e finalmente que em corpos de massas iguaes os volumes estão na rasão inversa das massas especificas.*

Dá-se o nome de *peso especifico* de um corpo ao peso que elle tem tomado sob a unidade de volume. Assim se P e V representarem o peso e o volume de qualquer corpo e π designar o seu peso especifico ter-se-ha

$$P = V.\pi \quad \dots\dots\dots (3)$$

Da expressão (3) póde concluir-se que *os pesos dos corpos são proporcionaes ao producto dos volumes pelos respectivos pesos especificos; que sob volumes iguaes os pesos são proporcionaes aos pesos especificos; que em corpos que tenham o mesmo peso especifico os pesos são proporcionaes aos volumes; e, que, finalmente, em corpos de igual peso os volumes são reciprocamente proporcionaes aos pesos especificos.*

Se na expressão (1) se substituir o valor de M deduzido da expressão (2) ter-se-ha

$$P = V\mu.g$$

d'onde se conclue que no mesmo lugar de Terra os *pesos de dois corpos da mesma massa especifica são proporcionaes aos respectivos volumes, e que os pesos de corpos do mesmo volume são proporcionaes ás massas especificas.*

Como as massas são proporcionaes aos pesos em virtude da expressão (1) ter-se-ha

$$P = \frac{M}{M'} \times P'$$

e fazendo $P' = 1$ e $M' = 1$, isto é, tomando para unidade de peso, o peso da unidade de massa ter-se-ha

$$P = M.$$

É d'aquí que vem o tomar-se ás vezes o peso pela massa e inversamente, devendo porém notar-se que esta ultima expressão indica apenas que o peso e a massa de um corpo são representadas pelo mesmo numero.

Similhantermente se acharia

$$\pi = \mu,$$

igualdade que mostra que o peso especifico differe da massa especifica como o peso differe da massa, e permite tambem que muitas vezes se tome o peso especifico pela massa especifica e inversamente.

149. *Densidade.*—Os pesos especificos e massas especificas dos solidos e liquidos referem-se ao peso especifico e massa especifica da agua, que se tomam como unidades; e as massas e pesos especificos dos gazes referem-se aos do ar, tomados como unidades. A expressão numerica que representa a massa e peso especifico de qualquer corpo homogeneo em relação aos da agua ou do ar, tomados como unidades, denomina-se *densidade*.

Assim quando a densidade de um solido ou de um liquido for representada por 2, 3, etc., é isto equivalente a dizer que o corpo tomado sob um volume igual ao da agua pesa ou tem 2, 3, etc. vezes mais massa do que este liquido, ou por outro modo, que tomando o corpo e agua sob pesos iguaes, o volume do corpo é $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, etc. do da agua.

150. *Peso absoluto e relativo.*—Como o peso dos corpos é a resultante das forças gravitantes que animam as suas moleculas, e a intensidade da gravidade varia com a latitude, segue-se que o peso absoluto dos corpos varia nos diversos logares da Terra.

O peso relativo de qualquer corpo é porém o mesmo em todos os pontos do Globo, porque os pesos padrões, que lhe servem de medida, estão igualmente sujeitos ás variações da intensidade da gravidade.

151. *Balança.*—Para pesar os corpos, ou comparar o seu peso com o de corpos determinados que servem de padrões, emprega-se a *balança*.

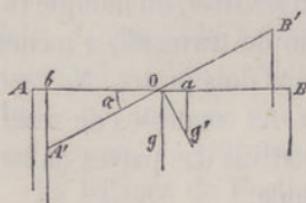
Este instrumento é composto, ordinariamente, de uma alavanca de primeira especie, chamada *travessão*, apoiada ou sustentada pela parte media e em cujos extremos estão suspensos dois pratos iguaes, destinados a receber os corpos de que se pretende comparar os pesos. O peso de um corpo determina-se, collocando o corpo n'um dos pratos da balança e fazendo-lhe equilibrio no outro com os pesos padrões sufficientes para manter o travessão na posição horisontal. Quando o equilibrio está estabelecido, considera-se o peso do corpo como igual ao do peso ou pesos padrões que equilibram com elle.

152. *Condições a que deve satisfazer uma boa balança.*—Para que uma balança possa dar pesagens exactas é necessario que o travessão se mantenha em equilibrio na posição horisontal, quando se collocam pesos iguaes nos dois pratos, quaesquer que sejam esses pesos iguaes, ou quando os pratos estiverem vazios. Suppondo o travessão em equilibrio e os pratos carregados com pesos iguaes, estes pesos devem exercer sobre o travessão acções que se equilibrem; os momentos d'estes dois pesos em relação ao ponto de apoio do travessão devem pois ser iguaes, e portanto tambem iguaes as distancias horisontaes entre o ponto de apoio e as verticaes que passam pelos pontos de suspensão. Assim para que uma balança possa dar exactamente os pesos dos corpos é necessario: 1.º, *que os pesos dos pratos sejam iguaes*; 2.º, *que os braços do travessão, ou as distancias entre o seu ponto de apoio e os pontos de suspensão dos pratos sejam iguaes*.

Se as condições anteriores têm logar, e se abstraher do peso do travessão, ou se considera que o ponto de apoio corresponde exactamente ao seu centro de gravidade, o equilibrio terá sempre logar para todas as posições do travessão

quando os pratos contiverem pesos iguaes, e a balança é então *indifferente*. Se o centro de gravidade estiver superior ao ponto de apoio, o equilibrio nunca poderá ter lugar e a balança n'este caso é *doida*. Portanto, para que o equilibrio se verifique, para a posição horisontal do travessão, supposto symmetricamente construido, *deve o centro de gravidade (123) do travessão estar n'uma linha perpendicular ao seu comprimento e um pouco abaixo do ponto de suspensão.*

E facil de ver que, quando estas condições se verificam, existe sempre uma posição mais ou menos inclinada do travessão, para a qual ha equilibrio, qualquer que seja a differença de pesos collocados nos dois pratos. Com effeito, seja *O* (fig. 75)



(Fig. 75)

o ponto de apoio do travessão *AB*, e designe *p* a differença dos pesos collocados nos pratos. O travessão inclinar-se-ha necessariamente para o lado do peso maior, e tomará a posição *A'B'*, por exemplo, e o seu centro de gravidade *g*, ao qual se

póde considerar applicado todo o peso π do travessão, deslocar-se-ha para *g'*. Para que o equilibrio se verifique é necessario (102) que os momentos dos dois pesos *p* e π em relação ao ponto de apoio do travessão sejam iguaes ou que

$$p \times Ob = \pi \times Oa$$

Ora como o braço de alavanca *Ob* vae diminuindo e o braço *Oa* augmentando successivamente á medida que o travessão se inclina, segue-se que haverá sempre uma posição inclinada do travessão, para a qual se verifica a igualdade anterior. Para achar qual é a inclinação que corresponde a essa posição represente-se por *2C* o comprimento *AB* do travessão, e por *c* a distancia *Og* entre o centro de gravidade e o ponto de suspensão ou de apoio. Designando por α o angulo *AOA'*, ter-se-ha $Ob = C \cos. \alpha$, e $Oa = c. \sin. \alpha$, e por conseguinte

$$\text{tang. } \alpha = \frac{pC}{\pi c}$$

igualdade que póde ser sempre satisfeita para valores de α

menores do que 90° . Para $\alpha = 90^\circ$ ter-se-ha $\text{tang. } \alpha = \infty$, que só pôde verificar-se para uma differença de pesos infinita, uma vez que c não seja igual a zero.

Para verificar se uma balança satisfaz ás condições indicadas, basta carregar ambos os pratos com pesos que se equilibrem, estando o travessão horisontal, e trocal-os em seguida; se o equilibrio ainda tem logar com o travessão horisontal, a balança satisfaz ás tres condições anteriores, e pôde-se considerar como exacta.

153. *Sensibilidade da balança; condições de sua sensibilidade.*—Para que uma balança possa dar rigorosamente o peso de um corpo é necessario que satisfaça ás condições do numero anterior, e que alem d'isso seja muito *sensivel*, ou indique rapidamente por uma grande inclinação do travessão a menor differença entre os pesos collocados nos dois pratos. No caso contrario a balança diz-se *preguiçosa*. As condições de sensibilidade dependem das dimensões relativas das partes da balança e do modo como esta é constituida.

Uma balança é tanto mais sensivel quanto maior é a inclinação do travessão para uma certa differença de pesos. Ora, a formula do numero anterior mostra que, no caso mais geral em que o ponto de apoio do travessão e os pontos de suspensão dos pratos estão todos em linha recta, a sensibilidade é proporcional ao comprimento de cada braço da alavanca, e inversamente proporcional ao peso do travessão e á distancia do seu centro de gravidade ao ponto de suspensão. Para que uma balança seja sensivel é pois necessario: 1.º, *que o centro de gravidade esteja muito proximo do ponto de apoio*; 2.º, *que o travessão tenha grande extensão e pequeno peso*.

Alem d'isto a sensibilidade da balança depende tambem da perfeita mobilidade do ponto de apoio e dos pontos de suspensão dos pratos e da rigidez do travessão; porque a fricção desenvolvida n'aquelles pontos pôde impedir o movimento, e a flexão do travessão abaixar os pontos de suspensão dos pratos fazendo portanto descer o seu centro de gravidade. D'aqui resulta ainda que a sensibilidade depende tambem do peso total que pôde carregar os pratos. Ordinariamente quando se

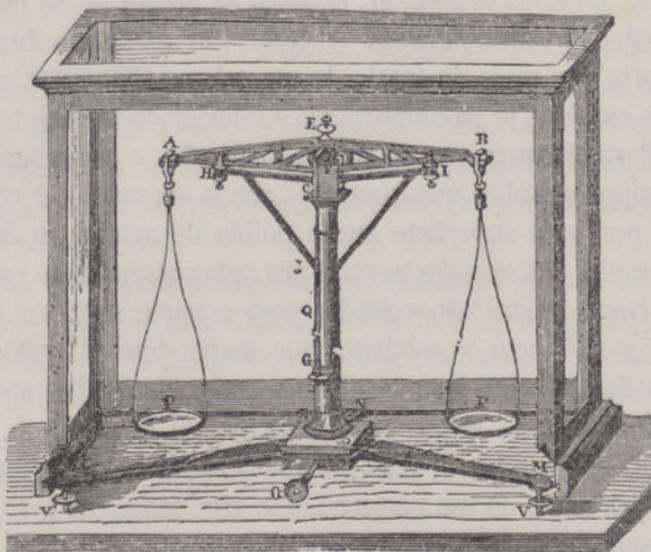
indica a sensibilidade de uma balança é costume dizer até que carga ella se verifica.

154. *Balança ordinaria; balança de Fortin.* — Na balança empregada ordinariamente, o travessão assenta sobre um suporte por meio da aresta de um prisma triangular que se chama *cutelo*, fixo na parte media e inferior do mesmo travessão. Para attenuar quanto posivel a fricção, a parte superior do suporte, sobre que assenta a aresta do cutelo, é constituida por uma superficie muito polida de agatha ou de aço temperado. O travessão termina em cada extremidade por cutelos cujas arestas são voltadas para a parte superior e nas quaes se collocam os colchetes que suspendem os pratos. Ao travessão está fixo invariavelmente na parte media um estilete, denominado *fiel*, o qual participando de todas as suas oscillações pôde servir para lhes indicar ou medir as amplitudes por meio de um pequeno arco graduado e fixo, ao qual corresponde o extremo livre do fiel.

Na balança de Fortin, o travessão, quando a balança não funciona, assenta sobre uma especie de forquilha movel ou sobre duas columnas lateraes, tambem moveis, a fim de evitar a deterioração da aresta do cutelo e conservar o polido da superficie sobre que assenta. A balança tem n'este caso um machinismo especial, cujo fim é fazer assentar a aresta do cutelo sobre a columna que serve de suporte, no acto das pesagens.

155. *Descripção da balança de precisão.* — N'esta balança (fig. 76) o travessão AB de aço ou de bronze tem a fórma de um losango alongado e troncado, que não é completamente massiço, para não ser extremamente pesado, e que assenta por meio de um cutelo de aço sobre uma superficie muito polida de agatha F situada na parte superior da columna de latão DC que serve de suporte. Os pratos P e P' estão suspensos nas extremidades do travessão por meio de aneis ou colchetes de aço que assentam em cutelos, cujas arestas são dirigidas para a parte superior. A columna está fixa sobre uma base de ferro fundido LMN munida de parafusos niveladores V, V' . Quando a balança não funciona, o travessão pôde ser sustentado pelos braços da forquilha HII , que se pôde

elevant e abaixar por meio de uma cremalheira que existe no interior da columna, e de uma roda dentada que engrena



(Fig. 76)

com ella, e a qual se póde fazer mover por meio do botão exterior *O*. O fiel *Q*, fixo pela parte superior ao travessão, desce até á base da columna, e o seu extremo percorre o pequeno arco de marfim *G* dividido em partes iguaes. Antes de fazer qualquer pesagem, quando os pratos estão ainda vãos, movem-se os parafusos *V* e *V'* até que o extremo inferior do fiel corresponda ao zero de gradação.

A posição do centro de gravidade do travessão é convenientemente regulada por meio de um parafuso collocado na sua parte superior e no qual se movem dois botões *E*, talhados interiormente em fôrma de porcas, sendo o inferior maior e mais pesado do que o superior.

Para evitar a influencia das correntes de ar e da humidade no acto das pesagens a balança está resguardada dentro de uma caixa de vidro.

156. *Methodos para obter pesagens exactas.* — Apesar da grande perfeição com que são actualmente construidas as balanças de precisão, em harmonia com as prescrições da theoria, é sempre muito difficil obter uma balança que satisfaça

completamente a todas as condições de exactidão e sensibilidade. Uma das principaes condições a que deve satisfazer uma balança e que nunca se póde obter rigorosamente, é a de igualdade dos braços do travessão. Para determinar, porém, com rigor o peso de qualquer corpo, quando a balança não tem os braços iguaes, póde empregar-se o methodo de Borda ou de *dupla pesagem*. Este methodo consiste em equilibrar primeiramente o corpo collocado n'um dos pratos da balança, deitando grãos de chumbo ou areia no outro, e em substituir depois o corpo no prato respectivo pelos pesos padrões necessarios para restabelecer o equilibrio. É evidente que os pesos empregados designam o peso do corpo, porque equilibram, como este, a mesma quantidade de areia ou de grãos de chumbo.

Ha ainda outro methodo que consiste em pesar duas vezes o corpo, collocando-o successivamente nos dois pratos. Se a e b representam as grandezas dos dois braços do travessão, p e p' os pesos padrões que equilibram o peso do corpo collocado successivamente nos pratos respectivos, e x designar o verdadeiro peso do corpo, será:

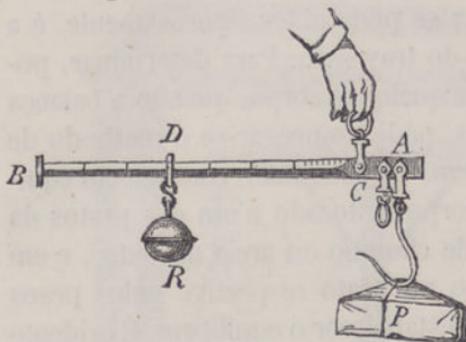
$$x \times a = p \times b \text{ e } x \times b = p' \times a$$

e multiplicando estas duas igualdades membro a membro, ter-se-ha: $x = \sqrt{p p'}$. O peso procurado será pois igual á raiz quadrada do producto dos dois pesos, que se obtem pesando successivamente o corpo nos dois pratos da balança.

Quando se não tem confiança no instrumento, ou se pretende uma grande exactidão na pesagem, póde-se empregar qualquer dos methodos de precisão (15).

157. *Balança romana*. A balança romana (fig. 77) é composta por uma alavanca ou travessão AB , de braços desiguaes, suspensa pelo ponto C , e movel em torno d'esse ponto. No ponto A do braço menor suspende-se o corpo P , que se pretende pesar, por meio de um gancho ou de um prato, e faz-se-lhe equilibrio no braço maior CB , com um peso constante R , que póde mover-se ao longo d'esse braço, por meio do anel D .

O peso do corpo *P* determina-se, fazendo que o travessão tenha a posição horisontal. Este resultado obtem-se movendo

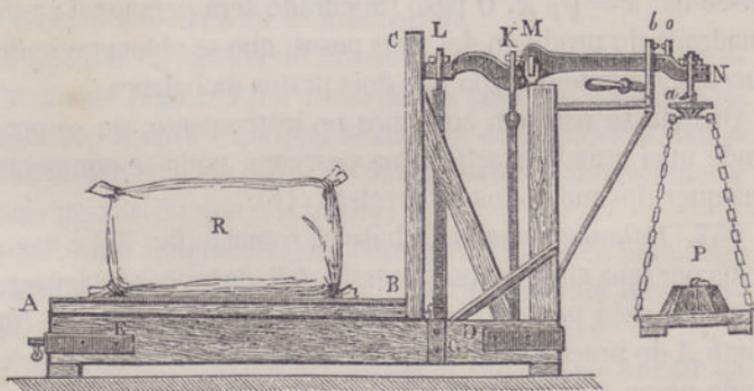


(Fig. 77)

o peso padrão *R* para a direita ou esquerda ao longo do braço *BC*. O travessão deve pois estar em equilibrio na posição horisontal independentemente dos pesos *P* e *R*. A posição do peso *R* depende do peso do corpo *P*, e pôde servir portanto para o determinar, por meio da graduação especial do braço *BC*.

A balança romana é muitas vezes munida de dois aneis de suspensão (fig. 77), e n'esse caso o gancho destinado a sustentar o corpo, pôde girar livremente em torno do ponto *A*. Quando se pretende pesar corpos pouco pesados, suspende-se o travessão pelo anel mais distante do ponto *A*, e quando os corpos são bastante pesados inverte-se o instrumento, suspendendo o travessão pelo outro anel.

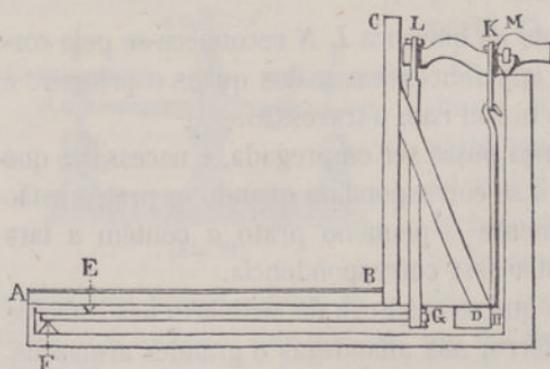
158. *Balança de Quintenz*. Esta balança (fig. 78) é composta de um grande prato de madeira *AB*, em que se collo-



(Fig. 78)

cam os corpos que se pretendem pesar, e de outro pequeno onde se põem os pesos padrões. O prato *AB* (fig. 78 e 79)

do qual uma das extremidades *B C* se levanta perpendicularmente, apoia-se por uma parte em *E* sobre uma alavanca *F G*,



(Fig. 79)

e por outra na peça *D*, por meio da barra *C D*. A alavanca *F G*, movel em torno do ponto *F*, apoia-se na extremidade inferior da barra *L G*, e a peça *D* está ligada ao

extremo da barra *H K*, de modo que o peso do corpo *R* collocado no prato *A B*, tende a fazer descer as duas barras *G L* e *H K*, e portanto a parte *K L* da alavanca *L N*, que é movel em torno do ponto *M* e sustenta em *N* um prato *P* destinado a receber os pesos padrões. As diversas distancias estão reguladas de modo que se tem $\frac{FE}{FG} = \frac{KM}{LM}$ e $\frac{KM}{MN} = \frac{1}{10}$. Posto isto,

supponhamos o prato *A B* vasio e a alavanca ou travessão *L N* em equilibrio n'uma posição horisontal sob a acção do seu proprio peso, do peso do prato *P* e das pressões exercidas em *K* e *L* pelas barras *H K* e *G L*. Se collocarmos um corpo no prato *A B*, o seu peso repartir-se-ha pelos dois pontos de apoio *H* e *E* do prato. A parte d'esse peso que obra em *H*, origina uma pressão igual applicada a *K*, e a outra parte que obra em *E*, e que designaremos por π , produzirá uma pressão $\pi \times \frac{FE}{FG}$ applicada no extremo *G* da barra *G L*, a qual transmittindo-se com a mesma grandeza para o ponto *L*, produzirá sobre a alavanca *L N* o mesmo effeito que uma pressão $\pi \times \frac{FE}{FG} \times \frac{LM}{KM} = \pi$ sobre o ponto *K*. A alavanca *L N* acha-se pois como se o peso do corpo collocado no prato *A B* fosse todo directamente applicado no ponto *K*; e como a relação entre os braços da alavanca *K M* e *M N*

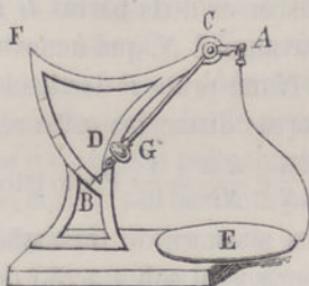
é $\frac{1}{10}$, será unicamente necessario, para estabelecer o equilibrio, collocar no prato *P* um peso dez vezes menor.

A horizontalidade da alavanca *L N* reconhece-se pela correspondencia dos appendices *b* e *o*, dos quaes o primeiro é fixo e o segundo é movel com o travessão.

Para que a balança possa ser empregada, é necessario que os appendices *b* e *o* se correspondam quando os pratos estão vazios. Ordinariamente o pequeno prato *a* contém a tara necessaria para obter essa correspondencia.

Esta balança é a que se emprega de ordinario nas estações dos caminhos de ferro, nas alfandegas e grandes armazens.

159. *Pesa cartas*.—Esta pequena balança (fig. 80) é composta de uma alavanca curva *A C B* de braços desiguaes,



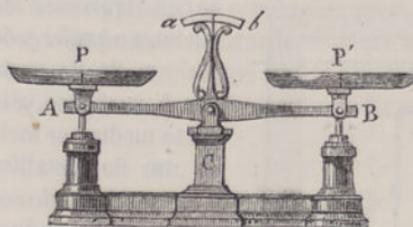
(Fig. 80)

movel em torno do ponto *C*. O extremo *A* do braço menor sustenta um prato *E*, sobre o qual se collocam os corpos que se pretendem pesar; e o braço maior *C B*, no qual está o centro de gravidade *G* da alavanca, termina em ponta: esta pelos movimentos da alavanca percorre as divisões do arco graduado *B F*. É facil de comprehender que o peso dos corpos collocados no prato faz descer o extremo *A* do braço menor e subir o extremo *B* do outro, e que este extremo deve então percorrer um arco tanto maior, quanto maior for o peso do corpo collocado no prato. O engrossamento *D* do braço maior tem por fim afastar o centro de gravidade *G* da alavanca, do centro de rotação.

A gradação d'esta balança é feita pondo pesos conhecidos no prato, e traçando no arco *F B* os pontos em que estaciona o extremo do braço *C B*. Esta balança é a que actualmente se emprega nos correios para determinar o mais breve possivel o peso das cartas.

160. *Balança de Roberval*.—Esta balança (fig. 81), cujo emprego se tem generalisado muito ultimamente, é composta

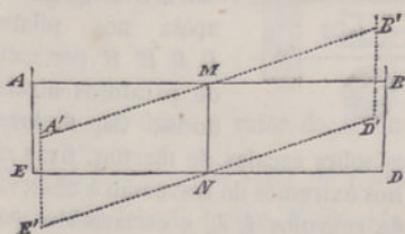
por dois pratos P , P' fixos sobre duas hastes verticaes, articuladas superiormente com o travessão AB , que assenta pela



(Fig. 81)

parte media sobre o suporte C , e inferiormente com uma alavanca tambem movel em torno da sua parte media e contida no interior da caixa que serve de base á balança. O equilibrio entre os corpos collocados nos pratos, obtem-se quando o travessão está horizontal, e é indicado por meio de um fiel fixo ao travessão e que pôde percorrer o arco ab .

Para dar uma idéa do principio em que se funda a construcção d'esta balança, considere-se o parallelogrammo $ABDE$ (fig. 82) formado por quatro barras articuladas nos seus extremos, e supponha-se que os meios M e N das barras AB e ED estão fixos invariavelmente, correspondendo-se na mesma vertical, mas de modo que essas barras podem girar em torno d'elles. D'este modo, qualquer



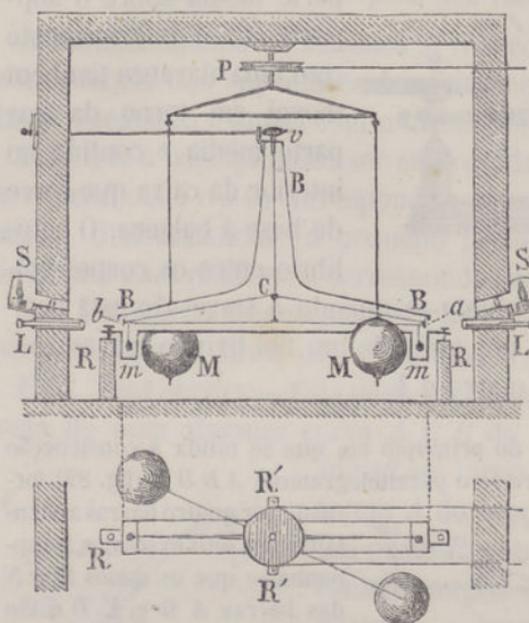
(Fig. 82)

que seja a deformação do parallelogrammo, tal como a $A' B' D' E'$, os lados verticaes AE e BD conservam-se ainda verticaes em $A' E'$ e $B' D'$, e é evidente que dois pontos quaesquer d'estes lados se deslocam ao mesmo tempo de quantidades iguaes, baixando de uma parte em $A' E'$ o que se eleva na outra em $B' D'$. Assim se ás hastes verticaes AE e BD estão superiormente fixos dois pratos, vê-se que para que o instrumento fique em equilibrio e o travessão AB horizontal, é necessario que os pesos dos corpos collocados n'esses pratos sejam iguaes. Como se vê a construcção baseia-se no principio do n.º 98.

161. *Medida da massa e densidade da Terra; apparatus de Mitchell e Cavendish.*—Para calcular a massa da Terra é necessario conhecer o seu volume e a sua densidade media. Como resultado de trabalhos feitos por methodos differentes e por observadores notaveis o numero que representa a densidade media da Terra está comprehendido entre 5 e 6.

Para determinar a densidade media da Terra pôde empregar-se um apparatus engenhoso, cuja idéa se deve a Mitchell, e que foi aperfei-

çoado e empregado por Cavendish. Este aparelho serviu tambem para comprovar as leis da attracção (117) universal. O aparelho de Cavendish, representado em corte e projecção na figura 83, é composto



(Fig. 83)

de um travessão de madeira *ab* reforçado por um fio de prata *acb*, suspenso pela parte media por meio de um fio metallico *vc*, e sustentando nos seus extremos duas pequenas balas metallicas *mm*. O travessão e o fio de suspensão estão preservados das agitações do ar no interior de uma caixa de madeira *BBB*, que se apoia nos pilares *RRR'R'* por meio de parafusos niveladores. Os deslocamentos do travessão são medidos sobre escalas de marfim, fixas na caixa, por meio de nonios fixos nos extremos do travessão e observados com dois oculos munidos de reticulos *LL*, e esclarecidos por lampadas *SS*. O aparelho consta ainda de duas grandes esferas iguaes de chumbo *MM*, cuja linha dos centros passa pelo prolongamento do fio de suspensão da alavanca *ab*, e que se podem fazer girar por meio de uma corda que abraça a roldana *P*, a qual póde para esse fim ser posta em movimento da parte exterior da camara, aonde existem todas as partes do aparelho.

Approximando as massas *M, M* das pequenas balas *m, m*, estas são attrahidas e o fio de suspensão torce-se produzindo a alavanca *ab* uma serie de oscillações isochronas para um e outro lado de uma posição de equilibrio, para a qual, a attracção das massas *M* equilibra a torsão do fio. Para achar a relação entre a attracção da Terra e a de uma das massas *M*, considere-se apenas uma das metades da alavanca cujo comprimento total é $0^m,02$. As oscillações da alavanca são produzidas pela attracção g' da massa *M* sobre a esfera proxima e pela reacção desenvolvida pela torsão do fio, do qual se deve apenas considerar a metade. As oscillações da alavanca produzidas unicamente pelo effeito da acção do fio são isochronas, porque, como veremos, a força de torsão é proporcional ao angulo de torsão. Ora se f representar a força que applicada ao braço da alavanca *C* produz o angulo

α , a força F de direcção constante capaz de fazer oscillar a alavanca como o faz a força f , é tal que a sua componente, tangente ao arco cuja amplitude é α , será $f = F \sin \alpha$ (135) e a formula do pendulo poderá ser applicada ás oscillações produzidas pela força $g' + F$. Posto isto, se t representar a duração de uma oscillação, e c o comprimento de um pendulo simples que fizesse uma oscillação durante o mesmo tempo sob a acção de gravidade, ter-se-ha:

$$t = \pi \sqrt{\frac{c}{g' + F}} \text{ e } t = \pi \sqrt{\frac{c}{g}}$$

Designando por x a attracção da unidade da massa sobre uma das balas á distancia unidade, por m a massa de cada grande esfera de chumbo e por d a distancia do seu centro ao da bala proxima, por M e R a massa e o raio da Terra, tem-se, segundo a lei da attracção,

$$g' = \frac{x m}{d^2} \text{ e } g = \frac{x M}{R^2};$$

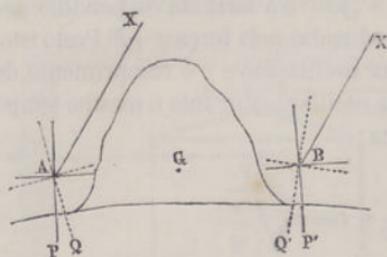
e substituido os valores tirados das expressões anteriores ter-se-ha

$$M = \frac{(m + F R^2)}{C d^2} c R^2,$$

formula que daria o valor de M em funcção da pequena massa m e de força $F = \frac{f}{\sin \alpha}$. O valor de f determina-se por meio do conhecimento das leis da torsão. Conhecida a massa M da Terra, representando a sua massa especifica por μ e o seu volume por V , ter-se-ha $\mu = \frac{M}{V}$ que póde servir para determinar a sua densidade media. Segundo as experiencias de Cavendish o numero que representa a densidade media da terra é 5,48.

162. *Desvio do fio de prumo pela acção das montanhas.* — A densidade media da Terra póde tambem ser determinada pela comparação da attracção do Globo com a de uma montanha. Bouguer collocou um fio de prumo proximo de uma montanha e pretendeu medir o desvio d'esse fio em virtude da attracção da massa da montanha, porém não obteve resultados satisfactorios. Mais tarde Maskeline applicou o mesmo methodo escolhendo o monte Schealien na Escocia, monte completamente isolado, de constituição geologica bem conhecida e de forma pouco complicada, de modo que póde determinar-lhe o volume e calcular o peso total e a posição do centro de gravidade. Posto isto escolheu duas estações A e B (fig. 84) n'um plano passando pelo centro de gravidade G do monte e paralelo ao meridiano do lugar, e observou em ambos uma estrella X proxima do zenith, no momento da sua passagem pelo meridiano.

Se o monte não existisse as duas verticaes AP e $B P'$ fariam entre si um angulo igual á differença da latitude ; mas em virtude da attracção da montanha as verticaes tornam-se em AQ e BQ' , e



(Fig. 84)

é facil obter o valor do desvio de vertical em qualquer das estações devido unicamente a essa attracção. Com estes dados póde determinar-se facilmente a relação entre as diferentes forças que solicitam o pendulo, e deduzir-se portanto um valor para a

densidade da Terra. Os resultados dos trabalhos feitos no monte Scheallien, assignam o numero 5 para densidade media da Terra.

LIVRO II

Corpos nos tres estados

CAPITULO I

Forças moleculares e estados de aggregação

163. *Forças moleculares.*—As moléculas dos differentes corpos estão submettidas a duas forças antagonistas, chamadas *forças moleculares*: uma que tende a unil-as entre si, pelo que recebe o nome de força attractiva molecular, a qual, apesar de obrar a distancias inapreciaveis, deve provavelmente exercer a sua acção segundo a primeira lei da attracção universal; e outra que tende a afastal-as, devida ao calor (29), em virtude do que se denomina *força repulsiva do calor* ou sómente *força repulsiva*.

A força attractiva molecular toma o nome de *coesão* quando exercita a sua acção sobre as moléculas integrantes; o de *adhesão* ou *adherencia* quando se exerce entre as moléculas superficiaes de differentes corpos postos em contacto, e o de *affinidade* quando opera a união intima de moléculas constituintes (22).

164. *Estados de aggregação.*—Os estados definidos em que a materia se apresenta (2) dizem-se *estados de aggregação*, por provirem da aggregação das moléculas sob a influencia simultanea da coesão e da força repulsiva.

No *estado solido* os corpos têm forma propria, porque as

moleculas estão por tal modo unidas entre si, que para as desagregar ou deslocar é necessario augmentar a intensidade da força repulsiva ou empregar um esforço mechanico, maior ou menor segundo a natureza do corpo. A cohesão e a força repulsiva porém equilibram-se nos solidos, poisque os corpos n'este estado têm volumes constantes sob a mesma temperatura.

No *estado liquido* os corpos não têm fôrma propria; as suas moleculas estão tão fracamente unidas entre si, que o mais ligeiro esforço basta para as deslocar, e é por isto que os liquidos adquirem as fôrmas dos vasos e as dos reservatorios em que existem. A cohesão e a força repulsiva entretanto equilibram-se porque os volumes dos liquidos conservam-se invariaveis sob a mesma temperatura.

Da grande mobilidade dos corpos liquidos não deve inferirse que a cohesão entre as suas moleculas seja nulla. Com effeito introduzindo uma vareta de vidro ou uma haste metallica em agua, alcool, azeite, etc., e tirando-a do liquido observa-se no extremo que foi mergulhado um pequeno globulo liquido. Identico phenomeno se produz todas as vezes que se vertem pequenas porções de qualquer liquido sobre superficies que este não molha. Por exemplo, vertendo uma pequena porção de mercurio n'um prato, formam-se pequenissimos globulos, que por sua approximação originam globulos maiores; e o mesmo se verifica vertendo uma pequena porção de agua n'uma mesa coberta de pó ou com uma ténue camada gordurosa ou oleosa. A tendencia que os liquidos têm para formar globulos, mostra, pois, que os corpos em tal estado possuem certa cohesão, e que esta força se exercita até aos limites da esphera de sua actividade.

No *estado gazoso* ou aeriforme os corpos não têm fôrma propria nem volume invariavel sob a mesma temperatura, porque a força repulsiva excede a cohesão, tendendo por isso a afastar ou distanciar cada vez mais as moleculas umas das outras.

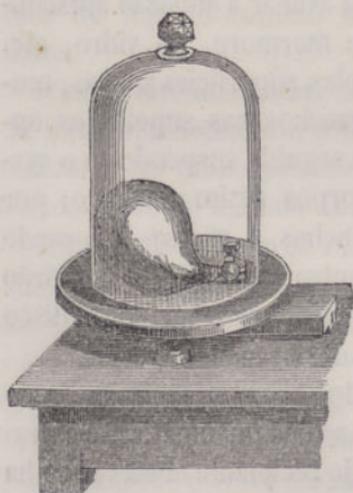
165. *Consequencias dos estados de aggregação.*— Os solidos, porque as suas molleculas estão fortemente aggregadas,

podem ser afeiçoados e conservar as fôrmas que a arte lhes der.

Os liquidos expostos ao ar livre desaparecem pouco a pouco; passam ao estado gazoso em virtude do calor ambiente augmentar a força repulsiva, fazendo que esta predomine sobre a attractiva molecular. O desaparecimento de um liquido ao ar livre diz-se *evaporação espontanea*. Esta expressão não é propria, mas usa-se d'ella por não ser necessario empregar um foco calorifico.

Os gazes encerrados em qualquer capacidade têm tensão, isto é, exercem certo esforço para augmentar de volume. Este esforço tambem se denomina *elasterio*, *força elastica* ou *força expansiva dos gazes*; e estes em virtude de sua tensão ou força elastica exercem pressões sobre todos os pontos das capacidades em que estão encerrados.

Para tornar evidentes as consequencias deduzidas do estado gazoso, póde praticar-se a seguinte experiencia. Toma-se uma bexiga com uma pequena porção de ar, fecha-se completamente, introduz-se no recipiente da machina pneumatica (fig. 85), e principia-se a extracção ou rarefacção do ar,



(Fig. 85)

contido na campanula. Com o progresso da rarefacção do ar a tensão d'este diminue no interior da campanula, e o ar encerrado na bexiga, pela diminuição da pressão exterior, augmenta de volume, fazendo inchar a bexiga em virtude de sua força expansiva. Deixando agora entrar o ar externo no recipiente, a bexiga volta ao seu primitivo volume.

166. *Distincção dos corpos aeriformes em vapores, gazes impermanentes e gazes perma-*

nentes.—Os diferentes corpos aeriformes, uns passam ao estado liquido pela acção de fracas pressões ou pela de pequenos resfriamentos, taes são por exemplo os provenientes da

gazeificação da agua, do alcool e do ether; outros só passam áquelle estado quando submettidos á acção de fortes pressões ou pela de grandes resfriamentos, ou pela acção simultanea d'estes dois meios, taes são por exemplo o acido carbonico, o ammoniaco, o chloro; e outros, emfim, até ao presente não tem sido possivel fazel-os mudar d'estado, por mais possantes que tenham sido os meios para esse fim empregados, taes são por exemplo, o ar, o oxygenio, o hydrogenio, etc. Os corpos aeriformes no primeiro caso denominam-se *vapores*, no segundo *gazes impermanentes*, e no ultimo *gazes permanentes*.

167. *Adhesão*.—Esta força (163) exercita-se entre os solidos, entre estes e os liquidos e os gazes, e entre os liquidos e gazes.

1.º *Adhesão entre os solidos*.—Tomando dois segmentos esphericos de chumbo e ajustando-os perfeitamente pelas superficies planas, as moleculas assim postas em contacto attrahem-se reciprocamente. Os dois segmentos adherem tão fortemente, que para os separar um do outro é necessario empregar um esforço equivalente a alguns kilogrammas. Esta experiencia pôde praticar-se com segmentos esphericos e discos de outras substancias. Para avaliar a adhesão ajustam-se perfeitamente dois discos de marmore, de vidro, etc.



(Fig. 86)

(fig. 86), pelas superficies planas, munidos de ganchos nas superficies oppostas. Em seguida suspende-se o systema de corpos assim formado, por um dos ganchos, e vão-se collocando pesos no outro gancho, que servirão de medida da adhesão quando o disco inferior se destacar do superior.

Praticando a experiencia no recipiente da machina pneumatica, e extrahindo o ar do recipiente observar-se-ha que os dois discos se conservam adherentes, uma vez que o peso suspenso seja menor do que o precedente; d'onde se deduz que a adherencia não é devida á pressão atmospherica (que, como

adiante mostraremos, obra de cima para baixo e de baixo para cima e lateralmente).

A adesão desenvolve-se com mais ou menos energia, sempre que dois corpos solidos se acham em contacto por algum tempo.

2.º *Adesão entre os liquidos e solidos.* — O phenomeno em virtude do qual differentes liquidos molham os solidos é devido á adhesão que entre si exercem as moleculas postas em contacto. O globulo liquido, que se observa no extremo da vareta de vidro ou de qualquer haste (164), quando esta se tira do liquido em que tinha sido mergulhada, fica suspenso em virtude da adhesão que entre si exercem as moleculas superficiaes do solido e do globulo que existem em contacto.

Para avaliar a adhesão entre os liquidos e os solidos, suspende-se a um dos pratos de uma balança de braços iguaes (cujo travessão possa subir e descer por meio de um mechanismo apropriado), um disco de vidro, de marmore, etc., de modo que fique horisontal; e depois de ter estabelecido o equilibrio da balança (por meio de pesos collocados no outro prato), faz-se com que a superficie do disco toque a superficie do liquido contido n'um vaso e capaz de molhar o disco.

N'estas circumstancias acha-se que para destacar o disco do liquido, é necessario collocar um peso mais ou menos consideravel no outro prato da balança, peso que por conseguinte serve de medida da adhesão.

Esta força tambem se exerce, aindaque fracamente, entre liquidos e solidos que não são molhados por estes. O phenomeno pôde apreciar-se praticando a experiencia com mercurio e com um disco de vidro, poisque para destacar este liquido tem que empregar-se um esforço que é umas vezes maior e outras menor. Pôde tambem reconhecer-se que ha adhesão entre o vidro e o mercurio, approximando uma lamina de vidro a um pequeno globulo d'este liquido, porque em taes circumstancias o globulo deforma-se adherindo ao vidro.

Certos corpos solidos têm tanta adhesão para alguns liquidos, que, para assim dizer, se apoderam d'elles no estado

aeriforme. Taes são, por exemplo, o sal commum, o chlorureto de calcio, as barbas de baleia, as cordas de linho, que postos em logares humidos absorvem o vapor aquoso existente no ar. Os corpos assim ávidos da humidade dizem-se *corpos hygroscopicos*.

3.^o *Adhesão entre os gazes e solidos*. — As bolhas que em muitos casos se observam fixas ás paredes internas de um copo de vidro cheio de agua, são devidas á adhesão entre o ar e o vidro. As bolhas gazosas que vem rebentar á superficie livre da agua contida n'um copo, quando no liquido se deita um torrão de assucar ou um fragmento de crê, são formadas pelo ar que existia adherente ás moleculas solidas nos poros d'estas substancias. O phenomeno em virtude do qual o carvão (que é especificamente mais pesado que a agua) fluctua na agua é devido ao ar que está adherente e mais ou menos condensado nos seus poros.

O ar, e portanto qualquer gaz, adhire aos solidos, formando em torno d'estes uma camada invisivel mais ou menos espessa que só pôde ser apreciada indirectamente. Por exemplo, lançando horisontalmente uma agulha fina e bem secca na agua contida n'um copo, vêl-a-hemos boiar á superficie do liquido em vez de ir ao fundo, como succede quando se lança de ponta ou quando está humida. O phenomeno citado explica-se admittindo que o ar está adherente á agulha formando uma camada que lhe serve de boia e impede que toque o liquido.

4.^o *Adhesão entre os gazes e liquidos*. — Quando se aquece gradualmente a agua n'um vaso de vidro, nota-se que muitas bolhas de ar vem rebentar á superficie livre do liquido, as quaes mostrãm que nas circumstancias ordinarias o ar está adherente ás moleculas liquidas. O ar assim deslocado da agua pelo aquecimento, diz-se estar em *dissolução* n'este liquido; mas comprehende-se que a dissolução do ar na agua, ou a de outro qualquer gaz nos differentes liquidos (uma vez que entre os dois fluidos não haja acção chimica) provém da adhesão entre as moleculas do gaz e do liquido.

A experiencia citada indica o modo como se deve proceder

para expulsar o ar ou qualquer outro gaz que exista em dissolução n'um liquido.

168. *Affinidade*. — A afinidade une intimamente entre si moleculas heterogeneas, dando assim origem ás moleculas homogeneas dos corpos compostos. É pois pelo seu influxo que as moleculas de oxygenio e de hydrogenio formam moleculas de agua, que as moleculas de cobre e zinco constituem as de latão, que as moleculas de acido carbonico e de cal originam as de carbonato de cal (22).

A differença entre a intensidade da afinidade e a da cohesão parece consistir em que as moleculas unidas por aquella não podem ser separadas por meios mechanicos, ao passo que as unidas por esta cedem mais ou menos facilmente aos referidos meios.

CAPITULO II

Corpos no estado solido

SECÇÃO I

Estructura e textura

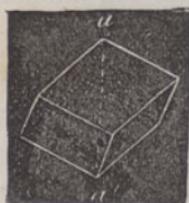
169. *Crystal; fôrma simples e composta*. — Na crusta terrestre encontram-se alguns corpos simples e compostos, naturalmente limitados por faces planas e arestas rectilineas, como os polyedros geometricos, e a que os naturalistas chamam *crystaes*.

A crystallisação¹ ou producção de *crystaes* verifica-se sempre que as substancias mineraes, no estado fluido ou em dissolução n'um liquido, passam lentamente ao estado solido;

¹ A crystallisação artificial pratica-se geralmente de dois modos (Veja-se a *Chimica elementar*). Um, pela via secca, opera-se reduzindo as substancias ao estado fluido pela acção do calor, e deixando-as em seguida resfriar lentamente; o outro, pela via humida, pratica-se dissolvendo as substancias n'um liquido frio ou quente, e deixando que este volatilise ou resfrie gradualmente.

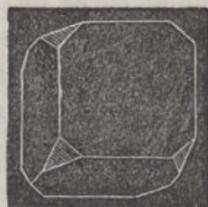
d'onde se deduz que a fôrma crystallina é um dos attributos dos corpos n'este estado.

As fôrmas crystallinas dizem-se simples se têm sómente faces homologas, como por exemplo o cubo ou hexaedro e o



(Fig. 87)

rhomboedro (fig. 87); e compostas se as faces não são todas da mesma especie, como por exemplo um cubo com os angulos solidos substituidos por triangulos equilateros (fig. 88).



(Fig. 88)

170. *Fôrmas-typos; systemas crystallinos.*—As fôrmas crystallinas que os differentes corpos assumem, apesar da sua diversidade, applicando-lhes planos tangentes ou troncando-as nos angulos solidos e nas arestas, podem todas considerar-se como derivadas de seis fôrmas-typos (Veja-se a *Historia Natural elementar*); a saber: do cubo ou hexaedro, do rhomboedro, da pyramide recta de base quadrada, da pyramide recta de base rhomba, da pyramide obliqua de base rhomba, e da pyramide obliqua de base parallelogrammica.

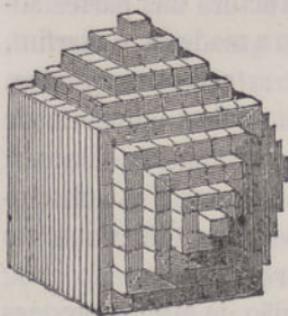
As differentes fôrmas que podem obter-se de cada um d'estes typos ou ser reduzidas a estes, constituem o que se denominam *systemas crystallinos*. As fôrmas pertencentes a qualquer systema de dimensões determinadas, são compatíveis entre si e incompatíveis com as de todos os outros systemas.

As fôrmas crystallinas que uma mesma substancia pôde assumir, aindaque mui differentes, pertencem geralmente ao mesmo systema crystallino. Algumas substancias comtudo, aindaque pouco numerosas, podem assumir fôrmas pertencentes a dois systemas crystallinos, pelo que se dizem substancias *dimorphas*. O carbonato calcareo, por exemplo, está n'este caso, poisque crystallisa em rhomboedros e em prismas rectos de base rhomba.

171. *Idéa sobre a theoria dos decrescimentos.*—A derivação das fôrmas crystallinas, que no numero precedente dissemos pôde fazer-se por truncaturas, explica-se pela theoria

dos decrescimentos devida a Haüy, admittindo que as moleculas têm fórmias polyedricas determinadas.

A theoria de Haüy, de feito, explica as variações das fórmias da mesma substancia, partindo de que as moleculas consttuem primeiro um *nucleo* polyedrico que tem a fórmula das moleculas, e que é pela subsequente aggregação d'estas sobre as faces do nucleo e decrescimento de fieiras moleculares que as demais fórmias se produzem. Com effeito, se o nucleo crystallino tem a fórmula cubica e as fieiras de moleculas subsequentemente aggregadas, constituem laminas ou particulas que o cobrem completamente, a fórmula cubica subsiste. Se as laminas aggregadas ao nucleo cubico (fig. 89) forem suc-



(Fig. 89)

cessivamente constituídas de menos uma fieira de moleculas parallelamente aos lados das faces do nucleo, segue-se que cada uma d'estas será substituida por uma pyramide isocceles; e como as faces d'estas pyramides adjacentes a cada aresta do nucleo ficam no mesmo plano, segue-se que a fórmula crystallina resultante

é limitada por doze rhombos iguaes. Esta fórmula pertence ao systema cubico, e denomina-se *dodecaedro rhomboidal*. Se os decrescimentos successivos forem de menos duas fieiras em largura e uma em altura parallelamente aos lados das faces do nucleo cubico, o solido resultante terá vinte e quatro faces triangulares, e n'este caso recebe o nome de *tetra-hexaedro*. Em resumo, suppondo decrescimentos de uma ou mais fieiras de moleculas nos angulos solidos ou parallelamente ás arestas dos nucleos primitivos, é claro que podem assim explicar-se as variações que a mesma substancia apresenta em suas fórmias crystallinas.

172. *Estructura, lascado e fractura*.—A disposição que offerecem as particulas dos mineraes (grupos de moleculas) perfectamente crystallisados, dividindo-os por qualquer meio mechanico denomina-se *estructura*. Esta póde ser regular e irregular.

A *estructura* é *regular*, quando as faces dos fragmentos

destacados mechanicamente são parallelas a faces de fôrmas regulares; tal é, por exemplo, a estructura dos crystaes de galena e de spatho calcareo, poisque percutindo-os com um martello se obtêm particulas cubicas do primeiro mineral, e rhomboedricas do segundo. A estructura diz-se *irregular* quando os fragmentos ou particulas obtidas são limitadas por faces desiguaes e não parallelas ás de fôrmas regulares, tal é, por exemplo, a estructura que apresenta o quartzo.

A divisão que manifesta a estructura regular denomina-se *lascado*, e as faces produzidas por este meio *faces de lascado*; e a divisão que patenteia a estructura irregular toma o nome de *fractura*.

173. *Estructura organica*.—A estructura das partes solidas dos corpos organisados, taes como a madeira, o marfim, as barbas de baleia, etc., denomina-se *estructura organica*. A disposição das moleculas é aqui feita sob a influencia de todas as forças que concorrem para os phenomenos vitaes.

A estructura organica é geralmente fibrosa, e as substancias offerecem ordinariamente propriedades diferentes no sentido das fibras e no sentido transversal a estas.

174. *Aggregado; textura*.—A reunião de muitos crystaes imperfeitos formando um todo constitue o que se chama *aggregado*. A disposição que entre si têm as particulas dos crystaes imperfeitos toma o nome de *textura*.

A textura diz-se *lamelar*, quando as particulas aggregadas são pequenissimas laminas fortemente unidas entre si; *schistosa*, quando as laminas podem ser separadas com facilidade umas das outras; *fibrosa*, quando as particulas crystallinas estão entre si unidas formando filamentos; *granular*, quando o aggregado é formado de crystaes irregularmente arredondados, etc.

SECÇÃO 2.^a

Elasticidade e resistencia á rotura dos solidos

175. *Elasticidade; resistencia á rotura e propriedades particulares dos solidos*.—Da fixidade que entre si têm as

moleculas dos corpos solidos, resulta o ser necessario empregar esforços exteriores maiores ou menores para as deslocar de suas posições de equilibrio, e modificar mais ou menos permanentemente a fórma e volume dos solidos. Quando os deslocamentos das moleculas não excedem certos limites, variaveis para cada especie de materia, as moleculas tendem sempre a voltar ás suas primitivas posições, reassumindo por conseguinte os corpos as fórmas e volumes anteriores. Esta tendencia geral que os corpos têm de retomar a fórma e volume primitivos, quando cessam as acções mechanicas que os têm feito variar, denomina-se como sabemos (27) *elasticidade*. Se o esforço altera consideravelmente a posição das moleculas por ser de grande intensidade, ou por se exercer durante muito tempo, as moleculas não voltam ás suas posições primitivas, produzindo-se portanto uma deformação permanente. Chama-se *limite de elasticidade* para uma certa duração do esforço, aquelle alem do qual se não pôde passar sem que se produza deformação permanente.

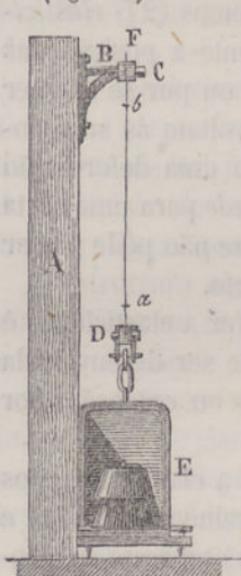
Nos fluidos o unico modo de desenvolver a elasticidade é por compressão. Nos solidos porém pôde ser desenvolvida por quatro modos diversos: por *tracção* ou *extensão*, por *compressão*, por *flexão* e por *torsão*.

Por qualquer modo que se desenvolva a elasticidade dos solidos, quando os esforços são excessivamente grandes e alem do limite de elasticidade, as moleculas separam-se, produzindo-se o que se chama *rotura*. Denomina-se *resistencia á rotura* o esforço supportado pelo corpo antes d'esta se verificar. A resistencia que os corpos oppõem aos esforços de extensão denomina-se *tenacidade*.

As moleculas de alguns corpos solidos podem ainda, sob a acção de determinados esforços ou em virtude de certas operações, adquirir novas posições de equilibrio, e podem tambem resistir de certo modo a uma determinada especie de esforços. D'aqui resultam diversas *propriedades particulares* para os corpos solidos, que assim como a elasticidade e tenacidade os tornam mais ou menos aptos para poderem ser convenientemente empregados nas artes.

176. *Elasticidade por tracção ou extensão.* — Fixando um fio, uma vara ou uma barra por um dos seus extremos, e exercendo no outro uma tracção, as moleculas afastam-se umas das outras; e supprimindo em seguida a força, uma vez que não se tenha excedido o limite de elasticidade, as moleculas voltam ás suas primitivas posições ou a posições que não differem sensivelmente d'ellas.

Para medir as relações entre as cargas e os alongamentos, as experiencias podem fazer-se fixando a parte superior *F* (fig. 90) do fio ou da vara a experimentar, por meio de



(Fig. 90)

uma peça de ferro *B C*, ligada a um muro bem solido *A*. O fio é apertado inferiormente por uma peça *D*, á qual se suspende por meio de um gancho, uma caixa de madeira *E*, na qual se collocam os pesos por camadas horisontaes.

Para evitar os inconvenientes que podem resultar da collocação rapida dos pesos na caixa, é esta munida inferiormente de parafusos que se abaixam antes de qualquer experiencia, a fim de que a caixa assente no solo.

As experiencias praticam-se collocando na caixa pesos successivamente maiores, e os alongamentos apreciam-se por meio do *cathetometro*; medindo a distancia que para cada caso existe entre dois pontos de referencia *a* e *b* da vara ou do fio.

177. *Leis de elasticidade por extensão; coefficiente ou modulo de elasticidade.* — As leis de elasticidade desenvolvida por extensão, admittindo que se não excede o limite de elasticidade, são as seguintes: 1.º, o alongamento é proporcional ao comprimento do corpo; 2.º, está na razão inversa da area da secção; 3.º, é proporcional a um certo coefficiente, que varia com a natureza da substancia; 4.º, é proporcional á tensão que a produz; 5.º, para uma mesma barra o alongamento produzido por um accrescimo de esforço empregado não varia, qualquer que seja a tensão primitiva. Estas leis podem todas ser determinadas pela experiencia. Se *a* representa o alongamento de uma barra

cylindrica de comprimento C , de secção s , e submettida a uma tensão P , ter-se-ha em virtude das precedentes leis

$$a = \frac{1}{\Sigma} \cdot \frac{P \cdot C}{s} \text{ d'onde se tira } \Sigma = \frac{P \cdot C}{s \cdot a} \dots\dots\dots (a)$$

sendo Σ uma quantidade que varia com a substancia. Fazendo $a=C$ e $s=1$ acha-se $\Sigma=P$. Esta quantidade Σ chama-se *coefficiente* ou *modulo de elasticidade*, e como se vê é igual à *carga que seria capaz de produzir n'uma barra homogenea de secção igual á unidade um alongamento igual ao seu comprimento primitivo*, se este alongamento fosse physicamente possível.

178. *Modulos de elasticidade de diversas substancias*—Tomando o metro quadrado por unidade de secção, e o kilogramma por unidade de tensão, o valor do coefficiente de elasticidade de diversas substancias em numeros redondos é o seguinte :

Carvalho.....	1.100.000:000 kilog.
Pinheiro.....	1.500.000:000 kilog.
Mogno.....	2.400.000:000 kilog.
Ferro forjado.....	2.000.000:000 kilog.
Ferro fundido.....	9.000.000:000 kilog.
Aço.....	22.000.000:000 kilog.

Estes numeros estão muito longe de ser absolutos; citamol-os apenas para dar idéa de sua ordem de grandeza.

179. *Alongamento permanente*.—Segundo as notaveis experiencias feitas sobre o ferro pelo distincto physico inglez mr. Hodgkinson, a barra que experimenta um alongamento pela acção de uma determinada carga, nunca volta a retomar a fórma e volume primitivos quando cessa a acção d'essa carga.

O alongamento total consta portanto sempre de um alongamento permanente pouco sensível para cargas pequenas, e do alongamento que desaparece quando cessa a acção da carga, e ao qual se dá o nome de *alongamento elastico*.

180. *Resistencia á rotura por extensão ou tenacidade; suas leis e modulo de resistencia*.—Quando os esforços de extensão sobre um corpo vão além do que corresponde ao limite de elasticidade, as moleculas não voltam nunca ás suas primitivas posições, e quando as cargas são excessivamente grandes o corpo póde quebrar-se. A menor carga capaz de produzir a rotura n'uma vara de secção igual á unidade serve

de medida da resistencia que a referida vara oppõe á rotura, ou da sua tenacidade.

A carga minima que produz a rotura por unidade de secção ou o *modulo de rotura*, é, 1.º, *proporcional á secção da vara*; 2.º, *é independente do seu comprimento*. Nota-se, comtudo, muitas vezes, que uma vara comprida se quebra mais facilmente do que uma mais curta, o que provém certamente de que n'aquella deve haver mais falta de homogeneidade em alguns pontos e desigualdades nos diâmetros. É por isso tambem que a rotura de uma barra horisontal se verifica unicamente por uma secção, ao passo que todas as camadas se deviam separar simultaneamente se fossem identicas.

Os fios mais finos têm tambem maior resistencia referida á unidade de secção, do que os mais grossos. Isto póde explicar-se pela existencia de uma camada exterior mais densa que a interior, proveniente da compressão que os fios experimentam quando são fabricados.

Alem d'isto, as experiencias especiaes feitas sobre a tenacidade mostram :

1.º *Que a tenacidade diminue com o augmento do tempo*; isto é, um corpo que quebra immediatamente pela acção de certa tracção, no fim de algum tempo cede a uma tracção menor;

2.º *Que em igualdade de materia e secções equivalentes, a fórma prismatica resiste menos ás forças de tracção do que a cylindrica, e o cylindro massiço menos do que o ôco*;

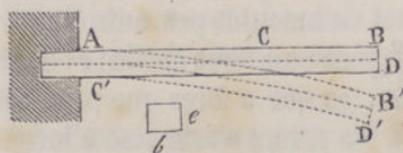
3.º *Que para o mesmo corpo a tenacidade varia, segundo o sentido em que actua as forças de tracção*. A tenacidade das madeiras, por exemplo, é maior no sentido das fibras do que no transversal a estas.

181. *Elasticidade por compressão; modulo de elasticidade correspondente*.—As experiencias directas sobre os differentes corpos, pelas quaes se determinam os encurtamentos correspondentes aos esforços da compressão produzidos, não se podem fazer com a mesma facilidade com que se fazem as de extensão. Porém algumas experiencias indirectas levaram os physicos a admitir que o phenomeno de compressão é exa-

ctamente o contrario da extensão, tomando para modulo de elasticidade de compressão o mesmo que o de extensão. Deve-se notar que para corpos granulosos, como o ferro fundido, esta igualdade não se verifica em geral, ou apenas se verifica entre certos limites.

182. *Elasticidade por flexão, suas leis e applicações.*— Os corpos solidos de fôrma prismatica, fixos por um dos extremos e sujeitos pelo outro á acção de forças, ou apoiados por ambos e carregados nos intervallos tambem por meio de forças, deformam-se mais ou menos. Chama-se *flexão* á deformação assim produzida em qualquer d'estes casos. Os corpos assim deformados tendem em virtude da elasticidade desenvolvida a voltar á sua fôrma primitiva, a qual retomarão effectivamente, quando cesse a acção das forças que produziram a deformação, uma vez que se não tenha excedido o limite de elasticidade.

No phenomeno da flexão a elasticidade é desenvolvida simultaneamente pelo afastamento e approximação das moleculas. Considere-se, por exemplo, a barra $ABDC'$ (fig. 91), engastada horizontalmente numa



(Fig. 91)

parede, por exemplo, e desviada da sua posição por uma força normal, de modo que tome a nova posição

$AB'D'C'$. Concebe-se que as moleculas proximas da superficie convexa AB' , se afastam umas das outras, e que as da superficie concava $D'C'$ se approximam mutuamente, e que portanto deve haver entre a superficie das fibras alongadas e a das contrahidas uma superficie cujas moleculas conservam sempre as mesmas posições. Esta superficie parallela a AB , denomina-se superficie ou camada das fibras neutras ou invariaveis. O deslocamento da extremidade da barra no caso ultimamente considerado, ou o maior deslocamento da camada invariavel da sua primitiva posição, chama-se *flexão de curvatura*.

As leis de flexão podem ser determinadas directamente pela theoria e verificadas pela experiencia, e são as seguintes para o caso do pris-

ma engastado por um extremo: 1.^a A flexa de curvatura é proporcional á carga; 2.^a, a carga que produz certa flexa é proporcional á largura; 3.^a, a carga é proporcional ao cubo da espessura; 4.^a, a carga está na rasão inversa do cubo do comprimento. Se a barra é um prisma de comprimento C , de largura l e espessura vertical e , e se f representa a flexa de curvatura produzida pela carga P , as leis podem

exprimir-se pela formula $f = \frac{P C^3}{d l e^3}$; sendo d um coefficiente especial que depende da natureza da substancia que constitue uma vara ou barra. No caso do prisma apoiado pelos extremos e carregado com um peso ao meio, as leis são analogas e a formula será $f = \frac{P (2 c)^3}{2 d l e^3}$ representando c a distancia entre os apoios.

A elasticidade de flexão tem numerosas applicações nas artes. A maior parte das molas, como as das carruagens, dos relógios de algibeira e dos dynamometros, etc., são elasticas por flexão. Os arcos destinados a despedir dardos e flexas, obram tambem por flexão.

183. Resistencia á rotura por flexão, suas leis. — Considere-se uma barra horisontal não flexível $a b c d o$ (fig. 92),



(Fig. 92)

engastada por um extremo e submettida pelo outro á acção de uma força normal F . É claro que a força que produzir a rotura n'este caso é menor do que a que produz no caso

da extensão, porque na extensão as fieiras de moleculas dispostas segundo o sentido de tensão resistem igualmente, ao passo que n'este caso as moleculas que se acham no ponto o são comprimidas umas sobre as outras, e constituem um eixo de apoio, em torno do qual giram as moleculas da superficie de separação, offerecendo uma resistencia que depende da sua distancia ao ponto o .

A resistencia que as barras oppõem a ser quebradas por flexão está na rasão inversa do comprimento da barra, e é proporcional ao quadrado da sua espessura; e quando a secção da barra é rectangular, sendo um lado tomado por largura perpendicular ás direcções da força, a resistencia é proporcional á largura.

184. *Elasticidade por torção.*—Quando se prende um fio cylindrico de metal a um ponto fixo, e se imprime movimento de rotação ás moleculas situadas n'um dos raios do outro extremo do fio, todas as outras moleculas, exceptuando as que occupam o eixo, se desviam das suas posições de equilibrio em torno do eixo. Supprimindo a força, uma vez que esta não tenha excedido certo limite, as moleculas oscillam em torno de suas respectivas posições de equilibrio, e retomam estas posições no fim de algum tempo. A força empregada para desviar as moleculas de suas posições de equilibrio, denomina-se *força de torção*, e o angulo que descrevem as moleculas situadas no raio do extremo do fio a que se applica a força, chama-se *angulo de torção*.

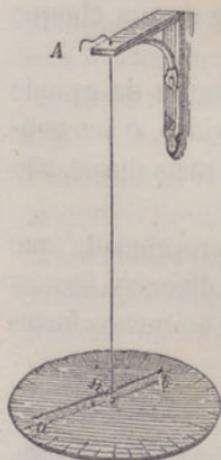
As leis da torção dos fios, deduzidas por Coulomb, são as seguintes:

1.^a *As oscillações dos fios são isochronas, uma vez que as amplitudes sejam pequenas;*

2.^a *Para o mesmo fio a força de torção é proporcional ao angulo de torção;*

3.^a *Para a mesma força de torção e fios do mesmo diametro, o angulo de torção é proporcional ao comprimento dos fios;*

4.^a *Para a mesma força de torção e fios do mesmo comprimento, o angulo de torção é reciprocamente proporcional á quarta potencia dos diametros dos fios.*



(Fig. 93)

Estas leis podem verificar-se com o aparelho (fig. 93). *A B* representa um fio metallico preso a um ponto fixo *A*, sustentando no extremo inferior um pequeno peso e uma agulha *a b*, que póde girar sobre um círculo dividido: o eixo do fio corresponde ao centro do círculo.

A rotura por torção verifica-se geralmente na parte media da barra torcida.

SECÇÃO 3.^a

Propriedades particulares dos solidos

185. *Dureza*.—A resistencia que os corpos solidos opõem a ser riscados, cortados ou gastos uns pelos outros, chama-se *dureza*.

O mais duro de todos os solidos é o diamante, e a este seguem-se a saphira, o rubim, o crystal de rocha, o silex, o grés, etc. Os metaes no estado de pureza são mui pouco duros, mas adquirem sufficiente dureza quando estão combinados uns com os outros, formando o que em Chimica se chamam ligas.

A dureza relativa dos corpos avalia-se reduzindo-os a cubos de iguaes dimensões e sujeitando-os à acção do rebolo. Aquelle que no mesmo tempo e pela acção de uma pressão igual produzir menos pó, é o corpo mais duro dos examinados, e aquelle que produzir mais pó é o menos duro.

O pó de qualquer corpo obtido por este ou por outro qualquer meio emprega-se para gastar e polir os corpos menos duros. Para gastar e polir o diamante emprega-se o seu proprio pó, que se obtem roçando dois diamantes um pelo outro.

186. *Fragilidade*.—A propriedade que certos corpos têm de se reduzir a fragmentos pela acção de um choque subito, denomina-se *fragilidade*¹.

A extrema fragilidade é sempre companheira da grande dureza. O diamante, as pedras preciosas, o vidro, o aço temperado e algumas ligas, que são os corpos mais duros, são ao mesmo tempo os mais frageis.

187. *Ductilidade*.—A ductilidade é a propriedade que certos corpos possuem de poder adquirir diversas fórmulas pela acção de tracções ou de pressões mais ou menos fortes e prolongadas.

¹ A fragilidade de certos corpos pôde diminuir-se pelo recozimento. Esta operação consiste em sujeitar os corpos a uma temperatura mais ou menos elevada, deixando-os em seguida resfriar lentamente.

Alguns corpos, como as argillas plasticas e a cêra, podem tomar fôrmas diversas, outros, como as resinas e o vidro, tambem podem adquirir quaesquer fôrmas pela acção de pequenos esforços, mas carecem soffrer ao mesmo tempo a acção do calor; e outros, como a maior parte dos metaes, para mudarem de fôrma necessitam soffrer a acção de grandes esforços taes como os que se empregam na fieira, no laminador e na percussão com o martello. A ductilidade dos corpos que podem mudar de fôrma por este ultimo modo toma o nome de *malleabilidade*.

CAPITULO III

Corpos no estado liquido

SECÇÃO 1.^a

Compressibilidade e elasticidade dos liquidos

188. *Idéa sobre as experiencias tentadas para examinar a compressibilidade dos liquidos.*—A compressibilidade e a elasticidade são propriedades inherentes a todos os corpos, qualquer que seja o seu estado de aggregação. Entretanto os liquidos foram por muito tempo considerados como incompressiveis; porque, apesar das gotas de chuva saltarem do solo e da propria agua (28), e d'esta e todos os liquidos transmitirem os sons atravez de sua massa, provas evidentes de que os liquidos são compressiveis e elasticos, as experiencias tentadas para demonstrar estas propriedades não davam resultados satisfactorios. Foi d'aqui que se derivou para os liquidos a denominação de *fluidos incompressiveis*.

