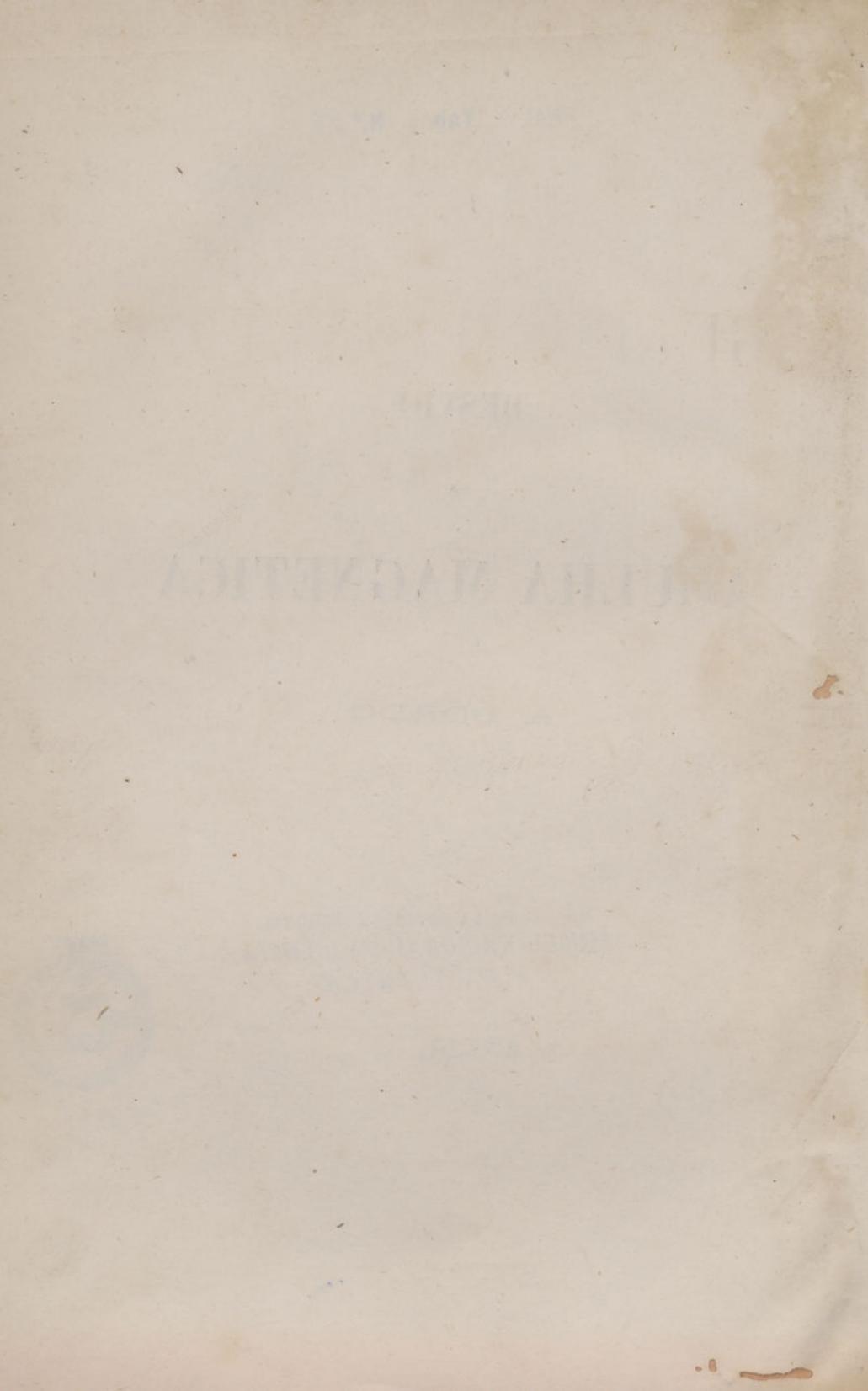


Sala 15  
Est. 4  
Tab. 4  
N.º 17

КНИЖНИКЪ СЪВЕЩА





INV: - Nº 745

Est. 5 Tab. 6 N.º 13



DESVIO

1181

DA

# AGULHA MAGNETICA

A BORDO

POR

J. C. DE BRITO CAPELLO

Primeiro tenente da armada, director das observações nautico-meteorologicas  
e membro correspondente da associação britannica



CENTRO CIENCIA E TECNICA  
MUSEU DE CAVALHOS

AC  
MNCT  
55  
CAP

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO NACIONAL  
MUSEU NACIONAL DA CIENCIA  
E DA TÉCNICA



COMPRA

N.º 129) 1181

LISBOA

IMPRESA NACIONAL

1867





## INTRODUÇÃO

São passados dois seculos desde que se notaram os primeiros indicios do desvio da agulha a bordo dos navios.

Em 1680, o celebre navegador inglez Dampier, em uma das suas viagens, notou que as declinações observadas a bordo não concordaram com as das cartas então publicadas, e ainda menos com as observadas por elle mesmo <sup>1</sup>.

Esta falta de accordo pô-lo em grande confusão, como elle mesmo confessa nas descrições das suas viagens.

Foi esta porventura a primeira vez que o desvio da agulha se annunciou a bordo, porém a sua causa foi então, e continuou a ser ainda por muito tempo, um mysterio.

Um seculo depois, o capitão Cook nota as mesmas discrepancias, e o astronomo Wales, que o acompanhava na sua segunda viagem, foi o que primeiro concluiu: «que as variações da agulha obtidas, estando o navio aoproado a diversos rumos, ou sendo observadas em diversos logares do navio, eram differentes, assim como mais differiam aquellas, que tinham sido observadas em navios differentes».

Foi este o primeiro passo dado na sciencia do desvio da agulha.

Alguns annos depois, em 1790, Mr. Dowme «Master da *Glorry*», em um relatorio das suas viagens, diz o seguinte:

«Estou convencido de que a quantidade de ferro existente a

<sup>1</sup> Parece que já em 1666, o navegador francez Guilherme Diniz, de Dieppe, teve duvidas do mesmo genero.

bordo, e principalmente o que está na proximidade da agulha, produz n'ella uma attracção apreciavel, porque a experiencia prova que a agulha não tem a mesma direcção nos diversos logares do navio».

Dowme aponta como causa do desvio da agulha o ferro a bordo, e não o suppõe de certo susceptivel de ser magnetizado pela influencia da terra.

O capitão Flinders foi o primeiro que attribuiu o desvio da agulha á sua verdadeira causa, «o magnetismo dos objectos de ferro, devido á força magnetica terrestre».

Estando Flinders occupado em levantar a planta das costas da Australia, nos annos de 1800 a 1803, teve occasião de fazer numerosas observações de marcações, nas quaes notou anomalias, assim como nas declinações da agulha por elle observadas.

Chegando a Inglaterra, propoz ao almirantado que se fizessem experiencias sobre este objecto, debaixo da sua direcção. Foi publicado o resultado d'estas experiencias, o qual se resume no seguinte:

1.º Que a marcação de um objecto distante é differente segundo o local do navio em que é feita.

2.º Que a marcação do mesmo objecto distante não tem erro sensivel, quando é feita estando o navio aproado ao N. ou ao S.

3.º Que o maximo erro em uma marcação similhante tem logar quando o navio está aproado a E. ou a O.

Passando a considerações theoricas, diz:

Que o desvio da agulha deve ter uma relação intima com a inclinação magnetica; que nas latitudes boreaes deve a extremidade N. da agulha ser attrahida para a prôa; que no equador não haverá desvio algum, e que nas latitudes austraes será a extremidade S. da agulha a attrahida para a prôa. Finalmente, que a attracção local deveria ser, nos diversos logares do globo, proporcional á inclinação magnetica multiplicada pelo seno do azimuth da prôa do navio.

Terminava propondo uma especie de correcção mechanica, aconselhando collocar a agulha em uma posição bastante a ré do navio, onde a attracção do ferro proveniente da pôpa, podesse compensar, pela sua maior proximidade, a acção mais poderosa do cen-

tro e da parte de vante do navio. Acrescentava, que se a attracção a ré fosse fraca, poderia ser augmentada, fixando verticalmente uma ou mais barras de ferro sobre o cadaste.

Foi esta de certo a primeira tentativa de correcção mechanica da agulha, semelhante aos methodos de correcção empregados em epochas muito posteriores.

Scoresby, que commandou por muitos annos navios baleeiros nos mares do norte, em regiões, onde o desvio da agulha se manifesta em grande escala, apresentou em 1819 uma memoria na sociedade real de Inglaterra, formulada já em theorias muito mais aceitaveis, e hoje quasi adoptadas; esta memoria concluia da seguinte maneira:

1.º Que todas as peças de ferro a bordo tendem a tornar-se magneticas, fixando-se um polo *boreal* (ou o que attrahe a extremidade N. da agulha), nas extremidades superiores, e um polo *austral*, nas inferiores, isto no hemispherio N.; no hemispherio S. os polos ficam em posição invertida.

2.º Que o polo, ou foco resultante de todos os polos parciaes, fica pouco mais ou menos a meio convez.

3.º Que o desvio varia com a inclinação magnetica do globo, com a posição da agulha a bordo, e com o rumo a que o navio aprôa.

4.º Que o desvio é proporcional ao seno do angulo, que faz a linha da prôa com o meridiano magnetico, sendo por consequencia maximo nas prôas E. e O.

Em outra publicação posterior Scoresby já vae mais longe, nota que o desvio augmenta, não só por ser a attracção local mais intensa, mas tambem por diminuir a sua antagonista, que retém a agulha na direcção do meridiano magnetico, a força horisontal magnetica do globo.

Por esta epocha (1819), estando para largar a expedição destinada a descobrir a passagem do NO., nos mares do polo do norte, e sendo o general Sabine (então capitão) o encarregado da parte scientifica, adoptaram-se pela primeira vez, a bordo dos navios *Izabella* e *Alexander*, os meios que são hoje de uso geral nos navios de guerra, isto é, o estabelecimento de uma agulha em uma

posição fixa e escolhida a meio navio (agulha padrão, *Standard compass*), á qual se referem todos os rumos ou marcações, e a formação de tabellas de desvios pelos methodos tambem hoje adoptados.

Em 1820 publicou Barlow a sua obra intitulada *Ensaio sobre a attracção magnetica*; n'ella propunha corrigir os desvios da agulha a bordo pela applicação de uma chapa de ferro *macio*, em posição e distancia dadas pela experiencia.

Chegou a ter alguma voga este methodo de correcção; porém caíu em desuso, não só porque se notou, que a mencionada chapa não corrigia 'os desvios em todas as circumstancias, como porque se reconheceu que a hypothese em que se fundava não era exacta.

Os grandes desvios, e a maneira regular como elles se manifestaram nos navios da expedição arctica, em que acima fallámos, attraheu a attenção do eminente mathematico Poisson.

Poisson publicou em 1824 duas memorias sobre este assumpto. A primeira continha a theoria mathematica da *inducção* magnetica terrestre; na segunda apresentava uma serie de formulas contendo coefficients, cujos valores deveriam ser determinados pela observação: estas formulas exprimiam a acção do ferro *macio* de bordo sobre a agulha.

Posteriormente, em 1839, adoptou estas formulas para o caso particular da distribuição symetrica do ferro a bordo, relativamente á secção longitudinal do navio.

A applicação d'estas formulas aos desvios das agulhas dos navios das expedições ás regiões polares, deu em resultado a maior conformidade entre os desvios calculados e os observados.

N'este mesmo anno (1839), mr. Airy, astronomo real e director do observatorio de Greenwich, depois de cuidadas e varias experiencias feitas a bordo de dois navios de ferro, o vapor *Rainbow* e o navio de véla *Iron-Sides*, navios postos á sua disposição para este fim, propoz o bem conhecido methodo de correcção por meio de barras magneticas e de ferro *macio*.

Este meio, que é hoje empregado geralmente nos navios mercantes, não foi adoptado nos navios de guerra inglezes, e principalmente nos destinados a longo curso, tanto pela quasi impossibili-

dade de corrigir por este meio os grandes desvios dos modernos navios de ferro, como pela rasão mais grave, a de tal methodo dar origem a grandes erros quando o navio muda o seu estado magnetico, o que é mui frequente em navios novos.

Em 1842 uma commissão, composta do almirante Beaufort, James Ross, capitão Johnson, Christie e general Sabine, apresentou e publicou, por ordem do almirantado, regras praticas para determinar o desvio da agulha a bordo.

Estas regras têm tido desde então muitas edições, e sempre mais ou menos augmentadas.

Pelos annos de 1842 a 1847 publicaram-se trabalhos mais importantes sobre o desvio da agulha.

Mr. Archibald Smith deduziu das equações fundamentaes de Poisson formulas simples e de facil execução, nas quaes incluia os effeitos tanto do magnetismo *induzido* no ferro *macio*, como do magnetismo *permanente* do ferro *duro*.

Estas formulas serviram para corrigir todas as observações magneticas da expedição antarctica, e tão exactas eram, que pela sua applicação desappareceram erros enormes, de quasi 90°, que se davam nas agulhas em alguns rumos oppostos.

Pouco a pouco foi o ferro invadindo a construcção e equipamento dos navios. A applicação do vapor á navegação trouxe enormes massas de ferro, taes como caldeiras, machinas, etc., etc. As amarras passaram a ser de ferro, curvas, tanques, lastro, cabos fixos, finalmente o navio todo de ferro, e muitos com os mastros e vergas do mesmo metal.

É facil conceber os grandes embaraços e difficuldades com que a navegação teve de lutar, em consequencia do emprego em tão grandes proporções de um metal essencialmente perturbador da agulha magnetica, ao mesmo tempo que se tornava rapida com os aperfeiçoamentos nas machinas de locomoção e nas construcções navaes.

Em 1851 foram postas em fórma de mappas e tabellas, e publicadas por ordem do almirantado inglez, as formulas de mr. Archibald Smith, em que acima fallámos; juntamente foram publicadas novas instrucções para a determinação do desvio a bordo, as-

sim como os methodos para a determinação dos valores dos cinco coefficients, que entram na equação do desvio.

Desde então pôde-se fazer idéa clara da distribuição do magnetismo nos diversos navios, comparando os valores dos respectivos coefficients.

Uma das conclusões mais importantes a que se chegou, conclusão deduzida pelo dr. Scoresby de numerosas observações sobre o desvio nos navios de ferro, consiste na dependencia do character, ou modo de ser, do desvio com a direcção em que o navio foi construido. O magnetismo, que o navio adquire durante a sua construcção, é, por assim dizer, fixado pela martelagem em partes definidas do navio; este estado magnetico, uma vez desenvolvido, é mais ou menos modificado, mas nunca perdido.

A relação, que liga o desvio da agulha á direcção da quilha durante a construcção, resume-se no seguinte: a extremidade N. da agulha é attrahida para a parte do navio, que ficava voltada para o S. no estaleiro.

É digno de notar, que já em 1835, o capitão Johnson, tendo feito uma serie de experiencias mui completas sobre o magnetismo do navio de ferro *Garry-Owen*, das quaes concluiu que este navio se tinha tornado em um verdadeiro magnete, terminava a descripção das mesmas experiencias com as seguintes considerações:

«Como, durante a construcção dos navios de ferro, a acção de rebater os numerosos arrebites ou cavilhas pôde excitar influencias magneticas, convirá notar a direcção, relativamente ao meridiano magnetico, em que fica a prôa ou pôpa emquanto o navio está no estaleiro, a fim de verificar, se pela combinação da primeira circumstancia se notam algumas particularidades magneticas distinctas n'estas partes do navio, e se ellas são devidas á direcção do navio durante a construcção.»

No proprio navio *Garry-Owen*, que foi construido na direcção ONO. ESE., poderia o capitão Johnson ter verificado o que suspeitava, e que só muito posteriormente, seguindo outra senda, descobriu o dr. Scoresby.

Na reunião da associação britannica em Liverpool, no anno de 1854, o dr. Scoresby tratou de um assumpto de grande importan-

cia relativamente ao desvio da agulha, a saber: as variações regulares ou accidentaes, que têm logar no magnetismo dos navios.

Veiu este assumpto a proposito da perda do vapor *Tayleur*, com a qual pereceram duzentas e noventa pessoas. A discussão, que se originou, deu logar á creação em Liverpool de uma notavel commissão (*Liverpool compass committee*), cujos valiosos trabalhos foram successivamente publicados em tres relatorios.

O dr. Scoresby, preocupado com a idéa de observar as variações do magnetismo dos navios, tanto as que se produzem accidentalmente, como as que provém da mudança de posição geographica, resolveu embarcar no *Royal Charter* em 1856, e fazer uma viagem de ida e volta á Australia, viagem que terminou satisfactoriamente. O resultado das suas observações foi publicado no segundo relatorio da commissão de Liverpool, em 1857.

A commissão de Liverpool apresentou como bases estabelecidas os seguintes pontos:

1.º O magnetismo dos navios de ferro é distribuido segundo leis precisas e determinadas.

2.º Em todos os navios de ferro, durante a sua construcção, desenvolve-se um estado magnetico definitivo, o qual nunca mais se perde, aindaque depois seja muito modificado.

3.º Logo depois que o navio cae no mar, tem logar uma consideravel perda do seu magnetismo; porém depois as variações, quer na direcção quer na quantidade, são lentas e graduaes.

4.º O magnetismo original de um navio de ferro está constantemente sujeito a pequenas fluctuações, provenientes de novas inducções magneticas.

5.º Os desvios da agulha, provenientes da parte mais permanente do magnetismo de qualquer navio de ferro, podem ser compensados com bom resultado; e esta compensação torna mais igual a força directriz da agulha nos diversos rumos a que o navio apróa.

Um dos erros da agulha mais importante nos modernos navios de ferro, e principalmente nos navios *couraçados*, é o denominado desvio da *banda* (*heeling error*), desvio devido á inclinação do navio para um ou outro bordo.

Esta parte do desvio esteve por muito tempo envolta em grande obscuridade, e é essencial o seu conhecimento, porquanto o desvio, com o qual se conta em um dado rumo, é consideravelmente alterado, ora para mais, ora para menos, conforme o bordo, para onde o navio se inclina quando cede ao impulso do vento.

Ainda em 1860 mr. Airy dizia, que a perturbação produzida pela inclinação do navio no desvio da agulha, não tinha sido bem observada, e que a correcção correspondente não se achava reduzida a leis simples; e que por consequencia era esta parte, aliás mui importante do desvio, a unica em que devia falhar a correcção pratica da agulha.

Coube ainda ao sr. Archibald Smith resolver este importante problema. Das proprias formulas fundamentaes de Poisson deduziu as expressões, que indicam as alterações nos diversos coefficients, provenientes da inclinação do navio.

Tendo-se notado ultimamente, que as formulas publicadas em 1851 por ordem do almirantado inglez, as quaes só eram approximadas, não eram sufficientemente exactas para representarem os grandes desvios que se dão nos modernos navios de guerra, fez-se uma revisão ás instrucções publicadas n'aquella data, e em 1862, foi publicado o *Manual do almirantado para determinar e applicar o desvio da agulha*. Os collaboradores d'esta importante publicação são mr. F. J. Evans, superintendente da repartição das bussolas do almirantado, e mr. Archibald Smith. Ao ultimo pertence a parte mathematica <sup>1</sup>.

Em breve se publicou segunda edição, enriquecida de methodos mais facéis para a determinação do desvio, e de processos graphicos muito expeditos na pratica, e com os quaes se resolve a maior parte dos problemas relativos ao desvio da agulha, empregando sómente a regua e o compasso.

Não é só á Inglaterra que se deve o adiantamento d'esta parte da sciencia nautica. Todos os governos das nações propriamente maritimas têm cuidado mais ou menos d'este assumpto.

Em França coube a Poisson a gloria de encetar esta conquista

<sup>1</sup> A sociedade real premiou mr. Archibald Smith com a medalha de oiro, pelas suas investigações mathematicas sobre o desvio da agulha.

moderna da sciencia. Poisson, como já dissemos, deduziu as formulas geraes, e adoptou-as para casos particulares da distribuição do ferro a bordo, e n'esta epocha (1839), em que os navios de ferro eram raros, estas formulas satisfaziam perfeitamente.

Em 1842 mr. Darondeau, engenheiro hydrographo da marinha imperial, publicou uma traducção do resultado das experiencias de mr. Airy sobre o desvio da agulha.

Mais recentemente apresentou o mesmo mr. Darondeau, um relatorio ao ministro da marinha imperial, ácerca de uma missão a Inglaterra sobre o mesmo objecto.

Mais trabalhos da mesma especie se lhe devem, e ultimamente uma obra intitulada *Cours de régulation des compas, professé à l'École du génie maritime*.

A Russia estabeleceu um observatorio em Cronstadt, destinado exclusivamente a este importante objecto.

Para que se veja a importancia da materia, convem mencionar os fins para que foi instituido este estabelecimento:

1.º Para estudar e investigar o estado magnetico dos navios de ferro.

2.º Escolher o local mais conveniente para a agulha padrão nos navios de guerra, pelo conhecimento previo das suas condições magneticas.

3.º Dispor todos os objectos de ferro, que por necessidade deviam estar proximos da agulha, de sorte que a sua influencia possa, quanto possivel, neutralisar a acção do ferro de todo o navio.

4.º Instruir n'este ramo de sciencia nautica os officiaes da marinha imperial.

5.º Discutir e publicar todas as observações sobre o desvio da agulha, feitas a bordo dos navios de guerra.

No observatorio ha um modelo de navio de ferro de 10 metros de comprimento, 1<sup>m</sup>,7 de pontal, e 1<sup>m</sup>,2 de bôca, o qual se pôde fazer girar e inclinar em todos os sentidos, para se fazerem ensaios e estudos sobre o magnetismo dos navios de ferro, e sua influencia na agulha.

Este observatorio é dirigido pelo capitão Belavenetz, distincto official da marinha imperial russa, digno d'este cargo pelos

seus titulos scientificos e vastos conhecimentos especiaes da materia.

Mr. Belavenetz conta um bom numero de publicações sobre o desvio da agulha, e uma das mais recentes tem muito valor, por apresentar grande copia de exemplos de determinações de desvios em navios de guerra *couraçados* e *monitores*, assim como grande numero de exemplos de calculos por diversas formulas, e de processos graphicos <sup>1</sup>.

Para completar esta breve historia que fizemos dos progressos da theoria do desvio da agulha, transcreveremos a interessante correspondencia entre a sociedade real e a junta ou conselho de commercio (*Board of trade*) de Inglaterra.

Em maio de 1865 a sociedade real julgou conveniente intervir com os seus sabios conselhos em uma questão, que tanto interessa á navegação mercante. É o seu presidente, o general Sabine, que se dirige a mr. T. M. Gibson, presidente da junta do commercio.

Senhor: — Os socios da sociedade real dirigiram ultimamente a sua attenção para o grande incremento do emprego do ferro na construcção e equipamento dos navios, e para o acrescimo consequente das difficuldades da navegação em virtude da acção do magnetismo dos navios sobre as suas agulhas.

Os inconvenientes, que já se têm manifestado na marinha mercante, e que estão ameaçando perdas importantes de vidas e capitães, a não se adoptarem medidas semelhantes áquellas que tão bem têm provado nos navios da marinha real, levam o presidente e o conselho da sociedade real, depois de ponderosas considerações, a chamar a vossa attenção, como presidente da junta do commercio, sobre um assumpto, que elles julgam da maior importancia e urgencia.

N'este sentido foi elaborado o *memorandum* incluso, no qual

<sup>1</sup> O imperador da Russia, em signal de apreço pelos relevantes serviços de mr. Belavenetz prestados á sciencia nautica, fez-lhe presente de uma rosa de agulha de ouro, cravejada com trinta e dois brilhantes. Recentemente mr. Archibald Smith recebeu do mesmo soberano um presente igual.

se estabelecem o mais laconicamente possível as particularidades que desejam apresentar á vossa consideração, na persuasão de que é chegada a occasião de se adoptarem providencias de character mais energico e efficaç, em conformidade das determinações legislativas semelhantes já adoptadas pelo governo de Sua Magestade, como são as contidas no decreto (1854) sobre a marinha mercante, transcripto n'este *memorandum*.

Tenho ainda a acrescentar, que o presidente e o conselho terão grande prazer se podérem concorrer com mais algum auxilio para esta materia, que elles julgam da maior importancia.

Tenho a honra de ser, etc., etc.—*Edward Sabine*, presidente da sociedade real.

### Memorandum

Parece que é chegada a occasião do governo executivo dever exercer uma superintendencia mais directa e systematica do que tem exercido até hoje, sobre o *ajustamento* das agulhas dos navios da marinha mercante.

A idéa de que o governo assim o póde fazer com vantagem não é nova, como se póde ver em diversas passagens do segundo e terceiro relatorios da commissão de Liverpool; porém ultimamente esta opinião tem ganho força por diversas circumstancias, e principalmente pelas seguintes:

1.<sup>a</sup> O augmento progressivo no numero de navios de ferro, bem como na quantidade de ferro empregado nas construcções dos mesmos navios;

2.<sup>a</sup> As perdas dos navios de ferro;

3.<sup>a</sup> O adiantamento que tem tido a sciencia do desvio da agulha e o estado actual da mesma sciencia.

Consideraremos estes tres pontos separadamente:

1.<sup>o</sup> Parece que n'estes ultimos annos o numero dos navios construidos de ferro tem excedido muito o dos construidos de madeira, e dá-se este caso principalmente nos vapores destinados para passageiros. N'estes navios, não sómente se emprega o ferro na construcção do casco, como nas cobertas, salões, mastros, vergas, e

finalmente em muitas outras peças nas quaes ainda ha pouco tempo se empregava a madeira.

As consequencias têm sido: grande augmento nos desvios das agulhas; cada vez maior difficuldade na escolha do local para a agulha, e cada vez maior necessidade, e tambem maior difficuldade em applicar as correccões aos desvios, quer sejam correccões mechanicas, quer tabulares.

2.º Tem havido ultimamente muitas perdas de vapores de ferro, cuja causa provavel deve ter sido o erro da agulha. Entretanto na maior parte d'ellas, da falta de um registo qualquer do estado magnetico do navio, da grandeza do seu desvio original, do modo de correccão adoptado, e ainda mais, em consequencia de se empregarem nas investigações sobre a causa d'estes sinistros pessoas que não estão ao facto d'esta sciencia, e que são necessariamente incompetentes, quer para colligir os factos dos quaes se possa tirar alguma consequencia ou para formar algum juizo d'estes mesmos factos; por todas estas rasões não se tem chegado a conclusão alguma satisfactoria pelo que respeita á causa d'estas perdas.

As investigações têm sido comtudo mais que sufficientes para demonstrar a falta de um methodo melhor e mais uniforme de corrigir as agulhas na marinha mercante, e a falta de conhecimentos dos capitães e pilotos sobre este assumpto.

3.º Desde que se começou a empregar navios de ferro, reconheceu-se como facto averiguado que não podiam navegar com segurança, sem que as suas agulhas fossem, como vulgarmente se diz, *ajustadas*, isto é, sem que os desvios fossem correctos ou mechanicamente empregando magnetes, ou pelas tabellas proprias.

Ao principio a correccão para cada navio era a resolução de um problema separado e distincto. Presentemente o caso é differente. A theoria do desvio, suas causas e leis, são agora perfectamente conhecidas e reduzidas a fórmulas simples, ficando sómente para serem determinados pela observação os valores numericos de um pequeno numero de quantidades para cada navio em particular; e ainda mais, tendo-se registado, reduzido e discutido os desvios observados nos navios de guerra de differentes classes, determinaram-se resultados numericos que representam os valores

d'aquellas quantidades em cada classe de navios, determinação que promette ser da maior utilidade, facilitando o conhecimento completo do desvio e suas correccões, e suggerindo ao mesmo tempo a maneira mais apropriada de construir navios de ferro e a escolha do local para a agulha padrão.

A sciencia do magnetismo, nas suas relações com a navegação, está de facto em uma posição muito análoga á da sciencia astronomica em outras epochas. Estabeleceram-se os principios da sciencia e obtiveram-se formulas; vem a faltar porém os valores numericos, os quaes só podem ser deduzidos de grande numero de observações feitas e discutidas systematicamente. Presentemente estes resultados numericos só se têm obtido e applicado nos navios da marinha real. Sem uma direcção systematica nunca poderá a marinha mercante colher resultados uteis da sciencia, ou contribuir com a quota correspondente para o seu adiantamento.

Que este assumpto é propriamente da jurisdicção da junta do commercio, póde-se concluir dos regulamentos em vigor na marinha mercante, que prevê o seguinte na Act. 1854, Sect. 301, Art. 2.º:

«Em todo o navio de vapor empregado no transporte de passageiros, serão as suas agulhas perfeitamente *ajustadas* de tempos a tempos; estes *ajustamentos* devem-se fazer com a approvação do superintendente das construcções navaes, e conforme os regulamentos que possam vir a ser promulgados pela junta do commercio.

«O superintendente das construcções navaes fará então (Sect. 309) uma declaração, em que se diga de que qualidade são as agulhas e se estão nas condições exigidas pela lei, e em virtude d'esta declaração passar-se-ha o certificado da junta do commercio.»

Não parece que estas determinações se tenham bem entendido ou levado a effeito.

Não se deve entender que o superintendente das construcções (que se suppõe ser ou é necessariamente competente) faça mais do que ver se o navio está fornecido das boas agulhas; porém a bondade d'ellas nada tem com o desvio; as melhores agulhas são affectadas do desvio justamente da mesma maneira e no mesmo

grau como as peiores. Tambem se não deprehende, que elle faça qualquer juizo ou averigue da posição das agulhas, a grandeza do seu desvio, o methodo do *ajustamento*, ou sobre qualquer dos variados pontos, que têm relação com as agulhas *devidamente ajustadas*.

Pelo que respeita ao importante assumpto do desvio da agulha, parece que tudo o que tem feito a junta do commercio consiste: na publicação da circular compilada pelo almirante Fitz-Roy, na publicação dos relatorios da commissão de Liverpool, e na das instrucções praticas para os capitães e pilotos, por mr. Towson.

Emquanto aos pontos particulares para os quaes se chama a attenção da junta do commercio, podem-se considerar comprehendidos nos artigos seguintes:

- 1.º A correccão das agulhas para cada navio em particular;
- 2.º O adiantamento da sciencia do desvio da agulha;
- 3.º Instrucção dos capitães e pilotos.

1.º Está reconhecido, como já observámos, que cada navio deve ter as suas agulhas *ajustadas*.

Até agora tem-se posto em pratica dois modos de *ajustamentos* totalmente differentes, cada um dos quaes tem suas vantagens e inconvenientes.

(1) O systema recommendado por uma commissão de homens de sciencia e de officiaes de marinha, designados pelo almirantado em 1837, e que tem sido uniformemente seguido na marinha de guerra desde aquella epocha.

N'este systema cada navio tem uma agulha padrão (standard compass), distincta das agulhas de governo ou das bitaculas, fixa em uma posição escolhida, não para conveniencia do homem do leme, mas sim por ser n'esta posição ou nas suas proximidades que o desvio é moderado e uniforme.

A navegação faz-se unicamente por esta agulha. O seu desvio é determinado para cada rumo pelo processo de girar o navio; forma-se uma tabella dos desvios e applicam-se estes como correccões nos diversos rumos em que se navega.

(2) O systema proposto pelo astronomo real em 1839, e que é geralmente adoptado na marinha mercante.

N'este systema os desvios das agulhas são compensados por meio de barras magneticas (e ás vezes tambem por ferro *macio*).

A navegação faz-se pelas agulhas assim compensadas; geralmente são as agulhas das bitaculas, e ordinariamente sem mais correção tabular.

Não é justo, considerando o valor das auctoridades scientificas que advogam os dois systemas, pronunciar uma opinião decidida contra qualquer d'elles quando são devidamente empregados.

Está demonstrado na marinha real, que o primeiro methodo pôde ser empregado sem perigo. Não se pôde dizer outro tanto do segundo, relativamente á marinha mercante.

O principal inconveniente d'este methodo, como hoje é posto em pratica, provém de ser realmente um verdadeiro abuso d'elle; isto é, confiando na virtude da *correção mechanica* para desvios originarios, por maiores que sejam, collocam as agulhas de *governo* em localidades onde os desvios originaes são excessivos e variam rapidamente, localidades que nunca as agulhas de bitacula deveriam occupar.

Nos navios mercantes o local mais conveniente para a agulha de *governo* é ordinariamente perto da cabeça do cadaste, cabeça do leme, canna do leme, eixo de ferro da roda do leme, objectos que pela sua fórma e posição estão poderosamente magnetizados.

Os constructores e proprietarios dos navios, por espirito de economia, desejam que as agulhas de *governo* (steering compass) sejam tambem as agulhas de *navegação* (navigating-compass). O encarregado de ajustar as agulhas (compass adjuster) receia que qualquer objecção da sua parte seja considerada como uma confissão de incompetencia, e que outros menos escrupulosos não hesitem em executar a correção requerida.

A correção n'estes casos só pôde ser feita empregando poderosos magnetes. A agulha fica como em equilibrio, mas por meio de intensas forças antagonistas, e quando se dão as variações ou mudanças do magnetismo, que têm logar, como se sabe, em todos os navios de ferro novos, ou quando por qualquer motivo a força das barras varia, apparecem então grandes desvios, que são os

mais fataes, porque o capitão do navio crê que as suas agulhas estão correctas.

Este abuso do methodo é uma tentação infelizmente tão poderosa, que só se póde effectivamente evitar prohibindo o emprego da agulha de *governo* ou de *bitacula* como agulha de navegação, ou antes ordenando que em cada navio haja uma agulha de *navegação* distincta da agulha de *governo*.

Recommenda-se portanto que todo o navio de ferro, destinado para transporte de passageiros, tenha uma agulha *padrão*, alem da agulha de *governo*, collocada em uma posição escolhida, e a uma certa distancia de todas as massas de ferro consideraveis, a qual, quer seja ou não *correcta*, os seus desvios originaes não devam exceder nos casos ordinarios um limite determinado; e de cada vez que esta agulha seja *ajustada* deve-se fornecer ao capitão do navio uma tabella de desvios, ficando uma copia na junta do commercio, e que na mesma junta deve ficar tambem uma descripção da posição das barras magneticas, no caso de ser *correcta* por este systema, e isto de cada vez que se alterar a posição das mesmas barras. Para casos excepçionaes, em que seja impraticavel collocar a agulha *padrão* em posição tal, que o seu desvio original fique nos limites do regulamento, o capitão deve requerer um certificado especial da auctoridade superior.

Pelo que respeita aos methodos praticos de ajustamento das agulhas, poisque presentemente está em uso grande variedade d'elles, advertiremos que se houvesse uma repartição organizada, dirigida por um habil superintendente, em communicação constante com os diversos portos, faria grande serviço, não sómente estabelecendo regulamentos, mas tambem aconselhando e advertindo os constructores navaes, os fabricantes das agulhas e os encarregados dos ajustamentos, e promovendo um systema uniforme de corrigir as agulhas nos diversos portos, que fosse comprehendido geralmente pelos capitães dos navios.

Não seriam de menos utilidade conselhos semelhantes ás auctoridades dos portos, suggerindo-lhes meios de facilitar os ajustamentos por meio de marcas meridianas em terra, estabelecendo amarrações proprias, etc.

Deveria ser uma das primeiras obrigações do superintendente d'esta repartição pôr-se ao facto dos methodos que se empregam nos diversos portos, e colligir d'elles o que lhes parecesse conveniente, quer em fórma de relatorios á junta do commercio, ou em correspondencia particular, ou de ambos os modos.

Este superintendente poderia ser investido de auctoridade (como um accessor), nas investigações sobre as perdas dos navios de ferro, nos casos em que houvesse probabilidade de ser o sinistro causado pelo desvio da agulha.

### 2.º O adiantamento da sciencia do desvio da agulha.

Se existem differentes opiniões sobre a vantagem ou necessidade da agulha padrão, relativamente á segurança do navio em particular, todos concordam em que ella é indispensavel para qualquer indagação scientifica sobre a grandeza do desvio, das suas partes constituintes e das suas variações. É das tabellas dos desvios das agulhas d'esta especie, e d'estas sómente, determinadas em differentes tempos e logares, reduzidas e discutidas systematicamente, que se obtêm resultados numericos, que promettem ser de muita utilidade, indicando nos navios o local para a agulha padrão onde o desvio é moderado, e prevenindo os perigos provenientes das variações do magnetismo dos navios recentemente construidos.

### 3.º Instrucção dos capitães e pilotos.

Presentemente pôde-se dizer que a regra é a completa ignorancia do assumpto. Este objecto ainda não foi reconhecido como ramo de instrucção do homem do mar, e o mais perito capitão geralmente o ignora completamente, ou o considera como um mysterio que se não pôde comprehender. Agora que estão estabelecidos os principios d'esta sciencia, vê-se que o objecto não offerece difficuldades serias, e aindaque não seja justo obrigar os capitães e pilotos já habilitados a fazerem exame em uma materia nova, pôde-se comtudo conceder que o façam voluntariamente; e pelo que respeita aos futuros candidatos pôde-se declarar, que depois de um certo periodo, de dois ou tres annos, exigir-se-ha um certo numero de conhecimentos do objecto em questão (n'este intervallo de tempo é possivel preparar e publicar um compendio que contenha as necessarias instrucções), e os examinadores das repartições maritimas

locaes deveriam ser os primeiros a receber a competente instrucção, e se fosse necessario, seriam examinados n'este objecto.

Para todos os fins indicados conviria estabelecer uma repartição na junta do commercio, dirigida por um superintendente competente, que dedicasse todo ou a maior parte do seu tempo a este objecto. Quasi todo o incremento que tem tido até hoje esta sciencia, e que colloca a Inglaterra á frente d'ella, é devido aos officiaes que n'estes ultimos vinte e cinco annos têm sido encarregados pelo almirantado d'este serviço, quasi exclusivamente. Um official n'este caso torna-se depositario de tudo que é conhecido sobre o objecto, e não tem difficuldade em obter qualquer auxilio scientifico.

Seria conveniente que, ao menos por alguns annos, a junta do commercio se aproveitasse da habilidade e experiencia do actual superintendente da repartição das bussolas na marinha de guerra. Parece que não deve haver nenhuma difficuldade pratica, antes pelo contrario resultarão vantagens, no estado actual da sciencia, em reunir a superintendencia das agulhas das marinhas de guerra e mercante em um só chefe, com os competentes ajudantes para os dois ramos de serviço. O objecto, como temos feito ver, não é difficultoso. Qualquer homem intelligente póde ser rapidamente instruido em tudo que é necessario para o habilitar a exercer o cargo de ajudante para a marinha mercante, e na escolha de tal funcionario deve provavelmente julgar-se mais importante e ter-se mais em vista a sua capacidade, intelligencia, docilidade, aptidão e habito de lidar com capitães de navios mercantes, do que os seus conhecimentos previos do objecto.

Assim termina esta notavel memoria do conselho da sociedade real.

Posteriormente ainda se trocaram mais correspondencias sobre este mesmo objecto, porém, até esta data, que nós saibamos, nada se providenciou sobre o assumpto, conforme os desejos da sociedade real.

Em maio de 1865 foi publicada uma memoria muito interessante, que foi apresentada á sociedade real, intitulada *Sobre os caracteres magneticos dos navios couraçados da marinha real*, etc. Os auctores são ainda os srs. Frederico Evans e Archibald Smith.

Mais recentemente o sr. Belavenetz fez uma traducção da referida memoria, e enriqueceu-a de notas muito importantes, relativas aos navios de guerra russos de differentes classes.

Acompanha a memoria citada uma serie de tabellas dos coefficients calculados em um grande numero de navios das seguintes classes:

- 1.<sup>a</sup> Navios de ferro couraçados;
- 2.<sup>a</sup> Navios de madeira couraçados;
- 3.<sup>a</sup> Navios de ferro da marinha de guerra;
- 4.<sup>a</sup> Navios de ferro da marinha mercante.

Esta memoria, bem como as notas da traducção de mr. Belavenetz, serviram de muito auxilio e deram bastante contingente para o livro que apresentâmos.

Este compendio participa pois de todas as obras a que nos temos referido. Contém principalmente tudo quanto julgâmos mais importante da segunda edição do *Manual do almirantado*. Ainda que não é uma traducção fiel, e não seguimos a ordem das materias d'esta obra, julgâmos poder asseverar, que não omittimos os principaes pontos. Na parte propriamente mathematica, em que alguns pontos do *Manual* nos pareceram tratados talvez demasiado concisamente, démos mais algum desenvolvimento. Acompanhâmos de exemplos cada um dos principaes problemas, tanto algebricos, como graphicos, a maior parte dos quaes foi copiada da traducção do mesmo *Manual*, adnotada por mr. Belavenetz.

Divide-se naturalmente este compendio nos capitulos seguintes:

1.<sup>o</sup> Explica as causas do desvio da agulha e das diversas partes consta. Deduz a expressão ou equação *aproximada* do mesmo desvio. Termina este capitulo com uma idéa geral do desvio da *banda*.

2.<sup>o</sup> Trata da maneira de determinar os coefficients da equação *aproximada* do desvio; apresentam-se exemplos.

3.<sup>o</sup> Trata de diversos methodos de determinar o desvio, formação das competentes tabellas, e seu uso a bordo. Como additamento ás tabellas segue-se o processo graphico ou diagramma de Napier. Termina com diversas notas ou preceitos, que se devem seguir a bordo relativamente ao desvio da agulha.

4.º Trata da deducção da equação exacta do desvio das formulas de Poisson, por mr. Archibald Smith. Apresenta-se n'este capitulo a deducção mais minuciosa das diversas formulas.

5.º Trata dos methodos de calcular os valores dos coefficients *exactos*, tanto directamente pelos desvios observados, como indirectamente pelos coefficients *aproximados*. Todos estes calculos são acompanhados de exemplos transcriptos do *Manual do almirantado*, e da obra de mr. Belavenetz.

6.º Trata da natureza dos diversos coefficients, que entram na expressão do desvio, da relação que têm as suas grandezas e signaes algebricos com a posição da agulha e com as differentes partes do navio. Este capitulo contém grande parte da memoria *Sobre os caracteres magneticos dos navios couraçados da marinha real, etc.*, e algumas notas de mr. Belavenetz.

7.º Trata da deducção da expressão algebrica do desvio da *banda*. Aindaque n'esta parte traduzimos e seguimos a mesma ordem do *Manual*, o coefficiente do desvio da *banda* é representado por outro symbolo e de signal contrario ao que se emprega nas expressões semelhantes do *Manual*. Esta notavel alteração foi-nos suggerida pelo proprio auctor, mr. Archibald Smith; em uma nota apresentámos os motivos d'esta alteração. Seguem-se exemplos de determinação dos coefficients, que entram nas expressões que representam esta especie de desvio, a maior parte dos quaes foi transcripta do *Manual* e das notas de mr. Belavenetz. Termina este capitulo com um exemplo da construcção da tabella do desvio, attendendo-se ao desvio da *banda*.

8.º Trata dos methodos graphicos ou dygogrammas; acompanhamos bastantes exemplos da obra de mr. Belavenetz, do *Manual* e outros, que apropriámos e deduzimos das tabellas dos coefficients da memoria citada. Em alguns pontos demos mais algum desenvolvimento, por nos parecer que eram tratados no original com excessiva concisão.

9.º Trata das relações do magnetismo terrestre com o desvio da agulha. A primeira secção d'este capitulo é a traducção fiel do capitulo analogo do *Manual do almirantado*. A segunda consta de algumas considerações e exemplos, que julgámos acertado acres-

centar para tornar mais intellegivel esta parte ainda hoje bastante incerta e pouco estudada d'esta sciencia.

10.º Trata dos processos particulares para determinar o desvio da agulha no porto de Lisboa. Este capitulo é acompanhado de uma carta do porto de Lisboa, com todas as indicações necessarias para a determinação do desvio para qualquer local, em que o navio esteja fundeado.

A idéa de determinar o desvio pelos methodos propostos n'este capitulo é de mr. Belavenetz. Propunha mr. Belavenetz a determinação do desvio por duas marcas ou balizas; as torres do Bugio e de S. Julião.

Substituímos este ultimo ponto pelo castello de Palmella, por ser mais visivel e mais apropriado, em consequencia de estar muito mais distante do que a torre de S. Julião.

A outra estampa que acompanha este capitulo, serve de muito auxilio para determinar o desvio por meio dos azimuths do sol, no porto de Lisboa, ou, em geral, no paralelo de Lisboa. A sua applicação mais vantajosa será na determinação ou verificação do desvio á saída da barra de Lisboa.

Em um appendix transcrevemos notas que julgámos importantes: sobre a maneira de corrigir a agulha por meios mechanicos; descrição da agulha padrão em uso na marinha de guerra ingleza, e instrucções para usar da mesma agulha; (ambas estas notas vem no *Manual do almirantado*). Contém mais uma recapitulação de todas as formulas e equações da theoria do desvio; tabellas dos productos dos arcos, desde 0º até 35º, de 5' em 5', pelos senos dos rumos, de *quarta* em *quarta*; e um regulamento para ser executado a bordo dos navios da marinha de guerra do imperio da Russia sobre os desvios da agulha.

Encorpora pois este livro a maior parte das materias, e o mais essencial do *Manual do almirantado*, e tudo o mais que podémos colligir de obras posteriores, que tendiam a esclarecer os pontos menos desenvolvidos no mesmo *Manual*.



## CAPITULO I

Desvio da agulha — Ferro *macio* — Ferro *duro* — Magnetismo de indução — Magnetismo permanente e sub-permanente — Indução magnetica terrestre em uma barra de ferro *macio* — Magnetismo desenvolvido durante a construcção dos navios de ferro — Influencia da direcção da quilha no estaleiro — Desvios nos navios de ferro, de madeira (de vela e de vapor) — Partes integrantes do desvio — Magnetismo permanente — Desvio semi-circular do ferro *duro* — Magnetismo induzido dos navios — Indueção vertical — Desvio semi-circular total — Partes integrantes do desvio semi-circular nos navios de ferro e nos de madeira — Pontos neutros — Desvio positivo ou E. — Desvio negativo ou O. — Dependencia do signal do desvio semi-circular da posição do navio no estaleiro — Indueção horizontal — Desvio quadrantal, positivo e negativo — Constancia do desvio quadrantal — Augmento ou diminuição da força magnetica (horizontal ou directriz) a bordo — Enfraquecimento da agulha — Desvio constante — Equação approximada do desvio — O que representam os coefficients da equação do desvio — Desvio da *banda* — Forças que concorrem á sua producção — Modo de as neutralisar.

A agulha magnetica a bordo obedece não só á força magnetica terrestre, como tambem a todas as forças perturbadoras, devidas ás differentes peças de ferro que entram na construcção do navio.

A posição de equilibrio da agulha a bordo não é portanto no meridiano magnetico, mas sim para um ou outro lado da sua direcção natural, isto é, a extremidade da agulha que deve apontar para o N., desvia-se para E. ou O. da posição, que tomaria se estivesse livre, ou não influenciada pelos objectos de ferro do navio.

Chama-se *desvio* da agulha o arco que mede o afastamento da extremidade *norte* para E., ou O. do N. magnetico, afastamento devido á acção do ferro de bordo.

Em primeiro logar convem saber qual é a verdadeira acção do ferro dos navios sobre a agulha.

O ferro, relativamente ás suas propriedades magneticas, apresenta-se ordinariamente entre dois estados extremos, denominados ferro *macio* e ferro *duro*.

O ferro *macio* magnetisa-se instantaneamente debaixo da influencia de qualquer *iman* ou barra magnetica, ou pelo magnetismo do globo, e perde immediatamente as suas propriedades magneticas

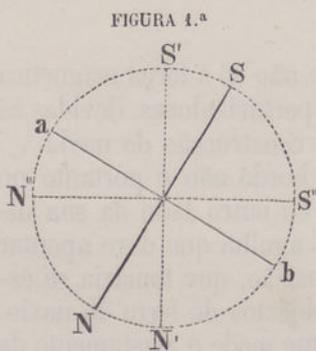
logoque por qualquer modo esta influencia cessa. O seu magnetismo denomina-se magnetismo de *influencia* ou de *inducção*.

O ferro *duro*, pelo contrario, não se magnetisa com facilidade por influencia; porém uma vez que adquira por qualquer modo propriedades magneticas, retém-as ainda depois de cessarem as causas que as determinaram: o seu magnetismo por esta rasão denomina-se magnetismo *permanente*.

Os objectos de ferro a bordo não se apresentam absolutamente em qualquer d'estes dois estados extremos; uma grande parte d'elles pertence ou aproxima-se dos dois extremos descriptos; outra parte póde considerar-se como pertencendo a um estado intermedio, que participa mais ou menos das propriedades de ambos, isto é, que se magnetisa com mais ou menos facilidade, e perde tambem pouco a pouco o seu magnetismo, que se denomina por esta rasão magnetismo *sub-permanente*.

Para estudarmos a acção do ferro sobre a agulha, consideraremos este como pertencendo aos dois estados extremos, e depois veremos as modificações que ha a fazer nos resultados a que chegarmos, com a introdução do ferro no estado em que mais se encontra.

Se collocarmos uma barra ou varão de ferro *macio* na direcção



da inclinação magnetica, ou na linha de força magnetica terrestre, isto é, no plano magnetico, e inclinada ao horizonte um angulo igual á inclinação magnetica do logar (fig. 1.<sup>a</sup>), esta barra tornar-se-ha instantaneamente magnetica; a extremidade inferior e norte atrahirá o pólo S. de uma agulha, e a superior e sul o pólo N; isto é, esta barra, assim n'esta posição SN, assemelha-se inteiramente a uma barra mag-

netica suspensa livremente pelo centro de gravidade.

Se a fizermos girar no mesmo plano, inclinando-a mais até se tornar vertical, S' N', ainda os mesmos pólos se acham nas mesmas extremidades, porém menos intensos, ou com menos força attractiva.

Se, girando em sentido opposto, a collocarmos no meridiano magnetico e horisontalmente, N'' S'', ainda a extremidade do norte atrahirá o pólo S. da agulha, mas a intensidade será notavelmente menor do que nas duas posições precedentes.

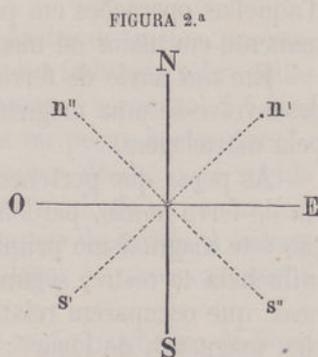
Continuando a rotação da barra no plano magnetico, e no

mesmo sentido antecedente até tomar a posição *a b*, perpendicular á linha da maxima força *S. N.*, as suas propriedades magneticas cessam, os pólos das extremidades desaparecem; a barra diz-se então *neutra*.

Girando ainda no mesmo sentido apparece de novo um pólo, attrahindo o pólo *S.* da agulha, na extremidade que occupa a posição inferior, e outro com propriedades oppostas na outra extremidade. Nota-se mais que a extremidade inferior, que agora attrahe o pólo *S.* da agulha, antes de passar para a parte inferior do ponto *b*, tinha propriedades oppostas.

Vemos pois, que a barra de ferro *macio*, no plano do meridiano magnetico, conserva-se com a polaridade magnetica descripta em todas as direcções, excepto na da perpendicular á linha de inclinação, na qual a barra se torna *neutra*. Em todas as outras posições apresenta pólos, mais ou menos intensos, attrahindo o pólo *S.* da agulha a extremidade que occupa os diferentes pontos do semicirculo para a parte do norte e inferior da linha perpendicular á linha da inclinação, possuindo propriedades contrarias a extremidade que descreve o outro semicirculo. A intensidade maxima dos pólos dá-se na linha de força ou de inclinação.

Considerando agora esta mesma barra de ferro *macio* no plano horisontal, o seu magnetismo, que é maximo quando occupa a direcção norte-sul, *N. S.* (fig. 2.<sup>a</sup>), diminue á proporção que se approxima da linha *E O*, em a qual posição a barra se torna neutra. Em todas as direcções *n' s'*, *n'' s''*, etc., etc., á excepção da unica *O E*, a extremidade *n'*, ou *n''*, ou etc., que se dirige para o lado do norte, possui um pólo *austral*, ou attrahe o pólo *S.* da agulha, e a extremidade da parte do sul, attrahe o pólo *N.*



Todas estas experiencias se subentendem feitas no nosso hemispherio; no hemispherio sul, onde o pólo *S.* da agulha é o que mergulha abaixo do horizonte, a extremidade superior da barra attrahe o pólo *S.* da agulha, isto é, apparece um pólo *austral* onde no nosso hemispherio era *boreal* e vice-versa.

O que temos dito para uma barra, se applica a qualquer peça de ferro *macio*, de fórma mais ou menos regular, apresentando-se os pólos na direcção do eixo maior, ou nas extremidades mais afastadas.

Se fizermos as experiencias precedentes com uma barra de ferro *duro*, a qual tenha adquirido polaridade magnetica, por qualquer modo; os pólos do mesmo nome conservar-se-hão sempre nas mesmas extremidades, qualquer que seja a posição em que a collocarmos.

Segue-se, da notavel differença das propriedades magneticas do ferro n'estes dois estados, que os seus effeitos sobre a agulha a bordo devem ser mui diversos. O ferro *duro*, o que possui magnetismo permanente, apresentará sempre uma força de attracção ou repulsão para o mesmo pólo da agulha, enquanto o ferro *macio*, magnetisando-se e desmagnetisando-se, e invertendo os seus pólos nas diversas rotações do navio, apresentará força, ora attractiva, ora repulsiva ao mesmo pólo da agulha, tornando-se por vezes *neutro* ou não influindo na agulha em certas e determinadas posições.

O ferro *duro*, e sobretudo aquelle que dissemos pertencer a um estado intermedio, magnetisa-se com maior ou menor difficuldade por meio da acção terrestre, toda a vez que permanece por muito tempo em direcções mais favoraveis a esta operação, e com mais facilidade quando ajudado por acções mechanicas, taes como a martelagem<sup>1</sup>, laminagem, etc., etc.

Todas as peças de ferro de bordo que soffreram qualquer d'aquellas operações em posições fixas, possuirão magnetismo permanente em maior ou menor grau.

Em um navio de ferro, durante a sua construcção no estaleiro, desenvolve-se uma magnetisação intensa nas suas differentes peças pela martelagem.

As peças que pertencem, ou mais se approximam da categoria do ferro *macio*, perdem rapidamente, com a mudança de posição este magnetismo primitivo, para se magnetisarem de novo pela influencia terrestre, segundo as posições passageiras ou instantaneas, que occuparem relativamente á linha de força ou de inclinação, magnetica do logar.

As outras peças, porém, reterão o seu magnetismo, o qual, parte será *permanente*, e parte *sub-permanente*; este ultimo perder-se-ha pelo tempo adiante, principalmente se for ajudado pelo choque repetido das vagas e outras causas de que adiante fallaremos.

Já tambem podemos prever quanto deve influir sobre o magnetismo dos navios de ferro a posição, em que permanecem no esta-

<sup>1</sup> A martelagem em ferro ordinario accelera e augmenta a magnetisação consideravelmente.

leiro durante a sua construcção, relativamente ao meridiano magnetico. Tal posição será favoravel ao desenvolvimento de uma especie de magnetismo á *próa*, tal outra dará logar á mesma especie de magnetismo a *ré*.

D'esta unica circumstancia, posição no estaleiro, isto é, direcção da quilha e o rumo da *próa*, podem resultar systemas magneticos, inteiramente oppostos, em navios semelhantes, e construidos com ferro da mesma qualidade.

Tanto nos navios todos de ferro, como nos de madeira, de vapor e de véla, se nota desvio nas suas agulhas. Nos primeiros o desvio manifesta-se ordinariamente em grandes proporções, principalmente nos actuaes navios de guerra couraçados. Nos navios de madeira, de vapor, o desvio é bastante sensivel, e em muitos chega a ser bastante consideravel. Nos navios de madeira e de véla é geralmente de pouco valor, e em muitos casos se póde desprezar na pratica ordinaria da navegação, a não haver circumstancias especiaes, taes como a má collocação da agulha, cargas de ferro, etc.

O desvio da agulha é o resultado dos desvios parciaes provenientes das differentes forças perturbadoras que actuam sobre a agulha, a saber: 1.º, o magnetismo permanente do ferro *duro*, ou do ferro que mais se aproxima d'este estado; 2.º, o magnetismo induzido do ferro *macio*.

Este ultimo póde-se dividir em duas partes distinctas, por manifestarem effeitos diversos: 1.º, magnetismo *induzido* sobre todos os objectos que occupam posições mais ou menos verticaes; 2.º, magnetismo *induzido* sobre todos os objectos ou peças horisontaes.

Cada uma d'estas tres partes integrantes do desvio é regida por leis especiaes e regulares, tanto no seu modo de ser, como nas alterações que manifestam nos diversos rumos do navio. A sobreposição d'estas tres partes, de per si regulares e symetricas, torna muitas vezes irregular o todo.

Posto isto, começaremos o estudo da acção magnetica do ferro sobre a agulha de bordo pela parte a mais simples nos seus effeitos, a acção do ferro *duro*.

### Magnetismo permanente

O effeito sobre a agulha do magnetismo *permanente* do ferro *duro* é simples em suas leis; resume-se na attracção do pólo N., em uma direcção unica e constante, referida ao nãvio, qualquer que seja o rumo que este tome.



Para bem comprehendermos esta acção, poderemos representar todas as peças de ferro *duro* magnetisadas como verdadeiras barras magneticas, occupando diversas posições a bordo; cada uma de per si fará desviar o pólo N. da agulha para um ou outro lado do meridiano magnetico, effeito de uma attracção ou repulsão, confôrme os pólos que estas apresentam na direcção da agulha. A resultante de todas estas acções parciaes póde considerar-se como o effeito de uma unica barra magnetica, collocada em uma posição fixa no navio, e que não se altera de modo algum, em os diversos rumos a que o navio aproar. O resultado será pois o desvio do pólo N. da agulha para um certo e determinado logar do navio.

Quando o rumo do navio é tal que a direcção do pólo *permanente* coincide com o meridiano magnetico, ou por outras palavras, quando este pólo e o centro da agulha estão na direcção do meridiano magnetico, a agulha não é desviada, o effeito reduz-se a um augmento ou diminuição da força directriz da agulha, conforme a natureza do pólo permanente, e o local do navio em que está situado<sup>1</sup>.

Fazendo girar o navio, partindo de um dos dois pontos de nenhum desvio, á proporção que a prôa vem vindo para E. ou O., o ponto N. da agulha vae-se afastando para um ou outro lado do meridiano magnetico, até alcançar o maximo desvio, quando a direcção do pólo permanente é perpendicular á direcção da agulha assim desviada; continuando a rotação, no mesmo sentido, o desvio vae successivamente diminuindo, até se tornar nullo, no rumo opposto ao da partida. Se continuarmos ainda a rotação no mesmo sentido, o pólo N. da agulha de novo se desvia, porém em sentido opposto; apresenta um outro maximo, quando a direcção da força perturbadora coincide com a direcção E. ou O. da agulha desviada, e desaparece no fim da revolução completa do navio.

Vê-se portanto que o desvio, tanto para um como para outro lado da linha neutra, é proporcional ao seno do azimuth da direcção da força magnetica permanente, medido na agulha desviada.

Esta especie de desvio denomina-se desvio *semi-circular*, por se manifestar de signal opposto nos dois semi-circulos oriental e

<sup>1</sup> Se é um pólo boreal, e está collocado para o lado da prôa, haverá augmento de força, quando o navio aproar aos rumos de N. e diminuição nos rumos oppostos; resultará o contrario se o pólo boreal estiver collocado á ré da agulha.

Sendo um pólo austral, haverá augmento de força directriz, se estiver do lado da prôa, approando o navio ao S., ou da parte de ré com prôas de N. A diminuição de força dá-se nos casos contrarios.

occidental da agulha. Os pontos onde o desvio é nullo, pontos *neutros*, e a linha que os une linha *neutra* ou *neutral*.

O desvio será tanto mais consideravel, quanto mais intensa for a força magnetica permanente, e menor for a força que retém a agulha, e a dirige para o meridiano magnetico; isto é, o desvio é directamente proporcional á intensidade do pólo permanente, e inversamente proporcional á componente horisontal da força magnetica terrestre, modificada pelas acções das outras forças perturbadoras de bordo<sup>1</sup>. Já vimos que o desvio era tambem directamente proporcional ao azimuth da direcção da força magnetica permanente. Denominando a força magnetica *permanente* por F, a força magnetica *media* horisontal directriz a bordo por  $\lambda H$  (representando  $\lambda$  um coefficiente pelo qual se deve multiplicar a força magnetica terrestre H),  $\zeta'$  o azimuth ou rumo da prôa do navio, medido na rosa da agulha desviada, contado de N. para E., e  $a$  o angulo que forma a direcção da força magnetica *permanente* de bordo com a linha de pópa á prôa, a expressão do desvio, ou mais propriamente, a expressão do seno do desvio, será:

$$\text{sen } \delta = \frac{F}{\lambda H} \text{sen } (\zeta' \pm a).$$

Como de ordinario, o pólo do magnetismo permanente não coincide com a linha de pópa á prôa, é conveniente decompor F em duas forças nas direcções de pópa á prôa, e de BB a EB. Assim, teremos duas componentes, que denominaremos P e Q; P, a que actua no sentido de pópa á prôa, e a que daremos o signal + quando fizer desviar o pólo N. da agulha para a prôa; e—no caso contrario, Q, actuando no sentido de BB a EB, e cujo signal é + quando desvia o mesmo pólo da agulha EB, e — para BB. O seno do desvio devido á força P terá por expressão  $\frac{P}{\lambda H} \text{sen } \zeta'$ , e o da força Q,  $\frac{Q}{\lambda H} \text{cos } \zeta'$ .

<sup>1</sup> É bom notar desde já, que a força magnetica *permanente* de bordo altera a força magnetica terrestre em certos e determinados rumos, tomados isoladamente, mas não considerando-a em todas as direcções que póde tomar o navio; ou como se diz por abreviatura, a força *media* a bordo. Se em um rumo da prôa é a força augmentada, é diminuida da mesma quantidade no rumo opposto. Não acontece o mesmo com as forças magneticas *induzidas*; a força magnetica terrestre é a bordo consideravelmente alterada, e sempre diminuida, como mais adiante veremos.

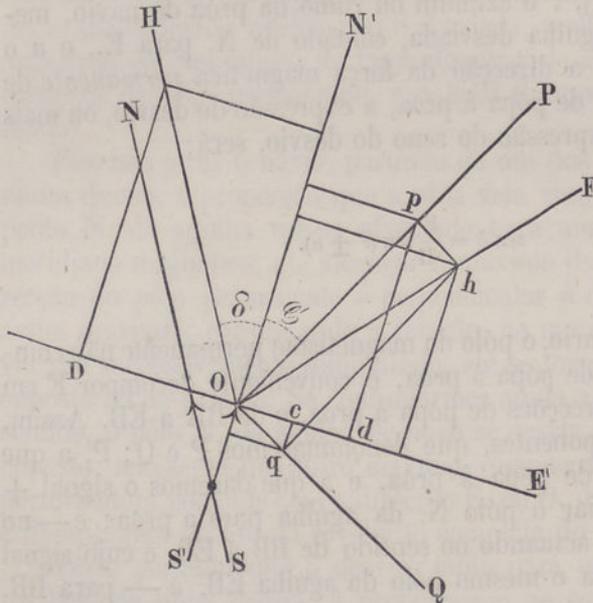
O seno do desvio *semi-circular* do magnetismo *permanente* será expresso pela somma d'aquellas quantidades, isto é,

$$\text{sen } \delta = \frac{P}{\lambda H} \text{sen } \zeta' + \frac{Q}{\lambda H} \text{cos } \zeta' \quad (1)$$

Quando  $\delta$  for pouco consideravel, poderemos tomar o arco pelo seno e a expressão torna-se em

$$\delta = \frac{P}{\lambda H} \text{sen } \zeta' + \frac{Q}{\lambda H} \text{cos } \zeta'.$$

<sup>1</sup> Uma construcção geometrica simples nos dará a mesma expressão. Seja OP a direcção da quilha do navio, OF a direcção da força do magnetismo permanente do navio.

FIGURA 3.<sup>a</sup>

Seja SN a direcção da agulha, sujeita sómente á força H' (força horizontal terrestre, modificada pelas outras forças de bordo, devidas ao magnetismo de indução.)

S'N', a direcção da agulha, em consequencia de actuar mais a nova força OF.

Se decompozermos OF na direcção da proa e de estibordo, teremos em vez de OF, Op e Oq, as quaes darão, no sentido de OE', as duas componentes O d e O c. São estas duas componentes, que fazem desviar a agulha de S N para S' N'.

Estando a agulha em equilibrio, na direcção S' N', sujeita ás duas forças O H e O F, devemos ter

$$O D = O d + O c$$

ou 
$$H' \text{sen } \delta = O p \text{sen } \zeta' + O q \text{cos } \zeta'$$

ou 
$$\text{sen } \delta = \frac{P}{H'} \text{sen } \zeta' + \frac{Q}{H'} \text{cos } \zeta'.$$

Se repetirmos esta construcção para diversos rumos  $\zeta'_1, \zeta'_2, \text{etc.}$ , ou se imaginarmos que  $\zeta'$  passa por todos os valores desde  $0^\circ$  até  $360^\circ$ , P e Q ficam constantes, H' variará entre certos limites, como mais para diante veremos; poderemos portanto para um qualquer valor de  $\zeta'$  substituir H' por  $\lambda H$  (valor medio de todos os valores de H'), e a expressão acima transforma-se em

$$\text{sen } \delta = \frac{P}{\lambda H} \text{sen } \zeta' + \frac{Q}{\lambda H} \text{cos } \zeta'$$

## Magnetismo induzido

### 1.ª Parte — Magnetismo de indução vertical

Dissemos que uma barra de ferro *macio*, collocada verticalmente, se magnetisava pela influencia do magnetismo terrestre, apresentando na extremidade superior um pólo, que no nosso hemispherio attrahia o pólo N. da agulha.

Todas as peças de ferro *macio*, que entram na construcção do navio, ou existem a bordo, em posições mais ou menos verticaes, tornam-se por consequencia verdadeiras barras magneticas, cujas extremidades superiores attrahem o extremo N. da agulha.

A resultante de todas estas forças attrahirá a extremidade N. da agulha para um ponto fixo do navio, ponto que não varia nos differentes rumos que o navio possa tomar. Esta força conservará sempre a mesma intensidade no mesmo logar da terra, e é independente dos azimuths ou rumos do navio.

O desvio será portanto da mesma especie d'aquelle que acabámos de tratar, isto é, será um desvio *semi-circular*.

Vejamus agora a sua expressão *analytica*.

A indução vertical deve ser tanto mais intensa, quanto maior for a componente vertical magnetica terrestre, isto é, deve ser proporcional a esta componente.

Por outro lado, sabemos já, que o effeito sobre a agulha é inversamente proporcional á componente horisontal *media directriz* a bordo, e directamente proporcional ao seno do azimuth da direcção da força magnetica, medido na rosa da agulha desviada.

Assim: se denominarmos esta força de indução vertical por  $F'$ , por  $V$  a componente vertical terrestre,  $\lambda H$  a componente horisontal modificada,  $\zeta'$  o azimuth da prôa medido na agulha desviada,  $a$  o angulo que a direcção da força  $F'$  faz com a linha de pôpa á prôa, e  $\theta$  a inclinação magnetica do logar: teremos:

$$\text{sen } \delta' = F' \frac{V}{\lambda H} \text{ sen } (\zeta' + a') \text{ ou } \text{sen } \delta' = F' \frac{\text{tg } \theta}{\lambda} \text{ sen } (\zeta' + a'). \quad (1)$$

Decompondo a força  $F'$  em duas, uma  $c$  na direcção da prôa e outra  $f$  na de  $BB$  a  $EB$ ; o angulo  $a'$  desaparece para a primeira componente, e na segunda  $\zeta'$  torna-se em  $90^\circ \pm \zeta'$ , e teremos  $\frac{c}{\lambda} \text{tg } \theta \text{ sen } \zeta'$ , e  $\frac{f}{\lambda} \text{tg } \theta \text{ cos } \zeta'$  para os valores das duas componentes.

<sup>1</sup>  $V = H \text{tg } \theta.$

O desvio *semi-circular*, devido á força de inducção vertical, será expresso pela formula

$$\text{sen } \delta' = \frac{c}{\lambda} \text{tg } \theta \text{ sen } \zeta' + \frac{f}{\lambda} \text{tg } \theta \text{ cos } \zeta'.$$

Esta parte do desvio será em tudo semelhante áquella devida ao magnetismo *permanente*.

Juntando-as, teremos a expressão do desvio *semi-circular* total:

$$\text{sen } \delta = \frac{1}{\lambda} \left( \text{ctg } \theta + \frac{P}{H} \right) \text{sen } \zeta' + \frac{1}{\lambda} \left( \text{ftg } \theta + \frac{Q}{H} \right) \text{cos } \zeta'.$$

Esta parte integrante do desvio é a mais importante, e, por assim dizer, aquella que geralmente constitue o todo, tanto nos navios de ferro, como nos de madeira. Nos navios de madeira é a segunda parte, a do magnetismo de *inducção* vertical, que predomina; nos navios de ferro, é a parte mais importante a que provém do magnetismo *permanente* ou *sub-permanente* do ferro *duro*.

Do excesso de uma sobre outra especie de magnetismo, que entram na composição do desvio *semi-circular* nas duas classes de navios, podemos já inferir, que nos navios de madeira, será o desvio total sensivelmente proporcional á tangente da inclinação.

Nos navios de ferro será, em geral, inversamente proporcional á componente horisontal.

Diremos tambem de passagem as diferenças mais notaveis, que se dão no desvio *semi-circular* nos navios de ferro e madeira.

Nos navios de madeira, tanto o pólo *induzido* como o *permanente*, ficam ordinariamente do lado da prôa do navio, e como no hemispherio N., estes pólos são *boreaes*, tendem a desviar o polo N. da agulha para o lado da prôa. O desvio será o que denominamos desvio positivo; isto é, desvio E, com prôas de E., e O. com prôas occidentaes.

Geralmente, sendo o ferro collocado symmetricamente em relação á secção principal do navio, os pontos *neutros*, ou de desvio nullo, approximam-se muito da prôa N. ou S.

Nos navios de ferro ha uma diferença radical, tanto nos pontos *neutros*, como na direcção do desvio.

A linha *neutral*, ou a que une os pontos de desvio nullo, é determinada pela direcção da quilha, quando o navio esteve no estaleiro, e aproxima-se muito d'esta direcção.

O signal do desvio depende do rumo a que estava aproado o navio no estaleiro. O desvio é E., quando a extremidade do navio

(prôa ou pôpa), que durante a construcção ficava voltada para o S., estiver para E., e occidental, quando a mesma extremidade estiver para O<sup>1</sup>.

Assim; um navio construido no nosso hemispherio, com a prôa para o S. terá desvios positivos; isto é, o desvio será E com prôas de E., e O com prôas de O., á similhaça dos navios de madeira. Pelo contrario, o navio construido com a prôa para o N. terá desvios negativos, ou o inverso do que tem logar nos navios de madeira.

Isto provém do magnetismo *permanente* ou *sub-permanente*, que, no todo do navio, se desenvolve pela martelagem na occasião da construcção. O magnetismo *boreal*, ou o que attrahe o pólo N. da agulha, desenvolve-se nos altos da parte do navio que fica para S., e o magnetismo austral nos delgados, ou obras vivas da parte do navio, que fica para o N. Se a prôa aponta para o S., o pólo *boreal* resultante localisa-se n'este ponto do navio, e o desvio será analogo ao dos navios de madeira. Quando é a pôpa que está voltada para o S. no estaleiro, é n'este local que se estabelece o pólo *boreal*; o extremo N. da agulha é desviado para ré; resulta desvio negativo, ou occidental com prôas orientaes.

Estas são as differenças mais notaveis, que se dão na parte principal do *desvio*, nos navios de madeira e de ferro.

Continuaremos com a terceira parte do *desvio*, a produzida pela inducção horisontal do magnetismo terrestre sobre as peças de ferro *macio*, mais ou menos horisontaes.

#### Inducção horisontal

Começaremos pelo caso mais simples. Supponhamos, que a resultante do magnetismo induzido sobre todas as peças horisontaes de ferro *macio* a bordo seja equivalente ao effeito de uma unica barra, collocada por ante-avante da agulha, e na direcção longitudinal. Esta barra, como vimos (pag. 29), magnetisa-se instantaneamente pela influencia do magnetismo terrestre, apresentando um pólo *boreal* para o lado do S<sup>2</sup>. Quando o navio estiver na direcção N-S. magnetico não haverá desvio, mas sim augmento de força; aproando a E. ou O. tambem o desvio é nullo; porquanto, a barra n'esta posição tem perdido o seu magnetismo; o desvio manifestar-se-ha portanto nos pontos intermedios: por se dar nos

<sup>1</sup> Nos navios construidos no hemispherio S. dá-se o desvio em sentido opposto.

<sup>2</sup> Consideraremos o navio no nosso hemispherio, no hemispherio S. ha a mudar a palavra *boreal* em *austral*, e vice-versa.

quatro quadrantes, e ser nullo nos pontos cardeaes, e por analogia ao *semi-circular*, se denomina esta especie *desvio quadrantal*.

Supponhamos pois a mesma barra de ferro *macio* por antecedente da agulha (veja-se Fig. 1.<sup>a</sup>, Est. 1.<sup>a</sup>), e que o navio, partindo do N., faz a rotação por E. A proporção, que o azimuth NE. da prôa vae augmentando, vae crescendo tambem o desvio do ponto N. da agulha para E., ou desvio positivo, porque cresce a componente lateral, que actua sobre a agulha; porém, por outra parte, o pólo *boreal* da barra vae perdendo a sua intensidade, por se ir approximando aquella da posição E-O.; haverá pois um ponto intermedio, entre N. e E., onde o desvio é o maximo, e será nullo no rumo E. Continuando a rotação para SE., começa a formar-se um pólo *austral* na extremidade da barra que aponta para agulha, o pólo S. d'esta é attrahido para E., o desvio é negativo. Da mesma sorte, á proporção que o pólo *austral* augmenta de intensidade, diminue a componente activa; teremos um maximo de desvio negativo no quadrante SE., e um novo ponto *neutro* na prôa de S. Vindo agora a prôa para SO., o mesmo pólo *austral* attrahe para O. a extremidade S. da agulha, o desvio é de novo positivo, e passa pelas mesmas phases descriptas; novo maximo positivo ao SO., ponto *neutro* a O. No quadrante NO., desvio negativo. Os desvios serão pois positivos nos quadrantes NE. e SO., negativos nos de SE. e NO., e os pontos *neutros* nos pontos cardeaes.

É facil de ver, que o desvio *quadrantal* é proporcional ao seno do dobro do azimuth, medido na agulha desviada <sup>1</sup>.

A particularidade mais notavel do desvio *quadrantal* é ser independente do valor da força inductora, ou da componente horisontal terrestre, e por consequencia, de ser constante para todos os logares do globo. Com effeito; se, por uma parte, é a componente horisontal que induz o magnetismo nas barras horisontaes, tambem é a que retém a agulha, e impede que esta se desvie pelo effeito d'aquella mesma força sobre o ferro do navio; logo o desvio seria simultaneamente directa e inversamente proporcional á componente horisontal terrestre; o que equivale a ser independente d'esta, e

<sup>1</sup> Augmentando a componente activa sobre a agulha com o seno do azimuth  $\zeta'$ , se a intensidade do pólo attractivo da barra variasse com o coseno do mesmo azimuth  $\zeta'$ , seria o desvio proporcional ao producto  $\text{sen } \zeta' \cos \zeta'$ , ou a  $\frac{1}{2} \text{sen } 2 \zeta'$ ; porém a intensidade do pólo varia com o coseno do azimuth magnetico correcto, ou é proporcional ao  $\cos (\zeta' + \delta)$ .

O desvio é portanto proporcional a  $\text{sen } \zeta' \cos (\zeta' + \delta)$ ; porém se attendermos a que  $\delta$  é geralmente de segunda ordem relativamente a ( $\zeta'$ ), podemos despreza-lo, e o desvio *quadrantal* poderá ser representado por  $\frac{1}{2} \text{sen } 2 \zeta'$ , sem erro notavel.

dependente sómente da quantidade e disposição do ferro *macio* horisontal a bordo.

Se a barra, equivalente a todo o ferro *macio* horisontal, ficar ainda na secção longitudinal, porém a ré da agulha, os effeitos são precisamente identicos aos que acabámos de descrever; isto é, o desvio será positivo nos quadrantes NE. e SO., negativo nos de SE. e NO. (Fig. 1.<sup>a</sup> (a) e n.º 1).

Quando a barra resultante cair no local da agulha (Fig. 2.<sup>a</sup>; e n.º 2), ficando uma parte para a prôa e outra para ré, o desvio é *quadrantal*, mas negativo nos quadrantes NE. e SO., e positivo nos de SE. e NO.; de signaes contrarios aos dois casos precedentes.

Cabe agora notar outra particularidade peculiar do desvio *quadrantal*. O magnetismo *induzido* horisontalmente, alem de causar o desvio descripto, augmenta ou diminue a força directriz sobre a agulha a bordo, e esta modificação da força directriz dá logar a que seja augmentado ou diminuido o desvio *semi-circular*.

Nas duas primeiras posições da barra horisontal é a força directriz da agulha augmentada. Porquanto: quando a direcção da barra coincide com o meridiano magnetico, ou quando o navio aprôa ao N. ou S., o pólo activo da barra é sempre de nome opposto ao mais proximo da agulha, e por conseguinte á força directriz do globo se acrescenta mais aquella força a actuar sobre a agulha. Em qualquer dos quadrantes o desvio é sempre produzido por uma attracção, o que dá logar a uma componente positiva no sentido do meridiano.

Sómente nos pontos E. e O. é que não ha augmento de força, mas nunca diminuição.

Não acontece o mesmo na terceira posição da barra (Fig. 2 e n.º 2). Com effeito: os pólos d'esta barra, que actuam sobre os mais proximos da agulha, por isso que são da mesma natureza d'estes ultimos, repellem-se, e oppõem em todos os quadrantes uma força antagonista á força directriz terrestre. A agulha fica sendo solicitada por uma força menor, ou por outras palavras, a agulha torna-se mais fraca, e por consequencia obedece mais facilmente ás outras forças perturbadoras do desvio *semi-circular*.

Casos haverá pois, em que o magnetismo de *inducção* horisontal não produza desvio apreciavel, mas tenda a enfraquecer a agulha, augmentando assim as outras partes do desvio.

As barras de ferro *macio* horisontaes dispostas de BB a EB, como os vaus, etc., podem dar como resultado do seu magnetismo de indução, uma barra C ou C' a um outro lado da agulha, como se vê no n.º 3, Est. 1.<sup>a</sup>

Em qualquer dos casos vê-se, que o desvio é *quadrantal* e negativo, isto é, de E. nos quadrantes NO. e SE., e de O. nos de NE. e SO.; a força directriz é augmentada.

Se a barra resultante ficar para um e outro lado da secção longitudinal, como no n.º 4, o desvio será *quadrantal* e positivo, porém a força directriz é diminuida.

Todos estes casos de desvio *quadrantal* têm por expressão  $D \sin 2 \zeta'$ ; o coefficiente D, que póde ser affecto do signal + ou —, conforme o local da barra resultante, é independente da força magnetica terrestre, e sómente depende da disposição e quantidade do ferro macio a bordo.

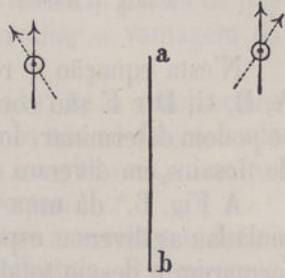
Se a inducção horisontal der em resultado o equivalente de duas barras que se cruzem a angulo recto, como se vê no n.º 5 (*quadro segundo*), o desvio será ainda *quadrantal*, porém os maximos dar-se-hão nos *pontos cardeaes*, e os pontos *neutros* a meio dos *quadrantes*. Com effeito: ao rumo de N., a barra disposta lateralmente não é magnetica, e actua sobre a agulha o pólo *austral* da barra longitudinal, que lhe repelle o pólo S., occasionando um maximo desvio para O. Com prôa de NE., as forças attractivas dos dois pólos activos das barras compensando-se, a agulha não é desviada; ao rumo de E., uma torna-se inerte, e o ponto S. da agulha é desviado para O., pela repulsão do pólo *austral* da barra longitudinal, e assim por diante.

Ficando este systema do lado de EB (n.º 6, é) facil de ver, que o desvio é da mesma especie do precedente, porém de signaes contrarios. Deduz-se sem difficuldade que qualquer d'estes casos é expresso por  $\pm E \cos 2 \zeta'$ .

Uma barra unica, inclinada  $45^\circ$  á direcção longitudinal do navio, e cuja direcção prolongada passe pela agulha, dará tambem um desvio *quadrantal*, com a mesma expressão *analytica* das duas antecedentes.

Nota-se, aindaque raras vezes, um desvio constante em todos os rumos. Os n.ºs 7 e 8 mostram a disposição de dois systemas de barras, que em qualquer rumo dão um desvio sensivelmente constante e de signaes contrarios. A disposição é tal, que uma das barras G' ou K' apresenta-se activa, enquanto a outra G ou K é inerte, e durante a rotação do navio, quando o pólo activo de uma das barras enfraquece, augmenta de força o da outra na mesma razão, substituindo-se uma á outra mutuamente; o desvio será por consequencia constante e do mesmo signal. A sua expressão será pois simplesmente  $\pm A$ , uma quantidade constante. O systema do n.º 7 dará sempre desvio positivo, ou E., e o do n.º 8 desvio negativo ou O.

Resta considerar o caso de uma unica barra á direita ou esquerda da agulha, disposta longitudinalmente, como se vê na Fig. 4.<sup>a</sup> Uma tal barra produzirá um desvio de uma especie particular, que se póde considerar como a combinação do desvio *quadrantal*  $\pm E \cos 2 \zeta'$ , com um desvio constante  $\pm A$ . Este desvio é da especie do *semi-circular*, porém com os maximos nos pontos N. e S., e os pontos neutros em E. e O.<sup>1</sup>

FIGURA 4.<sup>a</sup>

Recapitulando vê-se, que a inducção horisontal da força magnetica terrestre sobre todo o ferro *macio* horisontal de bordo póde produzir, separada ou simultaneamente, todas as tres especies de desvios, cujas expressões acabámos de analysar, e a expressão generica dos seus effeitos sobre a agulha será

$$A + D \operatorname{sen} 2 \zeta' + E \cos 2 \zeta'$$

Como dissemos, esta parte do desvio, que se denomina *quadrantal*, é independente da componente horisontal terrestre, e por consequencia uma vez determinada deve-se considerar constante para todos os logares da terra, emquanto a quantidade e disposição do ferro *macio* não forem alteradas.

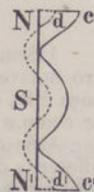
Outro tanto não acontece ao desvio *semi-circular*, o qual, como vimos, uma parte é proporcional á tangente da inclinação, e a outra inversamente proporcional á componente horisontal terrestre. Esta parte mudará de valor nos differentes logares do globo, e até frequentemente mudará de signal, quando se passar de um a outro hemispherio.

O seno do desvio total póde-se portanto exprimir pela somma algebraica dos termos que temos considerado:

$$\operatorname{sen} \delta = A + \left( \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{\lambda H} \right) \operatorname{sen} \zeta' + \left( \frac{f}{\lambda} \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{\lambda H} \right) \cos \zeta' + D \operatorname{sen} 2 \zeta' + E \cos 2 \zeta'$$

<sup>1</sup>  $E \cos 2 \zeta'$  póde-se figurar graphicamente pela linha pontuada  $dd'$ , apresentando os maximos, ora positivos, ora negativos, nos pontos cardeaes; se lhe juntarmos á direita um desvio constante representado por  $dc$ , a curva final  $cc'$ , terá dois maximos nos pontos N e S, e dois minimos, ou zero, nos pontos E e O.

O eixo da roda do leme, quando é de ferro, por ficar, a respeito das agulhas das *bitaculas*, em posição muito semelhante á da Fig. 4.<sup>a</sup>, póde produzir um effeito analogo e de signaes contrarios em cada uma d'ellas.

FIGURA 5.<sup>a</sup>

ou, simplificando, podemos pôr debaixo da fórmula seguinte<sup>1</sup>:

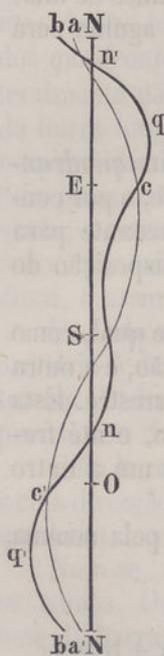
$$\delta = A + B \operatorname{sen} \zeta' + C \cos \zeta' + D \operatorname{sen} 2 \zeta' + E \cos 2 \zeta' \dots \dots (1)$$

N'esta equação  $\delta$  representa o desvio para qualquer rumo  $\zeta'$ . A, B, C, D e E são coefficients, tambem expressos em graus, que se podem determinar, logoque haja, pelo menos, cinco observações de desvios em diversos rumos.

A Fig. 6.<sup>a</sup> dá uma idéa de como se podem considerar accumuladas as diversas especies de desvios da equação precedente para formarem o desvio total.

N, E, S, O, N, representa a circumferencia da rosa da agulha.

FIGURA 6.<sup>a</sup>



A curva mais fina *acc'a'* representa o desvio *semi-circular*, que n'este caso é positivo, isto é, E. nos rumos orientaes e O. nos occidentaes. A curva mais carregada *bqnq'b'* representa o desvio total, isto é, o desvio *semi-circular* já acrescentado do *quadrantal*<sup>2</sup>. N'este exemplo o *quadrantal* tambem é positivo.

Esta curva final, passando ora á direita, ora á esquerda da curva do desvio *semi-circular*, patenteia o effeito do desvio *quadrantal*, positivo no quadrante NE., negativo no de SE., de novo positivo no de SO., e finalmente negativo no de NO. Os pontos *neutros* *n n'* afastam-se um pouco dos pontos N. e S., assim como dos pontos *neutros* do *desvio quadrantal*, razão porque o desvio final se apresenta pouco regular e não symetrico em relação á linha N. S.

Nos navios de vapor, e construidos de madeira, são os desvios menos consideraveis e mais regulares do que nos navios de ferro.

Nos primeiros, suppondo a agulha em posição favoravel, o maximo desvio *semi-circular* não excede de 10° ou 12°, e o *quadrantal* raras vezes é superior a 2° ou 3°.

Nos navios de ferro são frequentes maximos desvios *semi-circulares* de 30° e mais, e o *quadrantal* eleva se a 6° ou 7°; e em

<sup>1</sup> Sempre que o desvio não exceder de 20°, podemos tomar o arco pelo seno sem erro notavel. N'um arco de 7° a differença para o seno é de 1'; no de 14° esta differença é 8', e o de 21° differe 28' do seu seno. Esta ultima differença pôde-se considerar como o limite dos erros de observação.

<sup>2</sup> Se quizermos considerar o desvio constante A, a figura seria a mesma, com a differença de ficar deslocada á direita ou esquerda a curva final, o que equivalia a deslocar em sentido opposto a recta N E S O N.

alguns casos, devidos sem duvida a má collocação da agulha, a 15°.

Agora, que conhecemos a natureza das diversas partes de que consta o desvio da agulha, é que podemos avaliar a vantagem da sua decomposição.

Uma vez a equação debaixo da fórmula (1); se a resolvermos ou determinarmos os cinco coefficients, temos não só determinado uma tabella de desvios para todos os rumos imaginaveis, como reconhecido a grandeza das suas differentes partes.

Os coefficients A, B, C, etc., representam em certos e determinados rumos os desvios dos termos que affectam. B representa o desvio *semi-circular* ao rumo de E. ou O. da agulha, porque n'esse caso  $\text{sen } \zeta' \pm 1$ .

Pela mesma razão C é o desvio *semi-circular* com prôa de N. ou S.

D representa o desvio *quadran'al* com prôas de NE., SE., SO. e NO., e E o mesmo desvio nos quatro pontos cardeaes da agulha.

A, quando existe, como é independente do rumo, denota uma quantidade constante a sommar ou diminuir.

Determinados os coefficients reconhece-se qual d'elles póde ou tende a modificar-se com a mudança de latitude, qual o que fica sensivelmente constante, ou o que tende a diminuir com o tempo, etc., etc.

Pela grandeza relativa dos diversos coefficients podemos chegar a reconhecer se a posição da agulha é a mais conveniente, se o ferro *macio* ou *duro* se acha collocado symmetricamente em relação ao eixo principal do navio, etc., etc.

Os coefficients A e E são de muito pouca importancia, e na maior parte dos casos podem-se considerar nullos.

A equação reduz-se, em geral, a

$$\delta = B \text{ sen } \zeta' + C \text{ cos } \zeta' + D \text{ sen } 2 \zeta'.$$

Antes de passarmos aos methodos mais facéis de determinar os coefficients da equação (1), convem mencionar outra especie de desvio que affecta a agulha, o denominado desvio da *banda*.

### Desvio da banda

Temos até aqui supposto a agulha sujeita ás differentes forças attractivas, estando o navio horisontal, e n'esta hypothese determi-

námos a sua equação approximada (1). Quando o navio dá á banda, ou inclina para qualquer dos bordos, novas forças perturbadoras se põem em acção, que vem alterar ainda mais a direcção da agulha.

Esta especie de desvio, ainda hoje pouco estudada na pratica, é de muita importancia. Nos navios de madeira o desvio da *banda* é pouco apreciavel<sup>1</sup>, porém nos navios de ferro, e principalmente nos actuaes navios de guerra couraçados, este desvio chega a proporções assustadoras; quando a prôa se approxima da linha N-S, frequentes vezes o desvio da *banda* excede muito o angulo da inclinação do navio<sup>2</sup>.

Daremos uma idéa succinta d'esta especie de desvio, e reservaremos a deducção da sua expressão mathematica para quando apresentarmos a equação *exacta* do desvio.

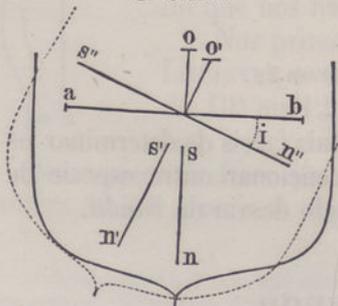
Quando o navio se inclina para qualquer dos bordos, estando aproado ao rumo de E. ou O., a agulha não experimenta desvio apreciavel; porém ao rumo de N. ou S., o extremo N. da agulha é geralmente impellido para barlavento nas latitudes boreaes. O maximo desvio dá-se n'aquelles mesmos rumos. É portanto um desvio da especie *semi-circular*, cujos pontos *neutros* estão situados em E. e O. magneticos.

As forças que se põem em jogo são as horisontaes de BB a EB, e as verticaes proximas da agulha. As dirigidas de pôpa á prôa não são alteradas com a inclinação lateral do navio.

Representemos a resultante do magnetismo permanente do ferro *duro* vertical, e do magnetismo de inducção do ferro *macio* tambem vertical, pela linha *sn* (Fig. 7.<sup>a</sup>), e todo o ferro *macio* transversal pela barra horisontal *ab*.

Estando o navio aproado aos rumos de N. ou S. e horisontal, não pôde haver desvio devido áquellas forças, porém, logoque o navio se inclina para um ou outro bordo, a força vertical, que geralmente tende a fazer mergulhar o pólo N. da agulha, atrahê este mesmo pólo para o lado de barlavento, como se pôde ver na (Fig. 7.<sup>a</sup>) pela direcção em que fica *s'* a respeito da nova posição da agulha *O'*. Esta é a primeira parte do desvio.

FIGURA 7.<sup>a</sup>



<sup>1</sup> Nos navios de guerra, aindaque sejam construidos de madeira, ha casos de desvios da banda, principalmente se a agulha fica entre duas peças de grosso calibre.

<sup>2</sup> No *Minotauro*, um dos ultimos navios couraçados da marinha ingleza, por cada grau de inclinação do navio correspondia em uma das agulhas a 2° e 46' de desvio.

O ferro transversal, ou a barra lateral  $ab$ , que o representa, emquanto está horizontal e na direcção E-O., não tem acção sobre a agulha; porém, se o navio se inclina, na extremidade  $a$  de barlavento constitue-se um pólo boreal  $s''$ , o qual attrahe o pólo N. da agulha para este mesmo lado, emquanto na extremidade de sotavento se forma um pólo austral  $n''$ , que tende a desviar o pólo S. da agulha para sotavento.

Vemos pois, que ambas as forças citadas, concorrem para desviar a extremidade N. da agulha para barlavento.

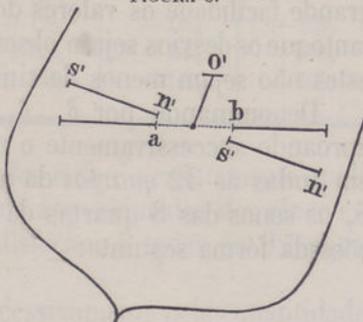
A força induzida sobre a barra lateral é proporcional ao angulo de inclinação ( $i$ ) do navio, e á tangente da inclinação ( $\theta$ ) do logar. Das forças verticaes, a proveniente do magnetismo induzido, é tambem proporcional á tangente da inclinação ( $\theta$ ), e o effeito da força permanente é inversamente proporcional á força horizontal H.

Para que uma das forças contrarie a outra, a fim de que os seus effeitos se neutralisem, ou de algum modo se compensem, seria necessario, ou que a força vertical do navio mudasse de signal, ou a transversal invertesse os pólos, ou ambas estas circumstancias se dessem simultaneamente.

Se o navio tiver sido construido com a prôa para o S., o magnetismo austral predomina na parte de ré; é então o pólo S. da agulha que tende a mergulhar, e por consequencia a desviar-se para barlavento, quando o navio inclina. Póde dar-se o caso, que o effeito das forças verticaes compense o das lateraes.

Se fizermos que a agulha ocupe um logar livre inferiormente de ferro transversal, como, por exemplo, collocando-a sobre uma escotilha, n'este caso é a barra resultante substituida por duas barras, como se vê na (Fig. 8.<sup>a</sup>).

Nas extremidades proximas da agulha originam-se dois pólos oppostos, os quaes, como é facil de ver, ambos tendem a desviar o pólo N para sotavento. Comprehende-se que haja uma distancia  $ab$  (largura da escotilha ou espaço sem vaus) tal, que dê em resultado a compensação do desvio para barlavento, proveniente das forças verticaes.

FIGURA 8.<sup>a</sup>

## CAPÍTULO II

Determinação dos coefficients da equação approximada do desvio — Applicaçào do methodo dos menores quadrados — Determinação de A, B, C, D e E por 32 marcações equidistantes (32 quartas exactas) — Determinação dos mesmos coefficients nas 16 meias partidas — Nos 8 principaes rumos — Nos 4 pontos cardeaes — Indeterminação de D — Determinação pelas observações nos 4 pontos quadrantaes — Indeterminação de E — Processos praticos de determinar os coefficients por 32, 16, 8 e 4 observações de desvios — Construcção da tabella dos desvios calculados pelos coefficients.

A equação do desvio (1), pag. 41, que, como já dissemos, é approximada, póde-se empregar sempre que o maximo desvio não excede de 20°, ou, o muito, 2 quartas. A equação é a seguinte:

$$\delta = A + B \text{ sen } \zeta' + C \text{ cos } \zeta' + D \text{ sen } 2 \zeta' + E \text{ cos } 2 \zeta'$$

Empregando o methodo dos menores quadrados, obtêm-se com grande facilidade os valores dos coefficients A, B, C, D e E, comtantoque os desvios sejam observados em rumos equidistantes, e que estes não sejam menos de cinco.

Denominando por  $\delta_0, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{31}$  os desvios observados aoproando successivamente o navio ao N., N4NE., NNE., etc., ou em todas as 32 quartas da agulha desviada, e por  $S_0, S_1, S_2, \dots, S_7$  os senos das 8 quartas de cada quadrante<sup>1</sup>, teremos 32 equações da fórmula seguinte:

<sup>1</sup> Note-se, que os senos dos rumos de N. e S., ou os cosenos de E. ou O., são representados por 0, que os senos de N4NE. e S4SE., assim como os cosenos de E4NE. e de O4NO. são representados por  $S_1$ . e por  $-S_1$  os senos de N4NO. e S4SO., ou os cosenos de E4SE. e de O4SO.; e assim para os mais rumos.

Rumos da agulha	Desvio	A	+ B sen $\zeta'$	+ C cos $\zeta'$	+ D sen $2\zeta'$	+ E cos $2\zeta'$
N.	$\delta_0$	A	0	+ C	0	+ E
N4NE.	$\delta_1$	A	+ BS <sub>1</sub>	+ CS <sub>7</sub>	+ DS <sub>2</sub>	+ ES <sub>6</sub>
NNE.	$\delta_2$	A	+ BS <sub>2</sub>	+ CS <sub>6</sub>	+ DS <sub>4</sub>	+ ES <sub>4</sub>
NE4N.	$\delta_3$	A	+ BS <sub>3</sub>	+ CS <sub>5</sub>	+ DS <sub>6</sub>	+ ES <sub>2</sub>
NE.	$\delta_4$	A	+ BS <sub>4</sub>	+ CS <sub>4</sub>	+ D	0
NE4E.	$\delta_5$	A	+ BS <sub>5</sub>	+ CS <sub>3</sub>	+ DS <sub>6</sub>	- ES <sub>2</sub>
ENE.	$\delta_6$	A	+ BS <sub>6</sub>	+ CS <sub>2</sub>	+ DS <sub>4</sub>	- ES <sub>4</sub>
E4NE.	$\delta_7$	A	+ BS <sub>7</sub>	+ CS <sub>1</sub>	+ DS <sub>2</sub>	- ES <sub>6</sub>
E.	$\delta_8$	A	+ B	0	0	- E
E4SE.	$\delta_9$	A	+ BS <sub>7</sub>	- CS <sub>1</sub>	- DS <sub>2</sub>	- ES <sub>6</sub>
ESE.	$\delta_{10}$	A	+ BS <sub>6</sub>	- CS <sub>2</sub>	- DS <sub>4</sub>	- ES <sub>4</sub>
SE4E.	$\delta_{11}$	A	+ BS <sub>5</sub>	- CS <sub>3</sub>	- DS <sub>6</sub>	- ES <sub>2</sub>
SE.	$\delta_{12}$	A	+ BS <sub>4</sub>	- CS <sub>4</sub>	- D	0
SE4S.	$\delta_{13}$	A	+ BS <sub>3</sub>	- CS <sub>5</sub>	- DS <sub>6</sub>	+ ES <sub>2</sub>
SSE.	$\delta_{14}$	A	+ BS <sub>2</sub>	- CS <sub>6</sub>	- DS <sub>4</sub>	+ ES <sub>4</sub>
S4SE.	$\delta_{15}$	A	+ BS <sub>1</sub>	- CS <sub>7</sub>	- DS <sub>2</sub>	+ ES <sub>6</sub>
S.	$\delta_{16}$	A	0	- C	0	+ E
S4SO.	$\delta_{17}$	A	- BS <sub>1</sub>	- CS <sub>7</sub>	+ DS <sub>2</sub>	+ ES <sub>6</sub>
SSO.	$\delta_{18}$	A	- BS <sub>2</sub>	- CS <sub>6</sub>	+ DS <sub>4</sub>	+ ES <sub>4</sub>
SO4S.	$\delta_{19}$	A	- BS <sub>3</sub>	- CS <sub>5</sub>	+ DS <sub>6</sub>	+ ES <sub>2</sub>
SO.	$\delta_{20}$	A	- BS <sub>4</sub>	- CS <sub>4</sub>	+ D	0
SO4O.	$\delta_{21}$	A	- BS <sub>5</sub>	- CS <sub>3</sub>	+ DS <sub>6</sub>	- ES <sub>2</sub>
OSO.	$\delta_{22}$	A	- BS <sub>6</sub>	- CS <sub>2</sub>	+ DS <sub>4</sub>	- ES <sub>4</sub>
O4SO.	$\delta_{23}$	A	- BS <sub>7</sub>	- CS <sub>1</sub>	+ DS <sub>2</sub>	- ES <sub>6</sub>
O.	$\delta_{24}$	A	- B	0	0	- E
O4NO.	$\delta_{25}$	A	- BS <sub>7</sub>	+ CS <sub>1</sub>	- DS <sub>2</sub>	- ES <sub>6</sub>
ONO.	$\delta_{26}$	A	- BS <sub>6</sub>	+ CS <sub>2</sub>	- DS <sub>4</sub>	- ES <sub>4</sub>
NO4O.	$\delta_{27}$	A	- BS <sub>5</sub>	+ CS <sub>3</sub>	- DS <sub>6</sub>	- ES <sub>2</sub>
NO.	$\delta_{28}$	A	- BS <sub>4</sub>	+ CS <sub>4</sub>	- D	0
NO4N.	$\delta_{29}$	A	- BS <sub>3</sub>	+ CS <sub>5</sub>	- DS <sub>6</sub>	+ ES <sub>2</sub>
NNO.	$\delta_{30}$	A	- BS <sub>2</sub>	+ CS <sub>6</sub>	- DS <sub>4</sub>	+ ES <sub>4</sub>
N4NO.	$\delta_{31}$	A	- BS <sub>1</sub>	+ CS <sub>7</sub>	- DS <sub>2</sub>	+ ES <sub>6</sub>

O methodo dos *menores quadrados* é aqui perfeitamente applicavel para determinar os valores mais approximados dos cinco coefficients A, B, C, D e E, que satisfaçam a todas as 32 equações.

Multiplicando cada equação successivamente pelas quantidades que multiplicam qualquer dos cinco coefficients, e sommando-as, desaparecem todos os termos não affectos do coefficiente que se pretende, e resulta uma equação expressa n'este ultimo e em  $\delta$ .

Assim começando pela quantidade constante A, como o seu mul-



$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_5 + \delta_{21}}{2} + \frac{\delta_{13} + \delta_{29}}{2} \right) \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} + \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2} \right) \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} + \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8B = 0 & \quad + \frac{\delta_8 - \delta_{24}}{2} \\
& + \frac{\delta_1 - \delta_{17}}{2} S_1 + \frac{\delta_9 - \delta_{25}}{2} S_7 \\
& + \frac{\delta_2 - \delta_{18}}{2} S_2 + \frac{\delta_{10} - \delta_{26}}{2} S_6 \\
& + \frac{\delta_3 - \delta_{19}}{2} S_3 + \frac{\delta_{11} - \delta_{27}}{2} S_5 \\
& + \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} S_4 + \frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2} S_4 \\
& + \frac{\delta_5 - \delta_{21}}{2} S_5 + \frac{\delta_{13} - \delta_{29}}{2} S_3 \\
& + \frac{\delta_6 - \delta_{22}}{2} S_6 + \frac{\delta_{14} - \delta_{30}}{2} S_2 \\
& + \frac{\delta_7 - \delta_{23}}{2} S_7 + \frac{\delta_{15} - \delta_{31}}{2} S_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
8C = \frac{\delta_0 - 16}{2} & \quad + 0 \\
& + \frac{\delta_1 - \delta_{17}}{2} S_7 - \frac{\delta_9 - \delta_{25}}{2} S_1 \\
& + \frac{\delta_2 - \delta_{18}}{2} S_6 - \frac{\delta_{10} - \delta_{26}}{2} S_6 \\
& + \frac{\delta_3 - \delta_{19}}{2} S_5 - \frac{\delta_{11} - \delta_{27}}{2} S_3 \\
& + \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} S_4 - \frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2} S_4 \\
& + \frac{\delta_5 - \delta_{21}}{2} S_3 - \frac{\delta_{13} - \delta_{29}}{2} S_5 \\
& + \frac{\delta_6 - \delta_{22}}{2} S_2 - \frac{\delta_{14} - \delta_{30}}{2} S_6 \\
& + \frac{\delta_7 - \delta_{23}}{2} S_1 - \frac{\delta_{15} - \delta_{31}}{2} S_7
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4D = & \quad \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} - \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2} \right) \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} - \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2} \right) S_2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_5 + \delta_{21}}{2} - \frac{\delta_{13} + \delta_{29}}{2} \right) S_6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} - \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2} \right) S_4 + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} - \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2} \right) S_4 \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_3 + \delta_{19}}{2} - \frac{\delta_{11} + \delta_{27}}{2} \right) S_6 + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} - \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2} \right) S_2 \\
4 E = & \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right) \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} - \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2} \right) S_6 - \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_5 + \delta_{21}}{2} - \frac{\delta_{13} + \delta_{29}}{2} \right) S_2 \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} - \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2} \right) S_4 - \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} - \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2} \right) S_4 \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_3 + \delta_{19}}{2} - \frac{\delta_{11} + \delta_{27}}{2} \right) S_2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} - \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2} \right) S_6
\end{aligned}$$

Se os desvios fossem observados sómente nos 16 rumos ou meias partidas, teriamos:

$$\begin{aligned}
\delta_0 + \delta_2 + \delta_4 + \dots + \delta_{30} &= 16 A \\
\delta_2 S_2 + \delta_4 S_4 + \delta_6 S_6 \dots - \delta_{30} S_2 &= 8 B \\
\delta_0 + \delta_2 S_6 + \delta_4 S_4 \dots + \delta_{30} S_6 &= 8 C \\
\delta_2 S_4 + \delta_4 + \delta_6 S_4 \dots - \delta_{30} S_4 &= 8 D \\
\delta_0 + \delta_2 S_4 - \delta_6 S_4 \dots + \delta_{30} S_4 &= 8 E
\end{aligned}$$

E as equações transformadas para com maior facilidade determinar os valores dos coefficients

$$\begin{aligned}
4 A = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} + \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right) & \quad 4 B = 0 + \frac{\delta_8 - \delta_{24}}{2} \\
+ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} + \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2} \right) & \quad + \frac{\delta_2 - \delta_{18}}{2} S_2 + \frac{\delta_{10} - \delta_{26}}{2} S_6 \\
+ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} + \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2} \right) & \quad + \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} S_4 + \frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2} S_4 \\
+ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} + \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2} \right) & \quad + \frac{\delta_6 - \delta_{22}}{2} S_6 + \frac{\delta_{14} - \delta_{30}}{2} S_2 \\
4 C = \frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2} - 0 & \\
+ \frac{\delta_2 - \delta_{18}}{2} S_6 - \frac{\delta_{10} - \delta_{26}}{2} S_2 & \\
+ \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} S_4 - \frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2} S_4 & \\
+ \frac{\delta_6 - \delta_{22}}{2} S_2 - \frac{\delta_{14} - \delta_{30}}{2} S_6 &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2D &= \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} - \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2} \right) \\
&+ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} - \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2} \right) S_4 + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_6 + \delta_{22}}{3} - \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2} \right) S_4 \\
2E &= \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right) \\
&+ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} - \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2} \right) S_4 - \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} - \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2} \right) S_4
\end{aligned}$$

Para os desvios nos 8 rumos principais as expressões primitivas são

$$\begin{aligned}
\delta_0 + \delta_4 + \delta_8 + \delta_{12} + \dots + \delta_{28} &= 8A \\
\delta_4 S_4 + \delta_8 + \delta_{12} S_4 - \delta_{20} S_4 - \delta_{24} - \delta_{28} S_4 &= 4B \\
\delta_0 + \delta_4 S_4 - \delta_{12} S_4 - \delta_{16} - \delta_{20} S_4 + \delta_{28} S_4 &= 4C \\
\delta_4 - \delta_{12} + \delta_{20} - \delta_{28} + \dots &= 4D \\
\delta_0 - \delta_8 + \delta_{16} - \delta_{24} + \dots &= 4E
\end{aligned}$$

E as formulas para o calculo são

$$\begin{aligned}
2A &= \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} + \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right) \\
&+ \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} + \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2} \right) \\
2B &= \frac{\delta_8 - \delta_{24}}{2} \\
&+ \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} S_4 + \frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2} S_4 \\
2C &= \frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2} \\
&+ \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} S_4 - \frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2} S_4 \\
D &= \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} - \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2} \right) \\
E &= \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right)
\end{aligned}$$

Se os desvios forem observados sómente nos 4 pontos cardeaes, obteremos sómente as 4 equações seguintes:

$$\begin{aligned}
\delta_0 + \delta_8 + \delta_{16} + \delta_{24} &= 4A \\
\delta_8 - \delta_{24} &= 2B \\
\delta_0 - \delta_{16} &= 2C \\
\delta_0 - \delta_8 + \delta_{16} - \delta_{24} &= 4E
\end{aligned}$$

O coefficiente D não se póde determinar, porquanto em qualquer dos 4 pontos cardeaes  $D \text{ sen } 2\zeta' = 0$ .

D, como sabemos, é o coefficiente mais importante do *desvio quadrantal*, não podemos prescindir d'elle.

São portanto insufficientes sómente 4 observações de desvios, se estas forem feitas nos pontos cardeaes.

Como D não muda de valor, mudando o navio de latitude, póde-se empregar este processo pelos 4 pontos cardeaes, em caso de necessidade, para verificar os valores dos outros coefficients; B pelos desvios dos pontos E. e O., e C pelos de N. e S.

Se se fizeram as observações de desvios nos 4 pontos *quadrantes*, isto é, em NE., SE., SO. e NO., determinam-se os coefficients A, B, C e D pelas 4 equações seguintes:

$$\begin{aligned} \delta_4 + \delta_{12} + \delta_{20} + \delta_{28} &= 4A \\ (\delta_4 + \delta_{12} - \delta_{20} - \delta_{28}) S_4 &= 2B \\ (\delta_4 - \delta_{12} - \delta_{20} + \delta_{28}) S_4 &= 2C \\ \delta_4 - \delta_{12} + \delta_{20} - \delta_{28} &= 4D \end{aligned}$$

Fica E indeterminado, por ser  $E \cos 2\zeta = 0$ ; porém este coefficiente é geralmente mui pequeno e póde-se desprezar, quando se trata da agulha padrão, collocada como é na linha de pópa á prôa.

O processo pratico para calcular os valores dos coefficients A, B, C, D e E por 32, 16, 8, ou por 4 observações de desvios é de facil execução, e as tabellas seguintes, de antemão preparadas, estão indicando as operações que ha a fazer com os desvios.

Tratando do primeiro caso, quando se tenham observado os desvios nas 32 *quartas* da agulha, referir-nos-hemos ás tabellas A e B.

Na primeira columna da tabella A estão as 16 *quartas* do N. para S. por E., e na seguinte, marcada I, os desvios correspondentes, com o signal + os que são E., e — os de O.

Na terceira columna estão as 16 *quartas* do S. para N. por O., e na quarta, marcada II, os desvios com os seus competentes signaes.

Na columna seguinte, marcada III, escrevem-se as semi-sommas das quantidades das columnas I e II, tendo attenção aos signaes.

Na columna IV escrevem-se as semi-sommas das columnas I e II, mudando mentalmente os signaes das quantidades da columna II.

Tira-sé a prova ás columnas III e IV simultaneamente e com muita rapidez, sommando as quantidades em cada linha; esta somma deve ser igual ás quantidades da columna I nas mesmas linhas.

**TABELLAS**

**Dos calculos dos coeficientes**



## TABEL

Calculo dos coefficients B e C pelos

Direcções da prôa pela agulha padrão	I Desvios observados na agulha padrão	Direcções da prôa pela agulha padrão	II Desvios observados na agulha padrão	III Semi-somma das quantidades das columnas I e II — (Parte invariavel do desvio)
N.	$\delta_0$	S.	$\delta_{16}$	$\frac{1}{2}(\delta_0 + \delta_{16})$
N4NE.	$\delta_1$	S4SO.	$\delta_{17}$	$\frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_{17})$
NNE.	$\delta_2$	SSO.	$\delta_{18}$	$\frac{1}{2}(\delta_2 + \delta_{18})$
NE4N.	$\delta_3$	SO4S.	$\delta_{19}$	$\frac{1}{2}(\delta_3 + \delta_{19})$
NE.	$\delta_4$	SO.	$\delta_{20}$	$\frac{1}{2}(\delta_4 + \delta_{20})$
NE4E.	$\delta_5$	SO4O.	$\delta_{21}$	$\frac{1}{2}(\delta_5 + \delta_{21})$
ENE.	$\delta_6$	OSO.	$\delta_{22}$	$\frac{1}{2}(\delta_6 + \delta_{22})$
E4NE.	$\delta_7$	O4SO.	$\delta_{23}$	$\frac{1}{2}(\delta_7 + \delta_{23})$
E.	$\delta_8$	O.	$\delta_{24}$	$\frac{1}{2}(\delta_8 + \delta_{24})$
E4SE.	$\delta_9$	O4NO.	$\delta_{25}$	$\frac{1}{2}(\delta_9 + \delta_{25})$
ESE.	$\delta_{10}$	ONO.	$\delta_{26}$	$\frac{1}{2}(\delta_{10} + \delta_{26})$
SE4E.	$\delta_{11}$	NO4O.	$\delta_{27}$	$\frac{1}{2}(\delta_{11} + \delta_{27})$
SE.	$\delta_{12}$	NO.	$\delta_{28}$	$\frac{1}{2}(\delta_{12} + \delta_{28})$
SE4S.	$\delta_{13}$	NO4N.	$\delta_{29}$	$\frac{1}{2}(\delta_{13} + \delta_{29})$
SSE.	$\delta_{14}$	NNO.	$\delta_{30}$	$\frac{1}{2}(\delta_{14} + \delta_{30})$
S4SE.	$\delta_{15}$	N4NO.	$\delta_{31}$	$\frac{1}{2}(\delta_{15} + \delta_{31})$

N. B. Dá-se o signal + aos desvios E., e o signal — aos desvios O.

## TABEL

Calculo dos coefficients B e C pelos

Direcções da prôa pela agulha padrão	I		II		III	
	Desvios observados na agulha padrão		Desvios observados na agulha padrão		Semi-somma das quantidades das columnas I e II — (Parte invariavel do desvio)	
N.	$\delta_0$	S.	$\delta_{16}$	$\frac{1}{2}(\delta_0 + \delta_{16})$		
N4NE.	$\delta_1$	S4SO.	$\delta_{17}$	$\frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_{17})$		
NNE.	$\delta_2$	SSO.	$\delta_{18}$	$\frac{1}{2}(\delta_2 + \delta_{18})$		
NE4N.	$\delta_3$	SO4S.	$\delta_{19}$	$\frac{1}{2}(\delta_3 + \delta_{19})$		
NE.	$\delta_4$	SO.	$\delta_{20}$	$\frac{1}{2}(\delta_4 + \delta_{20})$		
NE4E.	$\delta_5$	SO4O.	$\delta_{21}$	$\frac{1}{2}(\delta_5 + \delta_{21})$		
ENE.	$\delta_6$	OSO.	$\delta_{22}$	$\frac{1}{2}(\delta_6 + \delta_{22})$		
E4NE.	$\delta_7$	O4SO.	$\delta_{23}$	$\frac{1}{2}(\delta_7 + \delta_{23})$		
E.	$\delta_8$	O.	$\delta_{24}$	$\frac{1}{2}(\delta_8 + \delta_{24})$		
E4SE.	$\delta_9$	O4NO.	$\delta_{25}$	$\frac{1}{2}(\delta_9 + \delta_{25})$		
ESE.	$\delta_{10}$	ONO.	$\delta_{26}$	$\frac{1}{2}(\delta_{10} + \delta_{26})$		
SE4E.	$\delta_{11}$	NO4O.	$\delta_{27}$	$\frac{1}{2}(\delta_{11} + \delta_{27})$		
SE.	$\delta_{12}$	NO.	$\delta_{28}$	$\frac{1}{2}(\delta_{12} + \delta_{28})$		
SE4S.	$\delta_{13}$	NO4N.	$\delta_{29}$	$\frac{1}{2}(\delta_{13} + \delta_{29})$		
SSE.	$\delta_{14}$	NNO.	$\delta_{30}$	$\frac{1}{2}(\delta_{14} + \delta_{30})$		
S4SE.	$\delta_{15}$	N4NO.	$\delta_{31}$	$\frac{1}{2}(\delta_{15} + \delta_{31})$		

N. B. Dá-se o signal + aos desvios E., e o signal — aos desvios O.

## LA A

desvios observados nas 32 quartas

IV Semi-somma das columnas I e II (mudando o signal da columna II) (Desvio semicircular)	V Calculo de B		VI Calculo de C	
	Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores	Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores
$\frac{1}{2}(\delta_0 - \delta_{16})$	0	0	1	$\frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2}$
$\frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_{17})$	S <sub>1</sub>	$\left(\frac{\delta_1 - \delta_{17}}{2}\right) S_1$	S <sub>7</sub>	$\left(\frac{\delta_1 - \delta_{17}}{2}\right) S_7$
$\frac{1}{2}(\delta_2 - \delta_{18})$	S <sub>2</sub>	$\left(\frac{\delta_2 - \delta_{18}}{2}\right) S_2$	S <sub>6</sub>	$\left(\frac{\delta_2 - \delta_{18}}{2}\right) S_6$
$\frac{1}{2}(\delta_3 - \delta_{19})$	S <sub>3</sub>	$\left(\frac{\delta_3 - \delta_{19}}{2}\right) S_3$	S <sub>5</sub>	$\left(\frac{\delta_3 - \delta_{19}}{2}\right) S_5$
$\frac{1}{2}(\delta_4 - \delta_{20})$	S <sub>4</sub>	$\left(\frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2}\right) S_4$	S <sub>4</sub>	$\left(\frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2}\right) S_4$
$\frac{1}{2}(\delta_5 - \delta_{21})$	S <sub>5</sub>	$\left(\frac{\delta_5 - \delta_{21}}{2}\right) S_5$	S <sub>3</sub>	$\left(\frac{\delta_5 - \delta_{21}}{2}\right) S_3$
$\frac{1}{2}(\delta_6 - \delta_{22})$	S <sub>6</sub>	$\left(\frac{\delta_6 - \delta_{22}}{2}\right) S_6$	S <sub>2</sub>	$\left(\frac{\delta_6 - \delta_{22}}{2}\right) S_2$
$\frac{1}{2}(\delta_7 - \delta_{23})$	S <sub>7</sub>	$\left(\frac{\delta_7 - \delta_{23}}{2}\right) S_7$	S <sub>1</sub>	$\left(\frac{\delta_7 - \delta_{23}}{2}\right) S_1$
$\frac{1}{2}(\delta_8 - \delta_{24})$	1	$\frac{\delta_8 - \delta_{24}}{2}$	0	0
$\frac{1}{2}(\delta_9 - \delta_{25})$	S <sub>7</sub>	$\left(\frac{\delta_9 - \delta_{25}}{2}\right) S_7$	-S <sub>1</sub>	$-\left(\frac{\delta_9 - \delta_{25}}{2}\right) S_1$
$\frac{1}{2}(\delta_{10} - \delta_{26})$	S <sub>6</sub>	$\left(\frac{\delta_{10} - \delta_{26}}{2}\right) S_6$	-S <sub>2</sub>	$-\left(\frac{\delta_{10} - \delta_{26}}{2}\right) S_2$
$\frac{1}{2}(\delta_{11} - \delta_{27})$	S <sub>5</sub>	$\left(\frac{\delta_{11} - \delta_{27}}{2}\right) S_5$	-S <sub>3</sub>	$-\left(\frac{\delta_{11} - \delta_{27}}{2}\right) S_3$
$\frac{1}{2}(\delta_{12} - \delta_{28})$	S <sub>4</sub>	$\left(\frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2}\right) S_4$	-S <sub>4</sub>	$-\left(\frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2}\right) S_4$
$\frac{1}{2}(\delta_{13} - \delta_{29})$	S <sub>3</sub>	$\left(\frac{\delta_{13} - \delta_{29}}{2}\right) S_3$	-S <sub>5</sub>	$-\left(\frac{\delta_{13} - \delta_{29}}{2}\right) S_5$
$\frac{1}{2}(\delta_{14} - \delta_{30})$	S <sub>2</sub>	$\left(\frac{\delta_{14} - \delta_{30}}{2}\right) S_2$	-S <sub>6</sub>	$-\left(\frac{\delta_{14} - \delta_{30}}{2}\right) S_6$
$\frac{1}{2}(\delta_{15} - \delta_{31})$	S <sub>1</sub>	$\left(\frac{\delta_{15} - \delta_{31}}{2}\right) S_1$	-S <sub>7</sub>	$-\left(\frac{\delta_{15} - \delta_{31}}{2}\right) S_7$

Somma dos termos +  
Somma dos termos —  
Divisor 8  
B =Somma dos termos +  
Somma dos termos —  
Divisor 8  
C =

## TABEL

Calculos dos coefficients A, D e E pe

I Os primeiros 8 termos da columna III da Tabella A	II Os 8 termos restantes da columna III da Tabella A	III Semi-somma das columnas I e II — (Parte constante do desvio)	IV Semi-somma das columnas I e II (mudando os signaes da columna II) — (Desvio quadrantal)
$\frac{1}{2} (\delta_0 + \delta_{16})$ $\frac{1}{2} (\delta_1 + \delta_{17})$ $\frac{1}{2} (\delta_2 + \delta_{18})$ $\frac{1}{2} (\delta_3 + \delta_{19})$	$\frac{1}{2} (\delta_8 + \delta_{24})$ $\frac{1}{2} (\delta_9 + \delta_{25})$ $\frac{1}{2} (\delta_{10} + \delta_{26})$ $\frac{1}{2} (\delta_{11} + \delta_{27})$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} + \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} + \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} + \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_3 + \delta_{19}}{2} + \frac{\delta_{11} + \delta_{27}}{2} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} - \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} - \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_3 + \delta_{19}}{2} - \frac{\delta_{11} + \delta_{27}}{2} \right)$
$\frac{1}{2} (\delta_4 + \delta_{20})$ $\frac{1}{2} (\delta_5 + \delta_{21})$ $\frac{1}{2} (\delta_6 + \delta_{22})$ $\frac{1}{2} (\delta_7 + \delta_{23})$	$\frac{1}{2} (\delta_{12} + \delta_{28})$ $\frac{1}{2} (\delta_{13} + \delta_{29})$ $\frac{1}{2} (\delta_{14} + \delta_{30})$ $\frac{1}{2} (\delta_{15} + \delta_{31})$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} + \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_5 + \delta_{21}}{2} + \frac{\delta_{13} + \delta_{29}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} + \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} + \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} - \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_5 + \delta_{21}}{2} - \frac{\delta_{13} + \delta_{29}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} - \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2} \right)$ $\frac{1}{2} \left( \frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} - \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2} \right)$
<p style="text-align: center;">Somma dos termos +</p> <p style="text-align: center;">Somma dos termos —</p> <p style="text-align: center;">Divisor 8</p> <p style="text-align: center;">A =</p>			

## TABEL

Calculos dos coefficients A, D e E pe

I Os primeiros 8 termos da columna III da Tabella A	II Os 8 termos restantes da columna III da Tabella A	III Semi-somma das columnas I e II  — (Parte constante do desvio)	IV Semi-somma das columnas I e II (mudando os signaes da columna II)  — (Desvio quadrantal)
$\frac{1}{2}(\delta_0 + \delta_{16})$	$\frac{1}{2}(\delta_8 + \delta_{24})$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} + \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2}\right)$
$\frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_{17})$	$\frac{1}{2}(\delta_9 + \delta_{25})$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} + \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} - \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2}\right)$
$\frac{1}{2}(\delta_2 + \delta_{18})$	$\frac{1}{2}(\delta_{10} + \delta_{26})$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} + \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} - \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2}\right)$
$\frac{1}{2}(\delta_3 + \delta_{19})$	$\frac{1}{2}(\delta_{11} + \delta_{27})$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_3 + \delta_{19}}{2} + \frac{\delta_{11} + \delta_{27}}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_3 + \delta_{19}}{2} - \frac{\delta_{11} + \delta_{27}}{2}\right)$
$\frac{1}{2}(\delta_4 + \delta_{20})$	$\frac{1}{2}(\delta_{12} + \delta_{28})$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} + \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} - \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2}\right)$
$\frac{1}{2}(\delta_5 + \delta_{21})$	$\frac{1}{2}(\delta_{13} + \delta_{29})$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_5 + \delta_{21}}{2} + \frac{\delta_{13} + \delta_{29}}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_5 + \delta_{21}}{2} - \frac{\delta_{13} + \delta_{29}}{2}\right)$
$\frac{1}{2}(\delta_6 + \delta_{22})$	$\frac{1}{2}(\delta_{14} + \delta_{30})$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} + \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} - \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2}\right)$
$\frac{1}{2}(\delta_7 + \delta_{23})$	$\frac{1}{2}(\delta_{15} + \delta_{31})$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} + \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} - \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2}\right)$
Somma dos termos +			
Somma dos termos -			
Divisor 8			
A =			

## LA B

los desvios observados nas 32 quartas

V Calculo de D		VI Calculo de E	
Multiplicadores	Producto da columna IV pelos multiplicadores	Multiplicadores	Producto da columna IV pelos multiplicadores
0	0	1	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2}\right)$
S <sub>2</sub>	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} - \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2}\right)S_2$	S <sub>6</sub>	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_1 + \delta_{17}}{2} - \frac{\delta_9 + \delta_{25}}{2}\right)S_6$
S <sub>4</sub>	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} - \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2}\right)S_4$	S <sub>4</sub>	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_2 + \delta_{18}}{2} - \frac{\delta_{10} + \delta_{26}}{2}\right)S_4$
S <sub>6</sub>	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_3 + \delta_{19}}{2} - \frac{\delta_{11} + \delta_{27}}{2}\right)S_6$	S <sub>2</sub>	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_3 + \delta_{19}}{2} - \frac{\delta_{11} + \delta_{27}}{2}\right)S_2$
1	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} - \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2}\right)$	0	0
S <sub>6</sub>	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_5 + \delta_{21}}{2} - \frac{\delta_{13} + \delta_{29}}{2}\right)S_6$	-S <sub>2</sub>	$-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_5 + \delta_{21}}{2} - \frac{\delta_{13} + \delta_{29}}{2}\right)S_2$
S <sub>4</sub>	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} - \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2}\right)S_4$	-S <sub>4</sub>	$-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2} - \frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2}\right)S_4$
S <sub>2</sub>	$\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} - \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2}\right)S_2$	-S <sub>6</sub>	$-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta_7 + \delta_{23}}{2} - \frac{\delta_{15} + \delta_{31}}{2}\right)S_6$
Somma dos termos +		Somma dos termos +	
Somma dos termos -		Somma dos termos -	
Divisor 4		Divisor 4	
D =		E =	

Note-se, que na formação das columnas III e IV, separou-se o desvio *semi-circular* do *quadrantal* e parte constante. As quantidades escriptas na columna III representam a parte do desvio, que não varia com a latitude (a qual podemos chamar invariavel), ao passo que sommando as quantidades d'esta columna III reproduz-se a expressão

$$8 A = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} + \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right) + \text{etc.}$$

Na columna IV. estão os desvios *semi-circulares* do N. para S. por E., e mudando os signaes representam os desvios *semi-circulares* do S. para N. por O.<sup>1</sup>

As quantidades da columna IV sendo multiplicadas, a primeira por 0, a segunda por  $\text{Sen. } 11^\circ 15'$ , a terceira por  $\text{sen } 22^\circ 30'$ , etc., ou por  $S_0, S_1, S_2, S_3$ , etc., são as que se escrevem na columna V; estas sommadas dão a expressão de B da pag. 49.