Os academicos de Florença, nos fins do século xvii, para examinares se a agua era compressivel, empregaram primeiro um aparelho composto de dois balões de vidro cheios de agua, postos em communicação por meio de um tubo curvo contendo tambem agua de ambos os lados, e na parte media

uma porção de ar. Aquecendo um dos balões, a agua n'elle contida dilatando-se comprimia fortemente, por intermedio do ar, a agua existente no outro balão, que, para impedir que se aquecesse estava cercado de fragmentos de gèlo. Por maior que fosse a pressão assim exercida sobre o liquido, o seu nivel conservava-se invariavel, o que parecia provar a incompressibilidade da agua. Se se tivesse attendido a que no balão aquecido se formava vapor aquoso, que este se ia condensar na parte fria do tubo, o que por conseguinte devia fazer elevar o nivel do liquido do lado do balão refrigerado, a conclusão a tirar seria a de que a agua era effectivamente compressivel. Depois submettendo a uma forte pressão uma esphera ôca de prata cheia de agua, notaram que esta em vez de diminuir de volume filtrava atravez do metal, d'onde tambem concluíram erradamente que a agua era incompressivel.

A opinião dos academicos de Florença prevaleceu até 1761, em que Canton provou que a agua era compressivel, chegando mesmo a medir a compressibilidade com sufficiente exactidão. Canton empregou em suas indagações um apparelho composto de um tubo capillar de vidro soldado a um balão da mesma substancia. Encheu o apparelho de agua e sujeitou o balão á acção do calor, a fim de expulsar uma porção de liquido pelo effeito da dilatação, e em seguida fechou o extremo do tubo capillar ao fogó do maçarico; pelo resfriamento do apparelho o nivel do liquido desceu no tubo capillar, ficando acima do nivel o vacuo perfeito. Depois quebrando o extremo do tubo notou que o nivel do liquido descia sendo este effeito devido á pressão atmospherica. O resultado observado, porém, provinha não só da compressibilidade que a agua experimentava, mas tambem do engrandecimento da capacidade do apparelho pelo augmento da pressão interior. Para evitar este erro introduziu o balão no recipiente da machina pneumatica, do qual extrahiu o ar, e no acto de quebrar a ponta do tubo capillar deixou entrar o ar no recipiente, a fim de que as pressões interna e externa d'este fluido sobre as paredes do balão se equilibrassem.

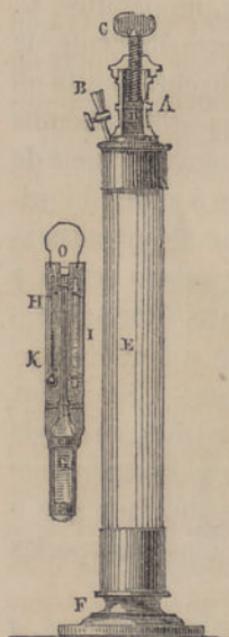
Canton concluiu de suas experiencias que um volume de

agua diminue de 46 millionesimas sob a pressão atmospherica, que, como veremos, equivale ao peso de uma columna de mercurio de 76 centimetros de altura.

Mais tarde, em 1819, Perkins demonstrou a compressibilidade da agua por meio de um aparelho particular que chamou piezometro.

189. *Piezometro de OErsted.*— Os aparelhos empregados para medir a compressibilidade dos liquidos denominam-se piezometros.

O piezometro de OErsted (fig. 94) consta essencialmente de um reservatorio de vidro *G*, soldado a um tubo capillar *o*, que termina superiormente em fórma de funil. O tubo capillar tem divisões de igual capacidade e está fixo, assim como o reservatorio, n'uma lamina metallica na qual existem tambem lateralmente um tubo recto de vidro *I*, cheio de ar e fechado superiormente, que serve para medir a pressão que experimenta o liquido, e um pequeno thermometro *K* destinado a apreciar a temperatura durante as experiencias.



(Fig. 94)

Para determinar a relação entre a capacidade do reservatorio e a de uma divisão do tubo capillar, pôde empregar-se o seguinte methodo geral, que tem muita applicação em diferentes casos. Pesa-se o aparelho vasio e introduz-se-lhe mercurio com as cautelas que adiante indicâmos na construcção dos barometros. Determinam-se em seguida os pesos *P* e *p* de mercurio que enchem o reservatorio, e um numero *n* de divisões do tubo capillar, referidos á temperatura zero do thermometro centigrado. Representando por *N* o numero de divisões iguaes ás do tubo capillar que se contêm no reservatorio, *N* e *n* designarão tambem os volumes correspondentes aos pesos *P* e *p*, e ter-se-ha (148)
$$N = \frac{P n}{p}.$$

O vaso piezometrico *Go* prepara-se enchendo-o com o liquido cuja compressibilidade se pretende medir, deixando comtudo, um pequeno espaço na parte superior do tubo capillar, onde se introduz uma gota de mercurio para servir de indice e impedir ao mesmo tempo a communição com o exterior.

O aparelho piezometrico depois de preparado introduz-se n'um vaso cylindrico de vidro *E* de paredes espessas, onde se deve exercer a pressão. Este vaso está fixo a um pé de latão *F*, e termina superiormente por uma virola metallica á qual póde adaptar-se um embolo *D*, fixo a um parafuso *C*.

Quando se pretende determinar a compressibilidade de um liquido contido no vaso piezometrico, introduz-se este no vaso *E* que se enche de agua, depois atarracha-se-lhe a bomba de compressão, em cuja capacidade se deita agua por meio de um funil *B* até que o nivel do liquido chegue á altura do orificio *A*, por onde o ar é expulso do aparelho. Preparadas as cousas d'este modo, basta fazer descer o embolo pouco a pouco para exercer uma pressão cada vez mais forte sobre o liquido do vaso *E*, e por conseguinte sobre o liquido existente no vaso piezometrico e ar contido no tubo *I*. Se o index sob uma dada pressão¹ tiver descido vinte divisões, e se cada uma d'estas corresponder á millionesima parte da capacidade do reservatorio, conclue-se que a compressibilidade que o liquido então experimenta é igual a vinte millionesimas partes do volume primitivo.

OErested achou que para pressões até dez atmospheras, a diminuição do volume da agua era proporcional á pressão experimentada; de modo que, dividindo esta diminuição pelo numero de atmospheras, obtem-se a pressão por atmospheras

¹ A pressão exercida sobre o liquido deduz-se do volume a que o ar existente no tubo *I* é reduzido. Se o volume do ar sendo primitivamente um, estiver reduzido, por exemplo, a um quarto, conclue-se que soffre uma pressão igual a quatro atmospheras, d'onde se deduz que a pressão exercida pelo embolo é igual a tres atmospheras.

Adiante veremos os fundamentos d'estas conclusões.

ou o *coefficiente de compressibilidade*. O coefficiente de compressibilidade da agua medido por OErsted é igual a 46,65 millionesimos. Deve notar-se que n'esta experiencia OErsted mediu apenas a compressibilidade apparente, porque não desconhecendo que o volume do vaso piezometrico devia diminuir, mesmo estando comprimido interior e exteriormente, desprezou comtudo essa diminuição por ser quasi inapreciavel.

190. *Idéa sobre as experiencias modernas para medir a compressibilidade dos liquidos.*—Despretz apprehendeu novas experiencias sobre a compressibilidade dos liquidos, depois de ter substituido o tubo capillar recto do piezometro de OErsted, por um tubo curvo terminado por uma pequena campanula cheia de ar.

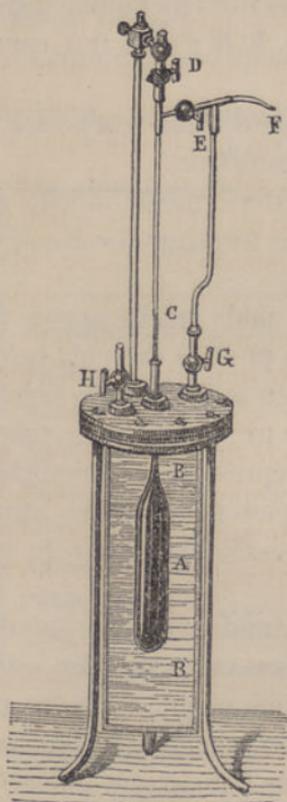
Depois, em 1837, MM. Colladon e Sturm, e mais tarde

M. Regnault, empregaramapparelhos delicadissimos para medir a compressibilidade dos liquidos, tendo o cuidado de evitar os erros commettidos nas experiencias de OErsted.

O piezometro empregado por Colladon e Sturm era horisontal; o indice de mercurio foi substituido por um indice de sulphureto de carbonio ou por uma pequena columna de ar, e para regularisar a temperatura do apparelho, eram o reservatorio e o vaso que o contém introduzidos n'uma tina com agua.

As experiencias de M. Regnault, fundadas n'um methodo inteiramente novo, permitem determinar simultaneamente a compressibilidade do liquido e do vaso.

No methodo seguido por M. Regnault, o piezometro A (fig. 95), de



(Fig. 95)

fôrma e capacidade exactamente determinadas, existe no interior de um cylindro de cobre *BB* cheio de agua, superiormente munido de tres tubuladuras. A tubuladura central deixa passar a haste graduada *CD* do piezometro, superiormente munida de uma torneira *D*, que se abre para a atmospherá, e as outras duas tubuladuras têm as torneiras *G* e *H*, das quaes a ultima se abre na atmospherá, e a outra serve para estabelecer a communicacão, por meio de um tubo de chumbo *GF*, entre o cylindro *BB* e um reservatorio cheio de ar comprimido, o qual póde tambem communicar com o piezometro por meio da torneira *E*. Esta disposicão do apparelho permite pois o exercer sobre o piezometro ou uma pressão exterior, ou uma pressão exterior e interior, ou sómente uma pressão interior. A pressão exercida pelo ar comprimido é medida por meio de um apparelho particular denominado manometro, e para regularisar a temperatura do liquido dentro do apparelho, introduz-se o vaso *BB* n'uma tina com agua.

A marcha das experiencias é a seguinte: Nota-se a posicão do nivel do liquido no interior do piezometro:

1.º Quando elle está interior e exteriormente sujeito á pressão atmospherica, isto é, quando as torneiras *G* e *E* estão fechadas e *D* e *H* abertas.

2.º Quando o interior se conserva ainda sujeito apenas á pressão da atmospherá e o exterior á pressão exercida pelo ar comprimido, isto é, quando as torneiras *H* e *E* estão fechadas, e abertas as torneiras *D* e *G*. O nivel eleva-se no tubo piezometrico, e a differença de nivel representa a diminuicão da capacidade experimentada pelo piezometro sobre uma pressão igual á differença entre a pressão exercida pelo ar comprimido e a atmospherá.

3.º Quando a pressão do ar comprimido se exerce simultaneamente no interior e exterior do vaso piezometrico, isto é, quando as torneiras *D* e *H* estão unicamente fechadas. O nivel baixa, e a differença em relação ao primeiro nivel representa a compressibilidade apparente do liquido.

4.º Quando a pressão do ar comprimido se exerce apenas

no interior, isto é, quando unicamente estão fechadas as torneiras *D* e *G*. O nível desce ainda de novo, e a diferença de nível em relação ao primeiro nível obtido representa o efeito produzido pela compressibilidade do liquido, e a extensão do piezometro comprimido interiormente por uma pressão igual á diferença entre a pressão do ar comprimido e a da atmosfera.

5.º Quando se restabelece de novo a pressão atmospherica no interior e exterior do vaso, devendo portanto o nível ser o mesmo que no principio das experiencias, se a temperatura não variou.

Por meio d'estes dados e das dimensões do vaso piezometrico, e baseando-se nas formulas mathematicas de M. Lamé, determinou M. Regnault e depois M. Grassi, servindo-se de outras formulas de M. Wertheim, a compressibilidade de muitos liquidos.

Como exemplo apontaremos o seguinte

Quadro designativo dos coefficients de compressibilidade dos liquidos mais vulgares

LIQUIDOS	TEMPERATURAS	COMPRESSIBILIDADE
Mercurio	0º,0	0,00000295
Agua	0º,0	0,0000503
Agua	4º,1	0,0000499
Agua	25º,0	0,0000456
Agua	53º,0	0,0000441
Ether	14º,0	0,000140
Alcool	13º,1	0,0000904
Chloroformio	8º,5	0,0000625
Agua do mar	17º,5	0,0000436

Nota-se, pois, que o coefficiente de compressibilidade de um certo liquido não é um numero constante. Para a agua diminue quando a temperatura se eleva, e o contrario se dá para o alcool, ether e chloroformio. Alem d'isso o coefficiente

de compressibilidade cresce, para estes tres ultimos liquidos, com as pressões.

SECÇÃO 2.^a

Equilibrio dos liquidos

191. *Hydrostatica; pressão.*—A parte da physica que trata do equilibrio dos liquidos e das pressões que elles exercem, denomina-se *hydrostatica*. Chama-se pressão n'um ponto de uma massa fluida o esforço por unidade de superficie que experimentaria n'esse ponto, um elemento infinitamente pequeno de superficie, de qualquer corpo n'ella mergulhado.

No estudo da *hydrostatica* deve ter-se presente que os liquidos são compressiveis e elasticos, e que as suas moleculas cedem ao mais ligeiro esforço, escorregando umas pelas outras sem fricção apreciavel, e occupando cada uma successivamente um logar determinado.

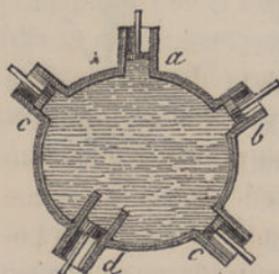
192. *Hypothese sobre a constituição dos liquidos.*—Em virtude da perfeita mobilidade das moleculas dos liquidos, admitte-se que os corpos n'este estado encerrados em qualquer vaso, se não estivessem sujeitos á acção da gravidade nem á de qualquer outra força, deveriam ser identicamente constituidos, e as moleculas estar distribuidas por toda a massa, a distancias medias e iguaes em todos os sentidos, d'onde necessariamente resultaria que as propriedades dos liquidos seriam as mesmas por toda a parte em torno de cada ponto, qualquer que fosse a posição d'este.

Nada impede, pois, que na parte theorica da *hydrostatica* supponhamos os liquidos sem peso, e deduzamos as suas propriedades n'esta hypothese, examinando em seguida o effeito que sobre elles tem a gravidade.

193. *Principio geral de hydrostatica ou principio de Pascal.*—O principio geral de *hydrostatica* ou de igualdade da pressão, estabelecido por Pascal, enuncia-se do modo seguinte: *A pressão exercida sobre um ou mais pontos de uma massa liquida transmite-se a todos os pontos da mesma*

massa em todas as direcções e sentidos, sem nada perder de sua intensidade.

Para comprehender o sentido d'este principio imagine-se uma massa liquida sem peso encerrada n'um vaso *a b c d e* (fig. 96), em cujas paredes estejam praticadas aberturas

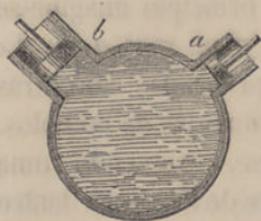


(Fig. 96)

iguaes, e estas munidas de embolos. N'esta hypothese, exercendo uma pressão qualquer de fóra para dentro sobre o embolo *a*, por exemplo, a parte do estrato liquido que está em contacto com a base d'este embolo experimenta uma pressão igual, e approxima-se portanto do extracto immediato. A parte liquida comprimida desenvolve certa elasticidade, e as moleculas approximadas tendendo a afastar-se, exercem tambem uma igual pressão sobre as seguintes, e assim successivamente de extracto em extracto, de modo que em virtude da elasticidade dos liquidos e da mobilidade de suas moleculas, a pressão exercida n'um embolo transmite-se a toda a massa liquida em todas as direcções e sentidos.

Posto isto, é mui facil de comprehender que a pressão que soffre uma dada superficie é proporcional á sua grandeza. Com effeito, cada uma das bases dos embolos *b*, *c*, *d* e *e* experimenta de dentro para fóra uma pressão igual á que se exerceu sobre o embolo *a*, uma vez que a sua base seja igual á d'este; e o mesmo effeito experimenta cada uma das porções das paredes do vaso iguaes em superficie ás bases dos embolos. Portanto, se cada porção de superficie igual á base do embolo *a* (fig. 96) experimenta certa pressão, uma superficie dupla experimentará uma dupla pressão, uma superficie triple uma triple pressão; e se a base de um embolo *b* (fig. 97), for dez vezes maior que a de *a*, será necessario exercer sobre *b* um esforço dez vezes maior do que sobre *a* para haver equilibrio. É n'este principio que se funda a construcção do instrumento inventado por Pascal denominado *prensa hydraulica*, de que adiante trataremos.

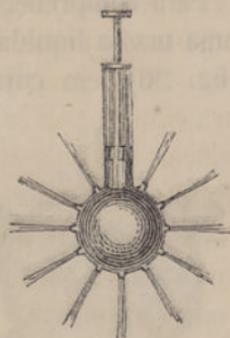
O principio de igualdade de pressão deve ser admittido como derivando da constituição dos liquidos. Póde reconhe-



(Fig. 97)

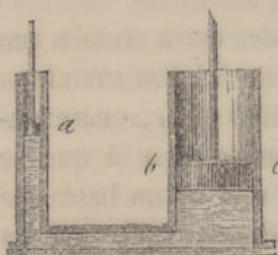
cer-se, porém, que a pressão se transmite em todos os sentidos com o aparelho (fig. 98),

que consta de um tubo munido de um embolo, e termina por uma esfera ôca com diferentes aberturas cylindricas. Enchendo o aparelho com qualquer liquido e carregando em seguida sobre o embolo, ver-se-ha o liquido repuxar, não só pela abertura opposta ao embolo, mas simultaneamente pelas aberturas lateraes em todas as direcções.



(Fig. 98)

Pelo que respeita á proporcionalidade da pressão ás superficies a demonstração experimental não póde ser muito rigorosa, por causa do peso dos liquidos e das fricções que os embolos exercem. Comtudo, pondo em communicação dois tubos de diametros desiguaes (fig. 99), e no interior dos quaes



(Fig. 99)

se achem ajustados dois embolos *a* e *b c*, de modo que possam impedir a saída do liquido que o aparelho contém, reconhece-se que para haver equilibrio no liquido é necessario que as pressões exercidas nos dois embolos sejam proporcionaes ás respectivas superficies. D'aqui resulta que se por exemplo a base do embolo *b c* for cincoenta vezes maior que a do embolo *a*, um esforço de um kilogramma exercido sobre este embolo equilibrará com um esforço de 50 kilogrammas exercido n'aquelle; e que se se abaixar o embolo *a* certa quantidade, o embolo *b c* subirá de uma quantidade cincoenta vezes menor. É esta uma nova applicação do principio das velocidades virtuaes (98).

Deve observar-se que o principio de Pascal não se applica sómente ás pressões exercidas sobre as paredes dos vasos,

mas tambem ás moléculas líquidas de qualquer parte da massa. Póde pois deduzir-se d'elle como consequencia o seguinte principio estabelecido por Archimedes: *Para que um liquido esteja em equilibrio, é necessario e sufficiente que cada molécula esteja igualmente premida em todos os sentidos.* Este principio é por si mesmo evidente, poisque qualquer molécula se experimentasse n'um dado sentido uma pressão maior do que no sentido opposto, obedeceria ao excesso da maior pressão e seria posta em movimento, e este communicar-se-ia a toda a massa líquida.

194. *Condições do equilibrio dos liquidos.*—O principio de Pascal applica-se sem restricção aos liquidos submittidos á acção de gravidade, attendendo ao peso dos differentes estratos horisontaes sobrepostos que formam a massa líquida. N'este caso deduz-se evidentemente, que os liquidos encerrados em qualquer vaso exercem por si mesmos pressões que augmentam com a profundidade e se transmitem em todos os sentidos sem nada perderem de sua intensidade.

Posto isto, trataremos de estabelecer as condições a que qualquer massa líquida deve satisfazer para estar em equilibrio. As condições para isto necessarias são duas:

1.^a *A superficie livre do liquido deve ser em cada ponto perpendicular á direcção da gravidade.* Admittindo que a massa líquida podesse estar em equilibrio com a superficie livre *a m b* (fig. 100), diversamente ondulada, a acção *m g*



(Fig. 100)

da gravidade sobre uma molécula superficial *m*, poderia ser decomposta em duas forças, uma *m d* normal á superficie, que por consequente seria destruída, e a outra *m c*, tangente á superficie no ponto *m* cujo effeito tenderia a arrastar a molécula, o que mostra que em taes condições o equilibrio não póde subsistir. Se porém a superficie livre do liquido for horisontal, a acção de gravidade tenderá apenas a profundar a molécula *m* na massa líquida; mas estando todas as moléculas superficiaes em idênticas circumstancias necessariamente haverá equilibrio.

Póde pois concluir-se que as superficies livres dos liquidos contidos em quaesquer vasos, e as das aguas encerradas em reservatorios de pequena extensão, são sensivelmente planas e horisontaes, porque as verticaes de todos os seus pontos são parallelas (120).

Não se póde concluir outro tanto quando as massas são consideraveis e taes como as que constituem os grandes lagos e os mares; porque as superficies livres sendo em cada ponto perpendiculares á direcção da gravidade, devem tomar uma curvatura sensivelmente espherica.

A condição anterior póde generalisar-se do seguinte modo: *Para que uma massa liquida, submettida a quaesquer forças, esteja em equilibrio é necessario que a resultante de todas as forças que actuam sobre um ponto da superficie seja normal a essa superficie no ponto considerado.*

2.^a *A pressão deve ser igual em todos os pontos da mesma superficie de nivel.* De feito, n'um estrato ou camada de nivel, qualquer molecula soffre uma pressão de cima para baixo igual ao peso da fieira vertical de moleculas que lhe está sobreposta, e outra pressão igual de baixo para cima, proveniente da elasticidade desenvolvida pela aproximação da molecula considerada ás moleculas immediatamente inferiores, que produzem um effeito equivalente ao de um obstaculo fixo. Mas, como a molecula para estar em equilibrio deve soffrer pressões iguaes em todas as direcções, segue-se que todas as moleculas do mesmo estrato necessariamente devem existir igualmente distanciadas, e portanto estar igualmente premidas. A não ser assim, as moleculas do estrato que tivessem sido approximadas reagiriam sobre as que estivessem mais distanciadas, até fazer que a distancia entre ellas fosse por toda a parte a mesma.

Como a pressão sobre os differentes estratos de nivel cresce de cima para baixo, reconhece-se que a densidade da massa liquida deve augmentar com a profundidade: este augmento despreza-se por ser pequenissimo. Para a agua o augmento de densidade na profundidade de 10 metros é apenas de 5 millionesimas.

Na superficie livre a pressão produzida pelo liquido é nulla por toda a parte. Esta consideração mostra pois, que a primeira condição do equilibrio dos liquidos é apenas um caso particular da segunda.

195. *Pressão que os liquidos em equilibrio exercem no fundo e nas paredes dos vasos ou reservatorios; paradoxo hydrostatico.*—A pressão que uma massa liquida exerce sobre o fundo de um vaso ou reservatorio é igual ao peso de uma columna recta de liquido que tem por base o fundo do vaso e por altura a profundidade do liquido. A pressão que o liquido exerce, segundo o principio enunciado, não depende pois da fórma do vaso, nem da quantidade absoluta de liquido e sim da altura d'este. O principio pôde demonstrar-se theoricamente e verificar-se pela experiencia.

Demônstração. 1.º Consideremos o liquido em equilibrio n'um vaso cylindrico *A* (fig. 101). N'este caso, cada uma das numerosas fieiras verticaes de moleculas, de que pôde imaginar-se formada a massa liquida, exerce sobre um ponto do



(Fig. 101)

fundo do vaso uma pressão igual ao seu peso. Ora, como a somma de todas as fieiras verticaes de moleculas constituem a massa liquida, e os pontos em que ellas se apoiam formam o fundo do vaso, segue-se que a pressão



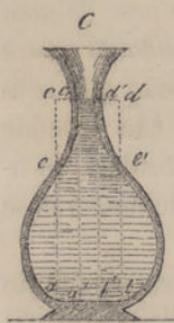
(Fig. 102)

que este experimenta é igual ao peso absoluto da massa liquida.

2.ª Consideremos o liquido em equilibrio no vaso *B* (fig. 102) cuja abertura é maior do que o fundo. A massa liquida pôde suppor-se formada de uma columna central *d a b c*, e de uma parte envolvente *m e n*, representada no córte do vaso por *d a a'* e *c b b'*. As differentes fieiras verticaes da columna recta, como por exemplo *p q*, sendo independentes entre si exercem sobre os pontos do fundo do vaso pressões iguaes aos seus respectivos pesos; ao passo que a parte envolvente *m e n* estando em equilibrio com a columna central, apenas

exerce pressão sobre a parede lateral do vaso. Assim, a pressão que a massa líquida exerce no fundo do vaso é, como no caso precedente, igual ao peso da columna recta e vertical $a b c d$, que tem por base o fundo do vaso, e por altura a profundidade do liquido.

3.º Consideremos o liquido em equilibrio no vaso C (fig. 103), terminando por um collo estreito.

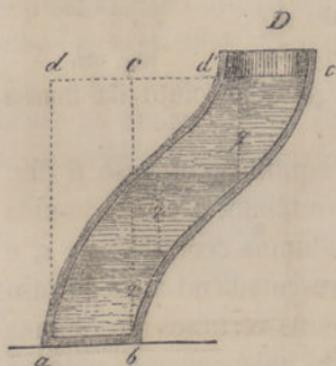


(Fig. 103)

cada um dos pontos da parte $a' b'$ do fundo do vaso soffre uma pressão igual ao peso da feira vertical que lhe está superior, e como a pressão é necessariamente a mesma em todos os pontos do estrato horizontal $a b$, resulta que a pressão em cada um dos pontos do fundo do vaso entre a' e a , b' e b , deve tambem ser igual ao peso que exerceria uma feira vertical de moleculas que tivesse a altura que vae do fundo do vaso ao nivel do liquido.

Ora, poisque a pressão do liquido envolvente $e a e$, $e' b e'$, está em equilibrio com a massa central e apenas exerce pressão sobre a parede lateral do vaso, segue-se que a pressão sobre o fundo é igual ao peso da columna recta $a b d e$, exactamente como se esta columna fosse toda de liquido.

4.º Consideremos finalmente o liquido em equilibrio no vaso D (fig. 104), cuja fórmula é tal que nenhuma parte do



(Fig. 104)

fundo está verticalmente abaixo do nivel do liquido. N'este caso observaremos que n'um estrato convenientemente escolhido de modo que parte esteja abaixo do nivel $e' d'$, a pressão nos diversos pontos d'este estrato é igual ao peso de outras tantas feiras verticaes de moleculas com a altura q designativa da distancia do nivel ao estrato. Esta pressão

transmitte-se integralmente a todos os pontos do outro estrato, escolhido de modo que a vertical q' baixada do primeiro

o encontre; mas o estrato inferior alem da pressão transmitida, experimenta tambem a pressão equivalente á de uma columna liquida vertical de altura q' . Emfim o fundo do vaso soffre em cada ponto uma pressão igual á que exerceria uma feira vertical de moleculas, cuja altura fosse igual á somma das verticaes q, q', q'' ; por conseguinte o fundo do vaso soffre uma pressão equivalente ao peso que teria uma columna liquida recta $a d c b$.

Assim designando por p a pressão que o liquido exerce no fundo do vaso, por π o peso especifico do liquido, e por b e a o fundo do vaso e a altura do liquido ter-se-ha (148—3.^o):

$$p = b \cdot a \cdot \pi$$

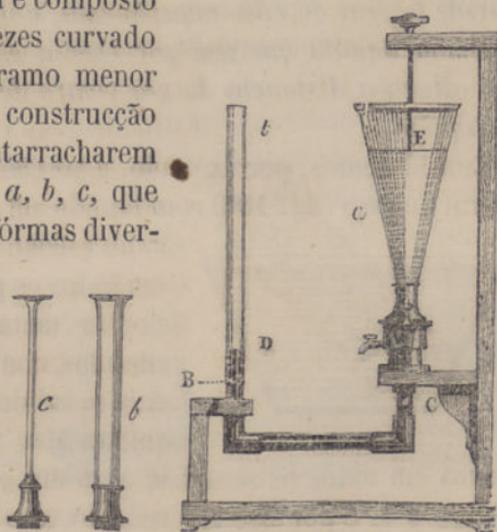
qualquer que seja a fórma do vaso.

Este principio dá origem ao que se denomina *paradoxo hydrostatico*, pela apparente contradicção que parece envolver, poisque a pressão no fundo dos vasos pôde ser igual, maior ou menor do que o peso absoluto da massa liquida n'elles contida.

Verificação experimental. O principio acima demonstrado pôde verificar-se experimentalmente com o aparelho de Hal-

dat (fig. 105), o qual é composto de um tubo duas vezes curvado a angulo recto. O ramo menor d'este tubo tem a construcção propria para se lhe atarracharem os vasos sem fundo a, b, c , que têm capacidades e fórmas diver-

sas. Para praticar a experiencia introduz-se mercurio no tubo até que o nivel chegue á altura da torneira, e marca-se o nivel no ramo t com um anel que pôde



(Fig. 105)

escorregar ao longo d'este ramo. Em seguida atarracham-se successivamente ao outro ramo do tubo os vasos *a*, *b*, *c*, e enchem-se de agua até uma mesma altura *E* que se marca com um estylete. A pressão exercida pelas differentes quantidades de agua, empregadas nas experiencias, sobre o mercúrio que forma os fundos dos vasos, faz subir o mercúrio no ramo *t* até certa altura *D*, que é a mesma em qualquer dos casos; o que mostra que a pressão exercida pela agua sobre o mercúrio (fundo do vaso), depende sómente da columna recta que tem por base o fundo do vaso e por altura a distancia do fundo ao nivel do liquido.

196. *Pressão dos liquidos sobre a parede lateral dos vasos.*—A veia fluida que sáe por qualquer orificio praticado na parede lateral de um vaso cheio de liquido, prova que o estrato existente na altura do orificio exerce pressão de dentro para fóra. Nota-se mais que a veia fluida sáe normalmente á parede do vaso quando esta tem pequena espessura em torno do orificio; d'onde se deduz que a pressão que o liquido exerce é normal á superficie premida.

Postos estes detalhes enunciaremos o seguinte principio: *N'um vaso com liquido a pressão que uma porção, plana da parede lateral do vaso experimenta, é igual ao peso de uma columna liquida que tem por base a superficie premida, e por altura a distancia do seu centro de gravidade ao nivel do liquido.*

Consideremos, por exemplo, a porção plana *ab* da parede lateral do vaso (fig. 406) com liquido até ao nivel *nr*. A pressão no estrato *ge*, como sabemos, é em todos os pontos igual ao peso de outras tantas fieiras verticaes de moleculas, que tem por altura a distancia *mm'* do estrato ao nivel do liquido. Mas a pressão sendo a



(Fig. 406)

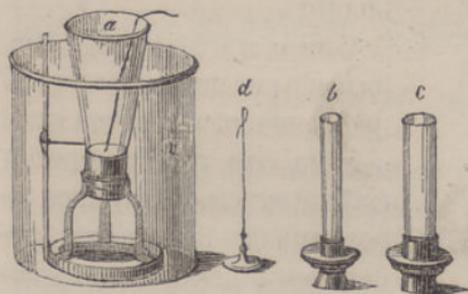
mesma em todos os sentidos, obra em *g* normalmente á superficie *ab*, e por isso a parede do vaso soffre normalmente em *g* uma pressão equivalente ao peso da fieira de moleculas *gf*. Ora, como fazendo iguaes raciocinios se chega a conclu-

sões analogas com respeito a todos os pontos de $a b$ segue-se que esta superficie soffre normalmente uma pressão igual ao peso da somma das diversas fieiras de moleculas que têm por altura as distancias verticaes que vão dos seus differentes pontos ao nivel do liquido. Esta somma, porém, equivale ao peso da columna liquida $a c b d$, que tem por base a superficie $a b$, e por altura $g f$ ou $a c$, como sendo a media d'aquellas distancias ao nivel do liquido. Assim, pois que o centro de gravidade g existe a esta media distancia, o principio enunciado é verdadeiro.

A exactidão d'este principio verifica-se ordinariamente com o aparelho de Pascal, o qual consta de um vaso conico sem fundo, atarrachado pela parte estreita a outro vaso de fôrma cubica que tem a construcção propria para se lhe adaptar um embolo, ora a uma das faces lateraes, ora á face inferior. Enchendo o aparelho de agua até certa altura, acima do centro de gravidade da face do embolo, adaptado lateral ou inferiormente, acha-se que para pôr o embolo em movimento n'um e n'outro caso tem que empregar-se a mesma força.

197. *Pressão dos liquidos de baixo para cima.*—A pressão que uma massa liquida exerce em qualquer altura de baixo para cima sobre uma superficie horisontal, é igual ao peso de uma columna recta de liquido, que tem por base a superficie considerada e por altura a distancia da superficie ao nivel do liquido.

Este principio, de cuja demonstração nos dispensâmos por estar implicitamente comprehendido na segunda condição do



(Fig. 107)

equilíbrio dos liquidos (194), pôde verificar-se experimentalmente com o aparelho (fig. 107), que consta de um vaso v de grande capacidade, que se enche de agua, e de diferentes pequenos vasos sem fundo a, b, c , cada um dos quaes se atarracha por sua vez a

um suporte. Com um disco de vidro, que se sustenta por um fio *d*, forma-se o fundo artificial a qualquer dos vasos *a*, *b*, *c*; e em seguida mergulha-se o vaso, assim preparado e atarrachado ao suporte, no liquido contido no vaso *V*, abandonando logo o fio, porque a pressão de baixo para cima que o liquido exerce, faz ajustar o disco ao extremo mergulhado do pequeno vaso. Deitando agora a agua pouco a pouco no interior d'este vaso, nota-se que o disco se conserva ajustado enquanto o liquido não chega á altura do nivel que ella tem no vaso *V*, e que, quando attinge esta altura, se destaca, indo ao fundo d'este vaso; d'onde se deduz que a pressão que o liquido exerce de baixo para cima, sobre o fundo do vaso (disco de vidro) é igual ao peso da columna liquida recta, que tem por base a face do disco e por altura a distancia vertical d'ahi ao nivel do liquido. O apparatus empregado, dito de Mr. Masson, póde servir para verificar o principio do n.º 195, procedendo de um modo analogo ao que se seguiu com o apparatus de Haldat.

Do principio posto deduz-se que, n'um reservatorio completamente cheio de liquido e em que este suba n'um canal, a pressão que a parede superior do reservatorio experimenta é igual ao peso de uma columna liquida que tem por base a superficie interior d'esta parede, e por altura a distancia contada d'ahi para o nivel do liquido no canal.



(Fig. 108)

Com o apparatus (fig. 108) formado por um reservatorio *R* que communica com um canal *c* e em cuja parede superior estão atarrachados diversos tubos munidos de torneiras, podem verificar-se as pressões parciaes que o liquido, que enche o apparatus, exerce de baixo para cima sobre as bases dos

tubos. De feito, tomando o apparelho cheio de agua e abrindo successivamente as torneiras dos tubos observa-se que a agua sobe n'estes até attingir o nivel que ella tem no canal; o que prova evidentemente que as bases dos tubos ou as areas correspondentes da parede superior experimentavam de baixo para cima pressões iguaes aos pesos das columnas liquidas elevadas.

Pascal fundando-se nos principios precedentes fez arreben-
tar um tonel cheio de agua, para o que lhe adaptou um tubo
estreito de 10 a 15 metros de comprimento, que encheu de
agua. A somma das pressões exercidas de dentro para fóra,
sobre todos os elementos da superficie interior, sendo equi-
valente ao peso da columna de agua que tem por base esta su-
perficie e por altura a distancia do seu centro de gravidade
ao nivel do liquido no tubo, o esforço exercido de dentro para
fóra é tão consideravel que faz arrebenatar o tonel.

198. *Exercicio sobre a avaliação das pressões das colu-
mnas liquidas.* — A pressão que uma columna liquida exerce
sobre uma base dada avalia-se multiplicando a base pela al-
tura (o volume) pelo peso da unidade do volume do liquido
respectivo.

Exemplos:

A pressão que exerce uma columna de agua, que tem por
base um centimetro quadrado e por altura 3 metros (195) é:

$$p = (1^c)^2 \cdot 3^m \cdot 1^{gr} = (1^c)^2 \cdot 300^c \cdot 1^{gr} = 300^{gr} = 0^k,3$$

A pressão que exerce uma columna do mesmo liquido que
tem por base um decimetro quadrado e por altura 2^m,5 é:

$$p = (1^c)^2 \cdot 25^d \times 1^k = 25^k.$$

E a pressão que exerce uma columna de mercurio, cuja
base é 1 centimetro quadrado e a altura 76 centimetros, at-
tendendo a que o peso especifico do mercurio é 13,598 vezes
maior do que o da agua, é:

$$p = (1^c)^2 \cdot 76^c \cdot 13^{gr},598 = 1033^{gr} = 1^k,033$$

SECCÃO 3.^a

Equilibrio dos corpos mergulhados e fluctuantes nos liquidos

199. *Principio de Archimedes.*— Os corpos mergulhados e fluctuantes nos liquidos experimentam pressões, que dependem da sua posição no interior ou á superficie da massa liquida. Deve-se a Archimedes o conhecimento do seguinte principio geral:

Um corpo mergulhado n'um liquido em equilibrio fica submettido a uma pressão de baixo para cima igual ao peso do liquido deslocado, o que tambem se exprime dizendo que o corpo perde uma parte do seu peso igual ao do volume do liquido deslocado.

Para demonstrar theoreticamente este principio considere-se uma massa liquida em equilibrio n'um vaso (fig. 409) e imagi-

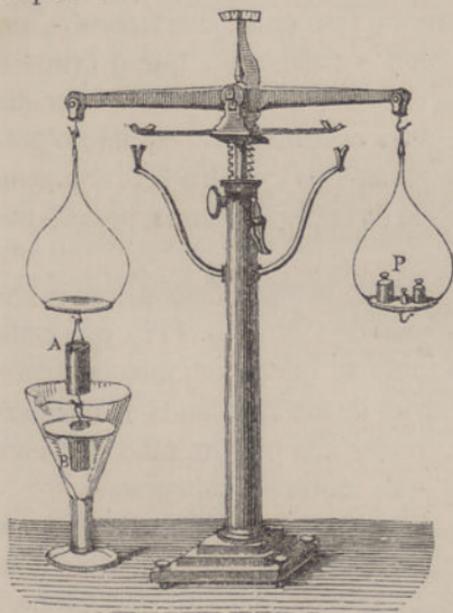


(Fig. 409)

ne-se isolada no seu interior parte da massa; suppondo para simplificar que tem a forma cubica e as faces lateraes verticaes: o equilibrio n'esta hypothese não é alterado. O liquido que envolve a massa cubica exerce sobre ella duas ordens de pressões: pressões lateraes e verticaes. As pressões lateraes equilibram-se mutuamente, porque obram sobre superficies da mesma extensão, symetricamente dispostas e situadas á mesma profundidade, e são portanto iguaes e directamente oppostas umas ás outras. A face superior *A* da massa cubica experimenta uma pressão de cima para baixo igual ao peso da columna liquida que tem por base a superficie *A* e por altura a distancia *A D*; e a face inferior *B* experimenta uma pressão de baixo para cima igual ao peso da columna liquida que tem por base a face inferior *B*, e por altura a distancia *B D*. A massa cubica tende, pois, a elevar-se pela differença d'estas pressões, que é evidentemente igual ao peso de uma columna liquida do mesmo volume; e como se conserva em equilibrio e não cáe, segue-se que a differença de pressões é equivalente ao peso do volume do liquido que des-

loca. Imaginando a massa cubica substituida por um corpo solido, com a mesma fórma e volume, este corpo experimentarâ de baixo para cima a mesma pressâo, e perderâ por consequente uma parte do seu peso, igual ao do volume do liquido deslocado.

Se considerarmos, em geral, uma massa liquida de fórma qualquer, isolada do mesmo modo no interior do liquido, é evidente que ella se conservará em equilibrio e não cairá, d'onde se segue que o seu peso é destruido pela reacção do liquido que a rodeia, o que é o mesmo que dizer que essa massa está submettida a pressões, cuja resultante total é igual e directamente opposta ao seu peso. Ora, como estas pressões são independentes da natureza das superficies sobre que se exercem, a sua resultante será ainda a mesma quando se imaginar a massa liquida substituida por um corpo qualquer com a mesma fórma e volume exterior, e será portanto igual ao peso do volume do liquido deslocado por esse corpo.



(Fig. 110)

A força que eleva ou tende a elevar um corpo mergulhado n'um liquido chama-se *impulsão do liquido*. Como ella equivale ao peso do volume do liquido deslocado, o seu ponto de applicação é portanto o centro de gravidade d'este.

O principio de Archimedes pôde demonstrar-se experimentalmente com a balança hydrostatica (fig. 110) (1). Empregam-se para

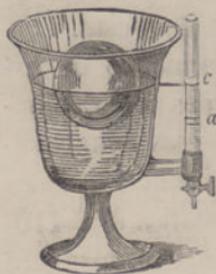
(1) A balança hydrostatica apenas differe da balança ordinaria em ser munida de um machinismo proprio para fazer subir e descer o travessão e em ter um gancho na parte inferior de cada prato.

este fim dois cylindros metallicos, um ôco *A*, o outro massiço *B*, que se ajusta perfeitamente á capacidade do primeiro, suspensos a um prato da balança, e faz-se-lhe equilibrio no outro com os pesos para isso necessarios. Fazendo descer o travessão até que o cylindro massiço mergulhe completamente na agua contida no vaso collocado inferiormente, o travessão inclina-se para o lado do prato que tem os pesos.

Este resultado mostra evidentemente que o cylindro massiço perdeu uma parte do seu peso, mergulhado na agua do vaso. Enchendo com este liquido o cylindro ôco, vê-se que o travessão toma a posição horisontal: d'onde se conclue que a perda que o cylindro massiço experimentou, é igual ao peso de um igual volume de agua.

Deve notar-se, porém, que ao passo que o cylindro massiço perde parte do seu peso, quando mergulha na agua, o peso d'esta augmenta de uma quantidade igual áquella perda. Para o mostrar suspende-se o systema de cylindros a um supporte fixo, e equilibra-se na balança o vaso onde deve fazer-se a immersão. Elevando em seguida a balança até que o cylindro massiço mergulhe na agua existente no vaso, notar-se-ha que o peso do vaso augmenta. Para restabelecer o equilibrio bastará tirar a agua do vaso e deital-a no cylindro ôco, e quando este estiver cheio, o travessão da balança voltará á posição horisontal.

O principio de Archimedes pôde ainda demonstrar-se experimentalmente com um vaso de vidro (fig. 444), que comunica junto ao fundo com uma capacidade cylindrica de metal, munida de uma torneira e atravessada por um tubo, ao longo do qual pôde mover-se um cursor *c*.



(Fig. 444)

Tomando este aparelho com agua até certa altura *a*, que se marca no tubo, e introduzindo na agua do vaso uma esfera ôca de cobre, esta fluctuará no liquido e deslocará n'este um volume igual ao da parte mergulhada, fazendo subir o nivel do liquido no vaso e no interior do tubo até *c*. Abrindo agora a torneira, e dei-

xando sair a agua até que o nivel chegue á altura a , o liquido saído representa um volume igual ao que foi deslocado pela esphera, e pesando-o acha-se ser igual ao peso d'esta.

200. *Casos que podem dar-se na immersão dos corpos nos liquidos, condições de equilibrio dos corpos immergidos e fluctuantes.*—Os corpos mergulhados nos liquidos, estando sujeitos a duas forças contrarias, o seu peso que tende a fazel-os descer e a impulsão dos liquidos que tende a fazel-os subir, podem dar origem aos seguintes casos: Se V designar o volume do corpo, d e d' forem as densidades do corpo e do liquido, ou as suas massas especificas em relação á da agua, tomada por unidade, Vdg e $Vd'g$ (148 a 129) representarão as duas forças e $Vg(d-d')$ a força resultante. Posto isto, se d for maior que d' , o corpo, porque o seu peso excede a impulsão, cairá no fundo do vaso; se d for menor que d' e por isso a impulsão maior que o peso do corpo, este será impellido para a superfície do liquido, onde fluctuará deslocando d'este um volume, cujo peso é igual ao seu; e finalmente se d for igual a d' , as duas forças sendo iguaes, o corpo mergulhado ficará no interior do liquido exactamente como se tivesse perdido o seu peso.

Vê-se tambem que a força $Vg(d-d')$ que faz mover o corpo no liquido é proporcional ao volume do corpo para a mesma differença de densidades ($d-d'$): é por isso que as particulas tenuissimas se conservam por muito tempo em suspensão na agua, aindaque mais densas do que ella, poisque o seu diminuto peso difficilmente vence a resistencia que o liquido oppõe ao seu movimento.—Assim podem tambem fluctuar na agua corpos mais densos do que ella, uma vez que se lhes dêem fôrmas taes que desloquem volumes de agua maiores do que os proprios. É o caso dos navios e o da esphera ôca de metal introduzida n'agua (199).

Para que um corpo mergulhado n'um liquido ou fluctuando á superficie possa estar em equilibrio, é necessario que se dêem as seguintes condições:

1.^a *Que o corpo desloque um volume de liquido cujo peso seja igual ao seu;*

2.^a Que o centro de gravidade do corpo e o d'impulsão do liquido deslocado existam na mesma vertical.

Com effeito, satisfeitas estas condições, o peso do corpo applicado ao seu centro de gravidade e a impulsão do liquido applicada ao centro da impulsão, ou por outra, ao centro de gravidade do liquido deslocado, são duas forças iguaes e directamente oppostas e que por conseguinte se equilibram.

D'aqui resulta que uma esphera homogenea que fluctua n'um liquido, estará em equilibrio em qualquer posição, e que um ellipsoide tambem homogeneo estará em equilibrio quando algum de seus eixos estiver na posição vertical.

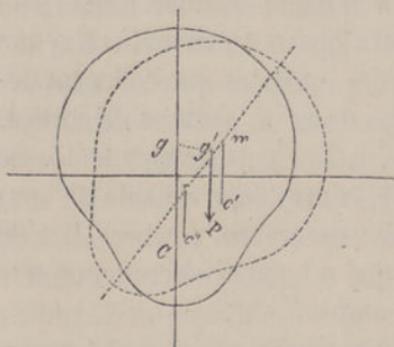
201. *Condições de estabilidade, metacentro.* — O equilibrio dos corpos completamente immergidos nos liquidos pôde ser de tres especies *estavel, instavel e indifferente*.

De feito, uma esphera heterogenea, formada de uma parte de cortiça e de outra de chumbo, introduzida em agua, uma vez que o volume deslocado tenha um peso igual ao seu, pôde ter duas posições de equilibrio: uma de equilibrio estavel, quando o seu centro de gravidade estiver abaixo do de impulsão; e outra de equilibrio instavel, quando o centro de impulsão estiver inferior ao de gravidade. E finalmente uma esphera homogenea de cera, por exemplo, cujo peso seja igual ao do mesmo volume de agua, introduzida n'este liquido, deverá ficar em equilibrio indifferente, porque as duas forças são iguaes e contrarias (200), e os seus pontos de applicação coincidem, qualquer que seja a posição da esphera.

Para os corpos fluctuantes, se o centro de gravidade está abaixo do centro de impulsão o equilibrio tambem é sempre estavel; porque se o corpo se desviar um pouco d'essa posição, as forças applicadas áquelles dois pontos tenderão a fazel-a retomar. É por isso que se carrega quasi sempre a parte inferior dos navios com corpos pesados, que constituem o que se chama *lastro*. Quando, porém, o centro de impulsão existe abaixo do centro de gravidade o equilibrio não é necessariamente instavel, como facilmente pôde verificar-se.

Considere-se, por exemplo, um corpo fluctuante em equilibrio, representado em secção pela fig. 112, e sejam g e c

os centros de gravidade e de impulsão. Suppondo que o corpo se desvia um pouco da posição de equilibrio, a linha $g c$ tomaria uma posição inclinada. O centro de gravidade g mudar-se-ia para g' e o centro de impulsão tomaria uma nova posição c' ou c'' , porque o liquido deslocado conservando o mesmo volume terá necessariamente mudado de fôrma.



(Fig. 112)

O corpo fica, pois, submettido a duas forças iguaes: o seu peso P que obra em g' de cima para baixo; e a impulsão que obra em c' ou c'' , de baixo para cima. Se o centro de impulsão for c' as duas forças iguaes e contrarias applicadas em g' e m tenderão evidentemente a fazer com que o corpo volte á primitiva posição; se ao contrario o centro de impulsão for c'' as duas forças applicadas em g' e r constituirão um binario que tenderá a afastar o corpo cada vez mais da sua posição de equilibrio. Logo o equilibrio será estavel no primeiro caso e instavel no segundo. Os pontos m e r denominam-se *metacentros*.

O metacentro é, pois, o ponto de encontro da recta que passa pelos centros de gravidade e de impulsão, na posição de equilibrio, com a vertical que passa pelo novo centro de impulsão quando o corpo se desvia um pouco d'aquella posição.— O equilibrio é, pois, estavel quando o metacentro fica acima do centro de gravidade e instavel no caso contrario.

202. Applicações do principio de Archimedes.— Este notavel principio serve para explicar muitos phenomenos e tem recebido numerosas applicações. É em virtude d'elle que corpos muito densos podem fluctuar em liquidos ainda mais densos ou mesmo em liquidos de menor densidade, uma vez que se tenham dado áquelles fôrmas convenientes. É pelo mesmo principio que o homem e os differentes animaes fluctuam na agua e muito melhor na salgada do que na doce.

Augmentando o volume da agua deslocada, sem acrescentar sensivelmente o peso, póde o homem fluctuar n'ella, sem que seja necessario fazer o mais ligeiro movimento. É o que se verifica com as pessoas gordas e com as que collocam debaixo dos braços bexigas cheias de ar ou pedaços de cortiça. Os diferentes animaes, porém, nadam mais facilmente do que o homem, porque a posição do centro de gravidade de seus corpos lhes dá a vantagem de conservarem a cabeça fóra de agua naturalmente: ao passo que o homem só consegue este resultado pelo estudo e pelo habito.

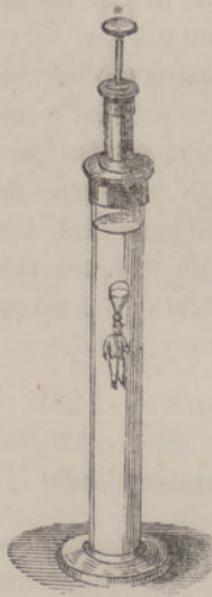
Os cadaveres dos animaes immersos na agua vão immediatamente ao fundo, mas depois de alguns dias voltam á superficie, porque putrefazendo-se produzem gases, que enchendo os tecidos lhes augmentam os volumes sem alteração sensível de peso. Em virtude da differença de densidade entre a agua do mar e a dos rios, os navios mergulham mais n'estes do que n'aquelle e é por isso que é conveniente alliviar as cargas dos navios nas embocaduras dos rios para evitar que elles sossobrem, como algumas vezes tem acontecido.

O conhecimento das condições de fluctuação e estabilidade dos corpos fluctuantes tem applicação: nas construcções navaes; na determinação do peso e carga dos navios; no estabelecimento das pontes fluctuantes; na disposição que deve dar-se aos corpos fluctuantes, para fazer surgir os corpos submersos; e na construcção dos instrumentos denominados *areometros*, que se empregam para determinar as densidades dos solidos e liquidos.

Póde tambem, em virtude do principio de Archimedes, determinar-se com sufficiente exactidão os volumes dos corpos insolúveis na agua, para o que basta achar o seu peso p no ar suspendendo-o, por exemplo, a um dos pratos da balança hydrostatica, depois o peso p' que elle tem mergulhado na agua distillada na temperatura de 4° centigrados. É evidente que a differença $(p-p')$ dos pesos representará o peso de um volume de agua igual ao do corpo, e que por conseguinte o volume do corpo será de tantos centimetros cubicos quantos forem os grammas expressos por aquella differença.

203. *Bexiga natatoria dos peixes; ludion.*—O principio de Archimedes serve ainda para explicar diversos movimentos dos peixes. Grande numero d'estes animaes possuem na parte superior do abdomen, logo abaixo da espinha dorsal, um sacco membranoso cheio de gaz, o qual se denomina *bexiga natatoria*. Os peixes tẽem as faculdades de dilatarem e contrahirem este orgão mediante certos movimentos musculares, e por conseguinte o poder de augmentarem ou diminuirerem os volumes dos seus corpos; isto é, possuem a propriedade de se tornarem especificamente mais leves ou mais pesados do que os volumes de agua deslocada; e é em virtude d'isso que sobem no primeiro caso e descem no segundo. Alem d'isto, a bexiga natatoria, pela sua posição, pôde fazer com que o centro de gravidade do peixe seja inferior ao centro de impulsão, o que lhe favorece os movimentos no meio de agua.

A theoria da subida e descida dos peixes pôde demonstrar-se experimentalmente com o apparelho (fig. 113) que tem o



(Fig. 113)

nome de *ludion*. Este apparelho consta de uma esphera ôca de vidro a que está suspenso um corpo solido. A esphera fluctua na agua contida n'um vaso cylindrico, a que está adaptada uma bomba de compressão munida de um embolo de parafuso; contém agua e ar; e tem um orificio na parte mergulhada, destinado a dar entrada e saída á agua. Fazendo descer o embolo, o ar comprimido no corpo de bomba exerce pressão sobre o liquido; e a pressão que este experimenta transmite-se ao ar contido na esphera, onde entra uma pequena porção de agua, que augmentando o peso do apparelho o faz descer até o fundo do vaso. Alliviando em seguida a pressão do embolo o ar existente na esphera, por seu elasterio, expulsa a agua

que ali tinha entrado, e o apparelho, tornando-se especificamente mais leve, sobe no interior do liquido e a esphera vae fluctuar á superficie d'este como antes.

204. *Equilibrio de diferentes liquidos contidos no mesmo vaso.* — Dois, tres ou mais liquidos, sem acção chimica entre si, introduzidos no mesmo vaso *quando estão em equilibrio formam estratos horisontaes, sobrepostos pela ordem decrescente de suas densidades, de baixo para cima.* Com effeito, em virtude do principio de Archimedes, as gottas do liquido mais denso, tendo maior densidade do que a que tem a mistura de diferentes liquidos, cairão no fundo do vaso, formando um estrato; as do liquido menos denso, pelo contrario, subirão formando um estrato superiormente; ao passo que as gottas dos liquidos intermedios em densidade separando-se em virtude do mesmo principio, constituirão estratos por ordem decrescente de sua densidade, de baixo para cima. A verdade d'este principio prova-se experimentalmente, introduzindo, por exemplo, mercurio, agua e oleo de naphta no mesmo vaso, agitando-os e deixando-os depois em repouso. Pela agitação os liquidos misturam-se, dividindo-se em pequenas gottas, e pelo repouso as gottas mais densas (as do mercurio) vão occupar o fundo formando um estrato; sobre este reúnem-se as gotas do liquido immediatamente inferior em densidade (as da agua) constituindo outro estrato; e acima d'este aggregam-se as gotas do liquido menos denso (oleo de naphta), formando tambem um estrato. As superficies de separação dos estratos assim formados são evidentemente horisontaes; porque as moleculas superficiaes de qualquer d'elles estando solicitadas pela gravidade escorregariam e a massa liquida seria posta em movimento se as superficies fossem inclinadas.

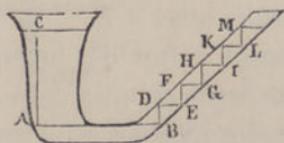
SECÇÃO 4.^a

Equilibrio dos liquidos em vasos communicantes — applicação

205. *Equilibrio dos liquidos em vasos communicantes.* — O equilibrio dos liquidos em vasos communicantes apresenta dois casos: um quando os vasos contêm o mesmo liquido homogeneo, e outro quando os vasos contêm liquidos heterogeneos ou de diferentes densidades.

1.^o *Caso.* — As condições de equilibrio dos liquidos não

dependendo da fôrma dos vasos que os contêm applicam-se igualmente quando differentes vasos estão ligados por tubos de comunicação, que estabelecem a continuidade entre os liquidos n'elles existentes. A condição especial do equilibrio dos liquidos em vasos communicantes deduz-se da condição geral do equilibrio dos liquidos, e é a seguinte: *Os niveis de um liquido homogeneo em equilibrio, em dois ou mais tubos communicantes, têm a mesma altura em todos elles, ou antes existem no mesmo plano horizontal.*



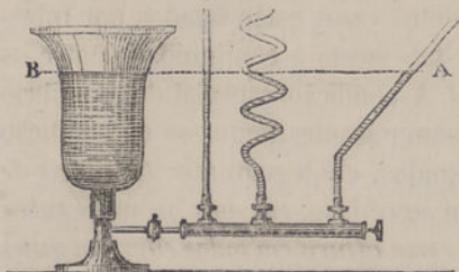
(Fig. 114)

Se *A* e *B* (fig. 114) representarem dois pontos situados no mesmo plano horizontal do tubo de comunicação de dois vasos, e n'estes existir o mesmo liquido homogeneo em equilibrio, os dois pontos

considerados experimentarão iguaes pressões. Com effeito a pressão em *A* é igual ao peso de uma columna liquida, que tem por base a unidade de superficie e por altura *AC*, e a pressão em *B* é igual á pressão que experimenta o ponto *D* mais o peso de uma columna liquida, tendo por base a unidade de superficie e por altura *BD*; porém, a pressão em *D* é equivalente á pressão em *E*, que é a mesma que experimenta o ponto *F* augmentada do peso de uma columna liquida em que a base é a unidade de superficie e a altura é *EF*; e assim successivamente. D'este modo de discorrer deduz-se facilmente que a pressão em *B* é igual á somma dos pesos das cinco columnas liquidas, tendo por base a unidade de superficie e por altura as distancias *BD, EF,* ou antes é igual ao peso de uma unica columna liquida que tem por base a unidade de superficie e por altura a somma das referidas distancias. Ora devendo em virtude de equilibrio do liquido, ser iguaes as pressões em *A* e *B*, e tendo as columnas liquidas, cujos pesos representam as ditas pressões, a mesma base, é necessariamente *AC* igual á somma das distancias *BD, EF,* d'onde se conclue que as superficies livres do liquido estão situadas á mesma altura.

Póde provar-se esta proposição praticamente por meio de

um aparelho (fig. 415) que consta de um vaso largo, que



(Fig. 415)

communica inferiormente por um conducto horizontal munido de torneira com tres outros tubos de dimensões e fórmulas diferentes. Quando se abre a torneira do conducto horizontal, o liquido contido no vaso largo afflue aos diversos tubos e attinge em todos o mesmo nivel *A B*.

2.º *Caso*.—As alturas dos niveis dos dois liquidos heterogeneos ou de diversa densidade e sem acção chimica entre si estão na rasão inversa das densidades dos mesmos liquidos.

Com effeito, considerando dois liquidos heterogeneos em equilibrio no interior de vasos communicantes é evidente que para haver equilibrio é necessario e sufficiente que a pressão seja igual em todos os pontos do mesmo plano horizontal situado no tubo de communicação ou superiormente, porque no caso contrario o liquido contido no tubo de communicação soffreria pressões diversas em pontos situados no mesmo plano horizontal, o que é impossivel. A pressão devendo, pois, ser tambem igual para os pontos da superficie de separação dos dois liquidos, representando por *d* e *d'* as densidades d'estes e por *a* e *a'* as alturas das columnas liquidas respectivas, a igualdade da pressão sobre o elemento superficial *b*, exige que seja

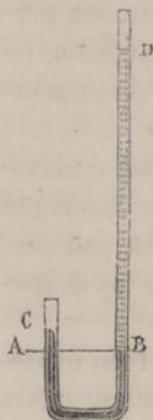
$$b \cdot a \cdot g d = b \cdot a' \cdot g d';$$

d'onde se deduz

$$\frac{a}{a'} = \frac{d'}{d}.$$

Para provar praticamente este principio emprega-se o tubo aberto e duas vezes curvado a angulo recto (fig. 416) com mercurio em ambos os ramos até á mesma altura e introduz-se-lhe agua no ramo maior. O peso da columna de agua faz descer o mercurio até *B* no ramo maior e subir até *C* no

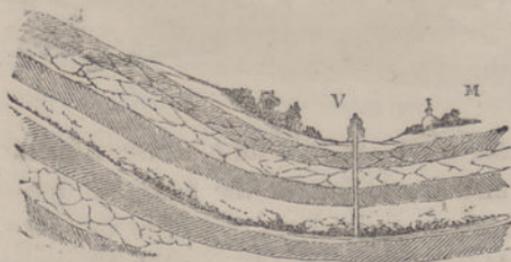
menor. Tirando uma horizontal pela superficie de separação da agua e mercurio e medindo as duas columnas *B D* e *A C* acha-se que a primeira é 13,5 vezes maior do que a segunda.



(Fig. 416)

206. *Repuxos artificiaes e naturaes; poços artesianos.* — A construcção dos *repuxos* funda-se na theoria do equilibrio dos liquidos homogeneos contidos em vasos communicantes. É necessario, para tal fim, que n'um lugar elevado haja um reservatorio em communicação com o lugar mais baixo, onde a agua deve repuxar. Quando se abre o registro que intercepta e regula a saida da agua, esta sáe em jacto, e a que se dirige verticalmente tende a elevar-se á altura, que tem no reservatorio. Nunca, porém, chega a esta altura: primeiro porque a agua durante o trajecto perde parte da velocidade do movimento no canal de conducção e no orificio ou orificios que lhe dão saida; segundo porque a gravidade obra em sentido contrario.

Os repuxos naturaes, que existem em muitos pontos do Globo, têm uma explicação analogá. De feito, se n'uma montanha *M* (fig. 417) se formar um deposito de agua, prove-



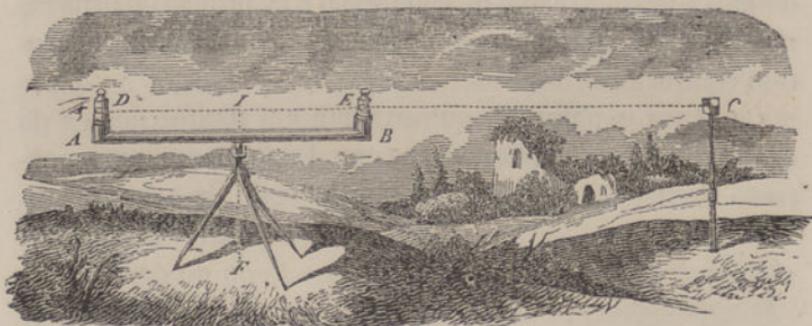
(Fig. 417)

niente das chuvas, ou do derretimento da neve ou do gèlo, e se o terreno for constituído de modo que entre duas camadas impermeaveis, de argilla, por exemplo, haja uma de areia, a agua, **infiltrando-se** no terreno, seguirá a direcção da camada permeavel. Assim, se esta camada vier terminar na montanha *M'* ou em qualquer ponto da sua encosta, a agua repuxará ali naturalmente, tendendo em qual-qual dos casos a elevar-se á altura que tem na montanha *M*. Se no valle *V* se praticar um furo com uma broca, e se, á ma-

neira que se for brocando, se forem introduzindo tubos de ferro no furo praticado, quando este chegar á camáda permeavel, a agua, subindo então pelo canal, virá repuxar no valle. É assim que são construidos os denominados poços artesianos.

Para construir estes poços é necessario possuir conhecimentos geologicos, isto é, conhecer a natureza e a disposição das camadas que formam o terreno; porque, se este não offercer camadas permeaveis entre as impermeaveis, as despesas da construcção serão improductivas.

207. *Nivel de agua.*—Este instrumento (fig. 418) funda-se tambem na theoria do equilibrio dos liquidos em tubos communicantes. É formado por um tubo de latão *AB*, que tem um metro de comprimento, pouco mais ou menos, em cujos extremos, curvados a angulo recto, estão adaptados dois vasos de vidro sem fundo.



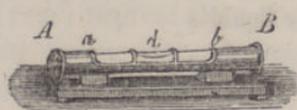
(Fig. 418)

Para fazer uso d'este nivel fixa-se o tubo horizontalmente sobre um tripé de madeira e deita-se-lhe agua até que o nivel d'esta suba a mais de meia altura dos vasos de vidro. Depois de estabelecido o equilibrio, póde concluir-se que os niveis em *D* e *E* estão no mesmo plano horizontal. O nivel de agua emprega-se nos trabalhos topographicos, para determinar quanto os diversos pontos de terreno, mais ou menos distantes do logar em que se colloca o instrumento, estão inferiores a este logar. Supponhamos que se pretende determinar a differença de nivel entre um ponto qualquer do terreno e o ponto *F* da estação. Colloca-se verticalmente n'aquelle

ponto uma mira formada de duas reguas de madeira, em que uma d'estas pôde descer e subir ao longo da outra e sustenta no extremo superior uma lamina de folha *C*, que tem no meio um ponto de reparo. O observador dirige o raio visual pelos niveis *D* e *E* até enfiar o ponto de reparo; fazendo que um ajudante do trabalho, por meio de signaes, levante ou abaixe a lamina *C* para obter este resultado. Basta agora subtrahir da altura marcada na mira a altura *IF* do instrumento, para obter a differença do nivel que se pretende. Se aquellas alturas são iguaes, os dois pontos estão de nivel.

O nivel determinado com este instrumento chama-se nivel apparente, porque elle se refere a um plano tangente á superficie da Terra. O nivel verdadeiro é aquelle em que os pontos nivelados se referem a pontos igualmente distantes do centro do nosso planeta.

208. *Nivel de bolha de ar.*—Este instrumento (fig. 419)



(Fig. 419)

é formado por um tubo de vidro, ligeiramente curvo e fechado nos extremos; contendo um liquido e uma pequena bolha de ar, que por sua leveza especifica occupa sempre a parte superior do liquido.

O tubo assim preparado está no interior de um tubo de latão *AB* que tem uma abertura *ab* superiormente, para se poderem observar os movimentos da bolha de ar *d*. Quando os extremos d'esta correspondem a dois traços marcados no tubo de vidro, a base plana que sustenta o tubo, é paralela ao nivel do liquido, e por consequente horisontal. Assim, o plano, em que se assentar o instrumento, será horisontal, quando a bolha de ar corresponder áquelles traços.

O nivel de bolha de ar serve pois para indicar se um plano está ou não horisontal; e por ser mais exacto que o nivel de agua é usado de preferencia a este nos trabalhos topographicos. Para este fim emprega-se um plano (a prancheta) sustentado por tres pés munidos de parafusos, destinados a fazer subir ou descer o plano, e procede-se do modo seguinte. Colloca-se o nivel na direcção de dois pés, e move-se o para-

fuso de um d'estes, até que o extremo da bolha corresponda aos dois traços marcados no tubo; em seguida colloca-se o nivel na direcção de um d'estes pés e do terceiro, e move-se o parafuso d'este pé até que a bolha corresponda aos traços. É evidente que n'estas circumstancias o plano tem a posição horisontal.

Para fazer nivelamentos com este instrumento, adapta-se a um oculo com reticulo, cujo eixo é paralelo á base do nivel.

Para verificar se o nivel está perfeitamente regulado colloca-se sobre um plano, de modo que a bolha fique no meio, e examina-se depois se ella volta á mesma situação quando se inverter a posição do instrumento. Se esta condição não se verifica, o nivel pôde rectificar-se por meio de um parafuso especial que serve para esse fim.

SECÇÃO 5.^a

Das densidades dos solidos e liquidos

209. *Densidades dos solidos e liquidos.*—As densidades dos solidos e liquidos (149) são expressas pela relação existente entre os pesos de iguaes volumes d'estes corpos e da agua distillada na temperatura de 4° centigrados¹, porque os pesos dos diversos corpos sob o mesmo volume são proporcionaes aos pesos especificos (148-3). Para as determinar servem-se os physicos da balança hydrostatica, de um pequeno frasco com rolha esmerillada ou dos instrumentos geralmente proprios para fluctuarem nos liquidos e denominados *areometros* (de *araios*, pouco densos e de *metron*, medida.)

Os areometros fluctuadores constam de tres partes (fig. 120, 121 e 125); a saber: a *haste*, que ou tem um simples traço ou é graduada; o *corpo do areometro*, formado por uma capacidade espherica ou cylindrica; e o *lastro* constituido por outra capacidade de fôrma variavel, contendo um corpo pesado (mercurio ou grãos de chumbo). D'estes instrumentos,

¹ Toma-se a agua a 4°, por ser esta a temperatura em que ella existe no maximo da condensação, e por conseguinte no minimo de volume, como adiante demonstraremos.

uns são ditos de volume constante e peso variavel, e outros de volume variavel e peso constante. Os primeiros têm a construcção propria para se lhes addicionarem pesos, a fim de mergulharem nos liquidos até certo ponto da haste, chamado ponto da *affloração*, e os segundos introduzidos em diversos liquidos mergulham n'elles mais ou menos.

210. *Determinação das densidades dos solidos.*—As densidades dos solidos determinam-se pelos seguintes processos:

1.º *Processo da balança hydrostatica.*—A pratica d'este processo consiste em suspender o corpo, cuja densidade pretende conhecer-se, a um dos pratos da balança hydrostatica, por meio de um fio muito fino; e a determinar primeiro o seu peso p no ar e depois o peso p' que elle tem mergulhado em agua distillada na temperatura de 4º. Em virtude do principio de Archimedes, e porque o peso do liquido que o fio desloca pôde desprezar-se sem erro apreciavel, a differença ($p-p'$) representará o peso de um volume de agua igual ao do corpo; por conseguinte designando por d a densidade do corpo será:

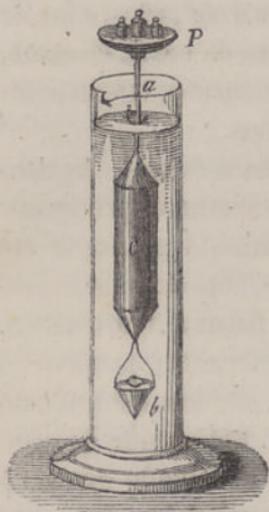
$$d = \frac{p}{p-p'}$$

2.º *Processo do frasco de volume constante.*—N'este processo applicavel quando o corpo, cuja densidade se pretende determinar, se acha reduzido a pequenos fragmentos, emprega-se um pequeno frasco de bôca larga e com rolha esmerilhada cheio de agua distillada a 4º. Determina-se primeiro o peso P do frasco n'estas circumstancias, bem como o peso p do corpo cuja densidade se quer conhecer. Introduzindo agora o corpo no frasco, são d'este um volume de agua igual ao do corpo, e pesando o frasco novamente acha-se um peso P' . A differença entre a somma dos pesos P e p e o ultimo peso P' exprime o peso do volume de agua expulsa do frasco pelo corpo; por conseguinte designando por d a densidade do corpo ter-se-ha:

$$d = \frac{p}{(P+p)-P'}$$

3.º *Processo do areometro.*—Quando o corpo, cuja densi-

dade se pretende obter é um fragmento volumoso ou não é homogêneo emprega-se o areometro de Nicholson (fig. 120).



(Fig. 120)

O corpo do areometro é formado por um cylindro ôco de folha *C* terminado por duas pyramides conicas tambem ôcas; o lastro é constituido por uma pyramide conica invertida *b*, em que existe chumbo ou mercurio, e a haste *a* sustenta no extremo um pequeno prato *P* e tem em certa altura um traço circular *i*, denominado *ponto de affloração*, porque o instrumento em todas as experiencias deve mergulhar até este traço, a fim de deslocar sempre o mesmo volume de liquido.

Para determinar a densidade de qualquer corpo mergulha-se o instrumento em agua pura, adicionando-lhe sobre o pequeno prato um peso *p* para o fazer afflorar. Tira-se o peso do prato e colloca-se n'este o corpo, cuja densidade se pretende conhecer, adicionando-lhe um peso *p'* para obter de novo a affloração. É evidente que a differença (*p-p'*) exprime o peso do corpo, e é por isto que o instrumento se denomina tambem *areometro balança*. Tirando agora o corpo do pequeno prato e collocando-o na base da pyramide que forma o lastro, o instrumento perde a affloração: o peso *p''*, que é necessario collocar sobre o pequeno prato para fazer afflorar o aparelho novamente, representa evidentemente o peso do volume de agua deslocado pelo corpo, e como este volume é igual ao do corpo tem-se:

$$d = \frac{p-p'}{p''}.$$

211. *Indicação do modo como deve operar-se para determinar as densidades dos corpos solidos que são soluveis na agua, bem como d'aquelles que são extremamente porosos.—*

Para determinar as densidades dos corpos n'estes dois casos deve proceder-se da maneira seguinte:

No primeiro caso, seguindo o processo geral, determina-se a densidade do corpo n'um liquido de densidade conhecida, n'um oleo, no alcool, etc., em que o corpo seja insolavel. Para obter depois a densidade do corpo em relação á da agua, basta multiplicar a densidade achada pela do liquido empregado. Com effeito se P , P' e P'' representarem os pesos de volumes iguaes do corpo, do liquido auxiliar e da agua será:

$$\frac{P}{P'} \times \frac{P'}{P''} = \frac{P}{P''} = d$$

o valor da densidade do corpo em relação á da agua.

No segundo caso, isto é, quando o corpo for extremamente poroso, pôde obter-se a densidade em referencia ao seu volume real ou ao apparente. Para obter a densidade referida ao volume real reduz-se o corpo a pó, introduz-se este no frasco de volume constante, e colloca-se debaixo do recipiente da machina pneumatica a fim de expulsar o ar existente nos seus intersticios, e depois opera-se como se fosse um corpo solido qualquer.

Quando, porém, se quer determinar a densidade de um corpo extremamente poroso, tomado debaixo do seu volume apparente, pesa-se e enverniza-se antes de o mergulhar na agua, o que, sem lhe augmentar o volume impede, que elle se embeba d'este liquido.

212. *Utilidade do conhecimento das densidades dos solidos—tabella das densidades dos solidos.*—O conhecimento das densidades dos solidos pôde servir para resolver varias questões; taes, por exemplo, como a de determinar o peso de um corpo, cujo volume seja conhecido e a de poder distinguir uns dos outros, pequenos corpos com a mesma apparencia, como as pedras preciosas verdadeiras das falsas, etc.

Em seguida apresentâmos a tabella das densidades de muitos corpos solidos, devida ao trabalho de differentes physicos.

Tabella das densidades de alguns solidos
na temperatura zero relativamente á da agua pura a 4°
tomada como unidade

NOMES DAS SUBSTANCIAS	DENSI- DADES	NOMES DAS SUBSTANCIAS	DENSI- DADES
Platina batida	23,000	Ardosia.....	2,830
Platina fundida	21,160	Esmeralda verde.....	2,775
Oiro forjado	19,362	Granito.....	2,700
Oiro fundido	19,258	jaspe	2,710
Chumbo fundido.....	11,350	crystal de	
Prata fundida	10,474	Silica ... } rocha	2,653
Bismutho fundido.....	9,822	agata.....	2,615
Cobre vermelho passado á feira.....	8,878	opala (silica hydratada)	2,250
Cobre vermelho fundido	8,788	Feld-spatho	2,564
Latão	8,393	Escuma do mar (magne- site)	2,500
Aço recozido	7,816	Gesso	2,330
Ferro em barra.....	7,788	Alabastro	1,874
Ferro fundido	7,207	Flint glass inglez	3,330
Estanho fundido	7,291	Perolas	2,750
Zinco fundido	6,861	Coral.....	2,680
Antimonio fundido.....	6,712	Vidro de Saint Gobain..	2,488
Aluminio	2,700	Porcelana da China	2,385
Sodio.....	0,997	Porcelana de Sévres....	2,146
Potassio.....	0,865	Marfim	1,917
Iodo.....	4,948	Alumen	1,720
Diamante	3,531	Hulha	1,329
Graphite	3,501	Gélo a zero	0,930
Enxofre	2,500	Ebano.....	1,330
Anthracite	2,086	Faia	0,823
Phosphoro	1,800	Betula ou vidoeiro.....	0,812
Sulphato de baryta.....	1,770	Carvalho.....	0,808
Rubim oriental	4,430	Olmeiro.....	0,723
Rubim occidental.....	4,283	Acacia	0,717
Grenada	4,240	Laranjeira	0,700
Topasio oriental	4,010	Freixo.....	0,697
Malachite	3,500	Sycomoro	0,692
Spatho fluor.....	3,191	Nogueira	0,620
Tormalina verde	3,155	Amieiro	0,601
Saphira do Brazil.....	3,131	Cedro	0,560
Carbonato } aragonite.....	2,946	Pinho silvestre.....	0,559
calcareo } marmore de		Pinho manso	0,493
spatho de Is-	2,837	Choupo	0,477
landia	2,737	Cortiça	0,240

Vê-se, pela inspecção d'esta tabella, que uma mesma substancia pôde apresentar differente densidade, já pelo diverso grau de pureza, já pelas acções mechanicas a que tenha sido

submettida, taes como a passagem ao laminador e á fieira, a compressão, etc., já, emfim, pela varia disposição de suas moleculas. Assim, por exemplo, a platina laminada é mais densa que a platina fundida; o diamante mais denso do que a graphite, e, em geral, as substancias crystallisadas mais densas de que quando o não são.

213. *Determinação das densidades dos liquidos.*—As densidades dos liquidos obtêm-se por tres processos principaes, que correspondem aos empregados na determinação das densidades dos solidos.

1.º *Processo da balança hydrostatica.*—Na pratica d'este processo emprega-se um corpo solido de grande densidade e sobre o qual os liquidos não tenham acção chimica (uma esphera de platina ou de vidro, por exemplo), e determina-se o seu peso P . Em seguida determinam-se os pesos p e p' que o corpo empregado tem mergulhado em agua distillada a 4º e no liquido, cuja densidade pretende obter-se. É evidente que $(P-p)$ e $(P-p')$ designam os pesos dos dois liquidos deslocados pelo corpo, e como os volumes são iguaes, tem-se

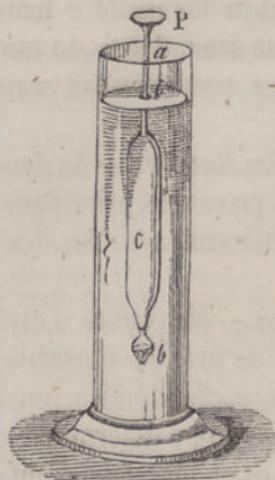
$$d = \frac{P-p'}{P-p}.$$

2.º *Processo do frasco de volume constante.*—Este processo pratica-se determinando os pesos P de um pequeno frasco de vidro vasio e bem rolhado; bem como os pesos P' e P'' , que o frasco tem, cheio de agua distillada a 4º e do liquido de que se trata. Se dos pesos P' e P'' se subtrahir o peso P do frasco vasio, as differenças $(P'-P)$ e $(P''-P)$ designarão os pesos de volumes iguaes de agua e do outro liquido, e ter-se-ha por conseguinte

$$d = \frac{P''-P}{P'-P}.$$

3.º *Processo do areometro.*—Neste processo emprega-se o areometro de Farenheit (fig. 121), que é de vidro e muito semelhante ao de Nicholson. O fluctuador ou corpo do areo-

metro é uma capacidade ôca C ; o lastro b é constituído por uma esphera ôca, contendo chumbo ou mercurio, e a haste a



(Fig. 121)

termina superiormente por uma pequena capsula ou prato P : sobre a haste está marcado o ponto de affloção i . Para empregar este areometro deve primeiro determinar-se o seu peso p . Depois mergulha-se o instrumento em agua distillada a 4° e em seguida no liquido, de que se pretende conhecer a densidade, e determinam-se os pesos p' e p'' , necessarios para fazer afflorar o instrumento nos dois casos. Feito isto, $(p + p')$ e $(p + p'')$ representam os pesos de volumes iguaes de agua distillada e do liquido proposto. A densidade d'este liquido será, pois,

$$d = \frac{p + p''}{p + p'}$$

As densidades dos liquidos determinam-se ainda por outro processo, como vamos ver.

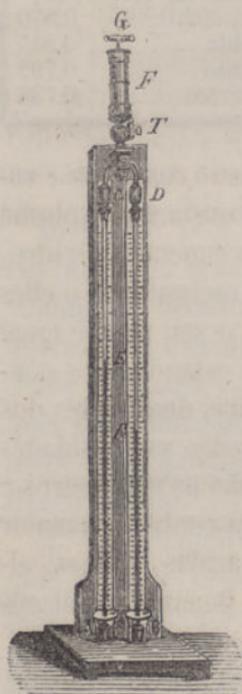
214. *Processo de Feuillé ou dos vasos communicantes.*— O seguinte processo, devido a Feuillé, funda-se no principio do equilibrio dos liquidos em vasos communicantes (205.) O apparelho para este fim empregado é constituído por uma prancha de madeira, graduada e collocada verticalmente, á qual estão fixos dois ramos de um tubo de vidro, que recurvando-se inferiormente e levantando-se verticalmente até certa altura formam um pequeno U invertido.

A pratica do processo consiste em introduzir simultaneamente agua pura a 4° n'um dos ramos do tubo e o liquido cuja densidade se pretende determinar no outro ramo. Por este meio os dois liquidos ficam separados um do outro, pelo ar comprimido que fica retido na parte superior dos pequenos ramos verticaes do tubo que formam o U invertido. Ora

segundo o principio citado, se os niveis dos liquidos n'estes ramos existirem no mesmo plano horizontal, segue-se que as alturas dos niveis dos dois liquidos nos ramos maiores acima d'este plano estarão na rasão inversa das densidades dos mesmos liquidos. Assim designando por A e A' as alturas da agua e do liquido considerado, será

$$d = \frac{A'}{A}.$$

O apparelho (fig. 122) denominado *areometro de bomba*, é



(Fig. 122)

apenas uma modificação do precedentemente descripto, e pôde tambem servir para determinar as densidades dos liquidos pelo mesmo principio. É constituido por uma prancha de madeira, dividida em centimetros e millimetros, e disposta verticalmente, á qual estão fixos dois tubos verticaes, communicando pela parte superior com uma bomba aspirante GF , por intermedio de uma peça metallica CD , munida de uma torneira T , e introduzidos inferiormente em duas capsulas A e B . Deitando agua pura n'uma das capsulas e na outra o liquido cuja densidade se pretende obter, abrindo a torneira T e levantando o embolo da bomba, forma-se uma especie de vacuo no interior do apparelho, e os dois liquidos sobem no interior dos tubos até E e E' ,

de modo que se os niveis dos dois liquidos forem os mesmos nas capsulas A e B ter-se-ha

$$d = \frac{AE}{BE'}.$$

Este processo muito simples é comtudo de pouca precisão.

Descriptos os principaes processos segue a tabella em que vão designadas as densidades de varios liquidos.

Tabella das densidades d'alguns liquidos

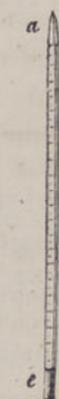
NOMES DAS SUBSTANCIAS	DENSI- DADES	NOMES DAS SUBSTANCIAS	DENSI- DADES
Mercurio	13,579	Leite	1,030
Acido sulphurico concen- trado	1,841	Agua do mar	1,026
Acido azotico concentra- do	1,451	Agua distillada a zero ..	0,999
Acido azotico do com- mercio (agua forte)...	1,217	Vinho	0,999
Acido chlorhydrico concen- trado	1,240	Azeite	0,915
Sulphureto de carbonio	1,263	Oleo essencial de tere- binthina	0,870
		Oleo de naphta	0,847
		Alcool absoluto	0,792
		Ether sulphurico	0,736

215. *Usos diversos dos areometros de peso constante e volume variavel.*—Os areometros de peso constante e volume variavel (fig. 123, 124 e 125) são ordinariamente de vidro. Introduzindo-os em diferentes liquidos mergulham n'elles mais ou menos; mas, em todos os casos, o seu peso é igual ao dos volumes dos liquidos deslocados, estando, por consequente, estes volumes na rasão inversa das densidades dos mesmos liquidos. D'estes areometros uns dão as densidades dos liquidos em que se introduzem, taes são os volumetros e os densimetros; e outros apenas nos fazem conhecer a maior ou menor concentração das dissoluções acidas, salinas, alcoolicas, etc., taes são os areometros de Beaumé e o alcoolmetro de Gay-Lussac.

216. *Volumetro.*—Este instrumento, devido a Gay-Lussac, depois de convenientemente graduado, pôde, por uma simples proporção, dar a densidade do liquido em que se introduzir. O volumetro podia ter a fôrma dos areometros de Beaumé (fig. 125), mas geralmente tem a fôrma de um tubo cylindrico perfeitamente calibrado *d e* (fig. 123). A graduação do volumetro varia segundo os fins a que elle é destinado.

1.º O volumetro, se é destinado a dar as densidades dos liquidos mais densos do que a agua pura a 4º, lastra-se de mo-

do que introduzido n'esta, mergulha até ao ponto *a*, que designará a divisão 100 do instrumento. Depois introduzindo este n'um liquido, cuja densidade seja perfeitamente conhecida e superior á da agua 2,5, por exemplo, observa-se que o instrumento mergulha n'elle até um altura desconhecida *x*. Ora como o peso do instrumento, em ambos os casos é igual ao dos volumes de liquido deslocado, e como estes são proporcionaes ás distancias dos respectivos pontos de affloração, ao ponto *e* (zero do instrumento) as quaes representam o numero de divisões correspondentes aos ditos pontos, será (148)



(Fig. 123)

$$\frac{100}{x} = \frac{2,5}{1}$$

d'onde

$$x = \frac{100}{2,5} = 40.$$

Dividindo, pois, o espaço entre a divisão 40 e a divisão 100 em 60 partes iguaes ter-se-ha o comprimento de um grau do volumetro, divisão que se opera successivamente até á parte inferior do instrumento a partir do ponto 40. Feita a precedente graduação, para achar a densidade de um liquido qualquer basta introduzir-lhe o volumetro, e dividir 100 pelo numero correspondente ao ponto de affloração do instrumento n'esse liquido.

2.º O volumetro, se tem por fim dar as densidades de liquidos menos densos do que a agua, lastra-se de modo que o ponto de affloração na agua pura esteja situado na parte inferior do instrumento, em que se marca a divisão 100. Introduzindo em seguida o volumetro n'um liquido cuja densidade seja menor do que a da agua, igual, por exemplo a 0,40; notar-se-ha que mergulha mais do que na agua e até a uma divisão *x*. Para determinar esta divisão servir-nos-hemos do principio acima citado, e teremos

$$\frac{100}{x} = \frac{0,40}{1} \quad \text{d'onde se tira} \quad x = \frac{100}{0,40} = 250.$$

Em seguida divide-se o espaço entre as divisões 100 e

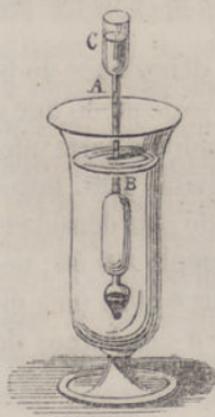
250 em 150 partes iguaes e continua-se a divisão até ao extremo superior da haste. A densidade dos liquidos determina-se n'este caso, como no precedente, dividindo 100 pelo numero que designa o ponto de affloração do instrumento no liquido.

217. *Densimetro*.—Este instrumento é um volumetro que dá immediatamente as densidades dos liquidos. Para comprehender a sua graduação recordaremos que, segundo o principio posto, representando por V e V' os volumes do instrumento mergulhado em agua pura a 4° e n'um liquido de densidade d , tem-se

$$d = \frac{V'}{V}.$$

É claro, pois, que dando a d valores crescentes e decrescentes, por decimas ou centesimas, ter-se-hão sobre a haste os pontos correspondentes de affloração do instrumento em liquidos que tenham as densidades correspondentes aos diversos valores de d , e são estas e não os volumes, que estão marcadas no ponto de affloramento da haste. O ponto 1,000 designa a altura até onde o instrumento mergulha em agua pura a 4° ; os pontos inferiores a este dão as densidades dos liquidos mais densos e os superiores os menos densos que a agua.

218. *Densimetro de Rousseau*.—O volumetro e o densimetro descriptos, exigindo para determinar as densidades dos liquidos uma quantidade sufficiente d'estes com que possa encher-se um vaso maior ou menor, não servem portanto para determinar as densidades de liquidos de que apenas podem obter-se pequenas porções, como acontece nas operações physiologicas, em que se pretende conhecer a densidade de algum humor animal, como, por exemplo, da bilis. Emprega-se então o densimetro de Rousseau (fig. 124), que differe



(Fig. 124)

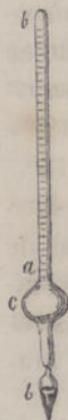
do areometro de Beaumé em a haste terminar por uma pequena capsula de vidro C , onde se introduz o liquido, cuja

densidade se pretende conhecer. Na parede da capsula existe um traço circular que determina a capacidade *A C* de um centimetro cubico. Para graduar o densimetro introduz-se este em agua pura a 4°, e lastra-se de modo que o ponto de affloraçãõ n'este liquido seja em *B* na extremidade inferior da haste, a que corresponde o zero do instrumento. Depois deita-se na capsula um centimetro cubico de agua distillada a 4° que equivale a uma gramma. O novo ponto de affloraçãõ corresponde á divisãõ 20 marcada sobre a haste. Divide-se o intervallo entre zero e 20 em 20 partes iguaes e continua-se a divisãõ até ao extremo superior da haste. Ora, se 20 divisões correspondem a uma gramma, a $\frac{1}{20}$ da divisãõ corresponderá 0^{gr},05. Posto isto, quando se pretende determinar a densidade de um liquido, enche-se com este a capacidade *A C* e observa-se o numero de divisões que correspondem ao ponto de affloraçãõ do instrumento. Se *n* representa este numero, será

$$0,05 \times n$$

a densidade do liquido considerado.

219. *Areometros de Baumé*.— Os areometros de Baumé são de duas especies: uns servem para indicar a maior ou menor concentraçãõ dos acidos e das dissoluções salinas, pelo que se denominam *pesa acidos e pesa saes*; e outros são destinados a indicar a riqueza dos espiritos ou licores, e tem o nome de *pesa licores*.



(Fig. 125)

1.º *Pesa acidos ou pesa saes, sua graduação e uso*.— O *pesa acidos* ou *pesa saes*, que se emprega para cophecer a concentraçãõ dos liquidos mais densos que a agua, é de vidro (fig. 125). Em virtude de sua construcção este areometro mergulha em agua pura até ao extremo *b* da haste onde se marca zero. A graduação pratica-se, introduzindo o instrumento n'uma dissoluçãõ formada de 85 partes de agua e 15 de sal marinho e marca-se 15 no ponto de affloraçãõ correspondente. O intervallo entre zero e 15 está dividido em 15 partes iguaes: o resto da haste tem iguaes divisões, cada uma das quaes é um grau do areometro.

O instrumento assim graduado mergulhado em diferentes acidos e dissoluções salinas indica pela sua fluctuação a maior ou menor concentração d'estas substancias. Assim o acido sulphurico concentrado do commercio marca 66°; o acido nitrico 36°, e o acido chlorhydico 26° do areometro de Beaumé.

2.º *Pesa licores sua graduação e uso.*—Este areometro, cuja construcção é identica á do pesa saes, differe d'este pelo que respeita a graduação. O zero da escala do pesa licores corresponde proximamente ao extremo inferior da haste, e o peso do instrumento é tal que o faz mergulhar até este ponto n'uma dissolução formada de 90 partes de agua e 10 de sal commum. Introduzindo-o em agua pura mergulha até certa altura em que se marca a divisão 10.

O espaço comprehendido entre zero e 10 está dividido em 10 partes iguaes; e do ponto 10 até ao extremo superior da haste tem iguaes divisões, cada uma das quaes é um grau do areometro. Introduzindo este instrumento nos diversos espiritos, mergulha n'elle mais ou menos, segundo a sua riqueza em espirito é maior ou menor. Os pesa licores recebem diversos nomes segundo os liquidos cuja riqueza são destinados a determinar, e cada um contém um certo numero de graus; e taes são, por exemplo, o *pesa espiritos* ou *alcoometro* que tem de 10 a 40° acima do ponto de affloração na agua distillada; o *pesa ether*, que tem de 30 a 70°; o *pesa vinho* ou *aenometro* cuja graduação tem por limites — 12° e + 12°; e o *pesa leite* ou *galactometro* que tem de 0° a 15°.

220. *Alcoometro centesimal de Gay Lussac.*—Este instrumento é destinado a avaliar a quantidade, em volume de alcool absoluto contido nas dissoluções alcoolicas do commercio, como, por exemplo, nas aguardentes. Este instrumento differe apenas dos areometros de Beaumé pela graduação.

Para graduar este instrumento introduz-se successivamente em misturas de alcool e agua, que se obtem introduzindo em diversos vasos iguaes e graduados 10, 20, 30, 40., 100 partes em volume de alcool puro e acabando-os de encher

com agua, o que perfaz um volume total igual a 100, para todos os vasos. Mergulha-se primeiro o instrumento em agua pura, e lastra-se de modo que o extremo inferior da haste afflore o nivel do liquido: o ponto de affloraçãõ é zero da escala. Introduce-se em seguida nas diversas dissoluções previamente preparadas, e os differentes pontos de affloraçãõ em que se marcam as divisões 10, 20, 30, 40, etc., indicam as quantidades de alcool em volumes que as dissoluções contêm. As divisões que por este modo se obtêm não são iguaes, porque quando se fazem as misturas produzem-se contracções que variam com as proporções dos liquidos que estas contêm; porém, como as suas differenças são pequenas desprezam-se e subdivide-se o intervallo entre cada duas divisões em 10 partes iguaes. Posto isto, quando se diz que um licor marca 42° do alcoometro centesimal, entende-se que o volume do alcool que elle contém, expresso em centesimos é 42, ou antes que contém 0,42 de alcool.

A graduação do alcoometro faz-se na temperatura de 15°. Ora como, variando a temperatura, variam as densidades das differentes misturas de agua e alcool, as indicações dadas pelo alcoometro não serão exactas senão a 15°. Quando a temperatura é differente empregam-se umas tabellas construidas por Gay Lussac, em que existem n'uma primeira columna vertical as temperaturas expressas em graus centigrados e na primeira columna horisontal o numero de graus que marca o areometro. O numero existente no ponto de encontro da columna horisontal, que começa pelo numero de graus que marca o areometro n'uma dada observação, com a columna vertical que começa pelo numero de graus da temperatura observada, indica o numero de graus do alcoometro a 15°. ¹

¹ Alem dos areometros de Beaumé e do alcoometro de Gay Lussac emprega-se tambem no commercio, para determinar a riqueza dos alcools, o areometro de Cartier, que differe do de Beaumé apenas na graduação. A base da graduação d'este areometro é desconhecida, porém, sabe-se que os dois areometros de Beaumé e de Cartier marcam 10° mergulhados em agua distillada, e que o 32° de Cartier corresponde a 34° de Beaumé. Posto isto, podemos graduar cada um dos

SECÇÃO 6.^a

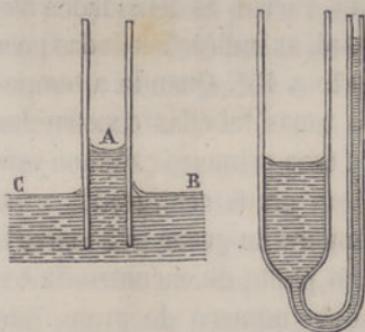
Capillaridade e osmose

221. *Phenomenos capillares.*—Os phenomenos provenientes das acções que as moleculas dos solidos e liquidos exercem umas sobre as outras, fazendo que as superficies dos liquidos se elevem ou deprimam na proximidade das paredes dos vasos que os contêm, ou de corpos solidos, que se introduzem em sua massa, denominam-se *phenomenos capillares* ou de *capillaridade*. São assim chamados por se tornarem sobre tudo mui apreciaveis em tubos cujo pequenissimo diametro interior é comparavel com a grossura de um cabelo.

Os phenomenos capillares, que até certo ponto parecem modificar os principios que regem o equilibrio dos liquidos, não eram conhecidos no tempo de Pascal; e foi só depois do seculo xvi que começaram a merecer a attenção dos sabios, cabendo a honra da sua descoberta a um dos fundadores da

academia *del Cimento*, chamado Nicolau Aggianti.

Em seguida apresentâmos a descripção summaria dos phenomenos capillares.—Mergulhando um tubo de pequeno diametro n'um vaso com agua, nota-se que esta sobe e estaciona no interior do tubo n'um nivel *A* (fig.



(Fig. 126)

126), superior ao que tem no vaso. A experienciã pôde fazer-

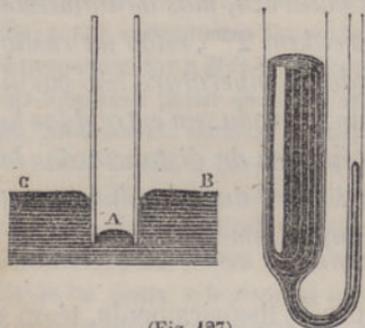
instrumentos por meio do outro e converter os graus de Beaumé (*B*) em graus de Cartier (*C*) e vice-versa por meio da formula seguinte:

$$12 C - 11 B = 10$$

Gay Lussac reconheceu que o areometro de Cartier marca 28° á temperatura de 15° centigrados no alcool cuja riqueza é 74 centesimas; podendo, pois, fundado n'este principio construir-se um areometro de Cartier.

se empregando vasos communicantes, de diametros interiores mui desiguaes, poisque deitando agua no de maior diametro vêl-a-hemos subir no de menor a uma altura consideravel. A differença de niveis torna-se consideravel quando o tubo tem o diametro interior capillar, e diminue á medida que o calibre do tubo augmenta; sendo quasi inapreciavel quando este é superior a 20 millimetros. Iguaes resultados se obtêm praticando a experiencia com duas laminas paralellas approximadas, uma da outra; poisque a agua sobe entre ellas tanto mais quanto menor é a distancia a que existem.

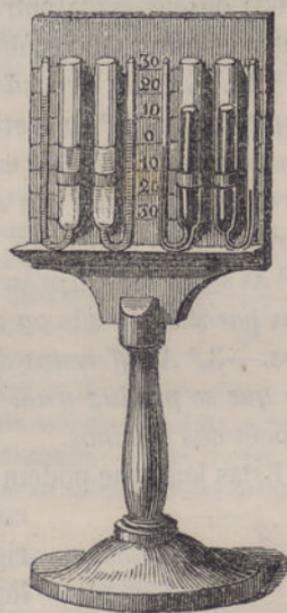
Os phenomenos citados produzem-se igualmente no vacuo e ao ar livre ou comprimido, qualquer que seja a espessura dos tubos, e só dependem da natureza do solido e liquido em contacto. Quando o liquido em que se faz a experiencia molha o tubo, ha sempre uma ascensão, que para tubos do mesmo calibre varia unicamente com a natureza do liquido. Por exemplo: n'um tubo de



(Fig. 127)

1^{mm},3 de diametro interior a ascensão é de 23^{mm} para a agua; 9^{mm},8 para a essencia de terebinthina; 7^{mm},07 para o alcool. Ha entretanto liquidos para os quaes a ascensão é quasi nulla. Quando, porém, o liquido não molha o tubo o phenomeno inverte-se; em vez de ascensão ha depressão, como succede com o mercurio, que se deprime na proximidade do vidro (fig. 127).

O aparelho (fig. 128) composto de quatro tubos recurva-



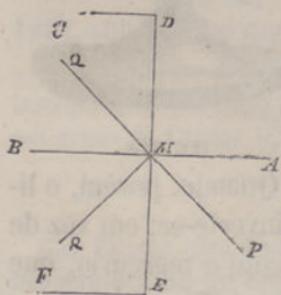
(Fig. 128)

dos, collocados parallelamente sobre uma lamina de madeira com divisões, póde servir para mostrar as elevações e depressões da agua e do mercurio em tubos de diametros differentes.

As ascensões e depressões são sempre acompanhadas de mudança de fôrma nas superficies que terminam os liquidos nos espaços capillares. A superficie é concava quando ha ascensão, conserva-se plana quando não ha variação de nivel, e é convexa quando o liquido se deprime; de modo que ha certa relação entre as variações do nivel e a mudança de fôrma da superficie terminal do liquido. A parte curva da superficie terminal do liquido constitue o que se chama *menisco*, que é concavo quando o liquido molha o solido, e convexo no caso contrario. Estes phenomenos são provenientes da força attractiva (163) desenvolvida entre as diversas moléculas do liquido e entre estas e as moléculas vizinhas do solido que aquelle toca.

222. *Leis da elevação e depressão dos liquidos em espaços capillares.*—1.^a As elevações e depressões d'um dado liquido em tubos capillares da mesma natureza, mas de diametros interiores differentes que não excedam 2^{mm}, estão na rasão inversa d'esses diametros, quando a temperatura não varia.—2.^a As elevações e depressões que se produzem entre duas laminas parallelas estão na rasão inversa da distancia das laminas.—3.^a A differença do nivel entre duas laminas é metade da que se produz n'um tubo cujo diametro seja igual á distancia das laminas.

Estas leis, que podem deduzir-se theoreticamente, têm sido



(Fig. 429)

confirmadas por muitas experiencias rigorosas, feitas em aparelhos mui delicados, sendo as mais notaveis as que se devem a Gay-Lussac.

223. *Explicação da fôrma das superficies.*—A curvatura que a superficie livre dos liquidos adquire na proximidade dos solidos explica-se considerando as differentes forças que actuam uma molécula *M* (fig. 429), da superficie *MA* de uma massa liquida *AME*, sup-

pondo a molécula em contacto com uma lamina vertical indefinida

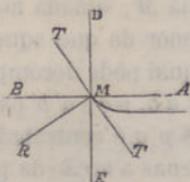
C D E F. Com effeito, a molecula *M* é attrahida por todo o liquido *AME*, e a resultante *P* das forças attractivas das differentes moleculas liquidas sobre ella, terá evidentemente a direcção *MP*. A parte da lamina que actua sobre a mesma molecula, pôde considerar-se symetrica acima e abaixo da superficie do liquido, e por conseguinte a molecula é igualmente attrahida pelas partes *C D M B* e *F E M B* da lamina, o que dá duas forças iguaes *Q*, cujas direcções formam com a linha *BA* um angulo de 45° . As differentes forças que obram sobre as moleculas liquidas *M*, podem pois reduzir-se a uma componente vertical *P*. $\cos. 45^\circ$ a que se deve juntar a acção de gravidade, e a uma componente horisontal.

$$(2 Q - P) \cos. 45^\circ;$$

e como as intensidades da attracção do solido e do liquido variam com a natureza d'estes, poder-se-hão dar differentes casos, e a resultante geral de todas as forças obrar segundo a vertical ou n'uma direcção comprehendida nos angulos *B M E* ou *E M A*.

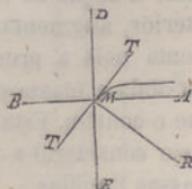
1.º Se a resultante geral obrar na direcção vertical, a superficie do liquido em *M*, no caso de equilibrio, será horisontal, poisque deve ser perpendicular á resultante de todas as forças que a actuam no mesmo ponto.

2.º Se obrar no angulo *B M E*, a superficie no ponto *M* será concava, porque deve ser normal á direcção da força *R* (fig. 130) que a solicita, e por conseguinte tangente ao plano *T T*, que é perpendicular a *M R*. Reconhece-se que as moleculas liquidas a partir de *M*, devem experimentar acções tanto menos intensas quanto mais distantes estiverem do solido, e que, por conseguinte, as resultantes das forças que as solicitam, devem ir aproximando-se da vertical. Assim a superficie do liquido em equilibrio será concava na proximidade do solido, e conservar-se-ha plana e horisontal a certa distancia: é este o caso da agua e o de todos os liquidos que molham os solidos n'elles mergulhados.



(Fig. 130)

3.º Se, finalmente, a resultante das forças attractivas moleculares existir no angulo *E M A* (fig. 131), a superficie *M* será tangente ao plano *T T*, perpendicular á direcção da resultante *M R*, e a superficie do liquido será por conseguinte convexa: é esta a fôrma que toma a superficie do mercurio, bem como a de todos os liquidos que não molham os solidos.



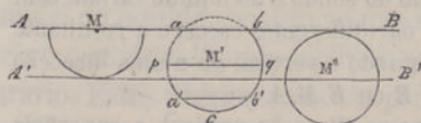
(Fig. 131)

Tendo em attenção os valores das forças que solicitam a molecula *M*, é facil de ver que estas differentes posições da resultante provém unicamente do valor da componente horisontal $(2 Q - P) \cos. 45^\circ$ e que se veri-

ficará o primeiro caso considerado quando se tem $2 \cdot Q - P = 0$, e os dois outros quando $2 \cdot Q - P > 0$.

224. *Pressão molecular.*—Como os dois phenomenos que se notam na capillaridade, isto é, a mudança de fôrma da superficie e a differença do nivel, são consequencia um do outro, resta agora provar qual é a causa da ascensão ou depressão dos liquidos nos espaços capillares e que correspondem á fôrma concava ou convexa de sua superficie terminal. Para isso tem de considerar-se a pressão que as moleculas da superficie do liquido e as que lhe estão proximas exercem sobre o resto do liquido.

Considere-se (fig. 132) uma massa liquida em equilibrio terminada pela superficie $A B$. Póde suppor-se que as forças attractivas decrescem rapidamente quando aug-



(Fig. 132)

menta a distancia, e que se tornam inapreciaveis quando essa distancia attinge o seu limite ou o raio da esphera de actividade da acção molecular, ou mais simplesmente o raio de attracção sensivel. Uma molécula M situada na superficie, será attrahida normalmente a esta por toda a porção de liquido contido na semi-esphera, descripta de M como centro e com um raio igual ao de attracção sensivel. Uma outra molécula M' , situada no interior do liquido a uma distancia da superficie menor do que aquelle raio, é attrahida pela porção do liquido $a c b$, a qual póde decompôr-se em tres porções pelos tres planos equidistantes $a b$, $p q$ e $a' b'$ parallelos á superficie. A attracção exercida pela parte $a b p q$, é contrabalançada e destruida pela da parte $a' b' p q$, e resta apenas a acção da parte $a' c b'$, cuja resultante é tambem normal á superficie e tanto mais intensa quanto menor é a distancia da molécula M' á superficie. Finalmente a molécula M' , situada no interior do liquido e a uma distancia de superficie igual ou maior que o raio de attracção sensivel, é igualmente atrahida em todos os sentidos pelas moleculas proximas.

No estrato liquido $A B A' B'$, cuja profundidade é igual ao raio de attracção molecular sensivel, as differentes moleculas acham-se sujeitas á acção de forças que obram normalmente do exterior para o interior, augmentando a densidade d'esse estrato. O liquido experimenta pois a pressão d'este estrato superior, a qual se transmite por toda a massa e em todos os sentidos, e sobre as paredes do vaso que o contém. Esta pressão denomina-se *pressão molecular*, e é necessario consideral-a como uma das forças que obra sempre sobre as massas liquidas.

A pressão molecular varia com a fôrma de superficie. Considere-se, por exemplo, o effeito produzido sobre a molécula M' pela porção

esférica $a c b$ (fig. 132). Se a superfície é plana e representada por $a b$ (fig. 133), a atracção exercida pela parte $a b p q$ é destruída pela acção de $a' b' p' q'$, e resta apenas a acção da porção $a' c b'$. É facil de ver que se a superfície terminal do liquido fosse concava $d h e$, ou convexa $f h g$, e se considerassem as duas superfícies $d' h' e'$ e $f' h' g'$, symetricas com ellas, a acção exercida sobre a molecula M' seria menor no primeiro caso e maior no segundo do que quando a superfície terminal é plana: porque no primeiro caso só havia a considerar a atracção da parte $d' h' e'$, e no outro a da parte $f' h' g'$. As forças que sollicitam as moleculas terminaes de um liquido são por conseguinte menores quando a superfície é concava do que quando é plana, e maiores quando é convexa; e representando por A o valor da pressão molecular quando a superfície terminal é plana, o valor da mesma pressão será $A - B$, ou $A + B'$ se a superfície se torna concava ou convexa, sendo B e B' quantidades que dependem da fórma da superfície, e que augmentam quando diminue o seu raio de curvatura. A fórma da superfície faz variar portanto a intensidade da pressão molecular, uma vez que o raio de curvatura da superfície seja comparavel ao da atracção sensível; e a pressão sobre um elemento superficial situado no interior do liquido ou sobre as paredes será pois $A - B$, A ou $A + B'$ se a superfície exterior é concava, plana ou convexa.

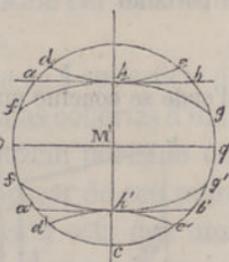
225. *Explicação das differenças de nivel.*—Mergulhando um tubo n'um liquido que molhe, a superfície terminal C (fig. 134) é concava, e o valor da pressão molecular n'essa superfície será $A - B$, ao passo que n'um ponto exterior E , a superfície é plana e a pressão A ; mas como as pressões transmittidas sobre um mesmo extracto horizontal $M N$ devem ser iguaes, será:

$$A + a = A - B + a',$$

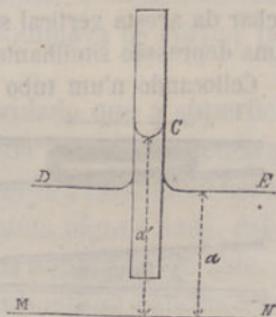
e portanto

$$a' = a + B;$$

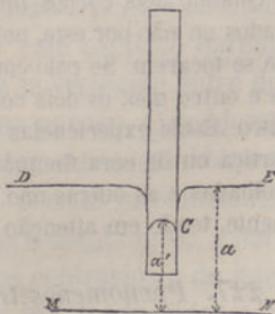
d'onde se conclue que o nivel deve ser mais elevado em C do que em E , e a differença do nivel mede a diminuição B da pressão produzida pela concavidade da superfície terminal.



(Fig. 133)



(Fig. 134)



(Fig. 135)

Se a superfície dentro do espaço capillar é plana, a pressão molecular é a mesma interior e exteriormente, e não ha mudança de nivel.

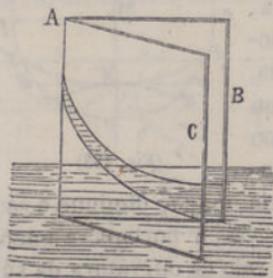
Se a superfície terminal *C* (fig. 135) é convexa no interior do tubo capillar, a pressão será ahí $A + B'$, ao passo que n'um ponto de superfície plana exterior, a pressão é A ; mas em virtude da igualdade da pressão que experimentam todas as moléculas da camada *M N*, será:

$$A + B' + a' = A + a,$$

e portanto

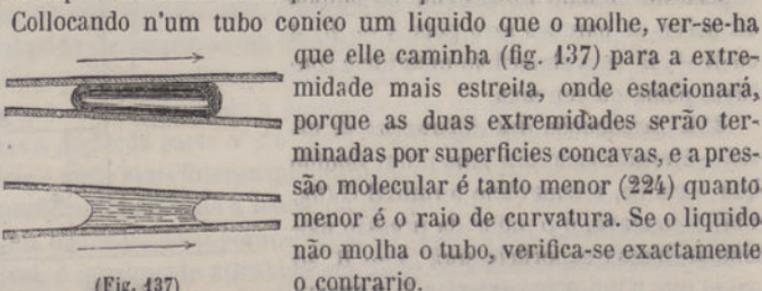
$$a' = a - B;$$

d'onde se conclue que o nivel ha de ser menos elevado em *C* do que em *E*, e a diferença do nivel mede o augmento B' de pressão, devido á fôrma convexa da superfície.



(Fig. 136)

achar da aresta vertical segundo a qual as laminas se tocam. Haverá uma depressão semelhante quando o liquido não molha as laminas.



(Fig. 137)

Collocando n'um tubo conico um liquido que o molhe, ver-se-ha que elle caminha (fig. 137) para a extremidade mais estreita, onde estacionará, porque as duas extremidades serão terminadas por superfícies concavas, e a pressão molecular é tanto menor (224) quanto menor é o raio de curvatura. Se o liquido não molha o tubo, verifica-se exactamente o contrario.

Quando dois corpos fluctuantes n'um liquido são igualmente molhados ou não por este, nota-se que elles se approximam rapidamente até se tocarem. Se pelo contrario um dos corpos é molhado pelo liquido e outro não, os dois corpos serão repellidos mutuamente um pelo outro. Estas experiencias podem fazer-se com pequenas esferas de cortiça ou de cera fluctuando sobre a agua, porque as primeiras são molhadas e as outras não. Todos estes phenomenos se explicam facilmente, tendo em attenção os principios anteriores.

227. *Phenomenos triviaes devidos á capillaridade; applicação da capillaridade*—As acções capillares servem para

explicar muitos phenomenos curiosos que se produzem quotidianamente á nossa vista, e têm recebido tambem applicações importantes.

É pelo effeito da acção capillar que os oleos nos candieiros sobem até os extremos das torcidas, pelos canaes tenuissimos formados pelos póros do algodão. Nas vélas succede outro tanto; a acção do calor derrete a substancia de que ellas são constituidas, a qual no estado liquido sobe em virtude da capillaridade até os extremos das torcidas.

Alguns insectos pequenissimos mantêm-se á superficie da agua sem se immergirem, porque as suas patas cobertas d'uma materia untuosa não são molhadas e produzem portanto depressões que sustentam aquelles animaes apesar do seu peso. É tambem em virtude d'uma acção analoga a esta que uma agulha fina de aço engordurada collocada horisontalmente sobre a superficie da agua não immerge.

A imbebição dos liquidos no interior dos corpos porosos n'elles mergulhados é devida á capillaridade. A altura a que o liquido se eleva póde servir para calcular as dimensões medias dos póros. Musschenbroeck denominava os corpos porosos *imans* da agua.

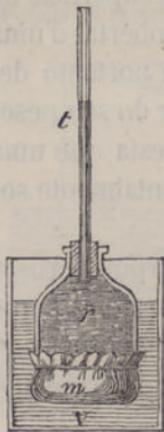
É finalmente pelo effeito da capillaridade que a superficie do solo recebe da parte inferior a agua que n'elle penetrou durante a chuva, mantendo-se d'este modo a humidade necessaria á vegetação. Quando a agua contém alguns saes, estes são por ella arrastados e depõem-se na superficie do solo. É por este motivo que se produzem muitas efflorescencias á superficie do solo; sendo a mais notavel a do salitre que se observa nos terrenos nitrosos em differentes pontos do Globo.

228. *Osmose* — Antes de terminar este capitulo daremos uma ligeira idéa dos phenomenos que se verificam entre dois liquidos separados por um diaphragma poroso. Considerem-se dois liquidos differentes, convenientemente escolhidos e separados por um diaphragma poroso. N'estas circumstancias uma porção dos dois liquidos atravessa o diaphragma, estabelecendo-se duas correntes em sentidos contrarios e de intensidades diversas, isto é, de modo que um dos liquidos passa

mais rapidamente do que o outro. Dutrochet, que fez em 1826 um estudo especial d'estes phenomenos, dizia que havia *endosmose* para o liquido cujo volume augmenta ou passa mais rapidamente e *exosmose* para aquelle cujo volume diminue.

Póde denominar-se em geral *osmose*, o phenomeno do transporte de um fluido através d'uma membrana, e *força osmotica* a causa que o produz.

Para verificar estes phenomenos e medir a *osmose* em relação a differentes liquidos emprega-se o *osmometro* ou *endosmometro*, instrumento inventado por Dutrochet.



(Fig. 138)

Este instrumento (fig. 138) é constituido por um reservatorio *r*, fechado inferiormente por uma lamina porosa ou uma membrana *m*, e ligado superiormente a um tubo de vidro *t*. Enchendo, por exemplo, o reservatorio com uma dissolução de gomma, e fazendo-o em seguida mergulhar em agua pura contida n'um vaso *V*, observa-se que o nivel do liquido sobe pouco a pouco no interior do tubo, descendo ao mesmo tempo o nivel no interior do vaso.

Phenomenos analogos se produzem com quaesquer outros liquidos de differentes densidades e susceptiveis de se misturarem.

As laminas de argilla cozida, as de ardosa e mesmo as de marmore produzem os phenomenos osmoticos como as membranas animaes e vegetaes, com a differença de que os effectos são permanentes com os diaphragmas de materias inorganicas e deixam de produzir-se nos diaphragmas de materias organicas desde o momento em que estas experimentam a mais pequena desorganisação.

A endosmose serve para explicar a troca de liquidos que se effectua continuamente através dos tecidos dos animaes e vegetaes durante a vida, e todos os phenomenos de absorção nos seres organisados.

A força osmotica não é a mesma para todos os liquidos; a endosmose da agua para as dissoluções gelatinosas, gommosas, assucaradas e albuminosas da mesma densidade estão en-

tre si como os numeros 3, 5, 17 : 11 e 12. Diversas theorias têm sido propostas para explicar estes phenomenos. Uns attribuem-os a correntes electricas dirigidas no sentido da endosmose, outros ás acções capillares e chemicas, outros á maior ou menor permeabilidade dos diaphragmas para os diversos liquidos, e outros emfim á simples diffusão das substancias dissolvidas através do diaphragma. O que é certo é que não ha por emquanto uma theoria que os explique completamente. Os phenomenos de endosmose e exosmose tambem se verificam entre os gazes, quando estes se acham separados por uma membrana humedecida. Quando a membrana está secca, formam-se correntes iguaes dos dois gazes.

CAPITULO IV

Corpos no estado gazoso

SECÇÃO 1.^a

Equilibrio dos gazes

229. *Compressibilidade e elasticidade dos gazes; mobilidade das moleculas gazosas.*—Os gazes possuem em grau mui elevado a propriedade de diminuirem de volume, quando sobre elles se exerce pressão, e a de reassumirem o volume primitivo logoque a pressão exercida deixa de obrar. As experiencias para demonstrar estas propriedades foram descriptas no estudo das propriedades geraes (26 e 27).

Alem da grande compressibilidade e da força elastica ou expansiva dos gazes (166), as moleculas dos corpos n'este estado são dotadas de extrema mobilidade, como se reconhece considerando, por exemplo, a grande facilidade com que os differentes animaes terrestres executam movimentos na massa aerea que os rodeia.

Os gazes podem, pois, considerar-se constituídos de moleculas situadas a distancias iguaes umas das outras e susceptíveis de se approximarem ou afastarem pelo augmento ou dimi-

nuição da pressão exterior, e que se repellem mutua e igualmente em todos os sentidos, exercendo por isso pressão sobre as paredes das capacidades em que existem.

230. *Principio de igualdade de pressão; equilibrio dos gazes.* — Os principios fundamentaes relativos ao equilibrio dos liquidos, sendo baseados em propriedades que são communs aos liquidos e gazes, applicam-se igualmente ao equilibrio d'estes ultimos corpos.

Póde pois dizer-se que a *pressão exercida sobre um ou mais pontos de uma massa gazosa se transmite a todos os pontos da mesma massa sem nada perder da sua intensidade; e que n'uma massa gazosa em equilibrio cada uma de suas moleculas deve estar igualmente premida em todos os sentidos.*

Estes principios podem demonstrar-se por meio de experiencias analogas ás que serviram para os demonstrar quando se tratou dos liquidos. É em virtude da igual transmissão de pressão em todos os sentidos que as bolhas de uma dissolução de sabão e as de vidro fundido tomam a fôrma espherica.

231. *Ponderabilidade dos gazes; densidade do ar em relação á da agua.* — O ar e todos os mais gazes estão submettidos á acção gravitante do Globo, isto é, apesar de serem extremamente subtis, são pesados.

Com effeito, tomando um balão de vidro de tres ou quatro litros de capacidade, com o collo munido de torneira, pesando-o cheio com um gaz qualquer, extrahindo-lh'o em seguida por meio da machina pneumática, e tornando a pesar o balão novamente, acha-se um peso inferior ao primeiro. A differença do peso representa o peso de um volume de gaz igual ao da capacidade do balão.

Fazendo a experiencia com o ar atmospherico, acha-se que um litro de ar puro, á temperatura zero e sob a pressão atmospherica normal, pesa 1^{er},293.

Um litro de hydrogenio nas mesmas circumstancias pesa 0^{er},09 ou quasi 14,5 vezes menos que o ar; e um litro de gaz iodhydrico, que é o mais densó de todos os gazes, pesa 5^{er},776. Comparando o peso de um litro de ar com o de igual volume de agua pura a 4^o (209) acha-se que o numero que re-

presenta a densidade do ar em relação á de agua é 0,001293 ou $\frac{1}{773}$, d'onde se conclue que o ar nas circumstancias notadas pesa, sob igual volume, 773 vezes menos que a agua.

232. *Pressões devidas á gravidade; condição do equilibrio dos gases submittidos á acção de gravidade.* — Considerando uma massa gazosa submittida á acção da gravidade, e contida em um vaso de grande altura, e suppondo-a formada de estratos horisontaes sobrepostos, é evidente que os estratos successivamente inferiores experimentam pressões cada vez maiores devidas ao peso dos estratos que lhe estão sobrepostos. A pressão cresce, pois, de cima para baixo, e em cada camada obra do mesmo modo sobre superficies iguaes, e sobre as paredes do vaso; e em cada elemento superficial é igual á columna gazosa que tem por base o elemento considerado, e por altura a distancia d'este á parte superior da massa gazosa. O valor d'esta pressão é absolutamente independente da fórma da columna gazosa; depende só da sua altura, e é por isso que as considerações anteriores podem applicar-se a toda a atmosphaera. Em virtude do augmento de pressão, a densidade dos estratos gazosos augmenta tambem successivamente da parte superior para a inferior. Para pequenas massas gazosas as pressões provenientes do peso são quasi inapreciaveis, e podem por isso ser desprezadas; mas para grandes massas, como a da atmosphaera, as pressões devidas á gravidade são mui consideraveis e não podem desprezar-se sem erro.

A condição de equilibrio de uma massa gazosa submittida á acção de gravidade, é inteiramente analoga á condição de equilibrio de uma massa liquida e póde dizer-se que *para que uma massa gazosa possa manter-se em equilibrio, é necessario que a pressão seja a mesma em todos os pontos do mesmo estrato de nivel.*

233. *Diferença entre os liquidos e os gases.* — Os gases são constituídos, como os liquidos, por moleculas que se repellem mutuamente, que transmittem as pressões do mesmo modo, e que sob a influencia da gravidade se dispõem em camadas cujas densidades e pressões augmentam de cima para baixo. Alem d'isto, o principio de Archimedes é tambem

applicavel aos gazes, o que é facil de verificar experimentalmente, como adiante veremos. Depois de ter notado as analogias que existem entre os liquidos e os gazes, e das quaes deriva o nome generico de fluidos com que se costumam designar, cabe agora referir as differenças frisantes que se notam entre elles. Os gazes são caracterizados por uma força expansiva illimitada, propriedade que os liquidos não possuem. As densidades dos gazes são muito inferiores ás dos liquidos. Por ultimo, ao passo que os liquidos são apenas compressiveis, os gazes são dotados de grande compressibilidade que está submettida a uma lei especial; e quando as pressões são consideraveis, podem, em geral, passar ao estado liquido.

SECÇÃO 2.^a

Pressão atmospherica

234. *Atmosfera*.—A grande massa de ar que envolve a Terra por toda a parte constitue a *atmosfera terrestre*. O fluido aereo ou ar que respirâmos, e de que é constituida a nossa atmosfera, aindaque é um corpo muito subtil, visto em camadas de grande espessura apresenta côr azul mais ou menos clara. O fundo azul, que se nos afigura limitar a abobada celeste, é devido á côr do ar atmospherico.

O ar é uma mistura formada principalmente de dois gazes, o oxygenio e o azote. Na atmosfera encontra-se tambem grande porção de vapor aquoso e de acido carbonico, pequenas porções de outros corpos gazosos e corpusculos solidos. O ar alimenta a respiração dos animaes e as combustões ordinarias. Veja-se *Chimica e Historia Natural*.

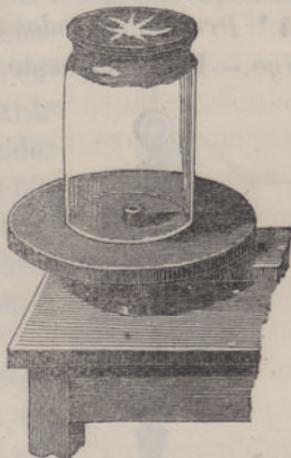
A atmosfera eleva-se acima do solo a uma altura consideravel, e suppõe-se terminada por uma ultima camada sem pressão; participa do movimento de rotação da terra, e conservar-se-ia em quietação em relação aos objectos terrestres, se não fossem as innumeradas circumstancias que fazem continuamente alterar o seu equilibrio. Desprezando estas perturbações por muito pequenas, poder-se-ha considerar a atmos-

phera como um mar fluido em equilibrio cobrindo a Terra, e elevando-se até certa altura.

Dos principios expostos na secção precedente, pôde concluir-se que a pressão e densidade do ar crescem de cima para baixo; que em cada elemento superficial a pressão é igual ao peso da columna de ar sobreposta e constante para superficies de nivel concentricas; e que em cada logar a pressão se produz igualmente em todas as direcções sobre superficies iguaes, devendo, portanto, nas camaras que communicam com a atmospherica ser exactamente igual á dos estratos de ar livre do mesmo nivel.

235. *Experiencias que demonstram a existencia da pressão atmospherica.*—As seguintes experiencias servem para demonstrar que o ar exerce pressões em todos os sentidos.

1.^a *Pressão de cima para baixo; experiencia da membrana rota.*—Tome-se um vaso de vidro sem fundo (fig. 439), tape-se-lhe uma das extremidades com uma membrana bem tensa, e ajuste-se pela outra á platina da machina pneumatica. A membrana desde que começa a rarefacção do ar, principia a curvar-se para o lado interior do vaso, pelo effeito da pressão atmospherica que supporta, e no fim de algum tempo rebenta com grande estampido, em virtude da entrada subita do ar exterior no vacuo formado.



(Fig. 439)

2.^a *Pressão lateral.*—Para demonstrar a pressão que o ar exerce no sentido lateral, pôde repetir-se a experiencia precedente, empregando um vaso curvado ao qual se adapte lateralmente a membrana tensa. A pressão lateral pôde ainda demonstrar-se, empregando um frasco de vidro munido de um ou mais orificios lateraes, que se tapam para o encher de agua completamente. Tapando depois a bôca do frasco e destapando os orificios lateraes, nota-se que o liquido não se esgota por

elles; e isto porque a pressão que o ar exerce lateralmente lhe impede a saída. De feito, destapando a bôca do frasco, o liquido obedecendo ao proprio peso sáe pelos orificios, porque as pressões do ar lateraes e superior se equilibram.

3.^a *Pressão de baixo para cima.*—A pressão de baixo para cima póde demonstrar-se similhantemente, por meio de um pequeno frasco com um pequeno orificio no fundo e completamente cheio de liquido; porque emquanto se conservar fechada a abertura superior o liquido não sáe, em virtude da pressão atmospherica que lhe impede a saída. Tomando um copo cheio de agua, tapando-lhe a bôca com um papel, e voltando-o com a bôca para baixo, a agua não cáe, e isto em virtude da pressão que o ar exerce de baixo para cima. O papel empregado serve para impedir que o ar, por sua leveza especifica, vá occupar o fundo do copo, porque se isto succedesse contrabalançaria pela sua força elastica a pressão de baixo para cima, e o liquido obedeceria ao seu proprio peso.

4.^a *Pressão em todos os sentidos; hemispherios de Magdburgo.*—Para finalmente mostrar que o ar exerce pressão em



(Fig. 140)

todas as direcções e sentidos, empregam-se os hemispherios de Magdburgo (fig. 140). Este apparelho é formado por dois hemispherios ôcos de latão que se podem ajustar perfeitamente pelos bordos. O hemispherio superior termina por um anel, e o inferior communica por meio de um tubo munido de torneira, com uma capacidade por meio da qual se adapta o apparelho sobre a platina da machina pneumatica para lhe extrahir o ar da capacidade espherica formada pelos dois hemispherios. Depois de obtido este resultado, nota-

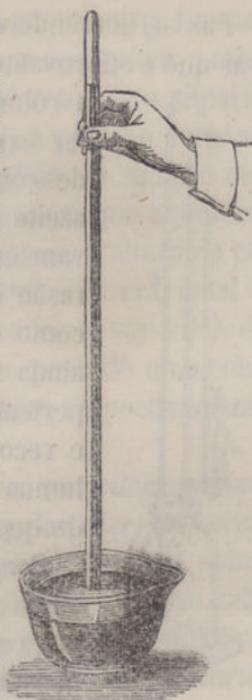
se que os hemispherios ficam tão fortemente unidos pelos bordos em virtude da pressão que o ar externo exerce em todos

os sentidos, que para destacar um do outro é necessario empregar grande esforço. Quando porém se deixa entrar o ar no aparelho basta um pequeno esforço para os desunir. Esta experiencia foi feita pela primeira vez, em 1640, por Otto de Guericck, na cidade de Magdburgo.

236. *Origem da descoberta da ponderabilidade do ar.* — O germen da descoberta da ponderabilidade do ar deve-se aos fontaneiros de Florença, porque foram os primeiros que notaram que a agua não subia alem de trinta e dois pés nos corpos das bombas. Nesta epocha (1640) a subida da agua nos corpos das bombas aspirantes, explicava-se dizendo que a materia tinha horror ao vacuo. Galileu, dotado de um espirito indagador, não se contentando com explicações frivolas, suspeitou que a ascensão dos liquidos n'aquellas circumstancias era devida ao peso do ar.

A verdade d'esta suspeita póde mostrar-se com o areometro de bomba (fig. 122). Deitando agua n'uma das capsulas e mercurio na outra, e levantando o embolo da bomba, o ar que esta contém é expulso para a atmospherica, e o ar que existe nos tubos rarefaz-se. Os liquidos contidos nas capsulas sobem ao mesmo tempo nos tubos respectivos pelo effeito da pressão atmospherica, que equilibra com os pesos das columnas liquidas elevadas e com o ar rarefeito existente nos tubos.

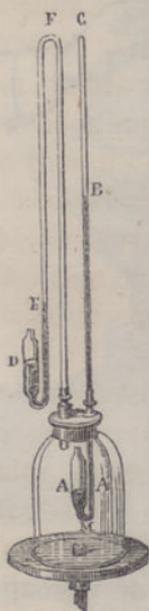
237. *Experiencias de Torricelli e Pascal.* — Torricelli, discipulo de Galileu, foi o primeiro que provou que o ar era pesado, mostrando a pressão que a atmospherica exerce e fornecendo ao mesmo tempo o meio de a medir. Para esse fim empregou um tubo de 80 centimetros de comprimento proximamente, e de 6 a 7 millimetros de diametro, fechado n'uma das extremidades e completamente cheio de mercurio; e assim preparado, depois



(Fig. 141)

de ter tapado a abertura com o dedo pollegar, inverteu-o e mergulhou-o n'uma capsula contendo o mesmo liquido (fig. 141). Tirando então o dedo, notou que a columna liquida, tendo descido no interior do tubo, ficava estacionada na altura de 76 centimetros proximamente. A columna de mercurio conserva-se em suspensão no interior do tubo pelo effeito do peso do ar ou pressão atmospherica que obra exteriormente sobre o mercurio da capsula. Com effeito, para que qualquer estrato do mercurio contido na capsula possa estar em equilibrio é necessario que a pressão que supportam as moleculas que o constituem seja igual por toda a parte. Ora a pressão que soffre a superficie livre do mercurio existente na capsula é a pressão atmospherica, ao passo que no interior do tubo ao mesmo nivel, a pressão é devida ao peso da columna de mercurio em suspensão; e visto que ha equilibrio as duas pressões são iguaes (205, 2.^o); d'onde se conclue que a pressão atmospherica equivale, para igual base, a uma columna de mercurio de 76 centimetros de altura.

Pascal, querendo verificar a experiencia de Torricelli e mostrar que é effectivamente a pressão atmospherica que mantem



(Fig. 142)

a columna de mercurio no tubo de Torricelli, fez experiencias analogas com tubos de grande comprimento, empregando agua, vinho e azeite, e notou que as columnas liquidas ficavam estacionarias em alturas que estavam na razão inversa das densidades d'estes liquidos, como devia ser segundo a theoria. Pascal fez ainda repetir por Perier, seu cunhado, a experiencia de Torricelli sobre o Puy-de-Dome; e reconheceu-se, como se previa, que a columna de mercurio tinha menor altura no cume do que na falda d'aquella montanha.

Com o auxilio da machina pneumatica, póde ainda verificar-se a experiencia de Torricelli, empregando um aparelho (fig. 142) que dá ao mesmo tempo o modo de medir a pressão atmospherica, e em geral as pressões de qual-

quer gaz. Toma-se uma campanula M , no interior da qual se abre a parte inferior de um tubo de Torricelli ABC , cheio de mercurio e recurvado em fórma de siphão, que atravessa a campanula e termina em C : o ramo menor, alargado em fórma de frasco, representa aqui o papel de capsula. A campanula communica ainda com um tubo duas vezes recurvado FED , aberto em D , e contendo tambem mercurio que se eleva nos dois ramos á mesma altura. Ajustando a campanula sobre a platina da machina pneumatica, e rarefazendo o ar interior, ver-se-ha a columna de mercurio baixar no tubo de Torricelli, e subir uma quantidade igual no outro tubo; de maneira que quando o ar no interior da campanula estiver extremamente rarefeito o mercurio terá proximamente o mesmo nivel AA' nos dois ramos do tubo; ao passo que o mercurio contido na capsula do siphão exterior DEF , terá subido a uma altura que pouco differirá da altura primitiva da columna do tubo de Torricelli. As pequenas differenças que subsistem provém da impossibilidade de obter o vacuo perfeito no recipiente da machina pneumatica. Deixando penetrar o ar exterior na campanula ver-se-ha subir o mercurio no tubo $A'C$ e descer em FE até retomar a situação primitiva no interior de ambos os tubos. A pressão do ar ou de qualquer gaz contido na campanula pôde ser sempre medida pela altura da columna de mercurio com que equilibra.

Se em vez de mercurio se empregar agua, a altura da columna liquida elevada no tubo de Torricelli será igual a $0^m,76 \times 13,59 = 10^m,33$. Assim, cada ponto da superficie do Globo soffre uma pressão equivalente ao peso de uma columna de mercurio ou de agua, que tenham respectivamente por alturas $0^m,76$ ou $10^m,33$.

238. *Valor da pressão atmospherica em kilogrammas, pressão experimentada pelo homem e pelos diversos seres.*
—A pressão que uma columna atmospherica exerce sobre uma base dada, pôde avaliar-se em peso, visto que se sabe determinar o peso da columna liquida com que equilibra. Suppondo, por exemplo, a altura da columna de mercurio, que equilibra com a atmospherica igual a $0^m,76$, se a base for

igual a um centimetro quadrado, a pressão da columna atmospherica será igual a $1^k,033$ (198). É esta pressão que se denomina uma atmospherica e que se toma como unidade a que se referem as pressões que os gazes exercem. Considerando um homem de estatura mediana, cuja superficie vale proxima-mente 15000 centimetros quadrados, a pressão atmospherica media que seu corpo supporta equivale a 15000 vezes $1^k,033$ ou proxima-mente 15500^k , quando a altura da columna de mercurio do tubo de Torricelli for igual a $0^m,76$. A pressão supportada é equivalente áquella que experimentaria no fundo de um lago com $10^m,33$ de altura de agua acima da cabeça, uma vez que se supponha o vacuo formado acima do lago. Estes resultados talvez pareçam extraordinarios, porque somos livres em nossos movimentos; mas o que ha de mais extraordinario é que existem peixes nas maiores profundidades dos mares, que soffrem pressões quarenta e mais vezes maiores do que o homem (por isso que uma columna de agua de $10,33$ de altura equivale ao peso de uma atmospherica), e comtudo são tão livres em seus movimentos como nós.