As mesmas quantidades da columna IV multiplicadas, a primeira por  $\cos 0^\circ$ , a segunda por  $\cos 11^\circ 15'$ , a terceira por  $\cos$

<sup>1</sup> É facil de ver, por considerações geometricas, que as quantidades da columna III representam o *desvio quadrantal* e a parte constante A, e as da columna IV o *desvio semi-circular*.

Representando a linha N S N' (Fig. 9.<sup>a</sup>) a rosa da agulha rectificada, a linha pontuada N b S b' N' o desvio *semi-circular*, e a linha continua N c S c' N' o desvio total; quando comparámos os desvios totaes de N. para o S. por E., com os do S. para N. por O., como se pratica nas columnas I e II, corresponde a applicar a curva que representa os desvios d'este segundo semi-circulo, sobre a mesma linha NS. do lado de O., ficando o ponto S sobre N, e N' sobre S, como se vê na Fig. 10.<sup>a</sup>

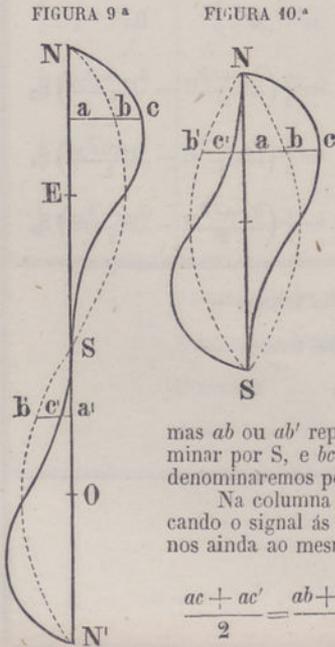
A semi-somma dos desvios nos pontos NE., e SO., por exemplo, attendendo aos competentes signaes, é

$$\frac{ac - ac'}{2} = \frac{ab + bc - (ab' - b'c')}{2} = \frac{ab + bc - ab' + b'c'}{2}$$

mas  $ab$  ou  $ab'$  representa o desvio *semi-circular*, que podemos denominar por S, e  $bc$  ou  $b'c'$  o desvio *quadrantal* e parte constante, que denominaremos por  $(q + c)$ ; a fracção acima ficará em  $(q + c)$ .

Na columna IV estão as semi-sommadas das columnas I e II, trocando o signal ás quantidades da columna II; n'este caso, referindonos ainda ao mesmo exemplo NE—SO, equivale a

$$\frac{ac + ac'}{2} = \frac{ab + bc + ab' - b'c'}{2} = \frac{S + S + (q + c) - (q + c)}{2} = S$$



$22^{\circ}3'0$ , etc., ou por  $1, S_7, S_6$ , etc., e sommas reproduz a expressão de C.

Dividindo as sommas das columnas V e VI por 8, os quocientes são os valores de B e C.

As multiplicações executam-se com grande facilidade, empregando tábuas apropriadas (veja-se o appendice), as quaes dão o producto dos arcos de 5 em 5 minutos (desde  $5'$  até  $35'$ ) pelos senos naturaes de  $11^{\circ}15'$ ,  $22^{\circ}30'$ ,  $33^{\circ}45'$ , etc.

Os valores de A, D e E são calculados pela tabella B.

A columna I é formada pelos oito primeiros termos da columna III da tabella A, os quaes, como já vimos, representam a parte invariavel do desvio, do N. para E., e do S. para O.

Na columna II estão os oito termos restantes da mesma columna III da tabella A, que representam a parte invariavel do desvio de E. para S., e de O. para N. Sommando, com os respectivos signaes, e dividindo por 2, as quantidades d'estas duas columnas, duas a duas, forma-se a columna III.

Esta operação equivale a extrahir a parte constante A; porquanto: como sabemos, o desvio quadrantal é igual e de signal contrario nos rumos distantes de  $90^{\circ}$ , e a quantidade A tem o mesmo signal em todos os pontos da agulha; isto é, se as quantidades da primeira columna representam  $A + q$ , as correspondentes da segunda columna representarão  $A - q$ , a semi-somma é evidentemente igual a A.

A columna III contém pois 8 valores de A, deduzidos de oito colleções de 4 pontos distantes  $90^{\circ}$  entre si. A somma d'estes valores divididos por 8 dá o valor mais approximado de A.

Da semi-differença das columnas I e II resulta a columna IV, cujas quantidades representam o desvio *quadrantal* do N. para E. (começando pelo N), e de S. para O. (a começar do S), e mudando-lhe os signaes, estas quantidades representam o desvio *quadrantal* do quadrante SE. (de E. para S.), e do quadrante NO. (do O. para N.).

As columnas V e VI resultam da columna IV, multiplicada respectivamente por  $0, S_2, S_4, S_6$ , etc., e  $1 S_6, S_4, S_2$ , etc. As sommas divididas por 4 dão os valores de D e de E.

Adiante apresentâmos um exemplo do calculo dos coefficients do navio *Trident* pelos desvios observados nas 32 quartas.

Navio

TABEL

Calculo dos coefficients B e C, pelos

Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	I Desvios observados na agulha padrão	Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	II Desvios observados na agulha padrão	III Semi-somma das quantidades das columnas I e II (Parte invariavel do desvio)
N.	— 3° 10'	S.	+ 3° 10'	+ 0° 0'
N4NE.	+ 2 35	S4SO.	+ 0 5	+ 1 20
NNE.	+ 8 10	SSO.	— 3 0	+ 2 35
NE4N.	+ 13 10	SO4S.	— 6 30	+ 3 20
NE.	+ 16 50	SO.	— 9 40	+ 3 35
NE4E.	+ 19 30	SO4O.	— 13 0	+ 3 15
ENE.	+ 20 30	OSO.	— 16 10	+ 2 10
E4NE.	+ 21 5	O4SO.	— 19 15	+ 0 55
E.	+ 20 20	O.	— 21 10	— 0 25
E4SE.	+ 19 15	O4NO.	— 23 20	— 2 2
ESE.	+ 18 5	ONO.	— 24 0	— 2 57
SE4E.	+ 16 30	NO4O.	— 23 35	— 3 33
SE.	+ 14 40	NO.	— 22 0	— 3 40
SE4S.	+ 12 5	NO4N.	— 19 40	— 3 47
SSE.	+ 9 40	NNO.	— 14 50	— 2 35
S4SE.	+ 6 0	N4NO.	— 9 15	— 1 37

## Navio

## TABEL

Calculo dos coefficients B e C, pelos

Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	I Desvios observados na agulha padrão	Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	II Desvios observados na agulha padrão	III Semi-somma das quantidades das columnas I e II (Parte invariavel do desvio)
N.	— 3° 10'	S.	+ 3° 10'	+ 0° 0'
N4NE.	+ 2 35	S4SO.	+ 0 5	+ 1 20
NNE.	+ 8 10	SSO.	— 3 0	+ 2 35
NE4N.	+ 13 10	SO4S.	— 6 30	+ 3 20
NE.	+ 16 50	SO.	— 9 40	+ 3 35
NE4E.	+ 19 30	SO4O.	— 13 0	+ 3 15
ENE.	+ 20 30	OSO.	— 16 10	+ 2 10
E4NE.	+ 21 5	O4SO.	— 19 15	+ 0 55
E.	+ 20 20	O.	— 21 10	— 0 25
E4SE.	+ 19 15	O4NO.	— 23 20	— 2 2
ESE.	+ 18 5	ONO.	— 24 0	— 2 57
SE4E.	+ 16 30	NO4O.	— 23 35	— 3 33
SE.	+ 14 40	NO.	— 22 0	— 3 40
SE4S.	+ 12 5	NO4N.	— 19 40	— 3 47
SSE.	+ 9 40	NNO.	— 14 50	— 2 35
S4SE.	+ 6 0	N4NO.	— 9 15	— 1 37

## Trident

## LA A

desvios observados nas 32 quartas

IV Semi-somma das columnas I e II (mudando os signaes da columna II) (Desvio semicircular)	V Calculo de B		VI Calculo de C	
	Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores	Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores
— 3° 10'	0	+ 0° 0'	1	— 3° 10'
+ 1 15	S <sub>1</sub>	+ 0 15	S <sub>7</sub>	+ 1 14
+ 5 35	S <sub>2</sub>	+ 2 8	S <sub>6</sub>	+ 5 10
+ 9 50	S <sub>3</sub>	+ 5 28	S <sub>5</sub>	+ 8 11
+ 13 15	S <sub>4</sub>	+ 9 22	S <sub>1</sub>	+ 9 22
+ 16 15	S <sub>5</sub>	+ 13 31	S <sub>3</sub>	+ 9 2
+ 18 20	S <sub>6</sub>	+ 16 56	S <sub>2</sub>	+ 7 1
+ 20 10	S <sub>7</sub>	+ 19 47	S <sub>1</sub>	+ 3 56
+ 20 45	1	+ 20 45	0	0 0
+ 21 18	S <sub>7</sub>	+ 20 53	— S <sub>1</sub>	— 4 10
+ 21 3	S <sub>6</sub>	+ 19 25	— S <sub>2</sub>	— 8 3
+ 20 2	S <sub>5</sub>	+ 16 40	— S <sub>3</sub>	— 11 9
+ 18 20	S <sub>4</sub>	+ 12 58	— S <sub>4</sub>	— 12 58
+ 15 53	S <sub>3</sub>	+ 8 49	— S <sub>5</sub>	— 13 12
+ 12 15	S <sub>2</sub>	+ 4 41	— S <sub>6</sub>	— 11 19
+ 7 37	S <sub>1</sub>	+ 1 30	— S <sub>7</sub>	— 7 29

Somma dos termos + = + 173° 8' ..... + 43° 56'  
 Somma dos termos — = 0 0 ..... — 71 30  
 Divisor 8 | + 173 8 ..... | — 27 34  
 B = + 21° 38',5 ..... C = — 3° 27'

## TABEL

Calculo dos coefficients A, D e E pelos

I Metade superior da columna III da tabella A	II Metade inferior da columna III da tabella A	III Semi-somma das quantidades das columnas I e II — (Parte constante do desvio)	IV Semi-somma das columnas I e II (mudando os signaes da columna II) (Desvio quadrantal)
+ 0° 0'	— 0° 23'	— 0° 12'	+ 0° 12'
+ 1 20	— 2 2	— 0 21	+ 1 41
+ 2 35	— 2 57	— 0 11	+ 2 46
+ 3 20	— 3 33	— 0 7	+ 3 26
+ 3 35	— 3 40	— 0 2	+ 3 37
+ 3 15	— 3 47	— 0 16	+ 3 31
+ 2 10	— 2 35	— 0 12	+ 2 22
+ 0 55	— 1 37	— 0 21	+ 1 16
Somma dos termos + = 0° 0' Somma dos termos — = — 1 42 Divisor 8   — 1 42 A = — 0 13			

N. B. Deve-se observar, que a somma das linhas 1.<sup>a</sup> e 9.<sup>a</sup> da columna V (tabella A) representa o valor de B, deduzido dos desvios nos quatro rumos N4NE., E4SE., S4SO. e O4NO., de 4 rumos equidistantes de 90; o medio do 1.<sup>o</sup> e 5.<sup>o</sup> d'estes 8 valores é o valor de B deduzido dos 8 rumos N4NE., NE4E., E4SE., etc., e d'esta sorte podemos obter 4 valores de B correspondentes a cada 4 rumos.

Tomando a media do 1.<sup>o</sup> e 3.<sup>o</sup> d'estes 4 valores de B resultará o valor de B deduzido das 16 *quartas* intermedias ás *meias partidas* e rumos principaes.

Finalmente o medio d'estes dois ultimos é o valor de B correspondente ás 32 *quartas*. O mesmo se póde applicar aos valores de C, A, D e E, com a differença que estes dois terminados por 4 observações, se forem nos pontos cardeaes, e D sendo nos pontos quadrantaes.

Os valores assim obtidos podem-se grupar da seguinte maneira:

A =	Valores por				B =	Valores por			
	4 rumos	8 rumos	16 rumos	32 quartas		4 rumos	8 rumos*	16 rumos	32 quartas
	— 12'	— 7'	— 10'	— 13'		20° 45'	21° 32'	21° 33'	21° 38'
	— 21	— 18	— 16			21 8	21 44	21 43	
	— 11	— 12				21 33	21 35		
	— 7	— 14				22 8	21 42		
	— 2					22 20			
	— 16					22 20			
	— 12					21 37			
	— 21					21 17			

TABEL

Calculo dos coefficients A, D e E pelos

I Metade superior da columna III da tabella A	II Metade inferior da columna III da tabella A	III Semi-somma das quantidades das columnas I e II (Parte constante do desvio)	IV Semi-somma das columnas I e II (mudando os signaes da columna II) (Desvio quadrantal)
+ 0° 0'	- 0° 25'	- 0° 12'	+ 0° 12'
+ 1 20	- 2 2	- 0 21	+ 1 41
+ 2 35	- 2 57	- 0 11	+ 2 46
+ 3 20	- 3 33	- 0 7	+ 3 26
+ 3 35	- 3 40	- 0 2	+ 3 37
+ 3 45	- 3 47	- 0 16	+ 3 31
+ 2 10	- 2 35	- 0 12	+ 2 22
+ 0 55	- 1 37	- 0 21	+ 1 16

Somma dos termos + = 0° 0'  
 Somma dos termos - = - 1 42  
 Divisor 8 | - 1 42  
 A = - 0 13

N. B. Deve-se observar, que a somma das linhas 1.<sup>a</sup> e 9.<sup>a</sup> da columna V (tabella A) representa o valor de B, deduzido dos desvios nos quatro rumos N4NE., E4SE., S4SO. e O4NO., de 4 rumos equidistantes de 90°; o medio do 1.<sup>o</sup> e 5.<sup>o</sup> d'estes 8 valores é o valor de B deduzido dos 8 rumos N4NE., NE4E., E4SE., etc., e d'esta sorte podemos obter 4 valores de B correspondentes a 4 colleções de 8 rumos equidistantes de 45°.

Tomando a media do 1.<sup>o</sup> e 3.<sup>o</sup> d'estes 4 valores de B resultará o valor de B deduzido das 16 quartas intermedias ás meias partidas e rumos principaes. Finalmente o medio d'estes dois ultimos é o valor de B correspondente ás 32 quartas. O mesmo se póde applicar aos valores de C, A, D e E, com a differença que estes dois terminados por 4 observações, se forem nos pontos cardeaes, e D sendo nos pontos quadrantaes. Os valores assim obtidos podem-se grupar da seguinte maneira:

A =	Valores por				B =	Valores por			
	4 rumos	8 rumos	16 rumos	32 quartas		4 rumos	8 rumos	16 rumos	32 quartas
- 12'	- 7'	- 10'	- 13'	20° 45'	21° 32'	21° 33'	21° 38'		
- 21	- 18	- 16		21 8	21 44	21 43			
- 11	- 12			21 33	21 35				
- 7	- 14			22 8	21 42				
- 2				22 20					
- 16				22 20					
- 12				21 37					
- 21				21 17					

LA B

desvios observados nas 32 quartas

V Calculo de D		VI Calculo de E	
Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores	Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores
0 S <sub>2</sub> S <sub>4</sub> S <sub>6</sub>	0° 0' + 0 38 + 1 58 + 3 10	1 S <sub>6</sub> S <sub>4</sub> S <sub>2</sub>	+ 0° 12' + 1 33 + 1 58 + 1 20
1 S <sub>6</sub> S <sub>4</sub> S <sub>2</sub>	+ 3 37 + 3 45 + 1 40 + 0 30	0 - S <sub>2</sub> - S <sub>4</sub> - S <sub>6</sub>	0 0 - 1 20 - 1 40 - 1 10

Somma dos termos + = + 14° 48' ..... + 5° 3'  
 Somma dos termos - = - ..... - 4 10  
 Divisor 4 | + 14 48 ..... Divisor 4 | + 0 53  
 D = + 3° 42' ..... E = + 0° 13'

presente o valor de B, obtido dos desvios nos 4 pontos cardeaes; a somma da 2.<sup>a</sup> e 10.<sup>a</sup> representa assim por diante. Poderemos assim colligir 8 valores de B, correspondentes a cada colleção zido dos 8 rumos principaes N., NE., E., etc.; o medio do 2.<sup>o</sup> e 6.<sup>o</sup> é o valor de B deduzido pondeantes a 4 colleções de 8 rumos equidistantes de 45°.

16 meias partidas, assim como igual operação entre o 2.<sup>o</sup> e 4.<sup>o</sup> fornece o valor de B deduzido

como se obtem da tabella A. ultimos não se podem determinar simultaneamente de 4 rumos quaesquer. Só póde ser E de-

C =	Valores por				D =	Valores por			
	4 rumos	8 rumos	16 rumos	32 quartas		4 rumos	8 rumos	16 rumos	32 quartas
- 3° 10'	- 3° 23'	- 3° 29'	- 3° 27'	3° 37'	3° 37'	3° 37'	3° 42'		
- 2 56	- 3 33	- 3 25		3 53	3 53	3 47			
- 2 53	- 3 35			3 38	3 38				
- 2 58	- 3 16			3 40	3 40				
- 3 36				12	12	15	13		
- 4 10					13	11			
- 4 18					18				
- 3 33					10				

Tendo-se comprehendido o mappa A, para o caso de 32 desvios, não ha difficuldade em perceber os outros mappas para os casos de 16, 8 e 4; as columnas são as mesmas, as mesmas operações se executam com as quantidades n'ellas escriptas; a unica differença consiste nos divisores, que são os indicados pelas respectivas formulas.

Em seguida apresentâmos exemplos de calculos dos coefficients pelos desvios observados em 16, 8 e 4 rumos do mesmo navio *Trident*.

## MAPPAS

Das calculos dos coefficients

Map

TABEL

Calculo dos coefficients B e C pelos des

Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	I Desvios observados na agulha padrão	Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	II Desvios observados na agulha padrão	III Semi-somma das columnas I e II — (Parte invariavel do desvio)
N.	-- 3° 10'	S.	+ 3° 10'	0° 0'
NNE.	+ 8 10	SSO.	-- 3 0	+ 2 35
NE.	+ 16 30	SO.	-- 9 40	+ 3 35
ENE.	+ 20 30	OSO.	-- 16 10	+ 2 10
E.	+ 20 20	O.	-- 21 10	-- 0 25
ESE.	+ 18 5	ONO.	-- 24 0	-- 2 57
SE.	+ 14 40	NO.	-- 22 0	-- 3 40
SSE.	+ 9 40	NNO.	-- 14 30	-- 2 35

## Map

## TABEL

Calculo dos coefficients B e C pelos des

Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	I Desvios observados na agulha padrão	Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	II Desvios observados na agulha padrão	III Semi-somma das columnas I e II (Parte invariavel do desvio)
N.	-- 3° 10'	S.	+ 3° 10'	0° 0'
NNE.	+ 8 10	SSO.	-- 3 0	+ 2 35
NE.	+ 16 50	SO.	-- 9 40	+ 3 35
ENE.	+ 20 30	OSO.	-- 16 10	+ 2 10
E.	+ 20 20	O.	-- 21 10	-- 0 25
ESE.	+ 18 5	ONO.	-- 24 0	-- 2 57
SE.	+ 14 40	NO.	-- 22 0	-- 3 40
SSE.	+ 9 40	NNO.	-- 14 50	-- 2 35

## pa II

## LA A

vios observados nas 16 meias partidas

IV Semi-somma das columnas I e II (mudando os signaes da columna II) (Desvio semicircular)	V Calculo de B		VI Calculo de C	
	Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores	Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores
-- 3° 10'	0	0° 0'	1	-- 3° 10'
+ 5 35	S <sub>2</sub>	+ 2 8	S <sub>6</sub>	+ 5 10
+ 13 15	S <sub>4</sub>	+ 9 22	S <sub>4</sub>	+ 9 22
+ 18 20	S <sub>6</sub>	+ 16 56	S <sub>2</sub>	+ 7 1
+ 20 45	1	+ 20 45	0	0 0
+ 21 3	S <sub>6</sub>	+ 19 25	-- S <sub>2</sub>	-- 8 3
+ 18 20	S <sub>4</sub>	+ 12 58	-- S <sub>4</sub>	-- 12 58
+ 12 15	S <sub>2</sub>	+ 4 41	-- S <sub>6</sub>	-- 11 19

Somma dos termos + = + 86° 15' ..... + 21° 33'

Somma dos termos -- = ..... -- 35 30

Divisor 4 | 86° 15'

B = + 21° 34'

Divisor 4 | -- 13° 57'

C = -- 3° 29'

## Mappa II

### TABELLA B

Calculo dos coefficients A, D e E pelos desvios observados nas 16 meias partidas

I Metade superior da columna III da tabella A	II Metade inferior da columna III da tabella A	III Semi-somma das columnas I e II — (Parte constante do desvio)	IV Semi-somma das columnas I e II (mudando os signaes da columna II) — (Desvio quadrantal)	V Calculo de D		VI Calculo de E			
				Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores	Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores		
0° 0'	— 0 25'	— 0° 12'	+ 0° 12'	0	0° 0'	1	+ 0° 12'		
+ 2 35	— 2 57	— 0 11	+ 2 46	S <sub>4</sub>	+ 1 58	S <sub>4</sub>	+ 1 58		
+ 3 35	— 3 40	— 0 2	+ 3 37	1	+ 3 37	0	0 0		
+ 2 10	— 2 35	— 0 12	+ 2 22	S <sub>4</sub>	+ 1 40	— S <sub>4</sub>	— 1 40		
Somma dos termos + = Somma dos termos — = <span style="float: right;">37'</span> Divisor 4   — 37' <span style="float: right;">A = — 0 9'</span>				Somma dos termos + = + 7° 15' ..... + 2° 10' Somma dos termos — = ..... — 1 40 Divisor 2   + 7° 15' <span style="float: right;">D = + 3° 37'</span>				Divisor 2   0° 30' <span style="float: right;">E = + 0° 15'</span>	

# Mappa III

## TABELLA A

Calculo dos coefficients B e C pelos desvios observados em 8 rumos

Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	I Desvios observados na agulha padrão	Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	II Desvios observados na agulha padrão	III Semi-somma das quantidades da columna I e II — (Parte invariavel do desvio)	IV Semi-somma da columna I e II (mudando os signaes da columna II) — (Desvio semicircular)	V Calculo de B		VI Calculo de C	
						Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores	Multiplicad. res	Productos da columna IV pelos multiplicadores
N.	— 3° 10'	S	+ 3° 10'	0° 0'	— 3° 10'	0	0° 0'	1	— 3° 10'
NE.	+ 16 50	SO.	— 9 40	+ 3 35	+ 13 15	S <sub>4</sub>	+ 9 22	S <sub>4</sub>	+ 9 22
E.	+ 20 20	O.	— 21 10	— 0 25	+ 20 45	1	+ 20 45	0	0 0
SE.	+ 14 40	NO.	— 22 0	— 3 40	+ 18 20	S <sub>4</sub>	+ 12 58	— S <sub>4</sub>	— 12 58

Somma dos termos += + 43° 5' ..... + 9° 22'

Somma dos termos — = ..... — 16 8

Divisor 2 | + 43° 5'

Divisor 2 | — 6° 46'

B = + 21° 32'

C = — 3° 23'

## Mappa III

## TABELLA B

Calculo dos coefficients A, D e E

I Metade superior da columna III — Tabella A	II Metade inferior da columna III — Tabella A	III Semi-somma das quantidades das columnas I e II — (Desvio constante)	IV Semi-somma das columnas I e II (mudando os signaes da columna II) — (Desvio quadrantal)
0° 0'	— 0° 25'	— 0° 12'	+ 0° 12' = E
+ 3 35	— 3 40	— 0 2	+ 3 37 = D
Divisor 2   — 0° 14' A = — 7'			

Quando, por circumstancias ou por falta de tempo, se preferir obter os desvios por observação em 4 rumos sómente, e quando a direcção do meridiano magnetico correcto for desconhecida, devem-se escolher os 4 pontos quadrantes NE., SE., SO. e NO., e não os pontos cardeaes.

N'este caso, como sabemos, as observações não nos podem dar o valor de E, o qual se deve considerar igual a zero. O exemplo seguinte dispensa qualquer explicação.

## Mappa IV

Calculo dos coefficients A, B, C e D, pelos desvios observados aos rumos de NE., SE., SO. e NO.

Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	I	Direcção da prôa do navio pela agulha padrão	II	III	IV	V	
	Desvios observados na agulha padrão		Desvios observados na agulha padrão	Semi-somma das quantidades das columnas I e II	Semi-somma das columnas I e II (mudando o signal da columna II)	Calculo de B e C	
						Multiplicadores	Productos da columna IV pelos multiplicadores
NE.	+ 16° 50'	SO.	— 9° 40'	+ 3° 35'	+ 13° 15'	S <sub>4</sub>	+ 9° 22'
SE.	+ 14 40	NO.	— 22 0	— 3 40	+ 18 20	S <sub>4</sub>	+ 12 58

Semi-somma dos termos da columna III = A = — 0° 2'

Dito (mudando o signal do 2.º termo) = D = + 3° 37'

Somma dos termos da columna V = B = 22° 20'

Dito (mudando o signal do 2.º termo) = C = — 3° 36'

A tabella seguinte reúne os valores dos coefficients obtidos pelas observações de desvios em 32, 16, 8 e 4 rumos.

A differença do maior coefficiente, referida ao valor mais exacto (pelas 32 quartas), é, para o caso mais desfavoravel, sómente de 41',5. As differenças absolutas dos outros coefficients são insignificantes.

É a melhor prova da exactidão das observações, n'este caso particular do navio *Trident*, e ao mesmo tempo nos mostra, que, sendo as observações bem feitas, podemos, em caso de necessidade, observar os desvios sómente em 8, ou até em 4 rumos.

Numero de observações	A	B	C	D	E
Pelas 32 quartas . . . . .	- 13'	+ 21° 38',5	- 3° 27'	+ 3° 42'	+ 13'
Pelas 16 meias partidas . . . .	- 9	+ 21 34	- 3 29	+ 3 37	+ 15
Pelos 8 rumos principaes . . . .	- 7	+ 21 32	- 3 23	+ 3 37	+ 12
Pelos 4 pontos quadrantaes . .	- 2	+ 22 20	- 3 36	+ 3 37	

Uma vez determinados os valores dos coefficients, reconstrue-se a tabella dos desvio, calculando  $\delta$  para cada *rumo*  $\zeta'$  pela formula

$$\delta = A + B \operatorname{sen} \zeta' + C \operatorname{cos} \zeta' + D \operatorname{sen} 2 \zeta' + E \operatorname{cos} 2 \zeta'$$

No mappa V da pagina seguinte, que se refere aos mesmos exemplos anteriores do navio *Trident*, se reconhece á simples inspecção o modo como são formadas as quantidades das diversas columnas, assim como as operações que se executam com estas para concluir o desvio total para cada rumo.

Na nova tabella calculada, os desvios terão algumas differenças dos primitivos dados pela observação, porque estes ultimos são affectos de erros inevitaveis nas operações da sua determinação, taes como erros de leitura nas marcações, erros provenientes do navio não apróar exactamente aos rumos requeridos, etc., etc.

Como já por vezes temos dito, emprega-se a equação approximada

$$\delta = A + B \operatorname{sen} \zeta' + C \operatorname{cos} \zeta' + D \operatorname{sen} 2 \zeta' + E \operatorname{cos} 2 \zeta'$$

para determinar os valores dos coefficients, e por consequencia

para determinar o desvio em qualquer rumo, quando o maximo desvio observado não excede  $20^\circ$ , ou, o muito, duas *quartas*.

Quando o maximo desvio é superior áquella quantidade, a equação precedente deixa de satisfazer, e o desvio assim calculado envolve erros apreciaveis.

A equação, que se deve empregar em taes casos, é a denominada equação *exacta* do desvio, a qual trataremos de determinar.

## Calculo dos desvios da agulha padrão do navio «Trident»

I A = - 13'	II D = + 3° 42'		III E = + 13'		IV Somma das col. II e III — Desvio quadrantal	V Somma das col. I e IV — Parte invariavel do desvio	VI B = + 21° 38',5	
	Multiplicadores	Productos de D pelos multiplica- dores	Multiplicadores	Productos de E pelos multiplica- dores			Multiplicadores	Productos de B pelos multiplica- dores
- 13'	0	0° 0'	1	+ 0 13'	+ 0° 13'	0° 0'	0	0° 0'
"	S <sub>2</sub>	+ 1 25	S <sub>6</sub>	+ 0 12	+ 1 37	+ 1 24	S <sub>1</sub>	+ 4 14
"	S <sub>4</sub>	+ 2 37	S <sub>4</sub>	+ 0 9	+ 2 46	+ 2 33	S <sub>2</sub>	+ 8 18
"	S <sub>6</sub>	+ 3 25	S <sub>2</sub>	+ 0 5	+ 3 30	+ 3 17	S <sub>3</sub>	+ 12 2
- 13'	1	+ 3 42	0	0 0	+ 3-42	+ 3 29	S <sub>4</sub>	+ 15 19
"	S <sub>6</sub>	+ 3 25	- S <sub>2</sub>	- 0 5	+ 3 20	+ 3 7	S <sub>5</sub>	+ 28 1
"	S <sub>4</sub>	+ 2 37	- S <sub>4</sub>	- 0 9	+ 2 28	+ 2 15	S <sub>6</sub>	+ 20 1
"	S <sub>2</sub>	+ 1 25	- S <sub>6</sub>	- 0 12	+ 1 13	+ 1 0	S <sub>7</sub>	+ 21 15
- 13'	0	0 0'	- 1	- 0 13	- 0 13	- 0 26	1	+ 21 38,5
"	- S <sub>2</sub>	- 1 25	- S <sub>6</sub>	- 0 12	- 1 37	- 1 50	S <sub>7</sub>	+ 21 15
"	- S <sub>4</sub>	- 2 37	- S <sub>4</sub>	- 0 9	- 2 46	- 2 59	S <sub>6</sub>	+ 20 1
"	- S <sub>6</sub>	- 3 25	- S <sub>2</sub>	- 0 5	- 3 30	- 3 43	S <sub>5</sub>	+ 18 1
- 13'	- 1	- 3 42	0	0 0	- 3 42	- 3 55	S <sub>4</sub>	+ 15 19
"	- S <sub>6</sub>	- 3 25	S <sub>2</sub>	+ 0 5	- 3 20	- 3 33	S <sub>3</sub>	+ 12 2
"	- S <sub>4</sub>	- 2 37	S <sub>4</sub>	+ 0 9	- 2 28	- 2 41	S <sub>2</sub>	+ 8 18
"	- S <sub>2</sub>	- 1 25	S <sub>6</sub>	+ 0 12	- 1 13	- 1 26	S <sub>1</sub>	+ 4 14

## Mapa V

Calculo dos desvios da agulha padrão do navio «Trident»

I A = - 13'	II D = + 3° 42'		III E = + 13'		IV Somma das col. II e III — Desvio quadrantal	V Somma das col. I e IV — Parte invariavel do desvio	VI B = + 21° 38',5	
	Multiplicadores	Productos de D pelos multiplica- dores	Multiplicadores	Productos de E pelos multiplica- dores			Multiplicadores	Productos de B pelos multiplica- dores
- 13'	0	0° 0'	1	+ 0 13'	+ 0° 13'	0° 0'	0	0° 0'
»	S <sub>2</sub>	+ 1 25	S <sub>6</sub>	+ 0 12	+ 1 37	+ 1 24	S <sub>1</sub>	+ 4 14
»	S <sub>4</sub>	+ 2 37	S <sub>4</sub>	+ 0 9	+ 2 46	+ 2 33	S <sub>2</sub>	+ 8 18
»	S <sub>6</sub>	+ 3 25	S <sub>2</sub>	+ 0 5	+ 3 30	+ 3 17	S <sub>3</sub>	+ 12 2
- 13'	1	+ 3 42	0	0 0	+ 3 42	+ 3 29	S <sub>4</sub>	+ 15 19
»	S <sub>6</sub>	+ 3 25	- S <sub>2</sub>	- 0 5	+ 3 20	+ 3 7	S <sub>5</sub>	+ 28 1
»	S <sub>4</sub>	+ 2 37	- S <sub>4</sub>	- 0 9	+ 2 28	+ 2 15	S <sub>6</sub>	+ 20 1
»	S <sub>2</sub>	+ 1 25	- S <sub>6</sub>	- 0 12	+ 1 13	+ 1 0	S <sub>7</sub>	+ 21 15
- 13'	0	0 0'	- 1	- 0 13	- 0 13	- 0 26	1	+ 21 38,5
»	- S <sub>2</sub>	- 1 25	- S <sub>6</sub>	- 0 12	- 1 37	- 1 50	S <sub>7</sub>	+ 21 15
»	- S <sub>4</sub>	- 2 37	- S <sub>4</sub>	- 0 9	- 2 46	- 2 59	S <sub>6</sub>	+ 20 1
»	- S <sub>6</sub>	- 3 25	- S <sub>2</sub>	- 0 5	- 3 30	- 3 43	S <sub>5</sub>	+ 18 1
- 13'	- 1	- 3 42	0	0 0	- 3 42	- 3 55	S <sub>4</sub>	+ 15 19
»	- S <sub>6</sub>	- 3 25	S <sub>2</sub>	+ 0 5	- 3 20	- 3 33	S <sub>3</sub>	+ 12 2
»	- S <sub>4</sub>	- 2 37	S <sub>4</sub>	+ 0 9	- 2 28	- 2 41	S <sub>2</sub>	+ 8 18
»	- S <sub>2</sub>	- 1 25	S <sub>6</sub>	+ 0 12	- 1 13	- 1 26	S <sub>1</sub>	+ 4 14

nas 32 quartas, pelos coeficientes A, B, C, D e E

VII C = - 3° 27'		VIII Somma das col. VI e VII — Desvio semicircular	Direção da prôa do navio pela agulha padrão	IX Somma das columnas V e VIII — Desvio calculado para a agulha padrão	Direção da prôa do navio pela agulha padrão	X Somma das columnas V e VIII (mudando o signal da columna VIII) Desvio calculado para a agulha padrão
Multiplicadores	Productos de C pelos multiplica- dores					
1	- 3° 27'	- 3° 27'	N.	- 3° 27'	S.	+ 3° 27'
S <sub>7</sub>	- 3 23	+ 0 51	N4NE.	+ 2 15	S4SO.	+ 0 33
S <sub>6</sub>	- 3 10	+ 5 8	NNE.	+ 7 41	SSO.	- 2 35
S <sub>5</sub>	- 2 52	+ 9 10	NE4N.	+ 12 27	SO4S.	- 4 53
S <sub>4</sub>	- 2 27	+ 12 52	NE.	+ 16 21	SO.	- 9 23
S <sub>3</sub>	- 1 55	+ 16 6	NE4E.	+ 19 13	SO4O.	- 12 59
S <sub>2</sub>	- 1 20	+ 18 41	ENE.	+ 20 56	OSO.	- 16 26
S <sub>1</sub>	- 0 40	+ 20 35	E4NE.	+ 21 35	O4SO.	- 19 35
0	0 0	+ 21 38,5	E.	+ 21 12,5	O.	- 22 4,5
- S <sub>1</sub>	+ 0 40	+ 21 55	E4SE.	+ 20 5	O4NO.	- 23 45
- S <sub>2</sub>	+ 1 20	+ 21 21	ESE.	+ 18 22	ONO.	- 24 20
- S <sub>3</sub>	+ 1 55	+ 19 56	SE4E.	+ 16 13	NO4O.	- 23 43
- S <sub>4</sub>	+ 2 27	+ 17 46	SE.	+ 13 51	NO.	- 21 41
- S <sub>5</sub>	+ 2 52	+ 14 54	SE4S.	+ 11 21	NO4N.	- 18 27
- S <sub>6</sub>	+ 3 10	+ 11 28	SSE.	+ 8 47	NNO.	- 14 9
- S <sub>7</sub>	+ 3 23	+ 7 37	S4SE.	+ 6 11	N4NO.	- 9 3

## CAPITULO III

Rumo da agulha—Rumo magnetico correcto—Rumo verdadeiro—Agulha padrão—Sua collocação—Precauções com os objectos de ferro fixos ou moveis—Determinação dos desvios pela marcação de um objecto distante—Distancia do objecto escolhido, segundo as circumstancias—Determinação do azimuth magnetico correcto por differentes methodos—Dedução dos desvios—Regra para as denominações ou signaes dos desvios—Methodo das marcações reciprocas—Precauções que se adoptam—Comparação das agulhas que se empregaram—Methodo dos alinhamentos—Methodo pelos azimuths do sol—Seu emprego mais vantajoso—Tabellas de desvios—Tabella directa—Maneira de a construir—Regra pratica para passar do rumo da agulha para o magnetico correcto—Tabella inversa, maneira de a construir por interpolação ou por processo graphico—Regra pratica para passar de um rumo magnetico correcto para o da agulha—Uso das tabellas—Processo graphico de mr. Napier de Glasgow—Diagramma—Curva dos desvios—Construção da curva dos desvios—Resolução dos diversos problemas das tabellas por meio do diagramma de Napier—Regras praticas—Observações geraes.

Para intelligencia do que vamos tratar, convem primeiro ter em vista o seguinte:

Qualquer rumo do navio, ou marcação de um objecto, póde referir-se: 1.º, a uma qualquer agulha de bordo; 2.º, ao meridiano *magnetico*; 3.º, ao meridiano *verdadeiro*.

O rumo do navio, dado pelas suas agulhas, affecto do *desvio e variação*, denomina-se simplesmente *rumo da agulha*.

Se o navio tem mais de uma agulha; a agulha *padrão*, da *bitacula*, de *marcar*, etc., etc., os rumos ou marcações devem-se distinguir denominando-os *rumo ou marcação da agulha padrão*, *rumo da bitacula*, etc.

O rumo ou marcação, referido ao N. magnetico, ou o rumo que deve marcar a agulha, se não fosse affecta do desvio, denomina-se rumo magnetico *correcto*, ou simplesmente rumo *magnetico*. Um rumo magnetico *correcto* já se acha correcto do desvio, envolve portanto sómente a *variação*.

O rumo referido ao N. verdadeiro denomina-se rumo *verdadeiro*.

Em todos os navios de ferro, ou de madeira movidos por vapor, deve haver uma agulha de marcação particular, que se denomina agulha padrão, com a qual se devem guiar em todos os rumos e fazer todas as marcações.

A esta agulha se devem referir as agulhas da bitacula, e todas as mais que porventura haja a bordo, por meio de frequentes comparações.

A sua posição depende muito de arranjo particular do navio.

Deve ser fixa e perfeitamente orientada na linha da pôpa á proa, no tombadilho ou na tolda, e distante quanto possível de quaesquer objectos de ferro consideraveis, mais ou menos verticaes e fixos, taes como o espigão do cabrestante, pés de carneiro de ferro, ovens de fio de ferro, etc., etc.

O suporte ou pilar d'esta agulha deve ter a altura sufficiente para se poderem fazer marcações por cima das trincheiras <sup>1</sup>; é para desejar que seja ôco, para que no seu interior se possa collocar uma luz durante a noite.

Nenhuns objectos de ferro moveis, taes como cabides de armas ou de espadas, se devem consentir a menos de 4<sup>m</sup>.5 de distancia, em qualquer direcção que seja, na tolda ou no tombadilho, ou na coberta immediatamente inferior <sup>2</sup>.

Quando o navio tem a bordo todas as suas peças, balas, sobressallentes e mais objectos, nos seus proprios logares; finalmente, quando tudo está arrumado como se deve navegar ao largo, então é que se deve tratar de determinar o desvio da agulha *padrão*, por algum dos methodos que vamos descrever.

## 1.º Methodo

### Pela marcação de um objecto distante

Tendo-se preparado tudo a bordo para se poder fazer girar o navio gradualmente, a fim de aproar successiva e vagarosamente

<sup>1</sup> Convem que a agulha *padrão* esteja bastante elevada, mas não tanto que perigues a sua segurança. Quanto mais elevada estiver, menos será affectada da attracção local de bordo. Entretanto não se deve exagerar esta altura: quanto mais elevada está a agulha, relativamente ao centro de movimento do navio, maior será a tendencia a oscillar, e a damnificar o fulcro e eixos de suspensão.

<sup>2</sup> A agulha *padrão*, por isso que serve de guia ou de comparação ás outras agulhas, não deve ser *compensada*, ou *correcta* por meio de barras magneticas, postoque as outras o sejam.

nas 32 quartas da agulha, escolhe-se um objecto distante, bem definido e visível da posição da agulha *padrão* <sup>1</sup>.

Quando o navio está bem parado, e aproando a uma das quartas da agulha, marca-se o ponto escolhido e regista-se tanto a marcação como a prôa do navio, como se vê na tabella n.º 1, pag. 86 <sup>2</sup>.

Em seguida faz-se aproar o navio vagarosamente á quarta seguinte, e quando está completamente parado, marca-se outra vez o objecto e regista-se da mesma fórma, e assim successivamente, até que se tenha feito uma marcação em cada quarta da agulha <sup>3</sup>.

Segue-se determinar o azimuth magnetico *correcto* do ponto observado, ou a marcação, que se teria feito a bordo se a agulha não tivesse *desvio*. Isto pôde-se conseguir por tres modos diferentes.

Pelo primeiro, e o mais usual, considera-se como o azimuth magnetico a media de todas as marcações feitas. Obtem-se tambem o azimuth magnetico *correcto*, desembarcando a agulha *padrão*, e levando-a a um local opposto ao objecto que se marcou, de maneira, que se enfie o navio (ou mais exactamente o logar que a agulha occupára a bordo) e o ponto marcado. O azimuth ou marcação assim em terra é evidentemente igual ao azimuth *correcto* de bordo <sup>4</sup>.

Obtem-se ainda o azimuth magnetico *correcto*, estando determinados os logares do navio e do ponto marcado, em alguma carta do porto, e conhecendo-se a variação da agulha <sup>5</sup>.

Por qualquer modo que se tenha determinado o azimuth magnetico *correcto*, as differenças entre este e as marcações observa-

<sup>1</sup> O ponto escolhido deve estar a tal distancia do navio, que o diametro do espaço, á roda do qual o navio gira, não possa fazer differença apreciavel no seu azimuth verdadeiro. Se o navio está fundeado em local que obedeça a marés, uma torre, um moinho, etc., etc., que esteja, pelo menos, a 6 ou 8 milhas de distancia corresponde bem ao fim; porém, se o navio está em sitio de agua parada ou em doca, basta uma distancia menor.

<sup>2</sup> Se a agulha não for azimuthal, pôde-se determinar o azimuth do objecto com um sextante, observando o angulo horizontal entre o objecto e a prôa ou pôpa do navio; d'este angulo e do rumo do navio se deduz o azimuth magnetico da agulha *padrão*.

<sup>3</sup> Na primeira vez, que se determina o *desvio* a um navio é conveniente fazer as 32 marcações; porém depois basta sómente marcar nas meias partidas, ou nos 8 rumos principaes.

<sup>4</sup> Deve haver todo o cuidado em que o local, para onde se leva a agulha, não contenha objectos de ferro, taes como ancoras, peças de artilheria, etc., ou que não fique na proximidade de armazens, onde estejam tambem objectos de ferro em quantidade consideravel.

Tambem se deve evitar de seguir este processo, quando em terra houver rochas vulcanicas ou granitos, etc., que, como se sabe, têm influencia sobre a agulha.

<sup>5</sup> Em todo o navio ha uma linha *neutral*, ou dois pontos da agulha em que não ha *desvio*. Conhecendo de antemão a direcção d'esta linha, as marcações feitas, estando a quilha parallelas a esta linha, são marcações correctas.

das nos diversos rumos da agulha padrão, são os *desvios* correspondentes aos mesmos rumos. Estes desvios escrevem-se em seguida a cada marcação e rumo, em uma terceira columna, como se vê na tabella n.º 1, pag. 86.

Os *desvios* assim obtidos denominam-se E. ou O., conforme das marcações se deduz, que o ponto N. da agulha foi desviado para E. ou para O., pela regra seguinte:

Regra.—*Nas marcações nos quadrantes NE. e SE., o desvio é E., se aquellas (referidas ao N. da agulha) forem menores do que o azimuth magnetico, e O. no caso contrario. Nas marcações feitas nos quadrantes NO. e SO., o desvio é E., se aquellas (sempre referidas ao N.) forem maiores do que o azimuth magnetico, e O. no caso contrario*<sup>1</sup>.

#### Methodos de marcações reciprocas

Quando não haja objecto bem visivel, e á distancia conveniente, para que se possa accomodar á observação, usa-se o methodo das *marcações reciprocas*.

Empregam-se dois observadores e duas agulhas. Um dos observadores vae para terra com uma das agulhas, e colloca-a sobre um tripe, em um sitio, onde possa ser vista de bordo do local da agulha padrão. O outro fica a bordo para marcar com a agulha padrão.

Na escolha do local em terra devem-se seguir as precauções já mencionadas.

Então, os dois observadores marcam mutuamente o logar d'estas duas agulhas, empregando signaes convencionados para designar a occasião em que o navio está firme e aroado á quarta que se requer.

As marcações registam-se, como se vê na tabella n.º 2, pondo, em seguida ás prôas do navio, as marcações de bordo e as que se fizeram em terra; de cada par de marcações conjugadas se deduz o desvio, que se escreve em outra columna.

As marcações assim obtidas a bordo e em terra, deveriam ser exactamente oppostas se não houvesse *desvio*. Sommando ou subtrahindo 180º ás marcações feitas em terra (operação que se faz

<sup>1</sup> Esta regra sempre se verifica, aindaque o azimuth correcto fique mui proximo da linha N-S., e a marcação seja de nome opposto; em tal caso, esta se considera negativa, e portanto menor do que a correcta, ex.: o azimuth magnetico do objecto é 10ºNE. e a marcação da agulha 12ºNO.; a differença (22º) é o desvio, e considerando a marcação negativa, a denominação do mesmo é E. Se o objecto demora a 170ºE. e a marcação 175ºO., ou 185ºE., o desvio será de 15ºO. Entretanto, em caso de duvida, fazendo uma figura conclue-se immediatamente o sentido do desvio.

mentalmente, substituindo o nome do quadrante pelo do opposto) e reduzindo depois cada par de marcações conjugadas a azimuths contados do ponto N., as differenças são os desvios correspondentes aos diversos rumos do navio. O signal do desvio é dado pela regra antecedente, pag. 79, considerando como azimuth correcto o observado em terra (veja-se tabella n.º 2, pag. 87).

As marcações devem-se fazer o mais simultaneamente possível, e para isso convem, que o navio esteja sufficientemente perto da terra, a fim de que se reconheçam bem os signaes.

Para não haver duvida na simultaneidade das observações, ou para reconhecer o maior ou menor grau de exactidão das operações, convem que os observadores estejam munidos de relógios, previamente comparados, e marquem o tempo de cada observação.

Tambem convirá, que o observador em terra escreva com giz em uma tábua preta as marcações, de sorte que possam ser lidas de bordo. Se houver qualquer equivoco ou engano na marcação, póde-se repetir a que se considera duvidosa, na mesma prôa, sem ser necessario fazer girar o navio de novo.

A agulha padrão deve ser, antes ou depois das observações, comparada em terra com a que se empregou nas marcações.

Esta comparação faz-se marcando com ambas um objecto distante, collocando-as a  $2\frac{1}{2}$  metros de distancia, para não haver influencia reciproca. A differença achada applica-se ás marcações em terra, o que equivale a considerar todas as marcações conjugadas como feitas com a agulha padrão, ora livre, ora sujeita á acção do ferro de bordo.

#### Methodo dos alinhamentos

Em alguns portos, como em Liverpool, Cherburgo, Cronstadt, etc., etc., têm-se escolhido alguns objectos bem visiveis, taes como alguma grande chaminé de fabrica, torre de igreja, etc., nos quaes se determinaram os azimuths, verdadeiros ou magneticos, para o lado do porto, e estes são escriptos sobre as muralhas dos caes, das docas ou de fortalezas, em grandes caracteres, nos pontos de intercepção, a fim de serem lidos com facilidade de bordo.

D'esta sorte, qualquer navio fundeado no porto enfia sempre o objecto por alguns dos numeros escriptos na muralha; este numero é o azimuth do navio, magnetico ou verdadeiro, referido ao objecto<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Convem antes escrever os azimuths verdadeiros do que os magneticos, porque variando annualmente a declinação da agulha alguns minutos, seria necessario refor-

N'estas circumstancias, fazendo-se a marcação da mira escolhida, da differença entre esta e o azimuth escripto na muralha, verticalmente inferior, se deduz immediatamente o desvio.

O objecto e a muralha podem estar mais ou menos proximos do navio, e este póde variar de posição, fazendo rotação por um ou outro lado, a mira corresponderá sempre verticalmente a algum dos algarismos escriptos.

Vê-se, pois, que este é um dos processos mais commodos e vantajosos para determinar o desvio, porquanto as marcações correctas, magneticas ou verdadeiras, estão sempre á vista.

#### Methodo pelos azimuths do sol

Observando o azimuth magnetico do sol e calculando o azimuth verdadeiro, conclue-se, como bem sabido é, a declinação da agulha affectada do desvio. Se for conhecida a declinação obtem-se o desvio.

Este methodo seria pouco praticavel, por muito trabalhoso, se tivéssemos de calcular pelos processos usuaes os azimuths verdadeiros do sol. Simplifica-se consideravelmente empregando umas tabellas, numericas ou graphicas, onde se encontram os azimuths verdadeiros do sol em funcção da latitude, declinação do sol e a hora<sup>1</sup>.

Conhecida a declinação do sol, e a hora até a approximação de um minuto, acha-se o azimuth verdadeiro do sol, o qual, comparado com o observado, e tendo attenção á declinação da agulha, dá o desvio.

Este processo emprega-se no mar, ás saídas dos portos, e, em geral, em localidades onde se não póde usar qualquer dos methodos antecedentes.

#### Tabellas de desvios

Obtidos os desvios da agulha padrão, por qualquer dos processos descriptos, construem-se as denominadas tabellas de desvios.

As tabellas são duas: a primeira denominada *directa*, ou dos

mar a miúdo as inscripções na muralha. Empregando os azimuths verdadeiros, sendo conhecida a declinação, deduz-se da mesma sorte o desvio.

<sup>1</sup> Ha tabellas de azimuths do sol, calculadas desde a latitude de 30° até á de 60° N. ou S.

rumos da agulha, é construída com os desvios da agulha, estando o navio aprofado aos rumos marcados na mesma agulha desviada, e é destinada a dar os rumos magneticos correctos, correspondentes aos rumos da agulha.

A segunda denominada *inversa*, ou dos rumos magneticos correctos, é construída com os desvios da agulha, como se o navio estivesse aprofado a rumos magneticos correctos, e é destinada a dar os rumos da agulha, correspondentes aos rumos magneticos correctos.

A primeira, ou a directa, serve pois para passar dos rumos da agulha para os rumos magneticos correctos; a segunda para a operação inversa, isto é, para passar dos rumos magneticos para os da agulha.

Tanto uma como outra são de constante uso a bordo, e constroem-se da seguinte maneira.

### Tabella directa

A tabella directa deduz-se immediatamente dos desvios obtidos; consta de tres columnas. Na primeira da esquerda estão os 32 rumos, de quarta em quarta, que representam os rumos da agulha padrão, e portanto, affectos do *desvio*; na segunda os desvios observados, com as respectivas denominações ou signaes, e na terceira os rumos magneticos correctos.

Os rumos da terceira columna obtêm-se dos rumos da agulha e do desvio, da mesma maneira como se obtêm os rumos verdadeiros dos rumos magneticos e da variação da agulha; a regra é a mesma. O desvio applica-se para a direita se é E., e para a esquerda se é O., o que equivale a deslocar a linha de pópa á prôa, para a direita no primeiro caso e para a esquerda no segundo; na pratica temos a seguinte

Regra.— *Desvio E. somma-se aos rumos da agulha nos quadrantes NE. e SO., e subtrahe-se nos quadrantes NO. e SE.*

— *Desvio O. somma-se aos rumos da agulha nos quadrantes NO. e SE., e subtrahe-se nos quadrantes NE. e SO.*

### Tabella inversa

A tabella *inversa* deduz-se da *directa*, interpolando os elementos da primeira e terceira columnas, a fim de obter os pontos in-

termédios da primeira columna, correspondentes ás *quartas* exactas da terceira. A interpolação, que é approximada, faz-se do seguinte modo.

Tomam-se as diferenças entre dois rumos correctos da terceira columna, e entre qualquer d'elles e a *quarta* mais proxima, assim como a diferença  $11^{\circ},25$  entre as *quartas* da primeira columna; o quarto termo, que se pretende, é a diferença entre qualquer das *quartas* e o rumo intermedio da agulha da primeira columna.

*Por exemplo:* se aos dois rumos NE4E. e ENE. da primeira columna da tabella directa, correspondem os rumos magneticos  $64^{\circ}55'$  e  $77^{\circ}20'$ , faremos a seguinte proporção:

$$12^{\circ},42 : 11^{\circ},25 :: 2^{\circ},6 : x; x = 2^{\circ}21'$$

isto é, a ENE. magnetico corresponde  $58^{\circ},36'$  da agulha.

Da mesma sorte achariamos os mais rumos da agulha, correspondentes ás *quartas* exactas magneticas correctas.

É evidente, que as diferenças entre os rumos magneticos correctos e os rumos da agulha assim obtidos são os desvios correspondentes, e que para passar de uma prôa ou rumo magnetico para um rumo da agulha, tem de se applicar o desvio em sentido contrario ao da tabella directa, ou da passagem dos rumos da agulha para os rumos magneticos. Para passar dos rumos magneticos para os rumos da agulha, temos a regra seguinte.

Regra — *Desvio E. subtrahe-se aos rumos magneticos nos quadrantes NE. e SO., e somma-se nos quadrantes NO. e SE.*

— *Desvio O. somma-se aos rumos magneticos nos quadrantes NE. e SO., e subtrahe-se nos quadrantes NO. e SE.*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Emprega-se com vantagem um processo graphico, de facil execução, que evita fazer grande numero de proporções, e que em alguns casos será mais exacto, do que o methodo antecedente.

Sobre uma linha horisontal, de comprimento conveniente (180 millimetros é sufficiente, 0,5 de millimetro por cada grau), que representa a circunferencia da agulha, começando no N., passando por E. e S. e terminando no mesmo ponto N., se elevam perpendiculares sobre os pontos, que representam os rumos da terceira columna da tabella directa; n'estas perpendiculares marcam-se os correspondentes desvios da mesma tabella directa; para a parte superior se os desvios são E., e para a parte inferior se os desvios são O. Faz-se passar uma curva por todos os pontos assim marcados, esta será a curva dos desvios nos rumos magneticos correctos, e para ter os desvios, correspondentes ás *quartas* exactas, temos sómente de medir as ordenadas nos pontos da recta que representam estes mesmos rumos.

Obtidos assim os desvios da tabella inversa determinam-se os rumos da agulha padrão pela regra antecedente.

## Uso das tabellas

São em geral quatro os problemas, que por meio d'estas tabellas se resolvem immediatamente, e por assim dizer á simples inspecção; dois referem-se á passagem dos rumos da agulha a rumos magneticos e vice-versa, e outros dois a marcações.

1.º *Dado um rumo da agulha padrão, pretende-se o rumo magnetico correspondente.*

Este caso dá-se, quando se quer traçar na carta o rumo a que realmente o navio navega, ou se pretendem os rumos que se hão de empregar no calculo da derrota, etc., etc.

Se o rumo da agulha é quarta exacta, basta a simples inspecção da tabella directa; o rumo magnetico pedido está escripto na terceira columna d'esta tabella, na mesma linha horisontal.