O corpo dos differentes animaes resiste porém á pressão exterior em virtude da reacção dos fluidos elasticos que contém; alem d'isso a pressão atmospherica exercendo-se em todos os sentidos com perfeita igualdade, comprehende-se como não só o homem, mas todos os seres organisados, ainda os de mais delicada estructura, podem soffrer taes pressões sem o minimo inconveniente, e mesmo sem terem d'ellas consciencia. Quando a pressão atmospherica augmenta, as funcções vitaes executam-se com energia, a circulação do sangue é regular e facil, e a mesma regularidade se observa no phenomeno da respiração; sentimo-nos então como alliviados e aptos para o trabalho. Quando porém a pressão atmospherica diminue os fluidos do interior do corpo expandem-se, a circulação e a respiração tornam-se mais rapidas; experimentâmos então uma especie de fadiga, e achâmo-nos propensos para o repouso, e referindo ao ar o que se passa em nossos órgãos, costumâmos dizer que a atmospherica está pesada ou carregada, quando é precisamente o contrario que deveriamos

affirmar. A tensão dos fluidos interiores, que contrabalança a pressão atmospherica, demonstra-se facilmente tapando com a mão o recipiente da machina pneumatica, porque se verá inchar a palma da mão e molhar-se a pelle, em virtude da expansão dos fluidos interiores. Effeitos analogos se verificam nas ventosas.

Se a pressão atmospherica diminuir consideravelmente, como succede nas altas montanhas e principalmente nas viagens aerostaticas, o organismo soffre então perturbações mais ou menos consideraveis e prejudiciaes. A respiração torna-se laboriosa e difficil; o sangue, lançado na circulação pelo coração, não achando nos extremos dos vasos a resistencia necessaria, derrama-se produzindo hemorragias mais ou menos abundantes. Estes symptomas são acompanhados de um zunido extraordinario nos ouvidos, e de um sentimento de tristeza indefinido.

239. *Peso e altura da atmosphera.* — O peso de toda a atmosphera equivale ao de uma camada de agua de $10^m,33$ de espessura envolvendo completamente a superficie terrestre. Ora sendo 6.367:000 a grandeza media do raio terrestre, e por conseguinte a superficie da Terra, supposta espherica, proximamente igual a 509 triliões e meio de metros quadrados, segue-se que o peso de toda a atmosphera é superior a 5 quintiliões de kilogrammas. Esta avaliação representa o valor da pressão que toda a atmosphera exerce sobre a superficie terrestre; para obter o valor exacto do peso da atmosphera é necessario tomar em linha de conta a diminuição da intensidade da gravidade nas altas regiões atmosphericas.

O fluido aereo, dotado como é de força expansiva, parece que deveria encher todo espaço planetario; mas pelo mesmo effeito de sua expansão e pelo das temperaturas mui baixas, que reinam nas altas regiões da atmosphera, a força expansiva do ar decresce até que equilibra com a força gravitante em pontos mais ou menos distantes da superficie terrestre; isto é, a atmosphera tem os seus limites nos pontos em que os pesos das moleculas contrabalançam a força extremamente fraca com que são repellidas pelas moleculas inferiores. É

necessario considerar tambem a força centrifuga que anima as moleculas do ar atmosferico, a qual, como se sabe, augmenta com a distancia ao centro, ao passo que a gravidade decresce proporcionalmente ao quadrado d'essa distancia. A espessura da atmospheria não é pois a mesma por toda a parte, deve ser maior no equador, por ser ahi a força centrifuga maxima, e menor a densidade do ar em virtude da temperatura elevada d'esta região. Tem-se calculado, attendendo ao decrescimento da densidade e peso do ar, e a muitas circumstancias de outra ordem, que a altura da atmospheria é de 50 a 60 kilometros.

SECÇÃO 3.^a

Medidas da pressão atmospherica

240. *Barometros, partes essenciaes que os constituem.*— Os instrumentos empregados para medir a pressão atmospherica denominam-se *barometros*. Os barometros (do grego *baro*, peso, e *metron*, medida) são, na accepção mais lata d'esta palavra, os instrumentos destinados a medir o peso da atmospheria. De feito, reflectindo no fim a que estes instrumentos satisfazem, reconhece-se que são verdadeiras balanças em que uma columna atmospherica equilibra com a de mercurio, de igual base, e contida no tubo de Torricelli e expressa em centimetros ou millimetros; sendo os pratos representados, um pela superficie livre de mercurio existente na capsula e o outro no interior do tubo, pelo estrato horisontal de mercurio que tem o mesmo nivel que aquella superficie.

As partes essenciaes dos barometros são:

1.º Um tubo de Torricelli invertido n'uma capsula (fig. 141), ou um siphão *A B C* (fig. 142), cujo ramo mais curto e aberto figura de capsula;

2.º Uma escala de centimetros e millimetros munida de nonio para medir com exactidão as alturas das columnas de mercurio que se denominam *columnas barometricas*.

241. *Historico.*— A origem dos barometros data das experiencias de Torricelli. O physico inglez Morlande, pretendendo

do tornar mais apreciáveis as variações da altura da columna barometrica, construiu pouco depois um *barometro de tubo curvo*, que foi abandonado, porque as vantagens que offerecia não compensavam os inconvenientes resultantes do attricto desenvolvido na curvatura do tubo. Foi pouco mais ou menos pelo mesmo tempo, em 1665, que Roberto Kook inventou o *barometro de mostrador*. Descartes foi o primeiro que teve a idéa de substituir, na construcção do barometro, o mercurio á agua, liquido que muitos physicos, fundados na experiencia de Pascal, tinham usado como meio economico, mas muito inconveniente. A idéa foi posta em pratica por Huygens em 1672. Depois d'este physico muitos outros, como Hubins, Lahire, Amontons, etc., construíram varios barometros, que pouco a pouco foram sendo rejeitados pelos inconvenientes que apresentavam. Mais tarde em 1710, o celebre mathematico João Bernouilli apresentou á academia das sciencias de Paris um barometro denominado rectangular, por ser formado por dois tubos dispostos em angulo recto, cujo plano tinha já sido indicado por Cassini. Amontons construiu o barometro polytubulado, differente do barometro que o mesmo physico tinha já construido. Finalmente no fim do seculo XVIII A. de Humboldt inventou o barometro de viagem, que foi depois convenientemente modificado por Goede King.

242. *Construcção do barometro.*—Na construcção do barometro emprega-se um tubo recto de vidro de 90 centímetros de comprimento proximamente, perfeitamente calibrado em toda a sua extensão com um extremo fechado e o outro aberto, e terminando por uma capacidade em fórma de pequena esphera. O tubo escolhido lava-se primeiro com acido azotico fervente, a fim de destruir alguns corpusculos estranhos, que a elle possam estar adherentes, e em seguida com agua distillada. Quando o tubo está bem secco introduz-se-lhe uma porção de mercurio perfeitamente puro; isto é, sem que contenha a menor porção de oxydo negro d'este metal, corpo que se forma com facilidade em presença do ar e do qual pôde livrar-se, tratando o mercurio assim alterado pelo acido azotico até se formarem vapores rutilantes, lavando-o

em seguida com agua e dessecando-o. Feitas estas operações previas sujeita-se o tubo á acção do calor n'uma grelha inclinada, cercado-o em toda a sua extensão com carvões incandescentes a fim de expulsar as bolhas de ar e a humidade existentes entre as paredes do tubo e o mercurio, bem como a humidade e o ar que este possa conter em sua massa ; depois do que se introduz outra porção de mercurio no tubo que se aquece novamente, e continuam-se estas operações até que o mercurio encha o tubo assim como a capacidade espherica. Fazendo agora ferver o mercurio por meio de carvões incandescentes a ebullicão propaga-se do extremo inferior para o superior do tubo, e o aquecimento opera-se no mesmo sentido. Os vapores mercuriaes formados expulsam completamente o ar e a humidade, que de ordinario ainda existem adherentes ás paredes do tubo, e que, se não fossem expulsas, exerceriam pressão sobre a columna de mercurio na occasião em que se invertesse o tubo, tornando inexactas as indicações do instrumento.

A capacidade espherica que existe na parte aberta do tubo serve para receber o excesso de mercurio na occasião da ebullicão d'este metal, e deve terminar em ponta a fim de poderem ser expulsos o ar e a humidade sem contudo permittir facil accesso ao ar externo, que se entrasse no tubo, durante a ebullicão oxydaria o mercurio, o que seria um grande inconveniente. O mercurio depois da ebullicão muda de aspecto, e não só está completamente isento de bolhas de ar e de humidade, mas a sua superficie, se a operação foi bem dirigida, apresenta um brilho metallico mui vivo. Depois do mercurio ter resfriado, separa-se a capacidade espherica existente na parte aberta do tubo, acaba de encher-se este com mercurio secco e quente, e em seguida tapa-se com um dedo o extremo aberto e inverte-se na capsula contendo mercurio puro e secco. Fixa-se então o tubo verticalmente a uma regua graduada em centimetros e millimetros e munida de nonio, de modo que a escala fique parallelamente ao eixo geometrico do tubo, e que o seu zero corresponda ao nivel do mercurio contido na capsula.

Do que precede deduzem-se as seguintes condições a que

um barometro deve satisfazer para poder ser considerado instrumento exacto.

1.^a *O mercurio contido no tubo e na capsula deve ser puro.* — Se este liquido estivesse inquinado de substancias estranhas a columna barometrica, para uma dada pressão, indicaria uma altura maior ou menor do que a que deve indicar segundo as substancias estranhas fossem menos ou mais densas do que o mercurio.

2.^a *A camara barometrica, isto é, o espaço existente na parte superior da columna de mercurio deve estar perfeitamente vazia.* — Com effeito, se a camara contivesse um corpo qualquer, por mui subtil que elle fosse, a columna barometrica não daria a verdadeira medida da pressão atmospherica.

3.^a *A escala deve estar parallela ao eixo geometrico do tubo,* porque, não o estando, as alturas das columnas barometricas, por ella dadas, não seriam exactas.

4.^a *O zero da escala deve corresponder ao nivel do mercurio contido na capsula.* — Quando assim não acontecer as alturas dadas pela escala não serão exactas.

O modo de satisfazer ás duas primeiras condições fica explicado. A terceira condição consegue-a o artista por meios geometrico-praticos, e a quarta obtem-se por meios diversos, que adiante exporemos segundo a especie e o rigor do instrumento.

A construcção do barometro de capsula que resumidamente fica descripto, pouco differe da do barometro de siphão.

243. *Barometro ordinario de capsula.* — Este barometro é formado por um tubo de 0^m,85 a 0^m,90 de comprimento, que tendo sido previamente cheio de mercurio, segundo as condições prescriptas no numero anterior, foi depois invertido n'uma capsula contendo o mesmo liquido. O tubo e a capsula estão adaptados a uma prancha de madeira, sobre a qual e ao lado do tubo está descripta uma escala de centimetros e milimetros, munida de nonio. Este barometro não é rigorosamente exacto; o zero da escala só em casos muito raros coincidirá com o nivel do mercurio existente na capsula, porque o augmento da pressão atmospherica faz passar uma porção

do mercurio da capsula para o interior do tubo e a diminuição da pressão atmospherica produz o effeito contrario. Para attenuar este defeito quanto possivel, fundados em que as mudanças do nivel do mercurio na capsula e no tubo estão na razão inversa da extensão das superficies d'aquelle liquido, deve a secção horisontal da capsula ser consideravelmente maior do que a secção correspondente do tubo.

244. *Barometro normal de capsula ou de Regnault.*— Este barometro é de capsula como o precedente. Pela rigorosa exactidão que com elle se obtem da medida da pressão atmospherica serve de *norma* ou *padrão* aos demais barometros. N'este barometro o tubo está, como no barometro ordinario de capsula, fixo a uma prancha de madeira e invertido no mercurio contido n'uma capsula de ferro de fórma rectangular. Alem d'isso o tubo tem o diametro sufficiente para que não se torne muito sensivel a depressão do mercurio devida á capillaridade. A altura da columna barometrica mede-se exactamente, por meio do cathetometro; collocando este em frente do barometro. Para medir com todo o rigor a differença entre o nivel do mercurio no tubo e na capsula, está fixa a esta uma porca, onde póde girar parallelamente ao tubo, no sentido vertical, um parafuso, cujo comprimento tem sido previamente determinado. Posto isto, quando se pretende determinar a altura da columna barometrica e por conseguinte a pressão atmospherica, basta medir por meio do cathetometro a distancia entre o plano tangente ao menisco, na parte superior da columna de mercurio e a cabeça do parafuso, e depois juntar o comprimento d'este á distancia medida.

Este barometro é muito simples e tem as seguintes vantagens sobre todos os outros, debaixo do ponto de vista da medida das alturas barometricas:

1.º Determinar-se directamente, quer o apparelho se ache inclinado ou não, a differença vertical dos niveis do mercurio na capsula e no tubo;

2.º Obter-se com a maior perfeição o contacto da ponta do parafuso com a superficie do mercurio na capsula;

3.º Ser a medida da differença dos niveis do mercurio no

tubo e na capsula obtida pelo mais exacto de todos os methodos conhecidos, isto é, por meio de um oculo que amplifica consideravelmente os objectos e com uma precisão que excede $\frac{4}{50}$ do millimetro.

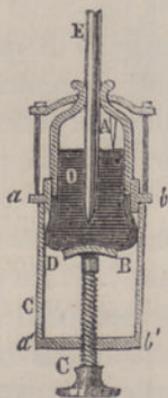
245. *Barometro de capsula de fundo movel de Fortin.*— O barometro de Regnault é, como dissemos, destinado a servir de padrão, mas isto é sómente nas localidades em que elle está situado, porque não pôde facilmente ser transportado d'um logar para outro distante, e ha casos como, por exemplo, na determinação da altura das montanhas, em que o barometro deve á precisão reunir a facilidade de poder ser transportado, sem que isto produza o menor desarranjo nas suas diversas partes. A estas duas condições satisfaz completamente o *barometro de capsula de fundo movel de Fortin.*

O *barometro de Fortin* é de capsula e o tubo barometrico está protegido por um outro de latão, que tem duas fendas longitudinaes e oppostas, sobre uma das quaes *B* (fig. 143) está gravada uma escala de centimetros e millimetros, munida do competente nonio; e no mesmo tubo está fixo um thermometro destinado a indicar a temperatura do instrumento no acto das observações. O tubo barometrico mergulha no mercurio contido na capsula *b*, a cuja tampa está fixa a base de uma pyramide conica de marfim *a*.

A figura 144, destinada a descrever alguns detalhes, mostra que o extremo aberto do tubo ba-



(Fig. 143)



(Fig. 144)

ometrico *E* termina em ponta e mergulha, como fica dito, no mercurio *O* contido n'uma capsula de vidro, cujo fundo *D B* é de camurça. Os dois terços inferiores da capsula estão protegidos por uma capacidade cylindrica de latão *a a' b b'* com

o fundo atravessado por um parafuso de pressão, que tem a ponta em contacto com um botão de buxo, que existe fixo na parte media do fundo da camurça. O parafuso de pressão, é destinado a fazer subir ou descer o fundo movel *D B*, bem como o mercurio contido na capsula, a fim de que no acto da medida da pressão atmospherica, o nivel do liquido rase o vertice da pyramide conica *A*, que corresponde ao zero da escala. Emfim a tampa da capsula é de buxo, e está protegida por uma peça de latão, e na abertura por onde passa o tubo barometrico está ajustado um anel de camurça, que dá livre passagem ao ar, que vae exercer pressão sobre o mercurio existente na capsula, e evita que este liquido saia quando a capsula estiver cheia.

Este barometro é muito empregado nas viagens. Para o transportar faz-se subir o fundo de camurça, até que o mercurio encha completamente o tubo e a capsula, a fim de evitar que o ar penetre no interior do tubo, durante o trajecto.

Para fazer observações com o barometro de Fortin, é necessario colloca-lo na posição vertical, o que se consegue suspendendo-o por meio de um fio fixo a um anel *C* (fig. 143), ou então mantendo-o sobre um tripé, que tem na parte superior um anel metallico, a que está fixo pela parte interior por meio de um eixo em torno do qual pôde girar um outro anel concentrico com o primeiro, no qual estão adaptados, n'uma direcção perpendicular ao eixo do instrumento, dois parafusos que penetram na espessura do tubo protector. O tubo barometrico em virtude d'esta disposição e do peso da capsula mantem-se na posição vertical em perfeito equilibrio estavel. Posto isto, para determinar a pressão atmospherica move-se o parafuso de pressão, fazendo subir ou descer o mercurio na capsula até que o nivel d'este liquido rase o vertice da pyramide de marfim: este resultado verifica-se quando o vertice d'esta está em contacto com o vertice da sua imagem reflectida pelo mercurio. Depois d'esta operação faz-se escorregar ao longo do tubo protector o cursor *A* (fig. 143) sobre que está gravado o nonio até que o plano que passa pelos bordos superiores d'este, correspondentes ás duas fen-

das do tubo, seja tangente á superficie do mercurio no interior do tubo barometrico. Feito isto e depois de fixo o cursor por meio de parafusos de pressão, basta ler o numero de centímetros, millímetros e fracções d'estes, correspondentes aos bordos superiores do cursor, para obter a altura da columna barometrica.

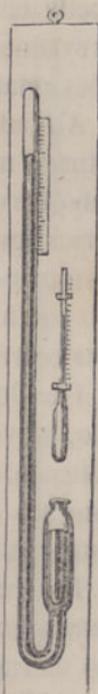
246. *Barometro ordinario de siphão.*— Este barômetro (fig. 145) é constituido por um siphão de ramos paralelos, dos quaes o maior é fechado e o menor aberto, e terminando em fórma de frasco. O siphão está collocado sobre uma prancha de madeira e ao seu lado existe uma escala de centímetros e millímetros munida de um nonio.

Este instrumento, bem como o barometro ordinario de capsula, não é rigorosamente exacto, porque o zero da escala deve corresponder ao nivel do mercurio no ramo menor (que representa o papel de capsula), o qual ora está mais baixo ora mais elevado. Para attenuar, quanto possivel, este erro deve, assim como no barometro ordinario de capsula, a secção do frasco, por que termina o ramo aberto do siphão, ser consideravelmente grande.

247. *Barometro normal de siphão.*— Por meio d'este barometro, que é, assim como o barometro normal de capsula, destinado a servir de padrão, pôde determinar-se com extrema precisão a pressão atmospherica.

O *barometro normal de siphão* é essencialmente composto de um siphão fixo sobre uma prancha de madeira, e cujos ramos têm dimensões taes, que a extensão da camara barometrica é assás longa, para attenuar, quanto possivel, o effeito da pressão de alguma bolha de ar, que porventura n'ella possa ter penetrado, até ao ponto de tornar inapreciavel este effeito.

O tubo barometrico d'este barometro é perfeitamente calibrado e o seu diametro de 0^m,019 a 0^m,020, dimensão esta que concorre para attenuar consideravelmente a depressão capillar do mercurio no seu interior.



(Fig. 145)

A escala d'este barometro, situada parallelamente ao tubo sobre a prancha, é formada por uma regua de latão, perfeitamente dividida em centímetros e millímetros pela sua comparação com o metro padrão e munida de um nonio, na qual pôde mover-se no sentido vertical por meio de um parafuso adaptado no seu extremo inferior. Na espessura da regua existe engastado um thermometro que dá com toda a exactidão a temperatura da escala no acto da observação, e o seu coefficiente de dilatação (de que adiante fallaremos) deve ser previamente conhecido, a fim de se poderem fazer as correções relativas á temperatura.

Ao lado do tubo barometrico e em contacto com elle, está situado um thermometro, construido de vidro, identico ao do tubo barometrico, e cujo reservatorio deve ter o diametro interior igual ao d'este. Em virtude d'esta disposição pôde determinar-se com sufficiente precisão a temperatura do mercurio contido no tubo barometrico, a fim de se fazerem as devidas correções.

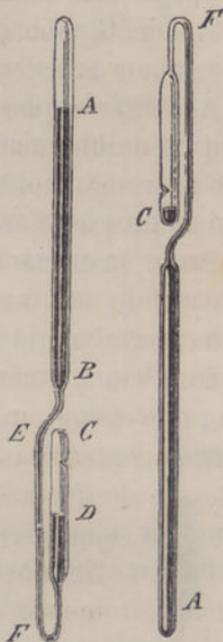
Parallelo á escala existe um prisma triangular recto de latão, movel em torno do seu eixo, o qual sustenta dois oculos reticulados, moveis ao longo de uma das faces do prisma e que são destinados a observar o nivel do mercurio em cada ramo do siphão.

Para medir com o auxilio d'este barometro a altura da columna barometrica, dirigem-se os dois oculos para os niveis do mercurio nos ramos maior e menor do siphão, até fazer coincidir exactamente os niveis do mercurio com os reticulos correspondentes dos oculos. Para que esta coincidencia se faça exactamente deve collocar-se, perto de cada um menisco do mercurio, um reflector que os illumine no acto da observação, e para que a exactidão seja a maior possivel, cada um dos ramos do siphão está munido de um cursor annullar e opaco, a fim de deixar sómente entrar a luz no tubo proximo dos meniscos. Depois de convenientemente fixos os oculos faz-se girar o prisma em torno do seu eixo, de modo que os oculos se dirijam para a escala, e por meio do parafuso de que esta está munida, faz-se coincidir o reticulo do oculo inferior com o

zero da escala. Observa-se em seguida o numero de centímetros, millímetros e fracções d'estes, correspondentes ao reticulo do oculo superior, e este numero representará a altura da columna barometrica sobre que se fazem as devidas correccões, como adiante veremos.

248. *Barometro de Gay-Lussac; aperfeiçoamento de Buntten.* — O barometro de Gay-Lussac, é essencialmente formado por um siphão, cujos ramos *AB* e *CD* (fig. 146), que representam respectivamente o tubo barometrico e a capsula dos barometros d'este nome, têm o mesmo diametro interior e existem em communicação por meio de um tubo capillar *EF*. O ramo inferior *CD* do siphão tem proxima da sua parte superior um pequeno orificio reentrante, que dá livre accesso ao ar que vae exercer pressão sobre o mercurio contido n'este ramo.

O barometro de Gay-Lussac pôde ou estar fixo sobre uma prancha de madeira ou no interior de um tubo protector de latão e sustentado sobre um tripé, como o de Fortin, e em ambos os casos é acompanhado de um thermometro que indica a temperatura do instrumento no acto das observações. Este barometro tem



(Fig. 146)

duas escalas munidas de nonio, pertencentes a cada um dos ramos do siphão, cujo zero é commum e existe situado entre ellas. Em virtude d'esta disposição basta sommar os numeros de centímetros e millímetros, correspondentes aos niveis do mercurio nos dois ramos do siphão, para obter a altura barometrica.

O barometro de Gay-Lussac é, como o de Fortin, muito empregado pelos viajantes, poisque a uma precisão sufficiente, reúne a commodidade do transporte e a facilidade de medir as alturas barometricas. Alem d'isto este barometro é menos pesado que o de Fortin, e pôde desprezar-se sem grande erro

a correcção da capillaridade. Á primeira vista parece que as depressões capillares do mercurio nos dois ramos deveriam ser as mesmas, e portanto destruir-se por serem iguaes os diametros interiores dos dois ramos do siphão; porém isto não é rigorosamente exacto, porque o mercurio do ramo maior existe no vacuo, ao passo que o do ramo menor, estando em contacto com o ar atmospherico altera-se, tornando-se desiguaes os meniscos do mercurio nos dois ramos.

Apesar das vantagens que tem sobre o de Fortin, o barometro de Gay-Lussac offerece alguns inconvenientes, como são: a sua grande fragilidade e a pequena sensibilidade de suas indicações comparada com a d'aquelle barometro, pois que os deslocamentos dos niveis do mercurio em cada um dos ramos do siphão representam sómente metade da variação da pressão atmospherica.

Para transportar este instrumento inverte-se o siphão *AFC* lentamente, até que tome a posição *CF A*. N'esta operação o mercurio contido no siphão enche completamente o ramo maior d'este e o tubo capillar até *F*, ficando uma pequena parte no ramo menor em *C*: quando se pretende fazer uso do barometro a primeira cousa a fazer é desinvertel-o. A construcção

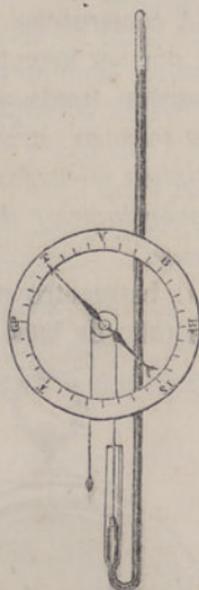


(Fig. 147)

d'este barometro não é muito segura; porque, quando se pretende invertel-o, póde um abalo subtil produzir a divisão da columna de mercurio e por consequencia a entrada de ar no ramo maior, o que seria um grande inconveniente quando se desinvertesse o siphão (2.º).

Para obviar a este inconveniente M. Buntzen propoz uma modificação n'este barometro, e que consiste em o ramo maior do siphão se prolongar em fórma de tubo capillar no interior de uma capacidade *CB* (fig. 147), que une entre si os dois ramos do siphão. Por meio d'esta disposição, no acto da inversão ou da desinversão do instrumento, alguma bolha de ar que porventura penetre n'este, irá necessariamente occupar a parte superior da capacidade *CB*, e portanto não entrará na camara barometrica.

249. *Barometro de mostrador.* — O barometro de mostrador, é, como já dissemos, devido a Hooke, e consiste n'um barometro de siphão fixo no interior de uma caixa (fig. 148). No mercurio contido no ramo menor do siphão fluctua um pequeno peso a que está fixo um fio mui fino de seda, que passa pela gola de uma roldana, e que sustenta no outro extremo um outro peso menor do que o fluctuador. Emfim a roldana é atravessada pelo centro por um eixo que sustenta uma agulha, que se move sobre um mostrador graduado, existente na parte anterior da caixa. O mercurio subindo ou descendo no ramo menor do siphão, pela acção atmospherica, faz subir ou descer o peso fluctuante, movimentos estes que são transmittidos por intermedio do fio á roldana e por consequencia á agulha, que percorre então diferentes arcos sobre o mostrador, completamente dividido em partes que correspondem a diversas alturas da columna barometrica.



(Fig. 148)

O barometro de Jacker é tambem um barometro de mostrador, no qual o fio e a roldana estão substituidos por uma haste dentada e um carrete tambem dentado.

Tanto este barometro como o precedentemente descripto, como se vê da sua construcção, não são instrumentos exactos, porque o atrito do fio sobre a roldana ou o da haste sobre o carrete, conjunctamente com a pressão do fluctuador sobre o mercurio, concorre para que não possam patentear-se pequenas variações da pressão atmospherica. Emprega-se, comtudo, nos usos ordinarios em que se não requer grande precisão, e serve ao mesmo tempo de ornamento nas salas.

250. *Barometro metallico de Bourdon.* — Alem dos barometros já descriptos e que são denominados *barometros de mercurio*, ha outros em que este liquido não figura, os quaes são mais portateis do que aquelles e sufficientemente exactos,

quando não se requer grande precisão; taes são, por exemplo, o *barometro metallico de Bourdon* e o *barometro aneroide*.

A construcção do barometro de Bourdon, assim denominado por ser inventado pelo habil mechanico francez chamado Bourdon, funda-se no seguinte principio: *As pressões exercidas sobre as paredes flexiveis de um tubo metallico de secção elliptica e enrolado em espiral produzem o enrolamento ou desenrolamento do tubo segundo obram exterior ou interiormente.*

O barometro metallico é essencialmente constituido por um tubo de latão *B A C* (fig. 149) de secção elliptica, cujas



(Fig. 149)

são delgadas e flexiveis, o qual está fixo pelo meio *A* e enrolado em arco de circulo, segundo o eixo menor de sua secção. Em virtude d'esta disposição, tendo feito previamente o vacuo no tubo, quando a pressão exterior augmenta ou diminue, a curvatura do tubo augmenta tambem ou diminue e por conseguinte os extremos *B* e *C* approximam-se ou afastam-se, e os movimentos assim produzidos trans-

mittem-se a uma alavanca *D E*, cujos extremos estão fixos ás extremidades do tubo. Esta alavanca communica o movimento recebido a um sector dentado *F G*, que finalmente o transmite a uma agulha *H I* que se move sobre um mostrador graduado.

251. *Barometro aneroide*. — Este barometro tambem metallico como o precedente, é o de que actualmente usam os geographos e os viajantes, e funda-se na elasticidade dos solidos; porém a sua construcção é mais complicada do que a do barometro de Bourdon.

O barometro aneroide, devido á invenção de mr. Vidi, consta essencialmente de uma pequena caixa metallica, de fôrma

cylindrica, vasia de ar e fechada hermeticamente. A base abaulada d'esta caixa tende a approximar-se mais ou menos da parte opposta, por flexões tão variaveis como a causa que as produz. Os movimentos do centro da base da caixa são transmittidos por intermedio de um systema de duas alavancas, destinado ao mesmo tempo a ampliar aquellas flexões a uma agulha que se move sobre um mostrador graduado. Este mostrador está situado no fundo superior de uma caixa metallica, que envolve a caixa do fundo abaulado, tendo inferiormente um orificio por onde o ar exerce a pressão.

O barometro aneroide tem algumas vantagens sobre os de mercurio, principalmente quando não se requer grande precisão, poisque ao seu pequeno volume acresce o ser muito sensivel e pouco fragil.

252. *Correcções relativas á capillaridade e á temperatura, que devem fazer-se nos barometros de mercurio.*—Para que as alturas barometricas dadas pelos barometros de mercurio possam ser comparadas, é necessario corrigil-as dos effeitos da capillaridade e referir os instrumentos a uma temperatura constante, que é a temperatura zero do thermometro centigrado.

Como se sabe, na parte superior da columna de mercurio contida nos tubos barometricos, produz-se sempre uma depressão capillar, que é tanto menor, quanto maior é o diametro interior do tubo; podendo ser desprezada sem erro apreciavel, quando este diametro for de $0^m,02$ a $0^m,03$.

A depressão capillar produz, como facilmente se deprehe, a diminuição da altura da columna barometrica; d'onde se deduz que, para corrigir este erro, deve addicionar-se á altura observada a quantidade de que o mercurio se deprime.

Alem da correcção relativa á capillaridade, as alturas barometricas observadas devem ser corrigidas dos effeitos da temperatura sobre o mercurio e sobre a escala, isto é, têm que referir-se á temperatura zero do thermometro centigrado, como dissemos. Com effeito, se a temperatura no acto da observação for superior ou inferior a zero, a altura barome-

trica observada será maior ou menor do que a verdadeira; porque as variações de temperatura, dilatando ou contrahindo o mercurio fazem variar a densidade e por conseguinte a altura do mercurio; poisque as alturas das columnas barometricas estão na rasão inversa das densidades d'aquelle liquido. Portanto, para corrigir a altura observada dos effeitos da temperatura sobre o mercurio, deve subtrahir-se-lhe ou addicionar-se-lhe a quantidade de que o mercurio se dilatou ou contrahiui em relação ao seu volume a zero. As variações de temperatura tambem têm acção sobre a materia de que é formada a escala, produzindo a dilatação ou contracção d'esta, segundo a temperatura é superior ou inferior a zero, o que faz que as alturas barometricas observadas sejam menores ou maiores do que as verdadeiras; sendo necessario, pois, para obter estas, addicionar no primeiro caso e subtrahir no segundo o effeito da temperatura sobre a escala, ás alturas observadas. Assim, se a designar a altura verdadeira, a' for a altura observada e d e d' representarem os effeitos da temperatura sobre o mercurio e sobre a materia de que a escala é formada, e c exprimir o effeito da capillaridade, ter-se-ha:

$$a = a' \mp d \pm d' + c,$$

formula que dará a altura barometrica verdadeira, por meio da observada, sendo conhecidas as quantidades d , d' e c .

Os valores de d e d' podem determinar-se pelo calculo no acto da observação, como veremos quando tratarmos do calor; mas de ordinario recorre-se a tabellas de correcção construidas para este fim.

O valor de c ou da depressão capillar determina-se ordinariamente recorrendo á tabella abaixo descripta, na qual para um dado diametro interior do tubo barometrico se encontra o valor correspondente da depressão devida á capillaridade. Uma tal tabella, como é facil de comprehender, não é sufficientemente precisa quando se requer a maxima exactidão; pois que a depressão capillar do mercurio não varia sómente com o diametro interior do tubo, mas tambem com a *flexa do menisco* ou altura do vertice convexo d'este acima da

secção que representa a sua base, altura que depende do sentido em que se opera o movimento, isto é, segundo este movimento é ascendente ou descendente.

Tabella ordinaria das correccões capillares

DIAMETRO INTERIOR DOS TUBOS	DEPRES-SÕES	DIAMETRO INTERIOR DOS TUBOS	DEPRES-SÕES	DIAMETRO INTERIOR DOS TUBOS	DEPRES-SÕES
—	—	—	—	—	—
Millimetros	Millimetros	Millimetros	Millimetros	Millimetros	Millimetros
21 ^{mm} ,00	0 ^{mm} ,028	14 ^{mm} ,50	0 ^{mm} ,443	8 ^{mm} ,00	0 ^{mm} ,684
20 ,50	0 ,032	14 ,00	0 ,461	7 ,50	0 ,775
20 ,00	0 ,036	13 ,50	0 ,481	7 ,00	0 ,877
19 ,50	0 ,041	13 ,00	0 ,204	6 ,50	0 ,995
19 ,00	0 ,047	12 ,50	0 ,230	6 ,00	1 ,136
18 ,50	0 ,053	12 ,00	0 ,260	5 ,50	1 ,306
18 ,00	0 ,060	11 ,50	0 ,293	5 ,00	1 ,507
17 ,50	0 ,068	11 ,00	0 ,330	4 ,50	1 ,752
17 ,00	0 ,077	10 ,50	0 ,372	4 ,00	2 ,053
16 ,50	0 ,088	10 ,00	0 ,419	3 ,50	2 ,415
16 ,00	0 ,099	9 ,50	0 ,473	3 ,00	2 ,902
15 ,50	0 ,112	9 ,00	0 ,534	2 ,50	3 ,595
15 ,00	0 ,127	8 ,50	0 ,604	2 ,00	4 ,579

Para determinar pois o valor da depressão capillar c com sufficiente exactidão póde empregar-se outra tabella devida a Delcros, de que em seguida apresentámos uma parte, e em que na primeira columna vertical, á esquerda, estão designados os raios interiores dos tubos, na primeira columna horizontal se acham descriptas as alturas das *flechas dos meniscos* e nas seguintes as depressões capillares. A depressão correspondente a um dado diametro interior do tubo e a uma dada flexa do menisco determina-se do mesmo modo que se busca o producto de dois numeros na tabuada de Pythagoras, isto é, o numero existente no cruzamento das columnas horizontal e vertical, que começam pelos numeros que representam

o raio interior do tubo e a altura da flecha do menisco, será a depressão procurada.

Tabella de correcção capillar, devida a Delcros

RAIO DO TUBO — Milímetros	ALTURA DA FLECHA DO MENISCO											
	Millímetros											
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4	1,6
3,0	0,24	0,36	0,48	0,59	0,70	0,80	0,90	0,99	1,07	1,21	1,32	—
3,2	0,21	0,31	0,41	0,51	0,60	0,69	0,78	0,86	0,93	1,06	1,16	1,24
3,4	0,18	0,27	0,36	0,44	0,52	0,60	0,68	0,75	0,81	0,93	1,02	1,10
3,6	0,16	0,23	0,31	0,38	0,46	0,52	0,59	0,65	0,71	0,81	0,90	0,97
3,8	0,14	0,21	0,27	0,34	0,40	0,46	0,52	0,57	0,62	0,72	0,80	0,86
4,0	0,12	0,18	0,24	0,30	0,35	0,40	0,46	0,50	0,55	0,64	0,71	0,77
4,4	0,09	0,14	0,19	0,23	0,27	0,32	0,36	0,40	0,45	0,50	0,56	0,61
4,6	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,35	0,38	0,45	0,50	0,54
5,0	0,07	0,10	0,13	0,16	0,19	0,22	0,25	0,28	0,31	0,35	0,40	0,44
5,4	0,05	0,08	0,10	0,13	0,15	0,18	0,20	0,22	0,24	0,28	0,32	0,35
5,6	0,05	0,07	0,09	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,26	0,29	0,32
6,0	0,04	0,06	0,07	0,09	0,11	0,13	0,14	0,16	0,18	0,21	0,23	0,25
6,4	0,03	0,05	0,06	0,07	0,09	0,10	0,12	0,13	0,14	0,17	0,19	0,21
6,6	0,03	0,04	0,05	0,07	0,08	0,09	0,11	0,12	0,13	0,15	0,17	0,19
7,0	0,02	0,03	0,04	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,14	0,15

Para fazer uso d'esta tabella deve determinar-se previamente o diametro interior do tubo barometrico empregado e a altura da flecha do menisco.

O diametro interior do tubo barometrico determina-se pesando o tubo vazio e depois cheio de mercurio a zero: a differença entre este ultimo peso e o primeiro designa o peso P do mercurio a zero. Ora como o peso é igual ao producto do volume pelo peso especifico, representando este por p , tem-se

$$P = V \cdot p$$

e substituindo em lugar de V o seu valor expresso pela formula $V = \pi \cdot r^2 \cdot c$, representando π a relação da circumferencia ao diametro, r o raio da capacidade cylindrica do tubo, e

c o comprimento da columna de mercurio que se póde determinar rigorosamente, ter-se-ha

$$P = \pi r^2 c \cdot p,$$

d'onde

$$r = \sqrt{\frac{P}{\pi c p}}$$

valor que duplicado dá o diametro interior do tubo.

A medida da outra quantidade de que depende a depressão capillar do mercurio, isto é, da altura da flecha do menisco, consegue-se fazendo coincidir o bordo superior do cursor (de que o barometro é munido), primeiro com a base e depois com o vertice do menisco: o numero de millimetros da escala correspondentes ao deslocamento do cursor será a altura pedida.

253. *Variações barometricas.*—A columna barometrica experimenta diversas variações, umas que se succedem sem regularidade, por cujo motivo se denominam *variações accidentaes*; e outras que se reproduzem todos os dias de um modo regular, as quaes se dizem *variações diurnas*, e tambem *horarias*. As primeiras dependem das estações, da direcção e intensidade dos ventos, e da latitude; e as ultimas parece dependerem das dilatações e contracções, que a atmosphaera experimenta periodicamente pela acção do Sol durante o movimento diurno, e ás suas amplitudes variam com as estações, a posição geographica, a altura acima do nivel do mar e a direcção do vento. Para determinar estas variações é necessario discutir methodicamente os resultados de muitas observações.

Os individuos encarregados de trabalhos d'este genero observam o barometro ordinariamente quatro vezes por dia; ás 9 horas da manhã, ao meio dia, ás 3 da tarde, e ás 9 da noite.

254. *Alturas barometricas medias; altura normal.*—Para obter a altura barometrica media de um dia, devia, pelo menos, observar-se o barometro de hora a hora e dividir a somma dos resultados por 24. Este trabalho seria um peno-

sissimo encargo para um e mesmo para dois observadores. Felizmente o emprego dosapparelhos registadores, denominados *barographos*, que serão descriptos em logar competente, poupa as continuas observações barometricas. A media diaria pôde obter-se tambem approximadamente nos climas temperados fazendo uma unica observação ao meio dia, porquê, segundo os trabalhos de notaveis observadores, o valor obtido é sensivelmente igual á media diaria. Em Lisboa as medias d'estes dois valores differem entre si menos de meio decimillimetro.

As alturas barometricas medias mensaes obtêm-se sommando as de todos os dias do mez e dividindo a somma pelo numero d'esses dias, e as medias annuaes dividindo a somma das mensaes correspondentes por 12. A *altura barometrica media de um logar* é a media das medias de muitos annos. Esta altura será tanto mais exacta quanto maior for o periodo de annos decorridos.

Para se poderem comparar entre si as alturas barometricas observadas em diferentes localidades é conveniente reduzi-las ás alturas correspondentes tomadas ao nivel do mar, porque, como se sabe, a altura barometrica diminue progressivamente á medida que cresce a altitude ou altura acima do nivel medio das aguas do mar, nivel que pôde considerar-se constante em todo o Globo.

A altura media ao nivel do mar varia com a latitude, augmentando successivamente do equador até ao 38° de latitude, e decrescendo depois á medida que se caminha para os polos.

A altura barometrica reduzida ao nivel do mar, media de oito annos, de 1856 a 1863, é em millimetros 764^{mm},32, no *observatorio meteorologico do Infante D. Luiz* em Lisboa. Esta media foi deduzida das observações diarias feitas ás 9 horas da manhã, meio dia, 3 horas da tarde e 9 horas da noite.

A media geral entre as diversas medias obtidas em diferentes localidades é mui proximamente igual a 0^m,760, e é esta que se toma como *altura normal do barometro*.

255. *Prognosticos do barometro*—Sabe-se pelas observações do barometro, que, na Europa, a descida da columna barometrica quasi sempre precede a vinda das chuvas, e a subida a volta do bom tempo. É por isto que se consultam as indicações barometricas para predizer por ellas as mudanças de tempo, e que alguns barometros têm ao lado da escala, em alturas determinadas, as seguintes designações: *tempestade, chuva e vento, tempo variavel, bom tempo, etc.* Advirta-se porém, que as variações da columna barometrica apenas predizem mudanças proximas e provaveis, e não distantes e certas, e que as designações do estado do tempo, marcadas n'alguns barometros, se referem a observações feitas nas localidades em que os instrumentos foram construidos.

As coincidencias que se notam nos nossos climas, entre a descida e subida do barometro, com a vinda das chuvas e do bom tempo têm a seguinte explicação. A descida da columna barometrica precede de ordinario a vinda das chuvas, porque os ventos sul e sudoeste, que são os mais quentes e por conseguinte os mais leves, fazem diminuir a pressão atmospherica. Estes ventos, tendo atravessado o Oceano, vem carregados de vapor aquoso, que condensando-se produz as chuvas. Os ventos norte e nordeste, que são os mais frios, e por conseguinte os mais pesados, fazem subir a columna barometrica. Estes ventos, deseccando-se nos vastos continentes que atravessam para chegar ás nossas regiões, são ordinariamente acompanhados de um céu puro e sereno. As indicações do barometro devem pois diversificar segundo as condições geographicas e climatericas das differentes regiões do Globo.

As indicações do bom ou mau tempo, dadas pelo barometro, têm o maximo grau de probabilidade quando a columna barometrica sobe ou desce lentamente, durante alguns dias. As variações instantaneas n'um ou n'outro sentido, tambem presagiam mau tempo, e as oscillações rapidas indicam tempestade.

Nos ultimos annos tem-se estudado regularmente os movimentos do barometro nas principaes cidades da Europa, e,

graças ao valioso auxilio do telegrapho electrico, podem hoje saber-se sobre a superficie do Globo, os grandes movimentos da atmosphaera, e prever mesmo, com alguns dias de antece-dencia, as tempestades que ameaçam uma determinada região. No estudo da meteorologia daremos algumas indicações sobre o serviço electrico-meteorologico.

256. *Medida das alturas pelo barometro.*—A pressão atmospherica, como se sabe, decresce á medida que se caminha da borda do mar para as altas montanhas. Tem-se feito applicação d'este phenomeno para medir a altura das montanhas, avaliando a differença das alturas barometricas nas faldas e no cume d'estas.

Se o ar tivesse a mesma densidade por toda a parte, é claro que a differença das alturas barometricas e as differenças de nivel das diversas estações, deviam estar na rasão inversa (205) das densidades do mercurio e do ar. Ora sendo a densidade do mercurio $13,59 \times 770$ ou $10:464$ vezes a do ar a 0° e sob a pressão normal, segue-se que o abaixamento de um millimetro na columna de mercurio corresponde a uma differença de nivel de $10^m,464$ entre as estações. Para determinar, pois, a altura d'um logar em relação a outro mais baixo, deve tomar-se a differença das columnas barometricas, expressa em millimetros, nas duas estações e multiplicar o numero resultante por $10^m,464$. Este calculo só é, porém, admissivel entre limites mui estreitos, porque a densidade do ar varia consideravelmente com a altitude.

Laplace calculou uma formula geral para determinar a differença do nivel entre duas estações, por meio do barometro, attendendo a todas as causas que podem modificar a densidade do ar nas diversas alturas.

A formula de Laplace é a seguinte:

$$d = 18393^m (1 + 0,002837 \cdot \text{Cos. } 2 \lambda) \left(1 + 2 \frac{(T + t)}{1000} \right) \log. \frac{A}{a}$$

na qual d designa a altura procurada, A e T a altura barometrica e a temperatura na estação inferior, a e t os valores d'es-

tas quantidades na outra estação, e λ representa a latitude. Para a latitude de 45° , $\cos. 2\lambda = 0$; e portanto

$$d = 18393 \left(1 + 2 \frac{(T + t)}{1000} \right) \log. \frac{A}{a}$$

Oltmanus calculou umas tabellas por meio das quaes se pôde obter a altura d sem o emprego dos logarithmos, e só por meio de addições e subtracções. Para alturas inferiores a 1200^m M. Babinet propoz a seguinte formula, que dispensa o emprego dos logarithmos.

$$d = 16000 \left(\frac{A - a}{A \times a} \right) \left[1 + \frac{2(T + t)}{1000} \right]$$

Se a altura a medir é pequena, basta um unico observador que mede a pressão e a temperatura nas duas estações; mas se a altura for grande são necessarios dois observadores munidos de barometros perfeitamente concordantes, e que, collocados respectivamente nas duas estações, observem simultaneamente n'ellas as columnas barometricas e as temperaturas ás mesmas horas. A formula de Laplace com instrumentos rigorosos dá differenças de nivel com erros inferiores a 1^m .

A formula de Laplace pôde dar idéa da altura da atmosphera. Com effeito, pretendendo saber a que altura o ar tem a pressão de $0^m,001$, suppondo que a temperatura nas altas regiões atmosphericas é igual $a - 60^\circ$, será $A = 0^m,76$; $T = 0^\circ$; $a = 0^m,001$ e $t = -60^\circ$, e achar-se-ha que a altura d correspondente, suppondo a latitude de 45° , é de 46 a 47 kilometros.

A formula barometrica pôde servir para determinar as altitudes dos differentes logares, para o que basta suppor $a = 0^m,76$. Finalmente quando é conhecida a altitude de um logar e a altura barometrica media n'esse logar, a formula pôde servir para calcular o valor de A , isto é, para reduzir a pressão ao que seria ao nivel do mar.

257. *Outras applicações do barometro.*—Alem das applicações anteriores que tornam o barometro um instrumento precioso para o nauta e para o agricultor, por indicar com

maior ou menor probabilidade as mudanças de tempo, e indispensavel para o engenheiro geographo por lhe servir para determinar as differenças da altitude dos diversos logares, o barometro deve ser consultado em quasi todas as experiencias de Physica; porque ha poucos phenomenos em que a pressão atmospherica não figure, ou como causa determinante ou como influencia perturbadora.

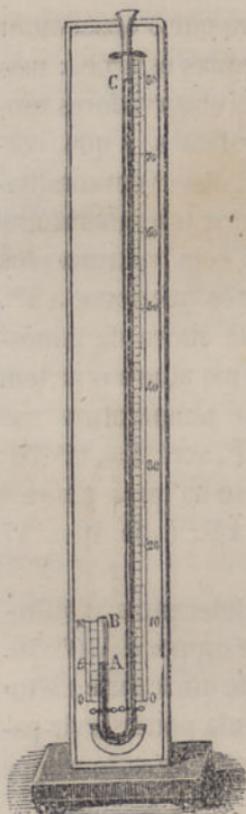
SECÇÃO 4.^a

Leis da compressibilidade e mistura dos gazes

258. *Lei de Mariotte ou de Boyle sobre a compressibilidade dos gazes* — A lei da compressibilidade dos gazes, descoberta na mesma epocha por Mariotte em França e por Boyle em Inglaterra, enuncia-se do seguinte modo:

Os volumes d'uma dada massa gazona, sob a mesma temperatura, estão na razão inversa das pressões que o gaz experimenta.

Esta lei demonstra-se experimentalmente para o ar segundo o methodo de Mariotte, empregando um tubo recurvado *BAC* (fig. 150), denominado tubo de Mariotte, cujos ramos desiguaes e paralelos estão fixos a uma prancha de madeira. O ramo menor é fechado e está dividido em partes de igual capacidade a partir de um ponto inicial, e o maior é aberto e dividido em centímetros; de modo que a origem da gradação fica na mesma horizontal que as do ramo menor, quando os ramos estão verticaes.



(Fig. 150)

Para praticar a experiencia secca-se bem o tubo interiormente e depois de o collocar na posição vertical introduz-se-lhe

mercurio até que o nível do liquido chegue á altura 0 e 0, que corresponde á origem das duas escalas. Por este modo obtem-se um volume de ar secco isolado no ramo menor e soffrendo uma pressão igual á da atmospherá. Introduzindo agora mercurio no apparatus até que a differença dos niveis nos dois ramos seja igual á altura barometrica, o ar contido no ramo menor experimenta uma pressão dupla ou igual a duas atmospheras e reconhece-se que elle occupa o volume *AB*, metade do primitivo. Se o ramo maior tem sufficiente comprimento, continuando a ajuntar mercurio até que as differenças dos dois niveis sejam iguaes a 2, 3, 4 vezes a altura barometrica, isto é, produzindo pressões iguaes a 3, 4, 5 atmospheras, acha-se que o volume do ar, se reduz successivamente a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ do volume primitivo, ou do volume que occupava sob a pressão atmospherica.

Para verificar esta lei com outro qualquer gaz é necessario dispor o apparatus de modo que, estando vasio, se lhe possa introduzir o gaz com facilidade e segurança.

A lei de Mariotte verifica-se igualmente para pressões inferiores a uma atmospherá. Para o demonstrar emprega-se um tubo comprido que se enche completamente de mercurio como se se pretendesse construir um barometro (242), inverte-se em seguida n'uma capsula alongada *BC* (fig. 151) cheia de mercurio, e introduz-se-lhe depois, por meio de um tubo convenientemente recurvado, ar bem secco ou o gaz sobre que se quer experimentar. Abaixando o tubo até que o nível do mercurio seja o mesmo no seu interior e na capsula, o gaz retido no tubo fica submettido a uma pressão igual á da atmospherá.



(Fig. 151)

Levantando agora o tubo até que o volume do gaz se torne

duplo do precedente, acha-se que a altura da columna de mercurio AB elevada, ou a differença dos niveis no tubo e na capsula, é igual á metade da altura barometrica; donde se deduz que a pressão, que o gaz experimenta quando o seu volume duplica, é igual a metade da pressão atmospherica. Continuando a levantar o tubo até o volume do gaz se tornar triplo, quadruplo, etc. . . . do volume primitivo, acha-se que a altura da columna de mercurio elevada no tubo é igual a $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, etc. . . . da altura da columna barometrica; d'onde se deduz que a pressão que o ar soffre em taes circumstancias é igual a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc. . . . da pressão atmospherica.

Designando pois por P e P' as pressões que uma dada massa gazosa experimenta, e por A e A' as alturas correspondentes ou representativas d'estas pressões, ter-se-ha, se V e V' representarem os respectivos volumes condensados ou rarefeitos,

$$\frac{P}{P'} = \frac{A}{A'} = \frac{V'}{V}.$$

259. *Experiencias mais precisas sobre a compressibilidade dos gazes.*— A lei de Mariotte, considerada absolutamente verdadeira para todos os gazes e quaesquer pressões, não é exacta como se julgou durante muito tempo.

Despretz comparando as diminuições que experimentavam os volumes de diversos gazes, collocados em identicas circumstancias, achou que não se comprimiam igualmente, e que portanto a lei de Mariotte não era geral para todos os gazes. Nas experiencias comparativas os gazes estavam encerrados em tubos iguaes, que mergulhavam n'uma capsula commum contendo mercurio. O apparelho assim formado foi introduzido n'um vaso resistente cheio de agua, como o do piezometro de OErsted (189) e a pressão exercida sobre a agua era por ella transmittida ao mercurio, que a seu turno comprimia os diversos gazes. Augmentando gradualmente a pressão, Despretz notou que o nivel do mercurio subia desigualmente nos diversos tubos, o que demonstrava que a compressibilidade dos gazes n'elles contidos não era a mesma para todos; e achou que o acido carbonico, o gaz sulphydrico, o ammo-

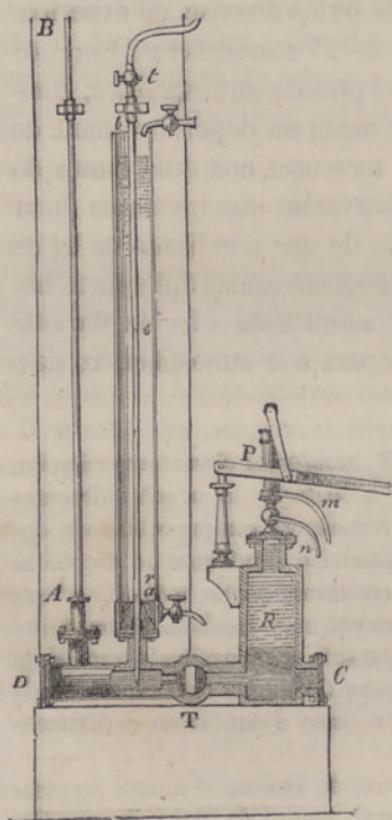
niaco e o cyanogenio se comprimiam mais do que o ar, ao passo que o hydrogenio se comprimia como este até á pressão de 15 atmospheras e depois se comprimia menos. Mais tarde Pouillet confirmava os resultados obtidos por Despretz, empregando um apparatus que permittia usar de pressões até 160 atmospheras.

Dulong e Arago tendo sido encarregados de medir a força elastica do vapor da agua em temperaturas elevadas, foram levados a estudar a lei de Mariotte. Estes sabios seguiram nas suas experiencias o methodo de Mariotte, tendo porém empregado apparatus e methodos de experimentação muito mais rigorosos. Executaram tres series diversas de experiencias, tendo levado as pressões até 27 atmospheras. Em cada experiencia tomaram o gaz sob a pressão atmospherica, comprimiram-o progressivamente e mediram depois o volume do gaz e a differença de nivel do mercurio nos dois ramos do apparatus. Dulong e Arago observaram que o volume do ar diminuia sempre um pouco mais do que o indicado na lei de Mariotte; porém attribuindo as pequenissimas differenças notadas aos erros de observação, admittiram a lei de Mariotte como rigorosamente verdadeira para o ar atmospherico, pelo menos, até 27 atmospheras.

260. *Experiencias de M. Regnault; resultados d'estas experiencias.*—M. Regnault, estudando em 1847 a dilatação do ar sob diferentes pressões, fez novas experiencias a respeito da compressibilidade dos gazes, empregando para isso um apparatus semelhante ao de que se haviam servido Dulong e Arago, procurando evitar todas as causas d'erro e fazendo as observações com extrema precisão. Como esclarecimento vamos descrever succintamente o apparatus e o modo de experimentação seguido por M. Regnault, notando com especialidade as condições que caracterisam o processo d'este sabio experimentador.

Nas experiencias de Mariotte e nas de Dulong e Arago, apreciava-se o volume do gaz contido no ramo menor do apparatus, medindo o seu comprimento n'uma escala lateral sempre com a mesma precisão; de modo que o erro era independente do volume occupado pelo gaz, e se podia ser desprezado quando o volume era grande, não o devia ser para os pequenos volumes, que eram os correspondentes ás grandes pressões. Vê-se, pois, que os processos deixavam de ser rigo-

rosos exactamente no caso em que era necessario verificar com mais precisão a lei de Mariotte. Nas experiencias de Regnault o gaz a experimentar existia n'um tubo vertical superiormente fechado por uma torneira, e era submettido a uma pressão que se fazia variar em cada experiencia, e depois o seu volume era reduzido a metade, fazendo entrar o mercurio pela parte inferior do tubo. D'este modo todas as experiencias se faziam do mesmo modo, qualquer que fosse a pressão inicial, e a redução do volume sendo tambem sempre a mesma, o rigor das medidas conservava-se invariavel para qualquer pressão. Alem d'isto, a altura da columna de mercurio que media a pressão era apreciada com muito maior precisão no apparatus de Regnault do que tinha sido no de Dulong e Arago. O gaz era introduzido n'um tubo vertical de vidro *ab* (fig. 152) de tres metros de comprimento fechado superiormente por uma torneira



(Fig. 152)

superiormente por uma torneira *t* rigorosamente construida, que o punha em communicação, por meio de um tubo, com um reservatorio metallico no interior do qual se achava de antemão comprimido o gaz sobre que se pretendia operar. O tubo *ab* estava envolvido por uma manga de vidro na qual passava continuamente uma corrente de agua, a fim de lhe manter a temperatura constante. O tubo *ab* communicava por meio de um canal de ferro fundido *CD* com um outro tubo vertical de crystal *AB* de trinta metros de altura, destinado a conter a columna de mercurio que devia medir a pressão. Este tubo era constituido por diferentes partes iguaes, convenientemente ajustadas umas nas outras por meio de virolas de ferro, entre as quaes havia uma lamina de coiro; e as virolas eram apertadas por meio de aneis de ferro articulados.

O ramo menor do apparatus e parte do ramo maior estavam ligados a uma prancha de madeira dentro de uma torre do collegio de França, e o resto do tubo maior estava perfeitamente ligado a um mastro. A primeira porção d'este tubo tinha sido dividida em partes iguaes por meio de um cathetometro, que podia estacionar a diferentes altu-

ras, com o auxilio de um tablado movel em que se collocava o instrumento e o observador. Em cada experiencia bastava pois medir com o cathetometro a altura entre o nivel do mercurio e o ponto de divisão immediatamente inferior. A parte do tubo ligada ao mastro tinha sido previamente dividida em millimetros e a regularidade da divisão verificada por meio do cathetometro.

A parte inferior dos dois tubos communicava com um reservatorio cylindrico *R* de ferro fundido, contendo mercurio. A pressão sobre o mercurio era exercida pela agua premida por uma bomba *P*, collocada na parte superior do reservatorio. Esta bomba aspirava a agua de um vaso exterior por meio do tubo *m*, e communicava inferiormente com um canal *n* munido de torneira, o qual servia para dar vazão á agua, quando se queria diminuir a pressão dentro do apparatus. Uma grande torneira *T* podia á vontade abrir ou fechar a comunicação entre o reservatorio e os dois tubos, o que permittia conservar constantes em quanto eram medidas as alturas das columnas de mercurio nos dois tubos. No apparatus de Petit e Dulong, o reservatorio estava collocado entre os dois tubos e não havia torneiras que o separassem d'aquellas, de modo que a agua infiltrando-se naturalmente entre o embolo e o corpo da bomba premente, as columnas de mercurio abaixavam-se gradualmente o que difficultava as observações.

A capacidade interior do tubo *ab* tinha sido dividida em duas partes sensivelmente iguaes, uma comprehendida entre a torneira *t* e um ponto *s*, outra entre este e o ponto *r*.

O gaz que se queria estudar, depois de comprimido e bem secco n'um reservatorio especial, era introduzido por meio da torneira *t* no tubo *ab*, no qual se fazia previamente o vacuo, até que o nivel do mercurio correspondesse ao ponto *r*. Para isso, depois de ter passado um pouco a posição procurada, deixava-se sair a agua pelo tubo *n*, até que o nivel de mercurio razasse perfeitamente o ponto *r*. Fechava-se então a torneira *T* e media-se a differença das alturas das columnas de mercurio nos dois ramos a qual dava o valor da pressão. Depois abria-se de novo a torneira *T* e injectava-se a agua no interior do reservatorio, até que o nivel do mercurio no tubo *ab* correspondesse perfeitamente ao ponto *s*, e media-se a pressão correspondente. Os resultados das experiencias feitas pelo modo descripto eram depois convenientemente corrigidos, tendo em attenção a dilatação do mercurio, a differença da pressão atmospherica, a compressibilidade do mercurio e a tendencia que o tubo *ab* tinha de augmentar de volume.

Em virtude dos notaveis trabalhos de M. Regnault, ficou plenamente demonstrado que a lei de Mariotte não é verdadeira, mas que se póde considerar como uma lei limite, da qual os differentes corpos gazosos se afastam uns para mais

outros para menos. O ar atmosphérico e o azote comprimem-se mais do que o indicado pela lei de Mariotte, sendo porém o azote menos compressível do que o ar. O ácido carbonico, assim como todos os gases impermanentes, afasta-se tanto da lei de Mariotte que nem mesmo approximadamente se lhe póde applicar. E o hydrogenio segue sensivelmente a lei de Mariotte até certo limite, mas para pressões bastante fortes a sua compressibilidade diminue com o augmento de pressão.

A temperatura parece influir notavelmente sobre o grau de compressibilidade dos gases, porque M. Regnault reconheceu effectivamente que na temperatura de 100° o ácido carbonico segue proximamente a lei de Mariotte. D'este facto e da facilidade que ha em liquefazer certos gases empregando temperaturas mui baixas, conclue-se, por inducção, que para os gases que se afastam da lei de Mariotte, como o ácido carbonico, a compressibilidade diminue ou augmenta, approximando-se elles portanto ou afastando-se d'aquella lei á medida que a sua temperatura se eleva ou abaixa.

261. *Consequencias da lei de Mariotte.* Como uma dada massa gazosa sob uma temperatura constante, resiste pela sua força elastica ás pressões que lhe limitam os respectivos volumes; designando por F e F' as forças elasticas correspondentes ás pressões P e P' que limitam os volumes V e V' , tem-se

$$\frac{F}{F'} = \frac{P}{P'} = \frac{V'}{V}$$

isto é: *a força elastica de uma massa gazosa sob a mesma temperatura, é directamente proporcional á pressão que experimenta, e reciprocamente proporcional ao volume que a pressão determina.*

E como a densidade de uma massa gazosa sob a mesma temperatura é tanto maior quanto mais se reduz o seu volume ou varia na razão inversa d'este; se D e D' representarem as densidades da massa gazosa sobre as pressões P e P' , ter-se-ha

$$\frac{F}{F'} = \frac{P}{P'} = \frac{D}{D'}$$

isto é: *para a mesma temperatura a densidade de um gaz é*

proporcional á pressão que experimenta, ou á força elastica com que resiste a essa pressão.

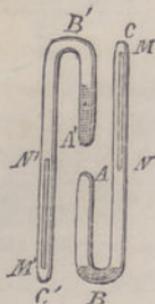
Como as densidades são proporcionaes aos pesos dos corpos tomados sob o mesmo volume, ter-se-ha tambem que o peso de um mesmo volume de gaz é proporcional á pressão que este experimenta.

262. *Limites da lei de Mariotte; liquefacção dos gazes.*— A experiencia demonstra que a compressibilidade dos gazes não é indefinida. Se sobre elles se exercem pressões successivamente crescentes, chega-se a um limite de pressão alem do qual os gazes mudam d'estado, liquefazendo-se tanto mais facilmente quanto mais se afastarem da lei de Mariotte, comprimindo-se mais do que esta lei indica. Póde-se, pois, concluir que o hydrogenio (que se comprime menos do que o indicado pela lei de Mariotte), se não liquefaz, que o oxygenio e o azote (gazes que até hoje ainda se não têm podido liquefazer), se liquefarão sobre o influxo de pressões muito consideraveis, e que os gazes impermanentes, como o acido carbonico, o ammoniaco, etc., mudarão d'estado tanto mais facilmente quanto mais compressiveis forem, e por conseguinte quanto mais baixas forem as temperaturas a que se submettam.

Os gazes impermanentes podem liquefazer-se por tres methodos: ou empregando grandes pressões, ou grandes resfriamentos, ou estes dois meios conjunctamente. É a M. Faraday que se devem as primeiras experiencias relativas a este objecto.

1.º Podem liquefazer-se os gazes impermanentes pelo emprego de pressões mais ou menos consideraveis.

O apparelho empregado por Faraday para conseguir este resultado é um tubo *ABC* (fig. 153) de paredes espessas e pequeno diametro interior fechado no extremo *C* e aberto em *A*. A pratica do processo consiste em introduzir na parte curva do tubo as substancias destinadas a produzir o gaz, misturando-as, quando sómente reagem pela acção do calor, ou conservando-as separadas por laminas de platina, quando reagem a frio.



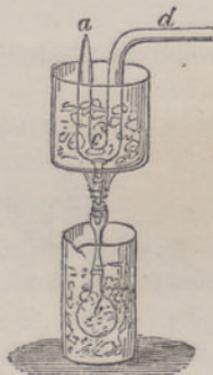
(Fig. 153)

Feito isto fecha-se o extremo aberto do tubo ao fogo do maçarico, e em seguida dá-se ao tubo a posição $A' B' C'$, a fim de que as substancias que devem reagir, occupem o ramo mais curto A' . O gaz, que então se produz, não achando espaço sufficiente para se expandir, reage mechanicamente sobre si mesmo e liquefaz-se. O liquido resultante vae quasi todo occupar a parte A' .

A pressão que corresponde á mudança de estado é dada por um tubo capillar MN , que é fechado no extremo M e aberto em N , tendo n'este ultimo extremo um indice de mercurio destinado a approximar-se mais ou menos do extremo M . É pela diminuição, que experimenta o volume do ar contido n'este tubo, que se apreciam as pressões.

A seguinte tabella designa as pressões a que diferentes gazes foram liquefeitos.

NOMES DOS GAZES	ATMOSFERAS	NOMES DOS GAZES	ATMOSFERAS
Chloro	4	Acido sulphuroso .	2
Ammoniacó	5	Cyanogenio	3
Acido carbonico . .	36	Acido sulphydrico	17
Protoxydo de azote	44	Acido chlorhydrico	40



(Fig. 154)

As pressões relativas aos quatro primeiros gazes referem-se á temperatura zero, para cujo fim basta mergulhar o extremo inferior do tubo em fragmentos de gelo, e as relativas aos outros quatro supõem o extremo do tubo sujeito a uma temperatura igual a 8° .

2.º Quando se pretendem liquefazer gazes muito compressiveis, como são, por exemplo, o acido sulphuroso, o acido hypoazotico e o cyanogenio, basta um abaixamento de temperatura para obter este resultado. A operação pratica-se do seguinte modo: dirige-se o gaz que se pretende liquefazer para um tubo em U (fig. 154), cercado

de uma mistura frigorifica e em communicacão inferiormente com um balão igualmente refrigerado. O gaz em virtude da baixa temperatura a que se acha submettido liquefaz-se, podendo obter-se o liquido formado, separando o balão e fechando a sua extremidade ao maçarico.

3.º Podem, finalmente, liquefazer-se os gazes pela acção simultanea de uma pressão energica e de um grande resfriamento; tal foi o meio empregado por Faraday para a liquefacção do ammoniaco. Tendo este sabio reconhecido que o chlorureto de prata é dotado da propriedade de absorver uma quantidade consideravel de ammoniaco á temperatura ordinaria, que abandona n'uma temperatura mais elevada, tomou um tubo em fórma de v (fig. 155), fechado n'um dos extremos, e introduzio-lhe chlorureto de prata saturado de ammoniaco. Em seguida expulsou o ar, fechou o ramo aberto ao fogo do maçarico, mergulhou este ramo n'uma mistura frigorifica, e aqueceu o outro ramo do tubo. O ammoniaco, desenvolvido do chlorureto de prata em virtude da acção simultanea do resfriamento e da grande pressão a que está submettido, vae condensar-se no ramo fechado do tubo, sob o aspecto de um liquido transparente.