Se o rumo em questão não é quarta exacta, o rumo correcto ficará entre os dois correspondentes ás quartas da primeira columna, entre as quaes está comprehendido, e estima-se com facilidade por meio de uma simples proporção, que ordinariamente se faz mentalmente.

2.º *Dado um rumo magnetico, pretende-se o rumo da agulha padrão.*

Este caso ocorre quando se solta o rumo.

Pratica-se sobre a tabella inversa o mesmo que indicámos para o primeiro problema na tabella directa.

3.º *Sendo dados o rumo da agulha padrão a que o navio aproava, e a marcação de um objecto pela mesma agulha, pretende-se a marcação magnetica.*

Este caso dá-se ordinariamente quando, por uma ou mais marcações, se pretende conhecer o logar do navio.

Como é o rumo do navio que determina o desvio, entra-se com o rumo da agulha na primeira columna da tabella directa; na segunda columna está o desvio correspondente, o qual se applicará á marcação, observando a regra de passagem dos rumos da agulha para rumos magneticos (pag. 82).

*Exemplo.*—Estando o navio aproado ao rumo SO40. da agulha, fez-se uma marcação por 43º NE.

Marcação pela agulha padrão .....	43º 0' NE.
Desvio ao SO40. da agulha.....	— 9 30 O.
Marcação magnetica .....	33 30 NE.

4.º *Dados o rumo e marcação, ambos magneticos, pretende-se a marcação da agulha padrão.*

Entra-se com o rumo magnetico na primeira columna da tabella inversa, na segunda columna está o desvio, que se applica á marcação pela regra da passagem dos rumos magneticos para rumos da agulha (pag. 83).

*Exemplo.* — Estando o navio a proa do rumo magnetico correcto NE4N., sabe-se que um objecto demora por 67º NO., e deseja-se a sua marcação pela agulha.

Rumo magnetico do objecto .....	67º 0' NO.
Desvio ao rumo magnetico NE4N.....	+ 5 0 E.
Marcação pela agulha padrão .....	72 0 NO.

Empregam-se estes ultimos problemas em navegação de canaes, ou entre ilhas, seguindo instrucções de roteiros, que se referem a marcações magneticas de certos pontos, cabos, etc.

Supponhamos, que um navio estava em um certo lugar de um canal, onde o roteiro indicava navegar a E. até marcar um certo cabo por OSO., e depois seguir ao NE., uma certa distancia, até lhe demorar um outro ponto ao NO4N.

Pela tabella inversa (pag. 88) achavamos, que o navio devia andar a E4NE., até marcar o primeiro ponto por 78º 50' SO., depois deveria seguir a NE $\frac{1}{2}$ N, até lhe demorar o segundo ponto por 28º 35' NO.

Mais exemplos se podem dar do emprego d'estas duas tabellas; porém todos se reduzem, em geral, aos quatro problemas que citámos.

## TABELLA N.º 1

Observações de desvios da agulha padrão  
da corveta «Bartholomeu Dias» pelas marcações do castello de Palmella,  
em março de 1867

Azimuth magnetico do castello de Palmella 35° SE. ou 145° (N. : S. por E.)

Rumos da agulha padrão	Marcações pela agulha padrão	Marcações referidas ao N. magnetico	Desvios
N.	35° 30' SE.	144° 30' E.	0° 30' E.
N4NE.	37 30 »	142 30 »	2 30 E.
NNE.	39 15 »	140 45 »	4 15 E.
NE4N.	41 0 »	139 0 »	6 0 E.
NE.	42 30 »	137 30 »	7 30 E.
NE4E.	43 40 »	136 20 »	8 40 E.
ENE.	44 50 »	135 10 »	9 50 E.
E4NE.	45 40 »	134 20 »	10 40 E.
E.	46 15 »	133 45 »	11 15 E.
E4SE.	46 10 »	133 50 »	11 10 E.
ESE.	45 30 »	134 30 »	10 30 E.
SE4E.	44 0 »	136 0 »	9 0 E.
SE.	42 30 »	137 30 »	7 30 E.
SE4S.	40 30 »	139 30 »	5 30 E.
SSE.	38 40 »	141 20 »	3 40 E.
S4SE.	36 30 »	143 30 »	1 30 E.
S.	34 40 »	145 20 »	0 20 O.
S4SO.	32 40 »	147 20 »	2 20 O.
SSO.	30 30 »	149 30 »	4 30 O.
SO4S.	28 15 »	151 45 »	6 45 O.
SO.	26 40 »	153 20 »	8 20 O.
SO4O.	25 30 »	154 30 »	9 30 O.
OSO.	24 20 »	155 40 »	10 40 O.
O4SO.	23 40 »	156 20 »	11 20 O.
O.	23 10 »	156 50 »	11 50 O.
O4NO.	23 10 »	156 50 »	11 50 O.
ONO.	23 50 »	156 10 »	11 10 O.
NO4O.	25 0 »	155 0 »	10 0 O.
NO.	26 50 »	153 10 »	8 10 O.
NO4N.	28 30 »	151 30 »	6 30 O.
NNO.	30 40 »	149 20 »	4 20 O.
N4NO.	33 0 »	147 0 »	2 0 O.



## TABELLA

DOS

Desvios da agulha padrão da corveta «Bartholomeu Dias»

Tabella directa			Tabella inversa		
Rumos da agulha padrão	Desvios	Rumos magneticos	Rumos magneticos	Desvios	Rumos da agulha padrão
N.	0° 30' E.	0° 30' NE.	N.	0° 25' E.	0° 25' NO.
N4NE.	2 30 E.	13 45 NE.	N4NE.	2 0 E.	9 15 NE.
NNE.	4 15 E.	26 45 NE.	NNE.	3 35 E.	18 55 NE.
NE4N.	6 0 E.	39 45 NE.	NE4N.	5 0 E.	28 45 NE.
NE.	7 30 E.	52 30 NE.	NE.	6 30 E.	38 30 NE.
NE4E.	8 40 E.	64 55 NE.	NE4E.	7 50 E.	48 25 NE.
ENE.	9 50 E.	77 20 NE.	ENE.	9 0 E.	58 36 NE.
E4NE.	10 40 E.	89 25 NE.	E4NE.	10 0 E.	68 45 NE.
E.	11 15 E.	78 45 SE.	E.	10 40 E.	79 20 NE.
E4SE.	11 10 E.	67 35 SE.	E4SE.	11 15 E.	E.
ESE.	10 30 E.	57 0 SE.	ESE.	11 10 E.	78 40 SE.
SE4E.	9 0 E.	47 15 SE.	SE4E.	10 25 E.	66 40 SE.
SE.	7 30 E.	37 30 SE.	SE.	8 40 E.	53 40 SE.
SE4S.	5 30 E.	28 15 SE.	SE4S.	6 40 E.	40 25 SE.
SSE.	3 40 E.	18 50 SE.	SSE.	4 35 E.	27 5 SE.
S4SE.	1 30 E.	9 45 SE.	S4SE.	2 25 E.	13 40 SE.
S.	0 20 O.	0 20 SE.	S.	0 15 O.	0 15 SO.
S4SO.	2 20 O.	8 50 SO.	S4SO.	2 30 O.	13 45 SO.
SSO.	4 30 O.	18 0 SO.	SSO.	5 30 O.	28 0 SO.
SO4S.	6 45 O.	27 0 SO.	SO4S.	7 40 O.	41 25 SO.
SO.	8 20 O.	36 50 SO.	SO.	9 15 O.	54 15 SO.
SO4O.	9 30 O.	46 45 SO.	SO4O.	10 40 O.	66 55 SO.
OSO.	10 40 O.	56 50 SO.	OSO.	11 20 O.	78 50 SO.
O4SO.	11 20 O.	67 25 SO.	O4SO.	11 45 O.	0 30 NO.
O.	11 50 O.	78 10 SO.	O.	11 50 O.	78 10 NO.
O4NO.	11 50 O.	89 25 SO.	O4NO.	11 10 O.	67 35 NO.
ONO.	11 10 O.	78 40 NO.	ONO.	10 5 O.	57 25 NO.
NO4O.	10 0 O.	66 15 NO.	NO4O.	8 35 O.	47 40 NO.
NO.	8 40 O.	53 10 NO.	NO.	7 5 O.	37 55 NO.
NO4N.	6 30 O.	40 15 NO.	NO4N.	5 10 O.	28 35 NO.
NNO.	4 20 O.	26 50 NO.	NNO.	3 30 O.	19 0 NO.
N4NO.	2 0 O.	13 15 NO.	N4NO.	1 15 O.	10 0 NO.

## Processo graphico de mr. Napier

Nos processos para determinar o *desvio* da agulha, suppozemos que o navio podia aproar a todos os rumos e fazer uma volta completa.

Nem sempre é possível fazer marcações, aproando o navio a todos os rumos ou *quartas* da rosa da agulha, e muito menos *justamente* aos rumos ou *quartas* exactas.

Poder-se-ia encher por interpolação algum dos rumos que faltassem, e por este mesmo meio deduzir os desvios nas prôas intermedias ás *quartas* ou *meias partidas* exactas; porém, por processos graphicos póde-se, não só preencher todas as lacunas, como reduzir o numero de marcações, se se tiver o cuidado de as fazer bem exactas e sufficientemente equidistantes.

O processo graphico mais conveniente, e que offerece mais vantagens, é o de mr. Napier, de Glasgow, o qual resolve todos os problemas que citámos, quando tratámos das tabellas de *desvio*.

Por meio de um limitado numero de marcações e de *desvios*, observados em pontos não equidistantes, se determina uma curva, que representa o *desvio* da agulha, não só para todas as *quartas*, como para todos os variados rumos da rosa da agulha.

Por uma combinação feliz de dois systemas de ordenadas obtém-se, tanto o rumo magnetico correcto, dadó o rumo da agulha, como este d'aquelle.

Consta este processo graphico de duas partes, o *diagramma* e a *curva*.

O *diagramma* consiste em uma linha vertical, de um comprimento conveniente, dividida em 360 partes, que representam os 360 graus do circulo. Se cada grau for da grandeza de um millimetro, fica a figura de um comprimento regular para a pratica. Por todos os pontos que representam as *quartas*, isto é, por  $11^{\circ},25$ ,  $22^{\circ},5$ ,  $33^{\circ},75$ , etc., etc., se fazem passar diagonalmente duas linhas inclinadas de  $60^{\circ}$  á linha vertical. A que passa da esquerda para a direita e debaixo para cima é uma linha seguida; a que cruza com esta é interrompida ou pontuada.

A linha central representa o eixo das *abscissas*, e as linhas inclinadas as *ordenadas*; e note-se desde já, que qualquer d'estas duas linhas, pontuada e seguida, tomadas conjunctamente, formam um triangulo equilatero com a parte da linha vertical, que estas interceptam.

### Construcção da curva do desvio

Traça-se a curva do *desvio* empregando um numero indeterminado de observações de desvio, quer sejam em *quartas* exactas, ou em quaesquer rumos intermedios.

Com oito ou dez observações de *desvios*, estando sufficientemente distribuidas pelos 4 quadrantes <sup>1</sup>, aindaque não sejam equidistantes, obtem-se uma curva sufficientemente exacta na pratica.

Toma-se um compasso e fixa-se uma das pontas no ponto da linha vertical, que representa o rumo da agulha padrão; abre-se até abranger com a outra ponta, n'essa mesma linha, o numero de graus do desvio observado a esse rumo. Fazendo centro na primeira ponta, sobre o rumo da agulha, gira-se para a direita ou esquerda, segundo o *desvio* é E. ou O., até que as duas pontas fiquem em uma direcção parallelas ás linhas pontuadas, o ponto marcado pela ponta externa é pertencente á *curva*.

Praticando este mesmo processo para todos os *desvios* observados, teremos determinado uma serie de pontos, á direita e esquerda da recta vertical, que representam outros tantos *desvios*, E. e O. Passa-se então levemente um lapis por estes pontos, ou antes, traça-se uma curva, que passe o mais perto possivel do maior numero dos pontos, ou que satisfaça o melhor possivel aos pontos dados, e ter-se-ha assim determinado a curva dos *desvios*, que, como vemos, representa os desvios para todas as prôas ou rumos imaginaveis.

Nota-se n'este diagramma, que quando os desvios são E., por exemplo, os rumos magneticos correctos ficam, por construcção, collocados pela parte inferior dos rumos da agulha, e á distancia que representa o desvio, e é esta distancia a que foi transportada para o lado sobre a linha inclinada pontuada.

D'esta sorte, nos desvios E., qualquer ponto da linha vertical representará um rumo correcto para os que lhe ficam superiores, e á distancia igual á ordenada sobre a linha *continua*; assim como representará um rumo da agulha, para os pontos inferiores, que lhes fiquem distantes uma quantidade igual á ordenada, sobre a linha *pontuada*.

<sup>1</sup> Não convirá empregar menos d'este numero de observações, porém, se por necessidade houver só quatro, sejam estas proximas dos pontos *quadrantes* NE., SE., SO. e NO.; os seguintes em importancia são os pontos *cardaes*.

Se o ponto  $a$  (Fig. 11.<sup>a</sup>), se considera como rumo da agulha, como  $ab=ac$ ,  $b$  será o rumo *correcto* correspondente; por outra parte  $a$ , por construção, também é o rumo magético *correcto* de  $b'$ , porquanto  $b'a=b'c$ , e  $b'c'$  representa o desvio de  $b'$ ; logo o ponto  $a$  representará rumo magético *correcto* em relação a  $b'$ , e rumo da agulha relativamente a  $b$ .

O *diagramma* resolverá, pois, todos os problemas de passagem de uma a outra especie de rumos, além de mostrar, á simples inspecção, a grandeza e signal do desvio, os pontos neutros, etc., etc.

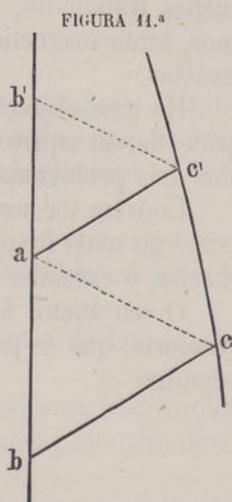
Os dois problemas de passagem do rumo da agulha para o magético *correcto* e vice-versa, resolvem-se com a maior facilidade.

Se se pretende o rumo magético *correcto*, correspondente a um dado rumo da agulha, marca-se o ponto da recta vertical que representa este ultimo, e corre-se sobre a linha pontuada, ou sobre uma direcção paralela a esta, para a direita ou esquerda, até encontrar a curva; d'este ponto de encontro segue-se, parallelamente á linha *continua*, até de novo encontrar a linha vertical: este ultimo ponto representa o rumo magético *correcto*. Referir-nos-hemos ao *diagramma* da *Bartholomeu Dias*, Est. 2.<sup>a</sup> Fig. 1.<sup>a</sup>

*Exemplo.*—Se o rumo da agulha for NE4N., seguindo a linha pontuada até encontrar a curva, e voltando pela linha *continua*, encontra-se a vertical em 39°45'NE., que é o rumo magético *correcto*.

No problema inverso, quando é dado o rumo magético *correcto*, e se pretende o rumo da agulha, o processo é inteiramente semelhante; parte-se do ponto dado na linha vertical, e n'este caso segue-se a diagonal *continua* até encontrar a curva, volta-se á mesma linha vertical pela linha pontuada, o ponto de intercepção é o rumo da agulha que se busca.

*Exemplo.*—Dado o rumo magético *correcto* SO. 4  $\frac{1}{2}$  S., pretende-se o rumo da agulha, a que se ha de aproar, para seguir o navio n'aquella direcção. Partindo do ponto da linha vertical que indica SO. 4  $\frac{1}{2}$  S., seguindo pela linha *continua* até á curva, e voltando pela pontuada corta-se a linha vertical em 35°SO., que é o rumo que se buscava.



Vê-se pois, que na pratica se reduz a uma operação simples e menos trabalhosa, do que empregando as tabellas, quando os rumos, tanto magneticos correctos como da agulha, não são quartas exactas.

Ha uma objecção que alguns pretendem fazer a este processo; póde dar-se equívoco nas linhas que se hão seguir em qualquer dos dois problemas.

Convem ter sempre presente, que no primeiro problema, o do emprego mais frequente a bordo, quando o desvio é E., ou curva á direita, o caminho é sempre descendo; no desvio O., subindo.

O seu auctor formulou duas regras versificadas para reter na memoria, que se podem verter livremente em portuguez do modo seguinte

## I

Do rumo da agulha  
ao magnetico passo:  
partindo pelos *pontos*,  
voltando pelo *traço*.

## II

Pelo *traço* partir,  
pelos *pontos* voltar  
dá o rumo da agulha  
a que hei de aproar.

Por meio do diagramma se podem construir as tabellas, directa ou inversa, para todas as quartas exactas, ou para rumos ainda mais proximos, se se julgar conveniente. Fornece tambem com facilidade os desvios em quaesquer rumos, que não poderam ser observados.

Todavia, quem não estiver familiarisado com os traçados graphics, póde servir-se da curva sómente para construir as tabellas<sup>1</sup>.

Convirá ainda assim tê-la a bordo, porquanto servirá de auxilio ás tabellas, em casos de equívoco.

<sup>1</sup> Mencionámos e demos certa extensão ao diagramma de mr. Napier, por nos parecer o melhor de todos os processos graphics; alem d'este ha o methodo do capitão Ryder, o das linhas rectas de Archibald Smith, etc.

### Observações geraes

Tudo que temos dito sobre o *desvio*, refere-se sómente á agulha padrão. Todos os desvios ou correccões são para applicar unicamente a esta agulha, e no local em que se observaram os desvios, se acaso ella é movel.

É por consequencia essencial, que o rumo do navio seja invariavelmente dado pela agulha padrão, assim como todas as marcações, pelas quaes se determina o logar do navio.

A agulha da bitacula serve sómente para guia do homem do leme e nada mais.

Uma vez o navio aproado ao rumo da agulha padrão, o que então marca a agulha da bitacula é o rumo a que o timoneiro deve governar.

O official de quarto deve comparar a miudo os rumos d'estas duas agulhas, principalmente quando ha alteração no caminho, ou quando o navio inclina mais ou menos. O mesmo se praticará com qualquer das agulhas da bitacula, quando o navio tiver duas, principalmente na occasião de mudar de *amura*.

Como vimos, e se mostrará mais adiante, o desvio, assim como a sua distribuição nos diversos rumos, varia com a posição geographica do navio, a ponto de mudar de signal em muitos navios no hemispherio sul, isto é, tornar-se O. nos rumos em que no hemispherio norte era E., e vice-versa. *É indispensavel portanto, que quando o navio mude consideravelmente de posição geographica, e principalmente, quando tenha passado de um a outro hemispherio, se façam novas tabellas de desvios, determinando o desvio por algum dos processos descriptos.* Usar-se-ha d'estas tabellas, até serem substituidas por outras, deduzidas de observações subsequentes em novos logares.

Alem d'isto, é muito conveniente, em occasião de *calma*, ou sempre que for possivel, examinar o desvio no alto mar, em diferentes rumos, por meio de azimuths do sol<sup>1</sup>. Comparando as variações da agulha determinadas por este meio, estando o navio

<sup>1</sup> A estrella polar, o *cruzeiro do sul*, qualquer estrella perto do horisonte a E. ou O., o sol a nascer ou a pôr fornecem os meios de verificar, em 4 ou mais rumos, as tabellas de desvios.

Em occasiões de *calma*, uma véla no horisonte pôde servir perfeitamente para esta verificação. O rumo magnetico correcto a que demora a véla em questão, será, sem erro notavel, o medio dos rumos ou azimuths observados com a agulha padrão, contanto que sejam equidistantes.

aproado a diversos rumos, com a do ponto do navio, obtida do mappa, deduzir-se-ha o desvio da agulha nos rumos mencionados.

Póde-se assim notar e registar diariamente as mudanças ou variações no desvio, aos rumos em que o navio vae navegando, provenientes de mudança de posição geographica, ou de alterações sempre inevitaveis na posição dos objectos de ferro do navio <sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Quando o navio navegar á *bolina*, o desvio assim obtido é o desvio composto do *ordinario* (estando o navio horisontal) e do devido á inclinação do navio (desvio da *banda*). Neste caso, corrigir-se-ha a derrota com o desvio, assim obtido, mas não se emendará o desvio correspondente da *tabella*, porque os d'esta foram observados estando o navio horisontal, ou na sua posição natural, sem estar inclinado para qualquer dos bordos.

## CAPITULO IV

Equações fundamentaes de Poisson — Deducção das equações fundamentaes — Appli-  
 ção das 3 equações ás forças que actuam sobre a agulha a bordo — Expressões  
 das 3 componentes que actuam sobre a agulha a bordo para a prôa, para esti-  
 bordo e para o nadir — Expressões das duas componentes horizontaes que actuam  
 sobre a agulha a bordo, na direcção do N. e E. magneticos — Valor medio da força  
 horisontal ( $\lambda H$ ) que actua sobre a agulha a bordo, na direcção do N. magnetico —  
 Força horisontal magnetica terrestre ( $H$ ) como unidade — Força media a bordo ( $\lambda H$ )  
 como unidade — Expressões das forças perturbadoras no sentido dos 3 eixos do  
 navio (força horisontal terrestre como unidade) — Expressões das componentes da  
 força que actua sobre a agulha a bordo nas direcções dos 3 eixos do navio — Força  
 horisontal a bordo ( $\lambda H$ ) como unidade — Força vertical terrestre como unidade  
 — Equação do desvio  $\delta$  expresso nos azimuths magneticos correctos ( $\varepsilon$ ) — Equação  
 do desvio  $\delta$  expresso nos azimuths da agulha ( $\varepsilon'$ ) — Equação do desvio mui  
 proxima da *exacta* — Coefficients *exactos* e suas grandezas relativas.

Poisson deduziu, em 1824, as equações fundamentaes do des-  
 vio da agulha a bordo, nas hypotheses: que o magnetismo dos navios  
 era parte *permanente*, e parte *induzido* pelo magnetismo ter-  
 restre, e que o comprimento da agulha era infinitamente pequeno  
 em relação á distancia do ferro mais proximo.

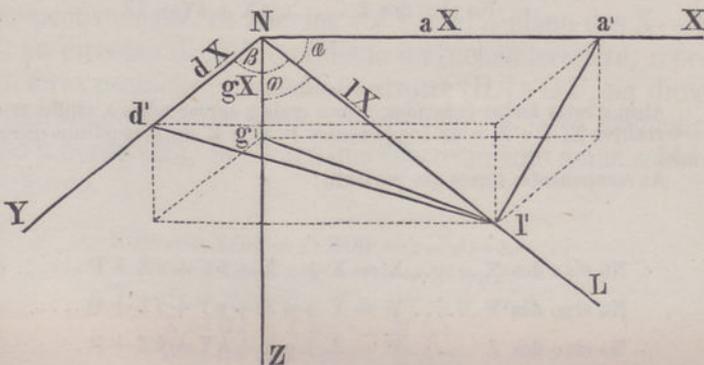
As equações são:

$$\begin{aligned} X' &= X + aX + bY + cZ + P \dots\dots 1 \\ Y' &= Y + dX + eY + fZ + Q \dots\dots 2 \\ Z' &= Z + gX + hY + kZ + R \dots\dots 3 \quad (1) \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Podem deduzir-se facilmente as 3 equações acima por considerações mui simples.

A com-  
 ponente  
 terrestre no  
 sentido do  
 eixo do X  
 induz uma  
 força mag-  
 netica sobre  
 o ferro  
 macio, pro-  
 porcional á  
 sua inten-  
 sidade, e  
 que, por ef-  
 feito pura-  
 mente de-  
 pendente  
 da disposi-

FIGURA 12.<sup>a</sup>



N'estas equações X, Y e Z representam as componentes da força magnetica terrestre, actuando respectivamente na direcção da prôa, para estibordo e para baixo, na direcção vertical; X', Y', Z' as forças que effectivamente actuam sobre o extremo N. da agulha a bordo nas mesmas direcções, ou as resultantes das forças magneticas terrestres e forças perturbadoras de bordo, n'aquellas direcções; *a, b, c, d, e, etc.*, coefficients, que dependem da quantidade e disposição do ferro *macio* a bordo; P, Q e R são as componentes das forças magneticas *permanentes*, nas mesmas direcções.

ção e quantidade do ferro, não actua sobre o ponto N. da agulha na direcção da prôa, como a força inductora, mas sim em outra direcção N—L, mais ou menos inclinada aos eixos X, Y, Z, segundo os angulos  $\alpha, \epsilon, \gamma$  (Fig. 12.<sup>a</sup>). Sendo a força induzida  $lX$ , as 3 componentes, no sentido dos eixos, serão respectivamente  $lX \cos \alpha, lX \cos \epsilon$  e  $lX \cos \gamma$ ; e porque  $\cos \alpha \cos \epsilon$  e  $\cos \gamma$  são respectivamente iguaes a

$$\frac{Na'}{Nl'}, \frac{Nd'}{Nl'} \text{ e } \frac{Ng'}{Nl'} \text{ ou } \frac{a}{l}, \frac{d}{l} \text{ e } \frac{g}{l};$$

os valores das componentes de  $lX$ , no sentido dos eixos dos X, Y e Z, serão  $aX, dX$  e  $gX$ .

Da mesma sorte, a componente terrestre Y induz uma força no ferro *macio*, que, geralmente, não actua na direcção do eixo dos *y*, e dá, por consequencia, origem a 3 componentes no sentido dos 3 eixos, que serão respectivamente iguaes a  $b y, e y$  e  $h y$ ; similhantemente, a componente Z origina tambem 3 componentes sobre os mesmos eixos iguaes a  $c Z, f Z$  e  $k Z$ .

Por consequencia as 3 componentes induzidas, no sentido dos 3 eixos, serão

$$\text{No eixo dos X} \dots\dots aX + bY + cZ$$

$$\text{No eixo dos Y} \dots\dots dX + eY + fZ$$

$$\text{No eixo dos Z} \dots\dots gX + hY + kZ$$

Alem d'estas forças *induzidas*, temos mais a actuar sobre a agulha as componentes terrestres X, Y e Z, e as componentes P, Q e R do magnetismo *permanente* de bordo.

As componentes finaes são portanto:

$$\text{No eixo dos X} \dots\dots X' = X + aX + bY + cZ + P \dots\dots (1)$$

$$\text{No eixo dos Y} \dots\dots Y' = Y + dX + eY + fZ + Q \dots\dots (2)$$

$$\text{No eixo dos Z} \dots\dots Z' = Z + gX + hY + kZ + R \dots\dots (3)$$

Se  $H$  representar a componente horizontal terrestre;

$H'$  a força horizontal *directriz* a bordo, ou a resultante da força horizontal terrestre e das forças perturbadoras do navio;

$\theta$  a inclinação da agulha;

$\zeta$  o azimuth da prôa do navio, medido do meridiano magnetico.

$\zeta'$  o azimuth da

prôa, medido da direcção da agulha desviada.

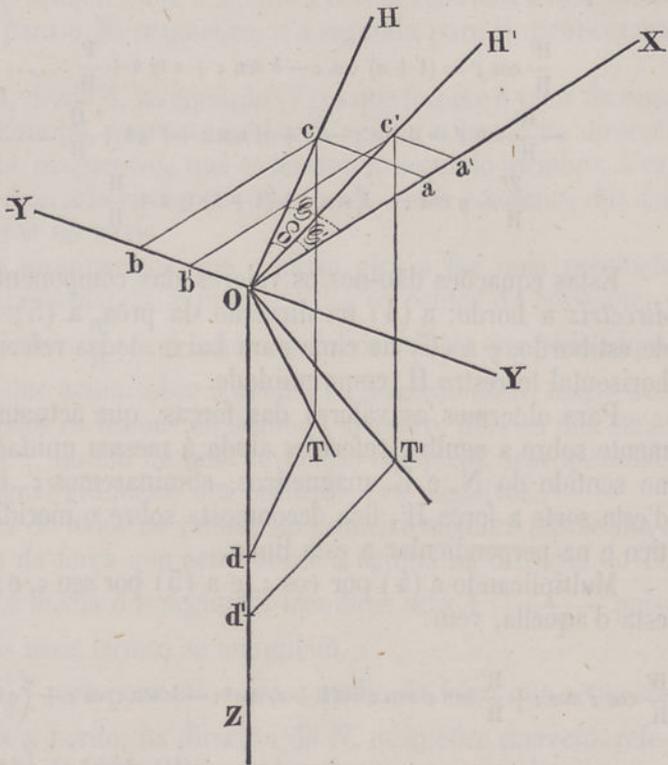
$\delta = \zeta - \zeta'$  o desvio da agulha.

Sendo  $OX$ ,  $OY$  e  $OZ$  (Fig. 13.<sup>a</sup>) os tres eixos coordenados; o primeiro na direcção da prôa, o segundo na de  $EB$ , e o terceiro verticalmente para baixo;  $OT$  representará a força magnetica total terrestre;  $OT'$  a mesma força total a bordo, fazendo ambas estas forças, respectivamente, os angulos  $\theta$  e  $\theta'$  com o plano dos  $X—Y$ .

$Oc$ , na direcção de  $OH$ , meridiano magnetico terrestre, representará a força magnetica horizontal terrestre ( $H$ .) e  $Oc'$ , na direcção do meridiano  $OH'$  de bordo, representará a força magnetica horizontal a bordo ( $H'$ ), ou a força que effectivamente actua sobre a agulha a bordo.

$$\begin{aligned} XOH &= \zeta; XOH' = \zeta'; HOH' = \zeta - \zeta' = \delta. \\ X &= Oa = H \cos \zeta; X' = Oa' = H' \cos \zeta'. \\ Y &= Ob = H \sin \zeta; -Y' = Ob' = H' \sin \zeta'. \\ Z &= Od = T \sin \theta = H \operatorname{tg} \theta. \\ Z' &= Od' = T' \sin \theta' = H' \operatorname{tg} \theta'. \end{aligned}$$

FIGURA 13.<sup>a</sup>



Substituindo estes valores nas equações fundamentaes, e dividindo por H, vem

$$\frac{H'}{H} \cos \zeta' = (1+a) \cos \zeta - b \operatorname{sen} \zeta + c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \dots\dots (4)$$

$$-\frac{H'}{H} \operatorname{sen} \zeta' = d \cos \zeta - (1+e) \operatorname{sen} \zeta + f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \dots\dots (5)$$

$$\frac{Z'}{H} = g \cos \zeta - h \operatorname{sen} \zeta + (1+k) \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{H} \dots\dots\dots (6)$$

Estas equações dão-nos os valores das componentes da força *directriz* a bordo; a (4) na direcção da prôa, a (5) na direcção de estibordo, e a (6) de cima para baixo, todas referidas á força horisontal terrestre H, como unidade.

Para obtermos os valores das forças, que actuam horisontalmente sobre a agulha, referidas ainda á mesma unidade H, porém no sentido do N. e E. magneticos, eliminaremos  $\zeta'$ , da (4 e 5); d'esta sorte a força H', fica decomposta sobre o meridiano magnetico e na perpendicular a esta linha.

Multiplicando a (4) por  $\cos \zeta$ , e a (5) por  $\operatorname{sen} \zeta$ , e subtraindo esta d'aquella, vem:

$$\begin{aligned} \frac{H'}{H} \cos \zeta' \cos \zeta + \frac{H'}{H} \operatorname{sen} \zeta' \operatorname{sen} \zeta &= (1+a) \cos^2 \zeta - b \operatorname{sen} \zeta \cos \zeta + \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \right) \cos \zeta \\ &\quad - d \cos \zeta \operatorname{sen} \zeta + (1+e) \operatorname{sen}^2 \zeta - \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right) \operatorname{sen} \zeta \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{H'}{H} \cos \delta &= 1 + \frac{a+e}{2} + \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \right) \cos \zeta - \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right) \operatorname{sen} \zeta \\ &\quad + \frac{a-e}{2} \cos 2\zeta - \frac{d+b}{2} \operatorname{sen} 2\zeta \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

A (4) multiplicada por  $\operatorname{sen} \zeta$ , mais a (5) multiplicada por  $\cos \zeta$  dá:

$$\begin{aligned} \frac{H'}{H} \operatorname{sen} \delta &= \cos \zeta \operatorname{sen} \zeta + a \cos \zeta \operatorname{sen} \zeta - b \operatorname{sen}^2 \zeta + \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \right) \operatorname{sen} \zeta \\ &\quad + d \cos^2 \zeta - \operatorname{sen} \zeta \cos \zeta - e \operatorname{sen} \zeta \cos \zeta + \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right) \cos \zeta \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{H'}{H} \operatorname{sen} \delta &= \frac{d-b}{2} + \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \right) \operatorname{sen} \zeta + \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right) \cos \zeta \\ &\quad + \frac{a-e}{2} \operatorname{sen} 2\zeta + \frac{d+b}{2} \cos 2\zeta \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$



As equações (7 e 8) dão o valor das duas componentes horizontaes, que actuam sobre a agulha a bordo, referidos á unidade H, a primeira para o N. magnetico, e a segunda para E. tambem magnetico.

Nota-se, desde já, na equação (7) (a que fornece o valor da componente horizontal, que actua sobre a agulha a bordo na direcção do meridiano magnetico), que os termos do segundo membro, á excepção dos dois primeiros, são affectos de senos e cosenos dos azimuths da prôa do navio.

Ora, se imaginarmos que o navio gira e faz uma revolução completa, apresentando a prôa a todos os pontos do horisonte, o primeiro membro  $\frac{H'}{H} \cos \delta$  tomará todos os valores que póde adquirir a força, que actua sobre a agulha na direcção do N. magnetico, enquanto todos os termos do segundo membro, affectos dos senos e cosenos de  $\zeta$ , no fim de uma revolução completa, tem assumido valores de igual grandeza, ora positivos, ora negativos.

A media de todos os valores do primeiro membro representa o valor medio da força que actua sobre a agulha na direcção do N. magnetico; a media dos segundos membros será  $1 + \frac{a+e}{2}$ , poisque todos os mais termos se aniquilam.

$1 + \frac{a+e}{2}$  será portanto o valor medio da força que actua sobre a agulha a bordo, na direcção do N. magnetico *correcto*, referido á unidade H (força horizontal magnetica terrestre).

Para simplificarmos faremos:

$$(a) \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{a+e}{2} = \lambda; \quad \frac{d-b}{2} = \lambda \mathfrak{A}; \quad \frac{a-e}{2} = \lambda \mathfrak{D}; \quad \frac{d+b}{2} = \lambda \mathfrak{E} \\ c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} = \lambda \mathfrak{B}; \quad f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} = \lambda \mathfrak{C} \\ (1+k) \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{H} = \mu \operatorname{tg} \theta; \quad e k \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{H} = (\mu-1) \operatorname{tg} \theta = \lambda \mathfrak{V}. \end{array} \right.$$

As duas equações (7 e 8), substituindo-lhes os valores dados nas equações precedentes, dividindo-as por  $\lambda$ , ficarão da fórmula seguinte:

$$\frac{H'}{\lambda H} \cos \delta = 1 + \mathfrak{B} \cos \zeta - \mathfrak{C} \sin \zeta + \mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{E} \sin 2\zeta + \dots \quad (9)$$

$$\frac{H'}{\lambda H} \sin \delta = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \zeta + \mathfrak{C} \cos \zeta + \mathfrak{D} \sin 2\zeta + \mathfrak{E} \cos 2\zeta + \dots \quad (10)$$

Vimos, que  $1 + \frac{a+e}{2} = \lambda$  representava a força media horisontal a bordo, na direcção do meridiano magnetico correcto, expressa na força horisontal terrestre H.

É portanto  $\lambda$  um numero abstracto ou um coefficiente, pelo qual se deve multiplicar H para obtermos o valor da força media horisontal a bordo.

$\lambda$  é geralmente menor do que a unidade, porquanto, a força que actua sobre a agulha a bordo é, de ordinario, menor do que a força directriz em terra.

$\lambda H$  representará o valor absoluto da força media horisontal a bordo na direcção do N. magnetico.

Por consequencia, as equações (9 e 10) dão os valores das forças horisontaes, que actuam sobre a agulha a bordo (na direcção de N. e E. magneticos), nos differentes rumos  $\zeta$  a que o navio possa aproar, porém expressos na força media horisontal a bordo (para o N.) como unidade.

Nas equações fundamentaes

$$X' - X = aX + bY + cZ + P$$

$$Y' - Y = dX + eY + fZ + Q$$

$$Z' - Z = gX + hY + kZ + R$$

substituindo por X, Y e Z os valores já achados, e dividindo todas as equações por H, vem:

$$\frac{X' - X}{H} = a \cos \zeta - b \sin \zeta + \lambda \mathfrak{A} \dots \dots (4a)$$

$$\frac{Y' - Y}{H} = d \cos \zeta - e \sin \zeta + \lambda \mathfrak{B} \dots \dots (5a)$$

$$\frac{Z' - Z}{H} = g \cos \zeta - h \sin \zeta + \lambda \mathfrak{V} \dots \dots (6a)$$

Estas equações dão os valores das forças perturbadoras de bordo, no sentido dos tres eixos coordenados, referidos á força horisontal terrestre (H) como unidade.

As equações 4, 5 e 6, que dão as tres componentes da força que actua sobre a agulha a bordo, no sentido da prôa, para EB e para baixo, ainda podem tomar outra fórmula, referindo as duas primeiras á força media horisontal de bordo  $\lambda H$ , e a ultima á força vertical terrestre, substituindo por  $a, b, c, d$ , etc., os seus valores expressos em  $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}, \mathfrak{E}$  e  $\lambda$ .

Com effeito: das equações (a) tirâmos

$$\begin{aligned} 1 + a &= \lambda (1 + \mathfrak{D}); & 1 + e &= \lambda (1 - \mathfrak{D}); & a &= \lambda \mathfrak{D} - (1 - \lambda) \\ d &= \lambda (\mathfrak{A} + \mathfrak{E}); & -e &= \lambda \mathfrak{D} + 1 - \lambda; & -b &= \lambda (\mathfrak{A} - \mathfrak{E}) \end{aligned}$$

Substituindo os valores de  $a, b, c, d$ , etc., nas equações (4, 5 e 6) e dividindo por  $\lambda$  as duas primeiras e a terceira por  $\operatorname{tg} \theta$ , teremos:

$$\frac{H'}{\lambda H} \cos \zeta' = (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta + (\mathfrak{A} - \mathfrak{E}) \operatorname{sen} \zeta + \mathfrak{B} \dots \dots (4b)$$

$$\frac{H'}{\lambda H} \operatorname{sen} \zeta' = (\mathfrak{A} + \mathfrak{E}) \cos \zeta + (1 - \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \zeta + \mathfrak{C} \dots \dots (5b)$$

$$\frac{Z'}{Z} = \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta - \frac{h}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{sen} \zeta + \mu \dots \dots \dots (6b)$$

A equação (4b) dá o valor da força a bordo, na direcção da proa, expresso na força media a bordo para o N. como unidade; a equação (5b) dá o valor da força a bordo, na direcção de EB, expresso na mesma força media a bordo para o N., e a (6b) dá o valor da força a bordo verticalmente (para baixo), expresso na componente vertical terrestre Z.

Das equações (9 e 10) podemos eliminar  $H', H$  e  $\lambda$ , e obtaremos assim uma equação expressa sómente em  $\delta$  e  $\zeta$ , equação do desvio  $\delta$  em funcção dos azimuths  $\zeta$ .

Dividindo a (10) pela (9) vem:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \operatorname{sen} \zeta + \mathfrak{C} \cos \zeta + \mathfrak{D} \operatorname{sen} 2\zeta + \mathfrak{E} \cos 2\zeta}{1 + \mathfrak{B} \cos \zeta - \mathfrak{C} \operatorname{sen} \zeta + \mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{E} \operatorname{sen} 2\zeta} \dots \dots (11)$$

Esta equação dá o valor do desvio, expresso nos azimuths, referidos ao N. magnetico correcto ( $\zeta$ ).

Convem mais, que o desvio seja expresso nos azimuths ( $\zeta'$ ) observados a bordo, ou contados na agulha desviada.

A mesma equação (11), convenientemente transformada pôde ser expressa em  $\zeta$ , como se segue.

Multiplicando-a por  $\cos \delta$  vem:

$$\operatorname{sen} \delta + \mathfrak{B} \cos \zeta \operatorname{sen} \delta - \mathfrak{C} \operatorname{sen} \zeta \operatorname{sen} \delta + \mathfrak{D} \cos 2\zeta \operatorname{sen} \delta - \mathfrak{E} \operatorname{sen} 2\zeta \operatorname{sen} \delta = \mathfrak{A} \cos \delta + \mathfrak{B} \operatorname{sen} \zeta \cos \delta + \mathfrak{C} \cos \zeta \cos \delta + \mathfrak{D} \operatorname{sen} 2\zeta \cos \delta + \mathfrak{E} \cos 2\zeta \cos \delta$$

ou

$$\operatorname{sen} \delta = \mathfrak{A} \cos \delta + \mathfrak{B} \operatorname{sen} (\zeta' + \delta) \cos \delta - \mathfrak{B} \cos (\zeta' + \delta) \operatorname{sen} \delta + \mathfrak{C} \cos (\zeta' + \delta) \cos \delta + \mathfrak{C} \operatorname{sen} (\zeta' + \delta) \operatorname{sen} \delta + \mathfrak{D} \cos (2\zeta' + 2\delta) \cos \delta - \mathfrak{D} \cos (2\zeta' + 2\delta) \operatorname{sen} \delta + \mathfrak{E} \cos (2\zeta' + 2\delta) \cos \delta + \mathfrak{E} \operatorname{sen} (2\zeta' + 2\delta) \operatorname{sen} \delta.$$

Reduzindo, vem:

$$\text{sen } \delta = \mathfrak{A} \cos \delta + \mathfrak{B} \text{sen } \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta' + \mathfrak{D} \text{sen } (2 \zeta' + \delta) + \mathfrak{E} \cos (2 \zeta' + \delta) \dots (12)$$

Equação do desvio expresso nos azimuths  $\zeta'$ , contados na agulha desviada <sup>1</sup>.

É esta a equação *exacta* do desvio, a qual differe d'aquella, que denominámos *approximada*, em ser o primeiro membro o seno do desvio e não o desvio, em arco, e no segundo membro, ser o coefficiente, ou parte constante A, multiplicado por  $\cos \delta$ , e os ultimos termos, alem do dobro do azimuth  $\zeta'$ , envolverem mais o desvio  $\delta$ .

Estes novos coefficientes  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ , etc., que denominaremos *exactos*, em opposição a A, B, C, etc., da primeira equação, ou *approximados*, não são expressos em arco como estes ultimos; são numeros abstractos, por isso que tambem o primeiro membro é um numero abstracto, um *seno natural*.

Antes de passarmos aos methodos da determinação dos novos coefficientes numericos  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{E}$ , convem rectificarmos as idéas sobre a ordem de grandeza relativa d'estes coefficientes.

Já dissemos, que os dois coefficientes A e E da equação *approximada*, são na maior parte dos casos mui pequenos e podem-se desprezar; o mesmo tem logar na equação *exacta*; os coefficientes principaes são  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ . Assim, se considerarmos estes tres coefficientes como quantidades pequenas de primeira ordem, devemos considerar  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  como quantidades de segunda ordem, ou da mesma ordem de grandeza dos quadrados, ou productos dos tres principaes; similhantemente o producto de  $\mathfrak{A}$  ou  $\mathfrak{E}$ , por qualquer dos tres,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  ou  $\mathfrak{D}$ , são quantidades de terceira ordem, que se podem

<sup>1</sup> A equação do desvio tambem se póde exprimir por outra fórmula, ficando contudo mui proxima da *exacta*.

Desenvolvendo na equação (12) os senos e cosenos dos dois ultimos termos, temos:

$$\begin{aligned} \text{sen } \delta = \mathfrak{A} \cos \delta + \mathfrak{B} \text{sen } \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta' + \mathfrak{D} \text{sen } 2 \zeta' \cos \delta \\ + \mathfrak{D} \text{sen } \delta \cos 2 \zeta' + \mathfrak{E} \cos 2 \zeta' \cos \delta - \mathfrak{E} \text{sen } \delta \text{sen } 2 \zeta' \end{aligned}$$

Attendendo a que os coefficientes  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  são geralmente mui pequenos, e que  $\cos \delta$  é proximo da unidade, podemos substituir  $\mathfrak{A} \cos \delta$  por  $\mathfrak{A}$ ;  $\mathfrak{E} \cos 2 \zeta' \cos \delta$  por  $\mathfrak{E} \cos 2 \zeta'$ ,  $\mathfrak{D} \text{sen } 2 \zeta' \cos \delta$  por  $\mathfrak{D} \text{sen } 2 \zeta'$ , e desprezar o termo  $\mathfrak{E} \text{sen } \delta \text{sen } 2 \zeta'$ ; a equação póde tomar a fórmula seguinte:

$$\text{sen } \delta = \frac{1}{(1 - \mathfrak{D} \cos 2 \zeta')} \left\{ \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \text{sen } \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta' + \mathfrak{D} \text{sen } 2 \zeta' + \mathfrak{E} \cos 2 \zeta' \right\}$$

desprezar, em relação ás de segunda e com mais forte rasão, relativamente ás de primeira ordem  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  ou  $\mathfrak{D}$ .

Da mesma sorte, o quadrado de qualquer dos coefficients  $\mathfrak{A}$  ou  $\mathfrak{C}$ , ou o seu producto, são quantidades de quarta ordem, que se podem desprezar em relação ás de terceira e de segunda ordens.

Rigorosamente, se conhecessemos os desvios  $\delta$  em cinco azimuths, poderíamos determinar  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{E}$ , e se tivéssemos observado os desvios em um numero de rumos superior ao dos coefficients, poder-se-ia empregar o methodo dos menores quadrados para determinar os valores mais approximados dos mesmos coefficients; porém não são estes, por certo, methodos simples e expeditos na pratica.

Dos methodos para determinar o valor dos coefficients *exactos* trataremos sómente de dois: o *directo* e o *indirecto*.

O primeiro só se póde empregar sendo os desvios observados em oito ou ainda em menor numero de rumos.

O segundo consiste em determinar primeiro os coefficients approximados  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , etc., e deduzir d'estes os valores dos coefficients  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ , etc., com differentes graus de approximação. Os valores dos coefficients assim obtidos não são completamente exactos, mas podem-se levar á approximação que se desejar.

Trataremos do methodo *directo* em primeiro logar.

## CAPITULO V

Formulas para a determinação directa dos coefficients *exactos*, pela observação dos desvios nos quatro pontos *quadrantes*, e nos quatro pontos *cardaes*; diferentes graus de approximação—Formulas para o caso dos desvios observados nos oito rumos principaes; diferentes graus de approximação—Exemplos das diversas formulas—Determinação dos tres coefficients principaes  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ : por 3 observações de desvios nos quatro quadrantes, por 5 observações nos quatro semi-circulos, e por observações em 3 pontos *quadrantes* seguidos—Exemplos correspondentes—Formulas para a determinação dos tres principaes coefficients, pela observação dos desvios em 3 rumos quaesquer; exemplo—Diferentes formulas para a determinação dos mesmos coefficients, pela observação dos desvios e força horisontal em dois rumos; exemplos correspondentes—Determinação de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , pelas observações do desvio e força horisontal em um unico rumo, sendo conhecidos  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$ —Dedução dos coefficients *exactos* em função dos *approximados*: diferentes graus de approximação; exemplos—Formação da tabella dos desvios pelos coefficients exactos; exemplo.

Se observarmos os desvios nos 8 rumos principaes N., NE., E., etc., teremos as 8 equações seguintes:

$$\begin{aligned} \text{sen } \delta_0 &= \mathfrak{A} \cos \delta_0 + 0 & + \mathfrak{C} & + \mathfrak{D} \text{ sen } \delta_0 + \mathfrak{C} \cos \delta_0 \\ \text{sen } \delta_4 &= \mathfrak{A} \cos \delta_4 + \mathfrak{B} S_4 + \mathfrak{C} S_4 + \mathfrak{D} \cos \delta_4 - \mathfrak{C} \text{ sen } \delta_4 \\ \text{sen } \delta_8 &= \mathfrak{A} \cos \delta_8 + \mathfrak{B} + 0 & - \mathfrak{D} \text{ sen } \delta_8 - \mathfrak{C} \cos \delta_8 \\ \text{sen } \delta_{12} &= \mathfrak{A} \cos \delta_{12} + \mathfrak{B} S_4 - \mathfrak{C} S_4 - \mathfrak{D} \cos \delta_{12} + \mathfrak{C} \text{ sen } \delta_{12} \\ \text{sen } \delta_{16} &= \mathfrak{A} \cos \delta_{16} + 0 & - \mathfrak{C} & + \mathfrak{D} \text{ sen } \delta_{16} + \mathfrak{C} \cos \delta_{16} \\ \text{sen } \delta_{20} &= \mathfrak{A} \cos \delta_{20} - \mathfrak{B} S_4 - \mathfrak{C} S_4 + \mathfrak{D} \cos \delta_{20} - \mathfrak{C} \text{ sen } \delta_{20} \\ \text{sen } \delta_{24} &= \mathfrak{A} \cos \delta_{24} - \mathfrak{B} + 0 & - \mathfrak{D} \text{ sen } \delta_{24} - \mathfrak{C} \cos \delta_{24} \\ \text{sen } \delta_{28} &= \mathfrak{A} \cos \delta_{28} - \mathfrak{B} S_4 + \mathfrak{C} S_4 - \mathfrak{D} \cos \delta_{28} + \mathfrak{C} \text{ sen } \delta_{28} \end{aligned}$$

Estas equações podem-se grupar da maneira seguinte:

$$\begin{aligned} \text{sen } \delta_4 (1 + \mathfrak{C}) &= (\mathfrak{A} + \mathfrak{D}) \cos \delta_4 + \mathfrak{B} S_4 + \mathfrak{C} S_4 \\ \text{sen } \delta_{20} (1 + \mathfrak{C}) &= (\mathfrak{A} + \mathfrak{D}) \cos \delta_{20} - \mathfrak{B} S_4 - \mathfrak{C} S_4 \\ \text{sen } \delta_{12} (1 - \mathfrak{C}) &= (\mathfrak{A} - \mathfrak{D}) \cos \delta_{12} + \mathfrak{B} S_4 - \mathfrak{C} S_4 \\ \text{sen } \delta_{28} (1 - \mathfrak{C}) &= (\mathfrak{A} - \mathfrak{D}) \cos \delta_{28} - \mathfrak{B} S_4 + \mathfrak{C} S_4 \\ \text{sen } \delta_0 (1 - \mathfrak{D}) &= (\mathfrak{A} + \mathfrak{C}) \cos \delta_0 + \mathfrak{C} \\ \text{sen } \delta_{16} (1 - \mathfrak{D}) &= (\mathfrak{A} + \mathfrak{C}) \cos \delta_{16} - \mathfrak{C} \\ \text{sen } \delta_8 (1 + \mathfrak{D}) &= (\mathfrak{A} - \mathfrak{C}) \cos \delta_8 + \mathfrak{B} \\ \text{sen } \delta_{24} (1 + \mathfrak{D}) &= (\mathfrak{A} - \mathfrak{C}) \cos \delta_{24} - \mathfrak{B} \end{aligned}$$

E estas ainda se podem transformar nas seguintes, combinando-as duas a duas.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2}\right) (1 + \mathfrak{C}) &= (\mathfrak{A} + \mathfrak{D}) & \left(\frac{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}{2}\right) \\ \left(\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2}\right) (1 - \mathfrak{C}) &= (\mathfrak{A} - \mathfrak{D}) & \left(\frac{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}{2}\right) \\ S_4 \left(\frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2}\right) (1 + \mathfrak{C}) &= (\mathfrak{A} + \mathfrak{D}) S_4 \left(\frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2}\right) + \frac{1}{2} \mathfrak{B} + \frac{1}{2} \mathfrak{E} \\ S_4 \left(\frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2}\right) (1 - \mathfrak{C}) &= (\mathfrak{A} - \mathfrak{D}) S_4 \left(\frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2}\right) + \frac{1}{2} \mathfrak{B} - \frac{1}{2} \mathfrak{E} \\ \left(\frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2}\right) (1 - \mathfrak{D}) &= (\mathfrak{A} + \mathfrak{C}) & \left(\frac{\cos \delta_0 - \cos \delta_{16}}{2}\right) \\ \left(\frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2}\right) (1 + \mathfrak{D}) &= (\mathfrak{A} - \mathfrak{C}) & \left(\frac{\cos \delta_8 + \cos \delta_{24}}{2}\right) \\ \left(\frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2}\right) (1 - \mathfrak{D}) &= (\mathfrak{A} + \mathfrak{C}) & \left(\frac{\cos \delta_0 - \cos \delta_{16}}{2}\right) + \mathfrak{E} \\ \left(\frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2}\right) (1 + \mathfrak{D}) &= (\mathfrak{A} - \mathfrak{C}) & \left(\frac{\cos \delta_8 - \cos \delta_{24}}{2}\right) + \mathfrak{E} \end{aligned}$$

As primeiras quatro equações referem-se aos quatro pontos quadrantaes, e as outras quatro aos pontos cardeaes.

Pelas primeiras podemos determinar os quatro coefficients  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , e pelas ultimas os coefficients  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{E}$ , e combinando os valores dos coefficients assim determinados obtemos para os oito rumos principaes.

#### Determinação dos coefficients $\mathfrak{A}$ , $\mathfrak{B}$ , $\mathfrak{C}$ e $\mathfrak{D}$ dos desvios observados nos quatro pontos quadrantaes

Sommando as duas primeiras equações tira-se o seguinte valor de

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} + \frac{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}{2} \frac{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}{2} \right\} + \frac{1}{2} \mathfrak{E} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} - \frac{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}{2} \frac{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}{2} \right\}$$

Subtraindo a 2.<sup>a</sup> da 1.<sup>a</sup> vem o valor de

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ + \frac{1}{2} \mathfrak{G} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ \left\{ \frac{\text{cos } \delta_4 + \text{cos } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{cos } \delta_{12} + \text{cos } \delta_{28}}{2} \right\}$$

Sommando a 3.<sup>a</sup> e 4.<sup>a</sup> vem o valor de

$$\mathfrak{B} = S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ + \mathfrak{G} S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ - \mathfrak{A} S_4 \left\{ \frac{\text{cos } \delta_4 - \text{cos } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{cos } \delta_{12} - \text{cos } \delta_{28}}{2} \right\} \\ - \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\text{cos } \delta_4 - \text{cos } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{cos } \delta_{12} - \text{cos } \delta_{28}}{2} \right\}$$

Subtraindo a 4.<sup>a</sup> da 3.<sup>a</sup> temos

$$\mathfrak{G} = S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ + \mathfrak{G} S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ - \mathfrak{A} S_4 \left\{ \frac{\text{cos } \delta_4 - \text{cos } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{cos } \delta_{12} - \text{cos } \delta_{28}}{2} \right\} \\ - \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\text{cos } \delta_4 - \text{cos } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{cos } \delta_{12} - \text{cos } \delta_{28}}{2} \right\}$$

Estas são as expressões exactas dos 4 coefficients  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{G}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelas observações de desvios nos quatro pontos quadrantes; todas envolvem o coefficiente  $\mathfrak{G}$ , que não pôde ser determinado pelos desvios n'estes quatro pontos.

Devemos notar ainda, que estas expressões envolvem termos de 4.<sup>a</sup> ordem. Assim; o parenthesis da 2.<sup>a</sup> parte de  $\mathfrak{A}$  é igual a

$$2 \mathfrak{D} - \mathfrak{G} \left( \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right) \\ \left( \frac{\text{cos } \delta_4 + \text{cos } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{cos } \delta_{12} + \text{cos } \delta_{28}}{2} \right)$$

e como esta quantidade se acha multiplicada por  $\frac{1}{2} \mathfrak{C}$ , o producto será  $\mathfrak{D}\mathfrak{C} - \frac{1}{2} \mathfrak{C}^2$  (etc.), o qual envolve uma quantidade de 4.<sup>a</sup> ordem. Similhantermente, as expressões dos outros coefficients envolvem quantidades analogas de 4.<sup>a</sup> ordem.

Retendo sómente os termos de 3.<sup>a</sup> ordem, as expressões tornam-se em

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} + \mathfrak{D} \mathfrak{C} \\ \mathfrak{D} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ \mathfrak{B} &= S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} + \mathfrak{C} \mathfrak{C} \\ &- \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\text{cos } \delta_4 - \text{cos } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{cos } \delta_{12} - \text{cos } \delta_{28}}{2} \right\} \\ \mathfrak{C} &= S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} + \mathfrak{B} \mathfrak{C} \\ &- \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\text{cos } \delta_4 - \text{cos } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{cos } \delta_{12} - \text{cos } \delta_{28}}{2} \right\} \end{aligned}$$

Desprezando ainda os termos da 3.<sup>a</sup> ordem, e ficando com os que envolvem os de 2.<sup>a</sup>, teremos:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ \mathfrak{D} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ \mathfrak{B} &= S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ \mathfrak{C} &= S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \end{aligned}$$

E ficando sómente nos terrenos de 1.<sup>a</sup> ordem, teremos:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} + \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2} \right\}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta_4 + \delta_{20}}{2} - \frac{\delta_{12} + \delta_{28}}{2} \right\}$$

$$\mathfrak{C} = S_4 \left\{ \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} + \frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2} \right\}$$

$$\mathfrak{D} = S_4 \left\{ \frac{\delta_4 - \delta_{20}}{2} - \frac{\delta_{12} - \delta_{28}}{2} \right\}$$

Estas são exactamente iguaes ás expressões de A, B, C e D, da equação *approximada*, deduzidas das observações dos quatro pontos quadrantaes.

Determinação dos coefficients  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios observados nos quatro pontos cardeaes

A somma das equações 5.<sup>a</sup> e 6.<sup>a</sup>, pag. 105, dá:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\}$$

$$- \frac{1}{2} \mathfrak{B} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\}$$

A differença das mesmas 5.<sup>a</sup> e 6.<sup>a</sup> equações, dá o valor de

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\}$$

$$- \frac{1}{2} \mathfrak{D} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\}$$

A 7.<sup>a</sup> dá o valor de

$$\mathfrak{B} = (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} - (\mathfrak{A} - \mathfrak{C}) \frac{\text{cos } \delta_8 - \text{cos } \delta_{24}}{2}$$

e a 8.<sup>a</sup> o valor de

$$\mathfrak{C} = (1 - \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2} - (\mathfrak{A} + \mathfrak{C}) \frac{\text{cos } \delta_0 - \text{cos } \delta_{16}}{2}$$

Desprezando os termos de 4.<sup>a</sup> ordem, teremos:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\} - \mathfrak{D} \mathfrak{C}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\} - \mathfrak{D} \mathfrak{A}$$

$$\mathfrak{B} = (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2}$$

$$\mathfrak{C} = (1 - \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2}$$

Retendo sómente os termos de 2.<sup>a</sup> ordem, teremos:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\}$$

$$\mathfrak{B} = (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2}$$

$$\mathfrak{C} = (1 - \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2}$$

E ficando sómente com os termos de 1.<sup>a</sup> ordem, vem:

$$\begin{aligned}\mathfrak{A} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta_0 + \delta_{16}}{2} + \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right\} \\ \mathfrak{C} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta_0 + \delta_{12}}{2} - \frac{\delta_8 + \delta_{24}}{2} \right\} \\ \mathfrak{B} &= \frac{\delta_8 - \delta_{24}}{2} \\ \mathfrak{E} &= \frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2}\end{aligned}$$

Expressões completamente iguaes ás de A, B, C e E, determinadas pelos 4 pontos cardeaes.

#### Determinação dos coefficients $\mathfrak{A}$ , $\mathfrak{B}$ , $\mathfrak{C}$ , $\mathfrak{D}$ e $\mathfrak{E}$ pelos desvios observados nos 8 rumos principaes da agulha

Se tivermos os desvios observados nos 8 principaes pontos N, NE, E, SE, etc., as expressões exactas dos coefficients serão as medias das deduzidas dos quatro pontos quadrantaes e cardeaes.

Desprezando os termos da 4.<sup>a</sup> ordem, podem-se simplificar da maneira seguinte:

$$\begin{aligned}2\mathfrak{A} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2}}{\frac{\text{cos } \delta_4 + \text{cos } \delta_{20}}{2}} + \frac{\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2}}{\frac{\text{cos } \delta_{12} + \text{cos } \delta_{28}}{2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2}}{\frac{\text{cos } \delta_0 + \text{cos } \delta_{16}}{2}} + \frac{\frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2}}{\frac{\text{cos } \delta_8 + \text{cos } \delta_{24}}{2}} \right\} \\ \mathfrak{D} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2}}{\frac{\text{cos } \delta_4 + \text{cos } \delta_{20}}{2}} - \frac{\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2}}{\frac{\text{cos } \delta_{12} + \text{cos } \delta_{28}}{2}} \right\}\end{aligned}$$

que é valor de  $\mathfrak{D}$  deduzido dos 4 pontos quadrantaes.

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2}}{\frac{\text{cos } \delta_0 + \text{cos } \delta_{16}}{2}} - \frac{\frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2}}{\frac{\text{cos } \delta_8 + \text{cos } \delta_{24}}{2}} \right\} - \mathfrak{D} \mathfrak{A}$$

o mesmo valor de  $\mathfrak{G}$ , pelos quatro pontos cardeaes.

$$\begin{aligned}
 2\mathfrak{B} &= S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\
 &- \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2} - \frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2} \right\} + \mathfrak{C} \mathfrak{G} \\
 &\quad + (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} \\
 2\mathfrak{C} &= S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\
 &- \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2} + \frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2} \right\} + \mathfrak{B} \mathfrak{G} \\
 &\quad + (1 - \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2}
 \end{aligned}$$

Desprezando os termos de 3.<sup>a</sup> ordem, as expressões reduzem-se a

$$\begin{aligned}
 2\mathfrak{A} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\} \\
 \mathfrak{D} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\
 \mathfrak{C} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\} \\
 2\mathfrak{B} &= S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\
 &\quad + (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} \\
 2\mathfrak{C} &= S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\
 &\quad + (1 - \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2}
 \end{aligned}$$

Estas formulas recommendam-se pela facilidade na execução das operações. Com effeito, mudando o signal á primeira parte de  $\mathfrak{A}$  resulta o valor de  $\mathfrak{D}$ ; da mesma mudança de signal na segunda parte de  $\mathfrak{A}$  resulta a primeira parte de  $\mathfrak{C}$ ; as duas primeiras partes de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  são compostas das mesmas quantidades, mas differem sómente nos signaes.

Em seguida apresentâmos exemplos de determinação dos va-

lores dos coefficients da equação do desvio da fragata *Warrior*, pelos desvios nos 8 rumos principaes.

Rumos da agulha	Desvios	Rumos da agulha	Desvios
N.	$\delta_0 = - 6^{\circ}30'$	S.	$\delta_{16} = + 5^{\circ}30'$
NE.	$\delta_4 = - 13 \ 0$	SO.	$\delta_{20} = + 28 \ 35$
E.	$\delta_8 = - 22 \ 15$	O.	$\delta_{24} = + 19 \ 15$
SE.	$\delta_{12} = - 23 \ 30$	NO.	$\delta_{28} = + 3 \ 0$
$\delta_4 = - 13^{\circ}.0'$	$\text{sen } \delta_4 = - 0,225$	$\cos \delta_4 = + 0,974$	
$\delta_{20} = + 28 \ 35$	$\text{sen } \delta_{20} = + 0,478$	$\cos \delta_{20} = + 0,878$	
	$\frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} = + 0,126$	$\frac{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}{2} = + 0,926$	
	$\frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} = - 0,352$	$\frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2} = + 0,048$	
	$S_4 = 0,707$		
$S_4 \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} = - 0,248$		$S_4 \frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2} = + 0,034$	
$\delta_{12} = - 23^{\circ}30'$	$\text{sen } \delta_{12} = - 0,399$	$\cos \delta_{12} = + 0,911$	
$\delta_{28} = + 3 \ 0$	$\text{sen } \delta_{28} = + 0,052$	$\cos \delta_{28} = + 0,998$	
	$\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} = - 0,173$	$\frac{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}{2} = + 0,957$	
	$\frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} = - 0,227$	$\frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2} = - 0,040$	
	$S_4 = 0,707$		
$S_4 \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} = - 0,159$		$S_4 \frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2} = - 0,028$	
$\delta_0 = - 6^{\circ}30'$	$\text{sen } \delta_0 = - 0,113$	$\cos \delta_0 = + 0,993$	
$\delta_{16} = + 5 \ 30$	$\text{sen } \delta_{16} = + 0,096$	$\cos \delta_{16} = + 0,995$	
	$\frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} = - 0,008$	$\frac{\cos \delta_0 + \cos \delta_{16}}{2} = + 0,994$	
	$\frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2} = - 0,104$		
$\delta_8 = - 22^{\circ}15'$	$\text{sen } \delta_8 = - 0,379$	$\cos \delta_8 = + 0,926$	
$\delta_{24} = + 19 \ 15$	$\text{sen } \delta_{24} = + 0,330$	$\cos \delta_{24} = + 0,944$	
	$\frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} = - 0,025$	$\frac{\cos \delta_8 + \cos \delta_{24}}{2} = + 0,935$	
	$\frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} = - 0,354$		

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{4} \left\{ \frac{\frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2}}{\frac{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}{2}} + \frac{\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2}}{\frac{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}{2}} + \frac{\frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2}}{\frac{\cos \delta_0 + \cos \delta_{16}}{2}} + \frac{\frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2}}{\frac{\cos \delta_8 + \cos \delta_{24}}{2}} \right\}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{4} \left\{ \frac{0,126}{0,926} - \frac{0,173}{0,937} - \frac{0,008}{0,994} - \frac{0,025}{0,935} \right\} = \frac{1}{4} \{ 0,136 - 0,181 - 0,008 - 0,026 \}$$

$$\mathfrak{A} = -0,020$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2}}{\frac{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}{2}} - \frac{\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2}}{\frac{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}{2}} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{0,126}{0,926} + \frac{0,173}{0,937} \right\}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2} \{ 0,136 + 0,181 \} = +0,158$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2}}{\frac{\cos \delta_0 + \cos \delta_{16}}{2}} - \frac{\frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2}}{\frac{\cos \delta_8 + \cos \delta_{24}}{2}} \right\} - \mathfrak{D} \mathfrak{A}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{0,008}{0,994} + \frac{0,025}{0,935} \right\} - 0,158 \times -0,020$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{2} \{ -0,008 + 0,026 \} + 0,003 = +0,012$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\}$$

$$- \frac{1}{2} \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2} - \frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2} \right\}$$

$$+ \frac{1}{2} (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} + \frac{1}{2} \mathfrak{C} \mathfrak{E}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} \{ -0,248 - 0,159 \} - 0,079 \{ 0,034 + 0,028 \} + 0,579 \times -0,354. \quad (1)$$

$$\mathfrak{D} = -0,203 - 0,005 - 0,205 = -0,413$$

<sup>1</sup> O valor de  $\mathfrak{B}$  envolve  $\mathfrak{C}$ , e o d'este aquelle; porém, como o multiplicador em ambos é  $\mathfrak{C} = +0,012$ , pôde-se desprezar o producto sem erro apreciavel n'este exemplo. Em outros exemplos, querendo approximar, pôde-se substituir no valor de  $\mathfrak{C}$  o valor de  $\mathfrak{B}$  approximado, sem o producto  $\mathfrak{C}\mathfrak{E}$ , com o qual valor se achará  $\mathfrak{C}$ , e este ultimo se substituirá na formula de  $\mathfrak{B}$ .

$$\begin{aligned} \mathfrak{C} &= \frac{1}{2} S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ &- \frac{1}{2} \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2} + \frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2} \right\} \\ &+ \frac{1}{2} (1 - \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2} + \frac{1}{2} \mathfrak{B} \mathfrak{C} \\ \mathfrak{C} &= \frac{1}{2} \left\{ -0,248 + 0,159 \right\} - 0,079 \left\{ 0,034 - 0,028 \right\} + 0,421 \times -0,104 \\ &+ 0,006 \times -0,414 = -0,044 - 0,001 - 0,044 - 0,002 = -0,091. \end{aligned}$$

Exemplo de determinação dos coeficientes  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos 4 pontos quadrantaes, desprezando os termos de 3.<sup>a</sup> ordem ( $\mathfrak{C}$  considera-se igual a zero)

(Veja-se pag. 107)

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{0,126}{0,926} - \frac{0,173}{0,957} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ 0,136 - 0,181 \right\} = -0,022$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} \left\{ 0,136 + 0,181 \right\} = 0,158$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} &= -0,248 - 0,159 \\ &- 0,158 (0,034 + 0,028) \\ &= -0,407 - 0,010 = -0,417 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{C} &= -0,248 + 0,159 \\ &- 0,158 (0,034 - 0,028) \\ &= -0,089 - 0,001 = -0,090 \end{aligned}$$

Exemplo de determinação dos coeficientes  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelos 4 pontos cardeaes, suppondo  $\mathfrak{D} = 0,158$

(Veja-se pag. 109)

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= \frac{1}{2} \left\{ -\frac{0,008}{0,994} - \frac{0,025}{0,935} \right\} = -0,158 \times 0,012 \\ &= \frac{1}{2} \left\{ -0,008 - 0,026 \right\} = -0,002 = -0,019 \\ \mathfrak{C} &= \frac{1}{2} \left\{ -0,008 + 0,026 \right\} + 0,003 = +0,012 \end{aligned}$$

$$\mathfrak{B} = 1,158 \times 0,354 = -0,410$$

$$\mathfrak{C} = 0,842 \times -0,104 = -0,088$$

Tomando os valores medios achados pelos 4 pontos quadrantes e pelos 4 cardeaes, teremos tambem os valores dos coefficients para os 8 rumos principaes.

Assim:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left\{ -0,022 - 0,019 \right\} = -0,020$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2} \left\{ -0,417 - 0,410 \right\} = -0,413$$

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{2} \left\{ -0,090 - 0,088 \right\} = -0,089$$

$$\mathfrak{D} = +0,158$$

$$\mathfrak{E} = +0,012$$

Os valores dos tres primeiros coefficients differem mui pouco dos determinados pelas formulas dos 8 rumos principaes.

$\mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{E}$  não differem, porque são determinados pelas mesmas formulas.

**Determinação dos coefficients  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios observados em um quadrante ou em um semi-circulo**

Das formulas (pag. 104) podemos deduzir os principaes coefficients  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelas observações feitas em uma parte do horisonte, pela circumstancia de  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  serem tão pequenos, que se podem desprezar em caso de necessidade, quando a agulha está collocada no eixo longitudinal do navio, e este se conserva horisontal.

Combinando tres d'aquellas equações podem deduzir-se  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , tendo cuidado de as escolher de sorte que o multiplicador do coefficiente que se buscar seja o maior possivel.

As formulas que se seguem são deduzidas n'este sentido, e dão os meios de determinar  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelas observações feitas em um quadrante ou em um semi-circulo.

Note-se, que n'estas expressões julgou-se preferivel reter os termos envolvendo ainda os coefficients  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$ , mais para mostrar o erro que se commette omitindo-os, do que para se tomarem em conta na applicação pratica das formulas.

## 1.º Quadrante (NE)

Multiplicando a 2.ª por  $S_4$ , e subtrahindo a semi-somma da 1.ª e 3.ª, vem a seguinte expressão

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} \left\{ S_4 \cos \delta_4 - \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_8}{2} \right\} &= S_4 \text{sen } \delta_4 - \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_8}{2} \\ &+ \mathfrak{M} \left\{ -S_4 \cos \delta_4 + \frac{\cos \delta_0 + \cos \delta_8}{2} \right\} \\ &+ \mathfrak{E} \left\{ S_4 \text{sen } \delta_4 + \frac{\cos \delta_0 - \cos \delta_8}{2} \right\} \end{aligned}$$

Da 3.ª se tira

$$\mathfrak{B} = \text{sen } \delta_8 (1 + \mathfrak{D}) - (\mathfrak{M} - \mathfrak{E}) \cos \delta_8$$

E da 1.ª

$$\mathfrak{E} = \text{sen } \delta_0 (1 - \mathfrak{D}) - (\mathfrak{M} + \mathfrak{E}) \cos \delta_0$$

## 2.º Quadrante (SE)

Multiplicando a 2.ª por  $S_4$ , e subtrahindo a semi-somma da 1.ª e 3.ª, resulta:

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} \left\{ S_4 \cos \delta_{12} - \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{16}}{2} \right\} &= -S_4 \text{sen } \delta_{12} + \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{16}}{2} \\ &+ \mathfrak{M} \left\{ +S_4 \cos \delta_{12} - \frac{\cos \delta_8 + \cos \delta_{16}}{2} \right\} \\ &+ \mathfrak{E} \left\{ +S_4 \text{sen } \delta_{12} + \frac{\cos \delta_8 - \cos \delta_{16}}{2} \right\} \end{aligned}$$

Da 3.ª tira-se o mesmo valor de  $\mathfrak{B}$  do 1.º quadrante

$$\mathfrak{B} = \text{sen } \delta_8 (1 + \mathfrak{D}) - (\mathfrak{M} - \mathfrak{E}) \cos \delta_8$$

Da 5.ª tira-se

$$\mathfrak{E} = -\text{sen } \delta_{16} (1 - \mathfrak{D}) + (\mathfrak{M} + \mathfrak{E}) \cos \delta_{16}$$

## 3.º Quadrante (S0)

Multiplicando a 6.ª por  $S_4$ , e subtrahindo a semi-somma da 5.ª e 7.ª, vem:

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} \left\{ S_4 \cos \delta_{20} - \frac{\text{sen } \delta_{16} - \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\} &= S_4 \text{sen } \delta_{20} + \frac{\text{sen } \delta_{16} + \text{sen } \delta_{24}}{2} \\ &+ \mathfrak{A} \left\{ -S_4 \cos \delta_{20} + \frac{\cos \delta_{16} + \cos \delta_{24}}{2} \right\} \\ &+ \mathfrak{E} \left\{ +S_4 \text{sen } \delta_{20} - \frac{\cos \delta_{16} - \cos \delta_{24}}{2} \right\} \end{aligned}$$

A 7.ª dá

$$\mathfrak{B} = -\text{sen } \delta_{24} (1 + \mathfrak{D}) + (\mathfrak{A} - \mathfrak{E}) \cos \delta_{24}$$

E a 5.ª dá

$$\mathfrak{C} = -\text{sen } \delta_{16} (1 - \mathfrak{D}) + (\mathfrak{A} + \mathfrak{E}) \cos \delta_{16}$$

igual ao valor de  $\mathfrak{E}$  precedente.

## 4.º Quadrante (N0)

Multiplicando a 8.ª por  $S_4$ , e subtrahindo a semi-somma da 1.ª e 7.ª, vem:

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} \left\{ S_4 \cos \delta_{28} + \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\} &= -S_4 \text{sen } \delta_{28} + \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \\ &+ \mathfrak{A} \left\{ +S_4 \cos \delta_{28} - \frac{\cos \delta_0 + \cos \delta_{24}}{2} \right\} \\ &+ \mathfrak{E} \left\{ +S_4 \text{sen } \delta_{28} - \frac{\cos \delta_0 - \cos \delta_{24}}{2} \right\} \end{aligned}$$

A 7.ª dá

$$\mathfrak{B} = -\text{sen } \delta_{24} (1 + \mathfrak{D}) + (\mathfrak{A} - \mathfrak{E}) \cos \delta_{24}$$

(o mesmo valor do 3.º quadrante).

E da 1.ª tira-se:

$$\mathfrak{C} = \text{sen } \delta_0 (1 - \mathfrak{D}) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{E}) \cos \delta_0$$

(o mesmo valor do 1.º quadrante).

Expressões dos coeficientes  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelas observações nos 4 semi-círculos, terminando por 2 pontos cardeais

1.º Semi-círculo (N-E-S)

Da (2.<sup>a</sup> — 4.<sup>a</sup>) — (1.<sup>a</sup> — 5.<sup>a</sup>)  $S_4$  se tira

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} [\cos \delta_4 + \cos \delta_{12} - S_4 (\sin \delta_0 - \sin \delta_{16})] &= \\ &= \sin \delta_4 - \sin \delta_{12} - S_4 (\sin \delta_0 - \sin \delta_{16}) \\ - \mathfrak{A} [\cos \delta_4 - \cos \delta_{12} - S_4 (\cos \delta_0 - \cos \delta_{16})] \\ + \mathfrak{C} [\sin \delta_4 + \sin \delta_{12} + S_4 (\cos \delta_0 - \cos \delta_{16})] \end{aligned}$$

Da 3.<sup>a</sup> tira-se

$$\mathfrak{B} = \sin \delta_8 (1 + \mathfrak{D}) - (\mathfrak{A} - \mathfrak{C}) \cos \delta_8$$

Da 1.<sup>a</sup> — 5.<sup>a</sup> deduz-se

$$\mathfrak{C} = \frac{\sin \delta_0 - \sin \delta_{16}}{2} (1 - \mathfrak{D}) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) \frac{\cos \delta_0 - \cos \delta_{16}}{2}$$

2.º Semi-círculo (N-O-S)

Da (6.<sup>a</sup> — 8.<sup>a</sup>) + (1.<sup>a</sup> — 5.<sup>a</sup>)  $S_4$  tira-se

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} [\cos \delta_{20} + \cos \delta_{28} + S_4 (\sin \delta_{20} - \sin \delta_{16})] &= \\ &= \sin \delta_{20} - \sin \delta_{28} + S_4 (\sin \delta_0 - \sin \delta_{16}) \\ - \mathfrak{A} [\cos \delta_{20} - \cos \delta_{28} + S_4 (\cos \delta_0 - \cos \delta_{16})] \\ + \mathfrak{C} [\sin \delta_{20} + \sin \delta_{28} - S_4 (\cos \delta_0 - \cos \delta_{16})] \end{aligned}$$

Da 7.<sup>a</sup> tira-se

$$\mathfrak{B} = -\sin \delta_{24} (1 + \mathfrak{D}) + (\mathfrak{A} - \mathfrak{C}) \cos \delta_{24}$$

Da 1.<sup>a</sup> — 5.<sup>a</sup> resulta:

$$\mathfrak{C} = \frac{\sin \delta_0 - \sin \delta_{16}}{2} (1 - \mathfrak{D}) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) \frac{\cos \delta_0 - \cos \delta_{16}}{2}$$

## 3.º Semi-circulo (0-N-E)

Da (2.<sup>a</sup>—8.<sup>a</sup>)—(3.<sup>a</sup>—7.<sup>a</sup>)  $S_4$  resulta

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} [\cos \delta_4 + \cos \delta_{28} + S_4 (\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24})] &= \\ &= \text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{28} - S_4 (\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}) \\ &- \mathfrak{A} [\cos \delta_4 - \cos \delta_{28} - S_4 (\cos \delta_8 - \cos \delta_{24})] \\ &+ \mathfrak{G} [\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{28} - S_4 (\cos \delta_8 - \cos \delta_{24})] \end{aligned}$$

Da (3.<sup>a</sup>—7.<sup>a</sup>) resulta:

$$\mathfrak{B} = \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} (1 + \mathfrak{D}) - (\mathfrak{A} - \mathfrak{G}) \frac{\cos \delta_8 - \cos \delta_{24}}{2}$$

E da 1.<sup>a</sup> tira-se:

$$\mathfrak{G} = \text{sen } \delta_0 (1 - \mathfrak{D}) - (\mathfrak{A} + \mathfrak{G}) \cos \delta_0$$

## 4.º Semi-circulo (E-S-0)

Da (6.<sup>a</sup>—4.<sup>a</sup>) + (3.<sup>a</sup>—7.<sup>a</sup>)  $S_4$  resulta:

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} [\cos \delta_{12} + \cos \delta_{20} - S_4 (\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24})] &= \\ &= \text{sen } \delta_{20} - \text{sen } \delta_{12} + S_4 (\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}) \\ &+ \mathfrak{A} [\cos \delta_{12} - \cos \delta_{20} - S_4 (\cos \delta_8 - \cos \delta_{24})] \\ &+ \mathfrak{G} [\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{20} + S_4 (\cos \delta_8 - \cos \delta_{24})] \end{aligned}$$

Da (3.<sup>a</sup>—7.<sup>a</sup>) tira-se:

$$\mathfrak{B} = \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} (1 + \mathfrak{D}) - (\mathfrak{A} - \mathfrak{G}) \frac{\cos \delta_8 - \cos \delta_{24}}{2}$$

E da 5.<sup>a</sup> resulta o valor de

$$\mathfrak{G} = -\text{sen } \delta_{16} (1 - \mathfrak{D}) + (\mathfrak{A} + \mathfrak{G}) \cos \delta_{16}$$

Expressões dos coefficients  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelas observações de desvios em 3 pontos quadrantaes seguidos, ou em semi-circulos terminados por 2 pontos quadrantaes, suppondo  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero.

Semi-circulo (NO-NE-SE)

Sommando a 4.<sup>a</sup> com a 8.<sup>a</sup>, vem:

$$\mathfrak{D} = - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}$$

Das (2.<sup>a</sup> + 4.<sup>a</sup>)  $S_4$  resulta:

$$\mathfrak{B} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{12}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{12})$$

E das (2.<sup>a</sup> + 8.<sup>a</sup>)  $S_4$  tira-se

$$\mathfrak{C} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{28}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{28})$$

Semi-circulo (NE-SE-SO)

Sommando a 2.<sup>a</sup> com a 6.<sup>a</sup>, vem:

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}$$

Das (2.<sup>a</sup> + 4.<sup>a</sup>)  $S_4$  resulta

$$\mathfrak{B} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{12}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{12})$$

Das (4.<sup>a</sup> + 6.<sup>a</sup>)  $S_4$  se tira

$$\mathfrak{C} = - S_4 (\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{20}) \\ - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{12} - \cos \delta_{20})$$

Semi-circulo (SE-SO-NO)

Sommando a 4.<sup>a</sup> com a 8.<sup>a</sup>, resulta:

$$\mathfrak{D} = - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}$$

Das (6.<sup>a</sup> + 8.<sup>a</sup>) S<sub>4</sub> tira-se:

$$\mathfrak{B} = -S_4 (\text{sen } \delta_{20} + \text{sen } \delta_{28}) + \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{20} - \cos \delta_{28})$$

Das (4.<sup>a</sup> + 6.<sup>a</sup>)  $\times -S_4$  resulta:

$$\mathfrak{C} = -S_4 (\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{20}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{12} - \cos \delta_{20})$$

Semi-circulo (S0 - N0 - NE)

Sommando a 2.<sup>a</sup> com a 6.<sup>a</sup>, vem:

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}$$

Das (6.<sup>a</sup> + 8.<sup>a</sup>) S<sub>4</sub> resulta:

$$\mathfrak{B} = -S_4 (\text{sen } \delta_{20} + \text{sen } \delta_{28}) + \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{20} - \cos \delta_{28})$$

E das (2.<sup>a</sup> + 8.<sup>a</sup>) S<sub>4</sub> tira-se:

$$\mathfrak{C} = S_4 (\text{sen } \delta_2 + \text{sen } \delta_{28}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{28})$$

Podem empregar-se estas formulas e as do quadrante completo, que contém qualquer d'estes semi-circulos, se houver observações de desvios correspondentes, e tomar a media dos valores achados para cada coeeficiente.

**Exemplos da determinação dos valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ ,  
pelas observações de desvios nos 4 quadrantes,  
 $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  suppostos iguaes a zero**

1.<sup>o</sup> Quadrante (NE)

Rumos	Desvios		
N.	$\delta_0 = + 2^{\circ} 0'$	$\text{sen } \delta_4 = + 0,325$	$S_4 \text{ sen } \delta_4 = + 0,229$
NE.	$\delta_4 = + 19 0$	$\cos \delta_4 = + 0,945$	$S_4 \text{ sen } \delta_4 = + 0,668$
E.	$\delta_8 = + 16 30$	$\text{sen } \delta_0 = + 0,034$	
		$\text{sen } \delta_8 = + 0,284$	

$$\frac{1}{2} \text{ somma} = + 0,159$$

$$\frac{1}{2} \text{ differença} = - 0,125$$

$$\mathfrak{D} = \frac{S_4 \operatorname{sen} \delta_4 - \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_0 + \operatorname{sen} \delta_8)}{S_4 \cos \delta_4 - \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_0 + \operatorname{sen} \delta_8)}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{0,229 - 0,159}{0,668 + 0,125} = \frac{0,070}{0,793} = +0,088$$

$$1 + \mathfrak{D} = +1,083 \quad 1 - \mathfrak{D} = +0,912$$

$$\mathfrak{B} = (1 + \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \delta_8 = 1,088 \times 0,284 = +0,309$$

$$\mathfrak{C} = (1 - \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \delta_0$$

$$\mathfrak{C} = 0,912 \times 0,034 = +0,031$$

### 2.º Quadrante (SE)

Rumos      Desvios

E.     $\delta_8 = +16^\circ 30'$

SE.    $\delta_{12} = +5^\circ 20'$

S.     $\delta_{16} = +2^\circ 30'$

$\operatorname{sen} \delta_{12} = +0,092 \dots S_4 \operatorname{sen} \delta_{12} = +0,065$

$\cos \delta_{12} = +0,995 \dots S_4 \cos \delta_{12} = +0,703$

$\operatorname{sen} \delta_8 = +0,284$

$\operatorname{sen} \delta_{16} = +0,043$

$\frac{1}{2}$  somma = +0,120

$\frac{1}{2}$  diferença = +0,163

$$\mathfrak{D} = \frac{-S_4 \operatorname{sen} \delta_{12} + \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_8 + \operatorname{sen} \delta_{16})}{S_4 \cos \delta_{12} - \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_8 + \operatorname{sen} \delta_{16})}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{-0,065 + 0,120}{0,703 - 0,540} = \frac{0,055}{0,540} = +0,101$$

$$1 + \mathfrak{D} = +1,101 \quad 1 - \mathfrak{D} = +0,899$$

$$\mathfrak{B} = (1 + \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \delta_8 = 1,101 \times 0,284 = +0,314$$

$$\mathfrak{C} = -(1 - \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \delta_{16} = 0,899 \times 0,043$$

$$\mathfrak{C} = +0,038$$

### 3.º Quadrante (SO)

Rumos      Desvios

S.     $\delta_{16} = -2^\circ 30'$

SO.    $\delta_{20} = -9^\circ 20'$

O.     $\delta_{24} = -17^\circ 10'$

$\operatorname{sen} \delta_{20} = -0,162 \dots S_4 \operatorname{sen} \delta_{20} = -0,114$

$\cos \delta_{20} = +0,986 \dots S_4 \cos \delta_{20} = +0,696$

$\operatorname{sen} \delta_{16} = -0,043$

$\operatorname{sen} \delta_{24} = -0,295$

$\frac{1}{2}$  somma = -0,169

$\frac{1}{2}$  diferença = +0,126

$$\mathfrak{D} = \frac{S_4 \operatorname{sen} \delta_{20} - \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_{16} + \operatorname{sen} \delta_{24})}{S_4 \cos \delta_{20} - \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_{16} - \operatorname{sen} \delta_{24})}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{-0,114 + 0,169}{0,696 - 0,126} = \frac{0,055}{0,570} = + 0,096$$

$$1 + \mathfrak{D} = 1,096 \quad 1 - \mathfrak{D} = 0,904$$

$$\mathfrak{B} = -(1 + \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \delta_{24} = -1,096 \times -0,295 = + 0,323$$

$$\mathfrak{C} = -(1 - \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \delta_{16} = -0,904 \times -0,043 = + 0,038$$

## 4.º Quadrante (NO)

Rumos	Desvios	
O.	$\delta_{24} = -17^\circ 10'$	$\operatorname{sen} \delta_{28} = -0,278 \dots S_4 \operatorname{sen} \delta_{28} = -0,196$
NO.	$\delta_{28} = -16 \ 10$	$\cos \delta_{28} = +0,960 \dots S_4 \cos \delta_{28} = +0,679$
N.	$\delta_0 = + 2 \ 0$	$\operatorname{sen} \delta_0 = +0,034$
		$\operatorname{sen} \delta_{24} = -0,295$
		$\frac{1}{2} \text{somma} = -0,130$
		$\frac{1}{2} \text{diferença} = +0,164$

$$\mathfrak{D} = \frac{-S_4 \operatorname{sen} \delta_{28} + \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_0 + \operatorname{sen} \delta_{24})}{S_4 \cos \delta_{28} + \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_0 - \operatorname{sen} \delta_{24})}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{0,196 - 0,130}{0,679 + 0,164} = \frac{0,066}{0,843} = + 0,078$$

$$1 + \mathfrak{D} = + 1,078 \quad 1 - \mathfrak{D} = + 0,922$$

$$\mathfrak{B} = -(1 + \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \delta_{24} = -1,078 \times -0,295 = + 0,317$$

$$\mathfrak{C} = (1 - \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \delta_0 = + 0,922 \times + 0,034 = + 0,031$$

Exemplos de determinação dos coeficientes  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelos desvios observados em um semi-circulo terminado por 2 pontos cardeaes

## Semi-circulo (N-E-S)

Rumos	Desvios	
N.	$\delta_0 = + 2^\circ 0$	$\operatorname{sen} \delta_4 = +0,325 \quad \cos \delta_4 = +0,945$
NE.	$\delta_4 = + 19 \ 0$	$\operatorname{sen} \delta_{12} = +0,092 \quad \cos \delta_{12} = +0,995$
E.	$\delta_8 = + 16 \ 30$	$\operatorname{sen} \delta_0 = +0,034 \quad S_4 \operatorname{sen} \delta_0 = +0,023$
SE.	$\delta_{12} = + 5 \ 20$	$\operatorname{sen} \delta_{16} = -0,043 \quad S_4 \operatorname{sen} \delta_{16} = -0,030$
S.	$\delta_{16} = - 2 \ 30$	$\operatorname{sen} \delta_8 = +0,284 \quad \frac{\operatorname{sen} \delta_0 - \operatorname{sen} \delta_{16}}{2} = +0,038$

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{12} - S_4 \text{ sen } \delta_0 + S_4 \text{ sen } \delta_{16}}{\cos \delta_4 + \cos \delta_{12} - S_4 \text{ sen } \delta_0 + S_4 \text{ sen } \delta_{16}} \\ &= \frac{0,325 - 0,092 - 0,023 - 0,030}{0,945 + 0,995 - 0,023 - 0,030} = \frac{0,180}{1,887} = + 0,095 \end{aligned}$$

$$1 + \mathfrak{D} = + 1,095 \quad 1 - \mathfrak{D} = + 0,905$$

$$\mathfrak{B} = (1 + \mathfrak{D}) \text{ sen } \delta_8 = + 1,095 \times + 0,284 = + 0,311$$

$$\mathfrak{C} = (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2} = + 0,905 \times + 0,038$$

$$\mathfrak{C} = + 0,034$$

## Semi-circulo (S-0-N)

Rumos Desvios

S.	$\delta_{16} = - 2^{\circ} 30'$	}	$\text{sen } \delta_{20} = - 0,162$	$\cos \delta_0 = + 0,986$
SO.	$\delta_{20} = - 9 30$		$\text{sen } \delta_{28} = - 0,278$	$\cos \delta_{24} = + 0,960$
O.	$\delta_{24} = - 17 10$		$\text{sen } \delta_0 = + 0,034$	$S_4 \text{ sen } \delta_0 = + 0,024$
NO.	$\delta_{28} = - 16 10$		$\text{sen } \delta_{16} = - 0,043$	$S_4 \text{ sen } \delta_{16} = - 0,031$
N.	$\delta_0 = + 2 0$		$\text{sen } \delta_{24} = - 0,295$	$\frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2} = + 0,038$

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{\text{sen } \delta_{20} - \text{sen } \delta_{28} + S_4 \text{ sen } \delta_0 - S_4 \text{ sen } \delta_{16}}{\cos \delta_{20} + \cos \delta_{28} + S_4 \text{ sen } \delta_0 - S_4 \text{ sen } \delta_{16}} \\ &= \frac{- 0,162 + 0,278 + 0,024 + 0,031}{0,986 + 0,960 + 0,024 + 0,031} = \frac{0,171}{2,001} = + 0,086 \end{aligned}$$

$$1 + \mathfrak{D} = + 1,086 \quad 1 - \mathfrak{D} = + 0,914$$

$$\mathfrak{B} = -(1 + \mathfrak{D}) \text{ sen } \delta_{24} = - 1,086 \times - 0,295 = + 0,320$$

$$\mathfrak{C} = (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2} = + 0,914 \times + 0,038 = + 0,034$$

## Semi-circulo (E-S-0)

Rumos Desvios

E.	$\delta_8 = + 16^{\circ} 30'$	}	$\text{sen } \delta_{20} = - 0,162$	$\cos \delta_{20} = + 0,986$
SE.	$\delta_{12} = + 5 20$		$\text{sen } \delta_{12} = + 0,092$	$\cos \delta_{12} = + 0,995$
S.	$\delta_{16} = - 2 30$		$\text{sen } \delta_8 = + 0,284$	$S_4 \text{ sen } \delta_8 = + 0,201$
SO.	$\delta_{20} = - 9 20$		$\text{sen } \delta_{24} = - 0,295$	$S_4 \text{ sen } \delta_{24} = + 0,208$
O.	$\delta_{24} = - 17 10$		$\text{sen } \delta_{16} = - 0,043$	$\frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} = + 0,289$

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{\text{sen } \delta_{20} - \text{sen } \delta_{12} + S_4 \text{ sen } \delta_8 - S_4 \text{ sen } \delta_{24}}{\cos \delta_{20} + \cos \delta_{12} - S_4 \text{ sen } \delta_8 + S_4 \text{ sen } \delta_{24}} \\ &= \frac{- 0,162 - 0,092 + 0,201 + 0,208}{0,986 + 0,995 - 0,201 - 0,208} = \frac{0,155}{1,572} = + 0,098 \end{aligned}$$

$$1 + \mathfrak{D} = + 1,098 \quad 1 - \mathfrak{D} = + 0,902$$

$$\mathfrak{B} = (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} = 1,098 \times 0,289 = + 0,317$$

$$\mathfrak{C} = -(1 - \mathfrak{D}) \text{ sen } \delta_{16} = - 0,902 \times - 0,043 = + 0,038$$

## Semi-circulo (0-N-E)

Rumos	Desvios		
O.	$\delta_{24} = -17^{\circ} 10'$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{sen } \delta_4 = +0,325 \\ \text{sen } \delta_{28} = -0,278 \\ \text{sen } \delta_8 = +0,284 \\ \text{sen } \delta_{24} = -0,295 \\ \text{sen } \delta_0 = +0,034 \end{array} \right.$	$\cos \delta_4 = +0,945$
NO.	$\delta_{28} = -16 10$		$\cos \delta_{28} = +0,960$
N.	$\delta_0 = + 2 0$		$S_4 \text{ sen } \delta_8 = +0,201$
NE.	$\delta_4 = +19 0$		$S_4 \text{ sen } \delta_{24} = -0,208$
E.	$\delta_8 = +16 30$		$\frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} = +0,289$

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{28} - S_4 \text{ sen } \delta_8 + S_4 \text{ sen } \delta_{24}}{\cos \delta_4 + \cos \delta_{28} + S_4 \text{ sen } \delta_8 - S_4 \text{ sen } \delta_{24}}$$

$$= \frac{0,325 + 0,278 - 0,201 - 0,208}{0,945 + 0,960 + 0,201 + 0,208} = \frac{+0,194}{+2,314} = +0,084$$

$$1 + \mathfrak{D} = +1,084 \qquad 1 - \mathfrak{D} = +0,916$$

$$\mathfrak{B} = (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} = +1,084 \times +0,289 = +0,313$$

$$\mathfrak{C} = (1 - \mathfrak{D}) \text{sen } \delta_0 = +0,916 \times +0,034 = +0,031$$

Exemplos de determinação dos coeficientes  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelos desvios observados em um semi-circulo terminado por 2 pontos quadrantaes

## 1.º Semi-circulo (N0-NE-SE)

Rumos	Desvios		
NO.	$\delta_{28} = -16^{\circ} 10'$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{sen } \delta_{12} = +0,092 \dots \\ \text{sen } \delta_{28} = -0,278 \dots \\ \text{sen } \delta_4 = +0,325 \dots \end{array} \right.$	$\cos \delta_{12} = +0,995$
NE.	$\delta_4 = +19 0$		$\cos \delta_{28} = +0,960$
SE.	$\delta_{12} = + 5 20$		$\cos \delta_4 = +0,945$

$$\mathfrak{D} = -\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}} = -\frac{0,092 - 0,278}{0,995 + 0,960} = \frac{+0,186}{1,955} = +0,095$$

$$\mathfrak{B} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{12}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{12})$$

$$= 0,707 \times 0,417 + 0,095 \times 0,707 \times 0,050 = +0,298$$

$$\mathfrak{C} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{28}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{28})$$

$$= 0,707 \times 0,047 - 0,095 \times 0,707 \times -0,045 = +0,032$$

## 2.º Semi-circulo (NE-SE-S0)

Rumos	Desvios		
NE.	$\delta_4 = +19^{\circ} 0'$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{sen } \delta_4 = +0,325 \dots \\ \text{sen } \delta_{20} = -0,162 \dots \\ \text{sen } \delta_{12} = +0,092 \dots \end{array} \right.$	$\cos \delta_4 = +0,945$
SE.	$\delta_{12} = + 5 20$		$\cos \delta_{20} = +0,986$
S0.	$\delta_{40} = - 9 20$		$\cos \delta_{12} = +0,995$

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}} = \frac{0,325 - 0,162}{0,945 + 0,986} = \frac{0,163}{1,931} = + 0,084$$

$$\mathfrak{B} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{12}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{12}) \\ = 0,707 \times 0,417 - 0,084 \times 0,707 \times -0,050 = + 0,298$$

$$\mathfrak{C} = -S_4 (\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{20}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{12} - \cos \delta_{20})$$

$$\mathfrak{C} = -0,707 \times -0,070 - 0,084 \times 0,707 \times 0,009 = + 0,049$$

### 3.º Semi-circulo (SE-SO-NO)

Rumos	Desvios
SE.	$\delta_{12} = + 5^\circ 20'$
SO.	$\delta_{20} = - 9 20$
NO.	$\delta_{28} = - 16 10$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sen } \delta_{12} = + 0,092 \dots \cos \delta_{12} = + 0,995 \\ \text{sen } \delta_{28} = - 0,278 \dots \cos \delta_{28} = + 0,960 \\ \text{sen } \delta_{20} = - 0,162 \dots \cos \delta_{20} = + 0,986 \end{array} \right.$$

$$\mathfrak{D} = -\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}} = -\frac{0,092 - 0,278}{0,995 + 0,960} = \frac{0,186}{1,955} = + 0,095$$

$$\mathfrak{B} = -S_4 (\text{sen } \delta_{20} + \text{sen } \delta_{28}) + \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{20} - \cos \delta_{28}) \\ = -0,707 \times -0,440 + 0,095 \times 0,707 \times 0,026 = + 0,313$$

$$\mathfrak{C} = -S_4 (\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{20}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{12} - \cos \delta_{20})$$

### 4.º Semi-circulo (SO-NO-NE)

Rumos	Desvios
SO. . . .	$\delta_{20} = - 9^\circ 20'$
NO. . . .	$\delta_{28} = - 16 10$
NE. . . .	$\delta_4 = + 19 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sen } \delta_4 = + 0,325 \dots \cos \delta_4 = + 0,945 \\ \text{sen } \delta_{20} = - 0,162 \dots \cos \delta_{20} = + 0,986 \\ \text{sen } \delta_{28} = - 0,278 \dots \cos \delta_{28} = + 0,960 \end{array} \right.$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}} = \frac{0,325 - 0,162}{0,945 + 0,986} = \frac{0,163}{1,931} = 0,084$$

$$\mathfrak{B} = -S_4 (\text{sen } \delta_{20} + \text{sen } \delta_{28}) + \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{20} - \cos \delta_{28})$$

$$\mathfrak{B} = -0,707 \times -0,440 + 0,084 \times 0,707 \times 0,026 = + 0,313$$

$$\mathfrak{C} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{28}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{28})$$

$$= 0,707 \times 0,047 - 0,084 \times 0,707 \times -0,015 = + 0,033.$$

Todas as expressões dos 3 coefficients, que temos tratado, têm sido deduzidas de observações de desvios em rumos equidistantes, de 45° ou 90.º, e em pontos cardeaes ou quadrantaes. Tambem se podem obter os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  de observações de desvios, feitas em quaesquer 3 rumos, satisfazendo estes, comtudo, a certas condições, para que os mesmos valores sejam sufficientemente approximados.

Determinação dos coefficients  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelos desvios observados em 3 rumos

Sejam os desvios  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ , nos rumos da agulha  $\zeta'_1, \zeta'_2, \zeta'_3$ .

A equação geral, suppondo  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero, dá para os tres desvios:

$$\begin{aligned}\text{sen } \delta_1 &= \mathfrak{B} \text{ sen } \zeta'_1 + \mathfrak{C} \text{ cos } \zeta'_1 + \mathfrak{D} \text{ sen } (2 \zeta'_1 + \delta_1) \\ \text{sen } \delta_2 &= \mathfrak{B} \text{ sen } \zeta'_2 + \mathfrak{C} \text{ cos } \zeta'_2 + \mathfrak{D} \text{ sen } (2 \zeta'_2 + \delta_2) \\ \text{sen } \delta_3 &= \mathfrak{B} \text{ sen } \zeta'_3 + \mathfrak{C} \text{ cos } \zeta'_3 + \mathfrak{D} \text{ sen } (2 \zeta'_3 + \delta_3)\end{aligned}$$

Multiplicando a 1.<sup>a</sup> por  $\text{sen } (\zeta'_3 - \zeta'_2)$ , a 2.<sup>a</sup> por  $\text{sen } (\zeta'_1 - \zeta'_3)$  e a 3.<sup>a</sup> por  $\text{sen } (\zeta'_2 - \zeta'_1)$ , e sommando-as desapparecem os termos affectos de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , e resta sómente

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_1 \text{ sen } (\zeta'_3 - \zeta'_2) + \text{sen } \delta_2 \text{ sen } (360 + \zeta'_1 - \zeta'_3) + \text{sen } \delta_3 \text{ sen } (\zeta'_2 - \zeta'_1)}{\text{sen } (2\zeta'_1 + \delta_1) \text{ sen } (\zeta'_3 - \zeta'_2) + \text{sen } (2\zeta'_2 + \delta_2) \text{ sen } (\zeta'_1 - \zeta'_3) + \text{sen } (2\zeta'_3 + \delta_3) \text{ sen } (\zeta'_2 - \zeta'_1)}$$

Multiplicando a 1.<sup>a</sup> por  $\text{sen } \zeta'_2$  e a 2.<sup>a</sup> por  $\text{sen } \zeta'_1$  e subtrahindo a 1.<sup>a</sup> da 2.<sup>a</sup>, vem:

$$\mathfrak{C} = \frac{\text{sen } \delta_1 \text{ sen } \zeta'_2 - \text{sen } \delta_2 \text{ sen } \zeta'_1}{\text{sen } (\zeta'_2 - \zeta'_1)} - \mathfrak{D} \frac{\text{sen } (2 \zeta'_1 + \delta_1) \text{ sen } \zeta'_2 - \text{sen } (2 \zeta'_2 + \delta_2) \text{ sen } \zeta'_1}{\text{sen } (\zeta'_2 - \zeta'_1)}$$

Da 1.<sup>a</sup> tira-se

$$\mathfrak{B} = \frac{\text{sen } \delta_1}{\text{sen } \zeta'_1} - \mathfrak{C} \text{ cotg } \zeta'_1 - \mathfrak{D} \frac{\text{sen } (2 \zeta'_1 + \delta_1)}{\text{sen } \zeta'_1}$$

Estas formulas, para darem valores sufficientemente approximados, exigem que  $\zeta'_1$  não seja muito pequeno, nem proximo de  $180^\circ$ , e tambem que  $\zeta'_2 - \zeta'_1$  seja longe d'este ultimo valor.

Damos em seguida um exemplo de determinação dos 3 coefficients  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelas observações de desvios em 3 rumos.

Rumos	Desvios				
N. 50° E.	$\delta_1 = + 19^\circ 10'$	$\left. \begin{aligned} \zeta'_1 &= + 50^\circ \\ \zeta'_2 &= 175 \\ \zeta'_3 &= 225 \end{aligned} \right\} \text{sen } \delta_1 = + 0,328 \quad \left. \begin{aligned} \text{sen } \delta_1 &= + 0,766 \\ \text{sen } \delta_2 &= - 0,012 \\ \text{sen } \delta_3 &= - 0,162 \end{aligned} \right\} \text{sen } \zeta'_1 = + 0,766$			
S. 5 SE.	$\delta_2 = - 1 40$				
SO.	$\delta_3 = - 9 20$				
				$\text{cos } \zeta'_1 = + 0,642$	

$$\begin{array}{ll}
 \zeta'_3 - \zeta'_2 = 50^\circ & \text{sen}(\zeta'_3 - \zeta'_2) = \dots\dots + 0,766 \\
 360^\circ + \zeta'_1 - \zeta'_3 = 185 & \text{sen}(360^\circ + \zeta'_1 - \zeta'_3) = -0,087 \\
 \zeta'_2 - \zeta'_1 = 125 & \text{sen}(\zeta'_2 - \zeta'_1) = \dots\dots + 0,819 \\
 2\zeta'_1 - \delta'_1 = 119\ 40' & \text{sen}(2\zeta'_1 + \delta'_1) = \dots\dots + 0,873 \\
 2\zeta'_2 + \delta_2 = 348\ 20 & \text{sen}(2\zeta'_2 + \delta_2) = \dots\dots - 0,202 \\
 2\zeta'_3 + \delta_3 = 440\ 40 & \text{sen}(2\zeta'_3 + \delta_3) = \dots\dots + 0,987
 \end{array}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_1 \text{ sen}(\zeta'_3 - \zeta'_2) + \text{sen } \delta_2 \text{ sen}(\zeta'_1 - \zeta'_3) + \text{sen } \delta_3 \text{ sen}(\zeta'_2 - \zeta'_1)}{\text{sen}(2\zeta'_1 + \delta_1) \text{ sen}(\zeta'_3 - \zeta'_2) + \text{sen}(2\zeta'_2 + \delta_2) \text{ sen}(\zeta'_1 - \zeta'_3) + \text{sen}(2\zeta'_3 + \delta_3) \text{ sen}(\zeta'_2 - \zeta'_1)}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{0,328 \times 0,766 - 0,012 \times -0,087 - 0,162 \times +0,819}{0,873 \times 0,766 - 0,202 \times -0,087 + 0,987 \times 0,819} = \frac{0,119}{1,494} = +0,080$$

$$\mathfrak{C} = \frac{0,328 \times 0,087 + 0,012 \times 0,766}{0,819} - 0,080 \frac{0,873 \times 0,087 + 0,202 \times 0,767}{0,819}$$

$$= 0,046 - 0,023 = +0,023$$

$$\mathfrak{B} = \frac{\text{sen } \delta_1}{\text{sen } \zeta'_1} - \mathfrak{C} \frac{\cos \zeta'_1}{\text{sen } \zeta'_1} - \mathfrak{D} \frac{\text{sen}(2\zeta'_1 + \delta_1)}{\text{sen } \zeta'_1}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{0,328}{0,766} - 0,023 \frac{0,642}{0,766} - 0,080 \frac{0,873}{0,766} = \frac{0,243}{0,766} = +0,317$$

O valor de  $\mathfrak{C}$  deduz-se de duas das tres equações, e o de  $\mathfrak{B}$  sómente de uma qualquer d'aquellas equações; d'onde se conclue, que, se conhecermos ou podémos avaliar  $\mathfrak{D}$  por qualquer meio, póde-se determinar os valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  pelas observações de desvios em 2 rumos.

As expressões de  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{B}$  acima são perfeitamente adequadas para este caso.

#### Determinação dos coefficients $\mathfrak{B}$ , $\mathfrak{C}$ e $\mathfrak{D}$ , por meio de observações de desvios e de força horisontal feitas em 2 rumos

Quando ha circumstancias que impedem observar os desvios em mais de 1 ou 2 rumos, as observações de força horisontal, feitas nos mesmos rumos dos desvios observados, supprirão com vantagem maior numero de observações de desvios.

#### Observações feitas em 2 rumos quaesquer

Este modo de deducção dos coefficients, que se póde empregar em certos casos, é derivado das equações 4b e 5b, suppondo  $\mathfrak{A}$  e

⊗ iguaes a zero; estas equações (4 b e 5 b) podem tomar a fórma seguinte.

$$\mathfrak{B} = + \frac{1}{\lambda} \frac{H'}{H} \cos \zeta' - (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{1}{\lambda} \frac{H'}{H} \sin \zeta' + (1 - \mathfrak{D}) \sin \zeta$$

Observando a força horizontal  $H'_1$  e  $H'_2$ , os desvios  $\delta_1$  e  $\delta_2$  em dois rumos  $\zeta'_1$  e  $\zeta'_2$ , e tendo attenção a que  $\zeta_1 = \zeta'_1 + \delta_1$  e  $\zeta_2 = \zeta'_2 + \delta_2$ ; teremos as 4 equações seguintes.

$$\mathfrak{B} = + \frac{1}{\lambda} \frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 - (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta_1$$

$$\mathfrak{B} = + \frac{1}{\lambda} \frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2 - (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta_2$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{1}{\lambda} \frac{H'_1}{H} \sin \zeta'_1 + (1 - \mathfrak{D}) \sin \zeta_1$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{1}{\lambda} \frac{H'_2}{H} \sin \zeta'_2 + (1 - \mathfrak{D}) \sin \zeta_2$$

Eliminando  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  para obtermos o valor de  $\lambda H$ , e sómente  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  para o valor de  $\mathfrak{D}$ , teremos:

$$\lambda H = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1 \cos \zeta'_1 - H'_2 \cos \zeta'_2}{\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2} + \frac{H'_1 \sin \zeta'_1 - H'_2 \sin \zeta'_2}{\sin \zeta_1 - \sin \zeta_2} \right\} \quad (1)$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2\lambda H} \left\{ \frac{H'_1 \cos \zeta'_1 - H'_2 \cos \zeta'_2}{\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2} - \frac{H'_1 \sin \zeta'_1 - H'_2 \sin \zeta'_2}{\sin \zeta_1 - \sin \zeta_2} \right\}$$

Os valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  obtem-se pela resolução de qualquer d'a-

<sup>1</sup> O valor de  $\lambda$  tambem se pôde obter por uma unica observação da força horizontal a bordo, tendo o desvio  $\delta$ , e o rumo magnetico correcto ( $\zeta$ ) a que o navio apróa. Com effeito, da equação (9)

$$\frac{H'}{\lambda H} \cos \delta = 1 + \mathfrak{B} \cos \zeta - \mathfrak{C} \sin \zeta + \mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{E} \sin 2\zeta$$

se tira

$$\lambda = \frac{H'}{H} \frac{1}{1 + \mathfrak{B} \cos \zeta - \mathfrak{C} \sin \zeta + \mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{E} \sin 2\zeta} \sec \delta$$

Se observarmos  $\frac{H'}{H}$ , em diversos rumos, obteremos um valor mais exacto de  $\lambda$ , tomando a media dos diversos valores fornecidos por esta equação.

quellas equações, ou melhor será, pelo medio dos dois valores nos 2 rumos  $\zeta'_1$  e  $\zeta'_2$ .

É preciso notar, que não se querendo determinar  $\lambda$ , não é necessario tambem determinar  $H$ ;  $H'_1$  e  $H'_2$  podem ser expressos em qualquer unidade, isto é; póde  $H'_1$  ou  $H'_2$  considerar-se como unidade; n'este caso  $\lambda H$  ficará expresso n'essa unidade.

Estas formulas devem-se empregar quando se podérem obter observações de força horisontal e de desvios, em dois rumos, que se possam considerar boas; como, por exemplo, quando o navio está fundeado em um local ou rio de fortes marés, ou antes e depois de mudar de posição em uma doka.

Os valores de  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$  deduzidos d'estas equações servem para verificar a exactidão das observações, porquanto  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$  podem ser estimados até a um certo grau de approximação. Se os valores de  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$  não parecerem provaveis, será melhor attribuir-lhes outros mais conformes, e substituindo-os nas 4 equações, acharmos então os valores de  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{B}$ , tomando a media dos dois valores respectivos assim obtidos.

Se não se podér observar  $H$  em terra <sup>1</sup> não poderemos obter  $\lambda$ , teremos sómente os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , e até se podem determinar, sem primeiro achar  $\lambda H$ , pelas formulas seguintes:

$$\mathfrak{D} = \frac{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_1 \right) - \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_2 \right)}{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_1 \right) - \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_2 \right)}$$

$$\mathfrak{B} = - (1 + \mathfrak{D}) \frac{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \zeta'_1 \cos \zeta_2 - \cos \zeta'_2 \cos \zeta_1}{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \zeta'_1 - \cos \zeta'_2}$$

$$\mathfrak{C} = + (1 - \mathfrak{D}) \frac{\frac{H'_1}{H'_2} \sin \zeta'_1 \sin \zeta_2 - \sin \zeta'_2 \sin \zeta_1}{\frac{H'_1}{H'_2} \sin \zeta'_1 - \sin \zeta'_2}$$

Note-se ainda, que estas formulas não dão bons resultados, quando os rumos correctos em que se fazem as observações de des-

<sup>1</sup> Observar o tempo de um certo numero de oscillações de uma agulha, a qual agulha se emprega tambem a bordo na mesma experiencia, como veremos nos exemplos seguintes.

vios, ficarem a igual distancia de qualquer dos pontos cardeaes <sup>1</sup>. Devem-se escolher rumos, sempre que se podér, que nem sejam, nem estejam proximos de dois pontos cardeaes oppostos, ou dois pontos quadrantaes adjacentes. Os melhores serão dois pontos cardeaes adjacentes, ou dois quadrantaes oppostos.

**Exemplo de determinação dos valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pela observação das forças horisontaes  $H'_1$  e  $H'_2$ , em dois rumos  $\zeta'_1$  e  $\zeta'_2$ , considerando  $H'_2$  como unidade, ficando  $\lambda$  e  $H$  indeterminados.**

Ao rumo de  $5^\circ 40'$  NE da agulha, com um desvio  $+5^\circ$ , o tempo  $T'_1$  de 10 oscillações de uma agulha foi igual á  $17^s,16$ .

Ao rumo de  $48^\circ 55'$  NE da agulha, com um desvio  $+19^\circ 20'$ , o tempo  $T'_2$  de 10 oscillações, da mesma agulha, foi igual a  $19^s,30$ .

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= +10^\circ 40' \dots \text{sen } \zeta_1 = +0,185 \dots \text{cos } \zeta_1 = 0,983 \\ \zeta'_1 &= +5^\circ 40' \dots \text{sen } \zeta'_1 = +0,099 \dots \text{cos } \zeta'_1 = 0,995 \\ \zeta_2 &= +68^\circ 15' \dots \text{sen } \zeta_2 = +0,929 \dots \text{cos } \zeta_2 = 0,371 \\ \zeta'_2 &= +48^\circ 55' \dots \text{sen } \zeta'_2 = +0,754 \dots \text{cos } \zeta'_2 = 0,657 \end{aligned}$$

Considera-se

$$\begin{aligned} H'_2 &= 1 \\ \frac{H'_1}{H'_2} &= \frac{T'^2_2}{T'^2_1} = \left( \frac{19,30}{17,16} \right)^2 = 1,266 \end{aligned}$$

Fazendo  $H'_2 = 1$ , teremos:

$$\begin{array}{l|l|l} H'_1 = 1,266 & H'_1 \text{ sen } \zeta'_1 = +0,125 & H'_1 \text{ cos } \zeta'_1 = +1,259 \\ H'_2 = 1,000 & H'_2 \text{ sen } \zeta'_2 = +0,754 & H'_2 \text{ cos } \zeta'_2 = +0,657 \end{array}$$

<sup>1</sup> Se os rumos  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  ficarem a igual distancia do ponto N., por exemplo, sen  $\zeta_1$  e sen  $\zeta_2$  serão iguaes e de signal contrario, e cos  $\zeta_1$  e cos  $\zeta_2$  serão iguaes e affectos do mesmo signal +;  $\lambda H$  e  $\mathfrak{D}$  não poderão ser determinados, porque o denominador da primeira parte de qualquer das suas expressões é zero. Quando  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  ficam de um e outro lado dos pontos E. ou O., os Senos teriam o mesmo signal, e os cosenos signaes oppostos; n'este caso é a segunda parte que fica indeterminada. Na ultima expressão de  $\mathfrak{D}$  é tambem obvio, que se não devem empregar angulos  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  n'estas circumstancias.

<sup>2</sup> Ha instrumentos proprios (magnetometros) para determinar directamente a força horisontal  $H$  em terra, com toda a exactidão; a força ( $H$ ) assim determinada, expressa em uma unidade adoptada, denomina-se força horisontal *absoluta*. Póde-se, comtudo, determinar a força horisontal ( $H$ ), em qualquer ponto de terra, relativamente a outro ponto, em que a força *absoluta* tenha sido determinada; observando, n'estes dois pontos,

$$\lambda H = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1 \cos \zeta'_1 - H'_2 \cos \zeta'_2}{\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2} + \frac{H'_1 \sin \zeta'_1 - H'_2 \sin \zeta'_2}{\sin \zeta_1 - \sin \zeta_2} \right\}$$

$$\lambda H = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1,259 - 0,657}{0,983 - 0,371} + \frac{0,125 - 0,754}{0,185 - 0,929} \right\} = + 0,914$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2\lambda H} \left\{ \frac{H'_1 \cos \zeta'_1 - H'_2 \cos \zeta'_2}{\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2} - \frac{H'_1 \sin \zeta'_1 - H'_2 \sin \zeta'_2}{\sin \zeta_1 - \sin \zeta_2} \right\}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2 \times 0,914} \left\{ \frac{1,259 - 0,657}{0,983 - 0,371} - \frac{0,125 - 0,754}{0,185 - 0,929} \right\} = + 0,075$$

$$1 + \mathfrak{D} = 1,075$$

$$1 - \mathfrak{D} = 0,925$$

$$\mathfrak{B} = + \frac{H'_1}{\lambda H} \cos \zeta'_1 - (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta_1$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1,259}{0,914} - 1,075 \times 0,983 = + 0,321$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{H'_1}{\lambda H} \sin \zeta'_1 + (1 - \mathfrak{D}) \sin \zeta_1$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{0,125}{0,914} + 0,925 \times 0,185 = 0,034$$

Exemplo de determinação dos valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$   
pela observação das forças  $H'_1$  e  $H'_2$ ,  
sem determinar  $\lambda H$

(São as mesmas observações e rumos do exemplo precedente.)

$\zeta_1 = + 10^\circ 40'$	$\sin \zeta_1 = + 0,185$	$\cos \zeta_1 = + 0,983$
$\zeta'_1 = + 5 40$	$\sin \zeta'_1 = + 0,099$	$\cos \zeta'_1 = + 0,995$
$\zeta_2 = + 68 15$	$\sin \zeta_2 = + 0,929$	$\cos \zeta_2 = + 0,371$
$\zeta'_2 = + 48 55$	$\sin \zeta'_2 = + 0,754$	$\cos \zeta'_2 = + 0,657$

os tempos em que uma agulha, apropriada para o effeito, executa um certo numero de oscillações no plano horizontal.

A força horizontal  $H$  (suppondo as circumstancias das experiencias as mesmas, e que não houve alteração no magnetismo da agulha), é inversamente proporcional ao quadrado dos tempos do mesmo numero de oscillações. Se denominarmos respectivamente por  $T$  e  $T_1$  os tempos em que se executam um certo numero ( $n$ ) de oscillações, no ponto onde a força  $H$  é conhecida, e n'aquelle em que se pretende determinar a força  $H_1$ ; teremos:  $H : H_1 :: T_1^2 : T^2$ , d'onde  $H_1 = H \frac{T^2}{T_1^2}$

É isto que se faz a bordo, collocando uma agulha, adaptada para estas observações sobre o fulcro da agulha padrão, e observando os tempos  $T'_1$  e  $T'_2$  de 10 ou 20 oscillações, estando aproado o navio aos dois rumos  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  correctos.

$$\frac{H'_1}{H'_2} = \frac{T_2'^2}{T_1'^2} = \left( \frac{19^s, 30}{17, 16} \right)^2 = 1,266$$

$$\frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_1 = +45^\circ 7' \dots \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_1 \right) = +0,706$$

$$\frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_2 = +88 22 \dots \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_2 \right) = +0,028$$

$$\frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_1 = +33 47 \dots \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_1 \right) = +0,831$$

$$\frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_2 = -9 28 \dots \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_2 \right) = +0,986$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_1 \right) - \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_2 \right)}{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_1 \right) - \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_2 \right)}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1,266 \times 0,831 - 0,986}{1,266 \times 0,706 - 0,028} = +0,077$$

$$1 + \mathfrak{D} = 1,077$$

$$1 - \mathfrak{D} = 0,923$$

$$\mathfrak{B} = - (1 + \mathfrak{D}) \frac{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \zeta'_1 \cos \zeta_2 - \cos \zeta'_2 \cos \zeta_1}{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \zeta'_1 - \cos \zeta'_2}$$

$$\mathfrak{B} = -1,077 \frac{1,266 \times 0,995 \times 0,371 - 0,657 \times 0,983}{1,266 \times 0,995 - 0,657} = +0,320$$

$$\mathfrak{C} = + (1 - \mathfrak{D}) \frac{\frac{H'_1}{H'_2} \sin \zeta'_1 \sin \zeta_2 - \sin \zeta'_2 \sin \zeta_1}{\frac{H'_1}{H'_2} \sin \zeta'_1 - \sin \zeta'_2}$$

$$\mathfrak{C} = +0,923 \frac{1,266 \times 0,099 \times 0,929 - 0,754 \times 0,185}{1,266 \times 0,099 - 0,754} = +0,034$$

Exemplo de determinação dos valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  e  $\lambda$  pelas observações das forças  $H_1'$  e  $H_2'$ , em 2 rumos, e da força  $H$  em terra, que se considera como unidade.