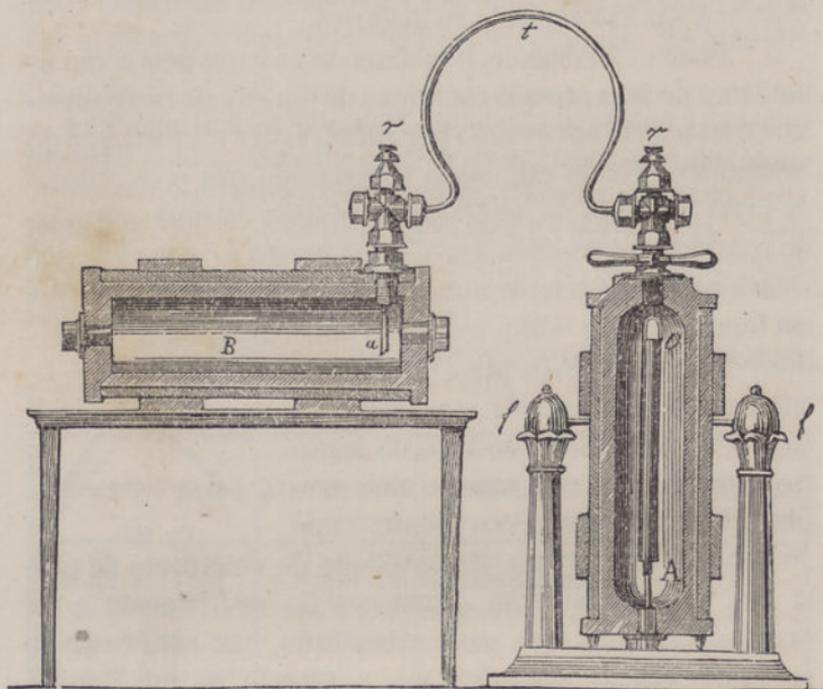


(Fig. 155)

263. *Liquefacção e solidificação do acido carbonico.*—Faraday foi o primeiro que liquefaz o acido carbonico á temperatura zero, submettendo-o a uma pressão de trinta e seis atmospheras n'um tubo espesso de vidro hermeticamente fechado: por este meio apenas se obtinham pequenas porções de acido carbonico liquido.

Hoje, porém, para liquefazer o acido carbonico empregam-se aparelhos especiaes, devidos á invenção de M. Thilorier, mais ou menos modificados, os quaes (fig. 156) constam de duas partes: o *gerador A* e o *recipiente B*. O gerador é uma caldeira ou cylindro ôco de ferro fundido, de 6 a 7 litros de capacidade, sustentado verticalmente, e podendo ser posto em movimento de vae-vem em torno de um eixo horisontal *ff'*. Nos aparelhos modernos, modificados por Donny, o gerador é constituido por uma caldeira de chumbo envolvida por uma outra de cobre, reforçada por barras e circulos de ferro forjado. O recipiente tem a mesma construcção do gerador, e só differe d'este em estar fixamente collocado na posição horisontal. A

communicação do gerador com o recipiente estabelece-se por meio de um tubo curvo *t* de cobre, munido de torneiras, o qual se adapta ás aberturas das duas capacidades.



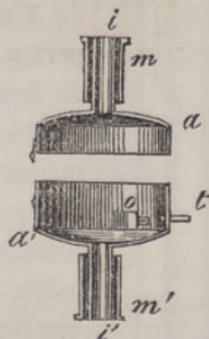
(Fig. 156)

Para preparar n'este aparelho o acido carbonico liquido, introduz-se no gerador 1800 grammas de bicarbonato de soda, 4,5 litros de agua a 40°, e em seguida suspende-se verticalmente no interior do gerador um vaso de cobre contendo 1 kilogramma de acido sulphurico concentrado; depois do que se fecha o cylindro *A* com uma rolha de ferro e põe-se em movimento em torno do eixo *ff*. Pela reacção do acido sulphurico sobre o bicarbonato de soda produz-se um desenvolvimento de acido carbonico, que em consequencia do seu volume ser consideravelmente maior que o da capacidade do gerador, reage mechanicamente sobre si mesmo, passando ao estado liquido. Abrindo então as torneiras *r* e *r'*, o gerador communica com o recipiente, e o acido carbonico liquido volatilizado vae outra vez condensar-se no recipiente. A distillação do acido carbonico liquido é mui rapida, durando mesmo menos de um minuto, porque sendo a temperatura do gerador muito maior que a do recipiente, o acido carbonico tem n'esta ultima capacidade uma tensão menor do que na primeira.

Repetindo a operação cinco a seis vezes obtêm-se no recipiente proximoamente 2 litros de acido carbonico liquido.

Considerando que a temperatura do recipiente não varia e se conserva igual a 15°, o acido carbonico liquido, tendo superiormente um extracto gazoso, experimenta uma pressão que se calcula ser equivalente a 50 atmospheras. Assim, tirando o tubo *t*, abrindo a torneira *r*, e recebendo a veia fluida, que se produz, no interior de uma capsula ou caixa metallica, o acido carbonico liquido, livre da alta pressão a que estava submettido no recipiente, absorve do ambiente o calor necessario para volatilisar, produzindo simultaneamente um abaixamento consideravel de temperatura, de que resulta a congelação de uma parte do acido liquido. Tal é o meio empregado para solidificar o acido carbonico.

O aparelho empregado para solidificar o acido carbonico, representado em córte pela figura 157, consta de uma caixa metallica composta de duas partes *a m*, *a' m'* que podem ajustar-se. A metade *a' m'* da caixa está munida de um tubo *t*, que se adapta a um outro introduzido na abertura do recipiente, e que mergulha por um dos extremos no acido carbonico liquido. O acido carbonico vindo do recipiente encontra á saída do tubo *t* uma lingueta *O* que pela sua disposição entra em movimento giratorio, facilitando assim a evaporação de uma parte do acido carbonico, que atravessa as tubuladuras *i* e *i'* da caixa; ao passo que a parte restante, resfriada pela que se reduziu a gaz, solidifica sob a fórma de flocos analogos aos da neve, que conduzindo mal o calor podem ser conservados por muito tempo.



(Fig. 157)

Os flocos de acido carbonico solido, apesar da sua mui baixa temperatura, podem ser collocados sobre a mão sem que se experimente uma sensação extraordinaria de frio, como parece que deveria acontecer, e isto porque entre a mão e os flocos de acido carbonico existe interposta uma camada de gaz que impede o contacto immediato. Se, porém, apertarmos fortemente na mão uma porção de acido carbonico solido, a pelle desorganisa-se, exactamente como se se tivesse experimentado o contacto de um corpo incandescente.

Misturando os flocos de acido carbonico com o ether, origina-se um frio intensissimo, que tem sido avaliado em — 79°.

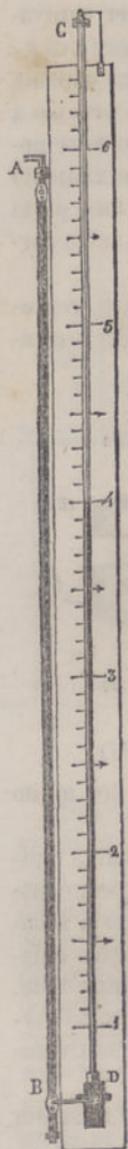
264. *Manometros*.—Para medir as forças elasticas ou tensões dos gazes e vapores comprimidos empregam-se diversos aparelhos tubulares denominados *manometros*. As forças

elásticas dos gazes dilatados ou rarefeitos medem-se tambem por meio de um pequeno aparelho, denominado *manometro de rarefacção*, e que adiante descreveremos.

A unidade a que se referem as tensões dos gazes e vapores é a *atmosfera*, isto é, a pressão que uma columna atmosferica da altura $0^m,76$ exerce sobre um centimetro quadrado, e cujo valor é, como já dissemos, $1^k,033$.

Distinguem-se tres especies de manometros: *manometro de ar livre*; *manometro de ar comprimido*; e *manometro metallico*.

1.º Manometro de ar livre.—Este manometro (fig. 458) é composto de um tubo de vidro *CD* de 4 a 5 metros de altura, aberto na parte superior e adaptado inferiormente a uma capsula de ferro forjado *D* cheia de mercurio: o tubo e a capsula estão montados sobre uma prancha de madeira. Um segundo tubo de ferro *AB* collocado parallelamente ao primeiro, e que igualmente communica com a capsula, é destinado a transmittir ao mercurio, n'esta contido, a força elastica do gaz ou vapor que se desenvolve n'um vaso ou n'uma caldeira e entra no tubo pelo extremo *A*. Este instrumento gradua-se marcando *1*, isto é, uma atmosfera, no ponto correspondente ao nivel do mercurio no interior do tubo, quando se põe o tubo *AB* em communicacão com a atmosfera, e a partir d'este ponto de 76 em 76 centimetros, ao lado do tubo *CD* marcam-se os numeros *2*, *3*, etc., os quaes designam atmosferas. É comtudo necessario n'esta graduação attender á depressão que o mercurio experimenta na capsula, á maneira que é obrigado a subir no tubo



(Fig. 458)

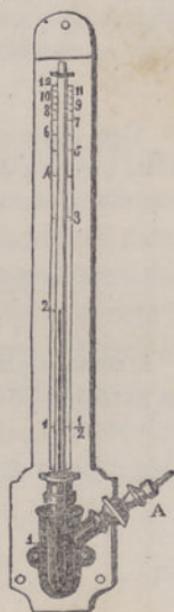
CD. Os espaços comprehendidos entre *1* e *2*, *2* e *3*, etc., estão divididos em dez partes iguaes ou decimas de atmosfera. Este manometro não se emprega para medir forças elasticas superiores a cinco atmosferas, por ser en-

tão necessario um tubo manometrico mui longo e por conseguinte incommodo e fragil.

2.^o *Manometro de ar comprimido.*—Este aparelho (fig. 159) é formado por um tubo de vidro fechado superiormente, e contendo, como o tubo de Mariotte, uma porção de ar secco.

O tubo manometrico mergulha pelo extremo aberto no mercurio contido n'uma capsula de vidro, envolvido por uma outra de ferro ou de bronze, e que communica por uma tubuladura *A*, com a capacidade de cujo ambiente se pretende medir a força elastica. Este instrumento pôde graduar-se experimentalmente ou pelo calculo.

Para o graduar pela experiencia compara-se a sua marcha com a de um manometro de ar livre, o que se consegue do seguinte modo. Introduz-se primeiro no tubo a quantidade de ar necessario, para que sob a pressão de uma atmospheria o nivel do mercurio no tubo seja o mesmo que na capsula, e põe-se em seguida em communição, bem como o manometro de ar livre, com uma capacidade cheia de ar comprimido, e notam-se os pontos em que a columna de mercurio fica estacionaria, quando o manometro de ar livre marcar 1, 2, 3, etc. atmospheras, e escrevem-se n'aquelles pontos estes numeros.



(Fig. 159)

Para fazer a gradação pelo calculo, o tubo manometrico deve ser perfeitamente calibrado. Quando isto se verifica, designando por *a* a altura da capacidade tubular e por $2r$ o seu diametro, o volume do ar n'ella contido sob a pressão normal será $\pi a r^2$. Se porém a pressão exterior variar tornando-se, por exemplo, igual a *n* atmospheras, o mercurio elevar-se-ha no tubo da quantidade desconhecida *x*, e a expressão que representa o volume do ar existente no tubo será então $\pi (a - x) r^2$.

Ora, o mercurio elevando-se no tubo de uma quantidade *x* deprimir-se-ha necessariamente na capsula d'uma outra quantidade *y*, e como esta elevação e esta depressão são reciprocamente proporcionaes ás secções do tubo e da capsula, e consequentemente aos quadrados

dos respectivos raios, ter-se-ha, representando por r' o raio de secção da capsula:

$$\frac{x}{y} = \frac{r'^2}{r^2}$$

d'onde

$$x \times r^2 = y \times r'^2.$$

Alem d'isto a pressão que o ar experimenta é igual á pressão externa menos a differença $(x + y)$ de nivel do mercurio no tubo e na capsula; o seu valor é pois:

$$n. 760 - x - \frac{r^2}{r'^2} x = n. 760 - \frac{r^2 + r'^2}{r'^2} x.$$

E como, segundo a lei de Mariotte, os volumes de uma mesma massa gazosa estão entre si na razão inversa das pressões, ter-se-ha:

$$\frac{\pi a r^2}{\pi (a - x) r^2} = \frac{n. 760 - \frac{r^2 + r'^2}{r'^2} x}{760}$$

ou

$$\frac{a}{a - x} = n - \frac{r^2 + r'^2}{r'^2 \cdot 760} x.$$

e finalmente fazendo

$$\frac{r^2 + r'^2}{r'^2 \cdot 760} = \alpha,$$

vem

$$\frac{a}{a - x} = n - \alpha x.$$

Resolvendo esta equação acham-se para x dois valores expressos pela seguinte formula:

$$x = \frac{1}{2\alpha} [n + \alpha a \pm \sqrt{(n + \alpha a)^2 - 4\alpha a(n - 1)}]$$

D'estes dois valores só o correspondente ao signal — satisfaz á questão, poisque substituindo n'elle o valor de $n = 1$ será $x = 0$, valor que concorda com os resultados já conhecidos: que á pressão de de uma atmosphera a quantidade x é nulla.

Tal é a formula empregada para graduar os manometros de ar comprimido. Para fazer a gradação é, pois, necessario determinar previamente os raios r e r' , a fim de conhecer a quantidade α .

Depois fazendo na formula successivamente $n = 2$, $n = 3$, etc., achar-se-hão os valores de x correspondentes a 1, 2, 3, etc., atmosferas, valores que se inscrevem sobre o tubo manometrico.

Quando a capsula é bastante larga e o tubo tem o diametro interior muito pequeno, a depressão do mercurio na capsula pôde desprezar-se sem erro apreciavel, e é então necessario substituir no valor de α o de $r' = \infty$, o que dará $\alpha = \frac{4}{760}$.

Dá-se muitas vezes ao manometro de ar comprimido a fórma de um siphão invertido, contendo uma porção de ar secco isolado no ramo fechado pelo mercurio, que tem o mesmo nivel em ambos os ramos quando o aparelho está em communição com a atmosphera. Este instrumento funciona com o extremo do ramo aberto, em communição com o espaço em que se desenvolve o gaz ou vapor cuja força elastica se pretende medir, e por isso quando esta augmenta, o mercurio desce no ramo fechado de uma quantidade igual, comprimindo o ar que este contém.

Para applicar a formula deduzida a este caso basta fazer $r = r'$ ou $\alpha = \frac{2}{760}$, do que resulta para x o seguinte valor.

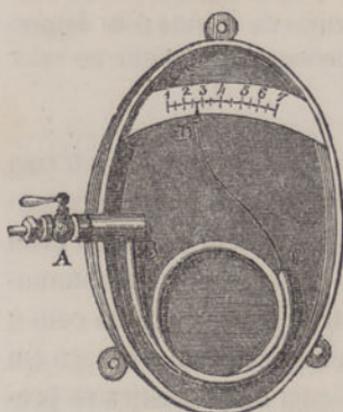
$$x = \frac{2a + 760 \cdot n - \sqrt{(2a + 760n)^2 - 8a(n-1)760}}{4}$$

Fazendo n'esta $n = 2$, $n = 3$, etc., pôde graduar-se o manometro como no caso precedente.

Este modo de gradação pelo calculo não é sufficientemente exacto, porque suppõe o tubo manometrico perfeitamente cylindrico e os dois ramos do siphão do mesmo diametro, o que só se consegue com muita difficuldade.

3.º *Manometro metallico*.— Este instrumento inventado por M. Bourdon, machinista em Paris, funda-se no mesmo principio que o barometro metallico do mesmo auctor, isto é, na deformação que experimentam os tubos metallicos de paredes flexiveis enrolados em espiral, pelo excesso de pressão interna sobre a externa ou inversamente. O primeiro d'estes efeitos manifesta-se pelo desenrolamento, e o segundo pelo

enrolamento do tubo. O aparelho (fig. 160), segundo este principio, é constituído por um tubo de latão *BC*, ligeiramente achatado, de paredes mui flexiveis, enrolado em espiral e fixo



(Fig. 160)

no interior de uma caixa elliptica. O extremo aberto *B* tem uma torneira *A* para dar entrada ao gaz ou vapor cuja força elastica se pretende conhecer; e no extremo *C*, que é fechado, está fixa uma agulha *D*, cujo extremo livre é destinado a mover-se sobre um arco dividido em atmospheras. Esta divisão é feita, submettendo o instrumento á acção do ar comprimido, marcando successiva-

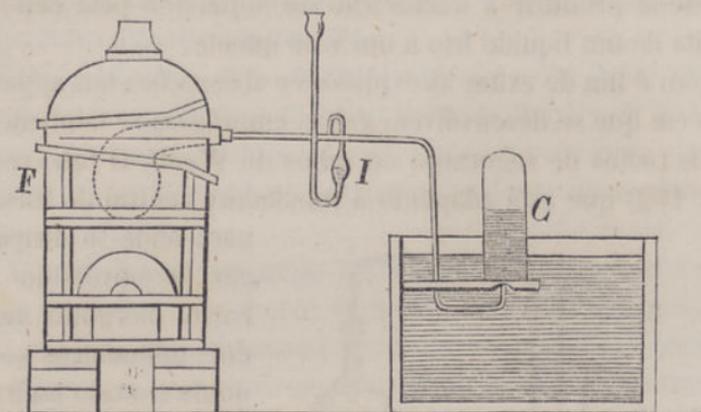
mente as posições que o extremo da agulha toma para 1, 2, 3, etc. atmospheras dadas pelo manometro de ar livre.

O manometro metalico tem vantagem sobre os outros por ser mui portatil e não fragil, e é o que ordinariamente se emprega nas locomotivas dos caminhos de ferro.

265. *Tubos de Welter e de Woolf; maneira ordinaria de recolher os gazes*—Os tubos de Welter, tubos curvos de segurança ou tubos em *S* funcionam como manometros de ar livre e servem ao mesmo tempo para evitar as explosões e absorpções nosapparelhos a que estão adaptados. O processo ordinario para recolher os gazes, devido a Priestley, consiste em adaptar ao vaso em que o gaz se desenvolve, um tubo *abductor* ou de recolher gazes duplamente recurvado em sentidos contrarios e que vae desembocar na parte inferior de uma campanula cheia de agua ou de mercurio e invertida na tina *hydro-pneumatica* ou *hydrargyro-pneumatica*, segundo o liquido que contém é agua ou mercurio. O gaz que se desenvolve no vaso, dirige-se pelo tubo abductor para o interior da campanula, da qual desloca o liquido pouco a pouco.

Os tubos de Welter constam de dois ramos: um maior, aberto superiormente em fôrma de funil, e que inferiormente se curva, e outro maior em fôrma de *S*, pelo qual se adapta

à parte superior do vaso onde o gaz se desenvolve ou ao tubo abductor (fig. 161), tendo no meio da parte recurvada uma esphera ôca. O tubo em S contém uma porção de liquido que sobe á mesma altura na esphera ôca e no ramo ascen-

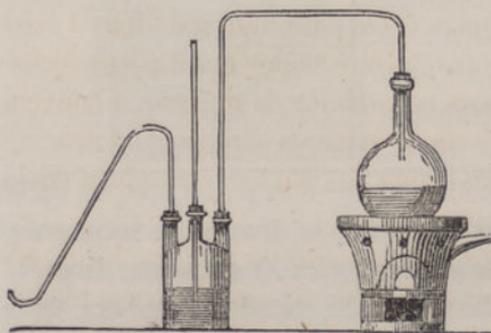


(Fig. 161)

dente, quando a pressão de gaz que se desenvolve no interior do vaso é igual á pressão atmospherica. O acrescimo da pressão interior exercida sobre o liquido contido na esphera, fallo descer n'esta e subir no ramo ascendente; e póde assim medir-se a força elastica de gaz desenvolvido, adicionando á pressão atmospherica o peso da columna liquida elevada. Os tubos de Welter, porém, empregam-se ordinariamente para evitar as explosões e absorpções nos apparatus a que estão adaptados. Com effeito, quando um gaz se desenvolve em abundancia e a sua força elastica excede a pressão atmospherica, o liquido contido na esphera e na volta do S obedecendo ao excesso da pressão interior, passa em parte ou todo para o ramo ascendente; e o gaz, n'este ultimo caso, achando-se pela parte inferior, atravessa a columna liquida e escapa-se para a atmospherica. O tubo evita assim a explosão do apparatus, que pelo contrario se poderia dar, em virtude do excesso da pressão interna sobre a externa. Quando a força elastica do gaz for inferior á pressão atmospherica, o excesso d'esta sobre aquella faz entrar todo o liquido na esphera, e o ar quando está pela parte inferior, atravessa o liquido e penetra no apparatus aonde vae restabelecer o equilibrio perdido. O appare-

lho fica livre da absorpção do liquido contido na tina, o qual, se não se empregasse este meio, necessariamente subiria pelo tubo adductor, e entraria no vaso. Se a absorpção se verificasse, o processo da extracção do gaz seria perturbado, e poder-se-ia produzir a fracturação do aparelho pela entrada subita de um liquido frio n'um vaso quente.

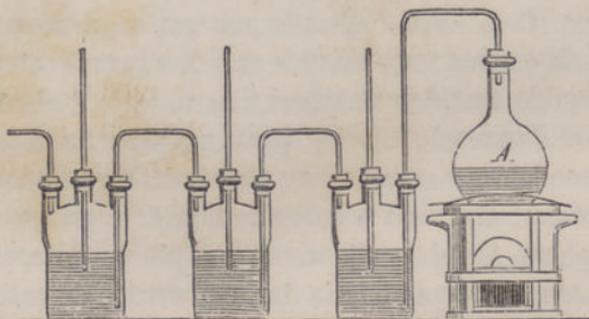
Com o fim de evitar as explosões e absorpções nosapparelhos em que se desenvolvem gazes, empregam-se tambem os tubos rectos de segurança ou tubos de Woolf. O tubo recto (fig. 162) que está adaptado á tubuladura central do frasco,



(Fig. 162)

para onde se dirige o gaz desenvolvido no balão, mergulha um a dois millímetros no liquido contido no frasco. Por esta simples disposição evitam-se as explosões e absorpções no aparelho. De feito, quando a força elastica do gaz desenvolvi-

do for superior á pressão atmospherica, o liquido do frasco subirá no tubo até o extremo inferior se achar livre. N'este



(Fig. 163)

instante o gaz atravessando o liquido do tubo derrama-se na atmospherica. E quando a força elastica do gaz for inferior á pressão do ar, este deprimirá então o nivel do liquido no inte-

rior do tubo, e entrará no aparelho para restabelecer o equilibrio perdido. O aparelho (fig. 163) constituido por um balão onde se desenvolve um gaz e por diferentes frascos munidos de tubos de Woolf, e que communicam uns com os outros, denomina-se aparelho de Woolf, e serve para preparar diferentes dissoluções gazosas.

266. *Valvulas; suas diversas especies*—As peças massiças que se empregam para fechar hermeticamente certas aberturas, até o momento de serem levantadas pela força elastica dos gazes ou vapores, ou por outro qualquer meio, denominam-se *valvulas*.

As valvulas servem umas vezes para indicar as forças elasticas dos gazes ou vapores desenvolvidos em espaços fechados, e n'este caso chamam-se *valvulas de pressão*, e tambem de *segurança*, por servirem de evitar as explosões; outras vezes têm por fim dar passagem aos fluidos, e recebem então o nome de *valvulas de passagem*.

As valvulas podem ser de *charneira* ou *conicas*. Estas, ordinariamente munidas de uma haste fixa na sua parte media, que serve para as dirigir no seu movimento, são constituidas por um cone metallico que se adapta perfeitamente na abertura correspondente. As outras são formadas por discos de metal, revestidos inferiormente por uma lamina de couro e fixadas por meio de uma charneira ao bordo do orificio que devem fechar.

267. *Avaliação das forças elasticas dos gazes ou vapores por meio das valvulas de pressão*—As valvulas de pressão ou de segurança são ordinariamente constituidas por uma chapa metallica, que se ajusta perfeitamente n'uma abertura praticada na parede superior da capacidade em que o gaz ou vapor se desenvolve. A abertura conserva-se hermeticamente fechada em quanto a pressão exercida pela valvula for superior e mesmo igual á pressão do gaz ou vapor, que actua de baixo para cima; mas, apenas esta pressão exceder aquella, a valvula levanta-se para dar saída ao gaz ou vapor. Assim a força elastica do gaz ou vapor, no instante em que a valvula é levantada, póde ser avaliada com sufficiente approximação

pela pressão que a valvula exercia de cima para baixo. Em geral representando o peso que carrega a valvula, incluindo o peso d'esta, por p^k , e a superficie, que ella fecha por S , expressa em centimetros quadrados, e designando a força elastica expressa em atmospheras por x , tem-se, no caso em que as duas pressões se equilibram,

$$1^k,033. S \times x = p^k + 1^k,033 \times S$$

d'onde se tira

$$x = \frac{p^k + 1^k,033. S}{1^k,033. S}$$

Esta formula, quando se conhece a força elastica, pôde servir para calcular o valor de p^k .

268. *Leis da mistura dos gazes.*—Dois ou mais gazes de densidades diversas, que não tenham entre si acção chimica, introduzidos na mesma capacidade, misturam-se (em vez de se sobreporem, como os liquidos, pela ordem das suas densidades) seguindo a mistura a lei de Mariotte, como os gazes simples.

Esta tendencia dos gazes a misturarem-se denominada *diffusão* pôde demonstrar-se pela seguinte experiencia devida a Berthollet. Tomem-se dois balões de vidro de igual capacidade munidos de torneiras, um cheio de hydrogenio sob a pressão atmospherica, e outro cheio de acido carbonico sob a mesma pressão; atarracham-se um ao outro, collocando o que contém o hydrogenio, cuja densidade é proximamente 14,5 vezes menor do que a do ar, superiormente ao que contém o acido carbonico, que é proximamente 1,5 vezes mais denso do que o ar. Submette-se, em seguida, o systema assim formado a uma temperatura invariavel, e abrem-se depois as torneiras para pôr em communição as capacidades dos balões. Separando estes depois de alguns segundos, acha-se que contém uma mistura uniforme de hydrogenio e acido carbonico, de modo que em cada balão existem porções iguaes dos dois fluidos. Cada um dos gazes empregados se insinuou pois, pelos intersticios do outro, expandindo-se pelo espaço que se lhe offereceu, e, tendo duplicado de volume, tem por conse-

guinte metade da força elastica primitiva, segundo a lei de Mariotte. Ora, a força elastica total conservando-se a mesma, poisque mergulhando cada um dos balões, depois de separado, em mercurio se observa que este liquido não entra nas suas capacidades, conclue-se que esta força elastica é igual á somma das dos gazes misturados.

O que se passa entre o hydrogenio e o acido carbonico, verifica-se igualmente com quaesquer gazes, uma vez que não haja entre elles acção chimica, e as experiencias se façam sob a mesma pressão e temperatura, notando-se alem d'isso que a mistura se opera tanto mais rapidamente, quanto mais distam as densidades dos dois gazes empregados.

Podem, portanto, em geral estabelecer-se as leis da mistura dos fluidos elasticos, enunciando-as do modo seguinte:

Quando n'um mesmo espaço se accumulam diferentes gazes que não têm entre si acção chimica:

1.º *Cada um d'elles se expande por todo esse espaço, formando uma mistura uniforme, sejam quaes forem as suas densidades;*

2.º *A força elastica da mistura é igual á somma das forças elasticas dos gazes misturados;*

3.º *O volume que resulta da mistura de muitos gazes feita á pressão ordinaria, reduzido á mesma pressão, é igual á somma dos volumes dos gazes misturados.*

A primeira lei é uma consequencia da expansibilidade e extrema porosidade dos gazes, comprovada pela citada experiencia de Berthollet.

Pelo que respeita á segunda lei conhecida pelo nome de lei de Dalton, deduzida da experiencia de Berthollet para o caso do hydrogenio e acido carbonico, póde demonstrar-se do modo seguinte para o caso de um numero de gazes qualquer. Representem $v, v', v'' \dots$ os volumes de diferentes gazes, directamente medidos por meio de campanulas graduadas invertidas sobre o mercurio, e $f, f', f'' \dots$ as forças elasticas correspondentes que se deduzem subtrahindo da altura barometrica a quantidade de que o mercurio se eleva em cada campanula, e seja V o volume que a mistura adquire. O primeiro gaz passando do volume v ao volume V adquire uma força elastica $x = \frac{fv}{V}$

segundo a lei de Mariotte; o segundo gaz adquire uma outra força elastica $y = \frac{f'v'}{V}$, o terceiro gaz uma força elastica $z = \frac{f''v''}{V}$, etc.

Designando, pois, por P a somma das forças elasticas dos diversos gazes, a força elastica da mistura deverá ser

$$P = \frac{fv + f'v' + f''v'' + \dots}{V}$$

E com effeito, conservando-se a temperatura constante, achar-se-ha que a pressão experimentada pela mistura, deduzida da differença entre a pressão atmospherica e a columna de mercurio que se eleva no vaso em que se opera a mistura, é igual á quantidade P , ficando assim provada a lei.

A terceira lei é uma consequencia da antecedente. Com effeito suppondo f a pressão commum será

$$f = \frac{fv + f'v' + f''v'' + \dots}{V}$$

d'onde

$$fV = fv + f'v' + f''v'' + \dots$$

ou

$$V = v + v' + v'' + \dots$$

Taes são as leis da mistura dos gazes.

Deve advertir-se, porém, que quando um gaz se desenvolve de continuo pela parte inferior d'aquelles com que deve misturar-se, ha sempre uma camada de pequena espessura do gaz desenvolvido sem estar misturado. É isto o que se verifica na *Gruta do Cão* nas proximidades de Napoles. N'esta gruta desenvolve-se de continuo acido carbonico; ha sempre junto do solo uma camada d'este gaz, que de certa altura em diante se mistura completamente com o ar; de modo que os homens entram ali impunemente, ao passo que os cães mergulhando a cabeça no acido carbonico são promptamente asphyxiados. É d'este phenomeno que se deriva o nome da gruta.

269. *Leis da mistura dos gazes com os liquidos.*—A agua e muitos outros liquidos têm a propriedade de se misturarem com os gazes, sendo isto devido á adhesão que se verifica entre as moleculas liquidas e gazosas (167); ao passo que outros liquidos, como o mercurio, parece que não possuem esta

propriedade. O phenomeno dos gazes se misturarem com os liquidos denomina-se *absorpção dos gazes pelos liquidos ou solubilidade dos gazes nos liquidos*; e a relação existente entre o volume de gaz dissolvido e o volume do liquido, suppondo-os ambos á temperatura zero, e o volume do gaz absorvido reduzido á pressão que elle exerce sobre o liquido, recebe o nome de *coefficiente de absorpção* ou de *solubilidade* de um gaz relativamente a um dado liquido.

A mistura dos gazes e liquidos está submettida ás leis seguintes, demonstradas pela experiencia:

1.^a *Um dado liquido não absorve, nas mesmas condições de pressão e de temperatura, quantidades iguaes dos diversos gazes. Assim 1 litro de agua dissolve á temperatura de 10° e á pressão normal 450 litros de gaz ammoniaco, quando nas mesmas circumstancias dissolve um volume igual ao seu de acido carbonico e sómente 25 centimetros cubicos de azote.*

2.^a *A quantidade de gaz absorvido por um liquido decresce á medida que a temperatura augmenta.*

3.^a *Para um gaz e um liquido n'uma dada temperatura o peso do gaz absorvido por este é proporcional á pressão. Segundo esta lei quando a pressão diminue a quantidade de gaz dissolvido n'um liquido deve decrescer, e é com effeito o que se observa quando se colloca uma dissolução gazona no vacuo ou se submete á acção do calor, poisque o gaz em taes circumstancias obedecendo á sua força expansiva evolue-se sob a fórma de bolhas.*

4.^a *A quantidade de gaz que um liquido póde dissolver é independente da natureza e das quantidades de outros gazes que já tenha em dissolução.*

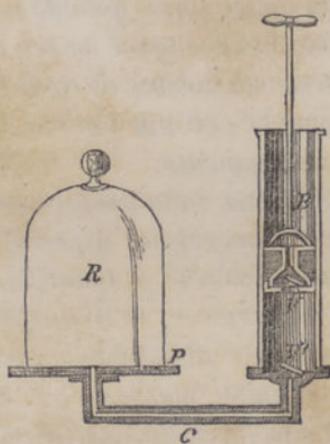
SECÇÃO 5.^a

Machinas de rarefazer e comprimir os gazes

270. *Machina pneumatica de um só corpo de bomba; sua theoria.*—A machina pneumatica, como se tem visto em di-

versas experiencias, é destinada a formar o vacuo ou mais rigorosamente a rarefazer o ar contido n'um espaço fechado. Este notavel apparatus foi inventado em 1650 por Otto de Guericke, burgomestre de Magdeburgo. Primitivamente Otto de Guericke enchia de agua o vaso em que queria fazer o vacuo e d'onde a extrahia por meio de uma bomba, e só mais tarde é que conseguiu extrahir directamente o ar empregando um apparatus mais perfeito a que se dava o nome de *bomba germanica*. Este apparatus, modificado primeiramente por Boyle, soffreu depois successivos aperfeiçoamentos antes de assumir o estado de perfeição com que actualmente é construido.

Reduzida á maior simplicidade, a machina pneumática (fig. 164) é constituida por um cylindro ôco ou corpo de bomba



(Fig. 164)

B, no interior do qual pôde jogar verticalmente com fricção um embolo munido de uma valvula de passagem *V*, que se abre de dentro para fóra ou de baixo para cima. O corpo de bomba está inferiormente fixo a uma base em que existe um conducto *C*, que vae abrir-se na parte media de uma superficie plana *P*, chamada platina, sobre a qual se ajustam os bordos de uma campanula *R*, que constitue o recipiente: na

juncção do corpo de bomba com o conducto está adaptada uma valvula de passagem *V'*, que se abre do conducto para o interior do corpo da bomba.

Supponha-se o apparatus descripto completamente cheio de ar, com o embolo no fundo do corpo de bomba, e, para tornar a theoria mais facil, despreze-se o peso das valvulas. Quando se levanta o embolo, a pressão atmospherica fecha a valvula *V*, o espaço que ficava inferiormente ao embolo augmenta successivamente, e o ar n'elle contido, diminuindo de pressão, rarefaz-se consideravelmente, ao passo que o do recipiente e conducto pela sua força elastica abre a valvula *V'*,

penetrando uma porção sufficiente no corpo de bomba, para fazer que a pressão se torne igual sobre as duas faces da valvula V' . Fazendo em seguida descer o embolo, o ar comprimido no corpo de bomba, augmentando em força elastica pela diminuição de volume, fecha a valvula V' , abre a valvula V e escapa-se para a atmospherica. O embolo volta, pois, á posição primitiva; e, pela continuação do seu movimento de subida e descida, parte do ar ainda existente no recipiente e conducto passa para o corpo de bomba e é em seguida expulso para a atmospherica.

271. *Impossibilidade de fazer o vacuo perfeito; pressão no recipiente.*—De cada vez que se eleva o embolo, o ar do recipiente e conducto entra no corpo de bomba, de modo que a pressão iguala-se no interior do aparelho. Fica pois sempre uma quantidade de ar dentro do recipiente, a qual vae diminuindo successivamente com o jogo do embolo, mas que nunca pôde ser nulla. Vê-se assim que, por mais effizaz que seja a construcção da machina, nunca é possível obter o vacuo perfeito. Para calcular a pressão do ar no recipiente, depois do embolo ter subido e descido n vezes, represente v o volume do corpo de bomba, V o do recipiente e conducto, e P a pressão atmospherica exterior. Suppondo primitivamente o embolo junto ao fundo do corpo de bomba, depois da sua primeira ascensão o ar que occupava o volume V passa a occupar o volume $V + v$, e a sua pressão será em virtude da lei de Mariotte $P' = P \cdot \frac{V}{V+v}$. Baixando o embolo expulsa-se o volume v de ar, e resta dentro do aparelho um volume V de ar sobre a pressão P' . Elevando pela segunda vez o embolo, o volume de ar torna-se de novo $V + v$ e a sua pressão será $P'' = P' \frac{V}{V+v} = P \left(\frac{V}{V+v} \right)^2$. Depois da terceira ascensão a pressão será $P \left(\frac{V}{V+v} \right)^3$, e assim successivamente, de modo que depois de n ascensões do embolo, a pressão no recipiente será $P \left(\frac{V}{V+v} \right)^n$. Os valores da pressão no interior do recipiente constituem, como se vê, uma progressão geometrica decrescente, cuja razão é $\frac{V}{V+v}$; d'onde se conclue que a pressão só pôde ser nulla quando for $n = \infty$, e que por conseguinte nunca se pôde obter o vacuo perfeito, porque seria preciso para

isso fazer um numero infinito de movimentos do embolo, e gastar um tempo tambem infinito.

272. *Manometro de rarefacção.*—Para determinar n'um dado instante qual é o grau de rarefacção obtido pelo jogo da machina pneumatica, emprega-se um pequeno aparelho denominado *manometro de rarefacção* que se adapta áquella machina. O manometro de rarefacção (fig. 165) é constituido por um siphão *ab* de ramos iguaes, um fechado e outro aberto, e menores que $0^m,76$, a fim do ramo fechado *a* se conservar cheio de mercurio ao ar livre, qualquer que seja a pressão atmospherica.

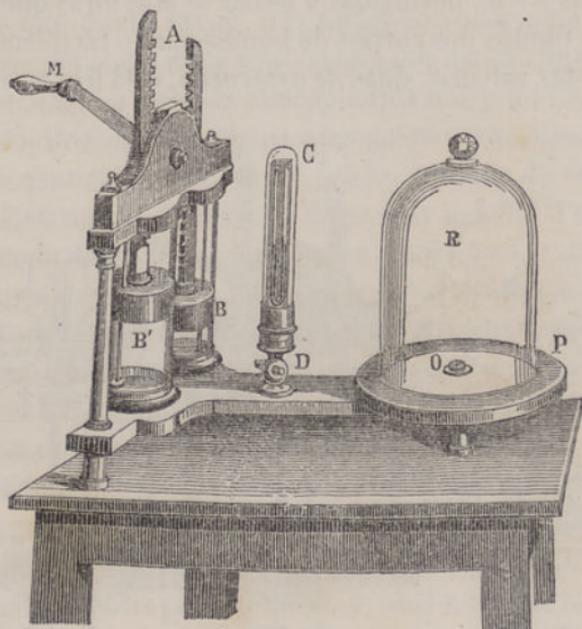


(Fig. 165)

Este pequeno instrumento funciona no interior de um provete de vidro *c*, que está perfeitamente unido a uma peça metallica *m n*, por meio da qual se atarracha a uma abertura propria, que o põe em comunicação com o espaço em que se pretende rarefazer o ar. Á maneira que o ar se extrahе d'este espaço e por conseguinte do provete, o mercurio desce no ramo fechado do siphão e sobe no ramo aberto pela diminuição da pressão. A rarefacção produzida mede-se pela differença dos niveis do mercurio nos dois ramos de siphão, que para este fim está unido a uma lamina metallica, onde existe traçada uma escala de centímetros e millímetros. Se o nivel do mercurio se tornasse o mesmo em ambos os ramos do siphão, dever-se-ia concluir que se tinha feito o vacuo no provete e na capacidade com que este communica; porém isto nunca se realisa, porque, como se viu, nunca se pôde obter o vacuo perfeito.

273. *Machina pneumatica de dois corpos de bomba.*—As machinas pneumaticas que hoje se constroem têm dois corpos de bomba de crystal ou latão *B, B'* (fig. 166), nos quaes podem jogar dois embolos formados de rodellas de couro sobrepostas, humedecidas com oleo e convenientemente apertadas entre duas chapas metallicas, a fim de se ajustarem perfeitamente ás capacidades dos corpos de bomba: as hastes dentadas dos embolos engrenam seus dentes nos de um

carrete tambem dentado, que se faz mover da direita para a esquerda e inversamente por meio de uma manivella; de sorte

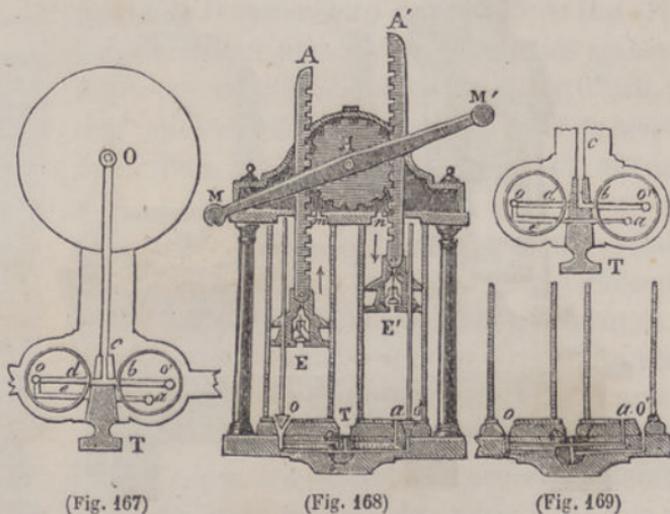


(Fig. 166)

que quando um embolo sobe o outro desce. A manobra é aqui menos trabalhosa e mais prompta do que na machina de um só corpo de bomba, porque a pressão atmospherica sobre os embolos tende a equilibrar-se e a rarefacção do ar é mais rapida. Os corpos de bomba estão solidamente fixos a uma base metallica, que termina na parte opposta em fôrma de prato, onde está fixo um disco de vidro espesso que constitue a platina *P*, sobre a qual se ajusta a campanula *R* que forma o recipiente. Na parte media da platina ha uma abertura *O*, que põe o recipiente em communicacção com os corpos de bomba por meio de um conducto *Oc*, que se bifurca segundo *edo* e *cb'o'*, como se vê no cóрте horisontal (fig. 167).

A figura 168 representa um cóрте vertical dos corpos de bomba. N'ella se vê como o carrete *H* é posto em movimento pela manivella *MM'*, e como o movimento é transmittido ás hastes dentadas ou cremalheiras *A* e *A'*, e por conseguinte aos embolos *E* e *E'*. Cada um d'estes tem um orificio a que está

adaptada uma valvula de mola que se abre de dentro para fóra ou de baixo para cima. Alem d'estas valvulas existem mais duas o e o' , destinadas a fechar as aberturas que se dirigem dos fundos dos corpos de bomba para o recipiente. Cada uma d'estas valvulas, ditas *de aspiração*, está fixa no extremo



(Fig. 167)

(Fig. 168)

(Fig. 169)

inferior de um arame que atravessa o embolo com fricção apreciavel e termina a pequena distancia da parte superior do corpo de bomba. Por este meio, quando um embolo sobe, o arame indo de encontro á parte superior do corpo de bomba escorrega através da espessura do embolo respectivo, a fim de que a valvula que o arame sustenta fique mui proxima da abertura que deve fechar no instante em que o embolo começa a descer. Emfim, na parte intermedia dos corpos de bomba está adaptada uma chave ou torneira T (fig. 167), munida de um furo longitudinal e dois transversaes, que estabelecem a comunicação dos corpos de bomba com o recipiente.

Para comprehender o jogo da machina basta considerar o que se passa n'um dos corpos de bomba, porque tudo é identico no outro. Quando o embolo sobe pela acção da manivella, levanta-se a valvula de aspiração o ; durante o movimento ascensional do embolo, a valvula que este contém conserva-se fechada, em virtude do seu proprio peso e da pressão atmos-

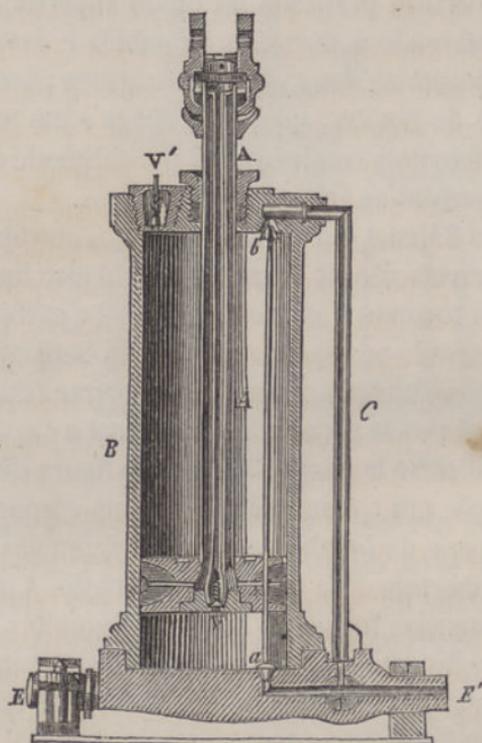
pherica, e o ar do recipiente e conducto expande-se no corpo de bomba. Quando o embolo desce, a valvula *o* fecha a abertura correspondente do fundo do corpo de bomba; de modo que o ar que n'este existe, não podendo voltar para o recipiente, augmenta em força elastica pela diminuição de volume, e, quando vence a pressão atmospherica e o peso da valvula do embolo, levanta esta valvula e escapa-se para a atmospherica por uma abertura praticada no fundo superior do corpo de bomba. Renovando a manobra da subida e descida dos embolos, produzem-se successivamente iguaes phenomenos nos dois corpos de bomba, até que se chega a um limite em que o ar do recipiente e conducto está por tal modo rarefeito que não pôde levantar as valvulas dos embolos.

Devê-se a Babinet um aperfeiçoamento, que fornece o meio de levar a rarefacção do ar muito alem d'este limite. O aperfeiçoamento consiste n'um pequeno canal *cc'* (fig. 169, córte vertical) excavado na espessura da chave, sem communição com o canal longitudinal. Assim, fazendo girar a chave um quarto de circumferencia para a direita, o canal *aceo* no córte vertical, que no córte horisontal da mesma figura está designado por *aeo*, põe em communição os dois corpos de bomba; mas só o corpo de bomba da direita communica com o recipiente pela abertura *o'* da valvula de aspiração. A machina n'estas circumstancias funciona do modo seguinte: o ar mui rarefeito do recipiente e conducto, quando se levanta o embolo da bomba da direita, expande-se no corpo d'esta bomba, e quando o embolo desce, passa através do canal *aeo* para o corpo de bomba da esquerda, onde fica retido, porque a valvula de aspiração fecha a abertura *o* no momento em que o embolo respectivo começa a descer. É evidente que, continuando iguaes operações, o ar rarefeito do recipiente e conducto vae accumulando-se no corpo de bomba da esquerda, até adquirir a força elastica sufficiente para levantar a valvula do embolo e escapar-se para a atmospherica.

A medida da força elastica do ar restante, que por este meio pôde chegar a ser igual a um millimetro, é dada pelo manometro de rarefacção *DC* (fig. 166), que está adaptado ao conducto.

Para fazer entrar o ar externo no aparelho, abre-se o furo longitudinal da chave, tirando-lhe um pequeno tampão que o fecha; sem esta precaução não seria possível tirar a campnula da platina quando o ar chega a estar mui rarefeito.

274. *Machina pneumatica de Bianchi.*—A machina pneumatica de effeito duplo, devida ao habil constructor mr. Bianchi, tem um unico corpo de bomba cylindrico *B* (fig. 170),



(Fig. 170)

fechado nas suas extremidades e dividido pelo embolo em dois compartimentos que funcçionam separadamente. O recipiente communica com estes dois compartimentos por conductos que se abrem nas duas bases do cylindro em *a* e *b*, e uma haste, que atravessa o embolo e é munida nos extremos de valvulas conicas de aspiração, vem alternativamente fechar estas aberturas. Duas valvulas de esgoto *V* e *V'*, munidas de molas, estão dispostas uma na haste ôca *A A* do embolo, e outra na parte superior do corpo de bomba. Quando se levam-

ta o embolo, abre-se a valvula a e o ar do recipiente penetra na parte inferior do corpo de bomba, ao passo que o ar contido no outro compartimento abre a valvula V' e escapa-se para a atmospherá; e quando o embolo desce as cousas passam-se inversamente, sendo o compartimento superior que recebe o ar que vem do recipiente pelo tubo c e penetra pela abertura b , ao passo que o ar contido no compartimento inferior abre a valvula V e se escapa para a atmospherá. Uma torneira T , com uma disposição analogá á de Babinet, póde ser adaptada a esta machina no lugar onde se reúnem os tubos que põem em communicação os dois compartimentos do corpo de bomba com o conducto geral e recipiente.

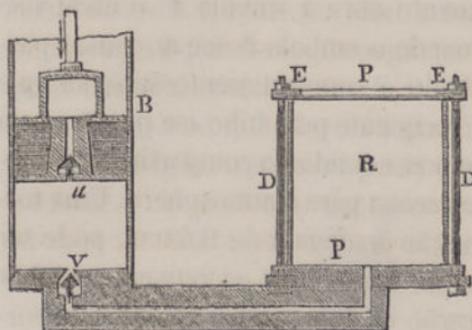
O cylindro da machina de Bianchi é movel em torno de um eixo EE' ; e a haste, guiada entre duas corrediças, é posta em movimento por uma manivella ligada a um volante; de modo que quando este gira, o embolo sobe ou desce ao mesmo tempo que oscilla a um e outro lado, e o corpo de bomba oscilla com elle ¹. O movimento alternativo da antiga machina é assim substituído pelo movimento de rotação, que é mais simples e mais facil de regular.

A machina de Bianchi, sendo construída de ferro fundido, póde ter maiores dimensões que a machina ordinaria, e fazer portanto o vacuo ao mesmo tempo em espaços muito maiores.

275. *Machina de compressão.* — A machina de compressão é destinada a condensar o ar n'um recipiente como o da machina pneumática. É composta de dois corpos de bomba, como esta ultima, porém a disposição das valvulas é inversa, porque tanto as dos embolos como as dos corpos de bomba se abrem de fóra para dentro. Na figura 171, que representa o córte feito no recipiente R e no corpo de bomba B , vê-se facilmente o jogo do apparelho. As valvulas u e V são conicas e ajustam-se por meio de molas nas aberturas que são destinadas a fechar. Quando o embolo sobe, o ar inferior rarefaz-se, a valvula V conserva-se fechada e o ar exterior abre a val-

¹ No estudo das machinas de vapor daremos algumas noções mais detalhadas sobre este modo de transformação de movimento.

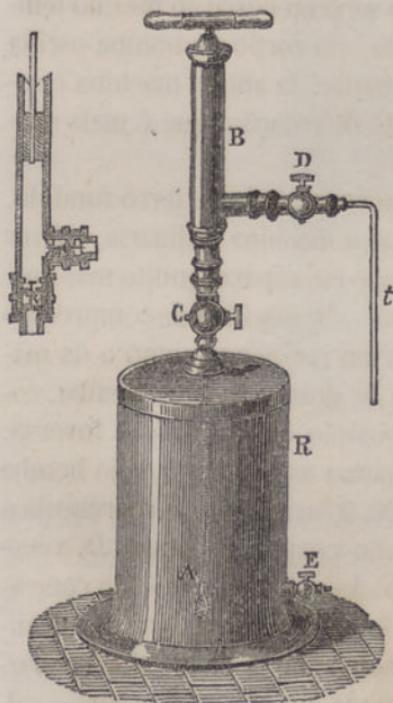
vula *u* e penetra no interior do corpo de bomba. Quando o embolo desce o ar que lhe está inferior sendo comprimido,



(Fig. 171)

abre a valvula *V* e penetra no recipiente, que é constituído por um cylindro de vidro aberto nas suas extremidades, e cujos bordos são bem aplainados. Este cylindro apoia-se por uma parte sobre a

platina inferior *P* e é fechado superiormente por uma outra platina ou disco de vidro *P'*, que se aperta convenientemente por meio de peças de ferro *D, D*, munidas de porcas e fixas á platina inferior. Uma rede metálica serve além d'isto para ligar perfeitamente o recipiente á platina. O manometro d'esta machina é de compressão.



(Fig. 172)

276. *Bomba de compressão.* — Este aparelho (fig. 172) consta de um corpo de bomba *B*, no interior do qual se move um embolo massiço. Nas partes inferior e lateral do corpo de bomba, como se vê no cóрте longitudinal, existem duas valvulas que no estado de repouso se conservam fechadas por meio de molas; sendo a lateral destinada á aspiração do gaz, pelo que se abre de fóra para dentro,

e a inferior a dar passagem ao gaz, e para este fim abre de dentro para fóra. Este aparelho funciona pois, como a

machina de compressão, e, como n'esta, o limite de compressão depende da relação existente entre os volumes do ar ou gaz comprehendidos entre a base do embolo e o fundo do corpo de bomba nos limites superior e inferior dô seu curso.

A bomba de compressão, tal como fica descripta, é empregada na preparação das aguas gazosas artificiaes e para operar a dissolução de um gaz qualquer na agua. Para isso ataracha-se a bomba a um reservatorio *R* com agua, e, tendo o cuidado de abrir previamente as torneiras *C* e *D*, faz-se comunicar por meio de um tubo *t* com o aparelho productor do gaz que se quer dissolver.

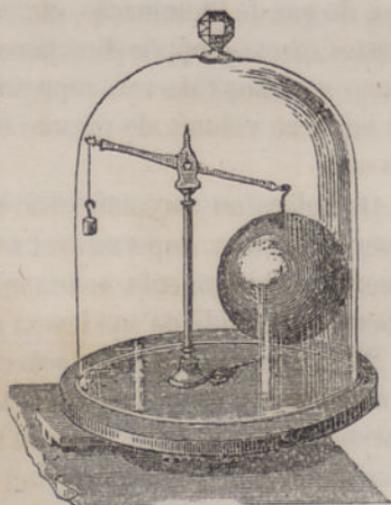
A bomba de compressão pôde ainda ter outra disposição, estando as duas valvulas situadas lateralmente, e n'este caso emprega-se muitas vezes para fazer o vacuo, para cujo fim basta pôr a tubuladura de aspiração em communicação com o recipiente contendo o gaz que se pretende rarefazer e a outra com a atmospherá.

SECÇÃO 6.^a

Aerostação

277. *Theoria dos aerostatos ou balões; baroscopo.* —

O principio de Archimedes applica-se integralmente aos corpos mergulhados na atmospherá ou em qualquer outro corpo gazoso. Para o demonstrar experimentalmente, com relação aos corpos mergulhados nos gazes, emprega-se um aparelho mui simples denominado *baroscopo*. Este aparelho (fig. 173), é uma especie de balança



(Fig. 173)

cujo travessão sustenta um pequeno peso ou bala de chum-

bo n'um dos extremos, e uma esphera ôca de volume consideravel no extremo opposto. Os dois corpos em presença do ar equilibram-se perfeitamente; mas collocando o apparatus debaixo do recipiente da machina pneumatica, depois de extrahir o ar d'esta capacidade, o travessão inclina-se para o lado da esphera ôca: d'onde se conclue ter esta realmente maior peso que o pequeno corpo com que equilibra no ar. Para verificar se este augmento representa o peso de um volume de ar igual ao da esphera, basta addicionar um tal peso, um grão de trigo por exemplo, ao pequeno corpo de chumbo, para ver que o equilibrio então perdido no ar se restabelece no recipiente vasio da machina pneumatica.

D'este principio resulta immediatamente, que o corpo cujo peso é igual ao volume do ar deslocado, oscillará na atmosphera sem subir nem descer; que o corpo cujo peso for superior ao do ar que desloca, tenderá a cair como se fosse solicitado por uma unica força, igual á differença entre o seu peso e o do ar que desloca, e que finalmente o corpo cujo peso for menor que o do ar deslocado, elevar-se-ha verticalmente na atmosphera, como se obedecesse unicamente á acção de uma força igual á differença entre o seu peso e o do ar que desloca: tal é o caso do ar aquecido, do fumo, do gaz hydrogenio, do gaz de illuminação, etc., etc. A força que em qualquer d'estes casos se oppõe directamente ao peso do corpo, e que, como acabámos de ver, representa o peso de um volume de ar igual ao volume do mesmo corpo, denomina-se *impulsão do ar*.

Os balões ou aerostatos são globos de papel ou de qualquer tecido fino, impermeavel aos gazes, os quaes cheios de ar quente, de hydrogenio ou de gaz illuminante, sobem na atmosphera em virtude da sua leveza especifica.

278. *Resumo historico sobre a invenção dos balões.* — O conhecimento do principio de Archimedes e o desejo de elevar-se na atmosphera, fizeram com que o homem tentasse a sua applicação á navegação aerea, inventando os aerostatos ou balões. Em 1670 o jesuita Lana descreveu a construcção de uma machina destinada a navegar na atmosphera por meio

de vélas, e que devia ser munida de dois grandes balões de cobre, no interior dos quaes se havia de formar o vacuo. Estes balões, a menos que não tivessem paredes muito espessas e portanto um peso consideravel, não resistiriam á pressão do ar externo, e seria pois quasi impossivel que a machina de Lana se podesse elevar nos ares.

A gloria da invenção dos aerostatos pertence irrecusavelmente ao portuguez-brazileiro Bartholomeu Lourenço de Gusmão¹, o qual executou a primeira experiencia aerostatica de que a historia faz menção.

Conta-se que Bartholomeu de Gusmão, vendo um dia da sua janella fluctuar nos ares um corpo esphericó muito leve, se applicou com resultado satisfactorio a reproduzir em ponto grande este phenomeno. Depois de algumas experiencias preliminares, Gusmão fabricou, com licença de el-rei D. João V, um globo aerostatico de grandes dimensões, que foi lançado em presença de suas magestades e da côrte no pateo da casa da India, no dia 8 de agosto de 1709.

Subiu Gusmão com a sua machina que estava segura por cordas, mas infelizmente esta, depois de se ter elevado obliquamente até certa altura, tocou na cornija do palacio onde se rompeu, caindo depois vagarosamente e de modo que não causou nenhum damno ao ousado aeronauta. É facto comprovado que o balão era cheio de ar aquecido, porque, como referem documentos e tradições veridicas d'aquelle tempo, *Gusmão elevou-se por meio de um fogo acceso na machina e que elle mesmo applicava.*

Bartholomeu de Gusmão não revelou o segredo bem simples da sua descoberta; porque, como se prova pela petição que fez ao rei, desejava obter para si e para sua familia o uso

¹ O padre Bartholomeu Lourenço de Gusmão era natural da villa, hoje cidade de Santos, na provincia de S. Paulo no Brazil, onde nasceu segundo a opinião mais segura em 1685. Para as particularidades sobre a vida de Bartholomeu de Gusmão, consultem-se o *Dictionario bibliographico* do sr. Innocencio Francisco da Silva, e as obras n'elle designadas que tratam d'este assumpto.

exclusivo da navegação aerea, á qual elle attribuia immensas utilidades. D. João V, por alvará de 19 de abril de 1709, concedeu effectivamente a Gusmão o privilegio por elle pedido do emprego exclusivo da sua machina aerostatica. Accusado mais tarde de feiticeria pelo povo, que era instigado pelos familiares da inquisição, e denunciado pelos seus inimigos pessoases, Bartholomeu de Gusmão evadiu-se do reino, em 26 de setembro de 1724, para escapar á prisão que aquelle tribunal lhe preparava, e falleceu no hospital da misericordia de Toledo em 19 de novembro do mesmo anno. A inveja dos emulos de Gusmão, a ignorancia do povo que por motejo lhe chamava o *voador*, e os maus officios que o santo officio lhe prestava, concorreram certamente para que o seu nome não adquirisse a mesma fama que os dos irmãos Montgolfiers, que setenta e quatro annos mais tarde repetiram em França as suas experiencias aerostaticas.

Em 1751 o padre Galien publicou alguns trabalhos importantes sobre a navegação aerea; em 1767 Black dizia que uma bexiga cheia de hydrogenio se devia elevar na atmospheria, e Cavallo referiu em 1782, que vira subir através do ar algumas bolhas de sabão cheias com aquelle gaz.

Em 1783 os dois irmãos José e Estevão Montgolfiers, fabricantes de papel na cidade de Annonay (França), fizeram diversas experiencias aerostaticas que ficaram para sempre memoradas nos fastos da sciencia. Na experiencia que se verificou em Annonay no dia 5 de junho de 1783, em presença de um concurso numeroso, empregaram um balão de grande raio. Era uma especie de sacco espherico de papel envernizado com uma abertura na parte inferior, na qual estava suspensa uma rede de fio de ferro. Fizeram entrar o ar quente no interior do balão, e quando estava proximamente cheio lançaram fogo a differentes substancias combustiveis collocadas na rede de ferro, e abandonaram o balão que subiu a grande altura, e só caiu depois do fogo estar extinto.

Carlos, então professor de physica em Paris, reflectindo nos perigos inherentes ás mongolfeiras (assim se chamavam os balões de ar quente), teve a felicidade de substituir o ar

dilatado pelo hydrogenio. Supprimiu por consequencia a rede de ferro e o fogo, e em vez de papel empregou tafetá envernizado. Em 27 de agosto do mesmo anno lançou-se no Campo de Marte, no meio de uma grande concorrência, o primeiro balão cheio de hydrogenio. Estevão Montgolfier repetia, algumas semanas mais tarde, em Versailles perante a côrte, a sua experiencia de Annonay, empregando um grande balão cheio de ar aquecido. Quasi todos os auctores francezes ¹ attribuem aos irmãos Montgolfiers a invenção dos aerostatos; alguns porém, como Turgan e Figuiet, citam apenas a experiencia de Gusmão.

279. *Primeiras viagens aereas.* — Inventado o aerostato o homem apprehendeu immediatamente a navegação aerea que, a poder ser perfeitamente realisada, modificaria profundamente as relações sociaes da humanidade e as suas condições economicas. Foi ainda Bartholomeu de Gusmão o primeiro que ousou confiar a sua vida a uma machina aerostatica, porque na experiencia de 1709, feita no pateo da casa da India em Lisboa, acompanhou o aerostato na sua curta mas arriscada excursão aerea.

Depois das experiencias de Montgolfier, feitas em Paris em 1783, Pilâtre de Roziers e o marquez de Arlandes, subiram n'uma mongolfeira a que estavam presas diferentes cordas, e na parte inferior da qual se fizera uma galeria circular para transportar os aeronautas; e em 20 de novembro do mesmo anno, animados pelos primeiros resultados, subiram n'uma mongolfeira no castello de Muette. Elevou-se a mongolfeira á altura de 1000 metros proximamente, atravessou Paris, percorrendo 8 kilometros no sentido horisontal. Dez dias depois, isto é, no 1.º de dezembro de 1783, Carlos e Roberto fizeram outra viagem aerea, partindo n'um balão de dez metros de diametro cheio de hydrogenio, o qual se elevou a 600 metros e percorreu 9 leguas no sentido horisontal. Roberto abando-

¹ No *Dictionnaire du XIX siècle* de Mr. Larousse, faz-se plena justiça ao nosso padre Gusmão, sendo-lhe attribuida a prioridade da invenção dos balões.

nou então a machina, e Carlos subiu de novo á altura de 3:000 metros.

280. *Construcção e ascensão dos balões.*—Os balões (fig. 174) ou globos aerostaticos que actualmente se empregam, são feitos com tiras de tafetá cosidas umas ás outras, e envernizadas com um verniz preparado com oleo de terebinthina e



(Fig. 174)

gomma elastica, a fim de tornar o tecido bem impermeavel. Têm na parte inferior uma abertura para se lhe introduzir o gaz, e superiormente outra munida de uma valvula de mola, á qual está presa uma corda que sáe pela abertura inferior. O hemispherio superior está envolvido por uma rede; da qual partem em diversos sentidos cordas que sustentam inferiormente á bôca do balão um cesto ou uma pequena barca destinada a transportar os aeronautas, os instrumentos necessarios para as observações, e o lastro que é formado de pequenos sacos cheios de areia.

Os gazes que se empregam para encher os balões são o hydrogenio ou o gaz illuminante. Este ultimo, posto que mais pesado que o hydrogenio, é tambem especificamente mais leve do que o ar e mais barato que o hydrogenio nas povoa-

ções illuminadas a gaz. Para encher um aerostato põe-se a abertura inferior em communicacão com o aparelho aonde o gaz se desenvolve; e o balão suspenso entre dois mastros no começo d'esta operacão é depois sustido por cordas que se soltam

quando elle está cheio e o aeronauta se acha na sua barca ou cesto.

No acto da partida é necessario que o balão não esteja completamente cheio de gaz. De feito, se estivesse cheio, como a pressão externa do ar diminue com a altura, a pressão do gaz interior, conservando-se constante, iria excedendo cada vez mais a pressão externa, até que faria rebentar o balão. A força ascensional, isto é, a differença entre o peso do ar deslocado e o de todo o apparelho, deve apenas ser de 4 a 5 kilogrammas no momento da partida. Esta força conserva-se constante emquanto o gaz, por sua força expansiva, não encher completamente o balão; poisque o volume do ar deslocado augmenta na mesma relação em que a densidade do ar diminue. A força ascensional, desde o momento em que o balão se acha completamente cheio, começa a decrescer, porque o volume do ar deslocado é constante, ao passo que a sua densidade e, por conseguinte, o peso de um mesmo volume, são cada vez menores; e quando o peso do volume de ar deslocado for igual ao peso do balão, este só poderá seguir a direcção das correntes aereas.

O aeronauta reconhece se sobe ou desce pelas indicações do barometro, e é tambem por meio d'este instrumento que elle avalia a altura em que se acha. Quando o aeronauta pretende descer puxa pela corda que está presa á valvula, de que já fallámos, para deixar sair uma porção de gaz, que é immediatamente substituida por um igual volume de ar, que entra pela abertura inferior: o augmento de peso, que resulta, produz a descida de todo o apparelho. Para diminuir a acceleração do movimento da queda, o aeronauta allivia o apparelho, de tempo a tempo, de parte do lastro; e pôde, deitando fóra uma quantidade sufficiente, subir novamente quando o logar em que tentava descer offerece perigo, pairando até que o ventó o leve a um logar mais propicio.

281. *Calculo da força ascensional.* — Para calcular o valor da força ascensional de um balão, de dimensões conhecidas, suppunhamos que elle é perfeitamente espherico. Se R representar o raio medio do balão em decimetros, p designar o

peso do metro quadrado da substancia de que elle é constituído, P for o peso da barca e dos differentes accessorios, q e q' os pesos de um litro de ar e do gaz com que se enche o balão, á temperatura zero e sob a pressão normal, o peso de todo o envolucro do balão será $\frac{4 \pi R^2 p}{100}$ expresso em kilogrammas, e os pesos do ar deslocado e do hydrogenio contido no balão serão respectivamente $\frac{4 \pi R^3 q}{3}$ e $\frac{4 \pi R^3 q'}{3}$.

A força ascensional de um balão, sendo igual á differença entre o peso do apparelho e a impulsão do ar, será

$$x = \frac{4 \pi R^3 (q - q')}{3} - \left(\frac{4 \pi R^2 p}{100} + P \right).$$

282. *Aplicações da aerostação.*—Depois das ascensões aerostaticas de Pilâtre de Roziers¹ e de Carlos, milhares de viagens aereas se têm realisado em differentes partes do Globo, umas para servirem de espectaculos e outras com fins puramente scientificos.