São as observações a bordo do precedente exemplo. A agulha em terra fazia 10 oscillações em  $18^s,23$ ;  $T = 18,23$

$$\frac{H_1'}{H} = \frac{T^2}{T_1'^2} = \left(\frac{18,23}{17,16}\right)^2 = 1,128 \quad \frac{H_2'}{H} = \frac{T^2}{T_2'^2} = \left(\frac{18,23}{19,30}\right)^2 = 0,892$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{H_1'}{H} \cos \zeta_1' - \frac{H_2'}{H} \cos \zeta_2'}{\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2} + \frac{\frac{H_1'}{H} \operatorname{sen} \zeta_1' - \frac{H_2'}{H} \operatorname{sen} \zeta_2'}{\operatorname{sen} \zeta_1 - \operatorname{sen} \zeta_2} \right\}$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1,128 \times 0,995 - 0,892 \times 0,657}{0,983 - 0,371} + \frac{1,128 \times 0,099 - 0,892 \times 0,754}{0,185 - 0,929} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ 0,876 + 0,755 \right\} = +0,815$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2\lambda} \left\{ \frac{\frac{H_1'}{H} \cos \zeta_1' - \frac{H_2'}{H} \cos \zeta_2'}{\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2} - \frac{\frac{H_2'}{H} \operatorname{sen} \zeta_1' - \frac{H_2'}{H} \operatorname{sen} \zeta_2'}{\operatorname{sen} \zeta_1 - \operatorname{sen} \zeta_2} \right\}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{1,630} \left\{ 0,876 - 0,755 \right\} = +0,075$$

$$1 + \mathfrak{D} = +1,075$$

$$1 - \mathfrak{D} = +0,925$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \frac{H_1'}{H} \cos \zeta_1' - (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta_1 = \frac{1,128}{0,815} \times 0,995 - 1,075 \times 0,983 = +0,320$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \frac{H_2'}{H} \cos \zeta_2' - (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta_2 = \frac{0,892}{0,815} \times 0,657 - 1,075 \times 0,371 = +0,320$$

$$\mathfrak{C} = -\frac{1}{\lambda} \frac{H_1'}{H} \operatorname{sen} \zeta_1' = (1 - \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \zeta_1 = -\frac{1,128}{0,815} \times 0,099 + 0,925 \times 0,185 = +0,034$$

$$\mathfrak{C} = -\frac{1}{\lambda} \frac{H_2'}{H} \operatorname{sen} \zeta_2' + (1 - \mathfrak{D}) \operatorname{sen} \zeta_2 = -\frac{0,892}{0,815} \times 0,754 + 0,925 \times 0,929 = +0,034$$

Fizemos a pag. 99

$$1 + \frac{a+e}{2} = \lambda \qquad \frac{a-e}{2} = \lambda \mathfrak{D}$$

d'onde tirámos

$$1 + a = \lambda (1 + \mathfrak{D}) \qquad 1 + e = \lambda (1 - \mathfrak{D}).$$

Sendo portanto conhecidos  $a$  e  $e$  ou (o que directamente se obtém)  $1 + a$  e  $1 + e$ , teremos  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$ , e assim os mais coefficients  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ .

Mais para diante, quando tratarmos da natureza dos diversos coefficients, veremos o partido que se tira da relação que liga os coefficients  $\mathfrak{D}$  (principal do desvio quadrantal)  $\lambda$ ,  $a$  e  $e$ .

Substituindo os valores de  $(1 + \mathfrak{D})$  e  $(1 - \mathfrak{D})$  acima nas equações antecedentes da pag. 129 vem:

$$\lambda \mathfrak{B} = + \frac{H'}{H} \cos \zeta' - (1 + a) \cos \zeta$$

$$\lambda \mathfrak{C} = - \frac{H'}{H} \sin \zeta' + (1 + e) \sin \zeta$$

Observando as forças horisontaes  $H'_1$  e  $H'_2$  em dois rumos  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  (correctos), e proximamente oppostos, teremos

$$\lambda \mathfrak{B} = + \frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 - (1 + a) \cos \zeta_1$$

$$\lambda \mathfrak{B} = + \frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2 - (1 + a) \cos \zeta_2$$

$$\lambda \mathfrak{C} = - \frac{H'_1}{H} \sin \zeta'_1 + (1 + e) \sin \zeta_1$$

$$\lambda \mathfrak{C} = - \frac{H'_2}{H} \sin \zeta'_2 + (1 + e) \sin \zeta_2$$

Das duas primeiras se tira:

$$(1 + a) = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 - \frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2 \right\}}{\frac{1}{2} \left\{ \cos \zeta_1 - \cos \zeta_2 \right\}};$$

$$\lambda \mathfrak{B} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 + \frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2 \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \cos \zeta_1 + \cos \zeta_2 \right\} (1 + a)$$

E das ultimas

$$1 + e = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \operatorname{sen} \zeta'_1 - \frac{H'_2}{H} \operatorname{sen} \zeta'_2 \right\}}{\frac{1}{2} \left\{ \operatorname{sen} \zeta_1 - \operatorname{sen} \zeta_2 \right\}};$$

$$\lambda \mathfrak{C} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \operatorname{sen} \zeta'_1 + \frac{H'_2}{H} \operatorname{sen} \zeta'_2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{sen} \zeta_1 + \operatorname{sen} \zeta_2 \right\} (1 + e)$$

Mas:

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ (1 + a) + (1 + e) \right\} \quad e \lambda \mathfrak{D} = \frac{1}{2} \left\{ (1 + a) - (1 + e) \right\}$$

D'estas equações podemos obter os valores dos coefficients  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  e  $\lambda$ .

É claro que os angulos  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  mais convenientes para o valor de  $1 + a$ , são os que menos convem a  $1 + e$ ; quando os rumos  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  são proximos do N e S, ou de  $0^\circ$  e  $180^\circ$ ,  $(1 + a)$  fica bem determinado; o seu denominador  $\frac{1}{2} (\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2)$  sendo proximo da unidade; acontece o contrario n'este caso a  $(1 + e)$ , cujo denominador, por muito pequeno, exagera largamente qualquer erro de observação. Os melhores rumos são ainda, como nas formulas antecedentes, dois pontos *quadrantæes* oppostos.

Como nem sempre podemos escolher os rumos, principalmente em locaes sujeitos a marés, quando aquelles ficarem nas direcções favoravel a um e desfavoravel ao outro dos dois coefficients  $a$  ou  $e$ , convirá antes attribuir um certo valor ao que não póde ser bem determinado, e os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  ficarão sufficientemente correctos. É nos rumos proximos de E e O que mais convem assim praticar, vistoque, n'este caso, é  $a$  que se tem de estimar ( $a$  e  $e$ , são geralmente negativos, ordinariamente, o primeiro é menor do que o ultimo).

Segue-se um exemplo de determinação dos coefficients  $\lambda$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pela observação das forças horisontaes e desvios, em dois rumos mui proximos de E e O, a bordo do vapor inglez *Accrington*<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Tanto este exemplo, como as formulas precedentes são devidos á benevolencia de mr. Archibald Smith.

Observações de desvios e força horisontal  
a bordo do vapor «Accrington»

$$\begin{aligned}\zeta_1 &= + 85^\circ 40' \dots \text{sen } \zeta_1 = + 0,997 \dots \text{cos } \zeta_1 = + 0,074 \\ \zeta'_1 &= 95^\circ 40' \dots \text{sen } \zeta'_1 = + 0,995 \dots \text{cos } \zeta'_1 = - 0,098 \\ \zeta_2 &= 270^\circ 0' \dots \text{sen } \zeta_2 = - 1,000 \dots \text{cos } \zeta_2 = 0,000 \\ \zeta'_2 &= 253^\circ 5' \dots \text{sen } \zeta'_2 = - 0,057 \dots \text{cos } \zeta'_2 = - 0,291\end{aligned}$$

$$\frac{H'_1}{H} = 1,163$$

$$\frac{H'_2}{H} = 0,698$$

$$\frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 = - 0,114$$

$$\frac{H'_1}{H} \text{sen } \zeta'_1 = + 1,157$$

$$\frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2 = - 0,203$$

$$\frac{H'_2}{H} \text{sen } \zeta'_2 = - 0,668$$

(a foi supposto igual a zero)

$$1 + a = 1;$$

$$1 + e = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \text{sen } \zeta'_1 - \frac{H'_2}{H} \text{sen } \zeta'_2 \right\}}{\frac{1}{2} \left\{ \text{sen } \zeta_1 - \text{sen } \zeta_2 \right\}} = \frac{\frac{1}{2} \left\{ 1,157 + 0,668 \right\}}{0,998} = 0,913$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ (1 + a) + (1 + e) \right\} = \frac{1}{2} (1 + 0,913) = 0,956$$

$$\lambda \mathfrak{B} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 + \frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2 \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \cos \zeta_1 + \cos \zeta_2 \right\} (1 + a)$$

$$\lambda \mathfrak{B} = - 0,158 - 0,037 = - 0,195$$

$$\mathfrak{B} = \frac{- 0,195}{0,956} = - 0,204$$

$$\lambda \mathfrak{C} = - \frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \text{sen } \zeta'_1 + \frac{H'_2}{H} \text{sen } \zeta'_2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \text{sen } \zeta_1 + \text{sen } \zeta_2 \right\} (1 + e)$$

$$\lambda \mathfrak{C} = - 0,245 - 0,001 \times 0,913 = - 0,246$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{0,246}{0,956} = - 0,257$$

$$\lambda \mathfrak{D} = \frac{1}{2} \left\{ (1 + a) - (1 + e) \right\} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - 0,913 \right\} = 0,043$$

$$\mathfrak{D} = \frac{0,043}{0,956} = + 0,045$$

Quando  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$  são já conhecidos, e se quer calcular  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , as melhores formulas para estes coefficients, são:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2\lambda} \left\{ \frac{H'_1}{H} \cos \epsilon'_1 + \frac{H_2}{H} \cos \epsilon'_2 \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \cos \epsilon_1 + \cos \epsilon_2 \right\} (1 + \mathfrak{D}).$$

$$\mathfrak{C} = -\frac{1}{2\lambda} \left\{ \frac{H'_1}{H} \sin \epsilon'_1 + \frac{H'_2}{H} \sin \epsilon'_2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \sin \epsilon_1 + \sin \epsilon_2 \right\} (1 - \mathfrak{D}).$$

### Determinação de $\mathfrak{B}$ e $\mathfrak{C}$ pelas observações de força e desvio feitas em um unico rumo

A circumstancia de  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$  poderem ser estimados com um certo grau de approximação, ou de se poderem considerar constantes em diversas latitudes, tendo sido uma vez determinados, habilita-nos a calcular  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  pelas observações de desvio e força horisontal em um unico azimuth  $\epsilon$ , pelas formulas ordinarias.

$$\mathfrak{B} = +\frac{1}{\lambda} \frac{H'_1}{H} \cos \epsilon'_1 - (1 + \mathfrak{D}) \cos \epsilon_1$$

$$\mathfrak{C} = -\frac{1}{\lambda} \frac{H'_1}{H} \sin \epsilon'_1 + (1 - \mathfrak{D}) \sin \epsilon_1$$

Este methodo emprega-se para determinar as variações que experimentam  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , calculando estes coefficients no estaleiro ( $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  *originaes*), e depois, durante o tempo em que o navio está aparelhado nas dokas;  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$ , como não variam, podem ser determinados posteriormente para completar o conhecimento do estado magnetico do navio.

Todos os methodos que temos descripto até aqui para determinar todos os coefficients, ou sómente os principaes  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , têm sido deduzidos directamente da equação *exacta* do desvio, ou das equações das componentes da força que actua sobre a agulha a bordo, nas direcções da prôa e de BB a EB.

Vamos agora tratar de deduzir os coefficients *exactos* dos coefficients A, B, C, D e E, expressos em arco, da equação *approximada* do desvio.

### Deducção dos coefficients $\mathfrak{A}$ , $\mathfrak{B}$ , $\mathfrak{C}$ , $\mathfrak{D}$ e $\mathfrak{E}$ dos coefficients approximados A, B, C, D e E

Já dissemos, que se suppozermos os tres coefficients  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  quantidades pequenãs de primeira ordem, os dois restantes  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$

podem-se considerar de segunda ordem, ou da mesma ordem de grandeza dos quadrados de qualquer dos primeiros, ou dos seus productos, dois a dois.

Assim, se na equação *exacta* desprezarmos os dois termos affectos de  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{C}$ , fica a equação reduzida á fórma

$$\text{sen } \delta = \mathfrak{B} \text{ sen } \zeta' + \mathfrak{C} \text{ cos } \zeta' + \mathfrak{D} \text{ sen } (2 \zeta' + \delta)$$

e, n'este caso, em vez de  $\text{sen } \delta$ , podemos pôr  $\delta$  simplesmente, e fica

$$\delta = \mathfrak{B} \text{ sen } \zeta' + \mathfrak{C} \text{ cos } \zeta' + \mathfrak{D} \text{ sen } 2 \zeta' (1) \dots\dots\dots (13)$$

Mas, para que esta equação fique homogenea, visto que os termos do 2.º membro são numeros abstractos, deve-se suppor  $\delta$  expresso em partes do arco igual ao raio, isto é, considera-se  $\delta$  dividido pelo arco 57°,3, que é proximamente igual ao raio.

A equação  $\frac{\delta}{57^{\circ},3} = \mathfrak{B} \text{ sen } \zeta' + \mathfrak{C} \text{ cos } \zeta' + \mathfrak{D} \text{ sen } 2 \zeta'$  será correcta sómente até aos termos de 1.ª ordem. Será esta portanto menos exacta, do que a que denominámos *approximada*, e cujos coefficients B, C e D eram expressos em arco.

Se substituirmos na equação *exacta* em logar de  $\text{sen } \delta$ , a sua expressão no arco  $\delta$ ,  $\delta - \frac{\delta^3}{6}$ ; por  $\text{cos } \delta$ ,  $1 - \frac{\delta^2}{2}$ ; por  $\text{sen } (2 \zeta' + \delta)$ ,  $\text{sen } 2 \zeta' + \delta \text{ cos } 2 \zeta' - \frac{\delta^2}{2} \text{ sen } 2 \zeta'$ , e por  $\text{cos } (2 \zeta' + \delta)$ ,  $\text{cos } 2 \zeta' - \delta \text{ sen } 2 \zeta'$  (2) teremos:

$$\begin{aligned} \delta - \frac{\delta^3}{6} &= \mathfrak{A} - \mathfrak{A} \frac{\delta^2}{2} + \mathfrak{B} \text{ sen } \zeta' + \mathfrak{C} \text{ cos } \zeta' + \mathfrak{D} \text{ sen } 2 \zeta' + \mathfrak{D} \delta \text{ cos } 2 \zeta' \\ &\quad - \mathfrak{D} \frac{\delta^2}{2} \text{ sen } 2 \zeta' + \mathfrak{C} \text{ cos } 2 \zeta' - \mathfrak{C} \delta \text{ sen } 2 \zeta' \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

(1)  $\mathfrak{D} \text{ sen } (2 \zeta' + \delta) = \mathfrak{D} \text{ sen } 2 \zeta' \text{ cos } \delta + \mathfrak{D} \text{ sen } \delta \text{ cos } 2 \zeta' = \mathfrak{D} \text{ sen } 2 \zeta' \left(1 - \frac{\delta^2}{2}\right) + \mathfrak{D} \delta \text{ cos } 2 \zeta'$ ; ficando com os termos de 1.ª ordem reduz-se a  $\mathfrak{D} \text{ sen } 2 \zeta'$ .

(2)  $\text{sen } \delta = \delta - \frac{\delta^3}{1.2.3} + \frac{\delta^5}{1.2.3.4.5} - \text{etc.}$  e  $\text{cos } \delta = 1 - \frac{\delta^2}{1.2} + \frac{\delta^4}{1.2.3.4} - \text{etc.}$

$\text{sen } (2 \zeta' + \delta) = \text{sen } 2 \zeta' \text{ cos } \delta + \text{sen } \delta \text{ cos } 2 \zeta' = \text{sen } 2 \zeta' \left(1 - \frac{\delta^2}{2}\right) + \delta \text{ cos } 2 \zeta'$   
 $= \text{sen } 2 \zeta' - \frac{\delta^2}{2} \text{ sen } 2 \zeta' + \delta \text{ cos } 2 \zeta'$

$\text{cos } (2 \zeta' + \delta) = \text{cos } 2 \zeta' \text{ cos } \delta - \text{sen } 2 \zeta' \text{ sen } \delta$   
 $= \text{cos } 2 \zeta' - \delta \text{ sen } 2 \zeta'$

Reduzindo, e desprezando todos os termos inferiores á 3.<sup>a</sup> ordem inclusivè, vem:

$$\delta = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \operatorname{sen} \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta' + \mathfrak{D} \operatorname{sen} 2 \zeta' + \mathfrak{D} \delta \cos 2 \zeta' + \mathfrak{C} \cos 2 \zeta' \dots \quad (15)$$

Esta será a equação correcta até aos termos de 2.<sup>a</sup> ordem inclusivè.

Mas em  $\mathfrak{D} \delta \cos 2 \zeta'$  podemos substituir  $\delta$ , correcto até aos termos de 1.<sup>a</sup> ordem, e ainda a equação acima ficará correcta até aos de 2.<sup>a</sup> ordem.

Com effeito:

$$\mathfrak{D} \delta \cos 2 \zeta' = \mathfrak{D} \mathfrak{B} \cos 2 \zeta' \operatorname{sen} \zeta' + \mathfrak{D} \mathfrak{C} \cos 2 \zeta' \cos \zeta' + \mathfrak{D}^2 \cos 2 \zeta' \operatorname{sen} 2 \zeta'$$

Mas:

$$\cos 2 \zeta' \operatorname{sen} \zeta' = \frac{\operatorname{sen} 3 \zeta' - \operatorname{sen} \zeta'}{2} \quad (1) \quad \text{e} \quad \mathfrak{D} \mathfrak{B} \cos 2 \zeta' \operatorname{sen} \zeta' = \mathfrak{D} \mathfrak{B} \frac{\operatorname{sen} 3 \zeta' - \operatorname{sen} \zeta'}{2}$$

$$\cos 2 \zeta' \cos \zeta' = \frac{\cos 3 \zeta' + \cos \zeta'}{2}; \quad \mathfrak{D} \mathfrak{C} \cos 2 \zeta' \cos \zeta' = \mathfrak{D} \mathfrak{C} \frac{\cos 3 \zeta' + \cos \zeta'}{2}$$

$$\operatorname{sen} 2 \zeta' \cos 2 \zeta' = \frac{\operatorname{sen} 4 \zeta'}{2} \quad \mathfrak{D}^2 \operatorname{sen} 2 \zeta' \cos 2 \zeta' = \mathfrak{D}^2 \frac{\operatorname{sen} 4 \zeta'}{2}$$

Substituindo na equação (15) o valor de  $\mathfrak{D} \delta \cos 2 \zeta'$ , teremos:

$$\begin{aligned} \delta = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \left( 1 - \frac{\mathfrak{D}}{2} \right) \operatorname{sen} \zeta' + \mathfrak{C} \left( 1 + \frac{\mathfrak{D}}{2} \right) \cos \zeta' + \mathfrak{D} \operatorname{sen} 2 \zeta' \\ + \mathfrak{C} \cos 2 \zeta' + \frac{\mathfrak{B} \mathfrak{D}}{2} \operatorname{sen} 3 \zeta' + \frac{\mathfrak{C} \mathfrak{D}}{2} \cos 3 \zeta' + \frac{\mathfrak{D}^2}{2} \operatorname{sen} 4 \zeta' \end{aligned}$$

equação correcta até aos termos de 2.<sup>a</sup> ordem inclusivè.

Se substituirmos na equação (14) em lugar de  $\delta$ ,  $\delta^2$  e  $\delta^3$  as suas expressões, tendo cuidado de desprezar todas as quantidades inferiores ás de 3.<sup>a</sup> ordem, e depois de diversas reduções e substi-

$$\begin{aligned} (1) \frac{\operatorname{sen} 3 \zeta' - \operatorname{sen} \zeta'}{2} &= \frac{\operatorname{sen} (2 \zeta' + \zeta') - \operatorname{sen} (2 \zeta' - \zeta')}{2} = \frac{\operatorname{sen} 2 \zeta' \cos \zeta' + \operatorname{sen} \zeta' \cos 2 \zeta'}{2} \\ \frac{\operatorname{sen} 2 \zeta' \cos \zeta' - \operatorname{sen} \zeta' \cos 2 \zeta'}{2} &= \operatorname{sen} \zeta' \cos 2 \zeta'. \text{ Por um meio semelhante se acham as} \\ &\text{outras duas expressões.} \end{aligned}$$

tuições das potencias dos senos e cosenos, pelos senos e cosenos multiplos dos mesmos arcos  $\zeta'$  (substituições analogas ás da equação antecedente de 2.<sup>a</sup> ordem), vem a final a equação

$$\begin{aligned}
 \delta = & \mathfrak{A} \\
 & + \left\{ \mathfrak{B} \left( 1 - \frac{\mathfrak{D}}{2} + \frac{\mathfrak{B}^2}{8} + \frac{\mathfrak{G}^2}{8} + \frac{\mathfrak{D}^2}{4} \right) - \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G}}{2} \right\} \text{sen } \zeta' \\
 & + \left\{ \mathfrak{G} \left( 1 + \frac{\mathfrak{D}}{2} + \frac{\mathfrak{B}^2}{8} + \frac{\mathfrak{G}^2}{8} + \frac{\mathfrak{D}^2}{4} \right) - \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{B}}{2} \right\} \text{cos } \zeta' \\
 & + \mathfrak{D} \text{sen } 2\zeta' \\
 & + (\mathfrak{G} + \mathfrak{A}\mathfrak{D}) \text{cos } 2\zeta' \\
 & + \left\{ \frac{\mathfrak{B}\mathfrak{D} - \mathfrak{G}\mathfrak{G}}{2} - \frac{\mathfrak{B}^3}{24} + \frac{\mathfrak{B}\mathfrak{G}^2}{8} - \frac{3}{8}\mathfrak{B}\mathfrak{D}^2 \right\} \text{sen } 3\zeta' \\
 & + \left\{ \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{D} + \mathfrak{G}\mathfrak{B}}{2} + \frac{\mathfrak{G}^2}{24} - \frac{\mathfrak{G}\mathfrak{B}^2}{8} + \frac{8}{3}\mathfrak{G}\mathfrak{D}^2 \right\} \text{cos } 3\zeta' \\
 & + \frac{\mathfrak{D}^2}{4} \text{sen } 4\zeta' \\
 & + \mathfrak{G}\mathfrak{D} \text{cos } 4\zeta' \\
 & + \frac{3}{8}\mathfrak{B}\mathfrak{D}^2 \text{sen } 5\zeta' \\
 & + \frac{3}{8}\mathfrak{G}\mathfrak{D}^2 \text{cos } 5\zeta' \\
 & + \frac{\mathfrak{D}^3}{3} \text{sen } 6\zeta' \dots \dots \dots (17)
 \end{aligned}$$

correcta até aos termos de 3.<sup>a</sup> ordem inclusivè.

Por outra parte, podemos suppor a equação *approximada*

$$\delta = A + B \text{sen } \zeta' + C \text{cos } \zeta' + D \text{sen } 2\zeta' + E \text{cos } 2\zeta'$$

como uma expressão incompleta de  $\delta$ , e completa-la, addicionando-lhe mais termos expressos em senos e cosenos multiplos de  $\zeta'$ , e considerar como exacta a expressão seguinte:

$$\begin{aligned}
 \delta = & A + B \text{sen } \zeta' + C \text{cos } \zeta' + D \text{sen } 2\zeta' + E \text{cos } 2\zeta' + F \text{sen } 3\zeta' \\
 & + G \text{cos } 3\zeta' + H \text{sen } 4\zeta' + K \text{cos } 4\zeta' + L \text{sen } 5\zeta' + M \text{cos } 5\zeta' + N \text{sen } 6\zeta' \dots (18)
 \end{aligned}$$

Comparando agora esta equação, termo por termo, com as equa-

ções (13) e (16), teremos para a primeira, ou a correcta até aos termos de 1.<sup>a</sup> ordem.

$$0 = A; 0 = E; \mathfrak{B} = B; \mathfrak{C} = C; \mathfrak{D} = D$$

ou

$$A = 0; E = 0; \mathfrak{B} = \text{sen } B; \mathfrak{C} = \text{sen } C; \mathfrak{D} = \text{sen } D. \quad (1)$$

São estas as expressões dos coefficients da equação *exacta*, correctos até aos termos de 1.<sup>a</sup> ordem.

Comparando ainda a equação (18) com a (16) ou a correcta até aos termos de 2.<sup>a</sup> ordem, temos:

$$\mathfrak{A} = A; \mathfrak{E} = E; \mathfrak{D} = D;$$

ou

$$\mathfrak{A} = \text{sen } A; \mathfrak{E} = \text{sen } E; \mathfrak{D} = \text{sen } D.$$

$$\mathfrak{B} \left(1 - \frac{\mathfrak{D}}{2}\right) = B; \mathfrak{C} \left(1 + \frac{\mathfrak{D}}{2}\right) = C$$

ou

$$\mathfrak{B} \left(1 - \frac{\text{sen } D}{2}\right) = \text{sen } B; \quad \mathfrak{C} \left(1 + \frac{\text{sen } D}{2}\right) = \text{sen } C$$

D'onde se tira

$$\mathfrak{B} = \text{sen } B \left(1 + \frac{\text{sen } D}{2}\right); \quad \mathfrak{C} = \text{sen } C \left(1 - \frac{\text{sen } D}{2}\right)$$

e acha-se mais

$$F = \frac{BD}{2}; G = \frac{CD}{2}; H = \frac{1}{2} D^2.$$

Equações que dão os coefficients da equação *exacta* expressos nos da equação *approximada*, e correctos até aos termos de 2.<sup>a</sup> ordem inclusivè.

$$(1) B = \text{sen } B + \frac{\text{sen}^3 B}{6} - \text{etc.}$$

$$C = \text{sen } C + \frac{\text{sen}^3 C}{6} - \text{etc.}$$

$$D = \text{sen } D + \frac{\text{sen}^3 D}{6} - \text{etc.}$$

Comparando finalmente os termos da equação (18) com os da equação (17) ou a correcta até ás quantidades de 3.<sup>a</sup> ordem, teremos:

$$\mathfrak{A} = A \quad \text{ou} \quad \mathfrak{A} = \text{sen } A.$$

$$\mathfrak{B} \left( 1 - \frac{\mathfrak{D}}{2} + \frac{\mathfrak{D}^2}{4} + \frac{\mathfrak{B}^2}{8} + \frac{\mathfrak{C}^2}{2} \right) - \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{C}}{2} = B$$

ou

$$\mathfrak{B} \left( \frac{1}{1 + \frac{\mathfrak{D}}{2}} + \frac{\mathfrak{B}^2}{8} + \frac{\mathfrak{C}^2}{8} \right) - \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{C}}{2} = B$$

d'onde

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{\frac{1}{1 + \frac{\mathfrak{D}}{2}} + \frac{\mathfrak{B}^2}{8} + \frac{\mathfrak{C}^2}{8}} + \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{C}}{2 \left( \frac{1}{1 + \frac{\mathfrak{D}}{2}} + \frac{\mathfrak{B}^2}{8} + \frac{\mathfrak{C}^2}{8} \right)}$$

Effectuando as operações, e desprezando os termos inferiores aos de 3.<sup>a</sup> ordem, vem:

$$\mathfrak{B} = B \left( 1 + \frac{\mathfrak{D}}{2} - \frac{\mathfrak{B}^2}{8} - \frac{\mathfrak{C}^2}{8} \right) + \frac{\mathfrak{C}\mathfrak{C}}{2}$$

e substituindo no 2.<sup>o</sup> membro por  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{C}$  os seus valores correctos até ás quantidades de 2.<sup>a</sup> ordem, ainda ficará a expressão acima correcta até aos termos de 3.<sup>a</sup> ordem, e teremos:

$$\mathfrak{B} = B \left( 1 + \frac{D}{2} - \frac{B^2}{8} - \frac{C^2}{8} \right) + \frac{EC}{2}$$

ou

$$\mathfrak{B} = \text{sen } B + \frac{\text{sen}^3 B}{6} \left( 1 + \frac{\text{sen } D}{2} - \frac{\text{sen}^2 B}{8} - \frac{\text{sen}^2 C}{8} \right) + \frac{1}{2} \text{sen } E \text{ sen } C$$

ou

$$\mathfrak{B} = \text{sen } B \left( 1 + \frac{\text{sen } D}{2} + \frac{1}{12} \text{senvers. } B - \frac{1}{4} \text{senvers. } C \right) + \frac{1}{2} \text{sen } E \text{ sen } C.$$

Similhantermente acharemos:

$$\mathfrak{C} = C \left( 1 - \frac{D}{2} - \frac{B^2}{8} - \frac{C^2}{8} \right) + \frac{BE}{2}$$

ou

$$\mathbb{C} = \text{sen } C \left( 1 - \frac{\text{sen } D}{2} + \frac{1}{12} \text{senvers. } C - \frac{1}{4} \text{senvers. } B \right) + \frac{1}{2} \text{sen } B \text{ sen } E$$

$$\mathbb{D} = D = \text{sen } D \left( 1 + \frac{1}{2} \text{senvers. } D \right)$$

$$\mathbb{E} = E - AD = \text{sen } E - \text{sen } A \text{ sen } D.$$

$$F = B \left( \frac{D}{2} - \frac{B^2}{24} + \frac{C^2}{8} - \frac{D^2}{8} \right) - \frac{EC}{2}$$

$$G = C \left( \frac{D}{2} + \frac{C^2}{24} - \frac{B^2}{8} + \frac{D^2}{2} \right) + \frac{EB}{2}$$

$$H = \frac{1}{2} D^2$$

$$K = DE$$

$$L = \frac{3}{8} BD^2$$

$$M = \frac{3}{8} CD^2$$

$$N = \frac{1}{3} D^3$$

Estas expressões dão-nos tambem o meio de conhecer em que numero de pontos equidistantes devemos observar os desvios, para que os coefficients sejam levados á approximação requerida.

Assim, se quizermos os coefficients exactos até aos termos de 2.<sup>a</sup> ordem, como a equação correspondente (16) tem oito termos, deveremos observar os desvios nos oito rumos principaes. A fim de que os coefficients fiquem correctos até aos termos de 3.<sup>a</sup> ordem, como são doze os termos da respectiva equação, em igual numero de azimuths devemos, pelo menos, observar os desvios.

### Do grau de approximação das diversas formulas

Representem  $\sum^n \delta$ ;  $\sum^n \delta \text{ sen } \zeta'$ ;  $\sum^n \delta \text{ cos } \zeta'$ ;  $\sum^n \delta \text{ sen } 2\zeta'$ ;  $\sum^n \delta \text{ cos } 2\zeta'$  a somma dos valores de  $\delta$ ,  $\delta \text{ sen } \zeta'$ ,  $\delta \text{ cos } \zeta'$ ,  $\delta \text{ sen } 2\zeta'$  e  $\delta \text{ cos } 2\zeta'$  para  $n$  valores de azimuths equidistantes  $\zeta'$ ,  $\zeta' + \frac{360^\circ}{n}$ ,  $\zeta' + 2\frac{360^\circ}{n}$  ...  $\zeta' + (n-1)\frac{360^\circ}{n}$ .

Vimos que na equação *approximada* (pag. 48),  $\frac{\sum^n \delta}{n} = A$ ;  $2\frac{\sum^n \delta \text{ sen } \zeta'}{n} = B$ ;  $2\frac{\sum^n \delta \text{ cos } \zeta'}{n} = C$ ;  $2\frac{\sum^n \delta \text{ sen } 2\zeta'}{n} = D$ ; e  $2\frac{\sum^n \delta \text{ cos } 2\zeta'}{n} = E$ .

Applicando estas formulas á equação (18) (pag. 141) para 4 pontos equidistantes,  $\zeta'$ ,  $\zeta' + 90^\circ$ ,  $\zeta' + 180^\circ$  e  $\zeta' + 270^\circ$ , e reduzindo os productos dos senos e cosenos a senos e cosenos de multiplos de  $\zeta$ , teremos:

$$\frac{1}{4} \Sigma^4 \delta = A + H \operatorname{sen} 4 \zeta' + K \cos 4 \zeta'$$

$$\frac{1}{2} \Sigma^4 \delta \operatorname{sen} \zeta' = B + (G - M) \operatorname{sen} 4 \zeta' + (L - F) \cos 4 \zeta'$$

$$\frac{1}{2} \Sigma^4 \delta \cos \zeta' = C + (F + L) \operatorname{sen} 4 \zeta' + (G + M) \cos 4 \zeta'$$

$$\frac{1}{2} \Sigma^4 \delta \operatorname{sen} 2 \zeta' = D + E \operatorname{sen} 4 \zeta' + (N - D) \cos 4 \zeta' - N \cos 8 \zeta'$$

$$\frac{1}{2} \Sigma^4 \delta \cos 2 \zeta' = E + (D + N) \operatorname{sen} 4 \zeta' + E \cos 4 \zeta' + N \operatorname{sen} 8 \zeta'$$

Para 8 pontos equidistantes temos:

$$\frac{1}{8} \Sigma^8 \delta = A$$

$$\frac{1}{4} \Sigma^8 \delta \operatorname{sen} \zeta' = B$$

$$\frac{1}{4} \Sigma^8 \delta \cos \zeta' = C$$

$$\frac{1}{4} \Sigma^8 \delta \operatorname{sen} 2 \zeta' = D - N \cos 8 \zeta'$$

$$\frac{1}{4} \Sigma^8 \delta \cos 2 \zeta' = E + N \operatorname{sen} 8 \zeta'$$

Se os desvios são observados em 4 pontos equidistantes, os resultados são diferentes, conforme forem pontos cardeaes ou quadrantaes.

Chamando  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  e  $E'$  os valores obtidos pelas observações nos pontos cardeaes, e  $A''$ ,  $B''$ ,  $C''$ ,  $D''$  e  $E''$  os obtidos nos pontos quadrantaes, e substituindo nas expressões acima os valores correspondentes de  $\zeta'$  para estes dois casos, vem:

Pontos cardeaes
$A = A'$
$B + L - F = B'$
$C + G + M = C'$
$D + N - D - N = D'$
$E + E = E'$

Pontos quadrantaes
$A = A''$
$B + F - L = B''$
$C - G - M = C''$
$D - N + D - N = D''$
$E - E = E''$

Substituindo os valores de F, G, L, M e N da pag. 144, correctos até aos termos de 2.<sup>a</sup> ordem:

$$\begin{array}{ll}
 A' = A & A'' = A \\
 B' = B - \frac{BD}{2} & B'' = B + \frac{BD}{2} \\
 C' = C + \frac{CD}{2} & C'' = C - \frac{CD}{2} \\
 D' = 0 & D'' = 2D \\
 E' = 2E & E'' = 0
 \end{array}$$

Vê-se d'aqui, que os coefficients fornecidos pelos pontos quadrantaes são muito mais exactos do que os provenientes dos pontos cardeaes, com a condição de tomar para D metade do valor da sua expressão ordinaria.

De facto; ficando nos termos de 2.<sup>a</sup> ordem, tirámos para os pontos cardeaes:

$$B = \frac{B'}{1 - \frac{1}{2}D} = B' + \frac{BD}{2} ; \quad C = \frac{C'}{1 + \frac{1}{2}D} = C' - \frac{CD}{2}$$

Mas

$$\mathfrak{B} = B \left(1 + \frac{D}{2}\right) = \left(B' + \frac{BD}{2}\right) \left(1 + \frac{D}{2}\right) = B' + \frac{BD}{2} + \frac{BD}{2}$$

ou

$$\mathfrak{B} = B' (1 + D)$$

do mesmo modo achámos

$$\mathfrak{C} = C' (1 - D)$$

emquanto, que nos pontos quadrantaes temos:

$$\mathfrak{B} = B'' \quad \text{e} \quad \mathfrak{C} = C''$$

Os valores de B e C, deduzidos dos 4 pontos quadrantaes, são ainda mais proximos dos exactos do que os deduzidos de 8 rumos equidistantes.

As observações pelos 4 pontos quadrantaes, sendo feitas com cuidado, devem dar valores muito correctos para os coefficients B, C e D.

Se levámos a approximação até aos termos de 3.<sup>a</sup> ordem, temos ainda para os pontos quadrantaes:

$$B'' = B - L + F \quad \text{e} \quad C'' = C - G - M$$

ou

$$B'' = B + \frac{BD}{2} - \frac{B^3}{24} + \frac{BC^2}{8} - \frac{BD^2}{8} - \frac{EC}{2} - \frac{3}{8}BD$$

$$B'' = B + \frac{BD}{2} - \frac{B^3}{24} + \frac{BC^2}{8} - \frac{BD^2}{2} - \frac{EC}{2}$$

Mas

$$\mathfrak{B} = B + \frac{BD}{2} - \frac{B^3}{8} - \frac{BC^2}{8} + \frac{CE}{2}$$

D'onde se tira

$$\mathfrak{B} = B'' - \frac{B^3}{12} + \frac{BD^2}{2} - \frac{BC^2}{4} + EC$$

ou

$$\mathfrak{B} = B'' \left( 1 - \frac{1}{12} B''^2 - \frac{1}{4} C''^2 + \frac{1}{2} D^2 \right) \quad (1)$$

ou

$$\mathfrak{B} = \text{sen } B'' \left( 1 + \frac{1}{6} \text{senvers. } B'' - \frac{1}{2} \text{senvers. } C'' + \text{senvers. } D \right)$$

Da mesma maneira acharíamos

$$\mathfrak{C} = \text{sen } C'' \left( 1 + \frac{1}{6} \text{senvers. } C'' - \frac{1}{2} \text{senvers. } B'' + \text{senvers. } D \right)$$

Expressões que se devem empregar no caso de se observarem os desvios nos pontos quadrantaes, em vez das expressões geraes das pag. 143 e 144.

Para D, temos:

$$D' = 2D - 2N \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2}D' = D - N = D - \frac{1}{3}D^3$$

e portanto

$$D = \frac{1}{2}D' + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2}D' \right)^3 \quad \text{aproximadamente}$$

e

$$\mathfrak{D} = D = \text{tg } \frac{1}{2}D'$$

E esta expressão de D, que se deve empregar no caso em questão.

<sup>1</sup> EC desaparece, por não ficar E determinado pelas observações dos pontos cardaes.

Passámos a alguns exemplos de determinação dos coefficients exactos pelos coefficients da equação approximada.

### Exemplo 1.º

Dedução dos coefficients exactos pelos da equação approximada da fragata «Warrior»

$$A = 1^{\circ} 0'; B = -22^{\circ} 12'; C = -5^{\circ} 52'; D = +8^{\circ} 56'; E = +0^{\circ} 46'$$

$$\text{sen } A = -0,017; \text{sen } B = -0,378; \text{sen } C = -0,102; \text{sen } D = +0,155;$$

$$\text{sen } E = +0,013$$

$$\text{senvers. } B = +0,074; \text{senvers. } C = +0,005; \text{senvers. } D = +0,012$$

$$\mathfrak{A} = \text{sen } A = -0,017$$

$$\mathfrak{B} = \text{sen } B \left( 1 + \frac{1}{2} \text{sen } D + \frac{1}{12} \text{senvers. } B - \frac{1}{4} \text{senvers. } C \right) + \frac{1}{2} \text{sen } C \text{sen } E.$$

$$\mathfrak{B} = -0,378 (1 + 0,077 + 0,006 - 0,001) + \frac{1}{2} (-0,102 \times 0,013)$$

$$= -0,378 \times 1,082 - 0,001 = -0,408$$

$$\mathfrak{C} = \text{sen } C \left( 1 - \frac{1}{2} \text{sen } D + \frac{1}{12} \text{senvers. } C - \frac{1}{4} \text{senvers. } B \right) + \frac{1}{2} \text{sen } B \text{sen } E$$

$$\mathfrak{C} = -0,102 (1 - 0,077 + 0,000 - 0,018) + \frac{1}{2} (-0,378 \times 0,013)$$

$$= -0,102 \times 0,905 + 0,002 = -0,090$$

$$\mathfrak{D} = \text{sen } D \left( 1 + \frac{1}{3} \text{senvers. } D \right)$$

$$\mathfrak{D} = +0,155 (1 + 0,004) = +0,156$$

$$\mathfrak{E} = \text{sen } E - \text{sen } A \text{sen } D$$

$$\mathfrak{E} = 0,013 + 0,017 \times 0,155 = 0,016$$

Os valores dos coefficients acima differem apenas 0,002 a 0,005 dos que foram deduzidos a pag. 115, pelo processo directo dos rumos principaes.

Exemplo 2.<sup>o</sup>

$$A = -0^{\circ} 19'; B = +16^{\circ} 59'; C = +2^{\circ} 29'; D = +5^{\circ} 0'; E = -0^{\circ} 1'$$

$$\text{sen } A = -0,005; \text{sen } B = +0,292; \text{sen } C = +0,043; \text{sen } D = +0,087;$$

$$\text{sen } E = 0,000$$

$$\text{senvers. } \mathfrak{B} = +0,043; \text{senvers. } \mathfrak{C} = 0,000; \text{senvers. } \mathfrak{D} = +0,004$$

$$\mathfrak{A} = \text{sen } A = -0,005$$

$$\mathfrak{B} = \text{sen } B \left( 1 + \frac{1}{2} \text{sen } D + \frac{1}{12} \text{senvers. } B - \frac{1}{4} \text{senvers. } C \right) + \frac{1}{2} \text{sen } C \text{sen } E$$

$$= +0,292 (1 + 0,044 + 0,004 - 0,001) = +0,305$$

$$\mathfrak{C} = \text{sen } C \left( 1 - \frac{1}{2} \text{sen } D + \frac{1}{12} \text{senvers. } C - \frac{1}{4} \text{senvers. } B \right) + \frac{1}{2} \text{sen } B \text{sen } E$$

$$= +0,043 (1 - 0,044 - 0,011) = +0,040$$

$$\mathfrak{D} = \text{sen } D \left( 1 + \frac{1}{3} \text{senvers. } D \right) = +0,087 (1 + 0,001) = +0,087$$

$$\mathfrak{E} = \text{sen } E - \text{sen } A \text{sen } D = 0,000 - 0,005 \times 0,087 = 0,000$$

Tambem os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  deduzidos indirectamente, n'este exemplo, dos coefficients approximados, differem mui pouco d'aquelles que achâmos (pag. 123 a 126), pelas observações dos desvios em qualquer dos 4 semi-circulos, terminando por algum dos pontos cardeaes, e suppondo  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero.

### Formação da tabella dos desvios pelos coefficients exactos

Tendo determinado os coefficients exactos por qualquer dos methodos, directo ou indirecto, passa-se a formar a tabella dos desvios pela formula

$$\text{tg } \delta = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \text{sen } \zeta + \mathfrak{C} \cos \zeta + \mathfrak{D} \text{sen } 2\zeta + \mathfrak{E} \cos 2\zeta}{1 + \mathfrak{B} \cos \zeta - \mathfrak{C} \text{sen } \zeta + \mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{E} \text{sen } 2\zeta}$$

N'esta formula,  $\delta$  é expresso em  $\zeta$ , rumo correcto; obtem-se portanto a tabella *inversa*, porém com muita facilidade, pelo processo graphico de Napier, se deduz a *directa*.

O mappa (pag. 152) facilita muito o calculo. Contém dez co-

lumnas principaes: as primeiras cinco correspondem aos cinco coeficientes, com os seus multiplicadores, e aos cinco termos do denominador (os quaes differem dos do numerador em ser o primeiro termo a unidade em vez de  $\mathfrak{A}$ ; nos multiplicadores que são cosenos onde são senos no numerador e vice-versa, e nos signaes do 3.º e 5.º termos).

Na columna I escrevem-se seguidamente  $\mathfrak{A}$ , e por baixo o primeiro termo do denominador, a unidade, ficando o valor de  $\mathfrak{A}$  e a unidade alternadamente, tantas vezes quantos os rumos em que se pretende calcular o desvio.

A columna II contém  $\mathfrak{B}$  sen  $\zeta$  e, por baixo,  $\mathfrak{B}$  cos  $\zeta$ , alternadamente.

A III  $\mathfrak{C}$  cos  $\zeta$ , e —  $\mathfrak{C}$  sen  $\zeta$ .

A IV  $\mathfrak{D}$  sen  $2\zeta$  e  $\mathfrak{D}$  cos  $2\zeta$ , e a V,  $\mathfrak{E}$  cos  $2\zeta$  e —  $\mathfrak{E}$  sen  $2\zeta$ .

Em cada columna ficam portanto parcellas, duas a duas, pertencendo, a superior ao numerador e a inferior ao denominador da formula acima.

Sommando todas as series de 5 parcellas dispostas horisontalmente, a somma das linhas impares representará o numerador, e a das pares o denominador.

São estas sommas, que se escrevem na columna VI. Na VII escrevem-se os logarithmos dos numeros da columna VI. Na VIII escrevem-se as differenças dos logarithmos da columna VII, ou o logarithmo de  $\operatorname{tg} \delta$ ; e na columna IX escrevem-se os valores de  $\delta$ , collocando ao lado na ultima columna os rumos correspondentes.

Na pagina seguinte apresentâmos um exemplo do calculo da tabella dos desvios da fragata *couraçada* da marinha russa «*Per-venetz.*»

# MAPPA

Do calcolo da fragata «Pervenetz»

## Calculo do desvio da fragata «Pervenetz» nas 16 meias

I $\mathfrak{A} = -0,005$	II $\mathfrak{B} = +0,305$		III $\mathfrak{C} = +0,040$		IV $\mathfrak{D} = +0,087$	
	Multiplicadores	Productos de $\mathfrak{B}$ pelos multiplicadores	Multiplicadores	Productos de $\mathfrak{C}$ pelos multiplicadores	Multiplicadores	Productos de $\mathfrak{D}$ pelos multiplicadores
-0,005	0	0,000	1	+0,040	0	0,000
1,000	1	+0,305	0	0,000	1	+0,087
-0,005	$S_2$	+0,117	$S_6$	+0,037	$S_4$	+0,061
1,000	$S_6$	+0,282	$-S_2$	-0,015	$S_4$	+0,061
-0,005	$S_4$	+0,216	$S_4$	+0,028	1	+0,087
1,000	$S_4$	+0,216	$-S_4$	-0,028	0	0,000
-0,005	$S_6$	+0,282	$S_2$	+0,015	$S_4$	+0,061
1,000	$S_2$	+0,117	$-S_6$	-0,037	$-S_4$	-0,061
-0,005	1	+0,305	0	0,000	0	0,000
1,000	0	0,000	-1	-0,040	-1	-0,087
-0,005	$S_6$	+0,282	$-S_2$	-0,015	$-S_4$	-0,061
1,000	$-S_2$	-0,117	$-S_6$	-0,037	$-S_4$	-0,061
-0,005	$S_4$	+0,216	$-S_4$	-0,028	-1	-0,087
1,000	$-S_4$	-0,216	$-S_4$	-0,028	0	0,000
-0,005	$S_2$	+0,117	$-S_6$	-0,037	$-S_4$	-0,061
1,000	$-S_6$	-0,282	$-S_2$	-0,015	$S_4$	+0,061
-0,005	0	0,000	-1	-0,040	0	0,000
1,000	-1	-0,305	0	0,000	1	+0,087
-0,005	$-S_2$	-0,117	$-S_6$	-0,037	$S_4$	+0,061
1,000	$-S_6$	-0,282	$S_2$	+0,015	$S_4$	+0,061
-0,005	$-S_4$	-0,216	$-S_4$	-0,028	1	+0,087
1,000	$-S_4$	-0,216	$S_4$	+0,028	0	0,000
-0,005	$-S_6$	-0,282	$-S_2$	-0,015	$S_4$	+0,061
1,000	$-S_2$	-0,117	$S_6$	+0,037	$-S_4$	-0,061
-0,005	-1	-0,305	0	0,000	0	0,000
1,000	0	0,000	1	+0,040	-1	-0,087
-0,005	$-S_6$	-0,282	$S_2$	+0,015	$-S_4$	-0,061
1,000	$S_2$	+0,117	$S_6$	+0,037	$-S_4$	-0,061
-0,005	$-S_4$	-0,216	$S_4$	+0,028	-1	-0,087
1,000	$S_4$	+0,216	$S_4$	+0,028	0	0,000
-0,005	$-S_2$	-0,117	$S_6$	+0,037	$-S_4$	-0,061
1,000	$S_6$	+0,282	$S_2$	+0,015	$S_4$	+0,061

Calculo do desvio da fragata «Pervenetz» nas 16 meias

I $\mathcal{A} = -0,005$ — Valor de $\mathcal{A}$ e $\mathcal{A}$ alternada- mente	II $\mathcal{B} = +0,305$		III $\mathcal{C} = +0,040$		IV $\mathcal{D} = +0,087$	
	Multiplica- dores	Productos de $\mathcal{B}$ pelos multipli- cadores	Multiplica- dores	Productos de $\mathcal{C}$ pelos multipli- cadores	Multiplica- dores	Productos de $\mathcal{D}$ pelos multipli- cadores
-0,005	0	0,000	1	+0,040	0	0,000
1,000	1	+0,305	0	0,000	1	+0,087
-0,005	$S_2$	+0,117	$S_6$	+0,037	$S_4$	+0,061
1,000	$S_6$	+0,282	$-S_2$	-0,015	$S_4$	+0,061
-0,005	$S_4$	+0,216	$S_4$	+0,028	1	+0,087
1,000	$S_4$	+0,216	$-S_4$	-0,028	0	0,000
-0,005	$S_6$	+0,282	$S_2$	+0,015	$S_4$	+0,061
1,000	$S_2$	+0,117	$-S_6$	-0,037	$-S_4$	-0,061
-0,005	1	+0,305	0	0,000	0	0,000
1,000	0	0,000	-1	-0,040	-1	-0,087
-0,005	$S_6$	+0,282	$-S_2$	-0,015	$-S_4$	-0,061
1,000	$-S_2$	-0,117	$-S_6$	-0,037	$-S_4$	-0,061
-0,005	$S_4$	+0,216	$-S_4$	-0,028	-1	-0,087
1,000	$-S_4$	-0,216	$-S_4$	-0,028	0	0,000
-0,005	$S_2$	+0,117	$-S_6$	-0,037	$-S_4$	-0,061
1,000	$-S_6$	-0,282	$-S_2$	-0,015	$S_4$	+0,061
-0,005	0	0,000	-1	-0,040	0	0,000
1,000	-1	-0,305	0	0,000	1	+0,087
-0,005	$-S_2$	-0,117	$-S_6$	-0,037	$S_4$	+0,061
1,000	$-S_6$	-0,282	$S_2$	+0,015	$S_4$	+0,061
-0,005	$-S_4$	-0,216	$-S_4$	-0,028	1	+0,087
1,000	$-S_4$	-0,216	$S_4$	+0,028	0	0,000
-0,005	$-S_6$	-0,282	$-S_2$	-0,015	$S_4$	+0,061
1,000	$-S_2$	-0,117	$S_6$	+0,037	$-S_4$	-0,061
-0,005	-1	-0,305	0	0,000	0	0,000
1,000	0	0,000	1	+0,040	-1	-0,087
-0,005	$-S_6$	-0,282	$S_2$	+0,015	$-S_4$	-0,061
1,000	$S_2$	+0,117	$S_6$	+0,037	$-S_4$	-0,061
-0,005	$-S_4$	-0,216	$S_4$	+0,028	-1	-0,087
1,000	$S_4$	+0,216	$S_4$	+0,028	0	0,000
-0,005	$-S_2$	-0,117	$S_6$	+0,037	$-S_4$	-0,061
1,000	$S_6$	+0,282	$S_2$	+0,015	$S_4$	+0,061

partidas (rumos correctos) pelos coefficients exactos

V $\mathcal{E} = 0,000$		VI	VII	VIII	IX	X
Multiplica- dores	Productos de $\mathcal{E}$ pelos multipli- cadores	Somma das columnas 1, II, III, IV e V	Logarithmos dos numeros da columna VI	Diferença dos logarithmos da columna VI (Log. tg $\delta$ )	Valores de $\delta$	Rumos correctos
1	0,000	+0,035	8.5440			
0	"	+1,392	10.1436	8.4004	+1 .26	N.
$S_4$	"	+0,210	9.3222	9.1990	+8 .59	NNE.
$-S_4$	"	+1,328	10.1232			
0	"	+0,326	9.5132	9.4384	+15.21	NE.
-1	"	+1,188	10.0748			
$-S_4$	"	+0,353	9.5478	9.5396	+19. 6	ENE.
$-S_4$	"	+1,019	10.0082			
-1	"	+0,300	9.4771	9.5361	+18.58	E.
0	"	+0,873	9.9410			
$-S_4$	"	+0,201	9.3032	9.4083	+14.22	ESE.
$S_4$	"	+0,785	9.8949			
0	"	+0,096	8.9823	9.1038	+ 7.14	SE.
1	"	+0,756	9.8785			
$S_4$	"	+0,014	8.1461	8.2630	+ 1. 3	SSE.
$S_4$	"	+0,764	9.8831			
1	"	-0,045	8.6532	8.7600	- 3.18	S.
0	"	+0,782	9.8932			
$S_4$	"	-0,098	8.9912	9.0914	- 7. 2	SSO.
$-S_4$	"	+0,794	9.8998			
0	"	-0,162	9.2095	9.3000	-11.17	SO.
-1	"	+0,812	9.9095			
$-S_4$	"	-0,241	9.3820	9.4480	-15.40	OSO.
$-S_4$	"	+0,859	9.9340			
-1	"	-0,310	9.4913	9.5122	-18. 1	O.
0	"	+0,953	9.9791			
$-S_4$	"	-0,333	9.5224	9.4838	-16.56	ONO.
$S_4$	"	+1,093	10.0386			
0	"	-0,280	9.4471	9.3523	-12.41	NO.
1	"	+1,244	10.0948			
$S_4$	"	-0,146	9.1643	9.0314	- 6. 8	NNO.
$S_4$	"	+1,358	10.1329			



## CAPITULO VI

Equivalencia e representação graphica dos coefficients P, Q e R; signaes respectivos — O que representam os coefficients  $a, b, c, d, e, f, g, h$  e  $k$  — Discussão do coefficiente  $\lambda$  — Do coefficiente  $\mathfrak{D}$ , e suas partes constituintes; sua grandeza nas diversas classes de navios; maneiras diversas de effectuar a sua correccão — Dos coefficientes  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{C}$ , sua intima ligação — Do coefficiente  $\mathfrak{B}$  e suas partes constituintes; formula para determinar  $\frac{P}{\lambda}$  e  $\frac{c}{\lambda}$ ; processo graphico — Do coefficiente  $\mathfrak{C}$ ; determinação de  $\frac{Q}{\lambda}$  e  $\frac{f}{\lambda}$  — Formulas que determinam os valores mais provaveis das partes constituintes de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  — Considerações geraes sobre o desvio *semi-circular* — Variações comparativas de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ ; instabilidade d'estes coefficientes — Dependencia entre a direcção do desvio *semi-circular* e a direcção da prôa do navio, durante a construcção — Angulo de estibordo ( $\alpha$ ) — Regra empirica nos navios couraçados — Observações ácerca dos desvios *semi-circular* e *quadrantal*.

### Magnetismo permanente do ferro duro

A acção do magnetismo *permanente* do ferro *duro* sobre a agulha pôde imaginar-se decomposta, como vimos, em tres componentes, actuando sobre os tres eixos coordenados; a primeira, P, no sentido da pôpa á prôa; a segunda Q, de BB para EB, e a terceira R, de cima para baixo.

A força P é equivalente á acção de uma barra magnetica collocada, sobre plano horisontal que passa pela agulha, na linha de pôpa á prôa ou eixo longitudinal do navio, por ante ávante ou á ré da agulha, ou é equivalente á acção de uma barra, collocada a BB ou a EB da agulha, porém com o seu centro no plano vertical que passa pelo centro da agulha (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 2.<sup>a</sup>).

No primeiro caso, P será positivo se a extremidade *boreal* (a que attrahe o pólo N. da agulha) ficar para a pôpa, e negativo, quando esta mesma extremidade ficar para a prôa.

No segundo caso, P será positivo se a extremidade *boreal* estiver do lado da prôa, e negativo na posição opposta.

Q é equivalente á acção de uma barra magnetica horisontal, disposta perpendicularmente ao eixo longitudinal do navio, e collocada a BB ou EB da agulha, ou tambem a uma barra perpendicular ao plano longitudinal, porém com o centro n'esse mesmo plano, avante ou a ré da agulha (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 2.<sup>a</sup>).

No primeiro caso, Q será positivo, quando a extremidade *boreal* da barra ficar para BB, e negativo em direcção opposta.

No segundo caso, Q será positivo ficando a extremidade *boreal* a EB, e negativo em direcção contraria.

R equivale a uma barra magnetica vertical collocada immediatamente por cima ou por baixo da agulha, ou por uma barra tambem vertical, a BB ou a EB da agulha, mas cujo centro fique no plano horisontal que passa pela agulha (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 2.<sup>a</sup>).

No primeiro caso, R será positivo quando a extremidade *boreal* estiver para cima, e negativo em direcção opposta.

No segundo caso, R será positivo quando a extremidade *boreal* estiver para baixo, e negativo em posição contraria.

Estes tres coefficients P, Q e R, como representando as tres componentes do magnetismo *permanente*, dever-se-iam considerar constantes; porém, rigorosamente fallando, não existe magnetismo a bordo ao qual se possa dar esta denominação.

P, Q e R variam com o tempo, principalmente nos primeiros tempos (um anno, ou mais) depois do navio cair no mar. Fallaremos mais detidamente d'estas variações, quando tratarmos dos coefficients  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  que envolvem os coefficients P e Q.

### Magnetismo de inducção

Os coefficients *a, b, c, d, e, f, g, h e k* podem ser representados pela acção de nove barras de ferro *macio* nas direcções dos eixos X, Y e Z, como se vêem na (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 2.<sup>a</sup>).

É essencial não confundir a direcção d'estas barras imaginarias com a direcção da sua acção; uma barra póde representar um coefficiente na direcção de um dos eixos, e estar disposta na direcção d'esse mesmo eixo, ou perpendicularmente, na direcção de qualquer dos outros dois.

Assim, *a, b* ou *c*, dispostos, respectivamente, na direcção dos eixos dos X, Y e Z, actuam todos na direcção do eixo dos X;

*d, e e f* actuam similhantemente na direcção do eixo dos Y, assim como *g, h e k* no eixo dos Z;

*a, d e g* representam barras, dispostas da direcção de pópa á

prôa, ou do eixo dos X; porém só a acção da primeira, por estar no eixo longitudinal, é na direcção do eixo dos X.

Qualquer que seja a disposição do ferro *macio* a bordo, é facil de ver, que a acção do magnetismo induzido pela força terrestre se pôde sempre reduzir á acção de qualquer dos systemas de nove barras typos.

Os signaes d'estes coefficients dependem da posição relativa das barras que os representam. O coefficiente *a* é positivo se a barra fica avante ou a ré da agulha; é evidente, que em qualquer d'estes casos, o pólo induzido voltado para a agulha deve attrahir o extremo N. da agulha para E., quando o navio girar n'este sentido, ou em azimuths positivos.

*a* será negativo, quando ficar para um e outro lado da agulha, porque os pólos induzidos da barra e os da agulha do mesmo nome ficam para o mesmo lado.

Por um raciocinio semelhante se reconhecem os signaes dos coefficients *d* e *g*, correspondentes a barras dispostas parallelamente ao eixo dos X.

Convem notar, que as barras, correspondentes aos coefficients *b*, *e* e *h*, que ficam parallelas ao eixo dos Y, devem ter os signaes trocados, porquanto a força Y, como sabemos, decresce com o seno de  $\zeta$ , ao passo que o magnetismo induzido n'aquellas barras cresce com o seno do mesmo angulo  $\zeta$ .

Assim *b*, collocado avante da agulha e do lado de EB, cujo magnetismo induzido cresce com o seno de  $\zeta$ , devia ter o signal —, por fazer desviar o extremo N. da agulha para O., em azimuths positivos, tem no quadro (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 2.<sup>a</sup>) o signal +, pela circumstancia acima dita, e assim tambem as barras dos coefficients *e* e *h*.

Os signaes de *c*, *f* e *k* são determinados pela posição do pólo induzido que fica para o zenith (pólo boreal) relativamente á agulha; assim, *c*, *f* e *k* apresentam sempre um pólo boreal nas extremidades superiores; se éstas ficarem no plano horisontal que passa pela agulha, pela parte de vante em *c*, e a EB em *f*, os seus signaes serão positivos; *k* tem sempre signal positivo, quer fique pela parte superior ou inferior da agulha.

*c* e *f* são negativos, quando as respectivas barras têm as suas extremidades inferiores no plano horisontal que passa pela agulha e ficam do lado da prôa, e a EB, ou as extremidades superiores no mesmo plano horisontal, mas do lado da pôpa e a BB.