Os homens da sciencia desde que os balões começaram a vulgarisar-se, julgaram que estes apparelhos, permitindo o observar nas altas regiões da atmosphera a direcção e intensidade das correntes aereas, as variações de temperatura, o grau de seccura, etc., poderiam ser de grande utilidade para os progressos da Meteorologia. Em 1804, Gay-Lussac e Biot, fizeram uma ascensão aerostatica que enriqueceu a sciencia com o conhecimento de alguns factos importantes. Estes physicos notaram que na altura de 2700 metros, alguns pequenos animaes (que tinham levado para sobre elles observarem os effeitos da rarefacção do ar), não pareciam experi-

¹ Pilâtre de Roziers foi o primeiro martyr da sciencia aerostatica. Pretendeu atravessar a Mancha com um systema de balões, um cheio de ar aquecido e outro de hydrogenio. Pouco depois de ter partido de Bolonha, o apparelho, por um accidente que se ignora, caiu rapidamente, sendo Pilâtre e seu companheiro victimas do seu desmesurado arrojo.

mentar o minimo incommodo. Acharam tambem que o grau de secura augmentava e que a temperatura decrescia á medida que se elevavam. Um mez depois, em 15 de outubro, Gay-Lussac fazia nova viagem aerea, partindo do conservatorio das artes e officios em Paris. No limite maximo da ascensão, que foi de 7000 metros, achou Gay-Lussac que a pressão exercida pelo ar era menos que metade da pressão atmospherica na superficie terrestre no momento da partida, e que a temperatura era inferior á do gelo fundindo-se. O balão depois de ter percorrido mais de trinta leguas no sentido horizontal, foi cair nas proximidades de Ruão. Na descripção que Gay-Lussac fez da sua ascensão aerostatica, refere que em tal altura e sob tão intenso frio o ar estava completamente secco e mui rarefeito; que o céu se lhe apresentava com a côr azul mui carregada e por isso divisára astros que se não vêem da Terra á mesma hora; que não ouvia som algum nem via os objectos terrestres; e que as funcções da circulação e respiração se lhe tinham alterado de um modo extraordinario.

Barral e Bixio fizeram, em junho e julho de 1850, duas ascensões scientificas, empregando um balão de grandes dimensões, cheio de hydrogenio. Referem estes viajantes que na altura de 7000 metros a temperatura do ar era muito inferior á que fôra observada por Gay-Lussac, que subira a igual altura e n'uma estação proximamente identica. Atravessaram uma nuvem constituida de pequenas agulhas de gelo de arestas mui vivas e facetas polidas. Welsh notou em algumas viagens aereas que executou em 1852, que a temperatura decrescia em proporção com a altura desde o solo até á região das nuvens; que n'esta região as variações de temperatura eram irregulares; e que finalmente acima das nuvens o resfriamento retomava uma marcha regular e progressiva.

No tempo da revolução franceza, a commissão de salvção publica, por conselho de Monge, mandou empregar no exercito os aerostatos para observar o inimigo. Foi creada uma companhia de *aerosteiros*, destinada a dirigir as manobras dos balões e a tratar do material, que o seu emprego exige.

O aerostato militar dirigido por Coutelle figurou na defeza de Mauberge, no ataque de Charleroi, na batalha de Fleurus, e finalmente no sitio de Mayence. O balão em todas estas applicações era seguro por cordas. Uma segunda companhia de *aerosteiros* foi creada para o serviço da expedição do Egypto; mas não chegou a ser empregada porque os inglezes aprisionaram o navio que transportava o material.



(Fig. 175)

Depois de ter sido empregado como auxiliar da guerra, Arago pensou em tornar o aerostato util á agricultura, empregando-o para descarregar as nuvens e evitar a formação da saraiva. As difficuldades de obter uma substancia perfectamente impermeavel para construir os balões, e de os poder manter na atmosphera sob a acção do vento que sopra com grande força nas occasiões dos

temporaes, fazem com que este problema não tenha sido definitivamente resolvido.

283. *Guarda-quedas*. — O guarda-quedas (fig. 175) é um apparelho que se adiciona aos balões e de que o aeronauta se serve para descer, quando o balão soffre alguma avaria, ou quando tem simplesmente em vista excitar a curiosidade.

É uma especie de guarda-chuva de quatro a cinco metros de diametro, e constituido por um tecido muito-forte que se estende pela resistencia do ar e sustenta inferiormente a barca na qual vae o aeronauta.

Na parte media o guarda-quadras tem uma abertura para dar saída ao ar comprimido. Sem esta precaução, produzir-se-iam oscillações perigosas.

284. *Direcção dos balões.* — O problema da navegação atmospherica que, a principio, parecia de facil resolução em presença das notaveis experiencias de Montgolfier e Carlos. está ainda hoje longe de ser resolvido.

Em todos os tempos o homem pensou em se libertar da gravidade que o prende constantemente á superficie terrestre e em conquistar o vasto dominio da atmosphera, imitando a ave, como imitára o peixe quando se assenhoreára do dominio dos mares.

Seria alongar demasiado este assumpto o referir os diversos ensaios e projectos que se têm feito, não só antes, como depois da invenção dos aerostatos, com o fim de tornar realisavel a navegação aerea. Com a invenção dos balões o problema parecia ter dado um grande passo; tinha-se o vehiculo e só faltava podel-o dirigir. Guyton de Morveau propoz primeiro o emprego de um talha-vento, um leme e remos. Meunier pretendia, com o seu apparelho, conseguir o movimento no sentido vertical, imitando a bexiga natatoria dos peixes. Transon, Degen, Delcourt, Genet, Lenox, Enbriot, Petin e outros, propuzeram tambem diferentes modos de resolver o problema. Em 24 de setembro de 1852, Henrique Giffard partia do hippodromo de Paris, e elevava-se a 1:800 metros n'um apparelho aerostatico movido por uma machina de vapor; mas, como o attesta o relatorio d'esta notavel experiencia, a potencia mechanica do apparelho era insufficiente para triumphar da resistencia do ar.

O problema da direcção dos balões parece impossivel no estado actual da mechanica, da physica e da chimica; e segundo Navier, que tratou a questão scientificamente n'uma memoria approvada pela academia das sciencias de Paris, é necessario descobrir um novo motor, cuja acção comporte um apparelho mais leve do que os actualmente conhecidos. Os estudos sobre a navegação aerea têm contudo proseguido, porém, até hoje, sem resultado definitivo.

CAPITULO V

Movimento dos fluidos

SECÇÃO 1.^a

Noções de hydrodynamica

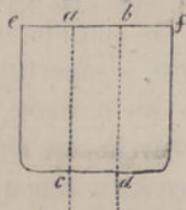
285. *Hydrodynamica; movimento permanente e variado.*

—A parte da physica que estuda o movimento dos fluidos denomina-se hydrodynamica. O movimento dos fluidos diz-se *permanente*, quando, para cada ponto do espaço e durante o tempo que se considera, a massa especifica, pressão e velocidade são quantidades constantes. Para dar um exemplo d'esta especie de movimento póde citar-se o movimento das aguas nos rios e canaes, no qual se realisam approximadamente as circumstancias que caracterisam a sua permanencia. N'este movimento cada molecula não conserva necessariamente a mesma velocidade; mas as differentes moleculas que vem successivamente passar pelo mesmo ponto, adquirem n'elle velocidades da mesma direcção e grandeza. Considerando o conjuncto formado pelas diversas moleculas que assim se vão succedendo no mesmo ponto do espaço, caminhando umas após outras, tem-se idéa do que se chama *filete fluido*.

O movimento de um fluido diz-se *variado*, quando se não verificam as condições que caracterisam o movimento permanente.

286. *Esgoto de um liquido por um orificio; theorema de Torricelli.*—Quando na parede de um vaso contendo um liquido em equilibrio se pratica uma abertura abaixo da superficie livre do liquido, o equilibrio deixa de existir e a pressão do liquido, na parte que corresponde á abertura effectuada, determina o esgoto do mesmo por essa abertura. A partir do momento em que o esgoto começa, o liquido sae com uma velocidade que cresce rapidamente, até que no fim de certo

tempo cessa de augmentar; e se o nivel do liquido contido no vaso se conservar constante o movimento tornar-se-ha permanente. O valor da velocidade do esgoto que a Mechanica determina com bastante rigor, póde obter-se facilmente considerando o esgoto de um liquido por um orificio aberto no fundo de um vaso (fig. 176). É evidente que a velocidade que as moleculas liquidas adquirem á saída do orificio será tanto maior quanto mais distante estiver a superficie livre do liquido em relação á posição do orificio. Imaginando o movimento descendente do liquido contido no tubo vertical $a b c d$, e abstrahindo do liquido restante, é claro que quando a camada superior $a b$ chegar a $c d$, terá adquirido uma velocidade igual á $\sqrt{2 g A}$ (131), designando por A a altura $a c$. Suppondo que o nivel se restabelece constantemente á medida que o esgoto tende a fazel-o baixar, as camadas que forem successivamente occupar a posição $a b$ adquirirão sempre na sua passagem pelo orificio, á velocidade constante $\sqrt{2 g A}$. Esta velocidade será ainda a mesma se o tubo considerado for infinitamente pequeno, de secção constante e inclinado em relação á vertical, porque então o liquido está no caso de um corpo caindo sobre um plano inclinado de altura A , e o mesmo se verificará qualquer que seja a fórma do tubo. Póde pois admittir-se que uma molecula qualquer caindo da superficie $a b$, adquirirá no orificio a velocidade $\sqrt{2 g A}$, qualquer que seja o caminho por ella percorrido. É isto o que a Mechanica demonstra rigorosamente; abstrahindo da viscosidade dos liquidos e das fricções exercidas nas paredes do vaso; suppondo que as velocidades são iguaes em cada secção para todos os filetes e perpendiculares á direcção da mesma, e que a superficie livre tem grande extensão relativamente á area do orificio, de modo que a velocidade das moleculas proximas da superficie livre, n'um instante qualquer, seja muito pequena.



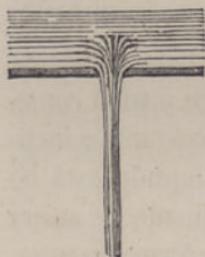
(Fig. 176)

Póde pois estabelecer-se que a velocidade que adquire um liquido esgotando-se por um orificio praticado na parede de

um vaso, é igual á que teria um corpo caindo livremente do nivel superior até o orificio. É este o enunciado do theorema de Torricelli. Designando por v a velocidade de esgoto das moléculas, e por A a altura que vae do centro do orificio ao nivel do liquido, altura a que se dá ordinariamente o nome de *carga*, será $v = \sqrt{2gA}$.

Não considerámos a pressão que se exerce exteriormente sobre a superficie livre do liquido e no orificio que, no caso em que o esgoto se vérifica em presença da atmosphaera, são sensivelmente iguaes. No caso das pressões serem diversas é necessario tomar a sua differença, substituil-a por uma columna liquida equivalente e adicional-a ou subtrahil-a ao valor de A na expressão anterior, que dá a velocidade de esgoto.

287. *Consequencias do theorema de Torricelli.*—Do principio de Torricelli se deduz immediatamente que a velocidade das moléculas liquidas á saída do orificio é proporcional á raiz quadrada da carga. O mesmo principio mostra ainda

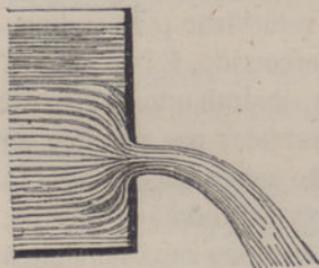


(Fig. 177)

que a velocidade do esgoto é completamente independente da natureza do liquido, e que, por conseguinte, deve ser a mesma para a agua, o mercurio, uma vez que as cargas sobre os orificios de saída sejam iguaes.

288. *Caso de esgoto por um orificio aberto em parede delgada; contracção da veia.*—

Considere-se um vaso (fig. 177 ou 178) com um orificio aberto no fundo ou na parede lateral. N'este caso, suppondo pequena a espessura das paredes, a velocidade deve ser dada pelo principio de Torricelli. É necessario, porém, ter em consideração o phenomeno da contracção da veia. Os diversos filetes liquidos



(Fig. 178)

no interior do vaso convergem para o orificio de saída, e esta convergencia persiste ainda até uma pequena distancia alem d'elle, a qual é proximamente igual ao raio do mesmo. A veia fluida affecta portanto na sua origem a forma de um tronco

de cone com a base maior no orificio. Depois de ter apresentado uma secção minima que se denomina *secção contracta*, a veia fluida continua sensivelmente cylindrica até que os seus differentes filetes se separam obedecendo cada um á acção das diversas forças que os sollicitam.

Representando por s a secção da veia contracta e por S a area do orificio, a relação $\frac{s}{S}$ designa o que se denomina *coeficiente de contracção*. Este coefficiente deduzido das medias dos resultados obtidos por experiencia de Michelotti, Poncelet e Lesbros, para o caso dos orificios circulares, é $m = \frac{s}{S} = 0,62$. Este coefficiente pôde servir para o caso do orificio não circular, á falta de outro mais exacto.

289. *Verificação experimental do theorema de Torricelli; despezas theorica e practica.*—O theorema de Torricelli pôde verificar-se experimentalmente deduzindo a velocidade do esgoto da amplitude do jacto liquido, na extensão em que se pôde considerar que as moleculas descrevem arcos parabolicos. Segundo os trabalhos de Bossut e Michelotti a differença entre a velocidade observada e a velocidade dada pela formula de Torricelli é extremamente pequena, e pôde ser attribuida á resistencia do ar.

Para se verificar o theorema de Torricelli, pôde tambem medir-se a quantidade de liquido que sae por um orificio de secção S durante o tempo t e comparal-o com a quantidade calculada pela formula. A veia tendo a velocidade constante $v = \sqrt{2gA}$ constituiria um cylindro de secção S , e cujo comprimento seria $v t$; o volume saído durante o tempo t devia pois ser $S v t = S t \sqrt{2gA}$, se não se attendesse ao phenomeno de construcção da veia. Por outro lado o producto do esgoto pôde ser recolhido n'um vaso e medido com mais ou menos rigor. Reconheceu-se que este volume era uma fracção n do volume $S t \sqrt{2gA}$. Tomando em vez da area S do orificio, a area $s = m S$ da secção contracta para base d'aquelle cylindro, a experiencia demonstra que os dois volumes calculado e medido, são proximamente iguaes, e que portanto tambem o são os dois coefficientes m e n , o primeiro dos quaes

exprime a relação entre as secções da veia contracta e do orifício, e o segundo é destinado a corrigir simultaneamente a apreciação da velocidade e a medida da secção.

Chama-se *despeza* a quantidade de liquido que sae por um orificio durante a unidade de tempo. O producto $S v$ da area do orificio pela velocidade do esgoto, denomina-se geralmente *despeza theorica*; denominação impropria segundo Belanger, porque a theoria indica effectivamente que para ter o verdadeiro valor da despeza se devia attender á obliquidade dos filetes, á diminuição do valor de v e á differença de pressões sobre a superficie livre do liquido e sobre o orificio de saída. Chama-se *despeza practica* ou *effectiva* a que realmente se mede experimentalmente. O coefficiente n , pelo qual se deve

multiplicar a despeza theorica a fim de obter o valor achado para a despeza effectiva, denomina-se *coefficiente de despeza*. Este coefficiente varia com a grandeza da carga, fórma e dimensão do orificio. Para os orificios circulares, quadrados e rectangulares de pequenas dimensões, em relação ás do reservatorio e cargas superiores a $1^m,3$, o coefficiente de despeza n é quasi constante e igual a $0,615$. No caso do orificio aberto em um vaso de paredes espessas, a velocidade não deve ser dada pelo theorema de Torricelli, porque não se pôde desprezar o effeito da fricção produzida pelas paredes do orificio. Se este for porém divergente para o exterior e apresentar a fórma da veia contracta, o esgoto ficará proxivamente nas condições do caso do orificio aberto em parede delgada.



290. *Constituição da veia liquida.*— Considere-se especialmente uma veia vertical correspondente a um orificio praticado na parte inferior de um reservatorio. A veia a partir da secção contracta apresenta duas partes distinctas, uma limpida e proxivamente cylindrica, semelhante a uma haste de crystal, e outra turva e constituida por engrossamentos e estreitamentos successivos (fig. 179). A parte turva manifesta-se igualmente no vacuo, o que mostra não ser o

phenomeno produzido pela mistura do ar com o liquido, como se suppunha antigamente. Savart reconheceu que esta parte não era continua, mas sim composta de gottas liquidas que se succedem sem se tocarem. De feito, fazendo mover com rapidez um disco de cartão, de modo que corte normalmente a veia, nota-se depois sobre elle, em vez de um traço continuo molhado, algumas impressões separadas. Com o mercu-rio reconhece-se que apesar da opacidade do liquido se póde ver perfeitamente através da parte turva da veia.

Os estrangulamentos n e os alargamentos V successivos da veia, que se denominam respectivamente *nós* e *ventres*, conservam as mesmas posições, apesar de serem produzidos por porções de liquido que se succedem continuamente. Os ventres parecem lamellosos, isto é, como que constituídos de laminas embricadas, e parece que um canal continuo extremamente fino existe na parte central da veia.

Savart, que estudou estes phenomenos, explica a causa d'estas apparencias. Reconheceu que a parte turva da veia é produzida por gotas separadas que mudam periodicamente de fôrma, alongando-se ou achatandó-se nas posições que correspondem respectivamente aos nós e ventres.

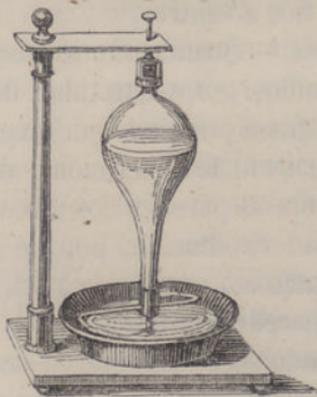
291. *Esgoto por tubos addicionaes.* — Quando aos orificios praticados nos reservatorios de liquidos se ajustam tubos de pequeno comprimento, se o liquido passa por elles sem adherir ás suas paredes, a despeza effectiva não experimenta alteração; porém se a veia fluida adhire ás paredes dos tubos, a despeza effectiva augmenta consideravelmente, porque a parte contrahida da veia se dilata então em virtude da attracção molecular entre o liquido e as paredes do tubo.

Para augmentar a despeza é comtudo necessario que o comprimento dos tubos seja duas ou tres vezes maior do que o seu diametro. Os tubos conicos convergentes para o lado externo dão uma despeza effectiva maior do que os tubos cylindricos, e os tubos conicos divergentes para o mesmo lado produzem uma despeza ainda maior.

292. *Movimento dos liquidos em tubos ou canaes de grandes dimensões.* — O esgoto de um liquido por um tubo ou

canal de grande comprimento, ou se verifica pela inclinação do tubo ou pelo effeito de uma pressão exercida sobre o liquido na origem do tubo; e em ambos os casos, como a força obra de um modo continuo, o movimento deveria ser acelerado. Entretanto observa-se que a pequena distancia da origem do tubo o movimento é uniforme, o que indica que ha uma ou mais causas que de continuo destroem a acceleração que o liquido devia adquirir. As mais poderosas d'estas causas são as resistencias provenientes da cohesão das moleculas entre si e da adherencia entre estas e as paredes do tubo; e a estas causas vem juntar-se as provenientes das curvaturas dos tubos de conducto. É evidente que segundo a maior ou menor intensidade d'estas resistencias, a velocidade do liquido e por conseguinte a despeza effectiva, podem tornar-se nos tubos de conducto muito menores do que quando se faz o esgoto por orificios praticados em paredes de pequena espessura.

293. *Reacção produzida pelo esgoto dos liquidos; torniquete hydraulico.*—Um liquido contido n'um vaso exerce pressões sobre as paredes d'este, que se destroem ou equilibram mutuamente. Se se praticar um orificio n'uma das pa-



(Fig. 180)

redes lateraes do vaso, o liquido esgotando-se exerce uma pressão sobre a parede opposta, que tende a fazer mover o vaso no sentido contrario ao do esgoto. Este recuo pôde tornar-se visivel com o aparelho (fig. 180) denominado *torniquete hydraulico*, que é composto de um vaso de vidro com a fôrma de um pião, munido de virolas metallicas. O vaso está inferiormente apoiado

sobre um fulcro e sustentado superiormente por um parafuso, mas de modo que pôde mover-se em torno d'este e do fulcro. A virola inferior communica com um tubo horisontal que tem os extremos curvados em sentidos contrarios. O vaso cheio de agua e com a torneira fechada conserva-se em repouso;

mas, apenas começa o esgoto pelos extremos do tubo curvo, entra em movimento de rotação em sentido contrario ao do esgoto. Este movimento provém pois da reacção que o liquido exerce sobre as paredes do tubo oppostas aos orificios do esgoto.

294. *Velocidade do esgoto dos gazes.*—Quando um gaz existe n'uma capacidade fechada e se pratica uma pequena abertura nas paredes d'essa capacidade, o gaz tende a sair em virtude da sua força elastica. Se o espaço exterior, junto á abertura, contiver um gaz com a mesma força elastica, o gaz interior não poderá sair, porque a pressão externa equilibra com a interna; se porém o espaço estiver vazio de materia ou contiver um gaz cuja força elastica seja menor que a do gaz interior, então verificar-se-ha o esgoto através da abertura que se considera.

Para achar a velocidade do esgoto de um gaz por uma abertura feita em parede delgada, póde este ser comparado a um liquido, e então as considerações feitas para o esgoto dos liquidos applicam-se ao esgoto dos gazes, salvas as differenças entre estas duas especies de fluidos, differenças que é necessario considerar.

A velocidade de um gaz á saída de um orificio é o espaço percorrido durante a unidade de tempo por uma molecula de gaz que se suppõe conservar durante aquelle tempo o movimento que tinha ao passar pelo orificio. Esta velocidade é dada, segundo Bernouilli, pelo theorema de Torricelli, e póde ser representada pela formula

$$v = \sqrt{2gA} \dots\dots\dots (1)$$

em que A representa a altura de uma columna homogenea de gaz, equivalente á differença das pressões interior e exterior.

Para avaliar A em funcção das alturas a e a' das columnas de mercurio que correspondem a essas pressões, represente d a massa especifica do gaz a 0° e sob a pressão normal em relação á do ar nas mesmas condições.

A massa especifica do ar a 0° e sob a pressão normal em relação á da agua sendo 0,0013 (231), e sendo 13,6 a densi-

dade do mercurio, a altura de uma columna de ar de peso igual ao do peso $(a - a') \times 13,6$ da columna de mercurio será $\frac{(a - a') 13,6}{0,0013}$. E como a columna gazosa sob a pressão interior correspondente á altura a tem por densidade $\frac{d \cdot a}{0,76}$, a sua altura para produzir identica pressão será

$$A = \frac{(a - a') 13,6}{0,0013} \cdot \frac{0,76}{d a}$$

Substituindo este valor na formula (1), ter-se-ha

$$v = \sqrt{2g \frac{(a - a') 13,6}{0,0013} \cdot \frac{0,76}{d \cdot a}} \quad \text{ou} \quad v = 393 \sqrt{\frac{a - a'}{a \cdot d}} \dots\dots (2)$$

Se a temperatura não fosse 0° , como se suppõe, mas uma temperatura qualquer t , a massa especifica ou a densidade do gaz n'estas circumstancias seria differente, como se verá quando se tratar das dilatações.

A formula (2) mostra que a velocidade do esgoto está na razão inversa da raiz quadrada da massa especifica do gaz em relação ao ar ou da sua densidade.

Para determinar a velocidade do esgoto de um gaz para o vacuo, basta fazer na formula (2) $a' = 0$ e achar-se-ha $V = \frac{393}{\sqrt{d}}$.

Para o ar $d = 1$ e ter-se-ha $V = 393^m$. Para o hydrogenio cuja densidade é $d = 0,0688$, a velocidade será $v = 1500^m$.

Vê-se que estes resultados são independentes da pressão, o que era facil de antever, pois que, se a densidade da camada gazosa situada no orificio, é proporcional á pressão, a a força que a faz mover varia na mesma relação que a massa d'esta camada, d'onde resulta que a velocidade não é influenciada pela pressão.

A veia gazosa tambem se contrahe como a liquida. Este phenomeno pôde observar-se carregando de fumo o ar que se esgota. A formula (1) foi verificada para os gazes como o tinha sido para os liquidos, e achou-se que o esgoto dos gazes era inteiramente analogo ao dos liquidos, e que a hypothese de Bernouilli era sensivelmente verdadeira.

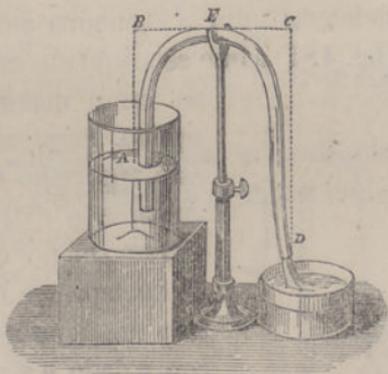
Segundo d'Aubuisson o coefficiente da despeza para o caso do esgoto por um orificio aberto em uma capacidade de paredes delgadas, é 0,65. A experiencia prova tambem que os tubos additionaes augmentam a despeza.

295. *Reacção devida ao esgoto dos gazes.*—Os gazes em equilibrio no interior de quaesquer capacidades, exercem pressões cujos effeitos se neutralisam; e por isso quando se esgotam tendem a impellir o vaso no sentido contrario ao do esgoto. É esta reacção que explica o recuo das diversas armas de fogo, a subida dos foguetes e os movimentos das diversas peças dos fogos de artificio.

SECÇÃO 2.^a

Apparelhos para o movimento dos fluidos

296. *Siphão.*—Este instrumento, devido a Herão de Alexandria (fig. 181), é formado por um tubo recurvado *AED*, aberto nos dois extremos e de ramos desiguaes. Serve o siphão para fazer passar qualquer liquido de um para outro vaso, ou do reservatorio em que existe para um logar qualquer, uma vez que este esteja n'uma posição inferior á do liquido. Em qualquer dos casos é, em primeiro logar, necessario, para fazer uso do

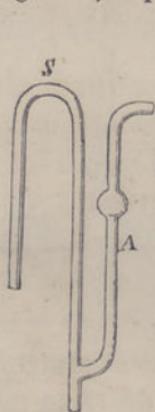


(Fig. 181)

instrumento, encher o siphão com o liquido que se pretende transvasar. Para isso mergulha-se o extremo do ramo menor do siphão *A E* no liquido, e aspirando o ar pelo extremo opposto, o liquido sobe no mesmo ramo em virtude da pressão atmospherica, e se a altura *AB* for inferior á da columna liquida ($10^m,33$ para a agua) que contrabalança esta pressão, passará para o ramo maior, enchendo-o, completa-

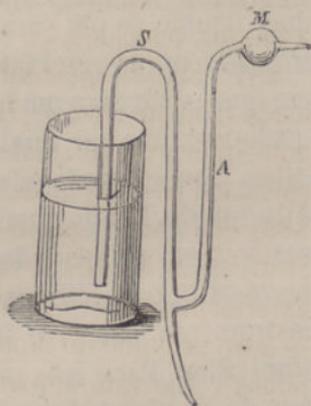
mente. Depois do siphão estar cheio, por este ou por qualquer outro modo, o liquido contido no vaso esgotar-se-ha pelo extremo *D* do ramo maior do siphão. Com effeito, designando por *P* a pressão atmospherica, por *p* o peso de uma columna liquida cuja altura seja *AB*, e por *p'* o peso de uma outra, cuja altura seja *CD*, $P - p$ representará a força que tende a fazer passar o liquido do ramo menor para o maior, pois que esta força é evidentemente igual, á differença entre a pressão atmospherica e a pressão de uma columna liquida elevada no ramo *AE* do siphão, pressão esta que é equivalente á que exerce a columna liquida cuja altura é *AB*. Do mesmo modo $P - p'$ representa a força que obra para fazer passar o liquido do ramo maior para o menor; e como $p' > p$ e $P - p > P - p'$, segue-se que o liquido se deve esgotar pelo ramo maior com uma força $F = (P - p) - (P - p') = p' - p$. Esta força é pois representada pelo peso de uma columna liquida, cuja altura é igual á distancia do nivel do liquido no vaso ao extremo aberto do ramo maior do siphão.

Quando o liquido que se pretende transvasar tem acção deleteria sobre a economia animal, emprega-se um siphão, *S* (fig. 182) a que está soldado um tubo de aspiração *A* paralelo



(Fig. 182)

ao ramo maior do siphão. Para encher este apparatus mergulha-se o extremo do ramo menor no liquido, tapa-se a abertura do ramo maior com o dedo, e aspira-se o ar pelo tubo de aspiração, tendo o cuidado de impedir que o liquido se eleve

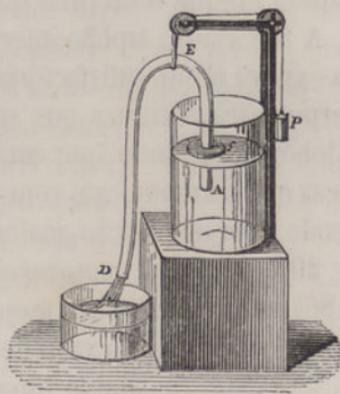


(Fig. 183)

no tubo de aspiração até á bôca. Emfim, quando se pretende transvasar algum liquido que exhale gazes ou vapores deleterios, emprega-se o siphão (fig. 183), que é um siphão ordinario *S* soldado a um tubo adicional *A* que termina superior-

mente em esphera ôca *M*. Para encher este siphão mergulha-se o extremo do ramo menor no liquido, tapa-se com o dedo o extremo do ramo maior, e aquece-se a esphera ao fogo de uma lampada; produz-se por este meio um vaçuo virtual no interior do instrumento, de sorte que o liquido sobe no ramo menor e passa para o maior, que se destapa quando está cheio.

O siphão pôde empregar-se para produzir o esgoto de um liquido com velocidade constante, para o que é necessario que a distancia do extremo do ramo maior ao nivel do liquido no vaso seja constante. Para conseguir este resultado adapta-se um fluctuador *f* ao ramo mais curto *AE* do siphão (fig. 184) e equilibra-se o apparatus com um peso *P* preso a um fio, de modo que, á medida que o nivel do liquido baixar no vaso, o siphão desça conservando-se constante a distancia da abertura do ramo maior ao nivel do liquido, e devendo portanto o esgoto fazer-se com a mesma velocidade.



(Fig. 184)

297. *Siphão intermittente.*—O *siphão intermittente*, chamado tambem *vaso de Tantalos*, é destinado a produzir um esgoto intermittente. Este siphão está collocado no interior de um vaso (fig. 185), de modo que o ramo maior atravessa o fundo do vaso e se abre exteriormente, e o ramo menor *an* se abre proximo do fundo d'este. Vejamos como este apparatus funciona. O vaso recebe constantemente um filete de agua, de modo que o nivel do liquido no interior do vaso vae successivamente subindo; e como o ar atmosferico penetra livremente pelo extremo inferior do ramo maior, a agua su-

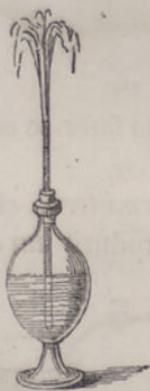


(Fig. 185)

birá no ramo menor ao mesmo nível que no vaso, e, apenas o nível da agua no vaso se elevar acima do ponto mais alto n do siphão, o ramo maior d'este encher-se-ha, e a agua esgotar-se-ha até que o nível d'esta no vaso se torne inferior á extremidade inferior do ramo menor do siphão. O nível em seguida elevar-se-ha de novo no vaso e depois produzir-se-hão os mesmos phenomenos e assim successivamente. Para que haja esgoto intermitente é pois necessario que o vaso seja alimentado sem interrupção e que o esgoto do siphão seja mais rapido do que o do tubo que alimenta o vaso.

A theoria do siphão intermitente precedentemente exposta explica muito satisfactoriamente o phenomeno das fontes intermitentes naturaes que se encontram em varios pontos do Globo, admittindo que estas fontes são cavidades subterraneas que communicam com o exterior por meio de conductos, tendo uma disposição analoga á do siphão descripto.

298. *Fonte de compressão.* — A fonte de compressão (fig. 186) emprega-se para fazer repuxar a agua. É composta de



(Fig. 186)

um vaso de paredes espessas, a cuja bôca se adapta uma virola metallica munida de uma torneira, e atravessada por um tubo, que desce até proximo do fundo do vaso, que para funcionar deve estar quasi cheio de agua. A virola tem a construcção propria para se lhe atarrachar uma bomba de compressão, destinada a fazer entrar no vaso uma grande quantidade de ar que vae exercer pressão sobre o nível do liquido. Feito isto, desatarracha-se a bomba e em seu lugar atarracha-se uma peça com um ou mais furos de pequeno diametro. Abrindo em seguida á torneira, a agua, em virtude da pressão que o ar comprimido exerce, repuxa elevando-se a grande altura. Esta altura decresce successivamente, porque a força elastica do ar comprimido diminue com o augmento da capacidade que lhe é offerecida.

O mesmo effeito podia produzir-se se, em vez de augmentar a pressão no interior do vaso, se diminuísse a pressão ex-

terna, para o que basta introduzir o aparelho no recipiente da machina pneumatica e extrahir-lhe em seguida o ar.

299. *Fonte de Herão*.—Este aparelho (fig. 187), assim chamado do nome do seu inventor, emprega-se para fazer repuxar a agua. É composto de tres vasos: um inferior *A*, outro medio *E* e outro superior *C*, e de tres tubos: um *ab* que termina nos vasos superior e inferior; outro *cd*, que parte d'este ultimo vaso e termina proximo da parte superior do vaso medio, e outro que começa proximo do fundo do vaso medio *E*, e termina em *S*, dois a tres centimetros acima do vaso superior. É pelo extremo *S* d'este ultimo tubo que a agua repuxa. Para obter este effeito enche-se de agua o vaso superior, bem como o medio desatarrachando o tubo *S*. Collocando em seguida este novamente na sua respectiva posição, a agua do vaso *c* passa pelo tubo *ab* para o vaso inferior *A*, do qual expulsa o ar que contém para o vaso medio onde este fluido, exercendo pressão sobre a agua ahi existente, a faz repuxar pelo tubo *S*.



(Fig. 187)

300. *Pipeta*.—Este instrumento (fig. 188), também chamado *bomba das adegas*, é um tubo conico com um alargamento cylindrico ou esférico na parte media e terminando inferiormente por um orificio capillar. Nas adegas, serve para tirar pequenas porções de vinho ou de aguardente das vasilhas, e nos laboratorios emprega-se para obter pequenas gotas de liquido. Este resultado consegue-se mergulhando a pipeta pelo extremo aguçado no liquido, até este chegar ao alargamento esférico. Tirando-se em seguida do liquido, e tapando-lhe o extremo superior com o dedo pollegar vê-se então cair uma pequena gota e o nivel do liquido descer um pouco. O ar in-

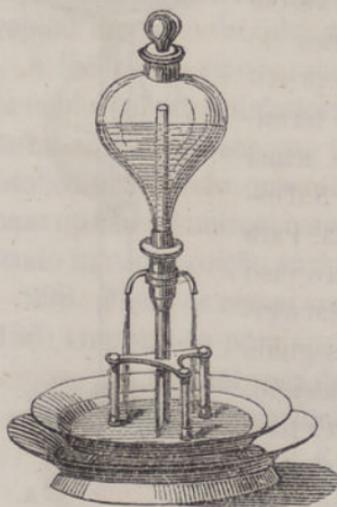


(Fig. 188)

terno tendo-se dilatado, fica com uma força elastica inferior á pressão atmospherica, e é por esta rasão que o esgoto não continua; mas abrindo e tapando alternadamente o extremo superior do tubo obtem-se o liquido gota a gota.

N'este mesmo principio se funda a construcção do *regador* e *funil magicos*.

301. *Fonte intermittente*. — Este aparelho (fig. 189) é constituído por um balão de vidro, de rolha esmerillada, muni-



(Fig. 189)

do inferiormente de duas ou mais biqueiras capillares, e atarrachados a uma columna ôca de metal, sustentada por um supporte tambem de metal, pelo interior do qual passa um tubo de vidro, que termina a pequena distancia da parte superior do balão é acima do nivel do liquido que este contém, e cujo extremo inferior chanfrado fica proximo do fundo de um vaso que communica com outro inferior por meio de um orificio de diametro menor do que o de qualquer das biqueiras.

Para empregar este aparelho deita-se agua no balão, rolha-se e abrem-se as biqueiras. O liquido sáe então por estas em virtude do seu proprio peso, porque a pressão do ar interno e externo se equilibram; mas o liquido esgotado n'um tempo dado, não podendo passar todo no mesmo tempo pelo orificio do primeiro vaso accumula-se n'este e tapa a abertura inferior do tubo de vidro. O esgoto do liquido interrompe-se pois; porque a pressão do ar externo excede a do ar dilatado no balão; mas desde que a abertura inferior do tubo se achar de novo a descoberto, por ter passado o liquido do primeiro para o segundo vaso, o ar externo, entrando no balão pelo tubo de vidro, restabelecerá o equilibrio perdido e portanto dará logar a que uma nova porção de liquido se esgote pelas biqueiras, e assim por diante até o esgoto total do liquido feito por in-

termittencias. A duração d'estas depende do numero das biqueiras, da grandeza do seu diametro em relação ao do orificio do primeiro vaso, e da altura do extremo inferior do tubo de vidro acima do fundo d'este.

302. *Bombas; partes essenciaes que as constituem; diferentes especies de bombas.*—As bombas são machinas destinadas a fazer elevar os liquidos, em geral a agua, acima dos seus niveis ordinarios.

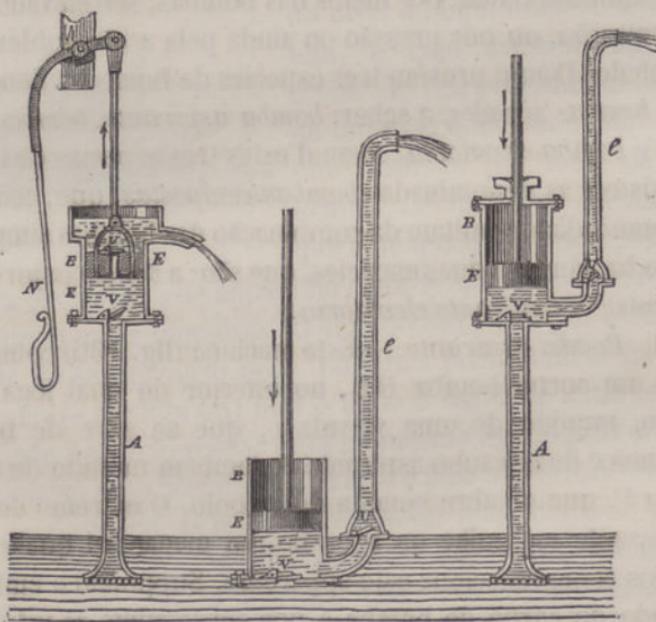
Todas as bombas constam essencialmente de um *corpo de bomba* ou cylindro ôco, ordinariamente de metal, em cuja capacidade pôde mover-se um embolo massiço revestido de estopa para se ajustar perfeitamente, e communicando, em geral, intermittenemente, por meio de peças metallicas ou de coiro de fórmias diferentes, denominadas *valvulas* (266), com dois canaes chamados de *aspiração* e de *ascensão* ou *aspirante* e *ascensional*.

Os liquidos podem, por meios das bombas, ser elevados ou por aspiração, ou por pressão ou ainda pela acção sublevante do embolo. D'aqui provém tres especies de bombas, denominadas *bombas simples*, a saber: *bomba aspirante*, *bomba premente* e *bomba elevatoria*. Alem d'estas tres especies de bombas existem as denominadas *bombas compostas*, que, como o seu nome indica, resultam da combinação das bombas simples. D'estas ha sómente duas especies, que são: a *bomba aspirante premente* e a *aspirante elevatoria*.

303. *Bomba aspirante.*—Esta machina (fig. 190) compõe-se de um corpo bomba *BE*, no interior do qual joga um embolo, munido de uma valvula *v*, que se abre de baixo para cima e de um tubo aspirante *A*, tambem munido de uma valvula *V*, que se abre como a do embolo. O extremo do tubo aspirante mergulha na agua de um manancial qualquer. Vejamos como funciona este aparelho. Suppondo o embolo no fundo do corpo de bomba e por conseguinte as valvulas fechadas, o liquido terá o mesmo nivel no reservatorio e no interior do tubo aspirante. Levantando o embolo por meio da alavanca *N*, forma-se um vacuo virtual no corpo de bomba; o ar contido no tubo aspirante, abrindo a valvula *V* pela sua for-

ça elastica, expande-se no corpo de bomba, e a agua do reservatorio sobe até certa altura no tubo aspirante. Fazendo descer o embolo, o ar comprimido no corpo de bomba fecha a valvula V , abre a valvula v , e escapa-se para a atmospherica. Continuando as operações de subida e descida do embolo, o ar do tubo aspirante é todo expulso, e o liquido subindo até o corpo de bomba, passa para cima do embolo e sae em jorros por uma goteira E collocada proximo da parte superior do corpo de bomba. N'esta bomba a subida da agua é pois devida á pressão atmospherica.

A bomba dita dos padres, que se encontra nas lampadas Carreau, Carcel, etc., é apenas uma modificação da precedente em que o embolo está substituido por uma placa metalica, munida de uma valvula que se abre de baixo para cima, a cujos bordos está fixa uma membrana flexivel, fixa pela sua peripheria ao corpo de bomba.



(Fig. 190)

(Fig. 191)

(Fig. 192)

304. *Bomba premente.* — Este aparelho (fig. 191) é formado por um corpo de bomba BE , munido de uma valvula V que se abre de baixo para cima, mergulhando na agua de um

reservatorio. O embolo é massiço e joga no corpo de bomba, que tem junto ao fundo um canal ascensional e munido de uma valvula *v* que se abre no mesmo sentido que a do corpo de bomba. Fazendo descer o embolo, o ar contido no corpo de bomba é expulso pelo canal ascensional, e o liquido comprimido entra no canal subindo n'elle até certa altura. Levantando o embolo, a agua, que entrou no canal, fecha por seu peso a valvula *v*, e o liquido do reservatorio abre a valvula *V* e entrando no corpo de bomba estabelece o equilibrio hydrostatico. Continuando a fazer jogar o embolo, a agua irá subindo no canal ascensional, até chegar á altura de uma goteira, por onde sairá em jorros intermitentes. O fundo do corpo de bomba póde, em vez de ter uma valvula, ser crivado de orificios. Esta bomba alem de differir da aspirante pelo modo como funciona, poisque a subida da agua no seu interior não depende da pressão atmospherica, differe d'ella pela construcção, porque tem o embolo massiço e canal ascensional, e não tem canal de aspiração.

305. *Bomba elevatoria*. — Esta bomba consta de um corpo de bomba ligado superiormente a um canal ascensional munido de uma valvula que se abre de baixo para cima. O corpo de bomba tem inferiormente uma abertura circular por onde passam duas hastes curvas, que se ligam á parte inferior do embolo, o qual tem uma valvula que se abre de baixo para cima. O corpo de bomba bém como as hastes do embolo mergulham até certa altura no liquido contido n'um reservatorio. Levantando o embolo o liquido que lhe está superior fecha-lhe a valvula e é elevado até a parte superior do corpo de bomba; e abrindo a valvula do canal ascensional entra n'este. O liquido entrando no canal, quando o embolo desce, fecha a valvula respectiva, e o liquido do reservatorio levanta a valvula do embolo para restituir o equilibrio hydrostatico. Continuando a fazer jogar o embolo, o liquido vae successivamente subindo no canal ascensional, até que chega á altura de uma goteira, por onde são em jorros intermitentes.

Como se vê na descripção do aparelho, a subida da agua

n'esta bomba é feita pela simples acção sublevante do embolo.

306. *Bomba aspirante-premente.*—Este aparelho (fig. 192) é formado de uma bomba premente composta de um corpo de bomba *BE* com a competente valvula *V*, que se continua inferiormente com o tubo aspirante *A*, e de um tubo ascensional *e* munido de valvula *v*. Esta bomba funciona pois pelos effeitos combinados de aspiração e de pressão isto é, o liquido sobe até o corpo de bomba pela acção da pressão do ar, e d'ahi até qualquer altura pela acção premente do embolo.

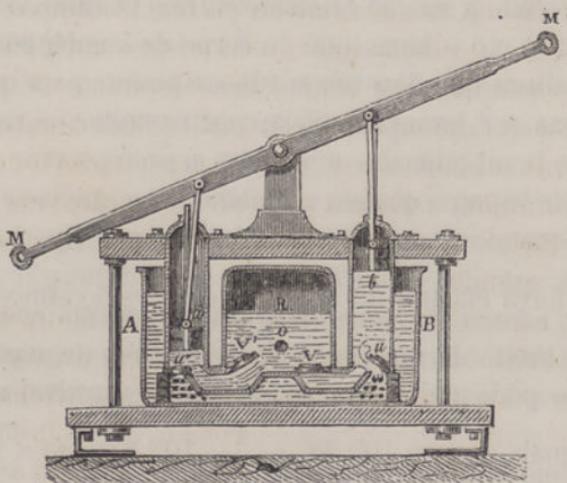
N'esta especie de bomba representada na figura 192, o esgoto da agua é intermittente e só se verifica quando o embolo desce. Póde todavia tornar-se continuo dividindo o tubo ascensional em dois ramos e interpondo entre elles um reservatorio de ar. Em virtude d'esta disposição na occasião da descida do embolo parte da agua que penetra no tubo ascensional sae pelo ramo superior d'este e a outra fica retida no reservatorio onde comprime o ar que elle contém, e é pelo augmento de força elastica do ar do reservatorio, que continua o esgoto da agua durante a subida do embolo.

307. *Bomba aspirante-elevatoria.*—Esta bomba é composta de um tubo aspirante com a competente valvula, communicando com um corpo de bomba, no interior do qual joga um embolo munido de uma valvula que se abre de baixo para cima, que se continua superiormente com um canal ascensional, na parte inferior do qual existe uma valvula abrindo-se como a do embolo.

O liquido sobe pois no tubo aspirante pela acção da pressão atmospherica e no corpo de bomba e canal ascensional pela acção sublevante do embolo.

308. *Bomba dos incendios.*—Esta machina (fig. 193) é formada por duas bombas aspirantes prementes, em cujos corpos de bomba, mergulhados n'uma caixa de madeira *AB* cheia de agua, se movem dois embolos *a* e *b* ligados por duas hastes, articuladas nos dois extremos, a um balanceiro, por meio do qual os embolos são postos em movimento alterna-

do de subida e descida. A agua é aspirada da caixa alternadamente por cada uma das bombas, para o que estas são munidas das valvulas u e u' , e depois é impellida, para um reser-



(Fig. 193)

vatorio R munido das valvulas V e V' contendo ar, d'onde, enfim, em virtude da pressão que este exerce sobre o liquido, passa por meio de um orificio O para a mangueira em que a agua sobe regularmente.

309. *Comparação das bombas simples; carga sobre o embolo.*—A subida da agua na bomba aspirante, dependendo da pressão atmospherica, é evidente que esta bomba não póde funcionar no vacuo como a premente e a elevatoria, poisque a subida do liquido n'estas ultimas não é devida á pressão atmospherica. Alem d'isto o liquido na bomba aspirante só póde subir até certa altura, ao passo que na premente e na elevatoria póde fazer-se subir a uma altura maior ou menor. Com effeito, na bomba aspirante a valvula do tubo de aspiração deve estar a menos de $10^m,33$ acima do nivel da agua (236 e 237) porque n'esta altura não poderia ser levantada. Theoricamente para que a valvula possa ser levantada basta que esteja a uma distancia acima do nivel do liquido no reser-vatorio um pouco inferior a $10^m,33$. Praticamente porém a altura em que a valvula deve estar collocada é muito menor, poisque o embolo no extremo inferior do seu curso não to-

ca o fundo do corpo de bomba, mas fica entre este e a base inferior do embolo um espaço contendo ar sob a pressão atmospherica, denominado *espaço nocivo*.

Conhecendo a relação existente entre o volume do ar do espaço nocivo e o volume total do corpo de bomba póde calcular-se a altura que deve ter o tubo aspirante para que a valvula possa ser levantada. Seja, por exemplo, o volume do corpo de bomba igual a n vezes o espaço nocivo; o ar que enche este espaço, quando o embolo sobe, dilata-se; de modo que quando o embolo chega ao extremo superior do seu curso a força elastica do ar será $\frac{1}{n}$ da pressão atmospherica:

é este o limite de rarefacção do ar do tubo de aspiração. A agua não póde pois elevar-se acima do seu nivel no reservatorio mais do que $10^m,33 - \frac{1}{n} \cdot 10^m,33$, isto é $\left(\frac{n-1}{n}\right)$

$10^m,33$. Fazendo $n=20$, a altura a que a agua póde subir será $9^m,843$. A valvula do tubo de aspiração deve pois estar ainda a uma distancia menor do que esta altura. De ordinario colloca-se na altura de 8 metros, porque o embolo tambem não deve subir no corpo de bomba a uma altura superior a $10^m,33$ acima do liquido. Uma outra condição necessaria para a bomba aspirante poder funcionar é que o reservatorio do liquido esteja em contacto com a atmospherica, porque do contrario a bomba deixaria de funcionar passado pouco tempo, em virtude da rarefacção do ar no reservatorio.

Na *bomba aspirante* para abaixar o embolo basta que este vença as resistencias passivas; para o levantar, porém, é necessario vencer a *carga que o prime*, a qual é igual ao peso de uma columna de agua tendo por base a superficie do embolo e cuja altura é a distancia que vae do nivel do liquido no reservatorio ao nivel a que a agua foi elevada.

De feito, designando por P a pressão atmospherica, por d a distancia do centro de gravidade do embolo ao nivel superior da agua, por d' a altura da columna liquida que enche o tubo de aspiração e a parte inferior do corpo de bomba e por s a superficie do embolo; as pressões que o embolo

experimenta de cima para baixo e de baixo para cima serão $P + ds$ e $P - d's$.

A carga sobre o embolo, isto é, o excesso de pressão superior sobre a inferior, que é necessario vencer por um esforço igual, é pois $(P + ds) - (P - d's)$ ou $(d + d')s$.

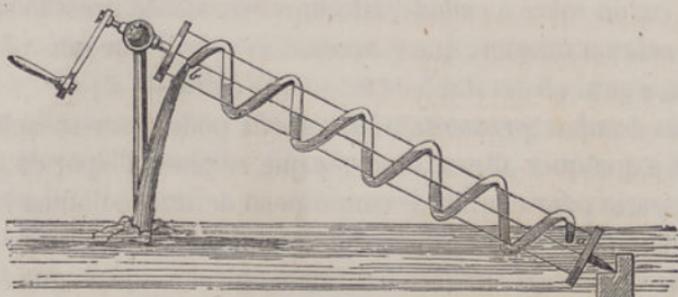
Nas bombas premente e elevatoria pôde fazer-se subir a agua a qualquer altura, uma vez que se possa dispor da força necessaria para equilibrar com o peso de uma columna liquida, tendo por base a superficie do embolo e por altura a distancia vertical da sua face inferior ao nivel a que a agua é elevada na bomba premente e ao peso de uma columna analoga, e da columna atmospherica que a carrega na bomba elevatoria; comtantoque as paredes do corpo de bomba e do canal ascensional possam resistir ás pressões que as columnas liquidas exercem.

A bomba premente e a elevatoria raramente se empregam sós porque quando sobrevem algum desarranjo no jogo das valvulas ou no do embolo, é necessario tiral-as do liquido para as reparar. Este inconveniente evita-se, poupando-se ao mesmo tempo a força necessaria para fazer jogar o embolo pelo emprego das bombas compostas.

310. *Parafuso de Archimedes.* — Este apparelho, cuja invenção se attribue a Archimedes, pôde servir a elevar a agua a pequena alturas. Na sua maxima simplicidade é constituido por um tubo de vidro ou de metal enrolado helicoidalmente, como o filete de um parafuso, em torno da superficie de um cylindro. O apparelho collocado n'uma posição inclinada pôde receber o movimento de rotação em torno do eixo do cylindro por meio de uma manivella ou de uma engrenagem, convenientemente adaptadas na sua parte superior.

Quando se imprime ao apparelho movimento de rotação em sentido contrario ao das helices, o extremo inferior *a* (fig. 194) do tubo descreve uma circumferencia do circulo, cujo plano perpendicular ao eixo do movimento é inclinado em relação ao horisonte, e se uma parte d'essa circumferencia se acha mergulhada na agua segue-se que a abertura *a* penetra e sae d'este liquido alternada e successivamente. De cada vez

que a extremidade inferior do tubo sáe da agua, uma pequena porção d'este liquido fica isolada no interior do tubo, a qual,



(Fig. 194)

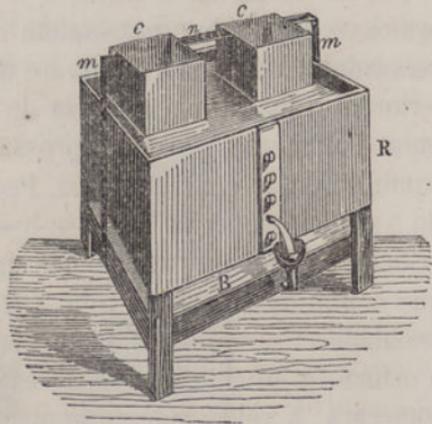
occupando sempre durante a rotação do aparelho a parte inferior da espira em que se acha, vae subindo sucessivamente ao longo do cylindro até sair pela abertura superior *b*, ao mesmo tempo que novas porções de liquido se lhes succedem. Estas diversas porções liquidas que são elevadas simultaneamente acham-se separadas umas das outras pelo ar que se introduz no tubo, quando a abertura *a* não está mergulhada. Este ar; não sendo o sufficiente para encher o espaço que medeia entre duas porções liquidas successivas, dilata-se e por este motivo a pressão atmospherica que se exerce livremente na extremidade superior *b* faz cair uma parcella de cada uma d'aquellas massas liquidas na espira inferior. Para remediar este inconveniente podem praticar-se em certos pontos do tubo, pequenissimos orificios que deixem penetrar o ar exterior no aparelho, impedindo a saída do liquido.

Para que o aparelho satisfaça ao fim a que é destinado, torna-se indispensavel que a extremidade *a* não esteja continuamente mergulhada, porque, se estivesse, a agua que penetrasse no tubo não seria nunca separada do liquido restante e não poderia pois ser elevada.

311. *Apparelhos em que se obtem o esgoto dos liquidos com velocidade constante.*— Os aparelhos ordinariamente empregados para obter o esgoto de um liquido com velocidade constante, são o fluctuador de Prony e o vaso de Mariotte.

1.º *Fluctuador de Prony.*— Este aparelho (fig. 195) compõe-se de um reservatorio *R* cheio de agua, na qual fluctuam

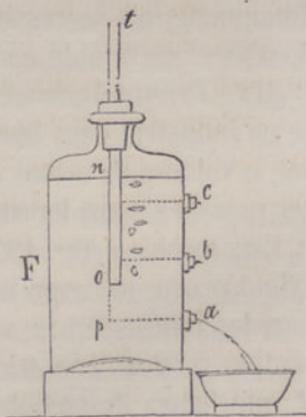
duas caixas *C, C* ligadas entre si por uma peça *n* e que suspendem inferiormente uma outra caixa ou bacia *B* por meio das peças *m, m*, de modo que aquellas caixas deslocam um volume de agua cujo peso é igual á somma dos seus proprios pesos e dos pesos da bacia *B* e das peças *m* e *n*. Uma chapa de cobre munida de orificios tapados por placas aparafusadas, está collocada verticalmente entre as duas caixas, na face anterior do reservatorio. O liquido esgota-se do reservatorio por meio de um d'aquelles orificios, e caíndo n'um funil conveniente disposto, vae todo para a bacia inferior *B*. D'esta disposição resulta que a agua que se esgota, caíndo na bacia inferior, augmenta o peso do systema fluctuante, obrigando a mergulhar mais as caixas, de modo que desloquem uma nova porção de liquido cujo volume é igual ao volume esgotado. O nivel no interior do reservatorio conservar-se-ha invariavel e portanto a velocidade do esgoto será constante.



(Fig. 495)

O liquido esgota-se do reservatorio por meio de um d'aquelles orificios, e caíndo n'um funil conveniente disposto, vae todo para a bacia inferior *B*. D'esta disposição resulta que a agua que se esgota, caíndo na bacia inferior, augmenta o peso do systema fluctuante, obrigando a mergulhar mais as caixas, de modo que desloquem uma nova porção de liquido cujo volume é igual ao volume esgotado. O nivel no interior do reservatorio conservar-se-ha invariavel e portanto a velocidade do esgoto será constante.

2.º *Frasco de Mariotte*.—O frasco de Mariotte, destinado pelo seu auctor para demonstrar que o ar prime igualmente em todos os sentidos, póde servir para mostrar diferentes effeitos da pressão atmospherica, e ao mesmo tempo para obter o esgoto de um liquido com velocidade constante. Considere-se um frasco ordinario *F* (fig. 496),



(Fig. 496)

no qual se ajusta por meio de uma rolha um tubo *t* aberto em ambos os extremos. O frasco é munido de diferentes ori-

ficios lateraes, de pequeno diametro, que no principio se conservam fechados.

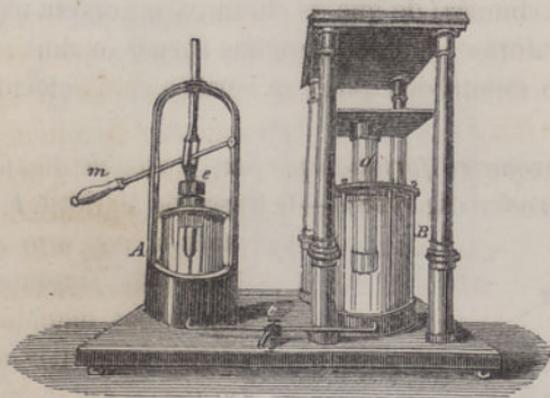
Depois de encher o frasco e o tubo com agua, abrindo o orificio *b*, o liquido esgota-se em virtude da pressão exercida pela columna liquida, contida no tubo *t*, até que o nivel no interior do tubo atinja a altura do orificio *b*; o esgoto cessa immediatamente, porque a pressão atmospherica interna se equilibra então com a externa. Fechando o orificio *b* e abrindo o orificio superior *c* ver-se-ha entrar o ar em bolhas pelo orificio, e dirigir-se para a parte superior do liquido, ao passo que o liquido subirá no tubo *t* até o nivel do orificio, para restabelecer o equilibrio das pressões. Se finalmente se abrir o orificio *a* situado abaixo do extremo *o* do tubo, o esgoto começará. A velocidade diminuirá successivamente á medida que o nivel descer no interior do tubo; mas logo que o nivel chegar a *o*, o esgoto verificar-se-ha com velocidade constante, porque o ar que penetra pela abertura *a*, irá occupar a parte superior do frasco adquirindo uma força elastica igual á pressão atmospherica subtrahida da columna liquida *no*, e a agua deslocada fará subir constantemente o nivel ao ponto *o*, apesar da despeza. A velocidade do esgoto é, pois, constante por ser sempre devida a uma pressão representada pela columna *op*, que se conserva constante. A velocidade do esgoto diminue depois successivamente até que se torna nulla quando o nivel do liquido no vaso chega á altura *ap*.

312. *Prensa hydraulica*. — A prensa hydraulica emprega-se na industria para fazer diminuir, de um modo consideravel, o volume de certos corpos, ou mais em geral, para exercer pressões consideraveis.

Esta machina (fig. 197) é essencialmente composta de um cylindro ôco ou corpo de bomba *B* de grande diametro e de paredes mui espessas, no interior do qual pôde mover-se no sentido vertical, com fricção apreciavel, um cylindro massiço *d*, que figura de embolo, ao qual está superior fixo um plano resistente, que em seu movimento ascensional se conserva sempre encostado a quatro columnas metallicas, implantadas na base do apparelho, as quaes sustentam solidamente na

parte superior um outro plano resistente. É entre estes dois planos que se collocam os objectos que se pretendem comprimir.

A ascensão do embolo *d* obtem-se por meio de uma *bomba de injeção* *A*, que aspira a agua de um reservatorio e a



(Fig. 197)

repelle para o interior do cylindro *B* por meio do tubo *t*, pela acção do embolo *e*, que é posto em movimento por uma manivella *m*. Uma valvula muito forte, situada na origem do tubo *t*, abre-se para o seu interior e impede o retrocesso da agua para o interior da bomba de injeção. Para evitar a saída ou fuga do liquido pela parte superior do cylindro *B*, existe no espaço annular do fundo superior d'este cylindro, um anel de coiro, que se ajusta cada vez mais ao cylindro *d*, na occasião em que este sobe pela pressão que a agua exerce de baixo para cima.

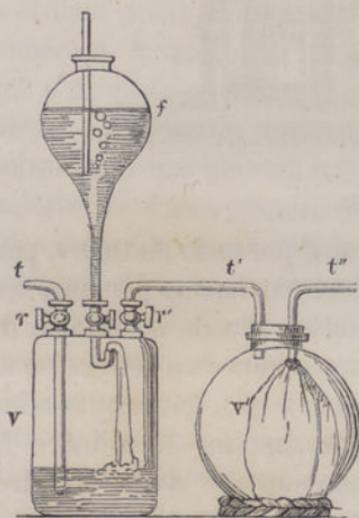
A pressão que a agua experimenta na bomba *A*, quando desce o respectivo embolo, transmite-se toda ao cylindro *d*, que sobe lentamente. Se a base do embolo *e* for, por exemplo, cinquenta vezes menor que a do cylindro *d*, bastará fazer mover o embolo com uma força equivalente a 1 kilogramma, para exercer uma pressão igual a 100 kilogrammas sobre a base do cylindro *d*. Assim, pelo emprego de uma pequena força, póde sujeitar-se um corpo collocado entre os dois planos resistentes á acção de uma força consideravel. Como se

vê este aparelho é uma aplicação do principio da igualdade de pressão (193).

313. *Gazometros*. — Os aparelhos destinados a recolher os gazes e a fazer o esgoto d'estes, segundo a necessidade das experiencias ou da industria, denominam-se gazometros.

Como exemplo citaremos o gazometro de mr. Mitsclerlick (veja-se a chimica) de que os chimicos se servem usualmente nos laboratorios; e descreveremos apenas os dois seguintes, em que o esgoto dos gazes se verifica com velocidade constante.

1.º *Gazometro formado por um frasco de Mariotte e um vaso aspirador* (fig. 198). — O frasco de Mariotte *F* está adaptado a um vaso aspirador *V*, e este communica com dois tubos munidos de torneiras, uma *t* por onde entra no vaso o gaz, e outra *t'* por onde este deve esgotar-se.



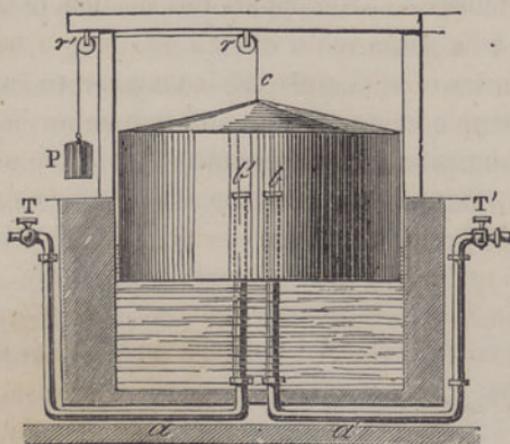
(Fig. 198)

Suppondo o vaso cheio de gaz, não soluvel na agua, e abrindo as torneiras do frasco de Mariotte *f* e do tubo de esgoto, o gaz irá sendo expulso com velocidade constante; por isso que o liquido que entra no vaso em tempos iguaes occupa volumes iguaes.

A velocidade da saída do gaz pôde regular-se á vontade, fazendo que o esgoto do liquido do frasco de Mariotte seja mais ou menos rapido. Se o gaz for soluvel, para obter o esgoto com velocidade constante deve o gaz existir n'uma bexiga contida n'um segundo vaso *v'*, posto em comunicação com o vaso *v*, que deve estar cheio de ar. Este fluido sendo então expulso, pela agua do frasco de Mariotte, irá exercer pressão constante sobre a bexiga e produzir o esgoto do gaz como no primeiro caso.

2.º *Gazometro do gaz de iluminação*. — Este gazometro

é constituído por uma grande campanula *c* de folhas de ferro (fig. 199), que mergulha n'uma cisterna cheia de agua, e está



(Fig. 199)

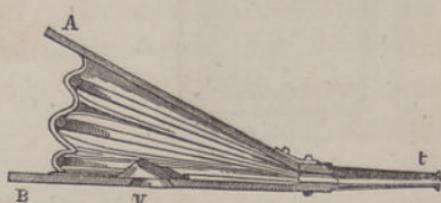
suspensa a uma cadeia de ferro *cP*, que passa pela gola de duas roldanas *r* e *r'*, e sustenta no extremo opposto um peso *P*. Dois tubos *Tab'* e *T'a'b'*, munidos de torneiras, atravessam a agua da cisterna. O primeiro d'estes *Tab'* é destinado a conduzir o gaz desenvolvido nas retortas para o gazometro; e o segundo *ba'T'* tem por fim dar saída ao gaz do gazometro, para ser levado a differentes pontos. Para encher o gazometro, faz-se mergulhar a campanula até o fundo da cisterna, abrindo as torneiras *TT'* para expulsar o ar. Em seguida, fechando a torneira *T'*, e pondo o tubo *ab'* em communição com as retortas, o gaz que n'estas se desenvolve vem recolher-se na campanula, que sobe lentamente até estar cheia. Para produzir agora o esgoto do gaz com velocidade constante, basta fechar a torneira *T* e abrir a *T'*, porque a campanula, exercendo pressão sobre o gaz, fal-o adquirir uma força elastica superior á pressão atmospherica. O excesso da força elastica sobre a pressão atmospherica é medido pela altura da agua da cisterna externamente em relação á altura que tem no interior da campanula: a differença d'estas alturas é de 5 a 6 centimetros, e deve conservar-se a mesma, a fim de obter o esgoto do gaz com velocidade constante. Esta condição é satisfeita de um modo engenhoso: a campanula mer-

gulhando cada vez mais na agua da cisterna, perde uma parte successivamente maior do seu peso, porém a cadeia de ferro descendo do lado da campanula junta o seu peso ao d'esta compensando a perda.

314. *Machinas de insufflação.*—Os instrumentos destinados a produzir correntes de ar, intermitentes ou continuas, denominam-se *machinas de insufflação*.

As mais commummente empregadas são: o folle ordinario e o folle de corrente continua.

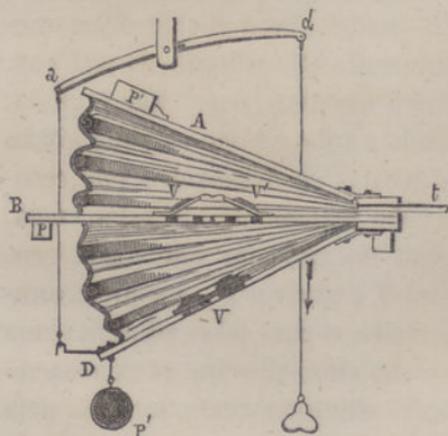
1.º *Folle ordinario.*—Esta machina (fig. 200) é composta



(Fig. 200)

de duas laminas de madeira B e A, ás quaes está fixa uma especie de bolsa de couro, munida de molas internamente. As laminas B e A estão unidas a um tubo t, que se denomina *tubeira*; e a lamina inferior tem uma valvula V, que se abre de fóra para dentro.

Quando se approximam, uma da outra, as laminas A e B, a capacidade do folle diminue, a valvula V fecha-se, e o ar



(Fig. 201)

2.º *Folle de corrente continua.*—Este aparelho (fig. 201) é formado de tres laminas de madeira: uma media e interna B fixa, e duas externas A e D moveis. A cada uma d'estas e á media está fixa uma bolsa de couro com molas internamen-

de duas laminas de madeira B e A, ás quaes está fixa uma especie de bolsa de couro, munida de molas internamente. As laminas B e A estão unidas a um tubo t, que

assim comprimido, aumenta em força elastica e sae pela tubeira. Afastando as laminas, o ar externo abre a valvula e enche a capacidade do folle, para ser expulso, quando as laminas se tornam a approximar. A veia de ar produzida por este aparelho é intermitente.

te. O aparelho consta, pois, de dois compartimentos, dos quaes o superior communica com a tubeira, e o inferior com o ar externo, por meio de uma valvula. A lamina media tem duas valvulas v e v' destinadas a dar entrada ao ar do compartimento inferior para o superior.

Quando se levanta a lamina inferior D , o ar do compartimento respectivo, pela pressão que experimenta, fecha a valvula V da lamina inferior, e entrando no compartimento superior, levanta a lamina A , e escapa-se em parte pela tubeira. Deixando em seguida descer a lamina superior, pela acção de um peso P' , as valvulas v e v' fecham-se, e o ar externo entra no compartimento inferior, pela valvula respectiva V ; mas durante o tempo, em que isto se passa, continua o esgoto do ar pela tubeira, em virtude do peso P' .

Pela successão das mesmas operações, obtem-se uma corrente continua de ar, sendo comtudo mais fraca quando as laminas moveis descem, do que quando sobem.

LIVRO III

Acustica

CAPITULO I

Produção e propagação do som

SECÇÃO 1.^a

Produção e transmissão do som

315. *Definições.*—A parte da physica que trata da produção, propagação e comparação dos sons denomina-se *Acustica*.

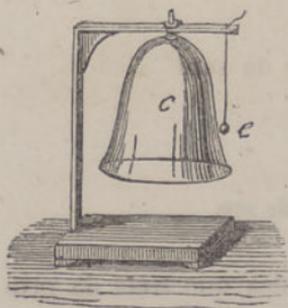
Os sons, como se sabe, são as sensações mui varias de que o homem e muitos animaes têm conhecimento por intermedio do orgão auditivo. Geralmente distinguem-se os sons dos *ruidos*. Os sons propriamente ditos ou *sons musicaes*, como, por exemplo, os dos diversos instrumentos de musica, têm certa duração de que resulta poderem ser perfeitamente apreciados e comparados; ao passo que os ruidos, como os que provém dos choques e explosões, são por tal modo instantaneos que não podem ser apreciados e comparados facilmente, ou como o ribombar do trovão, o ciciar da folhagem e o bramido das vagas, resultam da aglomeração confusa de sons discordantes, cuja analyse é extremamente complicada.

316. *Causa do som*—*Os sons provém do movimento rapido de vae-vem, oscillatorio ou vibratorio, das moleculas dos corpos elasticos, tornados sonoros por percussão, fricção, flexão, etc.* A palavra *oscillação* tem aqui a significação que lhe

démos tratando do pendulo; a expressão *vibração completa* ou simplesmente *vibração*, designa, porém, a ida e volta das moléculas a um e a outro lado de suas posições de equilibrio. Uma vibração completa consta pois de duas oscillações, semi-vibrações ou vibrações simples.

O principio enunciado sobre a causa dos sons pôde provar-se experimentalmente de muitos modos, de entre os quaes apenas descreveremos os seguintes.

1.º Percutindo, com um pequeno martello, um sino de vidro (fig. 202) o som que este produz ouve-se durante certo lapso de tempo. Approximando então ao sino uma esphera de



(Fig. 202)

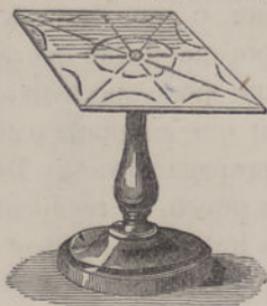
metal ou de marfim, suspensa no extremo de um fio, vel-a-hemos ressaltar com rapidez enquanto o som não se extinguir. Os ressaltos da esphera e, por conseguinte, o som provém evidentemente do movimento oscillatorio que as moléculas do corpo sonoro exercitam, a um e a outro lado de suas posições de equilibrio, com amplitudes rapidas e successivamen-

te decrescentes, o qual cessa, bem como o som, retomando as moléculas as posições de que tinham sido desviadas. O movimento oscillatorio molecular pôde tambem observar-se approximando a ponta de um dedo ao corpo sonoro, poisque se sentirá a tremura das moléculas: n'este modo de observar não deve exercer-se pressão com o dedo, porque o tecido organico, por ser fraquissimamente elastico, aniquila o movimento vibratorio e o som cessa no mesmo instante.

2.º Quando o som é produzido por uma corda metallica, por exemplo, fixa pelos dois extremos, reconhece-se que está em vibração molecular pelos engrossamentos ou *ventres* que ella apresenta, e tambem tocando-a com a ponta de um dedo, porque se sentirá a tremura molecular como no caso precedente. Se a corda for curta e estiver fortemente tensa collocam-se-lhe, em diferentes pontos, cavaletes ou aneis de papel e depois tange-se com um arco de rabeça. N'estas cir-

cumstancias nota-se que, emquanto dura o som, os cavaletes ou anneis saltam com rapidez, conservando-se comtudo alguns d'estes em quietação em differentes pontos da corda, que por isto se dizem *nós* ou *nodos de vibração*.

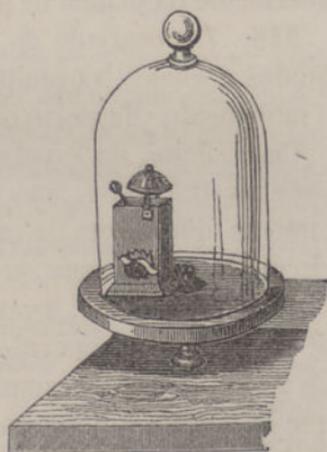
3.º Quando o corpo sonoro é limitado por uma superficie plana, como, por exemplo, uma membrana tensa, ou uma lamina de madeira fixa horisontalmente sobre um pé (fig. 203), para observar as vibrações lança-se sobre a superficie uma porção de areia fina; porque emquanto se ouvir o som os grãos de areia resaltarão, vivamente, como a bala metallica ou de marfim, e notar-se-ha mais que os grãos de areia se irão accumulando em differentes pontos, formando diversas linhas, que se denominam *linhas nodaes*.



(Fig. 203)

317. *O som não se propaga no vacuo*—Para que os corpos sonoros possam produzir a sensação do som, é indispensavel que entre elles e o orgão auditivo exista um meio elastico, o que equivale a dizer que o *som não se propaga no vacuo*. Na maioria dos casos o meio transmissor é o ar atmospherico, e é por isso que este fluido se diz ser o *vehiculo ordinario do som*.

A proposição que fica enunciada prova-se collocando na platina da machina pneumatica uma pequena almofada de algodão, (substancia fraquissimamente elastica¹) e sobre esta um machinismo de relógio (fig. 204),



(Fig. 204)

¹ Os corpos fraquissimamente elasticos, como o algodão, os estofos, as substancias muito divididas, a serradura de madeira, a farinha, etc. não transmittem os sons, e por isso se dizem *maus conductores do som*.

munido de um martello destinado a bater regularmente sobre uma campainha. Dando corda ao machinismo para pôr o martello em movimento; ajustando a campanula á platina da machina; e começando em seguida a extrahir o ar do recipiente, notar-se-ha que o som da campainha, que vem impressionar o orgão auditivo, vaé enfraquecendo successivamente, até que, quando a rarefacção tiver sido levada ao maior extremo, o som deixa de ser ouvido a pequena distancia. Ora, poisque o som que vem ferir o orgão auditivo enfraquece de um modo successivo á medida que decresce a densidade do ar que circumda o corpo sonoro, segue-se que o som não se propaga no vacuo. Deixando agora entrar o ar externo, pouco a pouco, no recipiente, uma vez que o machinismo continue a trabalhar, torna-se a ouvir o som da campainha, ao principio mui fraco e depois tão forte como no começo da experiencia.

A almofada de algodão sobre que se colloca o machinismo de relógio, tem por fim evitar que as vibrações da campainha e, por conseguinte, o som se transmitta para o exterior por intermedio da platina da machina.

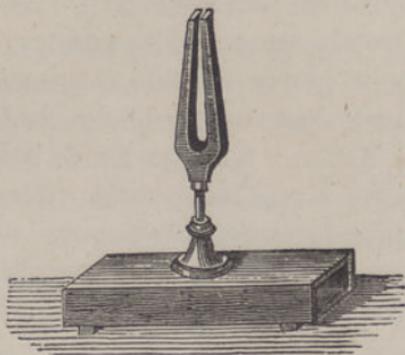
318. *Transmissão do som.* — Todos os corpos elasticos fluidos e solidos transmittem através de sua massa o som ou o movimento vibratorio dos corpos sonoros.

Com effeito, da experiencia do numero precedente, feita para mostrar que o som não se propaga no vacuo, deduz-se tambem que o som da campainha se transmite ao ar que a circumda, e do ar mais ou menos rarefeito á campanula e d'esta ao ar externo. Se, depois de ter extrahido o ar do recipiente da machina pneumática, se fizer entrar ali qualquer gaz ou vapor, o som da campainha torna a ouvir-se, o que prova que os gazes e vapores transmittem o som como o ar.

A prova de que os corpos sonoros transmittem o som ao ar, e de que este o transmite aos corpos vizinhos pôde tambem dar-se approximando, a um ou dois centimetros, da abertura do sino percutido (fig. 202) um caixilho ou aro com uma membrana bem tensa, sobre a qual estejam alguns grãos de areia, porque estes resaltarão vivamente. Este resultado prova pois

que o sino percutido ou corpo sonoro, communicou o movimento vibratorio ao ar que o enchia, que o ar assim abalado transmittiu o movimento recebido á membrana, e este o communicou aos grãos de areia.

Tomando um *diapasão* (instrumento que é formado por uma verga de aço (fig. 205) recurvada em fórma de pinça, e terminado por um pequeno pé), e percutindo-o ou afastando-lhe os ramos da posição de equilibrio, para o que basta fazer passar por entre elles, com esforço, um corpo solido, ouve-se um som fraco e apenas perceptivel quando o instrumento se segura na mão. Fixando porém o *diapasão* pelo pé, sobre uma pequena caixa de madeira aberta em um dos extremos, o som do instrumento torna-se forte: effeito que é devido á transmissão do movimento vibratorio do corpo sonoro á



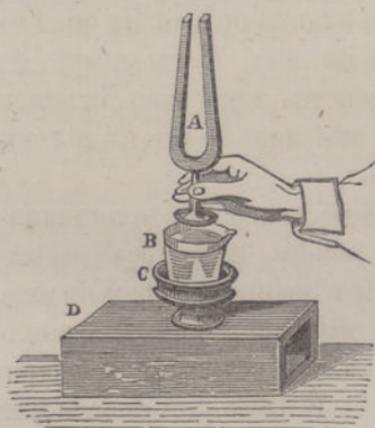
(Fig. 205)

pequena caixa (*caixa reforçante*) e ao ar que a enche, pois-que se verão resaltar alguns grãos de areia que para este fim tenham sido espalhados sobre as laminas de madeira que formam a face superior e o fundo da caixa. A transmissão do estado vibratorio dos corpos sonoros aos corpos vizinhos, torna os sons mais fortes, como acabámos de ver, ou por outro modo *reforça os sons*.

O movimento vibratorio ou o som, transmite-se com grande efficacia através dos corpos solidos. Basta roçar ligeiramente com a ponta de um alfinete n'um dos extremos de uma régua de madeira, para que um observador approximando o ouvido ao outro extremo sinta o som produzido, qualquer que seja o comprimento da régua. É d'esta propriedade que deriva a pratica de em campanha, principalmente de noite, approximar o ouvido ao terreno, á fim de reconhecer se o inimigo opera algum movimento, e qual o sentido em que o verifica, isto é, se avança ou retira. Com respeito á efficacia da

transmissão dos sons através dos solidos, citaremos finalmente a interessante applicação de fazer ouvir os surdos-mudos, em que a surdez é apenas devida a defeito das partes exteriores do orgão auditivo. O abbade Cote, pronunciando diferentes palavras no extremo de um tubo seguro no outro extremo entre os dentes de um surdo-mudo, conseguiu que este ouvisse, e até chegasse a repetir as palavras pronunciadas. Os surdos-mudos apertando entre os dentes uma caixa de musica ouvem os sons harmonicos que esta produz; e, ajuizando pela sua alegria e contentamento, pôde concluir-se que são sensiveis aos encantos da musica. Mr. Strauss Durckheim parece ter sido o primeiro que fez ouvir os surdos-mudos por intermedio dos dentes.

A agua e todos os demais liquidos tambem transmittem os sons, e com muito maior efficacia do que os gazes. Os mergulhadores debaixo de agua ouvem os sons produzidos nas praias vizinhas; e os observadores nas praias ouvem os sons que os mergulhadores produzem debaixo de agua chocando dois calhaus, um no outro; reconhecendo-se por experiencias feitas com todo o rigor que o som se torna mais forte passando ar para a agua, e que enfraquece no caso contrário. A transmissão do som nos liquidos é devida, como em quaesquer



(Fig. 206)

outros corpos, á elasticidade da materia. Pôde isto tornar-se evidente introduzindo o pé de um diapasão em vibração, n'um liquido contido n'uma capsula (fig. 206), collocada sobre uma caixa reforçante; poisque em taes circumstancias o som do diapasão é reforçado, o que prova ter sido o movimento vibratorio transmittido á caixa através do liquido

319. *Da audição*—Esfamos em circumstancias de dar uma ligeira idéa do modo como as vibrações dos corpos sonoros transmittidas ao orgão auditivo produzem a sensação

do som. Os corpos sonoros transmitem ordinariamente o movimento vibratorio em que existem ao ar que os circumda, e a porção d'este fluido, assim abalado, que penetra no ouvido communica o movimento vibratorio a uma membrana que occupa o fundo do canal auricular externo, denominada membrana do tympano. As vibrações são em seguida transmittidas por esta membrana a uma especie de cadeia, formada por quatro pequenos ossos, e ao ar existentes no ouvido medio ou caixa do tympano; e d'aqui pela successão de corpos transmissores, solidos e fluidos, vão impressionar o nervo acustico que transmite a impressão recebida ao cerebro, sendo n'este órgão convertida em sensação.

320. *Qualidades do som.*—Em qualquer som distinguem-se tres qualidades: *intensidade, altura e timbre.*

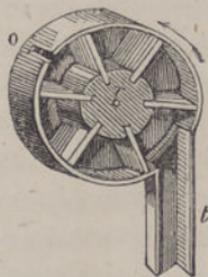
1.^a *Intensidade*—A intensidade do som é a energia maior ou menor, com que elle fere o órgão auditivo. Assim, um som diz-se tanto mais intenso quanto maior é a distancia a que pôde ser ouvido. Esta qualidade depende principalmente da amplitude das vibrações do corpo sonoro.

2.^a *Altura*—A altura é a qualidade resultante do numero de vibrações executadas pelo corpo sonoro n'um tempo dado. Segundo esta qualidade os sons dizem-se *graves* ou *agudos*, conforme provém de um pequeno ou de um grande numero de vibrações feitas no mesmo tempo.

3.^a *Timbre*—O timbre é a qualidade que faz com que o ouvido distinga, um do outro, dois sons da mesma altura e intensidade, o som de uma flauta, por exemplo, do de uma viola ou de uma corneta. Esta qualidade depende de muitas circumstancias, parecendo ser uma das principaes o modo segundo o qual os corpos sonoros produzem as vibrações.

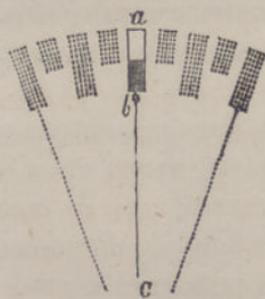
321. *Modos diversos de fazer vibrar o ar.*—Como a sensação do som é, em geral, devida ás vibrações do ar, segue-se que se poderão produzir sons por todos os meios adequados a determinar, nas moleculas do ar, movimentos rapidos de vae-vem, sem que para isto seja necessaria a presença de outro corpo vibrante. Dentre estes meios citaremos os seguintes:

1.º *Pela saída intermittente do ar.*—A saída ou passagem intermittente do ar, por um orifício ou fenda, dá origem a um som mais ou menos agudo e intenso.



(Fig. 207)

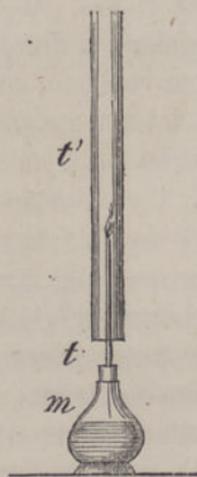
Este phenomeno pôde produzir-se de varios modos, sendo um d'elles pelo emprego do pequeno aparelho (fig. 207), formado por uma caixa cylindrica onde existe uma roda *r*, em cujo contorno estão implantadas diferentes palhetas, que rasam a parede interna da caixa. Projectando n'esta pelo tubo *t* uma corrente de ar, este fluido incidindo sobre as palhetas, põe a roda em movimento de rotação. O ar comprimido, que é arrastado pelas palhetas, saíndo por intermittencias pelo orifício *o* dilata-se; de modo que pelas compressões e dilatações alternadas, as moleculas do ar adquirem movimento mais ou menos rapido de vae-vem, do qual se origina o som. É por uma causa semelhante que os ventiladores, ditos de força centrifuga, produzem sons quando giram com rapidez. O som do apito, e o da se-reia, instrumento que adiante descreveremos, são tambem devidos á saída periodica do ar.



(Fig. 208)

2.º *Por percussões rápidas sobre o ar.*—Pondo em movimento, á maneira d'uma funda, uma lamina de metal ou de madeira *ab* (fig. 208), que possa ao mesmo tempo girar sobre si mesma em torno d'um eixo situado no prolongamento do fio *cb* a que ella se acha fixa, ouve-se um som mais ou menos intenso: este aparelho recebe por isto o nome de *funda musical*. A resistencia que o ar offerece determina o movimento de rotação da lamina, movimento que pôde reconhecer-se pelas apparencias d'esta, tendo-lhe pintado de preto a metade inferior ou superior de uma de suas faces. A lamina, pois, percutindo o ar, ora com a face ora com os contornos, põe as moleculas d'este fluido em movimento de vae-vem, originando d'este modo o som.

3.º *Por detonação da combustão de um gaz no ar.*—Fazendo desenvolver o hydrogenio n'um matraz *m* (fig. 209), para o que basta fazer reagir o acido sulphurico sobre grenalha de zinco, incendiando o jacto de gaz que sáe pela ponta aguçada do tubo *t*, e cercado a chamma com um tubo de vidro *t'*, ouve-se um som, cuja altura varia segundo a distancia da chamma ao extremo superior d'este tubo. Este apparatus tem o nome de *harmonica chimica*, porque effectivamente os sons são devidos ao phenomeno chimico, que se verifica entre o hydrogenio e o oxygenio do ar. Segundo De la Rive, o vapor de agua, formado pela combustão do hydrogenio no oxygenio do ar, condensando-se sobre as paredes do tubo *t'* deter-



(Fig. 209)

minava a entrada do ar n'este tubo pelos dois extremos, e o ar que entrava era em seguida expulso por nova porção de vapor, e assim successivamente, produzindo por este modo o movimento vibratorio do ar, e por conseguinte o som.

Mr. Faraday, em 1818, mostrando que o som se originava quando a temperatura do tubo *t'* era superior a 100º, derribou a theoria de De la Rive, poisque o vapor de agua, não póde condensar-se n'esta temperatura; e explicou o phenomeno, attribuindo-o ás explosões successivas operadas na mistura do hydrogenio com o oxygenio da corrente de ar, que então se estabelece debaixo para cima, das quaes resultam outras tantas detonações ou abalos do ar, e por conseguinte o som. Para corroborar esta explicação, mr. Faraday produziu sons com o oxydo de carbonio, que arde sem formar vapor, e com outros gazes inflammaveis, e mesmo com os vapores de ether e de alcool.

322. *Harmonica thermica ou de Trevelyan.*—Schwartz em 1805, tendo collocado sobre uma bigorna uma barra quente de prata, notou que do contacto dos dois corpos desigualmente quentes provinha som. Este phenomeno, novamente observado por Trevelyan, em 1829, póde produzir-se collo-

cando sobre uma massa de chumbo ou de ferro, uma barra fortemente aquecida de latão ou de ferro em fôrma de goteira. O som que então se origina é tanto mais intenso quanto maior é a differença de temperatura dos dois corpos postos em contacto, quaesquer que elles sejam, uma vez que a goteira assente sobre uma aresta do outro corpo, como demonstrou mr. Tyndall.

A explicação do modo como se origina o som n'esta experiencia denominada da *harmonica thermica* e tambem *experencia de Trevelyan*, dada por Faraday, é a seguinte: Os pontos de contacto do corpo frio com o quente dilatam-se instantaneamente pelo calor que lhes é communicado e levantam ou afastam subitamente este ultimo corpo: os pontos materiaes, assim aquecidos, resfriam em seguida, pela diffusão do calor recebido para os pontos vizinhos. O corpo quente caindo sobre o corpo frio produz um choque, é em seguida afastado, e torna a cair produzindo outro choque, e assim successiva e alternadamente emquanto a temperatura do corpo quente for sufficientemente elevada.

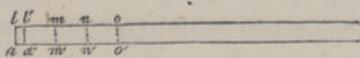
Para que dos choques resulte som é indispensavel que elles sejam mui rapidos, isto é, que o corpo frio aqueça e esfrie com extrema rapidez. A fôrma da barra em goteira favorece a rapidez dos movimentos, e por conseguinte a producção do phenomeno.

SECÇÃO 2.^a

Modo de propagação do som.

323. *Propagação de uma vibração infinitamente pequena n'um cylindro de ar.* — As modificações que os differentes corpos experimentam na transmissão do som são identicas em todos, poisque unicamente dependem da compressibilidade e elasticidade, que são propriedades geraes. Apenas as estudaremos em referencia ao ar atmospherico, por ser este fluido o vehiculo ordinario dos sons.

Considere-se um cylindro indefinido de ar (fig. 210), contido n'um tubo, e na origem d'este situada uma lamina elastica la , que, fechando a abertura completamente, possa ter movimento de vae-vem mui rapido ou vibrar produzindo um som.



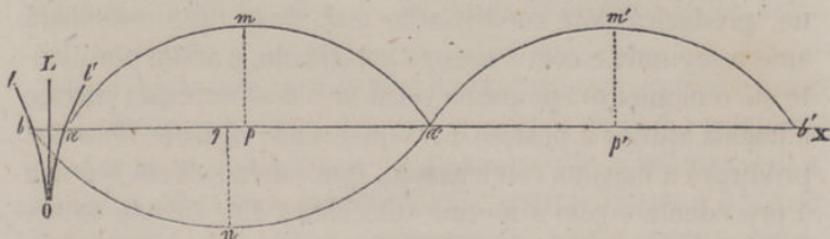
(Fig. 210)

Supponha-se primeiro que a lamina sendo deslocada da quantidade infinitamente pequena ll' , n'um tempo tambem infinitamente pequeno τ , estaciona momentaneamente na posição $l'a'$, e examinem-se as modificações que o ar experimenta. O cylindro de ar, se este fluido não fosse compressivel, seria impellido de um jacto, ao longo do tubo, de uma quantidade igual ao deslocamento da lamina; mas como o ar é compressivel, a lamina comprime-o até certa distancia lm , por exemplo, reduzindo o volume d'este primeiro estrato a $l'm'$, que fica submettido a um excesso x de pressão. O primeiro estrato $l'm'$ pelo acrescimo x de força elastica retoma o primitivo volume, e reage mechanicamente sobre a lamina que resiste ao esforço exercido, e sobre o estrato aereo seguinte mn' , que sendo comprimido, fica como o primeiro com o excesso x de pressão. O segundo estrato mn' , cuja força elastica augmenta de x , reage tambem mechanicamente para ambos os lados; restituindo ao repouso as moleculas do primeiro estrato, que, pela velocidade adquirida, tendiam a ir alem de suas posições de equilibrio, e comprimindo o terceiro estrato no' , que fica com o excesso x de pressão, e assim successivamente de estrato em estrato em toda a extensão do cylindro aereo. Deve porém observar-se que as moleculas aereas não são transportadas como se poderia julgar; e sim que, no tempo em que passa a compressão x , experimentam apenas uma approximação infinitamente pequena, a qual cessa instantaneamente, sendo, por conseguinte, a transmissão da vibração através do ar, um phenomeno analogo ao que se verifica n'uma serie de esferas elasticas (89), em que a compressão produzida, passa de umas ás outras sem haver movimento de translação.

Examinem-se agora as modificações que o cylindro de ar experimenta no tempo τ infinitamente pequeno, que a lamina gasta em voltar de $V a'$ á posição primitiva. O primeiro estrato aereo acompanhando o movimento retrogrado da lamina dilata-se para encher o espaço que lhe é offerecido, e a pressão (p) que antes lhe limitava o volume, diminuindo de x , torna-se $p-x$. O segundo estrato, tendo então um excesso x de força elastica sobre a pressão $p-x$ do primeiro dilata-se para o lado d'este, e as suas moleculas, que pela velocidade adquirida tendem a ir alem das suas posições de equilibrio, comprimem e transmittem a pressão x ao primeiro estrato, que, por conseguinte, readquire a pressão primitiva, ficando a do segundo estrato reduzida a $p-x$. O terceiro estrato, em virtude do excesso x de força elastica, obra sobre o segundo do mesmo modo que este obrou sobre o primeiro, e assim successivamente de estrato em estrato. A dilatação produzida caminha pois através do cylindro de ar em seguida á condensação.

324. *A velocidade da transmissão do som é independente da grandeza da compressão x que o ar experimenta.*— Euler tendo deduzido, pelo calculo, os resultados precedentemente estudados da transmissão da vibração de um corpo elastico, ou, o que é o mesmo, do som, provou alem d'isso que as compressões e dilatações se propagam sempre com a mesma velocidade (velocidade de som), e que esta é independente do grau de compressão ou de rarefação do meio transmissor, comtantoque este se conserve o mesmo. Estes dois resultados podem, entretanto, explicar-se facilmente reflectindo que se o excesso x de força elastica, que transmitta a differença de pressão de um estrato ao estrato contiguo, se tornar duplo, triplo, etc., este ultimo estrato será duas, tres, etc., vezes mais comprimido, e que o tempo para produzir taes resultados será invariavelmente o mesmo em qualquer dos casos, d'onde se deduz que as condensações e dilatações operadas no mesmo meio elastico devem caminhar umas após as outras, conservando constantemente as mesmas distancias.

325. *Propagação de vibrações pequenissimas, mas finitas através de um cylindro de ar de comprimento indefinido.*— Tendo presentes os principios precedentes, considere-se uma lamina OL , fixa por um dos extremos (fig. 244), vibrando com amplitudes pequenissimas, mas finitas, e transmittindo o movimento vibratorio ou o som produzido a um cylindro de ar, de comprimento indefinido, apenas representado pelo seu eixo, a fim de simplificar os raciocinios. É evidente que a lamina desviada da posição de equilibrio OL , e abandonada a si mesma da posição Ol vibra ou oscilla, caminhando por



(Fig. 244)

sua elasticidade com velocidade successivamente crescente até OL ; e indo d'aqui pela velocidade adquirida, que diminue progressivamente, até Ol' , onde chega com velocidade nulla: a posição l' é symetrica de l relativamente á posição de equilibrio L . De l' a lamina volta por sua elasticidade até L , onde attinge uma velocidade igual e contraria á que antes teve n'esta posição, e continua caminhando, pela velocidade adquirida, até a posição l , d'onde tinha sido abandonada e á qual chega com velocidade nulla. As oscillações da lamina continuam a verificar-se, a um e outro lado da posição L , com amplitudes successivamente decrescentes, até que se extinguem, como as do pendulo physico, no fim de um tempo maior ou menor.

Postos estes principios designe-se por $\frac{1}{2} t$ o tempo pequenissimo, mas finito, que a lamina gasta em ir de l a l' ou em fazer uma semi-vibração, e supponha-se este tempo repartido em intervallos infinitamente pequenos τ , durante cada um dos quaes a lamina percorrerá espaços tambem infinitamente pequenos mas desiguaes, poisque devem successiva-

mente augmentar, bem como a velocidade, desde l até L , e diminuir depois de L até l' .—O primeiro deslocamento infinitamente pequeno da lamina, abandonada de l e verificado no tempo τ , produzirá no estrato de ar, em contacto com ella, (323) uma compressão, que caminhará ao longo do cylindro de ar com a velocidade que o som tem n'este fluido; o segundo deslocamento infinitamente pequeno da lamina, sendo maior que o primeiro, produzirá uma condensação maior que a precedente, que caminhará em seguida a esta com a mesma velocidade; o terceiro deslocamento infinitamente pequeno, produzirá uma condensação mais forte, que caminhará após a segunda e com a mesma velocidade, e assim por diante até o momento em que se verificar o deslocamento em que a lamina attinge a posição L , o qual sendo o maior de todos produzirá a maxima condensação, que caminhará em seguida á precedente e com a mesma velocidade. Em virtude da velocidade adquirida que vae decrescendo progressivamente, a lamina continua em seu movimento de L até l' , produzindo no cylindro de ar, nos intervallos de tempo τ , condensações successivamente mais fracas que caminharão por ordem de successão em seguida ás precedentes e com a mesma velocidade.

Representando por ba' o espaço $\left(v \cdot \frac{1}{2}t\right)$ andado pela primeira condensação no tempo $\frac{1}{2}t$ que a lamina gasta em ir de l a l' , é claro que no fim d'este tempo todas as condensações que seguiram a primeira, estarão distribuidas por ordem de successão desde a até a' . Representando todas estas condensações por perpendiculares ao eixo bx , das quaes a maior pm designe a condensação maxima produzida no momento em que a lamina chegou á posição de equilibrio L , é evidente que os extremos de todas as perpendiculares formarão a linha curva ama' .

A lamina voltando no mesmo tempo $\frac{1}{2}t$ de l' para l originará no cylindro de ar dilatações, que crescerão successivamente até o instante em que ella chegar á posição L , e decres-

cerão depois tambem de um modo successivo até o momento em que attingir com velocidade nulla, a posição l , d'onde tinha partido. As dilatações produzidas caminharão pois, em seguida ás condensações, e no fim do tempo t , gasto pela lamina em fazer uma vibração completa, estarão distribuidas, por ordem de successão, no espaço $a' b$. A serie de condensações, tendo caminhado ao longo do cylindro de ar, existirá então distribuida por ordem, no espaço $a' b' = a a'$. Representando as dilatações por perpendiculares, tiradas do eixo ba para a parte inferior d'este, das quaes a maior qn designe a dilatação maxima, os seus extremos formarão a linha curva $a' nb$.

É evidente que, se a lamina continuar as excursões a um e outro lado da posição de equilibrio, cada vibração completa produzirá no cylindro de ar uma serie de condensações e outra de dilatações, que occuparão espaços iguaes a bb' e se propagarão, por ordem de successão, com a mesma velocidade.

326. *Ondas sonoras, seu comprimento*—As series de condensações e dilatações correspondentes a cada vibração completa da lamina ou de qualquer outro corpo sonoro, constituem o que se chama *onda sonora*; o espaço bb' (fig. 241), em que as duas series estão distribuidas designa o comprimento da onda. A parte ba' onde existem distribuidas as dilatações toma o nome de *semi-onda dilatada ou dilatante* e a parte $a'b'$ onde se acham distribuidas as condensações chama-se *semi-onda condensada ou condensante*. A somma das dilatações e condensações correspondentes a uma vibração completa do corpo sonoro podem, pois, ser representadas pelas areas comprehendidas pelas curvas $bn a'$ e $a' m' b'$ e pelas partes ba' e $a' b'$ do eixo do cylindro aereo.

Segundo indicação de Euler pôde dar-se uma imagem das ondulações; estendendo no chão uma corda e percutindo-a n'um dos extremos, poisque se observará então que o deslocamento molecular, produzido pelo choque, caminha originando ondulações ao longo da corda sem que esta mude notavelmente de posição.

O comprimento c da onda sonora é, como fica dito, representado pelo espaço bb' andado pela primeira condensação no tempo t que a lamina gasta em fazer uma vibração completa, ou, o que é a mesma cousa, é o espaço que a primeira condensação percorre n'um segundo dividido pelo numero de vibrações executadas n'este tempo.

Ora, pois que o numero n de ondas é igual ao numero de vibrações que a lamina faz n'um segundo, e o espaço percorrido pela primeira condensação durante este tempo designa a velocidade v , com que o som se propaga, ter-se-ha:

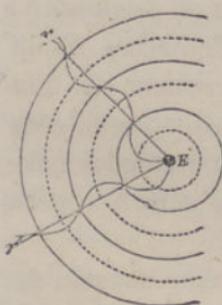
$$c = \frac{v}{n} \dots\dots\dots (1)$$

e como t representa o tempo em que se opera uma vibração completa do corpo sonoro e se tem $n = \frac{1}{t}$, substituindo este valor na expressão precedente resulta

$$c = v \cdot t \dots\dots\dots (2)$$

Estas formulas, como adiante veremos, empregam-se para determinar o comprimento das ondas sonoras.

327. *Propagação do som n'um espaço aberto.*—Examinando agora as modificações que o ar livre experimenta, suppondo o corpo vibrante uma pequena esphera, comprehende-se facilmente o modo como o som se propaga n'um espaço aberto.



(Fig. 212)

Segundo os principios precedentes, é evidente que uma esphera E (fig. 212) posta em vibração, augmenta e diminue rapida e periodicamente de diametro, e produz por conseguinte, na camada de ar, que a cerca, condensações e dilatações alternadas, que transmittindo-se á camada de ar immediata, d'esta á seguinte e assim por diante, caminharão umas após as outras como no cylindro de ar (324), differindo sómente em os estratos condensados e dilatados serem n'este caso camadas esphericas e concentricas. O som, pois, n'um

espaço aberto, propaga-se em todas as direcções em torno do corpo vibrante, isto é, caminha segundo as direcções de todos os raios tirados do centro de vibração (centro da esphera vibrante) para as camadas concentricas que propagam as ondas sonoras. É por isto que a *propagação do som n'um espaço aberto* se diz *espherica*, e que as linhas rectas *Er Er'*... que designam a propagação do som, se chamam *raios sonoros*. Deve porém advertir-se que as condensações e dilatações diminuem de grandeza á medida que a sua distancia ao centro de vibração augmenta; poisque as camadas de ar, a que successivamente vão sendo transmittidas, augmentam em extensão superficial e por conseguinte em massa.

Quando no espaço aberto, em vez de um só, existirem dois ou mais centros de vibração, pertencentes ao mesmo corpo ou a corpos differentes, cada um d'estes centros é, para assim dizer, o foco d'onde emanam as ondas sonoras, que, em sua propagação, passam umas pelas outras sem se interromperem nem deteriorarem. Este resultado é uma consequencia do principio (estabelecido por Bernouilli) da *coexistencia de pequenas oscillações*, o qual se enuncia do seguinte modo: *Quando, pela accção simultanea de diversas forças, se imprimem a um systema pequenos movimentos, estes subsistem independentes, sobrepondo-se uns aos outros sem a minima perturbação*. A experiencia, de facto, confirma a applicação que se faz em Acustica d'este principio; poisque os differentes sons de uma orchestra chegam ao ouvido do observador sem terem sido modificados, isto é, sem se terem deteriorado uns aos outros, comtanto que não sejam muito intensos; porque se a sua intensidade é consideravelmente grande, as amplitudes das vibrações não são pequenas, e em tal caso ha confusão. Póde citar-se como prova visivel da coexistencia de pequenos movimentos a propagação das ondas formadas em dois, tres ou mais centros proximos á superficie da agua tranquilla; poisque se nota que as differentes ondas passam umas pelas outras sem perderem a regularidade alem dos pontos de cruzamento, uma vez que não sejam muito pronunciadas, porque sendo-o perturbar-se-hão.

328. *Superfície da onda sonora*—A totalidade dos pontos do meio transmissor em que o estado vibratorio provém de movimentos verificados no mesmo instante pelos differentes pontos superficiaes do corpo vibrante forma o que se chama *superfície da onda sonora*. Quando só existe um centro de vibração e o meio transmissor é homogeneo, a superfície da onda é espherica. Se, porém, ha differentes centros de vibração, pertencentes a uma mesma superfície vibrante, estes centros são focos d'onde emanam diversas ondas esphericas que se cruzam, e a superfície da onda, n'este caso, considera-se ser a que envolve todas as superficies esphericas provenientes das vibrações succedidas no mesmo instante, podendo admittir-se que será mui proximamente espherica quando a distancia a que existir do corpo vibrante for consideravelmente grande relativamente ás dimensões d'este.

SECÇÃO 3.^a

Velocidade do som

329. *O movimento do som é uniforme*.—O modo como se effectua a propagação do som, mostra que este não vae instantaneamente de um a outro ponto do espaço. As observações dos phenomenos em que simultaneamente ha produção de luz e de som, como os raios e os tiros das armas de fogo, confirmam o principio enunciado. De facto, a velocidade da luz, como em logar competente se mostrará, é excessivamente grande e tal que a propagação d'esta se póde considerar instantanea á superfície da Terra, ao passo que a propagação do som é bastante demorada. A experiencia mostra que a propagação do som é uniforme, porque tomando nota do instante em que ao longe se dispara uma peça de artilheria e em que, por conseguinte, diversos observadores collocados em differentes estações observam a explosão, e determinando os tempos decorridos até ouvirem a detonação, acha-se que estes são proporcionaes ás distancias. Denomina-se *velocidade do som* o espaço por elle percorrido durante a unidade de tempo.

330. *Medida da velocidade do som no ar.*—As primeiras experiencias exactas para determinar a velocidade do som no ar, foram executadas em 1768 por alguns membros da academia das sciencias de Paris, os quaes escolheram para local as duas alturas de Montmartre e Montlhery, que distam uma da outra 29.000 metros. A media dos resultados obtidos deu $337^m,48$ para velocidade do som na temperatura de 6° . Em 1822 novas experiencias foram feitas pelos membros do *Bureau des longitudes*, tendo escolhido para estações as alturas de Villejuif e Montlhery, distantes de $18.642^m,5$. De cada uma d'estas estações se dispararam de noite tiros de 10 em 10 minutos, cruzando-se assim as observações, para attenuar pela media dos seus resultados, os erros devidos á influencia do vento, porque este modifica a velocidade do som, augmentando-a ou diminuindo-a conforme o sentido em que actua. Os observadores munidos de pendulas de segundos, tomando nota do instante em que viam a explosão da polvora e do momento em que ouviam o tiro, acharam que a duração media da propagação do som entre as duas estações era de $54'',6$. Dividindo a distancia que separava as duas estações pelo tempo assim determinado, obtiveram $340^m,8$ para velocidade do som, na temperatura media de 16° , que era a do ar no decurso das experiencias. A divergencia entre os resultados d'estas e das primeiras experiencias provém da differença das temperaturas do ar nos dois casos.

D'estas experiencias e de outras feitas em diversas localidades e em condições differentes, se concluiu: que a velocidade do som é independente da pressão atmospherica e do estado do ar, que é modificada proporcionalmente á componente do vento dirigida no mesmo sentido que o da propagação das ondas sonoras, e que finalmente augmenta com a temperatura do ar devendo ser na temperatura zero de 333 metros. Os sons de intensidades diversas transmittem-se igualmente quando são pequenas as amplitudes das vibrações, e os sons graves propagam-se como os agudos, porque escutando um concerto se observa a mesma ordem nas differentes notas

musicas, qualquer que seja a distancia a que nos achemos da orchestra.

331. *Formula da velocidade do som dada por Newton.*—Pela analyse do estado dos gazes durante a propagação do som, Newton foi levado a representar a velocidade do som pela formula:

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}} \dots\dots\dots (1)$$

na qual v designa a velocidade de transmissão do som n'um gaz de que e e d representam a elasticidade e a massa especifica.

Para mostrar a verdade d'esta formula, considere-se o caso (325) em que uma lamina se desloca de uma quantidade infinitamente pequena na origem de um cylindro indefinido do gaz considerado. Em virtude do deslocamento da lamina o primeiro estrato gazoso experimenta uma compressão de que resulta para esse estrato um augmento nd na massa especifica, de sorte que esta terá por valor depois do primeiro choque $d(1+n)$ e do mesmo modo a elasticidade ter-se-ha tornado, em virtude da lei de Mariotte, em $e(1+n)$. Ora a compressão experimentada pelo primeiro estrato produzindo um excesso de força elastica ne , propaga-se através do cylindro gazoso, e chega no fim de uma unidade de tempo a uma distancia que representa precisamente a velocidade do som. A massa posta em movimento durante um segundo é representada pelo acrescimo de densidade nd de todos os estratos elementares abalados durante esse tempo, isto é, por $nd \times v$, porque v designa o comprimento do cylindro abalado. Medindo pois a força ne pela quantidade do movimento $ndv \times v$ que produz durante a unidade de tempo (64) ter-se-ha:

$$ne = ndv^2$$

d'onde se deduz a formula $v = \sqrt{\frac{e}{d}}$.

Designando por g a aceleração devida á gravidade, por a a altura barometrica referida á temperatura zero, e por Δ a densidade do mercurio na mesma temperatura, como a elasticidade e de um gaz sob a pressão a cresce como cada uma d'estas quantidades, póde representar-se pelo producto $ag\Delta$. A formula (1) póde ser expressa do seguinte modo:

$$v = \sqrt{\frac{g a \Delta}{d}} \dots\dots\dots (2)$$

Ora se p designar o peso da unidade do volume do gaz considerado, e A a altura de uma columna homogenea do mesmo gaz capaz

de exercer uma pressão igual á da columna barometrica a , ter-se-ha $p = dg$ e $e = pA$, e substituindo estes valores na formula (1) será:

$$v = \sqrt{gA}$$

Este resultado mostra que a velocidade é igual á que um corpo adquiriria caindo no vacuo (131) de uma altura igual a $\frac{A}{2}$.

Para imprimir na formula de Newton a influencia da temperatura represente D a massa especifica do gaz a zero e sob a pressão normal; na temperatura t a massa especifica será expressa por $\frac{D}{1+kt}$, porque, como adiante veremos, tratando da dilatação, o volume V de um corpo a zero torna-se em $V(1+kt)$ na temperatura t , a quantidade k denominada coefficiente de dilatação, designa o augmento que a unidade de volume experimenta pela elevação de um grau de temperatura, e tem para o ar e em geral para os gazes o valor 0,00367. A massa especifica do gaz sob a pressão a e na temperatura t , será pois $d = \frac{D}{1+kt} \frac{a}{0,76}$, valor que substituido na formula (2) dá:

$$v = \sqrt{\frac{ga\Delta}{D a (1+kt) 0,76}} = \sqrt{\frac{g\Delta \cdot 0,76}{D} (1+kt)} \quad (3)$$

A velocidade do som é pois independente da pressão a sob a qual existe o gaz, o que effectivamente se devia prever, porque a pressão influe igualmente sobre a densidade e elasticidade do gaz. Alem d'isto vê-se tambem que a velocidade augmenta com a temperatura, e que é tanto maior quanto menor é a massa especifica do gaz.

Substituindo na formula (3) os valores de

$$g = 9,80041 \text{ (144)}; D = 0,0013 \text{ (231)}; \text{ e } \Delta = 13,59$$

tomando a massa especifica da agua para unidade, acha-se que na temperatura t é para o ar:

$$v = 279^m,04 \sqrt{1+kt} \text{ e na temperatura zero } v = 279,04$$

O numero assim obtido é proximamente inferior de $\frac{1}{6}$ ao valor determinado pelas experiencias. Laplace indicou a verdadeira causa d'esta differença, attribuindo-a ao calor desenvolvido durante a compressão do gaz, e ao resfriamento que se verifica quando o gaz augmenta de volume pela sua força expansiva.

Partindo das idéas de Laplace, modificaram Biot e Poisson a formula de Newton, substituindo-a pela nova formula :

$$v = \sqrt{\frac{g a \Delta}{d} (1 + \tau) (1 + kt)}$$

na qual τ representa a elevação de temperatura de uma massa de ar, quando o seu volume se reduz na relação de $1 + kt$ para 1.

Por meio de experiencias que adiante serão descriptas, acha-se $\tau = 0^{\circ},42$, e substituindo este valor na ultima formula obtem-se

$$v = 333^m \sqrt{1 + kt},$$

resultado que é proximamente identico ao que a experiencia indica.

Do resultado das diversas experiencias, e do que a formula de Biot indica, resulta que se pôde tomar para valor da velocidade do som em Lisboa, onde a temperatura media é $15^{\circ},6$ a distancia de 340 metros.

332. *Velocidade do som na agua.* — A velocidade do som na agua foi determinada em 1827 por Colladon e Sturm no lago de Genebra.

O som foi produzido pelo choque de um martello sobre uma campainha suspensa debaixo de agua na profundidade de um metro. No instante em que o som se produzia pelo choque do martello, inflammava-se uma porção de polvora, e era desde esse momento que os observadores contavam o tempo até ouvirem o som. Os observadores collocados a 13.487 metros d'aquelle logar, applicavam o ouvido ao extremo tubular de uma caixa de ar de fórmula apropriada que mergulhava normalmente na agua do lago. A media das observações feitas a $8^{\circ},1$ de temperatura deu 1.435 metros para velocidade do som. Assim a velocidade do som na agua é 4,5 vezes maior do que no ar.

333. *Velocidade do som nos solidos.* — A velocidade do som nos solidos é ainda maior do que nos liquidos. Biot, tendo feito produzir um som n'um dos extremos de um tubo de ferro fundido, que tinha perto de um kilometro de comprimento, nos aqueductos de Paris, ouviu no extremo opposto dois sons um transmittido pelo metal do tubo, e outro que chegou mais tarde, pelo ar contido n'este. Da differença de tempo decorrido entre a chegada do primeiro e segundo sons,

deduziu que a velocidade do som através do ferro era 10,5 vezes maior do que no ar.

334. *Formula de Laplace.* — Deve-se a Laplace a seguinte formula mui simples para obter a velocidade do som nos liquidos e solidos.

$$v = \sqrt{\frac{g}{e}}$$

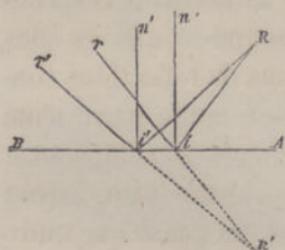
em que g representa a acceleração devida á gravidade e e á quantidade de que se alonga ou encurta uma columna cylindrica da substancia que se considera, tendo por comprimento a unidade, e submettida á acção de uma força igual ao seu peso

Esta formula póde ser deduzida directamente seguindo um methodo analogo ao que se empregou para obter a formula de Newton (330). No caso da agua, a compressibilidade sendo de 0,00005, sob a pressão de uma columna de agua a 4º de 10^m,33, a compressibilidade para a pressão igual a uma columna de um metro, será 0,000048, e é este o valor de e . Substituindo-o na formula acha-se para velocidade do som na agua a 4º, $v = 1430$. No caso dos solidos e designa precisamente o coëfficiente de elasticidade (177).

SECÇÃO 4.^a

Reflexão e refração do som

335 *Reflexão do som, suas leis.* — Considere-se uma serie de ondas sonoras esfericas partindo do centro da vibra-



(Fig. 213)

ção R e encontrando a superficie plana AB (fig. 213) que separa dois meios de densidade e elasticidade diferentes. O calculo mathematico mostra, e as considerações anteriores fazem prever que cada ponto da superficie de separação se torna o centro de dois systemas de ondas sonoras

esfericas, que se propagam umas no primeiro meio e outras no segundo alem da superficie de separação. O movimento d'aquellas constitue o phenomeno da *reflexão do som*; e o movimento das que se propagam no segundo meio o da *refracção*.

No phenomeno da reflexão, as ondas sonoras que provêm de R depois de encontrarem a superficie de separação reflectem-se formando novas ondas concentricas que parecem emanar de um novo centro de vibração R' symetrico de R em relação á superficie AB . As linhas Ri, Ri' , segundo as quaes se propagam as vibrações do ponto R chamam-se *raios sonoros incidentes* e as linhas ir, ir' que indicam a direcção da propagação das vibrações depois de reflectidas, denominam-se *raios reflexos*. É necessario não julgar por isto que se possa isolar um raio sonoro, mas unicamente que a onda espherica emanada de R se transforma pela reflexão n'uma onda de raio igual, e cujo centro é R' .

As leis de reflexão do som que são, como veremos, as mesmas que as da reflexão do calor e da luz, enunciam-se do seguinte modo:

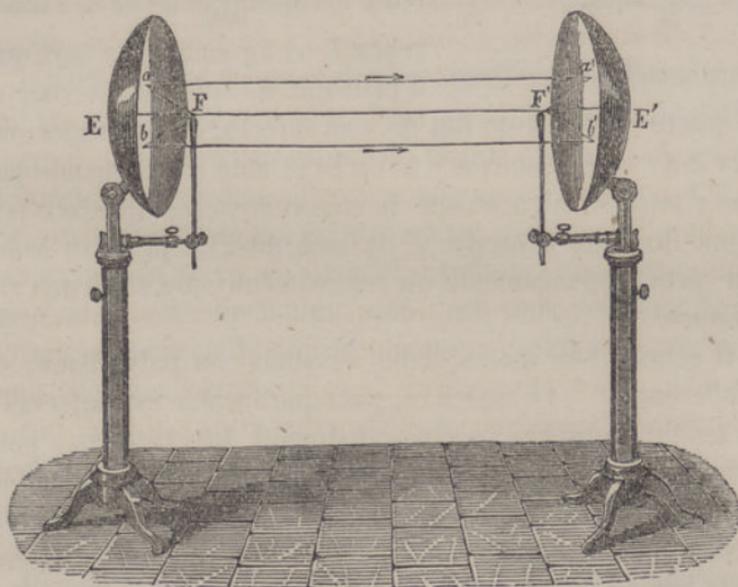
1.º *O angulo de incidencia é igual ao angulo de reflexão.*

2.º *Os raios sonoros incidentes e reflexos estão no mesmo plano com a normal levantada no ponto de incidencia.*

336. *Verificação experimental das leis de reflexão do som.*—As leis de reflexão provam-se pela experiencia, mas de um modo indirecto, isto é, examinando se as consequencias que d'ellas se deduzem são verdadeiras. Ora, como na ellipse, ou mais geralmente no ellipsoide de revolução, os raios vectores tirados dos focos para qualquer ponto da curva ou da superficie formam angulos, que as normaes respectivas dividem em duas partes iguaes, segue-se que os sons produzidos n'um dos focos, devem depois de reflectidos convergir todos no outro. Assim, fallando-se muito baixo n'um dos focos de uma sala elliptica ou cujo tecto seja ellipsoidal, se um observador collocar o ouvido no outro foco, ouvirá distinctamente as palavras pronunciadas, ao passo que outro qualquer situado proximo do que falla nada ouvirá. Póde citar-se como exemplo de verificação d'este phenomeno a sala do capitulo do edificio de Mafra. Deve notar-se que os corpos fracamente elasticos, não reflectem perfeitamente o som, e é por este motivo que nas salas atapetadas e ornadas com cortinas de lã, são pouco sensiveis os effeitos da reflexão.

O cruzamento das ondas pôde observar-se lançando um filete de mercurio n'um dos focos de um vaso elliptico contendo este liquido; as ondas provenientes da quêda do filete liquido, indo de encontro ás paredes do vaso, rêspectem-se e cruzam-se todas no outro foco. Esta experiencia pôde considerar-se como uma imagem optica do phenomeno da reflexão do som.

Considerando a superficie convexa de uma paraboloide de revolução, resulta das propriedades da parabola que os raios sonoros que incidem n'aquella superficie parallelamente ao eixo, se cruzarão no foco depois de reflectidos e que inversamente os raios que emanando d'este ponto incidem na superficie seguirão depois da reflexão direcções parallelas ao eixo. Estes dois resultados podem verificar-se conjunctamente situando dois espelhos parabolicos E e E' (fig. 214)



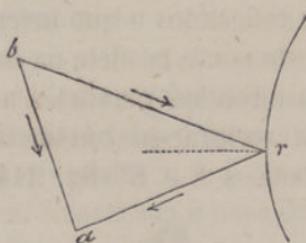
(Fig. 214)

um em frente do outro na distancia de 4 a 6 metros e com os eixos na mesma linha. Collocando um relógio de algibeira no foco F de um dos espelhos, o observador que approximar o ouvido do foco F' do outro espelho ouvirá distinctamente as pancadas do balanceiro, porque os raios sonoros

que partem de F reflectindo-se parallelamente ao eixo do espelho E vão incidir no espelho E' , e reflectindo-se de novo na superficie d'este espelho cruzam-se no foco F' .

337. *Echo; resonancia.*—A repetição do som pelo effeito da sua reflexão n'uma superficie bastante afastada constitue o *echo*. Denominam-se respectivamente centros *phonico* e *phonocamptico* os pontos em que o som é produzido e onde é reflectido.

Se a designa (fig. 215) a posição do observador e b o ponto onde se produz um som de curta duração, este chegará directamente ao observador no fim



(Fig. 215)

do tempo $t = \frac{ba}{340}$, ao passo que depois de reflectido na superficie r só chega ao ponto a no fim do tempo $T = \frac{br + ra}{340}$. Ora se a differença $T - t$ for sufficiente para que o principio do som reflexo chegue

ao ponto a depois do fim do som directo, o observador ouvirá dois sons distinctos e haverá portanto *echo*. Quando porém a impressão resultante do som reflexo acompanha e por assim dizer se sobrepõe á do som directo, produzir-se-ha um certo prolongamento ou reforçamento que se chama *resonancia*.

O *echo* diz-se monosyllabo, disyllabo ou polysyllabo, se a differença $T - t$ é sufficiente para que durante este intervallo de tempo o observador possa distinguir directamente e pela reflexão uma, duas ou muitas syllabas. Partindo do principio deduzido da experiencia de que não é possivel articular com clareza ou ouvir distinctamente mais que cinco syllabas durante um segundo, segue-se que se a differença $T - t$ for igual a um segundo, ou o que é o mesmo, se $br + ra - ba = 340$ metros, poder-se-hão pronunciar cinco syllabas que serão immediatamente repetidas pelo *echo*. Se $br + ra - ba = \frac{340}{5} = 68$, unicamente uma syllaba poderá ser repetida pelo *echo*, que será pois monosyllabo.

Em geral o observador acha-se situado no centro phonico e é então $ba = o$ e $t = o$. N'este caso o echo será monosyllabo, se a distancia entre o observador e a superficie reflectidora for de 34 metros; e se o centro phonocampico distar do observador duas, tres ou mais vezes a distancia 34 metros, o echo será disyllabo, trisyllabo ou polysyllabo. Quando se produz um som de curta duração, em vez de uma syllaba articulada, basta mesmo que a superficie reflectidora esteja a 17 metros do centro phonico para haver echo.

Ordinariamente são as paredes dos edificios, os rochedos e os bosques que, apresentando superficies convenientemente dispostas, reflectem os sons; as nuvens, a superficie de separação de duas camadas de ar de densidades diversas, tambem podem produzir os mesmos effeitos. É geralmente de noite, quando o ar está mais socegado, que os sons se propagam a maiores distancias e os echos se tornam mais distinctos.

Denominam-se echos multiplos aquelles que reproduzem muitas vezes o mesmo som. Para que estes echos se verifiquem é necessario que haja pelo menos duas superficies reflectidoras collocadas convenientemente e a pequena distancia, como, por exemplo, duas muralhas parallelas. Um observador situado entre as superficies reflectidoras, ouvirá muitas vezes o echo do mesmo som, mas cada vez mais fraco, porque a intensidade do som decresce, como veremos, com a distancia percorrida.

Em Verdun (França) ha um echo multiplo formado por duas torres, que repete 12 a 16 vezes o mesmo som, e em Simonetta (Italia) ha outro que repete 40 a 50 vezes o som do tiro de uma pistola.

Quando a distancia entre os centros phonico e phonocampico é menor do que 34 metros, produz-se ordinariamente a *resonancia*. Nas salas pequenas os sons reflexos chegam ao ouvido quasi no mesmo tempo que os directos, que por este motivo são reforçados sem perderem a sua clareza. Não acontece porém o mesmo nas grandes salas e igrejas, onde ás vezes a resonancia torna confusos os sons directos.

338. *Interferencia e refração do som.*—Em geral quando dois sons com igual grandeza de oscillação se succedem, juntam-se de modo que a sua intensidade augmenta, porém pôde acontecer que elles se destruam mutuamente dando em resultado o *silencio*. Dá-se este caso quando pela coincidencia da semi-onda dilatante de um, com a semi-onda condensante do outro, as moleculas gazosas que propagam estas ondas, achando-se igualmente solicitadas em sentidos contrarios ficam em repouso. Esta destruição de um som pelo outro denomina-se *interferencia do som*. O phenomeno da interferencia, verificado experimentalmente por alguns physicos notaveis, serve para demonstrar *à priori*, a theoria da propagação do som por meio de ondulações.

O desvio experimentado pelos raios sonoros que passam de um para outro meio de densidade e elasticidade diversas constitue o phenomeno da (334) *refração do som*. Este phenomeno é assim como o da *reflexão* consequencia do modo de propagação das ondas sonoras. Os raios sonoros que atravessam a superficie de separação dos dois meios approximam-se da normal a esta superficie, se a velocidade do som é menor no segundo meio do que no primeiro, e afastam-se no caso contrario.

Sondauss e Hajech demonstraram experimentalmente o phenomeno de refração do som, servindo-se para isso ó primeiro de envolveros lenticulares de collodion cheios de acido carbonico, através dos quaes fazia passar o som.

CAPITULO II

Comparação dos sons

SECÇÃO 1.^a

Estude das qualidades do som

339. *Causas que modificam a intensidade do som.*—A *intensidade do som* depende principalmente, como dissemos (320), da grandeza das amplitudes das vibrações do corpo sonoro; mas alem d'isto, pôde ainda variar ou ser modificada pela distancia a que o som é ouvido, pela densidade do meio transmissor, pela vizinhança de corpos reforçantes, e pela acção do vento.

1.^a *Grandeza das amplitudes.*—A intensidade do som é tanto maior quanto maiores são as amplitudes das vibrações do corpo sonoro. A exactidão d'este principio verifica-se facilmente tangendo uma corda fixa e tensa entre dois pontos. Operando d'este modo reconhece-se que as amplitudes das vibrações e a intensidade do som, em seu maximo no começo do movimento vibratorio, decrescem rapida e progressivamente, tornando-se nullas no instante em que este movimento cessa.

É facil de prever que a extensão superficial do corpo vibrante influe poderosamente sobre a intensidade do som produzido. Por exemplo o som de uma corda enfraquece com o augmento da distancia, porque as vibrações são transmittidas á pequena superficie de ar que a cerca; ao passo que o som de um sino ouve-se a distancias consideraveis, em virtude da grande superficie vibrante com que o sino abala o ar.

2.^a *Distancia.*—A intensidade do som está na rasão inversa do quadrado da distancia a que é ouvido. Para verificar esta lei empregam-se ordinariamente machinismos de relógio com campainhas, cujos sons, ouvidos á mesma distancia, têm igual intensidade. Fazendo collocar um d'estes machinismos na distancia de 12 metros, e quatro na distancia de 24 metros e mandando-os pôr em acção, acha-se que a intensidade do som da campainha do primeiro machinismo é igual á das quatro campainhas, existentes a uma distancia dupla, o que prova a exactidão da lei.

Reflectindo nas condições da propagação do som no ar, isto é, que as vibrações ou o som se transmittem a camadas esphericas e concentricas de ar, a lei enunciada deduz-se theoreticamente de um modo rigoroso. Com effeito, como as superficies das differentes camadas esphericas e concentricas de ar são proporcionaes aos quadrados dos raios respectivos, e as vibrações ou o som se distribuem uniformemente nas referidas camadas, segue-se que a intensidade do som deve estar na rasão inversa dos quadrados dos raios ou distancias contadas do centro phonico para os diversos logares em que o som é ouvido.

3.º *Densidade do meio transmissor.*— Suppondo iguaes todas as demais circumstancias influenciadoras, a intensidade do som depende da densidade do meio transmissor. A experiencia do n.º 317 póde adduzir-se como prova da exactidão d'este principio, poisque a intensidade do som do machinismo do relógio decresce á medida que a rarefacção do ar progride, e augmenta depois quando se faz entrar o ar externo no recipiente da machina pneumatica. Pondo o machinismo do relógio em acção no recipiente da machina pneumatica contendo acido carbonico, cuja densidade é 1,529, nota-se que a intensidade do som da campainha é maior do que quando ali existia o ar não rarefeito, e praticando a mesma experiencia com o recipiente da machina pneumatica cheio de hydrogenio, que é proximamente quatorze vezes menos denso do que o ar, acha-se que o som da campainha é apenas perceptivel. Eis pois a razão por que no cume das altas montanhas e nas altas regiões da atmosphaera, onde o ar está muito rarefeito, a intensidade de um dado som, do tiro de uma pistola por exemplo, é pequenissima, ao passo que é forte nos valles profundos onde o ar tem a maxima densidade.

4.º *Vizinhança de capacidades cheias de ar.*— A intensidade do som augmenta consideravelmente pela vizinhança de capacidades cheias de ar. Uma corda tensa entre dois pontos no espaço aberto posta em vibração por qualquer meio, produz um som mui fraco; mas se estiver convenientemente adaptada sobre uma caixa cheia de ar, como, por exemplo, a de uma rabeca, o som produzido torna-se mui forte ou é reforçado, porque o estado vibratorio da corda é transmittido ao ar contido na caixa.

Para mostrar a influencia que as capacidades cheias de ar têm no reforçamento do som, emprega-se ordinariamente um aparelho (fig. 216) devido a Savart, composto de duas capacidades, uma semi-espherica de latão e outra cylindrica de cartão aberta n'uma das extremidades e fechada na extremidade opposta. Considerando o aparelho na posição que a figura indica, e pondo em vibração a capacidade semi-espherica, com um arco de rabeca, ouve-se um som fortissimo em

virtude do ar que existe na capacidade cylindrica ser posto em vibração e reforçar o som produzido. Afastando lentamente esta ultima capacidade d'aquella ao longo de uma ranhura praticada na base do apparelho, notar-se-ha que a intensidade do som decresce gradualmente; e fazendo-a girar sobre o pé que a sustenta, até que o ar n'ella contido não

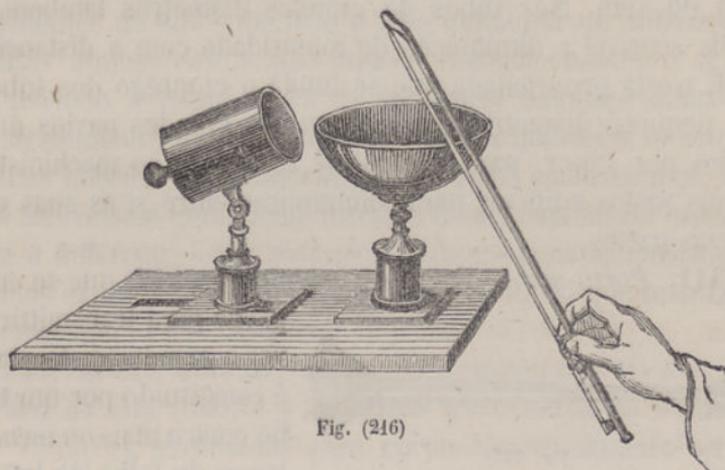


Fig. (216)

possa ser posto em vibração, pela capacidade semi-espherica, ouvir-se-ha um som mui fraco. É para produzir o reforçamento dos sons que inferiormente aos tablados onde tocam as orchestras nos theatros, nos jardins publicos, etc., existem grandes espaços cheios de ar.

5.º *Acção do vento.*—Sabe-se pela experiencia, que o som se ouve a maior distancia se o ar está tranquillo do que quando está agitado; e que quando faz vento a intensidade do som é maior a distancias iguaes, alem de 6 metros, na direcção em que o vento sopra do que na direcção contraria.

340. *Tubos acusticos.*—A lei da variação da intensidade do som, com a distancia, não pôde ser applicada aos tubos, especialmente aos tubos cylindricos e rectos, porque n'estes sendo iguaes todas as camadas gazosas, a intensidade do som não deve variar como a distancia. É o que Biot verificou, notando que o som se propagava através de um tubo cylindrico de 951 metros sem perder sensivelmente a sua inten-

sidade, de modo que se podia conversar em voz baixa entre os dois extremos do tubo. Tem-se observado que os angulos pronunciados e as irregularidades das paredes dos tubos diminuem bastante a intensidade dos sons transmittidos, ao passo que as curvaturas suaves pouco a modificam, concorrendo mesmo o polido interior para a perfeita transmissão do som. Nos tubos de grandes diametros tambem é mais sensivel a diminuição de intensidade com a distancia.

É n'esta propriedade que se funda o emprego dos tubos de pequeno diametro, que servem nos grandes navios movidos por vapor, para transmittir as ordens ao machinista, e nos vastos edificios para communicar entre si as suas diversas partes.

341. *Porta-voz*.—Este instrumento (fig. 217) que se em-



(Fig. 217)

prega para transmittir a voz a grandes distancias, é constituido por um tubo conico mais ou menos longo de folha de latão.

O extremo de menor diametro termina em fórma de bocal, e o outro termina por um pavilhão de fórma parabolica. O som produzido no bocal, caminha pela reflexão successiva nas paredes, segundo a direcção do eixo do tubo, e depois de reforçado, reflecte-se de novo no pavilhão sendo depois transmittido segundo o eixo d'este.

342. *Corneta acustica*.—Este instrumento é destinado para o uso dos individuos que ouvem pouco. A sua construcção é muito analoga á do porta-voz, de que apenas differe nas dimensões, que são muito pequenas, e em não ter o bocal na parte mais estreita, a fim de poder ser introduzido no canal auricular externo. Os sons recolhidos no pavilhão reflectindo-se e reforçando-se no interior do tubo, transmittem-se successivamente a camadas de ar cada vez menores, de modo que augmentam consideravelmente em intensidade e ferem com grande força a membrana do tympano.

343. *Acrescimo da intensidade do som durante a noite*.—A observação quotidiana prova que o som se ouve a maio-

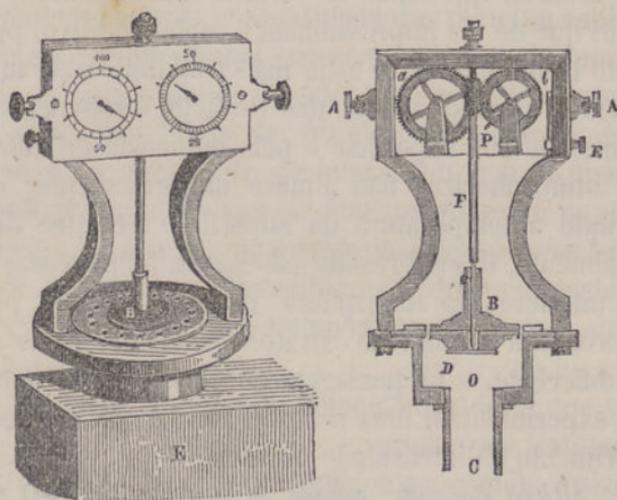
res distancias de noite do que de dia. O acrescimo da intensidade do som durante a noite, attribuido por alguns physicos á ausencia, que então se verifica, dos innumerados ruidos confusos que de dia impressionam o orgão auditivo, provém, segundo Humboldt, do ar estar mais tranquillo e ser mais homogeneo de noite do que de dia. De facto, o solo pelos varios accidentes de sua superficie e pela influencia de diferentes causas atmosfericas não aquece uniformemente; e o ar adquirindo a temperatura da superficie terrestre dilata-se desigualmente, d'onde resulta não serem homogeneas as camadas inferiores da atmosphaera. Os raios sonoros, pois, de dia atravessam geralmente estratos de ar, cuja massa especifica é differente, e na passagem de umas para as outras camadas experimentam uma reflexão parcial, de que resulta o decrescimento da intensidade do som.

344. *Altura do som; modos de a apreciar.*—O tom ou altura do som (320) é a qualidade que resulta do numero de vibrações executadas pelo corpo sonoro durante certo tempo, ou por outra, da rapidez do movimento vibratorio. Os sons dizem-se tanto mais elevados ou *agudos*, quanto mais rapido é o movimento vibratorio do corpo sonoro, e dizem-se pelo contrario tanto mais baixos ou *graves*, quanto mais lento é aquelle movimento. Deve observar-se que os sons absolutamente graves ou agudos são apenas os dos extremos da escala dos sons perceptiveis, porque os outros sons intermediarios são graves ou agudos de um modo relativo.