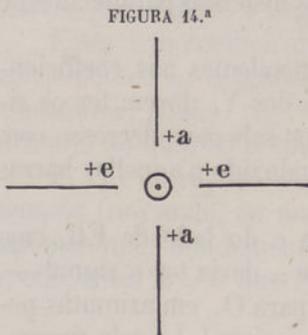
*k* só é negativo, quando a barra fica parte de um lado e parte de outro lado do plano horisontal que passa pela agulha; n'este caso ambos os pólos tendem a fazer elevar a extremidade N. da agulha.

Passaremos a tratar dos coefficients das equações deduzidas das tres fundamentaes, os quaes, envolvendo os que acabámos de citar, mostram o papel que cada um d'estes faz no desvio da agulha.

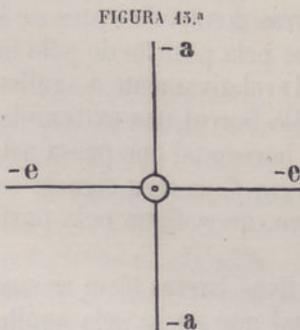
$$\text{Do coefficiente } \lambda = 1 + \frac{a+e}{2}$$

Das equações (7 ou 9) vemos que o valor medio de  $\frac{H'}{H} \cos \delta$  é igual a  $1 + \frac{a+e}{2}$ ; esta é pois a expressão da força media horisontal que actua a bordo sobre a agulha para o N., referida á força horisontal terrestre como unidade. Geralmente  $\lambda$  é menor do que a unidade, o que denota ser  $\frac{a+e}{2}$  negativo <sup>1</sup>.

$\lambda$  seria maior do que a unidade se as barras que representam  $a$  e  $e$  estivessem em qualquer das quatro posições da (Fig. 14.<sup>a</sup>); isto é, em qualquer d'estes casos, a força directriz da agulha a bordo seria superior á força que a dirige em terra, ou livre de ferro.



Se as barras  $a$  e  $e$  estiverem na disposição da (Fig. 15.<sup>a</sup>),  $\lambda$  será evidentemente menor do que a unidade, e é isto o que geralmente tem lugar, principalmente nos navios couraçados.



Ainda ha um caso (que se dá poucas vezes) em que  $\lambda$  é menor do que a unidade, sendo comtudo  $a$  positivo (Fig. 16.<sup>a</sup>);  $\lambda$  será menor do que a unidade, sempre que o valor numerico de  $e$  for maior do que  $a$ .

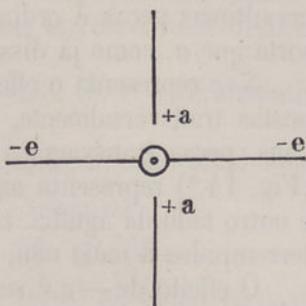
O coefficiente  $\lambda$  é um dos mais importantes, como mais para diante veremos, e obtem-se por observação directa (veja pag. 129).

<sup>1</sup> Nos antigos navios de ferro  $\lambda$  era pouco menor do que a unidade; nos navios de ferro de construcção mais recente, de 1848 a 1853, o valor medio de  $\lambda$  regulava por 0,930.

Nos grandes navios couraçados  $\lambda$  regula por 0,700 a 0,850.

Entretanto o valor de  $\lambda$  depende essencialmente da posição da agulha.

O valor do coefficiente  $\lambda$  pôde-se considerar constante, isto é, não deve variar com a differença de posição geographica, embora, com esta, varie a força horisontal magnetica terrestre; porquanto depende do valor de  $a$  e  $e$ , ou do effeito do magnetismo induzido horisontalmente nas direcções *latitudinal* e *longitudinal*, effeito que é constante, qualquer que seja o valor que a força horisontal terrestre possa tomar <sup>1</sup>.

FIGURA 16.<sup>a</sup>

$$\text{Do coefficiente } \mathfrak{D} = \frac{a-e}{2\lambda}$$

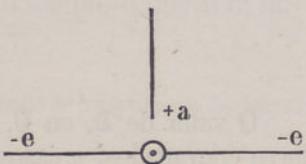
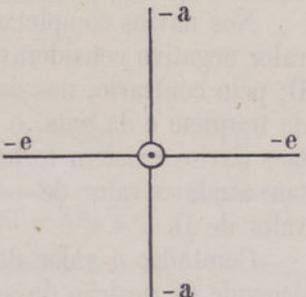
$\mathfrak{D}$  é, como sabemos, o principal coefficiente do desvio quadrantal, e como a sua expressão indica, intimamente ligado com  $\lambda$ . O seu valor approximado, em arco, é representado por  $\mathfrak{D}$ .

$\mathfrak{D}$  é geralmente positivo (pôde-se dizer que é positivo quasi sem excepção), e causado pela *inducção* horisontal do ferro *macio* disposto symmetricamente em relação ás secções longitudinal e latitudinal do navio.

Na (Fig. 17.<sup>a</sup>) claramente se vê, que tanto  $a$  como  $e$  concorrem a dar um valor positivo a  $\mathfrak{D}$ ; e a (Fig. 18.<sup>a</sup>), que indica a disposição mais frequente, mostra que o excesso de  $e$  sobre  $a$  é que determina o seu valor positivo.

Podemos agora referir os coefficientes  $a$  e  $e$  ás peças ou partes integrantes dos navios.

O coefficiente  $+a$  representa o conjunto de todas as massas de ferro *macio* que ficam avante da agulha, como machina, caldeiras, chaminé, mastros de ferro, etc., etc.;  $-a$  representa mais propriamente as peças de ferro *macio* que se estendem de pôpa á prôa, inferiormente ou aos lados da região da agulha, taes como a quilha, e casco do navio, eixo da heli-

FIGURA 17.<sup>a</sup>FIGURA 18.<sup>a</sup>

<sup>1</sup> Se a força horisontal terrestre  $H$  se torna maior, por exemplo, augmenta a intensidade do magnetismo *induzido* em  $a$  e  $e$ , porém tambem augmenta, na mesma proporção, a força directriz da agulha, e o desvio ou effeito sobre a agulha fica o mesmo.

ce, placas de ferro lateraes, a meio navio, etc., etc.; o effeito d'estas ultimas peças é ordinariamente superior ao das primeiras, de sorte que  $a$ , como já dissemos, é ordinariamente negativo.

—  $e$  representa o effeito de todas as peças de ferro *macio*, dispostas transversalmente, como o cavername do fundo do navio, vaus, peças transversaes da machina e das caldeiras, etc., +  $e$  (Fig. 14.<sup>a</sup>) representa as peças de ferro *macio*, que ficam de um e outro lado da agulha, como peças de artilheria, vaus de ferro interrompidos a meia nau, ou que terminam em uma escotilha, etc.

O effeito de —  $e$  é sempre muito superior ao de +  $e$ , de sorte que o  $e$  total é sempre negativo e, ordinariamente, maior do que  $a$ .

Os valores de  $a$  e  $e$  podem-se obter, sendo conhecidos  $\mathfrak{D}$  e  $\lambda$ , das equações:

$$+a = \lambda \mathfrak{D} - (1 - \lambda); \quad -e = \lambda \mathfrak{D} + 1 - 1 \lambda$$

Assim, a parte de  $\mathfrak{D}$  que provém do ferro *macio* de pôpa á prôa, é

$$+\frac{a}{2\lambda} = \frac{\mathfrak{D}}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right)$$

e a proveniente do ferro *macio* transversal, é

$$-\frac{e}{2\lambda} = \frac{\mathfrak{D}}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right)$$

O valor de  $\mathfrak{D}$ , ou D, é comparativamente grande nos navios de ferro couraçados, e casos ha em que é excessivo, devidos á má posição da agulha, ou a massas de ferro inevitaveis.

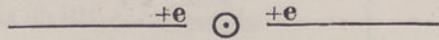
Nos navios completamente couraçados de pôpa á prôa,  $a$  tem valor negativo consideravel, que evidentemente diminue o valor de D; pelo contrario, nos navios couraçados sómente entre os mastros do traquete e da gata, o valor negativo de  $a$  é menor, e como em taes navios existem fortes armaduras transversaes, estas augmentam ainda o valor de —  $e$ , o que tudo concorre para amplificar o valor de D.

Comtudo, o valor de D, assim como de todos os coefficients, depende da posição da agulha. Nas mais elevadas, ou nas agulhas padrões, D é mais pequeno do que nas agulhas do governo; é nas agulhas da coberta (agulhas de combate) dos navios couraçados que D se apresenta mais consideravel.

Nos *Monitores*, ou navios de torres, a agulha padrão é ordinariamente collocada em cima e no centro das torres, o valor de  $D$  é relativamente pequeno.

Nos navios de madeira *couraçados* o valor de  $D$  é geralmente pequeno.

Póde-se effectuar a correcção mechanica de  $D$ , collocando uma barra de ferro *macio* disposta, como na (Fig. 17.<sup>a</sup>), de pópa á prôa, e cujo effeito seja igual

FIGURA 19.<sup>a</sup>

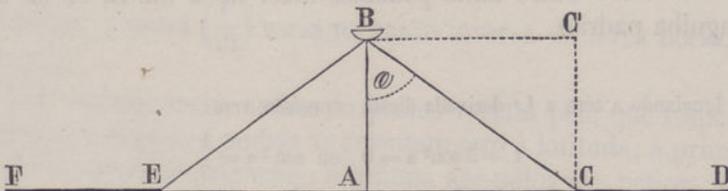
ao de  $-e$ , ou por meio de um anel de ferro, no plano vertical longitudinal, cujo centro coincida com o fulcro da agulha, ou ainda por duas barras lateraes dispostas como na (Fig. 19.<sup>a</sup>), as quaes actuem sobre a agulha como  $+e$ .

Este ultimo processo é o mais conveniente; porquanto, corrigindo a agulha do desvio quadrantal, augmenta ao mesmo tempo a força directriz sobre a mesma, emquanto os dois primeiros têm a desvantagem de a reduzir mais.

Nos navios que tenham o convez ou vaus de ferro, póde-se conseguir a correcção do desvio quadrantal, imitando o arranjo em que se augmenta a força directriz (Fig. 19.<sup>a</sup>), collocando a agulha em um espaço a meio navio, em que os vaus sejam interrompidos, como sobre uma escotilha<sup>1</sup>.

$D$  ou  $\mathfrak{D}$  não varia com a posição geographica, porém tem-se notado que varia (aindaque pouco) com o tempo, o que sem du-

<sup>1</sup> Sendo o magnetismo em  $C$  e  $E$  (Fig. 20.<sup>a</sup>) independente do comprimento das barras

FIGURA 20.<sup>a</sup>

$CD$  ou  $EF$  (o que não se verifica), a largura da abertura  $EC$  que daria o maximo effeito, relativamente á altura  $AB$ , é dada pela formula  $EC = AB\sqrt{2}$ .

Com effeito: a força magnetica  $f$ , supposta em  $C$ , actua em  $B$  como  $\frac{f}{BC^2}$ , e a componente na direcção de  $BC'$ , a que desvia a agulha, será

$$\frac{f}{BC^2} \times \frac{BC'}{BC} = f \frac{AC}{BC^3} = f \frac{BA}{BA^3} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sec^3 \alpha} = \frac{\delta}{BA^2} \operatorname{sen} \alpha \cos^2 \alpha = \frac{f}{BA^2} (\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen}^3 \alpha)$$

vida se póde attribuir a alguma mudança molecular na estrutura do ferro, mudança, que o torna menos susceptível de se magnetisar por inducção, ou que diminue a sua capacidade *inductiva*.

### Dos coefficients $\mathfrak{A}$ e $\mathfrak{E}$

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{\lambda} \frac{d-b}{2} \qquad \mathfrak{E} = \frac{1}{\lambda} \frac{d+b}{2}$$

A parte constante do desvio ( $\mathfrak{A}$ ) e a mais pequena e secundaria do desvio quadrantal ( $\mathfrak{E}$ ) são, como vemos, intimamente ligadas.

Ambas provém da *inducção* horisontal no ferro *macio*, collocado não symetricamente em relação á secção longitudinal do navio; quando se trata da agulha padrão, ambos estes coefficients serão zero, quando o ferro está symetricamente disposto; e, em geral, são mui pequenos.

Um valor real de  $\mathfrak{A}$  ou  $A$  póde sómente ser causado por peças de ferro macio alongadas e horisontaes, representadas por  $d$  e  $b$  (Fig. 21.<sup>a</sup>).

Uma disposição semelhante á da (Fig. 21.<sup>a</sup>) é mui pouco pro-  
 FIGURA 21.<sup>a</sup> vavel para a agulha padrão. Quando se trata d'esta agu-  
 -b lha ou de outra qualquer, situada na secção longitudinal  
 do navio, se  $\mathfrak{A}$  ou  $A$  tem algum valor, deve ser antes  
 considerado como erro da agulha (index error), erro da  
 comparação das agulhas, quando se emprega o processo  
 de determinação dos desvios por marcações reciprocas,  
 ou no valor attribuido á declinação magnetica. Na pra-  
 tica póde-se considerar nullo.

Outro tanto podemos dizer de  $\mathfrak{E}$  ou  $E$ , se se trata da agulha padrão.

Igualando a zero a 1.<sup>a</sup> derivada d'esta expressão, vem :

$$\text{d'onde} \quad 1 - 3 \operatorname{sen}^2 \alpha = 0 \quad \text{ou} \quad \operatorname{sen}^2 \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{2}{3} \quad \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad 2 \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$$

e por consequencia

$$\sqrt{2} = \frac{2 AC}{AB} = \frac{EC}{AB} \quad \text{e} \quad EC = AB \sqrt{2}.$$

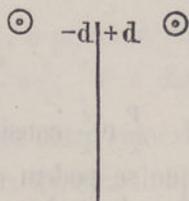
Crescendo a força magnetica em  $C$ , com o augmento de  $CD$ , a distancia  $EC$  será um pouco menor do que a dada pela formula acima, será talvez proximamente  $\frac{1}{3} AB$ ; isto é, se a agulha estiver elevada 1,5 metro sobre o convés, deverá ser a largura do espaço livre de ferro igual a 2 metros.

Porém, se a agulha em questão não está na linha de pôpa á prôa,  $\mathfrak{E}$  ou  $E$  pôde ser consideravel <sup>1</sup>.

Uma barra de ferro *macio*, collocada em relação a duas agulhas como na (Fig. 22.<sup>a</sup>) dá um valor de  $\mathfrak{A}$  combinado com  $\mathfrak{E}$ , como já notámos, quando tratámos do desvio *quadrantal*.

Uma tal barra, representando  $+d$  para a agulha de EB e  $-d$  para a agulha de BB, corresponde á somma algebraica das expressões de  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$ .

Este caso occorre geralmente nas agulhas de bitaculas, e é o eixo da roda do leme, que representa a barra  $\pm d$ .

FIGURA 22.<sup>a</sup>

$$\text{Do coefficiente } \mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \right)$$

$\mathfrak{B}$ , ou B (approximado) é o principal coefficiente do desvio *semi-circular*; depende das forças perturbadoras de pôpa á prôa, as quaes consistem de duas partes distinctas: a primeira  $\left(\frac{1}{\lambda} c \operatorname{tg} \theta\right)$  proveniente da *inducção* vertical do ferro *macio* avante ou á ré da agulha, multiplicada por  $\frac{1}{\lambda}$  e  $\operatorname{tg} \theta$ , (tangente da inclinação magnetica); e a segunda  $\left(\frac{P}{\lambda H}\right)$  proveniente do magnetismo *permanente* (P) do ferro *duro*, que actua na linha de pôpa á prôa, dividido pela força directriz a bordo ( $\lambda H$ ).

A primeira parte  $\left(\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta\right)$  varia com a tangente da inclinação magnetica, a outra  $\left(\frac{P}{\lambda H}\right)$  varia na rasão inversa da força horisontal terrestre.

Por consequencia, ambas as partes variam pelo que respeita á posição geographica; ambas augmentam com a latitude: a primeira é zero no equador magnetico e infinita nos pólos magneticos: a segunda tem um minimo na proximidade do equador (porque H é ahi maximo) e augmenta com a latitude, até se tornar infinita nos pólos magneticos, e isto em qualquer hemispherio.

Se P fosse absolutamente constante, poderíamos determinar  $c$  e P, de dois valores de  $\mathfrak{B}$  obtidos em quaesquer duas latitudes ma-

<sup>1</sup> No *Royal Sovereign*, antiga nau de madeira, hoje convertida em navio de torres, a disposição em que estão as suas quatro torres não permite collocar as agulhas na secção longitudinal, o valor de  $E$ , para uma das agulhas, eleva-se a  $9^{\circ} 14'$ .

gneticas, e portanto deduzir o valor de  $\mathfrak{B}$  para qualquer latitude, sendo conhecidos pelas cartas o valor de  $H$  e  $\theta$ .

Para este fim podemos pôr a equação da seguinte fórmula:

$$\frac{P}{\lambda} + H \operatorname{tg} \theta \frac{c}{\lambda} = BH$$

$\frac{P}{\lambda}$  e  $\frac{c}{\lambda}$  consideram-se como duas quantidades desconhecidas, que se podem obter, quando se determinar  $\mathfrak{B}$  por observação em duas latitudes.

Este methodo apresenta, comtudo, graves difficuldades; porque  $P$  está sujeito a variações consideraveis, principalmente em navios novos.

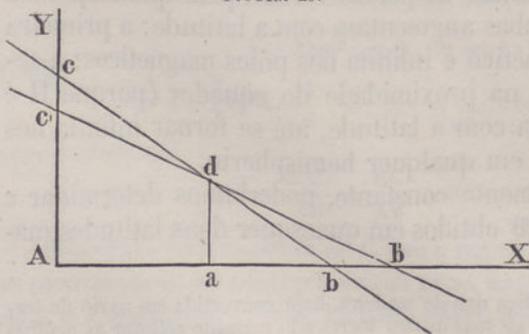
Quando se determina  $\mathfrak{B}$  á saída de um porto, e o navio vae, por exemplo, para latitudes mais meridionaes, ou para o hemispherio sul, á volta já se acha um  $\mathfrak{B}$  differente. Em tal caso convem obter por interpolação o valor que deveria ter  $\mathfrak{B}$ , no ponto da saída, na occasião em que se determinou na latitude meridional, suppondo a sua variação uniforme.

Póde-se empregar um methodo graphico para determinar  $\frac{P}{\lambda}$  e  $\frac{c}{\lambda}$ . Para este fim, põem-se a equação debaixo da fórmula seguinte

$$\frac{1}{\mathfrak{B} H} \frac{P}{\lambda} + \frac{1}{\mathfrak{B} \operatorname{ctg} \theta} \cdot \frac{c}{\lambda} = 1$$

Esta equação é de uma linha recta, em que as coordenadas são

FIGURA 23.<sup>a</sup>



$\frac{P}{\lambda}$  e  $\frac{c}{\lambda}$ . Supporemos (Fig. 23.<sup>a</sup>) dois eixos coordenados rectangulares  $AX$  e  $AY$ . Sobre o eixo horisontal  $AX$  tomaremos uma parte  $Ab$ , igual a  $\mathfrak{B}H$ , e no vertical, outraparte  $Ac$ , igual a  $\mathfrak{B} \operatorname{ctg} \theta$ ; faz-se passar uma recta pelos pontos  $b$  e  $c$ , a qual será o logar da equação.

Tendo determinado  $\mathfrak{B}_1$  em outro lugar, como conhecemos  $H_1$  e  $\cotg \theta_1$ , teremos uma nova equação

$$\frac{1}{\mathfrak{B}_1 H_1} \frac{P}{\lambda} + \frac{1}{\mathfrak{B}_1 \cotg \epsilon_1} \cdot \frac{c}{\lambda} = 1$$

com a qual se construirá outra linha inclinada  $b'c'$ ; o ponto  $d$ , encontro d'estas duas linhas, tem por coordenadas  $\frac{P}{\lambda}$  e  $\frac{c}{\lambda}$ ;  $\frac{c}{\lambda}$  é a distancia  $a d$ , e  $\frac{P}{\lambda}$  é a abscissa  $A a$ . Se ainda tivessemos outro valor de  $\mathfrak{B}$ , ( $\mathfrak{B}_2$ ), construiríamos com  $\mathfrak{B}_2 \cotg \theta_2$  e  $\mathfrak{B}_2 H_2$  uma terceira linha, cujo ponto de encontro seria ainda em  $d$ , se  $P$  não tivesse mudado de valor. Se o ponto de intercepção da terceira linha não coincidissem com o primeiro  $d$ , podia-se fazer idéa approximada da variação de  $P$ , pelo deslocamento d'aquelle ponto.

$$\text{Do coefficiente } \mathfrak{C} = \frac{1}{\lambda} \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right)$$

O coefficiente  $\mathfrak{C}$  ou  $C$  *approximado* (expresso em arco) é o segundo coefficiente do desvio *semi-circular*, provém, como sabemos, das forças perturbadoras lateraes, e consiste de duas partes distintas: a primeira  $\left( \frac{1}{\lambda} f \operatorname{tg} \theta \right)$ , proveniente do magnetismo induzido sobre o ferro *macio*, mais ou menos vertical, disposto não symetricamente em relação á secção longitudinal do navio; e a segunda  $\left( \frac{1}{\lambda} \frac{Q}{H} \right)$  proveniente do magnetismo *permanente* lateral.

A primeira parte  $\left( \frac{1}{\lambda} f \operatorname{tg} \theta \right)$  como a correspondente de  $\mathfrak{B}$ , varia com a tangente da inclinação magnetica terrestre, e é, ordinariamente, muito pequena, podendo até considerar-se zero, se o ferro está disposto symetricamente, em relação á secção longitudinal do navio.

A segunda parte,  $\left( \frac{1}{\lambda} \right)$  que é a principal, e que dá geralmente a  $\mathfrak{C}$  todo o seu valor, varia na rasão inversa da força horisontal magnetica terrestre.

Por consequencia, o mesmo que dissemos de  $\mathfrak{B}$ , pelo que respeita á discriminação das suas duas partes, se applica a  $\mathfrak{C}$ , notando, que  $Q$  varia tambem com o tempo e ainda mais do que  $P$ .

Póde-se portanto applicar o mesmo processo para obter  $Q$  e  $f$ ,

de dois valores de  $\mathfrak{C}$ , obtidos em duas latitudes, pondo a equação debaixo da fórma

$$\frac{Q}{\lambda} + H \operatorname{tg} \theta \frac{f}{\lambda} = \mathfrak{C}H, \text{ ou } \frac{1}{\mathfrak{C}H} \frac{Q}{\lambda} + \frac{1}{\mathfrak{C}c \operatorname{tg} \theta} \frac{f}{\lambda} = 1,$$

empregando o methodo graphico<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Se tivermos mais de dois valores observados de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , em outras tantas posições geographicas, obtem-se os valores mais provaveis de  $\frac{P}{\lambda}$ ,  $\frac{Q}{\lambda}$ ,  $\frac{c}{\lambda}$  e  $\frac{f}{\lambda}$  pelas formulas seguintes<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{P}{\lambda} &= \frac{\sum (t g^2 \theta) \times \sum \left( \frac{1}{H} \mathfrak{B} \right) - \sum \left( \frac{1}{H} t g \theta \right) \times \sum (\mathfrak{B} t g \theta)}{\sum (t g^2 \theta) \times \sum \left( \frac{1}{H^2} \right) - \left\{ \sum \left( \frac{1}{H} t g \theta \right) \right\}^2} \\ \frac{Q}{\lambda} &= \frac{\sum (t g^2 \theta) \times \sum \left( \frac{1}{H} \mathfrak{C} \right) - \sum \left( \frac{1}{H} t g \theta \right) \times \sum (\mathfrak{C} t g \theta)}{\sum (t g^2 \theta) \times \sum \left( \frac{1}{H^2} \right) - \left\{ \sum \left( \frac{1}{H} t g \theta \right) \right\}^2} \\ \frac{c}{\lambda} &= \frac{\sum \left( \frac{1}{H^2} \right) \times \sum (\mathfrak{B} t g \theta) - \sum \left( \frac{1}{H} t g \theta \right) \times \sum \left( \frac{1}{H} \mathfrak{B} \right)}{\sum (t g^2 \theta) \times \sum \left( \frac{1}{H^2} \right) - \left\{ \sum \left( \frac{1}{H} t g \theta \right) \right\}^2} \\ \frac{f}{\lambda} &= \frac{\sum \left( \frac{1}{H^2} \right) \times \sum (\mathfrak{C} t g \theta) - \sum \left( \frac{1}{H} t g \theta \right) \times \sum \left( \frac{1}{H} \mathfrak{C} \right)}{\sum (t g^2 \theta) \times \sum \left( \frac{1}{H^2} \right) - \left\{ \sum \left( \frac{1}{H} t g \theta \right) \right\}^2} \end{aligned}$$

Estas formulas, de facil applicação, por conterem todas muitos termos communs e o mesmo denominador, foram deduzidas pelo methodo mais racional, isto é, applicando o methodo dos menores quadrados ás equações originaes:

$$\begin{array}{l} \mathfrak{B}_1 = \frac{c}{\lambda} t g \theta_1 + \frac{P}{\lambda} \frac{1}{H_1} \\ \mathfrak{B}_2 = \frac{c}{\lambda} t g \theta_2 + \frac{P}{\lambda} \frac{1}{H_2} \\ \vdots \\ \mathfrak{B}_n = \frac{c}{\lambda} t g \theta_n + \frac{P}{\lambda} \frac{1}{H_n} \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathfrak{C}_1 = \frac{f}{\lambda} t g \theta_1 + \frac{Q}{\lambda} \frac{1}{H_1} \\ \mathfrak{C}_2 = \frac{f}{\lambda} t g \theta_2 + \frac{Q}{\lambda} \frac{1}{H_2} \\ \vdots \\ \mathfrak{C}_n = \frac{f}{\lambda} t g \theta_n + \frac{Q}{\lambda} \frac{1}{H_n} \end{array}$$

<sup>1</sup> Estas formulas são extrahidas do supplemento ao tratado do desvio da agulha do capitão Belavenetz.

Cabem agora aqui algumas considerações sobre o desvio *semi-circular*.

Se todo o magnetismo de bordo fosse sómente *permanente*, ou sómente *induzido*, ou uma combinação d'estas duas especies, e se as proporções d'estas fossem determinadas, poder-se-ia corrigir o desvio *semi-circular*, para qualquer posição geographica, empregando barras magneticas fixas para o primeiro caso, barras verticaes de ferro *macio* para o segundo, e estes dois meios para o terceiro caso. Ainda assim, a não se fazerem observações em duas latitudes, ou fazendo inclinar o navio no mesmo lugar, não se poderiam distinguir e separar as partes differentes de que se compõe o desvio *semi-circular*, e portanto não se poderia applicar correcção mechanica que podesse satisfazer a todas as latitudes. Fazendo observações de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  em duas latitudes, e na hypothese do magnetismo de bordo ser parte perfeitamente *permanente* e parte *induzido*, a correcção, pelos meios indicados, seria então perfeita para todas as latitudes.

Ora, variando os valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , como acima se referiu, independentemente de mudança de posição geographica, o methodo proposto para corrigir o desvio *semi-circular* seria pouco exacto, e, uma vez applicado, não se conseguiria o desaparecimento do mesmo desvio, visto que as forças, que se empregam, ou ficam constantes (barras magneticas), ou variam com a posição geographica (barras de ferro *macio* verticaes).

Para dar conta d'estas mudanças e da maior variação de  $\mathfrak{C}$ , convem analysar a natureza das duas partes que constituem os dois coefficients  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ .

Já em outra parte dissemos, que o magnetismo *permanente* propriamente dito não existe, principalmente nos primeiros tempos depois do lançamento do navio ao mar, e que a esta especie de magnetismo de bordo lhe cabia antes a denominação de *sub-permanente*.

A parte P (magnetismo *sub-permanente*), que entra em  $\mathfrak{B}$ , póde-se considerar como proveniente de duas origens distinctas: a 1.<sup>a</sup>, magnetismo *sub-permanente*, induzido, durante a construção do navio, pela componente vertical terrestre, e que provavelmente tem relação intima com o magnetismo vertical *induzido* propriamente dito; a 2.<sup>a</sup>, magnetismo *sub-permanente*, induzido ou fixado pela componente da força horisontal terrestre, na direcção da quilha do navio ( $H \cos \epsilon$ ), tambem durante a construção.

$\mathfrak{C}$ , theoreticamente, consiste de duas partes semelhantes ás de  $\mathfrak{B}$ , actuando transversalmente; porém, como se póde considerar, em

geral, o ferro disposto symmetricamente de cada lado da agulha, emquanto o navio está horisontal e a agulha na secção longitudinal,  $f \frac{tg \theta}{\lambda}$  póde-se considerar nullo, e o valor de  $\mathfrak{C}$  póde-se attribuir só-

mente ao magnetismo *sub-permanente*, induzido pela componente transversal da força horisontal terrestre ( $H \sin \zeta$ ), em quanto o navio está no estaleiro.

Assim; a parte de  $\mathfrak{B}$ , que provém do magnetismo *induzido* ( $\frac{c}{\lambda} tg \theta$ ) varia com a tangente da inclinação magnetica, e as outras partes restantes de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  ( $\frac{P}{\lambda H}$  e  $\frac{Q}{\lambda H}$ ) variam na razão inversa da força horisontal terrestre.

Pelo que respeita ás variações que têm logar nas diferentes partes de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , depois do navio cair no mar, e independentes de mudança de posição geographica, ha grande differença entre as de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , que se devem notar.

Quando o navio cáe no mar, embora a prôa do navio se não conserve em posição fixa, as forças que causam as duas primeiras partes de  $\mathfrak{B}$  (magnetismo *induzido* vertical e *sub-permanente* devido á inducção, tambem vertical, durante a construcção), continuam a actuar na mesma direcção como anteriormente, e estas duas partes provavelmente mudam mui pouco.

Com a terceira parte de  $\mathfrak{B}$ , e, geralmente, com o todo de  $\mathfrak{C}$ , o caso é differente. As forças, que as originam, cessam de actuar na direcção primitiva ou na direcção em que actuaram quando o navio estava no estaleiro. Se o navio passa a estar fundeado, ou navegando á véla, ou a vapor, aproará geralmente a todos os rumos da agulha; dado o caso de fundear em local de marés, estará alternadamente seis horas aproado a uma direcção e seis em direcção opposta. A consequencia immediata d'esta variação de rumo será o desaparecimento de uma grande parte de  $\mathfrak{C}$ , e tambem de uma parte de  $\mathfrak{B}$ , provenientes ambas do magnetismo *sub-permanente* originado pela inducção horisontal durante a construcção. Será por consequencia a perda de  $\mathfrak{C}$  muito mais consideravel do que a de  $\mathfrak{B}$ , porque, como dissemos, quasi todo o  $\mathfrak{C}$  consiste no magnetismo *sub-permanente* horisontal, e a  $\mathfrak{B}$  ainda restam as duas partes do magnetismo *sub-permanente* e *induzido*, ambas provenientes da componente vertical.

É por esta razão, que logo depois do lançamento do navio ao mar, os valores de  $\mathfrak{B}$  e principalmente o de  $\mathfrak{C}$  diminuem com muita rapidez, e a diminuição será accelerada se o navio for exposto a

choques ou trepidações, em direcções differentes d'aquella em que foi construido.

Casos ha, em que no espaço de alguns dias  $\mathcal{C}$  varia de mais de um terço do seu valor primitivo. No *Great-Eastern* eram os valores dos coefficients approximados do desvio *semi-circular*, em 7 de setembro de 1859,

$$B = 23^{\circ}13' \quad C = 25^{\circ}38'$$

pouco depois, a 12 do mesmo mez

$$B = 22^{\circ}42' \quad C = 16^{\circ}43'$$

No espaço de cinco dias o valor de  $C$  diminuiu proximamente de  $9^{\circ}$ , enquanto o de  $B$  apenas perdeu  $30'$  <sup>1</sup>.

Observaremos ainda, que as mesmas circumstancias que influem para que o magnetismo *induzido* ( $-e$ ) pela força horisontal no ferro *macio* transversal seja superior ao *induzido* sobre o ferro *macio* de pôpa á prôa ( $-a$ ), devem influir para que o magnetismo *sub-permanente*, proveniente da inducção horisontal sobre o ferro *duro* transversal, exceda o magnetismo tambem *sub-permanente* do ferro *duro* de pôpa á prôa, a qual é a parte variavel de  $\mathfrak{B}$ ; por consequencia devemos esperar, que pela mudança de direcção da prôa do navio, a variação ou perda de  $\mathcal{C}$  seja muito mais consideravel do que a de  $\mathfrak{B}$ , e é isto o que se verifica geralmente, sempre que o navio não é construido em direcção proxima do N-S.

Passado algum tempo depois do navio ter caído no mar, tempo que se pôde avaliar em um anno, pouco mais ou menos, parece cessar a instabilidade dos dois coefficients do desvio *semi-circular*, e os seus valores ficam comparativamente constantes.

Cabe agora notar o que dissemos na pag. 36, relativamente á particularidade mui notavel da dependencia entre o signal e grandeza do desvio *semi-circular* e a direcção da prôa do navio emquanto esteve no estaleiro.

O desvio *semi-circular* pôde-se exprimir debaixo da fórmula

<sup>1</sup> Fragata couraçada *Achilles*:

	$\mathfrak{B}$	$\mathcal{C}$
23 Dezembro 1863.....	+0,464	+0,323
26 Setembro 1864.....	+0,377	+0,037
11 Outubro 1864.....	+0,335	+0,062
13 Outubro 1864....	+0,362	+0,047
5 Dezembro 1864 <sup>1</sup> .....	+0,361	+0,123

<sup>1</sup> Depois de estar vinte e cinco dias na doka em Plymouth com a prôa ao S,79° E.

$\sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} \times \text{sen}(\zeta' + \alpha)$ <sup>1</sup>, na qual  $\sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$  representa o desvio *semi-circular* maximo, e  $\alpha$  o angulo (contado para a direita da prôa do navio), que faz a direcção da força que produz este desvio com a quilha do navio;  $\text{tg } \alpha$  é igual a  $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{C}}$ . Denomina-se  $\alpha$ , por abreviatura, *angulo de estibordo*.

Nos navios de madeira, a direcção da força do desvio *semi-circular* é proximamente a da prôa do navio, isto é,  $\alpha = 0$ , ou mui pequeno.

Nos navios de ferro, a direcção em que actua a força do desvio *semi-circular*,  $\sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$ , sobre a agulha é (proximamente) a do logar do navio que ficava para o sul, enquanto esteve no estaleiro, ou em outras palavras: o *angulo de estibordo* ( $\alpha$ ) é proximamente igual ao azimuth da prôa do navio no estaleiro, contado de S. para E.

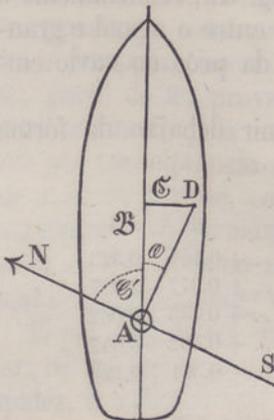
Alguns exemplos confirmam a generalidade d'esta lei:

	Direcção da prôa no estaleiro	Angulo de EB ou direcção da força
Navio <i>Orontes</i> .....	66° NO, ou 246 S. para E.	235°
Navio <i>Tamar</i> .....	O. ou 270 S. para E.	279

Nos navios couraçados não se confirma esta lei com esta simplicidade, mas dá-se uma regra empirica, que, até certo ponto, é confirmada pela theoria.

Os navios são geralmente couraçados depois do seu lançamento ao mar, e em posição differente d'aquella em que foram construidos.

FIGURA 24.<sup>a</sup>



<sup>1</sup> Na Fig. 24.<sup>a</sup>,  $AD = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$  representa o desvio maximo *semi-circular*, assim como  $\mathfrak{B}$  representa o desvio *semi-circular* ao rumo de E da agulha, e  $\mathfrak{C}$  o desvio *semi-circular* ao rumo de N tambem da agulha; da mesma sorte,  $AD$  ou  $\sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$  representa a grandeza da força magnetica que produz o mesmo desvio *semi-circular*, assim como  $\mathfrak{B}$  representa a componente no sentido de pópa á prôa, e  $\mathfrak{C}$  a componente no sentido transversal. Por consequencia, o desvio *semi-circular*, ou mais propriamente, o seno do desvio *semi-circular*, em qualquer rumo  $\zeta'$ , será expresso pelo maximo desvio, multiplicado pelo seno do angulo que faz a direcção da força  $AD$  ou o desvio maximo, com a linha  $NS$  da agulha desviada, isto é, por  $AD \text{ sen}(\zeta' + \alpha)$ ; sendo  $\alpha$  o angulo entre a direcção da força *semi-circular* e a linha de pópa á prôa. Pela Fig. 24.<sup>a</sup> se vê tambem que  $\text{tg } \alpha = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{B}}$ .

N'estes navios o angulo da força *semi-circular* fica, geralmente, entre o angulo da prôa do navio, durante a construcção, contado do S. para E., e o angulo semelhante da direcção da prôa, na posição em que lhe fixaram as placas.

	Direcção da construcção	Direcção em que foi couraçado	Direcção do desvio semi-circular
Warrior.....	3° NE. ou 177° S. : E. ...	45° NO. ou 225° S. : E.....	195°
Black Prince ..	20 SE. ou 20 S. : E. ...	S. ou 0 S. : E.....	8
Defence .....	47 SO. ou 313 S. : E. ...	19 SE. ou 19 S. : E.....	0

Segue-se, que couraçando um navio de ferro em uma direcção opposta áquella em que foi construido, o desvio *semi-circular* ficará muito reduzido, e, em alguns casos, pôde até inverter o desvio *original*, e ainda mais: tirando partido d'esta circumstancia pôde-se levar o desvio dos navios couraçados a limites mui rasoaveis.

Terminaremos esta parte com as conclusões ácerca dos desvios *semi-circular* e *quadrantal*, que se lêem na memoria *Sobre os caracteres magneticos dos navios couraçados da marinha real*.

1.º O desvio *semi-circular original* depende, principalmente, da direcção da prôa do navio, durante a construcção, e consiste, geralmente, na attracção da extremidade N. da agulha para a parte do navio que estava voltada para o S.

2.º Esta attracção é causada pelo magnetismo *sub-permanente*, que adquiriu o navio durante a sua construcção, pela influencia da força horisontal terrestre.

3.º Se separarmos o effeito do magnetismo *sub-permanente* induzido pela componente *longitudinal* da força horisontal terrestre, do effeito do magnetismo *sub-permanente* induzido pela componente *transversal* da mesma força horisontal, veremos, que o primeiro é relativamente menor do que o segundo. Esta circumstancia, se o navio não foi construido na direcção de algum dos pontos cardeaes, modifica a direcção do desvio *semi-circular*.

4.º A 3.ª parte do desvio *semi-circular* é independente da direcção do navio no estaleiro. Esta é o effeito dos magnetismos *sub-permanente* e *induzido*, causados pela componente vertical terrestre, e consiste em uma attracção da extremidade N. da agulha para a prôa ou para ré.

No local usual da agulha padrão, esta parte do desvio (no nosso hemispherio), consiste na attracção da extremidade N. da agulha para a prôa; porém se a agulha está collocada avante de uma

grande massa vertical de ferro, como, por exemplo, o cadaste, a atracção pôde ser para ré.

5.º A 1.ª e 2.ª partes do desvio *semi-circular* diminuem rapidamente, depois que o navio cæe ao mar; a 2.ª, de ordinario, muito rapidamente; porém, depois de um certo tempo, que se pôde avaliar approximadamente em um anno, se o navio não tem estado aproado a rumos fixos, alcançam a final valores de um character mais *permanente*, os quaes não variam de uma maneira consideravel.

A 3.ª parte pouco ou nada varia, emquanto o navio se conserva na mesma latitude.

6.º As variações que têm logar no desvio *semi-circular* em um navio construido na direcção E.-O., são de ordinario relativamente maiores do que as que occorrem em um navio construido na direcção N.-S.

7.º O magnetismo *induzido* pela força horisontal terrestre junta-se ao magnetismo *sub-permanente*, originado pela mesma força, emquanto esteve no estaleiro, e posteriormente, quando o navio aprôa ao mesmo rumo em que foi construido.

8.º O effeito do magnetismo *sub-permanente*, originado pela força horisontal terrestre, e o do magnetismo *induzido* pela mesma força, emquanto o navio persiste no estaleiro, tendem principalmente a produzir uma diminuição de força directriz da agulha e pouco desvio; porém se a direcção no estaleiro é N.-S. ou E.-O., o effeito reduz-se a diminuir a força directriz e não produz desvio algum.

9.º O mesmo effeito (proximamente) tem logar posteriormente, quando o navio aprôa na direcção em que foi construido.

10.º Esta diminuição de força directriz é mais consideravel se o navio foi construido na direcção E.-O., do que na direcção N.-S.

11.º Os desvios em um navio de ferro, construido na direcção E.-O., são mais prejudiciaes do que os que têm logar em um navio construido na direcção N.-S., nos seguintes pontos:

I São menos symetricos e regulares, e por consequencia tornam-se mais incertos para o navegador.

II Variam mais, logo depois do lançamento do navio ao mar.

III Diminuem mais a força directriz, do que os que se dão nos navios construidos em qualquer outra direcção.

12.º Quando um navio esteve no estaleiro com a prôa ao N., a parte superior do cadaste e a parte inferior da prôa ficam fortemente magnetisados; pelo contrario, ficam fracamente a parte superior da prôa e a inferior do cadaste.

No caso de ser o navio construido com a prôa para o S., são for-

temente magnetisados a parte superior da prôa e a inferior do cadaste, e fracamente a parte superior do cadaste e a inferior da prôa.

Por consequencia, nos navios construidos com a prôa para o N., uma agulha collocada perto do cadaste terá um grande desvio *semi-circular*.

13.º Tambem se manifestará uma grande força Z, attractiva no extremo N. da agulha, e de cima para baixo, que produzirá um grande desvio da *banda*. Pelo contrario, nos navios construidos com a prôa para o S., ambas estas especies de desvios serão provavelmente pequenos.

14.º Em geral, para agulhas situadas na parte de ré do navio, a posição de construcção mais favoravel é a da prôa para o S. Para agulhas situadas a meio navio tão favoravel é a posição da construcção com prôa para o S., como para o N.

15.º A diminuição da força horisontal H é a media das diminuições causadas pelo magnetismo *induzido* pela força horisontal, quando o navio aprôa ao N. ou S., e pelo magnetismo *induzido* com a prôa E. ou O.

16.º O desvio *quadrantal* é causado pelo excesso do ultimo sobre o primeiro.

17.º A diminuição da força directriz e o desvio *quadrantal* são proximamente os mesmos em differentes partes do navio no mesmo nivel. Qualquer d'aquelles elementos augmenta passando da agulha *padrão* para as agulhas da tolda e da coberta.

Ambos diminuem com o tempo.

18.º Substituindo por madeira o ferro da parte do convez, *abaixo* ou *acima* da agulha, dentro de um angulo de  $35^{\circ},15'$  com a vertical que passa pelo centro da agulha, e não havendo massas de ferro, cujos centros fiquem dentro de um angulo de  $54^{\circ},15'$  da mesma vertical, a força directriz é augmentada, e os desvios *quadrantal* e da *banda* são geralmente diminuidos.

19.º Quando se escolhe o local para agulha *padrão*, deve haver todo o cuidado em evitar, o mais possivel, as extremidades de massas de ferro alongadas, particularmente d'aquellas que estão em posição vertical, ou, se de todo não se podem evitar, deve-se escolher um sitio em que aquellas peças diminuam em vez de augmentarem o desvio *semi-circular*. Deve-se evitar, quanto possivel, a proximidade das torres para artilharia e fuzilaria.

20.º Na construcção de navios de ferro e de navios couraçados deve haver todo o escrupulo na escolha do local para a agulha *padrão*.

Não é difficil, para os que têm estudado estas questões, suggerir arranjos ou disposições, que possam em grande parte diminuir os effeitos nocivos do ferro do navio; a difficuldade está em concilia-los com as exigencias de construcção e da manobra a bordo.

## CAPITULO VII

Equações das tres componentes X, Y e Z, para a prôa, para EB, e para a quilha, estando o navio inclinado a um dos bordos — Expressões das forças que affectam a agulha para a prôa e para EB, estando o navio inclinado — Expressões dos novos coefficients em funcção dos da equação geral — Equação *aproximada* do desvio, tendo em conta a inclinação do navio a um dos bordos — Desvio *semi-circular* da *banda* — Expressão de  $\mathcal{C}'$  (coefficiente  $\mathcal{C}$  alterado pela inclinação do navio) — Coefficiente do desvio da *banda* (J); formula mais conveniente para calcular as variações devidas á posição geographica do navio — Desvios da *banda* provenientes do ferro *macio* transversal; idem do ferro *duro* e do ferro *macio* vertical. — A extremidade N. da agulha desvia-se ordinariamente para *barlavento* — Correções mechanicas do desvio da *banda* — Effeitos de  $\mathcal{N}$  e  $\mathcal{C}$  no desvio da *banda* — Determinação de  $c$  e  $g$  fazendo inclinar o navio — Determinação do valor de  $\mu$ ,  $g$  e  $h$  por differentes methodos; exemplos correspondentes — Exemplos de determinação do desvio da *banda* — Formação da tabella de desvio, tendo em conta o desvio da *banda*; exemplo.

### Desvio da banda

Na deducção das equações das tres forças coordenadas nas direcções da prôa, de estibordo, e *zenith-nadir*, suppozemos o navio horisontal, isto é, como está na sua linha de agua natural.

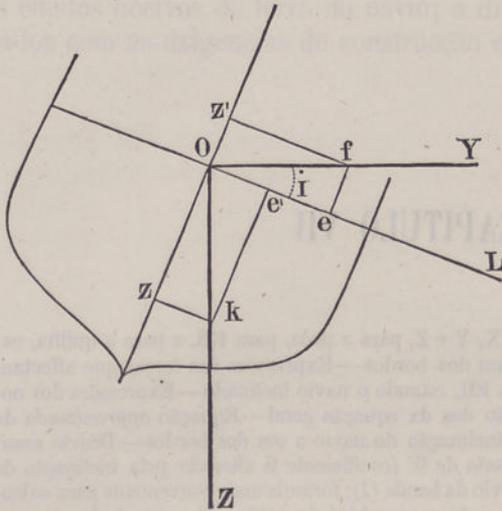
Vejâms agora quaes são as modificações que têm logar n'essas equações e nos diversos coefficients, quando se considera o navio inclinado para qualquer dos bordos.

Consideraremos positivos os angulos da inclinação para EB, e supponhâmos que o navio se inclina para este lado um angulo ( $i$ ).

As forças induzidas no sentido de pôpa á prôa não são alteradas; continuam na mesma direcção horisontal; porém, as forças induzidas lateraes, e para a quilha deixam de ser respectivamente horisontaes e verticaes. Y e Z, componentes inductoras terrestres, continuando nas direcções horisontal e vertical, deixam de actuar inteiramente para o lado e para a quilha.

A força Z (Fig. 25.<sup>a</sup>) em virtude da inclinação (*i*) do navio, induz

FIGURA 25.<sup>a</sup>



magnetismo na direcção lateral de BB a EB pela componente  $Oe' = Z \text{ sen } i$ ; da mesma sorte, a força Y induz magnetismo na direcção da quilha (e de baixo para cima) pela componente  $Oz' = Y \text{ sen } i$ . Por outra parte a componente da força Y, que actua de BB a EB, ou na direcção de OL, é  $Oe = Y \text{ cos } i$ , e a componente da força Z, que actua na direcção da quilha é  $Oz = Z \text{ cos } i$ . Portanto, as novas forças inductoras,

no sentido da prôa, de EB e da quilha, são respectivamente X,  $Y \text{ cos } i + Z \text{ sen } i$ , e  $Z \text{ cos } i - Y \text{ sen } i$ .

As equações das tres componentes são:

Para a prôa ....  $X' = (1 + a) X + b (Y \text{ cos } i + Z \text{ sen } i) + c (Z \text{ cos } i - Y \text{ sen } i) + P$

Para estibordo..  $Y' = (Y \text{ cos } i + Z \text{ sen } i) (1 + e) + d X + f (Z \text{ cos } i - Y \text{ sen } i) + Q$

Para a quilha...  $Z' = (1 + h) (Z \text{ cos } i - Y \text{ sen } i) + g X + h (Y \text{ cos } i + Z \text{ sen } i) + R$

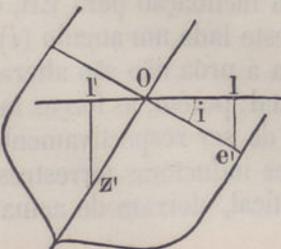
As forças que, affectam a agulha, são:

Para a prôa ainda a mesma,  $H' \text{ cos } i'$

Para EB ..... (força para o lado)  $\text{cos } i -$   
(força para a quilha)  $\text{sen } i^1$ .

<sup>1</sup> Estando o navio na sua linha de agua natural, isto é, não inclinado para qualquer dos bordos, a força para o lado, por isso que é horizontal, toda se emprega em fazer desviar a agulha, e a força para a quilha não tem acção lateral sobre ella; porém, quando o navio inclina a um dos bordos, uma parte da força para o lado é que actua sobre a agulha, e a força para a quilha, por isso que já não é vertical, tem uma componente horizontal, que actua tambem sobre a agulha.

FIGURA 26.<sup>a</sup>



Representando (Fig. 26.<sup>a</sup>) por  $Oe'$  e  $Oz'$  as novas componentes para o lado e para a quilha, as suas componentes horisontaes,  $Ol$  e  $Ol'$ , são as unicas que fazem desviar a agulha; por conseguinte, a força horisontal a EB será  $Ol - Ol'$  ou  $Oe' \text{ cos } i - Oz' \text{ sen } i$ .

A expressão da força para a prôa é:

$$H' \cos \zeta' = (1 + a) H \cos \zeta + b (-H \sin \zeta \cos \zeta + H \operatorname{tg} \theta \sin i) \\ + c (H \operatorname{tg} \theta \cos i + H \sin \zeta \sin i) + P$$

ou

$$\frac{H'}{H} \cos \zeta' = (1 + a) \cos \zeta - (b \cos i - c \sin i) \sin \zeta + (c \cos i + b \sin i) \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H}$$

A expressão da força para EB é:

$$-H' \sin \zeta' = dH \cos \zeta \cos i + (1 + e) (-H \sin \zeta \cos^2 i + H \operatorname{tg} \theta \cos i \sin i) \\ + f (H \operatorname{tg} \theta \cos^2 i + H \sin \zeta \sin i \cos i) + Q \cos i \\ - gH \cos \zeta \sin i - h (-H \sin \zeta \cos i \sin i + H \operatorname{tg} \theta \sin^2 i) \\ - (1 + k) (H \operatorname{tg} \theta \cos i \sin i + H \sin \zeta \sin^2 i) - R \sin i$$

ou

$$-\frac{H'}{H} \sin \zeta' = (d \cos i - g \sin i) \cos \zeta - (\cos^2 i + e \cos^2 i + \sin^2 i + \\ + f \sin i \cos i + h \sin i \cos i - k \sin^2 i) \sin \zeta + \\ \operatorname{tg} \theta (f \cos^2 i + (e - k) \cos i \sin i - h \sin^2 i) + \frac{Q}{H} \cos i - \frac{R}{H} \sin i$$

ou

$$-\frac{H'}{H} \sin \zeta' = (d \cos i - g \sin i) \cos \zeta - [1 + e - (f + h) \cos i \sin i - (e - k) \sin^2 i] \sin \zeta \\ + [f + (e - k) \cos i \sin i - (f + h) \sin^2 i] \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \cos i - \frac{R}{H} \sin i$$

Denominando por  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$ ,  $e'$ ,  $f'$ ,  $P'$  e  $Q'$  os coeficientes, assim alterados, d'estas duas equações, e comparando-os com os das equações (4) e (5) (pag. 98), teremos:

$$a' = a$$

$$b' = b \cos i + c \sin i$$

$$c' = c \cos i + b \sin i$$

$$d' = d \cos i - g \sin i$$

$$e' = e - (f + h) \cos i \sin i - (e - k) \sin^2 i$$

$$f' = f + (e - k) \cos i \sin i - (f + h) \sin^2 i$$

$$P' = P$$

$$Q' = Q \cos i - R \sin i$$

E para os coefficients  $\lambda$ ,  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ , etc., etc., expressos em  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , etc., chamando  $\lambda'$ ,  $\mathfrak{A}'$ ,  $\mathfrak{B}'$ ,  $\mathfrak{C}'$ , etc., estes coefficients alterados, teremos:

$$\begin{aligned}\lambda' &= 1 + \frac{a' + e'}{2} = \lambda - \frac{f+h}{2} \cos i \operatorname{sen} i - \frac{e-k}{2} \operatorname{sen}^2 i \\ \mathfrak{A}' &= \frac{d' - b'}{2\lambda'} = \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{A} \cos i + \frac{c-g}{2\lambda} \operatorname{sen} i \right\} \\ \mathfrak{B}' &= \frac{c'}{\lambda'} \operatorname{tg} \theta + \frac{P'}{\lambda'H} = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\lambda'} (c \cos i + b \operatorname{sen} i) + \frac{P}{\lambda'H} \\ &= \frac{\operatorname{tg} \theta}{\lambda'} (c - c \operatorname{sen} \operatorname{vers} i + b \operatorname{sen} i) + \frac{P}{\lambda'H} \\ &= \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{B} + \left( \frac{b}{\lambda} \operatorname{sen} i - \frac{c}{\lambda} \operatorname{sen} \operatorname{vers} i \right) \operatorname{tg} \theta \right\} \\ \mathfrak{C}' &= \frac{f'}{\lambda'} \operatorname{tg} \theta + \frac{Q'}{\lambda'H} = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\lambda'} \left\{ f + (e-k) \cos i \operatorname{sen} i - (f+h) \operatorname{sen}^2 i \right\} + \frac{Q}{\lambda'H} \cos i - \frac{R}{\lambda'H} \operatorname{sen} i \\ &= \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{C} + \left( \frac{e-k}{\lambda} \cos i \operatorname{sen} i - \frac{f+h}{\lambda} \operatorname{sen}^2 i \right) \operatorname{tg} \theta - \frac{Q}{\lambda'H} \operatorname{sen} \operatorname{vers} i - \frac{R}{\lambda'H} \operatorname{sen} i \right\} \\ \mathfrak{D}' &= \frac{a' - e'}{2\lambda'} = \frac{a - e + (f+h) \cos i \operatorname{sen} i + (e-k) \operatorname{sen}^2 i}{2\lambda'} \\ &= \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{D} + \frac{f+h}{2\lambda} \cos i \operatorname{sen} i + \frac{e-k}{2\lambda} \operatorname{sen}^2 i \right\} \\ \mathfrak{E}' &= \frac{d' + b'}{2\lambda'} = \frac{d \cos i - g \operatorname{sen} i + b \cos i - c \operatorname{sen} i}{2\lambda'} \\ &= \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{E} \cos i - \frac{c+g}{2\lambda} \operatorname{sen} i \right\}\end{aligned}$$

Ora se suppozermos  $i$  sufficientemente pequeno, de sorte que o seu quadrado <sup>1</sup> se possa desprezar, as expressões acima transformam-se em:

$$\begin{aligned}\lambda' &= \lambda - \frac{f+h}{2} i \\ \mathfrak{A}' &= \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{A} + \frac{c-g}{2} \frac{i}{\lambda} \right\} \\ \mathfrak{B}' &= \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{B} + b \operatorname{tg} \theta \frac{i}{\lambda} \right\}\end{aligned}$$

<sup>1</sup> Nestas formulas  $i$  deve-se suppor expresso numericamente, não em graus, mas em partes do arco igual ao raio unidade, isto é, em partes do arco igual a  $57^{\circ},3$ , ou

$$i = \frac{i^{\circ}}{57^{\circ},3}$$

$$\mathfrak{G}' = \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{G} + \left[ e \operatorname{tg} \theta - \left( k \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{H} \right) \right] \frac{i}{\lambda} \right\}$$

$$\mathfrak{D}' = \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{D} + \frac{f+h}{2} \frac{i}{\lambda} \right\}$$

$$\mathfrak{G}' = \frac{\lambda}{\lambda'} \left\{ \mathfrak{G} - \frac{c+g}{2} \frac{i}{\lambda} \right\}$$

Se supozermos ainda o ferro *macio* disposto symmetricamente, quando o navio está horizontal, em o qual caso *b*, *d*, *f* e *h* são zero, então a força media para o N. ( $\lambda H$ ) não é alterada, e os coefficients tornam-se em :

$$\lambda' = \lambda$$

$$\mathfrak{A}' = \frac{c-g}{2} \frac{i}{\lambda}$$

$$\mathfrak{B}' = \mathfrak{B}$$

$$\mathfrak{G}' = \mathfrak{G} + \left\{ e \operatorname{tg} \theta - \left( k \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{H} \right) \frac{i}{\lambda} \right\}$$

$$= \mathfrak{G} + e \operatorname{tg} \theta \frac{i}{\lambda} - (\mu - 1) \operatorname{tg} \theta \frac{i}{\lambda}$$

$$= \mathfrak{G} + (e - \mu + 1) \operatorname{tg} \theta \frac{i}{\lambda}$$

$$= \mathfrak{G} + \left\{ (1 - \mathfrak{D}) \lambda - \mu \right\} \operatorname{tg} \theta \frac{i}{\lambda}$$

$$= \mathfrak{G} - \left( \mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1 \right) \operatorname{tg} \theta i$$

e fazendo

$$\left( 1 - \mathfrak{D} - \frac{\mu}{\lambda} \right) \operatorname{tg} \theta = J$$

vem

$$\mathfrak{G}' = \mathfrak{G} + J i$$

e temos mais

$$\mathfrak{D}' = \mathfrak{D}$$

$$\mathfrak{G}' = -\frac{c+g}{2} \frac{i}{\lambda}$$

os quaes coefficients representam o effeito do desvio da *banda* na generalidade dos casos, e este desvio será representado approximadamente pela formula (veja-se pag. 102).

$$\operatorname{sen} \delta_i = \frac{1}{1 - \mathfrak{D} \cos 2 \zeta'} \left\{ \mathfrak{B} \operatorname{sen} \zeta' + (\mathfrak{G} + J i) \cos \zeta' + \mathfrak{D} \operatorname{sen} 2 \zeta' - \frac{c+g}{2} \frac{i}{\lambda} \cos 2 \zeta' + \frac{c-g}{2} \frac{i}{\lambda} \right\}$$

ou

$$\text{sen } \delta_i = \frac{1}{1 - \mathfrak{D} \cos 2 \zeta'} \left\{ \mathfrak{B} \text{ sen } \zeta' + (\mathfrak{C} + \text{J}i) \cos \zeta' + \mathfrak{D} \text{ sen } 2 \zeta' + \left( \frac{c}{\lambda} \text{ sen } 2 \zeta' - \frac{g}{\lambda} \cos 2 \zeta' \right) i \right\} \quad (1)$$

Todas as quantidades d'esta equação podem ser determinadas, em qualquer posição geographica, sem ser necessario inclinar o navio; exceptua-se  $c$ , que, como sabemos, não pôde ser desembarçada de  $P$ , sem inclinar o navio, ou fazer observações de desvios em duas latitudes differentes, vistoque o termo  $\lambda \mathfrak{B} = \text{ctg } \theta + \frac{P}{H}$ , que é determinado por observação com o navio horizontal, incluye ambos.

### Desvio semi-circular da banda

A unica parte do desvio da banda que temos a considerar, é a parte semi-circular, isto é, o coefficiente  $(C + \text{J}i)$ , porquanto  $\mathfrak{B}$ , na hypothese do ferro *macio* ser symetrico, não foi alterado.

$$\begin{aligned} \text{J}i &= + \left\{ e \text{ tg } \theta - \left( k \text{ tg } \theta + \frac{\text{R}}{\text{H}} \right) \right\} \frac{i}{\lambda} \\ &= - \left\{ \frac{\text{R}}{\text{H}} + (k - e) \text{ tg } \theta \right\} \frac{i}{\lambda} \end{aligned}$$

É esta ultima formula que mais convem, quando se pretende conhecer o modo como o desvio da *banda* varia com a mudança de posição geographica. Assim; passando o navio de uma certa latitude magnetica a uma correspondente no hemispherio opposto, o termo  $\frac{\text{R}}{\text{H}}$  ficará o mesmo, porém  $(k - e) \text{ tg } \theta$  mudará de signal; e

$$\begin{aligned} (1) \quad \left( -\frac{c}{2\lambda} - \frac{g}{2\lambda} \right) i \cos 2 \zeta' &= \left( -\frac{c}{2\lambda} - \frac{g}{2\lambda} \right) i (\cos^2 \zeta' - \text{sen}^2 \zeta') \\ &= \left( -\frac{c}{2\lambda} (1 - \text{sen}^2 \zeta') + \frac{c}{2\lambda} \text{sen}^2 \zeta' - \frac{g}{2\lambda} \cos^2 \zeta' + \frac{g}{2\lambda} - \frac{g}{2\lambda} \cos^2 \zeta' \right) i \\ &= \left( +\frac{c}{\lambda} \text{sen}^2 \zeta' - \frac{g}{\lambda} \cos^2 \zeta' \right) i - \frac{c - g}{2\lambda} i \end{aligned}$$

conforme for menor ou maior do que  $\frac{R}{H}$ , assim o desvio ficará com o mesmo ou com diferente signal.