Para apreciar portanto a altura é necessario medir o numero de vibrações executadas durante a unidade de tempo por um corpo sonoro. Ora como as vibrações são em geral tão rapidas, que se torna impossivel contal-as directamente, recorre-se de ordinario a diversos meios indirectos, que dão em geral resultados bastante satisfactorios. Um d'esses meios consiste em reproduzir o som que é dado, por meio de um apparelho que, como a sereia acustica e a roda dentada, tem um machinismo proprio para contar o numero de vibrações.

345. *Sereia.*—Este apparelho (fig. 248) inventado por mr. Cagniard Latour, compõe-se de uma caixa cylindrica de

cobre *O*, na qual se insuffla o ar por meio de um conducto inferior *C*. Esta caixa é fechada superiormente por uma peça



(Fig. 218)

D que termina por uma especie de prato fixo sobre o qual se acham circularmente dispostos certo numero de orificios equidistantes. Superiormente a este prato existe, sem fricção apreciavel um disco *B* movel, munido de igual numero de orificios em correspondencia com os do prato fixo. Tanto uns como outros são abertos obliquamente aos planos do prato e do disco respectivos, porém os do prato fixo sendo todos igualmente inclinados n'um sentido, os do disco movel são inclinados da mesma quantidade porém em sentido contrario, de modo que na occasião em que os orificios do prato inferior e os do disco movel se acham em frente um dos outros, o ar que penetra pelos primeiros incide obliquamente sobre as paredes dos segundos, produzindo por conseguinte o movimento de rotação do disco. Em todo o tempo que este movimento de rotação se mantem, os orificios do prato inferior estão alternadamente abertos e fechados, e esta serie de communicações e interrupções, fazendo vibrar o ar (321-1.º) dá origem a sons tanto mais agudos quanto mais rapido é o movimento do disco *B*.

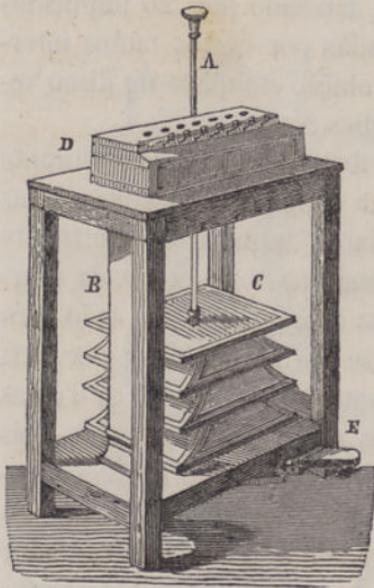
Se cada um dos pratos tem 20 orifícios, é claro que por cada volta o disco móvel abre e fecha alternadamente 20 vezes os orifícios do prato fixo, havendo pois 20 impulsões impressas ao ar exterior separadas por outros tantos intervallos de repouso. Em cada revolução completa do disco verificar-se-hão portanto 20 vibrações completas.

Para calcular o numero de vibrações effectuadas durante um segundo é necessario medir o numero de voltas feitas pelo disco movel. Para isso o eixo *F* termina superiormente por um parafuso sem fim que engrena com uma roda *b* armada de 100 dentes, da qual faz avançar um por cada giro completo do disco. Esta roda tem um perno *P* que por cada volta faz avançar um dente de outra roda *a*. Os eixos d'estas rodas são munidos de ponteiros que se movem sobre dois mostradores convenientemente graduados. Em um dos mostradores contam-se as voltas simples do disco até 100, e no outro os centos de voltas. Finalmente o systema do contador póde ser deslocado convenientemente por meio dos parafusos *A, A*, a fim de engrenar a roda *b* com o parafuso sem fim ou de a tornar independente d'elle.

Para fazer uso da sereia adapta-se este instrumento pelo tubo *c* a um aparelho insufflador que se põe em acção. O movimento rapido do disco *B* gera um som que se eleva até dar aquelle que se pretende estudar. Em seguida põe-se o contador em acção por meio dos parafusos correspondentes, e passado certo lapso de tempo, 20 minutos por exemplo, desengrena-se a sereia e faz-se parar o contador. Lendo nos mostradores o numero de voltas feitas pelo disco e multiplicando-o pelo de vibrações effectuadas em cada volta, o producto indicará o numero de vibrações executadas durante o tempo que o aparelho esteve em acção. D'este producto passa-se facilmente para o numero de vibrações executadas na unidade de tempo.

346. *Apparelho insufflador*. — Para pôr em acção os instrumentos de vento, taes como a sereia e os tubos de órgão, emprega-se em acustica um aparelho insufflador apropriado. Um folle que se faz mover por meio de um pedal *E*

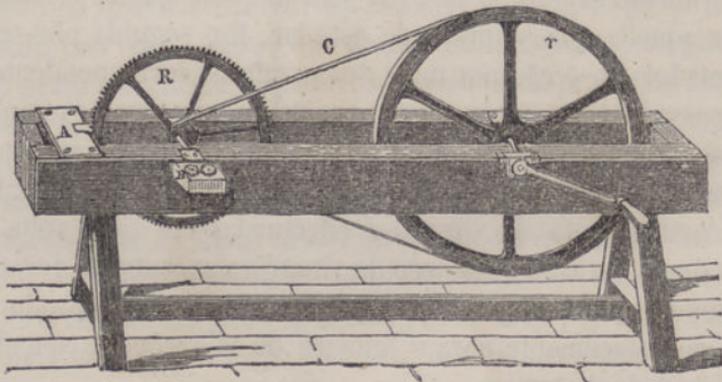
(fig. 219) existe entre os pés de uma mesa de madeira e comunica superiormente com um reservatorio de pelle *C* desti-



(Fig. 219)

nado a armazenar o ar que vem do folle. Comprimindo o reservatorio por meio de pesos collocados na sua parte superior ou pela acção da haste *A*, o ar é impellido através do conducto *B*, para o interior de uma caixa *D*, collocada na parte superior da mesa. Esta caixa tem varios orificios munidos de valvulas que se abrem á vontade carregando n'umas especies de teclas, collocadas na parte anterior da caixa. É n'estes orificios que se collocam os tubos de orgão e a sereia.

347. *Roda dentada de Savart.* — Para apreciar o numero absoluto de vibrações correspondentes a um determinado som, Savart empregou um aparelho muito simples (fig. 220)

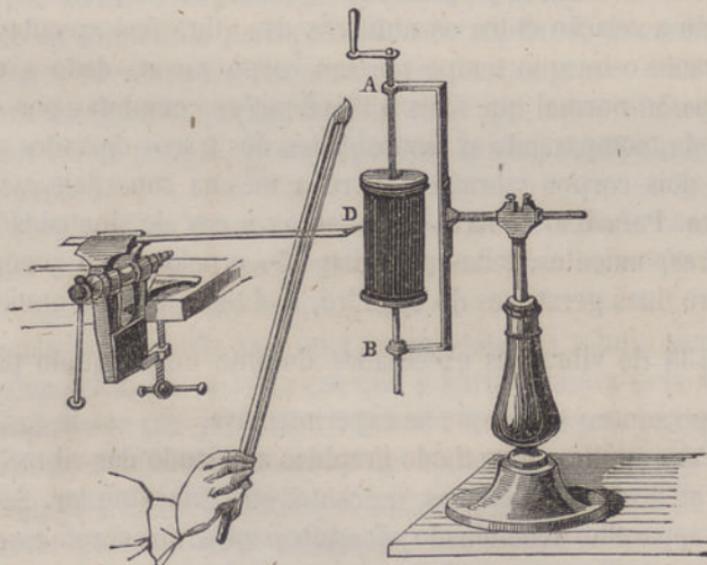


(Fig. 220)

que consta essencialmente de uma roda dentada *R*, a qual se faz mover o mais regularmente possivel por meio de um volante *r*, munido de manivela e de uma correia sem fim *C*.

Quando a roda *R* está em acção, os seus dentes chocam a extremidade de uma carta *A*, que posta assim em movimento oscillatorio, produz em cada volta um numero de vibrações completas, igual ao numero de dentes da roda. O numero de voltas é computado n'um contador *B* analogo ao da sereia. A difficuldade de regularisar o movimento na roda de Savart, a má qualidade do som produzido, e a grande massa dos supportes tornam este aparelho, alem de improprio para o fim a que é destinado, incommodo e caro.

348. *Methodo graphico; vibroscopio.*—O methodo graphico, mais simples e exacto do que qualquer dos anteriores, consiste em fazer com que o proprio corpo sonoro, por meio de um pincel ou de um estylete mui fino, trace as vibrações que executa, sobre uma superficie convenientemente preparada. D'este modo não é necessario reproduzir o som de que se quer apreciar a altura, e que é difficil para quem não tem o ouvido exercitado, e alem d'isso o numero de vibrações é dado directamente pelo traço do estylete ou pincel.



(Fig. 221)

Seguindo as indicações de mr. Duhamel, construiu mr. Marloye um instrumento mui simples (fig. 221) a que deu o

nome de *vibroscoPIO* e no qual o corpo sonoro traça por meio do estylete *D*, as suas vibrações sobre a superfície de um cylindro movel em torno de uma haste vertical *AB* que o atravessa, e cuja parte superior em fórma de parafuso se move em uma porca sustentada pelo suporte do instrumento. Em torno do cylindro está enrolada uma folha de papel coberto de negro de fumo, e na qual quando se faz mover o cylindro, o estylete deixa um traço helicoidal regular, se o corpo sonoro não vibra, ou uma helice ondulada quando o corpo sonoro (uma lamina elastica por exemplo) é posto em vibração, correspondendo cada sinuosidade da curva a uma semi-vibração ou oscillação do corpo sonoro, e sendo o numero de sinuosidades, igual ao de semi-vibrações, produzidas pelo corpo sonoro durante o tempo da experiencia, que póde ser medido por um *chronometro*. As vibrações do corpo sonoro decrescendo rapidamente, a experiencia não se póde prolongar em geral por um lapso de tempo sufficientemente grande.

Mr. Wèrteim, empregando um apparelho mais perfeito, deduziu a relação entre os numeros das vibrações executadas durante o mesmo tempo por um corpo sonoro dado e um diapasão normal que fazia 435 vibrações completas por segundo, comparando as sinuosidades dos traços deixados pelos dois corpos vibrantes sobre a mesma superficie cylindrica. Para isso contava os numeros *n* e *n'* de sinuosidades correspondentes, feitas pelo diapasão e pelo corpo sonoro, entre duas geratrizes do cylindro, e obtinha assim o numero $\frac{n'}{n}$ 435 de vibrações executadas durante um segundo pelo corpo sonoro sobre que se experimentava.

Para applicar o methodo graphico ao estudo das vibrações do ar nos tubos sonoros, no canto, etc., inventou mr. Scott um apparelho denominado *phonautographo*, que consta essencialmente de um grande reservatorio aberto, onde os sons são recolhidos, e de um canal que os transmite a uma membrana mui fina, munida de um pequeno estylete que traça uma helice mais ou menos ondulada sobre uma superficie

cylindrica coberta de negro de fumo e movel como a do vibroscopio. As sinuosidades da curva indicam não só o numero, a regularidade e a amplitude das oscillações, mas tambem a pureza do timbre, e em geral todas as particularidades do som recolhido pelo apparelho.

349. *Resultados obtidos pelos methodos anteriores; limites dos sons perceptíveis.*—Com o emprego dos diversos methodos descriptos acha-se sempre que: 1.º, um som é tanto mais agudo quanto mais rapido é o movimento vibratorio; 2.º, a sons unisonos ou da mesma altura, qualquer que seja a sua origem, timbre e intensidade, corresponde sempre o mesmo numero de vibrações; 3.º, quando dois sons dão a oitava um do outro¹, o numero de vibrações que corresponde ao mais agudo é duplo do que corresponde ao outro; 4.º, as vibrações são isochronas para pequenas amplitudes, porque a altura não varia com a amplitude.

A lentidão ou rapidez do movimento vibratorio tem limites alem dos quaes os sons deixam de ser percebidos pelo orgão auditivo. Segundo os trabalhos de Sauveur admittia-se que os limites de perceptibilidade eram fixos, e correspondiam a 16 vibrações completas para os sons graves e a 5.000 para os agudos; porém demonstra-se que estes limites podem variar para as diversas pessoas e com a amplitude das vibrações.

Para os sons graves pretendia Savart ter achado como limite um numero menor, fazendo girar uma barra de ferro em torno de um eixo horisontal, de modo que em cada semi-revolução passasse por uma fenda praticada n'uma prancha de madeira. No instante em que a barra passava pela fenda produzia-se um explosão, e quando o movimento era extremamente rapido originava-se um som muito grave que correspondia a sete vibrações completas por segundo. Mr.-Despretz contestou estes resultados, explicando o som produzido pelas vibrações do ar e das diversas peças do apparelho e admittiu para limite minimo 16 vibrações.

¹ Na secção seguinte se explicará esta expressão.

Por meio de rodas dentadas de grande diametro Savart chegou a produzir sons bastante intensos, que só deixavam de ser perceptíveis quando o numero de vibrações excedia 24.000; porém Despretz chegou a obter sons cujo numero de vibrações completas era de 36.850, por meio de diapações que davam a oitava aguda uns dos outros.

350. *Circumstancias que influem no timbre.*—A causa ou origem do timbre (320) não é perfeitamente conhecida. Esta qualidade, que o ouvido aprecia perfeitamente e que faz distinguir os sons de igual altura e intensidade dados por instrumentos diversos, parece depender não só do modo como as moleculas são postas em vibração, mas igualmente da materia e fórma dos instrumentos e da existencia de sons pouco intensos que acompanham o som principal.

SECÇÃO 2.^a

Theoria physica da musica

351. *Acorde, intervallo musical.*—Denomina-se *acorde* a produção simultanea de dois ou mais sons. Quando a coexistencia dos diversos sons de um acorde impressiona agradavelmente o ouvido, o acorde diz-se *consonante* e os sons que o constituem formam uma *consonancia*, no caso contrario o acorde diz-se *disonante* e os sons que lhe dão origem formam uma *disonancia* ou *cacophonia*.

Como os sons unisonos ou da mesma altura, qualquer que seja o corpo sonoro que lhes dá origem, correspondem sempre (349) a numeros iguaes de vibrações e reciprocamente, segue-se que um dado som musical é definido pelo numero n de vibrações que lhe corresponde e pôde ser expresso por esse numero. Ora quando dois sons formam um acorde bem conhecido e facil de apreciar, o ouvido reconhece que esse acorde pôde ser produzido com o mesmo character relativo, entre dois sons mais graves ou mais agudos, e que é por conseguinte independente dos numeros de vibrações que correspondem a esses sons. Por outro lado acha-se, sempre que se produz esse acorde, uma relação constante entre os numeros de vibrações dos sons que o constituem; e reciprocamente, todas as vezes que essa relação se verifica, o ouvido distingue sempre o mesmo acorde. D'aqui se conclue que o acorde entre dois sons quaesquer é rigorosamente definido e pôde ser designado pela relação $\frac{n}{n'}$ entre os respectivos

numeros de vibrações. Esta relação entre os numeros de vibrações correspondentes a dois sons determinados, constitue o que se chama o seu intervalo musical, que, como se vê, é independente do numero absoluto de vibrações. É principalmente nos acordes que o nosso órgão auditivo avalia bem os intervallos musicas. Estes podem tambem ser apreciados com facilidade quando os diversos sons se succedem rapidamente.

O acorde mais simples e o mais consonante é aquelle em que os dois sons são *unisonos*, e no qual portanto a relação $\frac{n}{n'}$ é igual á unidade. A experiencia demonstra que os acordes mais consonantes resultam da coexistencia de sons cujos numeros de vibrações têm entre si relações mui simples. Com effeito nos intervallos que a experiancia tem mostrado agradarem mais ao ouvido, e que se designam pelos nomes de *oitava*, *quinta*, *quarta*, *terça maior* e *terça menor*, a relação $\frac{n}{n'}$ tem os seguintes valores:

Para a oitava.....	$\frac{2}{1} = 2$
» a quinta.....	$\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$
» a quarta.....	$\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$
» a terça maior.....	$\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$
» a terça menor.....	$\frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$

Os sons cujos numeros de vibrações estão entre si como os termos da serie natural dos numeros inteiros 1, 2, 3, 4, 5, 6... denominam-se *sons harmonicos* ou simplesmente *harmonicos*. A coexistencia de dois d'estes sons produz um acorde tanto mais consonante quanto mais simples são os numeros que lhe correspondem na serie. De facto, ao passo que os dois primeiros dão a oitava, o 2.º e 3.º a quinta, o 3.º e 4.º a quarta, o 4.º e 5.º a terça, se tomarmos dois sons expressos por numeros mais elevados da serie, o acorde será tanto mais disonante quanto mais complexos forem esses numeros.

Tres, quatro ou mais sons, cujos numeros de vibrações estão entre si em relações simples, e que tomados dois a dois produziriam consonancia, dão um acorde multiplo consonante quando se sobrepõem todos. Entre os acordes provenientes da coexistencia de tres sons, os mais consonantes são os produzidos pelos sons expressos pelos numeros 4, 5 e 6 e pelos 10, 12 e 15 da serie dos numeros inteiros. Os tres primeiros sons que, comparados dois a dois, dão as relações $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$ e $\frac{3}{2}$, formam o que se chama *acorde perfeito maior*, e os

outros tres cujas relações são $\frac{6}{5}$, $\frac{5}{4}$ e $\frac{3}{2}$, differindo sómente dos anteriores na ordem dos dois primeiros intervallos, constituem o *acorde perfeito menor*.

352. *Gamma, intervallos da gamma*.—Para satisfazer ás leis harmonicas a que os acordes estão subordinados, a musica adoptou uma serie de sons que permitem realisar todos os intervallos consonantes. Esta serie, que se denomina *gamma* ou *escala diatonica*, compõe-se de sete sons distinctos, denominados *notas de musica*, cujos nomes especiaes, numeros relativos de vibrações e intervallos correspondentes, são os seguintes:

Notas inglezas, allemãs e da antiga escala

gregoriana C, D, E, F, G, A, B, C.

Notas portuguezas e italianas dó, re, mi, fa, sol, la, si, dó

Relações entre os numeros de vibrações 1, $\frac{9}{8}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{15}{8}$, 2.

Relações em numeros inteiros..... 24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48

Intervallos entre duas notas consecutivas $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{16}{15}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{16}{15}$.

Os francezes dão ao dó o nome de *ut*.

A successão de differentes gammas, começando cada uma pelo *dó*, que termina a precedente, constitue a *escala musical*. Cada gamma consta da mesma serie de notas, dispostas segundo as mesmas relações, e que podem distinguir-se das notas da gamma fundamental por meio de indices numericos positivos ou negativos, que designam a ordem da gamma depois ou antes d'aquella.

As denominações dos diversos intervallos musicaes indicados anteriormente, derivam das posições das notas que lhes dão origem, em relação á primeira nota ou fundamental. Aos nomes já conhecidos tem de juntar-se os de *segunda*, *sexta* e *setima* para designar os intervallos entre a primeira e a segunda, sexta e setima notas. Estes intervallos são expressos respectivamente pelas relações $\frac{9}{8}$ e $\frac{5}{3}$ e $\frac{15}{8}$.

Deve porém notar-se que a denominação de um intervallo se applica a todos os intervallos iguaes, qualquer que seja a nota tomada para ponto de partida. Assim o intervallo *sol* a *sol*₂, sendo igual a 2 como o de *dó* a *dó*₂, diz-se uma *oitava*. O intervallo de *fa* a *la* e o de *sol* a *si* diz-se uma *terça*, como o de *dó* a *mi* porque é igual a $\frac{5}{4}$. Os musicos dão a este intervallo o nome de *terça maior* para o distinguir do intervallo de *mi* a *sol*, que é igual a $\frac{6}{5}$ e que se denomina *terça menor*.

Os intervallos entre duas notas consecutivas reduzem-se a tres: $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$ e $\frac{16}{15}$. O primeiro por ser o de maior valor denomina-se *tom*

maior, o segundo, que é o immediato em valor, chama-se *tom menor* e o ultimo que é o menor diz-se *semi-tom maior*. O tom menor difere do maior de uma quantidade muito pequena $\frac{80}{81}$ denominada *comma*, que só um ouvido muito delicado e muito exercitado pôde apreciar. Os commas são ordinariamente desprezados na musica. Como $\frac{10}{9} = \frac{16}{15} \times \frac{25}{24}$, segue-se que o tom menor se pôde dividir em dois intervallos, um $\frac{16}{15}$ que é o *semi-tom maior*, e outro $\frac{25}{24}$ a que se dá o nome de *semi-tom menor*. É este o menor intervallo que se considera em musica.

Como se vê no quadro anterior a gamma musical é formada pela successão de dois tons, um semi-tom, tres tons e um semi-tom, abstrahindo da differença que ha entre o tom maior e o tom menor.

353. *Sustenidos e bemoes; escala chromatica*.—Elevando ou abaiando de um semi-tom menor as diversas notas da gamma natural, obtêm-se sons que se dizem respectivamente *sustenidos* ou *bemoes* das notas correspondentes da gamma. Para sustenir ou bemolisar uma nota basta pois multiplicar o numero que a representa pela relação $\frac{25}{24}$ ou pela $\frac{24}{25}$. Emprega-se o signal \sharp para designar que a nota a que está junto é sustenida; e o signal \flat para designar que a nota é bemol.

Os sustenidos e bemoes, augmentando consideravelmente os recursos da musica, servem especialmente para se poder principiar a gamma por uma nota differente de *dó*, sem que os intervallos entre as differentes notas deixem de se succeder pela mesma ordem que na gamma natural. É por isto que em musica ha a faculdade de transportar uma aria, isto é, de a reproduzir com os mesmos intervallos relativos, elevando ou baixando todas as notas da mesma quantidade. Querendo por exemplo começar a gamma em *re* ou em *mi*, é necessario para que os intervallos entre as notas sejam os mesmos e se succedam pela mesma ordem que na gamma natural (352), sustenir o *fa* e o *dó* no primeiro caso e no segundo sustenir o *fa*, o *sol*, o *dó* e o *re*. As duas gammas serão pois para estes casos

$$\begin{aligned} & re, mi, fa \sharp, sol, la, si, dó_2 \sharp, re_2 \\ & mi, fa \sharp, sol \sharp, la, si, do_2 \sharp, re_2 \sharp, mi_2 \end{aligned}$$

A gamma pôde tambem começar por uma nota sustenida ou bemolizada. A nota pela qual começa a gamma d'onde são tomadas as notas que constituem uma aria diz-se *tonica* e define o *tom* da mesma aria. É esta pois a terceira accepção que recebe em musica a palavra *tom*.

Para satisfazer rigorosamente a todas as necessidades musicas seria preciso que os instrumentos de sons fixos, como o piano e o órgão, podessem dar, alem das notas naturaes, os sustenidos e bemoes correspondentes, o que, complicando muito o machinismo, elevaria a 21 o numero de teclas para cada oitava. Porém, como é facil de notar, muitas d'essas notas differem entre si quantidades muito pequenas, que se podem desprezar do mesmo modo que os *commas*. Assim por exemplo o *re* \sharp é igual a $\frac{9}{8} \times \frac{25}{24} = \frac{75}{64}$ e o *mi* \flat igual a $\frac{5}{4} \times \frac{24}{25} = \frac{6}{5}$ e o intervallo entre ellas $\frac{128}{125}$ differe da unidade apenas em $\frac{3}{125}$ quantidade muito pequena e de natureza do *comma*.

É por este motivo que nos pianos e órgãos o mesmo som serve para representar uma nota sustenida e a seguinte bemolisada. Nas harpas de Erard as duas notas são porém distinctas: para produzir uma nota bemolisada encurta-se um pouco, por meio de um machinismo especial, a corda que produz a nota precedente sustenida. Nos instrumentos de sons continuos, como as rabecas, violas etc., os sustenidos e bemoes podem fazer-se precisamente, collocando convenientemente o dedo que limita a parte vibrante da corda.

Denomina-se *gamma chromatica* aquella em que os intervallos successivos são *semi-tons*, confundindo-se cada nota sustenida com a seguinte bemolisada. A successão de differentes gammas chromaticas constitue a *escala chromatica*. A serie das notas na gamma chromatica é a seguinte:

$$\text{dó, } \left\{ \begin{array}{l} \text{dó } \sharp \\ \text{ou} \\ \text{re } \flat \end{array} \right\}, \text{re, } \left\{ \begin{array}{l} \text{re } \sharp \\ \text{ou} \\ \text{mi } \flat \end{array} \right\}, \text{mi, fa, } \left\{ \begin{array}{l} \text{fa } \sharp \\ \text{ou} \\ \text{sol } \flat \end{array} \right\}, \text{sol, } \left\{ \begin{array}{l} \text{sol } \sharp \\ \text{ou} \\ \text{la } \flat \end{array} \right\}, \text{la, } \left\{ \begin{array}{l} \text{la } \sharp \\ \text{ou} \\ \text{si } \flat \end{array} \right\}, \text{si, dó}_2.$$

354. *Determinação do numero de vibrações correspondentes a um som; comprimento da onda sonora.*—Pelo conhecimento dos intervallos musicas e das relações que existem entre as diversas notas da gamma, póde-se obter o numero de vibrações que corresponde a um dado som, determinando n'um instrumento de musica que dê sons continuos, o intervallo que existe entre esse som e um outro de que se conhece anteriormente o numero de vibrações, por meio do vibroscopio.

Conhecendo-se o numero de vibrações que um corpo sonoro executa durante a unidade de tempo acha-se o comprimento da onda sonora correspondente, dividindo (326) a velocidade do som por aquelle numero, qualquer que seja a altura do som, porque, como se sabe, a velocidade é a mesma para os sons de alturas diversas.

CAPITULO III

Movimento vibratorio

SECÇÃO 1.ª

Vibrações dos solidos e liquidos

355. *Vibrações dos solidos; modo de as excitar.*—O movimento vibratorio nos corpos solidos, produzindo-se quando se põe em acção a sua elasticidade, pôde, segundo o modo como esta é exercitada, originar (175) vibrações *transversaes, longitudinaes e por torsão*.

As vibrações *transversaes* são as que se verificam quando as moléculas se deslocam perpendicularmente á maior dimensão dos corpos, flectindo-se alternativamente a um e outro lado das suas posições de equilibrio. Podem ser produzidas empregando o arco como na rabeca; exercendo uma ligeira pressão, como quando se ferem as cordas com os dedos, ou quando se percutem com pequenos martellos, ou finalmente pela acção de um choque mais ou menos intenso, como no tambor e nos sinos.

As vibrações *longitudinaes* operam-se no sentido da maior dimensão dos corpos, podendo ser assimiladas, emquanto ao modo como são produzidas, ás que se verificam nas columnas aereas (325). Para as produzir friccionam-se, geralmente, os corpos no sentido do comprimento com um panno salpicado de *colophonia*.

Finalmente as vibrações por torsão são ordinariamente produzidas nas *varas rigidas*, segurando-as pelo meio e friccionando-as com o arco perpendicularmente ao seu comprimento.

356. *Leis das vibrações transversaes das cordas.*—As cordas que se empregam nos instrumentos de musica são constituídas geralmente, por fios mais ou menos grossos de metal ou do intestino delgado de certos herbivoros.

Quando se desvia da posição de equilibrio uma corda flexível, tensa pelos seus extremos, por meio de uma flexão inicial, a corda entra em movimento vibratorio em virtude da elasticidade de tensão desenvolvida, voltando no fim de certo numero de vibrações *transversaes*, de amplitudes decrescentes, á sua posição primitiva.

As leis de vibrações *transversaes* das cordas deduzidas pelo calculo e verificadas experimentalmente são as seguintes:

1.ª *Sendo constante a tensão da corda, o numero de vibrações que esta executa durante certo tempo, é inversamente proporcional ao seu comprimento.*

2.^a Em igualdade de circumstancias o numero de vibrações está na razão inversa do diametro da corda.

3.^a Para uma certa corda o numero de vibrações é proporcional á raiz quadrada do esforço de tensão.

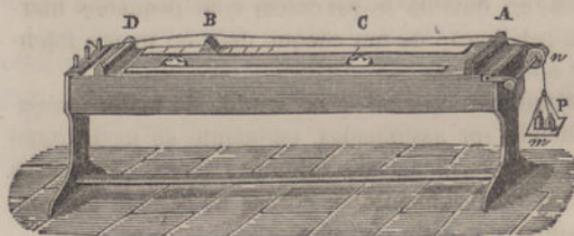
4.^a Em circumstancias identicas, o numero de vibrações de uma corda está na razão inversa da raiz quadrada da sua massa especifica.

Estas leis acham-se todas comprehendidas nas seguintes formulas

$$n = \sqrt{\frac{gP}{c p}} \text{ ou } n = \frac{1}{r c} \sqrt{\frac{P}{\pi d}}$$

em que n designa o numero de vibrações executadas durante um segundo, por uma corda cuja parte vibrante tem o peso p e o comprimento c , sendo r o raio da corda, P o peso que a tende, d a sua massa especifica, g a intensidade da gravidade e π a relação da circumferencia ao diametro. A segunda formula obtem-se substituindo na primeira p pelo seu valor $\pi r^2 g c d$.

357. *Sonometro; verificação das leis das vibrações transversaes das cordas.*—Para verificar as leis das vibrações transversaes das cordas,



(Fig. 222)

emprega-se o aparelho (fig. 222) que se denomina *sonometro*, e a que tambem se dá o nome de *monocordio*, porque muitas vezes tem uma unica corda. O son-

ometro é essencialmente composto por uma caixa ôca de madeira destinada a reforçar o som, e na parte superior da qual está, collocada sobre dois cavalletes fixos A e D , uma corda metallica DCA segura n'um dos extremos por meio de uma caravelha, e tensa de uma maneira constante pela acção de pesos P contidos no prato m e por intermedio da roldana n . Entre os cavalletes fixos e parallelamente á corda existe uma escala de millimetros, ao lado da qual estão dispostas escalas especiaes. N'este aparelho adapta-se ordinariamente mais de uma corda, podendo os comprimentos das partes vibrantes serem limitados por cavalletes moveis. A primeira lei demonstra-se collocando o cavallete movel a $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ do comprimento da corda e fazendo vibrar a parte maior, porque se acha que esta dá respectivamente a oitava, a quinta e a terça maior do som dado por toda a corda, isto é, sons cujos numeros de vibrações estão para o d'este, nas relações de $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$. Se o som dado pela corda inteira é o

do fundamental acha-se que, para os comprimentos da corda expressos pelas fracções $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{15}$ e $\frac{1}{2}$ (352), se obtêm successivamente as diversas notas da gamma.

A segunda lei verifica-se collocando no sonometro duas cordas da mesma substancia, igualmente tensas, porém de diametros diversos; porque se acha que o som produzido pela mais delgada é mais agudo que o produzido pela outra. Se, por exemplo, uma das cordas tem o diametro duplo do da outra, a primeira dá a oitava aguda do som produzido pela segunda.

Para provar a terceira lei fixam-se no sonometro duas cordas identicas tendidas por pesos que estejam entre si como 1 está para 4, por exemplo, porque se acha que a mais tensa dá a oitava aguda da outra, o que mostra que os numeros relativos de vibrações correspondentes estão entre si como as raizes quadradas dos pesos que as tendem.

Finalmente para verificar a ultima lei, collocam-se no sonometro duas cordas de substancias diversas, de igual secção e tensas por pesos iguaes. Determinam-se depois por meio de cavalletes moveis os comprimentos c e c' que é necessario dar ás duas cordas, para que vibrando dêem o mesmo som, acha-se $\frac{c}{c'} = \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{d'}}$, sendo d e d' as massas especificas correspondentes. Ora como pela primeira lei, se tem $\frac{c}{c'} = \frac{n'}{n}$ designando por n e n' os numeros respectivos de vibrações, tem-se finalmente $\frac{n'}{n} = \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{d'}}$ o que demonstra a lei.

Por meio do sonometro pôde, com o conhecimento da primeira lei, obter-se o numero de vibrações que corresponde a um determinado som durante um segundo, medindo o comprimento da corda que produz esse som, e comparando-o com o comprimento correspondente a um som fornecido por um diapasão normal de que se conhece o numero de vibrações. É por este processo, devido a Mersenne, que ordinariamente se apreciam os numeros de vibrações correspondentes aos diversos sons.

As leis das vibrações transversaes applicam-se tambem ao caso de pequenas laminas delgadas, membranosas ou metallicas, que se fazem vibrar com um martello de cortiça e não com o arco, porque este podia dar origem a vibrações por torsão. Aquellas leis podem ser verificadas para o caso das laminas, com um apparatus analogo ao sonometro.

Quando as experiencias sobre as vibrações transversaes das cordas ou das laminas delgadas se fazem com bastante rigor, acha-se sempre certa divergencia entre a theoria e a observação. Assim, quando o comprimento da corda ou da lamina diminue, a altura do som não

se eleva na rasão inversa d'aquelle comprimento, porém n'uma rasão menor. Isto provém não só de que os pontos de apoio não são fixos, mas especialmente de que as cordas e laminas em vez de perfeitamente flexiveis, como a theoria suppõe, são sempre pelo contrario mais ou menos rigidas.

Os instrumentos de cordas são todos *compostos*, isto é, o som produzido pelas cordas é reforçado, ou por laminas elasticas ou por massas aereas contidas em caixas reforçantes. N'estes instrumentos as cordas são postas em vibração por meio do arco, como na rabeça, rabeção e violoncello, pela acção dos dedos ou das palhetas, como na viola, harpa e psalterio, ou pela de pequenos martellos como no piano.

358. *Leis das vibrações longitudinaes das cordas.*—As leis das vibrações longitudinaes, são as seguintes: 1.º O numero de vibrações é independente do diametro e tensão das cordas; 2.º O numero de vibrações está na rasão inversa da raiz quadrada do comprimento da corda. A experiencia demonstra estas leis.

Designando por p e c o peso e o comprimento de uma corda, Σ o seu coefficiente de elasticidade, P o peso que a tende, g a intensidade da gravidade e n o numero de vibrações transversaes que executa por segundo, o numero n' de vibrações longitudinaes é dado pela formula

$$n' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g \Sigma}{p c}} \text{ e } n' = n \sqrt{\frac{\Sigma}{P}}$$

como P é muito pequeno em relação a Σ , a segunda formula indica que as vibrações longitudinaes dão sons muito mais agudos que as transversaes.

359. *Nós e ventres de vibração; harmonicas das cordas.*—Uma corda em vibração divide-se geralmente em certo numero de partes aliquotas, animadas de vibrações proprias, e separadas umas das outras por pontos que se conservam sensivelmente em repouso e se denominam *nós*. Duas partes vibrantes separadas por um nó são necessariamente n'um momento dado de sentidos contrarios, do modo que a corda affecta a cada instante uma forma sinuosa (fig. 223), ora a que



(Fig. 223)

está representada com o traço cheio, ora a que está representada por traço pontuado. As partes da corda em que as vibrações parciais têm maior amplitude chamam-se *ventres de vibração*.

Para realisar esta subdivisão da corda, basta produzir ao lado d'ella o som que seria dado por uma das partes iguaes que se pretendem

obter. O som transmittido ao ar communica-se á corda que o reproduz, e se previamente se tem collocado em varios pontos da corda, aneis ou cavalletes de papel, observa-se que estes saltam nas partes vibrantes da corda, conservandô-se immoveis os que correspondem aos nós. A subdivisão da corda obtem-se tambem collocando um cavallete movel n (fig. 223) de modo que divida a corda AB em duas partes, das quaes a maior contenha um numero inteiro de vezes a menor, tres por exemplo. Fazendo vibrar a parte menor An tangendo-a na parte media U , observa-se que a outra parte nB tambem entra em vibração, dividindo-se em tres partes vibrantes iguaes separadas pelos nós n' , n'' , o que se reconhece, como anteriormente, por meio de aneis e cavalletes de papel.

Quando uma corda dá um som grave bem sustentado, além do som fundamental distingue-se a oitava da quinta e a dupla oitava da terça, e (quando o ouvido está bem exercitado) tambem a oitava e a dupla oitava, sons que são precisamente os harmonicos 2, 3, 4 e 5 (351) de som principal. Este phenomeno conhecido pelo nome de *resonancia multipla* explica-se suppondo que a corda, posta em movimento vibratorio, não só vibra em todo o comprimento, mas que as diferentes partes aliquotas em que póde subdividir-se vibram separadamente produzindo os sons correspondentes. Este facto que o calculo mathematico faz prever, e que a experiencia comprova, é uma consequencia do principio da coexistencia das pequenas oscillações (327).

360. *Vibrações das varas e laminas.*—As *varas* ou hastes rigidas prismaticas e as *laminas* de vidro, madeira e aço vibram transversal e longitudinalmente pelo effeito da sua elasticidade apresentando, como as cordas, nós e ventres de vibração. As vibrações transversaes podem-se produzir fixando as varas e laminas por uma extremidade e tangendo com o arco de rabeça a parte livre. As vibrações longitudinaes verificam-se fixando a vara ou lamina por algum ponto e friccionando-a no sentido do comprimento com um panno salpicado de colophonia. N'este ultimo caso só se produzirá um som quando o ponto fixo corresponde a uma parte aliquota do comprimento da vara ou lamina. As varas ou laminas podem tambem ser livres ou engastadas por uma ou por ambas as extremidades. O calculo demonstra e a experiencia confirma que o *numero de vibrações transversaes das laminas e varas da mesma natureza é proporcional á espessura e está na razão inversa do comprimento das mesmas, e que o numero de vibrações longitudinaes é sempre inversamente proporcional ao comprimento, qualquer que seja o diametro e fórma da secção transversal.*

Mr. Marloye inventou um instrumento fundado nas vibrações longitudinaes, composto de vinte varas de madeira de comprimentos previamente calculados, que dão a escala chromatica, friccionando-as com os dedos impregnados de rezina. A harmonica vitrea ou *glass-chord*,

a que vulgarmente se dá o nome de marimbas, é constituída por pequenas laminas de vidro de igual espessura, e de comprimentos taes que os seus quadrados estão na rasão inversa dos numeros de vibrações correspondentes aos diversos sons da gamma. Estas laminas são sustentadas por dois cordões horisontaes e percutidas com martellos de cortiça. Nas caixas de musica os sons são produzidos por pequenas laminas de aço ou latão, fixas por uma extremidade e postas em vibração por meio do cavilhas dispostas convenientemente sobre a superficie de um cylindro, que se move em torno do seu eixo.

361. *Vibrações das chapas.*—As chapas ou placas rigidas e homogeneas de madeira, metal ou vidro, vibram transversalmente, subdividindo-se em muitas partes vibrantes separadas por *linhas nodaes*, que se observam facilmente cobrindo previamente com uma pequena camada de areia a superficie vibrante, porque n'ellas se accumula a areia que salta das partes em vibração. Póde-se produzir o movimento vibratorio das chapas, fixando-as pela parte media e friccioando os bordos com o arco ou fixando-as pelos bordos e abalando-as por meio de crinas que passam por um orificio aberto no centro.

A posição das linhas nodaes póde-se fazer variar, tocando com a mão ou com pontas de compasso convenientemente revestidas, as partes em que se pretendem formar. A mesma chapa póde dar successivamente diversos sons, sendo o número de linhas nodaes tanto maior quanto mais agudo é o som produzido. As linhas nodaes produzidas pela mesma chapa nas mesmas condições são identicas. As figuras constituidas pelas linhas nodaes denominam-se figuras acusticas e foram estudadas por Chladni e Savart. Muitas figuras diversas podem corresponder a um certo som; porém uma dada figura dá sempre o mesmo som, e sempre que uma chapa é posta em vibração nas mesmas condições reproduz a mesma figura.

Quando diversas chapas da mesma substancia e semelhantes entre si, em todas as dimensões experimentam o mesmo modo de divisão ou apresentam figuras acusticas semelhantes, os numeros correspondentes de vibrações estão na rasão das suas dimensões homologas. Esta lei demonstra-se experimentalmente.

O *tamtam* dos chinezes e os cymbalos ou pratos usados nas bandas militares são instrumentos constituídos por chapas metallicas. Alem dos sons principaes, estes dois instrumentos produzem uma grande multiplicidade de sons concomitantes. Nos cymbalos distingue-se tambem um som muito agudo, devido ás vibrações do ar contido n'uma cavidade hemispherica que existe no meio de cada cymbalo.

Nos vasos de revolução como os sinos, as vibrações transversaes dão origem a linhas nodaes dirigidas segundo os meridianos, o que

se pôde verificar collocando no interior dos vasos um liquido que é projectado nas partes correspondentes aos *ventres*, conservando-se em repouso junto aos *nós*.

362. *Vibrações das membranas.*—As membranas flexiveis e tensas, de pelle, de papel, vibram transversalmente por percussão como nos tambores e timbales, ou por communicação (318), dando origem a linhas nodaes, que se podem observar como as das chapas. Os sons produzidos pelas membranas são tanto mais agudos quanto mais tensas ellas estão e menores são as suas dimensões.

363. *Vibrações dos liquidos; modo de as produzir.*—Os liquidos (318) que, assim como os solidos e gazes, transmittem em virtude da sua elasticidade o movimento vibratorio e por consequencia o som, podem entrar por si mesmos em vibração, dando origem a sons mais ou menos intensos. O esgoto de um liquido por um orificio dá a origem a um movimento vibratorio sensivel (270), distinguindo-se na veia liquida *nós* e *ventres*. As vibrações produzidas dão origem a um som fraco que pôde ser reforçado por meio de um membrana ou de um vaso, e cujo numero de vibrações está na rasão inversa do diametro do orificio por onde se verifica o esgoto.

Pôde-se tambem produzir o movimento vibratorio n'um liquido, empregando a sereia ou tubos de orgão, mergulhando convenientemente estes instrumentos e dirigindo-lhes uma corrente liquida em vez de uma corrente aerea.

SECÇÃO 2.^a

Vibração dos gazes

364. *Tubos sonoros.*—O ar, assim como todos os gazes, que pelas suas vibrações transmittem os sons produzidos pelos solidos e liquidos, pôde como sabemos (321) vibrar directamente e constituir um verdadeiro corpo sonoro: é este o caso da sereia e dos *tubos sonoros*. São assim denominados os tubos de paredes sufficientemente rigidas e de qualquer natureza, no interior das quaes se produzem sons, fazendo vibrar a massa aerea n'elles contida. A altura do som depende da fórma e dimensões da massa gazosa contida no tubo, assim como do modo de excitar n'ella as vibrações e das disposições das paredes. A natureza d'estas não influe na altura do som, quando têm espessura sufficiente; porém quando as paredes são extremamente delgadas, vibram por communicação, e, reagindo sobre as vibrações da columna aerea, modificam o tom.

Nos instrumentos de vento, as paredes quando têm pequena espessura, podem entrar em vibração, o que faz com que o timbre dependa da natureza d'ellas. Assim por exemplo os sons dados por in-

strumentos de metal são ordinariamente mais asperos do que os produzidos pelos de madeira.

Para que o som se produza no interior de um tubo é necessario excitar no ar n'elle insuflado uma serie de condensações e dilatações alternadas, que se propaguem a toda a massa aerea contida no seu interior. Para esse fim dá-se á extremidade do tubo, pela qual se insufla o ar e que constitue o que se chama *embocadura*, uma fórma apropriada para que o ar entre no tubo por intermittenças e não de um modo continuo. São duas as disposições que se empregam nos instrumentos de vento para satisfazer a essa condição: a *embocadura de flauta* e a de *palheta*.



(Fig. 224)

365. *Embocadura de flauta*.—A maneira mais geralmente empregada para fazer vibrar uma massa aerea contida n'um tubo, consiste em dirigir uma corrente de ar contra a aresta de uma lamina talhada em fórma de unha ou bisel e sobre a qual a corrente se divide.

Uma corrente de ar entrando pelo tubo porta-vento *T* (fig. 224 e 225) depois de atravessar uma fenda estreita *c*, que se denomina ouvido, quebra-se contra a aresta *a* collocada em frente da fenda. A abertura comprehendida entre a aresta *a* e a fenda *c* chama-se *bôca*, e os seus bordos *a* e *b* denominam-se respectivamente *labio superior* e *inferior*. Este systema constitue a *em-*



(Fig. 225)

bocadura de flauta.

A lamina d'ar que passa pela fenda *c* quebrando-se contra a aresta *a* comprime-se, e, em virtude da elasticidade desenvolvida, reage sobre a corrente, fazendo-a parar durante certo intervallo de tempo; porém como o ar se escapa pela *bôca*, o movimento continua, produzindo-se pois uma serie de condensações e dilatações alternadas, de que resulta um som. Este será tanto mais agudo quanto maior for a velocidade da corrente e menor a distancia entre o ouvido e a aresta do labio superior. A pureza do som depende das dimensões do tubo e dos labios, assim como da grandeza da *bôca* e da fenda.

Este modo de embocadura é empregado em certos tubos de órgão, no apito, flageolet e flauta. N'este ultimo instrumento a disposição dos labios do tocador substitue a fenda, e a borda de uma abertura oval collocada lateralmente, sobre a qual se dirige o sopro, substitue a aresta. Dá-se o mesmo caso quando se põe em vibração o ar contido n'um tubo sobre o extremo do qual se sopra, como, por exemplo,

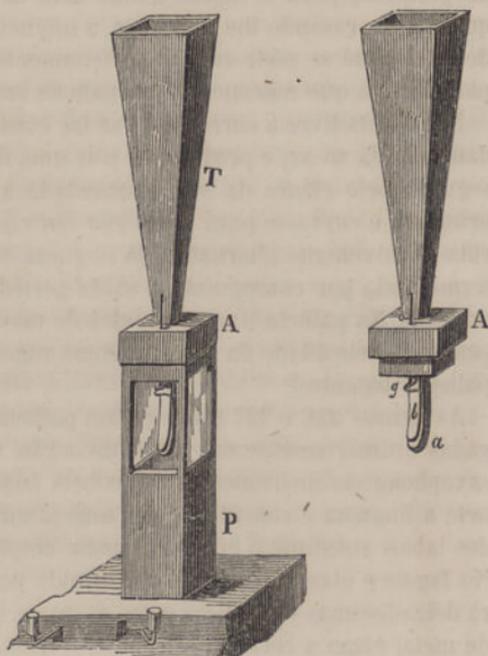
n'uma *chave femea*. A fig. 225 representa a disposição particular da embocadura de flauta nos tubos cylindricos empregados nos orgãos.

366. *Palhetas*.—Uma corrente aerea pôde ser posta em vibração por meio de *palhetas*, isto é, de laminas elasticas que, postas em vibração, interceptam ou permitem a passagem da corrente. A palheta ordinaria ou batente (fig. 226) consta essencialmente de uma peça tubular *a* de madeira ou de metal, aberta superiormente e tendo a fórma de canal. Sobre os bordos d'este canal está adaptada uma lingueta lateral *l*, que o pôde fechar ou abrir pelas suas oscillações.

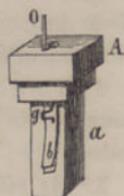
Pôde-se tornar variavel a parte livre da lingueta vibrante *l*, por meio de um arame recurvado inferiormente *og*, denominado afinador e que se faz descer ou subir á vontade. O tubo de palheta assim constituido está ordinariamente fixo, por meio de uma peça perfurada *A* na abertura superior de um tubo *P* em que se faz entrar, pela parte inferior, uma corrente aerea, empregando por exemplo o aparelho insuflador que descrevemos (346).

Quando se insufla o ar no tubo *P* a lingueta fecha a abertura correspondente do canal *a*, abrindo-se em seguida de novo, pelo effeito da sua elasticidade para a tornar a fechar e abrir regular e successivamente enquanto dura a corrente. O ar entrando por intermittenças no tubo *a* produz ondas alternativamente condensadas e dilatadas, dando assim origem a um som musical, cuja altura depende do comprimento, espessura e natureza da palheta e da velocidade da corrente. O som da palheta ordinaria é penetrante, o que resulta principalmente do choque da palheta contra os bordos do canal. O tubo *T* adaptado na abertura superior da palheta serve para dar maior amplidão ao som.

Deve-se a mr. Grenié uma outra palheta denominada *palheta*



(Fig. 226)



(Fig. 227)

livre, cujos sons são mais suaves e agradáveis que os da palheta batente. A palheta livre (fig. 227) consta essencialmente de uma caixa paralelepipedica *a*, tendo n'uma face de latão a fenda através da qual passa, rasando-lhe os bordos, a lingueta *l*, de fôrma rectangular, de modo que se pôde curvar perfeitamente, tanto para dentro como para fóra, o que não succede na palheta ordinaria.

Na palheta livre a corrente de ar faz curvar a lingueta para dentro, dando saída ao ar, e produzindo pois uma diminuição de pressão; em seguida pelo effeito da sua elasticidade a lingueta volta á posição primitiva e curva-se para o exterior em virtude da velocidade adquirida. O movimento alternativo da lingueta continua por este modo, determinando por conseguinte a saída periodica do ar, da qual resulta um som. Na palheta livre a rapidez do movimento vibratorio não depende da velocidade da corrente como succede até certo ponto com as palhetas batentes.

As figuras 226 e 227 representam palhetas batentes e livres empregadas ordinariamente nos tubos de orgão. O clarinete, oboé, fagote e saxophone são instrumentos de palheta batente. Na palheta do clarinete a lingueta é constituida por uma lamina de madeira, e a pressão dos labios substitue o gancho afinador empregado aos tubos de orgão. No fagote e oboé a palheta é constituida por duas laminas de madeira delgadissimas e elasticas entre as quaes se sopra. Nos instrumentos de metal como a corneta, a trompa, o trombone e o ophicleide, a embocadura é constituida por um pequeno bocal em que se applicam os labios e são estes que vibrando um contra o outro, constituem verdadeiras palhetas.

367. *Leis das vibrações do ar nos tubos.*—Deve-se a D. Bernouilli o conhecimento das leis das vibrações do ar nos tubos de grande comprimento e pequena secção, e em que o ar é posto em vibração em em toda a columna. Como estas condições não podem ser praticamente realisadas, por isso a experiencia não confirma plenamente as leis de Bernouilli.

Para os tubos fechados por uma extremidade as leis são as seguintes:

1. *O tubo produz sons tanto mais agudos quanto maior é a velocidade da corrente e taes que representando por 1 o som mais grave ou fundamental, os outros serão expressos pelos numeros 3, 5, 7, 9, ...*

2.^a *Para tubos desiguaes, os sons da mesma ordem correspondem a numeros de vibrações que estão na razão inversa dos comprimentos dos tubos.*

3.^a *As vibrações do ar são longitudinaes e a columna divide-se em partes iguaes, separadas por nós e correspondendo um ventre ao meio de cada uma. O fundo do tubo constitue sempre um nó e a embocadura um ventre.*

4.^a Os nós são secções planas que separam as partes vibrantes e que unicamente experimentam variações de densidade, ao passo que os ventres, conservando sempre a mesma densidade, estão constantemente em vibração.

5.^a No caso de haver um unico nó, o tubo dá o som fundamental e o comprimento da onda é igual ao quadruplo do comprimento do tubo.

Para os tubos abertos pelos dois extremos as leis differem d'estas apenas em que os sons dados por um mesmo tubo são successivamente representados pela serie dos numeros 1, 2, 3, 4... correspondendo sempre um ventre a cada extremidade. Alem d'isto nos tubos abertos em ambos os extremos, o comprimento da onda é duplo do comprimento do tubo, e o som fundamental é a oitava aguda do som de um tubo fechado do mesmo comprimento. Este facto foi explicado por Bernouilli, admittindo que no tubo fechado o som se reflecte no extremo fechado e volta para a embocadura, de sorte que a onda sonora dobra-se sobre si mesma, tendo os dois extremos na embocadura e o nó do fundo do tubo. Este nó representa o que occupa o meio do comprimento do tubo aberto, quando este produz o som fundamental. A mesma hypothese explica a successão dos sons, segundo a serie dos numeros impares no caso dos tubos fechados.

SECÇÃO 3.^a

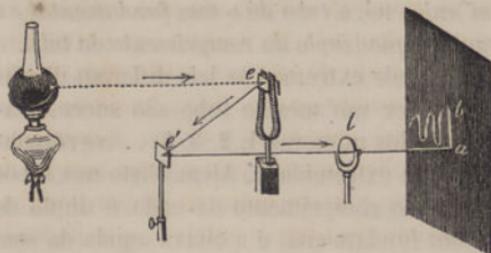
Estudo optico dos movimentos vibratorios

368. *Idéa do methodo optico de M. Lissajous.*—Deve-se a M. Lissajous um methodo elegante e fecundo, por meio do qual se póde, sem o auxilio do orgão auditivo, comparar rigorosamente os movimentos vibratorios de dois corpos sonoros, a fim de se determinar a relação exacta entre os numeros de vibrações que elles executam durante certo tempo.

Consiste este methodo em tornar visivel o movimento vibratorio, fixando sobre o corpo vibrante um pequeno espelho metallico que vibra com elle e imprime ao mesmo tempo o movimento de que está animado a um feixe luminoso. Funda-se n'um principio de optica¹, em virtude do qual a imagem luminosa persiste no orgão visual, durante alguns vigesimos de segundo, depois de ter cessado a causa que a produz.

¹ No livro V serão explicados todos os phenomenos e apparatus opticos a que aqui nos referimos.

Para estudar, por exemplo, o movimento vibratório de um diapasão, fixa-se n'um dos ramos d'este um pequeno espelho e (fig. 228) e no outro, em posição symetrica, um corpo de igual peso, a fim de regularisar as vibrações. Faz-se depois incidir sobre o espelho um feixe luminoso, que parte de

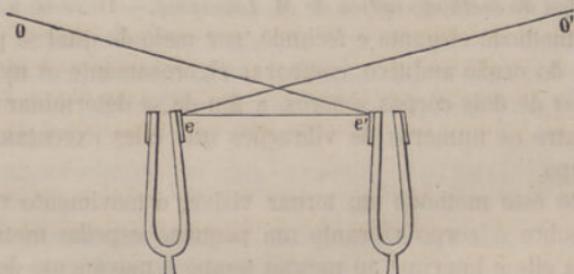


(Fig. 228)

um orificio praticado na chaminé opaca de um candieiro collocado a certa distancia. A imagem do ponto luminoso, que se produz no espelho e , reflecte-se no espelho e' , e é depois recebida directamente

pelo nosso orgão visual ou projectada n'um alvo depois de concentrada por uma lente achromatica l . Quando o diapasão está em repouso, o ponto luminoso produz no alvo uma imagem a , que se alonga no sentido do comprimento dos ramos do diapasão, quando este é posto em movimento vibratorio, dando então uma imagem persistente $a b$, que diminue successivamente com o decrescimento das amplitudes das vibrações. Se, ao mesmo tempo, o diapasão está animado de movimento rotatorio em torno do seu eixo, a imagem do ponto luminoso se deslocará successivamente, produzindo uma linha sinuosa.

369. *Composição de dois movimentos vibratorios da mesma direcção ou direcções perpendiculares.*—Para applicar o methodo optico ao estudo das vibrações da mesma direcção, collocam-se parallelamente dois diapasões iguaes e bem unisonos munidos de espelhos (fig. 229),

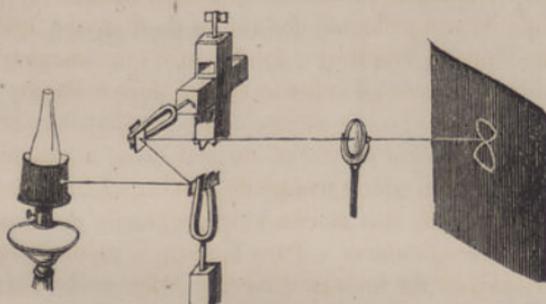


(Fig. 229)

de modo que um ponto luminoso o' , reflectindo-se successivamente nos dois espelhos e e e' , produz uma imagem o n'um alvo quando os diapasões estão em repouso. Quando se faz vibrar apenas um dos diapasões, a imagem alonga-se como no caso do numero anterior; porém, se ambos vibram simultaneamente com a mesma grandeza de amplitude, o alongamento cresce ou decresce conforme ha concor-

dancia ou discordancia entre os movimentos que as vibrações simultaneas dos espelhos imprimem á imagem. Se os dois diapasões passam no mesmo instante pela sua posição de equilibrio caminhando no mesmo sentido, os dois espelhos conservam-se sempre sensivelmente paralelos e a imagem terá a grandeza minima. Se pelo contrario os diapasões passam ao mesmo tempo pela posição de equilibrio, mas em sentido contrario, o deslocamento da imagem será precisamente igual á somma dos deslocamentos impressos ao feixe luminoso pelos dois espelhos e a imagem atingirá pois o seu maximo. Finalmente, se os diapasões não passam simultaneamente pela mesma posição de equilibrio, a grandeza da imagem variará entre os limites assignados, differindo apenas do maximo de uma quantidade que depende da *differença de phase*, isto é, da relação entre o tempo que separa os instantes em que os dois diapasões passam pelas suas posições de equilibrio e a duração de uma vibração completa.

A figura 230 representa a disposição dos diapasões quando se pre-



(Fig. 230)

tende estudar a composição de dois movimentos vibratorios rectangulares. A composição dos traços que os dois diapasões produziriam no alvo se vibrassem separadamente, origina uma curva, cuja fórmula depende do numero de vibrações dos dois diapasões e da *differença de phase*.

O methodo de mr. Lissajous applica-se em geral ao estudo de qualquer movimento vibratorio, pela composição rectangular d'esse movimento com outro que serve de typo.



The first part of the history of the world is the history of the human race. It is a story of progress and struggle, of triumph and defeat. It is a story of the human mind and the human heart, of the human spirit and the human soul. It is a story of the human race as a whole, and of the human race in every part of the world. It is a story of the human race as it has been, and as it is, and as it will be. It is a story of the human race as it has been, and as it is, and as it will be. It is a story of the human race as it has been, and as it is, and as it will be.



The second part of the history of the world is the history of the human mind. It is a story of discovery and invention, of knowledge and wisdom. It is a story of the human mind as it has been, and as it is, and as it will be. It is a story of the human mind as it has been, and as it is, and as it will be. It is a story of the human mind as it has been, and as it is, and as it will be.



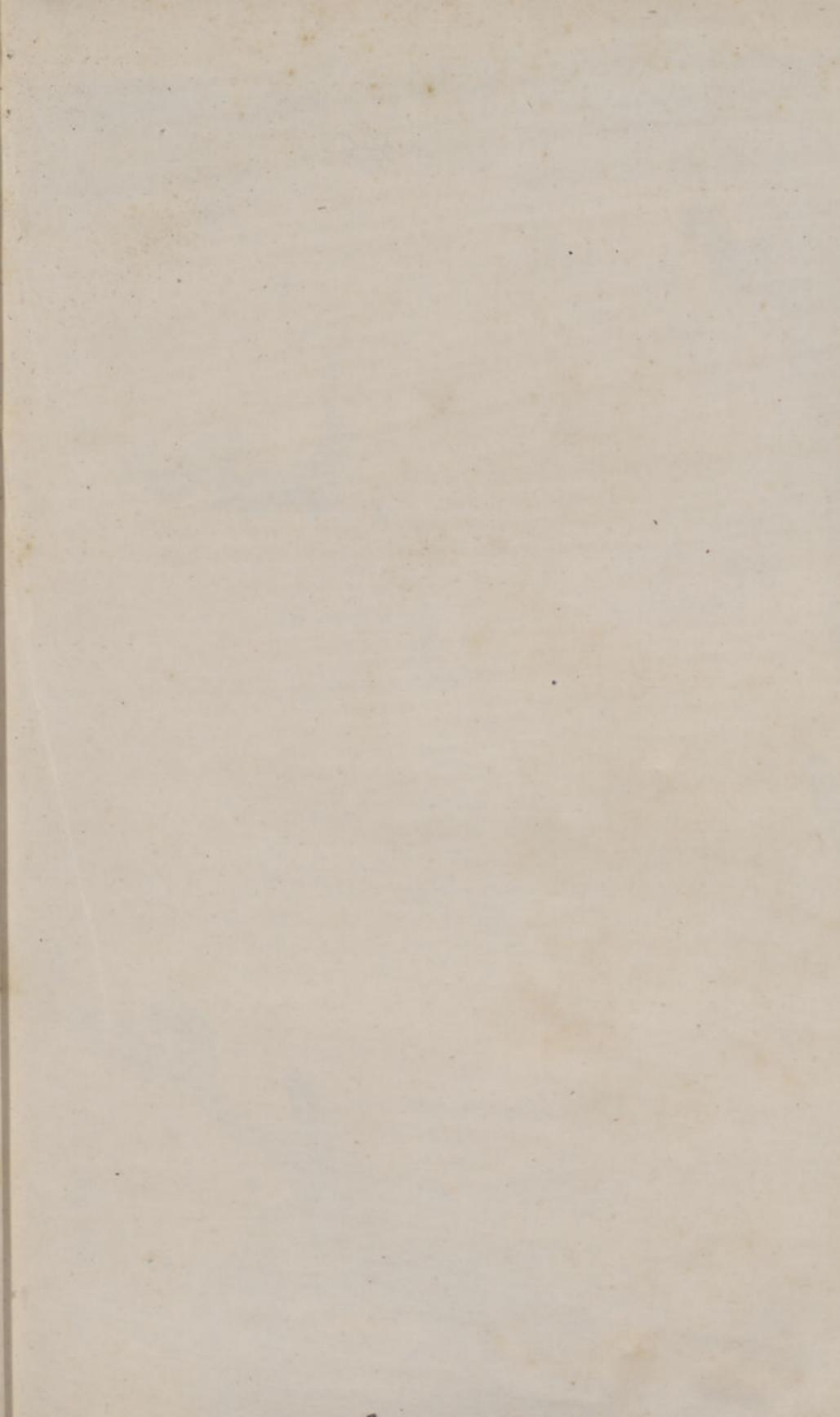
ERRATAS MAIS IMPORTANTES

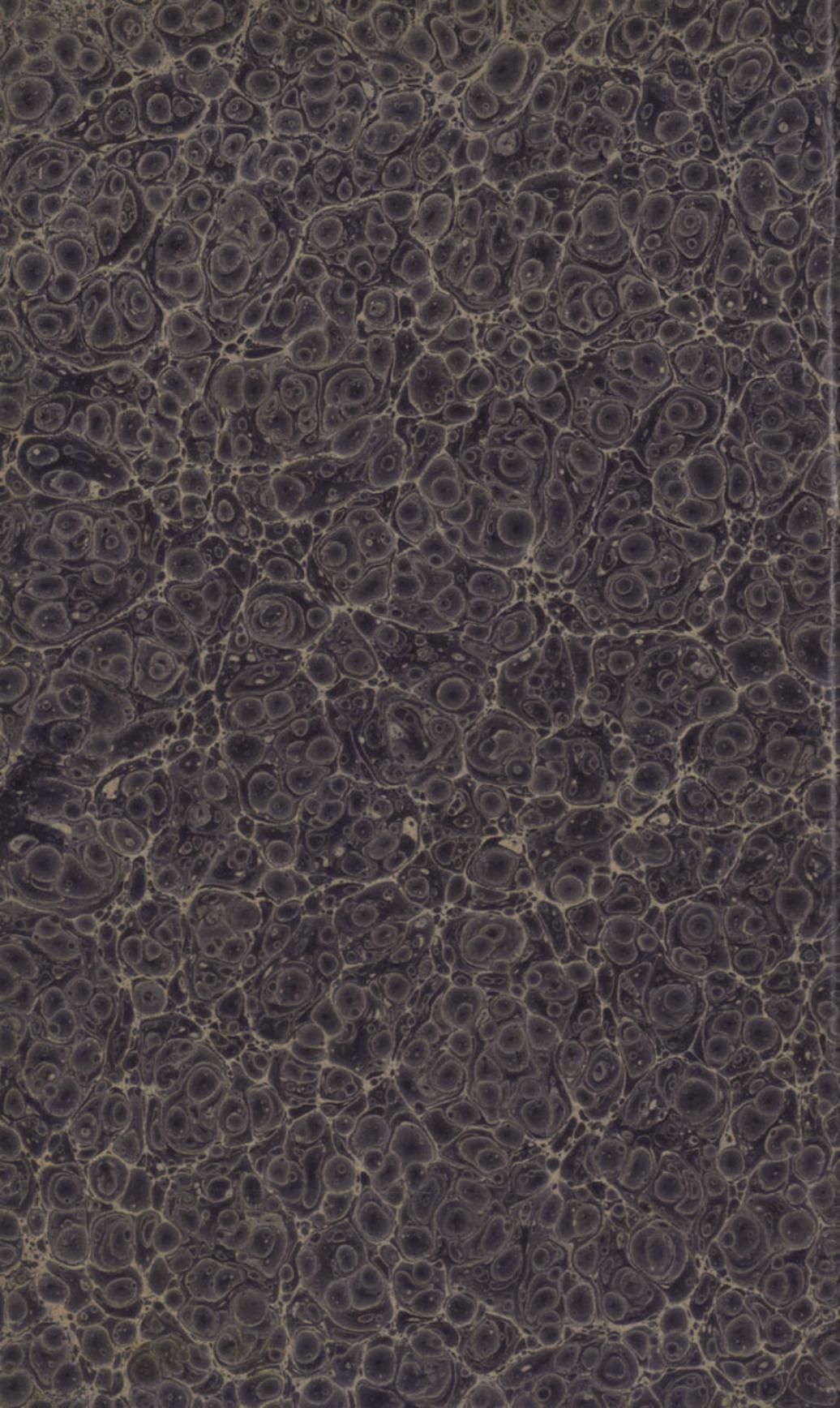
Pag.	lin.	Erros	Correcções
10	17	M. O.	M. O
24	20	movimento	em movimento
27	7	apenas se attende	apenas attende
29	5	<i>uniforme</i>	<i>uniformemente</i>
30	{ 29 30 }	<i>os espaços percorridos</i>	<i>o espaço percorrido</i>
32	{ 14 15 }	no caso contrario curvilinea	{ e curvilinea se mudar de direcção a cada instante
53	37	Para conhecer, etc.	{ 72. <i>Relações entre as forças parallelas e a sua resultante.</i> Para conhecer, etc.
54	17	72	73
61	4	$F = m \frac{4\pi r^2}{T^2}$	$F = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$
68	35	menor	maior
71	42	{ considera-se como unidade de trabalho	{ chama-se unidade de trabalho ou kilogrammetro ao
73	6	á tensão representada	a tensão representada
83	14	$\frac{cd}{db} = \frac{AB}{AC}$	$\frac{cd}{db} = \frac{AB}{BC}$
86	11	$\frac{P}{P'} = \frac{r}{R}$	$\frac{P}{P'} = \frac{r'}{r}$
"	14	$\frac{P}{R+p} = \frac{h}{2\pi R}$	$\frac{P}{R+p} = \frac{h}{2\pi r}$
95	21	<i>cáe livremente</i>	<i>cáe livremente no vacuo</i>
102	8	<i>m m'</i> fica	<i>m m'</i> , a velocidade fica
104	27	com outros	com os outros
116	{ 10 11 }	<i>de sua sensibilidade</i>	<i>de sensibilidade</i>
167	12	(148 a 129)	(148 e 149)
202	19	<i>densidade do ar</i>	{ <i>densidade do ar ou massa especifica d'este corpo</i>
203	4	densidade	massa especifica

Pag.	lin.	Erros	Correcções
213	6	Kook	Hook
230	36	localidades	localidades, ao nivel do mar,
232	2	saber-se	estudar-se
233	9	$\left(\frac{A-a}{A \times a}\right)$	$\left(\frac{A-a}{A+a}\right)$
»	26	$a = 0^m, 76$	$A = 0^m, 76$
237	6	160	100
239	17	Petit	Arago
245	40	-79°	-110°
304	6	Mitscherlick	Mitscherlik

Alem d'estas erratas ha outras de facil emenda. Se algumas incorrecções importantes forem apparecendo n'este tomo durante a impressão do segundo, serão emendadas no fim d'elle.









RÓ
MU
LO



CENTRO CIÊNCIA VIVA
UNIVERSIDADE COIMBRA

132965908X