Da equação —  $e = \lambda \mathfrak{D} + 1 - \lambda$  (pag. 101), se tira

$$+ \frac{e}{\lambda} \operatorname{tg} \theta = - \left( \mathfrak{D} + \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \operatorname{tg} \theta; \text{ ou } \frac{e}{\lambda} \operatorname{tg} \theta = \left( 1 - \mathfrak{D} - \frac{1}{\lambda} \right) \operatorname{tg} \theta.$$

E da equação (pag. 99)

$$k \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{H} = (\mu - 1) \operatorname{tg} \theta$$

deduz-se tambem

$$- \frac{1}{\lambda} \left( k \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{H} \right) = - \left( \frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) \operatorname{tg} \theta$$

d'onde

$$\mathfrak{G}' = \mathfrak{G} - \left( \mathfrak{D} + \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \operatorname{tg} \theta i - \left( \frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) \operatorname{tg} \theta i.$$

O segundo termo —  $\left( \mathfrak{D} + \frac{1}{\lambda} - 1 \right) i \operatorname{tg} \theta$  dá o desvio <sup>1</sup> da *banda*, que provém de  $e$ , ou do ferro *macio* transversal.

O terceiro termo —  $\left( \frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) i \operatorname{tg} \theta$  dá o desvio da *banda* proveniente da força vertical do ferro *duro* (magnetismo *permanente*) e do magnetismo de inducção do ferro *macio* vertical. Combinando os dois termos, resulta a formula já achada

$$\mathfrak{G}' = \mathfrak{G} - \left( \mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1 \right) \operatorname{tg} \theta i,$$

que é a mais conveniente para calcular este coefficiente, visto que  $\mathfrak{D}$ ,  $\mu$ , e  $\lambda$  podem ser determinados por meio de observações de desvios, estando o navio horizontal.

(<sup>1</sup>) —  $\frac{e}{\lambda} = \mathfrak{D} + \frac{1}{\lambda} - 1$  (pag. 101)

## Causas e correcção do desvio da banda

Occupar-nos-hemos ainda da parte principal do desvio da *banda*, isto é, do coefficiente

$$\mathcal{C}' = \mathcal{C} + J i = \mathcal{C} + \left(1 - \mathcal{D} - \frac{\mu}{\lambda}\right) \operatorname{tg} \theta i$$

$J$  é o coefficiente do desvio da banda<sup>1</sup>.

A quantidade  $\left(1 - \mathcal{D} - \frac{\mu}{\lambda}\right)$  é, na grande maioria dos casos, negativa, quando se refere á agulha padrão, e nos navios construidos nas nossas latitudes. O coefficiente  $J$ , e por consequencia, o desvio da *banda* tem n'este caso o signal —, isto é, tem direcção opposta ao angulo de inclinação  $i$ ; de sorte que se o navio inclina para EB (o que corresponde a  $i$  positivo) o extremo N. da agulha desvia-se para BB, e vice-versa.

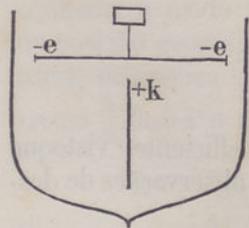
$J$  é algumas vezes positivo, e frequentemente em agulhas das cobertas.

Para que o desvio da banda seja nullo, deveremos ter

$$\mathcal{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1 = 0, \text{ ou } \frac{\mu}{\lambda} = 1 - \mathcal{D}, \text{ ou } \mu = \lambda + e$$

E como  $\mathcal{D}$  é quasi invariavelmente positivo, e  $e$  negativo, deve ser  $\mu < \lambda$ , isto é, a força vertical do navio deve actuar (no hemispherio N.) de baixo para cima.

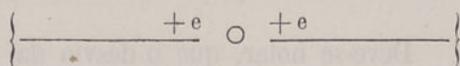
O desvio semi-circular da *banda* provém geralmente da disposição do ferro, como na (Fig. 27.<sup>a</sup>), e em outro logar dissemos.



A correcção mechanica d'este desvio póde-se fazer, ou introducindo um  $e$  positivo, por meio de barras de ferro lateraes (Fig. 28.<sup>a</sup>), ou collocando a agulha sobre um espaço livre de ferro, como sobre uma escotilha, no caso do convez de ferro; ou então, por meio de uma barra magnetica collocada verticalmente

<sup>1</sup> No *Manual do almirantado* e mais obras que tratam do desvio da *banda*, o coefficiente d'este desvio, pelo facto da agulha ser desviada geralmente em sentido contrario ao angulo da inclinação do navio, ou para o lado de *barlavento*, era considerado positivo n'este caso, e negativo quando o desvio era para sotavento, ou no mesmo sentido da inclinação do navio. Mr. Archibald Smith foi que ultimamente nos fez ver, que era mais conveniente considerar o coefficiente  $J$  positivo, quando o desvio fosse para EB, para harmonisar o seu signal com os dos mais coefficientes, e por que não era geral a tendencia da agulha a desviar-se para barlavento.

pela parte superior ou inferior da agulha, e cujo pólo mais próximo da agulha faça impellir o extremo N. d'esta para cima (no hemispherio norte); ou ainda por uma barra de ferro *macio* vertical, como na (Fig. 29.<sup>a</sup>).

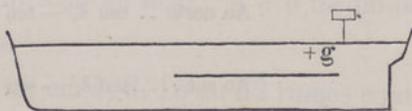
FIGURA 28.<sup>a</sup>

Ainda a mesma correcção se póde conseguir empregando o anel de ferro, que póde tambem corrigir  $\mathfrak{D}$  (pag. 161).

Pelo que respeita ao desvio *constante e quadrantal*, ou o desvio proveniente de  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{G}$ , vemos que  $g$ , que entra em ambos, é um coefficiente que póde ser representado por uma barra de ferro longitudinal, ordinariamente abaixo da agulha, como se vê na (Fig. 30.<sup>a</sup>).

FIGURA 29.<sup>a</sup>

A fim de evitar esta parte *constante* ou *quadrantal* do desvio da banda, deve-se collocar a agulha mais a meio do que em qualquer das extremidades do navio.

FIGURA 30.<sup>a</sup>

Em navios de ferro, construidos em Inglaterra, ou em latitudes elevadas do hemispherio norte, ha geralmente uma grande força vertical, perto da extremidade do navio que ficava para o lado do sul, no estaleiro; e uma força vertical opposta ou de baixo para cima, só se dá na extremidade do navio, que ficava para o norte, durante a construcção. Por consequencia, se um navio for construido com a prôa voltada para o norte, deve tal navio ter um grande desvio da *banda*, se a agulha padrão for collocada no logar habitual <sup>1</sup>.

Nos navios de madeira e couraçados a força vertical é geralmente diminuida; isto provém do effeito das chapas da couraça, que actuum como um  $-k$ . Sem duvida, tambem nos navios de ferro o effeito das chapas da couraça é o mesmo, e o desvio da *banda* é geralmente diminuido e não augmentado por esta circumstancia.

<sup>1</sup> O *Minotauro*, grande navio de ferro e completamente couraçado, da marinha de Inglaterra, foi construido e couraçado com a prôa para o N. magnetico (N3°NE.).

O desvio da *banda* na agulha da ré era enorme: 2°.46' por cada grau de inclinação do navio.

Por necessidade se corrigiram todas as agulhas por meio de barras magneticas; a agulha de ré foi correctea, relativamente ao desvio da *banda*, por meio de uma barra magnetica collocada por baixo do fulcro da agulha, com o pólo austral (o que attrahe o pólo S. da agulha) voltado para cima. É facil de ver, que esta barra não influe sobre a agulha, enquanto o navio está vertical, e por consequencia, não altera as outras partes do desvio.

Efeito de  $\mathcal{W}$  e  $\mathcal{G}$  no desvio da banda

Deve-se notar, que o desvio da *banda* não é exactamente o mesmo quando o navio aprôa ao N. ou ao S., e que ha sempre um desvio nas prôas de E. e O., devido ao valor de  $\mathcal{W}$  e  $\mathcal{G}$  ou de  $c$  e  $g$ , e dos quaes se pôde tirar partido para obter os valores d'estes ultimos coefficients.

Se se faz girar o navio, inclinado a um e outro bordo, em dois angulos  $i$  e  $i'$ , então teremos para um rumo qualquer

$$\text{sen } \delta_i' - \text{sen } \delta_i = \frac{i - i'}{1 - \mathfrak{D} \cos 2i'} \left\{ -\mathfrak{J} \cos \zeta' + \frac{g}{\lambda} \cos^2 \zeta' - \frac{c}{\lambda} \text{sen}^2 \zeta' \right\}$$

Com as prôas de N. ou S. estas differenças são:

$$\text{Ao norte} \dots \text{sen } \delta_i' - \text{sen } \delta_i = \frac{i - i'}{1 - \mathfrak{D}} \left( \frac{g}{\lambda} - \mathfrak{J} \right)$$

$$\text{Ao sul} \dots \text{sen } \delta_i' - \text{sen } \delta_i = \frac{i - i'}{1 - \mathfrak{D}} \left( \frac{g}{\lambda} + \mathfrak{J} \right)$$

$$\text{A E. ou O.} \dots \text{sen } \delta_i' - \text{sen } \delta_i = \frac{i - i'}{1 + \mathfrak{D}} \left( -\frac{c}{\lambda} \right)$$

Portanto, a differença do desvio da *banda* ao N. ou S. (independentemente dos signaes), fornece-nos o meio de determinar  $g$ ; e da mesma sorte a differença dos rumos E. ou O. a determinação de  $c$ . As quantidades  $g$  e  $c$  podem ser determinadas com mais exactidão fazendo girar o navio, inclinado em dois angulos  $i$  e  $i'$ , e achando  $\mathfrak{A}_i$  e  $\mathfrak{A}'_i$  e  $\mathfrak{G}_i$  e  $\mathfrak{G}'_i$  pelas fórmulas tabulares (pag. 54 a 57), e como

$$\mathfrak{A}_i = \frac{c - g}{2} \frac{i}{\lambda} \quad \text{e} \quad \mathfrak{G}_i = -\frac{c + g}{2} \frac{i}{\lambda}$$

teremos:

$$\frac{g}{\lambda} = \frac{1}{i - i'} \left\{ \mathfrak{G}_{i'} - \mathfrak{G}_i + \mathfrak{A}_{i'} - \mathfrak{A}_i \right\}$$

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{1}{i - i'} \left\{ \mathfrak{G}_{i'} - \mathfrak{G}_i - \mathfrak{A}_{i'} + \mathfrak{A}_i \right\}$$

Esta ultima equação fornece-nos o unico meio de determinar as duas partes de que se compõe  $\mathfrak{B}$ , por observação, em uma só latitude.

Ainda ha outros meios de determinar  $g$ , os quaes são mais seguidos, como mais adiante veremos.

## Determinação do valor de $\mu$

### 1.º Por azimuths equidistantes

O valor de  $\mu$  é deduzido da equação (6 b) (pag. 101).

$$\frac{Z'}{Z} = \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta - \frac{h}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{sen} \zeta + \mu$$

Se tivermos observações de  $\frac{Z'}{Z}$  em qualquer numero de rumos magneticos correctos e equidistantes (2 ou mais),  $\mu$  é o medio de todos os valores de  $\frac{Z'}{Z}$  observados<sup>1</sup>.

Se estas observações são feitas em 4, 8, 16 ou 32 rumos equidistantes, poderemos obter tambem os valores de  $\frac{g}{\operatorname{tg} \theta}$  e  $-\frac{h}{\operatorname{tg} \theta}$ , da mesma sorte que determinámos B e C pelas observações em igual numero de rumos da agulha, empregando as mesmas formulas tabulares (pag. 71).

A circumstancia de ser  $\mu$  igual ao medio de dois valores de  $\frac{Z'}{Z}$  observados em azimuths (correctos) oppostos, fornece-nos um meio facil de o obter com facilidade, quando o navio está fundeado em um local de marés. N'este caso, fazendo uma observação durante a enchente e outra durante a vasante (ajudando com o leme a aproar em rumo opposto ao primeiro) póde-se determinar  $\mu$  com grande exactidão.

<sup>1</sup>  $\frac{Z'}{Z}$  determina-se da mesma maneira que  $\frac{H'}{H}$ ; a unica differença consiste em empregar uma agulha, que oscilla em um plano vertical, em vez de oscillar no plano horizontal. Sendo T o tempo de duração de um certo numero ( $n$ ) de oscillações em terra (oscillações no plano perpendicular ao meridiano magnetico), e T' o tempo do mesmo numero de oscillações similhantes a bordo,  $\frac{Z'}{Z} = \frac{T^2}{T'^2}$ .

## 2.º Por tres azimuths não equidistantes

Se as observações não são em azimuths equidistantes, precisam-se pelo menos tres valores de  $\frac{Z'}{Z}$  para determinar  $\mu$ .

Chamando  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$  aos azimuths e  $Z'_1, Z'_2, Z'_3$  aos valores de  $Z'$ , teremos:

$$\begin{aligned}\frac{Z'_1}{Z} &= \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \epsilon_1 - \frac{h}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{sen} \epsilon_1 + \mu \\ \frac{Z'_2}{Z} &= \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \epsilon_2 - \frac{h}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{sen} \epsilon_2 + \mu \\ \frac{Z'_3}{Z} &= \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \epsilon_3 - \frac{h}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{sen} \epsilon_3 + \mu\end{aligned}$$

Multiplicando a 1.ª por  $(\operatorname{sen} \epsilon_3 - \epsilon_2)$ , a 2.ª por  $(\operatorname{sen} 360^\circ + \epsilon_1 - \epsilon_3)$ , e a 3.ª por  $(\operatorname{sen} \epsilon_2 - \epsilon_1)$ , e sommando-as tira-se:

$$\mu = \frac{\frac{Z'_1}{Z} \operatorname{sen} (\epsilon_3 - \epsilon_2) + \frac{Z'_2}{Z} \operatorname{sen} (360^\circ + \epsilon_1 - \epsilon_3) + \frac{Z'_3}{Z} \operatorname{sen} (\epsilon_2 - \epsilon_1)}{\operatorname{sen} (\epsilon_3 - \epsilon_2) + \operatorname{sen} (360^\circ + \epsilon_1 - \epsilon_3) + \operatorname{sen} (\epsilon_2 - \epsilon_1)}$$

Multiplicando a 1.ª por  $(\operatorname{sen} \epsilon_2 - \operatorname{sen} \epsilon_3)$ , a 2.ª por  $(\operatorname{sen} \epsilon_3 - \operatorname{sen} \epsilon_1)$ , e a 3.ª por  $(\operatorname{sen} \epsilon_1 - \operatorname{sen} \epsilon_2)$ , e sommando-as, tira-se:

$$\frac{g}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{\frac{Z'_1}{Z} (\operatorname{sen} \epsilon_2 - \operatorname{sen} \epsilon_3) + \frac{Z'_2}{Z} (\operatorname{sen} \epsilon_3 - \operatorname{sen} \epsilon_1) + \frac{Z'_3}{Z} (\operatorname{sen} \epsilon_1 - \operatorname{sen} \epsilon_2)}{\operatorname{sen} (\epsilon_3 - \epsilon_2) + \operatorname{sen} (\epsilon_1 - \epsilon_3) + \operatorname{sen} (\epsilon_2 - \epsilon_1)}$$

Multiplicando a 1.ª por  $(\cos \epsilon_2 - \cos \epsilon_3)$ , a 2.ª por  $(\cos \epsilon_3 - \cos \epsilon_1)$ , e a 3.ª por  $(\cos \epsilon_1 - \cos \epsilon_2)$ , e sommando-as, tira-se:

$$\frac{h}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{\frac{Z'_1}{Z} (\cos \epsilon_2 - \cos \epsilon_3) + \frac{Z'_2}{Z} (\cos \epsilon_3 - \cos \epsilon_1) + \frac{Z'_3}{Z} (\cos \epsilon_1 - \cos \epsilon_2)}{\operatorname{sen} (\epsilon_3 - \epsilon_2) + \operatorname{sen} (\epsilon_1 - \epsilon_3) + \operatorname{sen} (\epsilon_2 - \epsilon_1)}$$

## 3.º Por mais de tres azimuths não equidistantes

As formulas acima só podem empregar-se com vantagem, se as observações forem *muito boas*. Quando se não dá este caso, ou

ha mais de 3 observações, é melhor suppor  $h=0$ , e deduzir  $\mu$ , pelo methodo dos menores quadrados, das equações:

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{Z'_1}{Z} - \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta_1 \\ \mu &= \frac{Z'_2}{Z} - \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta_2 \\ \mu &= \frac{Z'_3}{Z} - \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta_3 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \mu &= \frac{Z'_n}{Z} - \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta_n\end{aligned}$$

O valor *mais provavel* de  $\mu$  d'estas equações, é

$$\mu = \frac{\frac{Z'}{Z} \sum \cos^2 \zeta - \sum \frac{Z'}{Z} \cos \zeta \sum \cos \zeta}{n \sum \cos^2 \zeta - (\sum \cos \zeta)^2}$$

na qual  $\sum$  denota a somma de todas as quantidades que elle affecta; assim:

$$\begin{aligned}\sum \frac{Z'}{Z} &= \frac{Z'_1}{Z} + \frac{Z'_2}{Z} + \dots + \frac{Z'_n}{Z} \\ \sum \frac{Z'}{Z} \cos^2 \zeta &= \left( \frac{Z'_1}{Z} + \frac{Z'_2}{Z} + \dots + \frac{Z'_n}{Z} \right) (\cos^2 \zeta_1 + \cos^2 \zeta_2 + \dots + \cos^2 \zeta_n)\end{aligned}$$

e da mesma sorte os mais termos.

O valor mais provavel de  $\frac{g}{\operatorname{tg} \theta}$  é

$$\frac{g}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{n \sum \frac{Z'}{Z} \cos \zeta - \sum \frac{Z'_1}{Z} \sum \cos \zeta}{n \sum \cos^2 \zeta - (\sum \cos \zeta)^2}$$

Póde-se depois achar o *erro provavel* de cada observação, substituindo os valores achados nas equações primitivas  $\mu = \frac{Z'}{Z} - \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta$ .

#### 4.º Methodo graphico

Podemos determinar  $\mu$ ,  $\frac{g}{\operatorname{tg} \theta}$  e  $\frac{h}{\operatorname{tg} \theta}$ , directamente, por um methodo graphico mui simples, o qual consiste na construcção graphica da equação  $\frac{Z'}{Z} = \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta - \frac{h}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{sen} \zeta + \mu$ .

Para simplificar, supponhamos  $h=0$ ; a equação reduz-se a  $\frac{Z'}{Z} = \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta + \mu$ . Esta equação representa uma linha recta, cujas ordenadas são  $\frac{Z'}{Z}$ , as abscissas são os  $\cos \zeta$ ;  $\frac{g}{\operatorname{tg} \theta}$  representa a tangente do angulo que a recta faz com o eixo das abscissas, e  $\mu$  a distancia, contada no eixo das ordenadas, a que a recta passa da origem.

A construcção é a seguinte:

Traça-se (Est. 5.<sup>a</sup>, Fig. 2.<sup>a</sup>) uma linha horisontal de grandeza conveniente ( $0^m, 1$ ), n'esta linha, como diametro descreve-se um circulo, o qual se divide em graus ou em quartas, marcando N á esquerda, S á direita, E em cima e O em baixo.

Marcam-se na circumferencia os pontos  $A_1, A_2, A_3, \text{etc.}$ , que representam os rumos correctos ( $\zeta$ ) em que se observaram os valores de  $\frac{Z'_1}{Z}, \frac{Z'_2}{Z}, \frac{Z'_3}{Z}, \text{etc.}$ , baixam-se sobre o diametro N-S. as perpendiculares  $A_1 a_1, A_2 a_2, A_3 a_3, \text{etc.}$ ; as partes do diametro N-S, entre o centro P e  $a_1, a_2, a_3, \text{etc.}$ , representam os cosenos de  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \text{etc.}$ , com os seus respectivos signaes, ou as abscissas da equação acima. Tomam-se nas perpendiculares  $A_1 a_1, A_2 a_2, \text{etc.}$ , as partes  $a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3, \text{etc.}$ , iguaes aos valores de  $\frac{Z'_1}{Z}, \frac{Z'_2}{Z}, \frac{Z'_3}{Z}, \text{etc.}$ , ou melhor será, para simplificar a figura, iguaes aos excessos dos valores de  $\frac{Z'_1}{Z}, \frac{Z'_2}{Z}, \frac{Z'_3}{Z}, \text{etc.}$ , sobre o menor valor de  $\frac{Z'}{Z}$  observado.

Os pontos  $b_1, b_2, b_3,$  são o logar da linha recta que representa a equação acima; P u, ordenada da origem P, no diametro E-O, representa a quantidade, que se deve juntar ao menor valor de  $\frac{Z'}{Z}$  para obtermos  $\mu$ <sup>1</sup>.

Se elevarmos as perpendiculares NN' e SS', nos pontos N e S, até encontrarem a recta  $b_1, b_2, b_3, \text{etc.}$ , estas rectas NN' e SS' representam os excessos dos valores de  $\frac{Z'}{Z}$ , aos rumos N e S, sobre o menor dos valores de  $\frac{Z'}{Z}$ ; e como  $\cos \zeta$ , aos rumos de N e S, é 1 e —1, as expressões d'estas rectas serão:  $NN' = \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} + \mu - \frac{Z'a}{Z}$ ;

<sup>1</sup> P u representaria  $\mu$ , se as ordenadas  $a_1 b_1, a_2 b_2, \text{etc.}$ , fossem os valores de  $\frac{Z'_1}{Z}$ , etc.; porém, como estas representam as differenças entre os valores de  $\frac{Z'}{Z}$  e o menor d'elles, assim P u representa a differença entre  $\mu$  e o menor dos valores de  $\frac{Z'}{Z}$ .

$SS_1 = -\frac{g}{\operatorname{tg} \theta} + \mu - \frac{Z'a}{Z}$  (representando  $\frac{Z'a}{Z}$  o menor valor observado de  $\frac{Z'}{Z}$ ), e por consequencia, teremos  $\frac{NN' - SS'}{2} = \frac{g}{\operatorname{tg} \theta}$ ;  $\frac{g}{\operatorname{tg} \theta}$  será positivo, sempre que o ponto  $N'$  ficar pela parte de cima de  $N$ , ou for  $NN'$  positivo, será negativo quando  $SS'$  for positivo.

Se  $h$  tem valor apreciavel, ainda o podemos obter por esta mesma construcção. Com effeito; em virtude do termo  $-\frac{h}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{sen} \zeta$ , os pontos  $b_1, b_2, b_3$ , etc., não devem ficar sobre uma linha recta, uns ficarão mais elevados, outros mais baixos, conforme os signaes de  $h$  e de  $\operatorname{sen} \zeta$ . Se  $h = +$ , os pontos  $b_1, b_2$ , correspondentes aos rumos nos quadrantes NE e SE, cujos senos são positivos, ficarão para baixo da recta  $N'S'$ , e os pontos  $b_3, b_4$ , correspondentes aos quadrantes NO. e SO., cairão pela parte superior da mesma recta  $N'S'$ ; o contrario terá logar se  $h = -$ . Os pontos  $N'_1, b_1, b_2, S'_1, b_3, b_4$ , ficam no contorno de uma ellipse mui alongada, e cujo semi-eixo vertical, *ou*  $= ue$ , será o valor de  $\frac{h}{\operatorname{tg} \theta}$ , visto que nos rumos E. e O.,  $\operatorname{sen} \zeta = \pm 1$ . O signal de  $h$  será  $+$ , se os pontos  $b_1, b_2$ , etc., correspondentes aos rumos NE. e SE., ficarem mais proximos do diametro N-S., do que os pontos  $b_3, b_4$ , etc., correspondentes aos rumos NO. e SO.

### 5.º Por dois azimuths não equidistantes de 180º

Se tivermos observações de  $\frac{Z'}{Z}$  em dois rumos, não distantes de 180º, devemos considerar  $h$  (que é sempre mui pequeno) igual a zero, e obter  $\mu$  e  $\frac{g}{\operatorname{tg} \theta}$  pelas fórmulas seguintes, que provém da simples eliminação d'aquellas quantidades nas equações

$$\mu = \frac{Z'_1}{Z} - \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta_1$$

$$\mu = \frac{Z'_2}{Z} - \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \zeta_2$$

$$\mu = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{Z'_1}{Z} \cos \zeta_2 - \frac{Z'_2}{Z} \cos \zeta_1 \right\}}{\frac{1}{2} \left\{ \cos \zeta_2 + \cos \zeta_1 \right\}}; \quad \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{Z'_1}{Z} - \frac{Z'_2}{Z} \right\}}{\frac{1}{2} \left\{ \cos \zeta_1 - \cos \zeta_2 \right\}}$$

## 6.º Por um unico azimuth

Podemos ainda obter o valor de  $\mu$  por uma unica observação de  $\frac{Z'}{Z}$ , se esta for feita nos rumos E. ou O. magneticos *correctos*.

Com effeito, suppondo  $h=0$ , a equação reduz-se a  $\mu = \frac{Z'_1}{Z}$ .

Uma vez  $g$  bem determinado, não será modificado emquanto a disposição do ferro *macio* a bordo for a mesma, e por consequencia, poderemos obter, em qualquer occasião, o valor de  $\mu$  por uma observação em um azimuth qualquer, pela fórmula

$$u = \frac{Z'}{Z} - \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \epsilon$$

Trataremos agora de alguns exemplos de determinação de  $\mu$ ,  $g$  e  $h$ .

## Exemplo 1.º

Determinação do valor de  $\mu$ ,  $g$  e  $h$  por observação de  $\frac{Z'}{Z}$   
em rumos magneticos *correctos* equidistantes

Como a equação  $\frac{Z'}{Z} = \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \epsilon - \frac{h}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{sen} \epsilon + \mu$  é perfeitamente comparavel á equação do desvio approximada, abstrahindo do desvio *quadrantal* ( $\delta = C \cos \epsilon + B \operatorname{sen} \epsilon + A$ ), podemos determinar  $\mu$ ,  $\frac{g}{\operatorname{tg} \theta}$  e  $-\frac{h}{\operatorname{tg} \theta}$  pelos mesmos processos e mappas tabulares (pag. 71), que empregámos na determinação de A, B e C.

Rumos magneticos correctos	I	Rumos magneticos correctos	II	III	IV	V		VI	
	$Z'/Z$		$Z'/Z$	Semi-somma das col. I e II — ( $\mu$ )	Semi-somma das col. I e II (mudando o signal da col. II)	$\frac{g}{\text{tg } \theta}$		$\frac{h}{\text{tg } \theta}$	
						Multiplicadores	Producto da col. IV pelos multiplicadores	Multiplicadores	Producto da col. IV pelos multiplicadores
N.	0,116	S.	0,136	0,126	-0,010	1	-0,010	0	0,000
NE.	0,119	SO.	0,130	0,124	-0,005	$S_4$	-0,003	$S_4$	-0,003
E.	0,127	O.	0,122	0,124	+0,002	0	0,000	1	+0,002
SE.	0,131	NO.	0,118	0,124	+0,006	$-S_4$	-0,004	$S_4$	+0,004
Somma = 0,498 (Divisor 4)				Somma dos t. += 0,000 .. += 0,006 Somma dos t. -= -0,017 .. -= -0,003		-0,017 (Divisor 2)		+0,003 (Divisor 2)	
$\mu = 0,125$						$\frac{g}{\text{tg } \theta} = -0,009$		$\frac{h}{\text{tg } \theta} = +0,001$	
$\theta = 70^\circ 48'$ $\text{tg } \theta = 2,871$				$h = -0,001 \times 2,871 = -0,003$ $g = -0,009 \times 2,871 = -0,025$					

Exemplo 2.<sup>o</sup>

Por observações de  $\frac{Z'}{Z}$  em tres azimuths não equidistantes

$$\mu = \frac{\frac{Z'_1}{Z} \text{sen } (\zeta_3 - \zeta_2) + \frac{Z'_2}{Z} \text{sen } (\zeta_1 - \zeta_3) + \frac{Z'_3}{Z} \text{sen } (\zeta_2 - \zeta_1)}{\text{sen } (\zeta_3 - \zeta_2) + \text{sen } (\zeta_1 - \zeta_3) + \text{sen } (\zeta_2 - \zeta_1)}$$

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Rumos magneticos correctos	T'	T' <sup>2</sup>	T <sup>2</sup>	$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{Z'}{Z}$	$\begin{pmatrix} \zeta_3 - \zeta_2 \\ \zeta_1 - \zeta_3 \\ \zeta_2 - \zeta_1 \end{pmatrix}$	Senos dos angulos da columna VI	Productos da columna V pela VII
$\zeta_1 = 45^\circ$ (NE.)	71',47	5107,9	608,6	0,119	135°	+0,707	+0,084
$\zeta_2 = 135^\circ$ (SE.)	68,07	4633,5	»	0,131	135	+0,707	+0,093
$\zeta_3 = 270^\circ$ (O.)	70,61	5985,5	»	0,122	90	+1,000	+0,122
Sommas						+2,414	+0,299
$\mu = \frac{+0,299}{+2,414} = +0,124$							

$$\frac{g}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{\frac{Z'_1}{Z} (\operatorname{sen} \zeta_2 - \operatorname{sen} \zeta_3) + \frac{Z'_2}{Z} (\operatorname{sen} \zeta_3 - \operatorname{sen} \zeta_1) + \frac{Z'_3}{Z} (\operatorname{sen} \zeta_1 - \operatorname{sen} \zeta_2)}{\operatorname{sen} (\zeta_3 - \zeta_2) + \operatorname{sen} (\zeta_1 - \zeta_3) + \operatorname{sen} (\zeta_2 - \zeta_1)}$$

Rumos magneticos correctos  $\frac{Z'}{Z}$   $\operatorname{sen} \zeta$

$$\zeta_1 = 45^\circ \quad 0,119 \quad +0,707 \quad \operatorname{sen} (\zeta_3 - \zeta_2) = +0,707 \quad \operatorname{sen} \zeta_2 - \operatorname{sen} \zeta_3 = +1,707$$

$$\zeta_2 = 135 \quad 0,131 \quad +0,707 \quad \operatorname{sen} (\zeta_1 - \zeta_3) = +0,707 \quad \operatorname{sen} \zeta_3 - \operatorname{sen} \zeta_1 = -1,707$$

$$\zeta_3 = 270 \quad 0,122 \quad -1,000 \quad \operatorname{sen} (\zeta_2 - \zeta_1) = +1,000 \quad \operatorname{sen} \zeta_1 - \operatorname{sen} \zeta_2 = 0,000$$

$$\text{Somma} = 2,414$$

$$\frac{g}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{0,119 \times 1,707 - 0,131 \times 1,707}{2,414} = -0,009; \quad g = 0,009 \times 2,871 = -0,025$$

$$\frac{h}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{\frac{Z'_1}{Z} (\cos \zeta_2 - \cos \zeta_3) + \frac{Z'_2}{Z} (\cos \zeta_3 - \cos \zeta_1) + \frac{Z'_3}{Z} (\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2)}{\operatorname{sen} (\zeta_3 - \zeta_2) + \operatorname{sen} (\zeta_1 - \zeta_3) + \operatorname{sen} (\zeta_2 - \zeta_1)}$$

$$\zeta_1 = 45^\circ \quad \cos \zeta_2 - \cos \zeta_3 = -0,707 \quad \cos \zeta_1 = +0,707$$

$$\zeta_2 = 135 \quad \cos \zeta_3 - \cos \zeta_1 = -0,707 \quad \cos \zeta_2 = -0,707$$

$$\zeta_3 = 270 \quad \cos \zeta_1 - \cos \zeta_2 = +1,414 \quad \cos \zeta_3 = 0,000$$

$$\frac{h}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{1,119 \times -0,707 - 0,131 \times 0,707 + 0,122 \times 1,414}{2,414} = \frac{-0,177 + 0,172}{2,414}$$

$$\frac{h}{\operatorname{tg} \theta} = -0,002; \quad h = -0,002 \times 2,871 = -0,005$$

### Exemplo 3.º

Por tres azimuths não equidistantes, suppondo  $h = 0$

$$\mu = \frac{\left(\frac{Z'_1}{Z} + \frac{Z'_2}{Z} + \text{etc.}\right) (\cos^2 \zeta_1 + \cos^2 \zeta_2 + \text{etc.}) - \left(\frac{Z'_1}{Z} \cos \zeta_1 + \frac{Z'_2}{Z} \cos \zeta_2 + \text{etc.}\right) (\cos \zeta_1 + \cos \zeta_2 + \text{etc.})}{n (\cos^2 \zeta_1 + \cos^2 \zeta_2 + \text{etc.}) - (\cos \zeta_1 + \cos \zeta_2 + \text{etc.})^2}$$

Navio «Orontes» (observação em Portsmouth)

$\text{tg } \theta = 2,500$

Rumos magneticos correctos	$\zeta$	$\frac{Z'}{Z}$	$\cos \zeta$	$\cos^2 \zeta$	$\frac{Z'}{Z} \cos \zeta$
N. 3 NE.	3'	1,172	+ 0,999	+ 0,998	+ 1,171
O. 26 SO.	206	1,141	- 0,899	+ 0,808	- 1,025
N. 54 O.	306	1,196	+ 0,588	+ 0,346	+ 0,703
		3,509	+ 1,587	2,152	+ 1,874
			- 0,899		- 1,025
Sommas .....			+ 0,688		+ 0,849

$$\mu = \frac{3.509 \times 2,152 - 0,688 \times 0,849}{3 \times 2,152 - 0,688^2} = \frac{6,967}{5,983} = 1,164$$

$$\frac{g}{\text{tg } \theta} = \frac{n \left( \frac{Z'_1}{Z} \cos \zeta_1 + \frac{Z'_2}{Z} \cos \zeta_2 + \text{etc.} \right) - \left( \frac{Z'_1}{Z} + \frac{Z'_2}{Z} + \text{etc.} \right) (\cos \zeta_1 + \cos \zeta_2 + \text{etc.})}{n (\cos^2 \zeta_1 + \cos^2 \zeta_2 + \text{etc.}) - (\cos \zeta_1 + \cos \zeta_2 + \text{etc.})^2}$$

$$\frac{g}{\text{tg } \theta} = \frac{3 \times 0,849 - 3,509 \times 0,688}{3 \times 2,152 - 0,688^2} = \frac{0,133}{5,983} = + 0,022$$

$$g = + 0,022 \times 2,500 = 0,055.$$

Exemplo 4.º

Processo graphico (determinação dos valores de  $\mu$ ,  $g$  e  $h$  por quatro observações de  $\frac{Z'}{Z}$  nos rumos seguintes)

	$\frac{Z'}{Z}$	Diferenças para o menor valor de $\frac{Z'}{Z}$	
$A_1 = \text{N. } 68^\circ \text{ E.}$	1,155	0,100	$\text{tg } \theta = 1,74$
$A_2 = \text{S. } 73^\circ \text{ E.}$	1,081	0,026	
$A_3 = \text{S. } 38' 20'' \text{ O.}$	1,055	0,000	
$A_4 = \text{N. } 39' 40'' \text{ O.}$	1,235	0,180	

Tire-se a linha NS (Est. 5.<sup>a</sup>, Fig. 2.<sup>a</sup>) igual a 100 mill.; sobre esta descreva-se um circulo; tire-se o diametro vertical, marcando E na parte superior e O na parte inferior; marquem-se os pontos  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ , e d'elles se baixem as perpendiculares  $A_1 a_1$ ,  $A_2 a_2$ ,  $A_3 a_3$ ,  $A_4 a_4$ . Sobre  $A_1 a_1$  marque-se  $a_1 b_1 = 10$  mill.; em  $A_2 a_2$ ,  $a_2 b_2 = 2$  mill.; 6, marque-se  $b_3$  no ponto em que a perpendicular baixada de  $A_3$  corta o diametro NS', e finalmente sobre  $A_4 a_4$  marque-se  $a_4 b_4 = 18$  mill. Dos pontos N e S levantem-se duas perpendiculares.

Os pontos  $b_1, b_2, b_3, b_4$  não ficam sobre uma linha recta, o que indica que  $h$  tem valor apreciavel. Faz-se passar, portanto, pelos pontos  $b_1, b_2, b_3$  e  $b_4$  uma curva de fórma elliptica, passando os vertices pelos pontos N' e S' das perpendiculares tiradas dos pontos N e S. Finalmente, tire-se o diametro da ellipse N'-S'.

D'esta construcção tiramos:

$$Pu = 7,7 \text{ mill.}; \quad \mu = 4,055 + 0,077 = 4,132$$

$$\frac{NN' - SS'}{2} = \frac{18,3 - 3,1}{2} = 10,7 = 0,107 = g \operatorname{tg} \theta$$

$$g = \frac{0,107}{1,74} = + 0,061$$

$$ue = ou = 2,5 \text{ ou } h \operatorname{tg} \theta = 0,025$$

$$h = + 0,014$$

### Exemplo 5.<sup>o</sup>

Determinação do valor de  $\mu$  e  $g$  pelas observações de  $\frac{Z'}{Z}$  em dois azimuths, não oppostos, suppondo  $h=0$

$$\mu = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{Z'_1}{Z} \cos \epsilon_2 - \frac{Z'_2}{Z} \cos \epsilon_1 \right\}}{\frac{1}{2} \left\{ \cos \epsilon_2 - \cos \epsilon_1 \right\}}$$

$$\frac{Z'}{Z}$$

$\cos \epsilon$

$$\epsilon_1 = 45^\circ \dots 0,119 \dots 0,707$$

$$\epsilon_2 = 180 \dots 0,136 \dots -1,000$$

$$\mu = \frac{\frac{1}{2} \left\{ 0,119 \times -1,000 - 0,136 \times 0,707 \right\}}{\frac{1}{2} \times -1,707} = \frac{0,107}{0,853} = 0,125$$

$$\frac{g}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{Z'_1}{Z} - \frac{Z'_2}{Z} \right\}}{\frac{1}{2} \left\{ \cos \zeta_1 - \cos \zeta_2 \right\}} = \frac{\frac{1}{2} \times -0,017}{\frac{1}{2} \times 1,707} = \frac{-0,008}{0,853} = -0,009$$

$$g = -0,009 \times 2,871 = 0,025$$

Passâmos a exemplificar a determinação do valor de J, ou o coeficiente do desvio da *banda*, e das diferentes partes de que elle se compõe.

Do navio *Orontes*, que nos forneceu o exemplo de determinação de  $\mu$ , a (pag. 193), temos mais os seguintes dados

$$\mathfrak{D} = +0,096; \lambda = 0,875; \mu = +1,164; \frac{\mu}{\lambda} = +1,330; \operatorname{tg} \theta = 2,500$$

$$J = - \left( \mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1 \right) \operatorname{tg} \theta$$

$$J = - (0,096 + 1,330 - 1) \times 2,5 = - 0,426 \times 2,5 = - 1,065$$

J é negativo; por consequencia, para uma inclinação de  $1^\circ$  para EB, com prôas, de N. ou S., corresponde o desvio de  $1,065 \times 1^\circ$ , ou  $1^\circ.4'$  para EB, e para igual inclinação para BB,  $1^\circ.4'$  para EB; o desvio é portanto para *barlavento*.

O effeito do desvio da *banda* n'este navio é de subtrahir ao desvio da tabella a quantidade  $(1^\circ.4')$   $\cos \zeta'$ , por cada grau de inclinação do navio, ao rumo  $\zeta'$  da agulha.

Convem construir uma tabella para uma dada inclinação,  $5^\circ$  ou  $10^\circ$ , por exemplo, para cada bordo.

Esta nova tabella de desvios será a que se deve empregar, sempre que o navio incline ou dê á *banda* (veja-se pag. 199).

O coeficiente J tambem é expresso pela formula

$$J = - \left( \mathfrak{D} + \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \operatorname{tg} \theta - \left( \frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) \operatorname{tg} \theta$$

o primeiro termo da qual corresponde ao coeficiente do desvio, causado pela indução vertical sobre o ferro *macio* transversal, e o segundo é o coeficiente do desvio, devido ao magnetismo *sub-permanente* do ferro *duro* vertical, e á indução do ferro *macio* vertical.

No nosso exemplo, a parte devida á *indução* vertical sobre o ferro *macio* transversal, é

$$\begin{aligned} -\left(\mathfrak{D} + \frac{1}{\lambda} - 1\right) \operatorname{tg} \theta &= -(0,096 + 1,143 - 1) 2,5 \\ &= -0,597 \end{aligned}$$

O resto, ou a parte devida ao magnetismo *sub-permanente* do ferro *duro* vertical, e a indução sobre o ferro *macio* vertical, é

$$-\left(\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right) \operatorname{tg} \theta = -(1,330 - 1,143) 2,5 = -0,467$$

Sommando estas duas quantidades, resulta o coeficiente já achado—1,065=J.

2.º Exemplo.—*Enterprise*, navio de 993 toneladas, fundo de madeira, *couraçado* e com bateria central.

$$\mathfrak{D} = +0,045; \lambda = 0,817; \mu = 0,622; \frac{\mu}{\lambda} = 0,761; \operatorname{tg} \theta = 2,5$$

$$\begin{aligned} J &= -\left(\mathfrak{D} + \frac{\mu}{\lambda} - 1\right) \operatorname{tg} \theta = -(0,045 + 0,761 - 1) 2,5 \\ &= +0,194 \times 2,5 = +0,485 \end{aligned}$$

ou 29' para 1º de inclinação do navio.

N'este navio J é positivo; em inclinações para EB, o desvio ordinario é augmentado de 29', por cada grau de inclinação, nas prôas de N. ou S.; n'estas mesmas prôas o desvio é diminuido de 29' em iguaes inclinações para BB. O desvio da *banda* é n'este caso para *sotavento*.

O coeficiente da indução vertical sobre o ferro *macio* transversal, é:

$$-\left(\mathfrak{D} + \frac{1}{\lambda} - 1\right) \operatorname{tg} \theta = -(0,045 + 1,224 - 1) 2,5 = -0,672$$

ou—40' para cada grau de inclinação para EB, nas prôas N. e S. Esta parte é sempre negativa, ou para barlavento.

A outra parte —  $\left(\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right) \operatorname{tg} \theta$  é que determina o signal de J.

$$-\left(\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right) \operatorname{tg} \theta = -(0,761 - 1,224) 2,5 = + 1,157$$

correspondente a +1°. 9' para cada grau de inclinação para EB, nas prôas de N. ou S.

A somma dos dois coefficients parciaes deve ser igual ao coefficiente total já achado; e com effeito:

$$-0,672 + 1,157 = + 0,485$$

Como já dissemos, o desvio da *banda* não é rigorosamente igual e de signal contrario aos rumos N. e S.; o termo —  $\frac{g}{\lambda} \cos^2 \zeta' i$ , que é igual e não muda de signal n'estes dois rumos, é acrescentado ao desvio J*i* em um d'aquelles rumos e subtrahido no outro, conforme os seus signaes são do mesmo ou de nome opposto; a differença, pois, do desvio da *banda* aos rumos de N. e S. (abstrahindo dos signaes) é igual ao dôbro de  $\frac{g}{\lambda} i$ .

Em agulhas bem collocadas, *g* é ordinariamente mui pequeno, e o seu effeito pôde desprezar-se na pratica.

Do termo +  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{sen}^2 \zeta' i$  resulta um pequeno desvio, igual aos rumos de E. e O.; este termo é geralmente da mesma grandeza de  $\frac{g}{\lambda} \cos^2 \zeta' i$ .

No primeiro exemplo do navio *Orontes*,  $\frac{g}{\lambda}$  é positivo e igual a +0,063.

Ao rumo de N. o desvio da *banda*, com 10° de inclinação para EB (+*i*) é igual a

$$-10^{\circ}.40' - 38' = -11^{\circ}.18$$

ao rumo opposto S., com a mesma inclinação para EB, é igual a

$$+10^{\circ}.40' - 38' = 10^{\circ}.2'$$

No *Enterprise* (exemplo 2.º) é o desvio da *banda* pouco consideravel, e portanto torna-se mais sensivel o effeito de  $-\frac{g}{\lambda} i$

$$\frac{g}{\lambda} = + 0,186.$$

Ao rumo de N. e com 10º de inclinação para EB (+ *i*) temos

$$+ J i - \frac{g}{\lambda} i = 4^{\circ}.50' - 1^{\circ}.52' = + 2^{\circ}.58'$$

e ao rumo de S., com a mesma inclinação a EB,

$$- J i - \frac{g}{\lambda} i = - 4^{\circ}.50' - 1^{\circ}.52' = - 6^{\circ}.42'$$

Quando o desvio da *banda* é consideravel, deve-se construir uma tabella de desvios para applicar quando se navega de bolina. N'esta tabella attende-se sómente ao coefficiente J, isto é, suppõe-se o desvio da *banda* igual e de signal contrario aos rumos de N. e S.

Apresentámos em seguida a tabella dos desvios da *Warrior*, modificados pelos desvios da *banda*, devidos á inclinação de 10º para EB e BB ( $\pm i$ ).

O coefficiente do desvio da *banda* d'este navio é consideravel ( $-1^{\circ}.49'$ )<sup>1</sup>; o desvio final apresenta differenças muito notaveis, conforme os rumos, e o signal de *i*.

<sup>1</sup> Determinado em Porstmouth, em julho de 1862.

O coefficiente determinado em Lisboa, em janeiro de 1863, é igual a  $-1^{\circ}.22'$

## TABELLA

DO

Desvio da fragata «Warrior»

tendo em conta o desvio da banda para 10° de inclinação a BB e EB;

$$J = -1^{\circ} 49'$$

Rumos da agulha	Desvios estando o navio horizontal	Desvio da banda, inclinado 10° a EB	Desvio composto	Desvio da banda, inclinado 10° a BB	Desvio composto
$\zeta'$	( $\delta$ )	( $+J \times 10^{\circ} \cos \zeta'$ )	( $\delta + J \times 10^{\circ} \cos \zeta'$ )	( $-J \times 10^{\circ} \cos \zeta'$ )	( $\delta - J \times 10^{\circ} \cos \zeta'$ )
N.	- 6° 30'	- 18° 40'	- 25° 10'	+ 18° 40'	+ 12° 10'
N4NE.	- 7 35	- 17 48	- 25 23	+ 17 48	+ 10 13
NNE.	- 9 0	- 16 46	- 25 46	+ 16 46	+ 7 46
NE4N.	- 10 50	- 15 6	- 25 56	+ 15 6	+ 4 16
NE.	- 13 0	- 12 51	- 25 51	+ 12 51	- 0 9
NE4E.	- 15 10	- 10 5	- 25 15	+ 10 5	- 5 5
ENE.	- 17 40	- 6 51	- 24 31	+ 6 51	- 10 49
E4NE.	- 20 15	- 3 32	- 23 47	+ 3 32	- 16 43
E.	- 22 15	0 0	- 22 15	0 0	- 22 15
E4SE.	- 23 50	+ 3 32	- 20 18	- 3 32	- 27 22
ESE.	- 25 0	+ 6 51	- 18 9	- 6 51	- 31 51
SE4E.	- 25 0	+ 10 5	- 14 55	- 10 5	- 35 5
SE.	- 23 30	+ 12 51	- 10 39	- 12 51	- 36 21
SE4S.	- 18 50	+ 15 6	- 3 44	- 15 6	- 33 56
SSE.	- 11 10	+ 16 46	+ 5 36	- 16 46	- 27 56
S4SE.	- 3 0	+ 17 48	+ 14 48	- 17 48	- 20 48
S.	+ 5 30	+ 18 40	+ 24 10	- 18 40	- 13 10
S4SO.	+ 14 20	+ 17 48	+ 32 8	- 17 48	- 3 28
SSO.	+ 22 30	+ 16 46	+ 39 16	- 16 46	+ 5 44
SO4S.	+ 27 10	+ 15 6	+ 42 16	- 15 6	+ 12 4
SO.	+ 28 35	+ 12 51	+ 41 26	- 12 51	+ 15 44
SO4O.	+ 28 0	+ 10 5	+ 38 5	- 10 5	+ 17 55
OSO.	+ 25 40	+ 6 51	+ 32 31	- 6 51	+ 18 49
O4SO.	+ 22 30	+ 3 32	+ 26 2	- 3 32	+ 18 58
O.	+ 19 15	0 0	+ 19 15	0 0	+ 19 15
O4NO.	+ 15 0	- 3 32	+ 11 28	+ 3 32	+ 18 32
ONO.	+ 10 30	- 6 51	+ 3 39	+ 6 51	+ 17 21
NO4O.	+ 6 30	- 10 5	- 3 35	+ 10 5	+ 16 35
NO.	+ 3 0	- 12 51	- 9 51	+ 12 51	+ 15 51
NO4N.	+ 0 0	- 15 6	- 15 6	+ 15 6	+ 15 6
NNO.	- 3 0	- 16 46	- 19 46	+ 16 46	+ 13 46
N4NO.	- 5 0	- 17 48	- 22 48	+ 17 48	+ 12 48

Aindaque, em regra, o desvio da *banda*, na generalidade dos navios de ferro, não é tão consideravel como o da *Warrior*, é todavia sufficiente para modificar profundamente e até mudar de signal o desvio ordinario, principalmente nos rumos proximos de N. ou S.

É pois da maior importancia *observar e calcular* todos os elementos, que dizem respeito ao desvio da *banda*, construindo depois uma tabella semelhante á que apresentámos; porquanto, em navios mixtos, ou que possam navegar frequentemente á bolina, as tabellas do desvio *ordinario* não podem satisfazer, e antes induzem em graves erros.

| Declinação<br>do Sol |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 10. 10               | 10. 10               | 10. 10               | 10. 10               | 10. 10               |
| 11. 10               | 11. 10               | 11. 10               | 11. 10               | 11. 10               |
| 12. 10               | 12. 10               | 12. 10               | 12. 10               | 12. 10               |
| 13. 10               | 13. 10               | 13. 10               | 13. 10               | 13. 10               |
| 14. 10               | 14. 10               | 14. 10               | 14. 10               | 14. 10               |
| 15. 10               | 15. 10               | 15. 10               | 15. 10               | 15. 10               |
| 16. 10               | 16. 10               | 16. 10               | 16. 10               | 16. 10               |
| 17. 10               | 17. 10               | 17. 10               | 17. 10               | 17. 10               |
| 18. 10               | 18. 10               | 18. 10               | 18. 10               | 18. 10               |
| 19. 10               | 19. 10               | 19. 10               | 19. 10               | 19. 10               |
| 20. 10               | 20. 10               | 20. 10               | 20. 10               | 20. 10               |
| 21. 10               | 21. 10               | 21. 10               | 21. 10               | 21. 10               |
| 22. 10               | 22. 10               | 22. 10               | 22. 10               | 22. 10               |
| 23. 10               | 23. 10               | 23. 10               | 23. 10               | 23. 10               |
| 24. 10               | 24. 10               | 24. 10               | 24. 10               | 24. 10               |
| 25. 10               | 25. 10               | 25. 10               | 25. 10               | 25. 10               |
| 26. 10               | 26. 10               | 26. 10               | 26. 10               | 26. 10               |
| 27. 10               | 27. 10               | 27. 10               | 27. 10               | 27. 10               |
| 28. 10               | 28. 10               | 28. 10               | 28. 10               | 28. 10               |
| 29. 10               | 29. 10               | 29. 10               | 29. 10               | 29. 10               |
| 30. 10               | 30. 10               | 30. 10               | 30. 10               | 30. 10               |
| 31. 10               | 31. 10               | 31. 10               | 31. 10               | 31. 10               |
| 32. 10               | 32. 10               | 32. 10               | 32. 10               | 32. 10               |
| 33. 10               | 33. 10               | 33. 10               | 33. 10               | 33. 10               |
| 34. 10               | 34. 10               | 34. 10               | 34. 10               | 34. 10               |
| 35. 10               | 35. 10               | 35. 10               | 35. 10               | 35. 10               |
| 36. 10               | 36. 10               | 36. 10               | 36. 10               | 36. 10               |
| 37. 10               | 37. 10               | 37. 10               | 37. 10               | 37. 10               |
| 38. 10               | 38. 10               | 38. 10               | 38. 10               | 38. 10               |
| 39. 10               | 39. 10               | 39. 10               | 39. 10               | 39. 10               |
| 40. 10               | 40. 10               | 40. 10               | 40. 10               | 40. 10               |
| 41. 10               | 41. 10               | 41. 10               | 41. 10               | 41. 10               |
| 42. 10               | 42. 10               | 42. 10               | 42. 10               | 42. 10               |
| 43. 10               | 43. 10               | 43. 10               | 43. 10               | 43. 10               |
| 44. 10               | 44. 10               | 44. 10               | 44. 10               | 44. 10               |
| 45. 10               | 45. 10               | 45. 10               | 45. 10               | 45. 10               |
| 46. 10               | 46. 10               | 46. 10               | 46. 10               | 46. 10               |
| 47. 10               | 47. 10               | 47. 10               | 47. 10               | 47. 10               |
| 48. 10               | 48. 10               | 48. 10               | 48. 10               | 48. 10               |
| 49. 10               | 49. 10               | 49. 10               | 49. 10               | 49. 10               |
| 50. 10               | 50. 10               | 50. 10               | 50. 10               | 50. 10               |
| 51. 10               | 51. 10               | 51. 10               | 51. 10               | 51. 10               |
| 52. 10               | 52. 10               | 52. 10               | 52. 10               | 52. 10               |
| 53. 10               | 53. 10               | 53. 10               | 53. 10               | 53. 10               |
| 54. 10               | 54. 10               | 54. 10               | 54. 10               | 54. 10               |
| 55. 10               | 55. 10               | 55. 10               | 55. 10               | 55. 10               |
| 56. 10               | 56. 10               | 56. 10               | 56. 10               | 56. 10               |
| 57. 10               | 57. 10               | 57. 10               | 57. 10               | 57. 10               |
| 58. 10               | 58. 10               | 58. 10               | 58. 10               | 58. 10               |
| 59. 10               | 59. 10               | 59. 10               | 59. 10               | 59. 10               |
| 60. 10               | 60. 10               | 60. 10               | 60. 10               | 60. 10               |
| 61. 10               | 61. 10               | 61. 10               | 61. 10               | 61. 10               |
| 62. 10               | 62. 10               | 62. 10               | 62. 10               | 62. 10               |
| 63. 10               | 63. 10               | 63. 10               | 63. 10               | 63. 10               |
| 64. 10               | 64. 10               | 64. 10               | 64. 10               | 64. 10               |
| 65. 10               | 65. 10               | 65. 10               | 65. 10               | 65. 10               |
| 66. 10               | 66. 10               | 66. 10               | 66. 10               | 66. 10               |
| 67. 10               | 67. 10               | 67. 10               | 67. 10               | 67. 10               |
| 68. 10               | 68. 10               | 68. 10               | 68. 10               | 68. 10               |
| 69. 10               | 69. 10               | 69. 10               | 69. 10               | 69. 10               |
| 70. 10               | 70. 10               | 70. 10               | 70. 10               | 70. 10               |
| 71. 10               | 71. 10               | 71. 10               | 71. 10               | 71. 10               |
| 72. 10               | 72. 10               | 72. 10               | 72. 10               | 72. 10               |
| 73. 10               | 73. 10               | 73. 10               | 73. 10               | 73. 10               |
| 74. 10               | 74. 10               | 74. 10               | 74. 10               | 74. 10               |
| 75. 10               | 75. 10               | 75. 10               | 75. 10               | 75. 10               |
| 76. 10               | 76. 10               | 76. 10               | 76. 10               | 76. 10               |
| 77. 10               | 77. 10               | 77. 10               | 77. 10               | 77. 10               |
| 78. 10               | 78. 10               | 78. 10               | 78. 10               | 78. 10               |
| 79. 10               | 79. 10               | 79. 10               | 79. 10               | 79. 10               |
| 80. 10               | 80. 10               | 80. 10               | 80. 10               | 80. 10               |
| 81. 10               | 81. 10               | 81. 10               | 81. 10               | 81. 10               |
| 82. 10               | 82. 10               | 82. 10               | 82. 10               | 82. 10               |
| 83. 10               | 83. 10               | 83. 10               | 83. 10               | 83. 10               |
| 84. 10               | 84. 10               | 84. 10               | 84. 10               | 84. 10               |
| 85. 10               | 85. 10               | 85. 10               | 85. 10               | 85. 10               |
| 86. 10               | 86. 10               | 86. 10               | 86. 10               | 86. 10               |
| 87. 10               | 87. 10               | 87. 10               | 87. 10               | 87. 10               |
| 88. 10               | 88. 10               | 88. 10               | 88. 10               | 88. 10               |
| 89. 10               | 89. 10               | 89. 10               | 89. 10               | 89. 10               |
| 90. 10               | 90. 10               | 90. 10               | 90. 10               | 90. 10               |
| 91. 10               | 91. 10               | 91. 10               | 91. 10               | 91. 10               |
| 92. 10               | 92. 10               | 92. 10               | 92. 10               | 92. 10               |
| 93. 10               | 93. 10               | 93. 10               | 93. 10               | 93. 10               |
| 94. 10               | 94. 10               | 94. 10               | 94. 10               | 94. 10               |
| 95. 10               | 95. 10               | 95. 10               | 95. 10               | 95. 10               |
| 96. 10               | 96. 10               | 96. 10               | 96. 10               | 96. 10               |
| 97. 10               | 97. 10               | 97. 10               | 97. 10               | 97. 10               |
| 98. 10               | 98. 10               | 98. 10               | 98. 10               | 98. 10               |
| 99. 10               | 99. 10               | 99. 10               | 99. 10               | 99. 10               |
| 100. 10              | 100. 10              | 100. 10              | 100. 10              | 100. 10              |

## CAPITULO VIII

*Ellipse, circulo, epicycloide*—Eixos fixos no globo, eixos fixos no navio—*Dyggogrammas* n.º 1 e n.º 2—Logar geometrico da extremidade da força perturbadora; construção das ellipses—Exemplos—Resultante das forças horizontal terrestre e do navio, referidas a eixos fixos no navio—*Parallelogrammo; triangulo*—Força do navio—Força terrestre—Força directriz a bordo—Força media a bordo para o norte ( $\lambda H$ ) como unidade,  $\mathfrak{A}=0$ ,  $\mathfrak{G}=0$ —*Dyggogramma* n.º 1; construção e uso do *dyggogramma* n.º 1, servindo-se dos rumos da agulha ( $\zeta'$ )—Maneira de obter  $\lambda$ —Outra construção do *dyggogramma* n.º 1—Processo de mr. Calongue—Construção de mr. Archibald Smith—Transformação do *dyggogramma* n.º 1 no n.º 2—Casos a considerar no *dyggogramma* n.º 2—Construção do *dyggogramma* n.º 2 pelas observações de desvios e força horizontal em um ou mais rumos; pelo desvio e força horizontal em um azimuth; achar  $\lambda$ ,  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{G}$  pelas observações de desvios e força horizontal em dois rumos—Construção do *dyggogramma* n.º 2 por tres desvios em tres rumos (construção de mr. Cayley)—Achar todos os coeficientes por meio dos desvios e força horizontal em dois ou mais rumos—Uso do *dyggogramma* n.º 2—Problemas diversos.

### Representação graphica das forças perturbadoras do navio

#### Dyggogrammas

Se imaginarmos uma linha tirada do centro da agulha, na direcção da força perturbadora do navio, que represente a grandeza d'esta mesma força, correspondente a uma certa prôa do navio, ou azimuth magnetico  $\zeta$ ; á proporção que o navio vae girando, ou variando de azimuth, esta linha irá successivamente passando por diversos graus de grandeza, mudando tambem gradualmente de direcção, e descreverá uma superficie conica no espaço; a extremidade d'esta linha descreverá uma curva fechada, em uma rotação completa do navio.

Se esta curva se refere a eixos fixos no navio, isto é, a eixos que giram tambem com o navio, será uma ellipse plana, como mais adiante se mostrará.

Se supozermos a mesma construcção com a componente horisontal da força perturbadora do navio, referida tambem a eixos fixos, a sua extremidade traçará tambem uma ellipse, a qual será a projecção, sobre o plano horisontal, d'aquella descripta no espaço.

Esta ellipse, no caso de  $\mathcal{A}$  igual a zero, poderá ser convertida em um circulo, o que torna muito mais simples a construcção, e facilita extraordinariamente os processos graphicos.

Se a linha horisontal, que representa a componente horisontal da força perturbadora do navio, se refere a eixos fixos no globo (e, por consequencia, moveis em relação ao navio, em sentido contrario á rotaçáo d'este), a curva descripta pela sua extremidade no plano horisontal será uma *epicycloide*<sup>1</sup>.

Estas curvas (o *circulo* e *epicycloide*) descrevem-se facilmente, e, quando descriptas, dão com muita facilidade e promptidão a componente horisontal perturbadora, a qual, combinada com a linha que representa a componente horisontal terrestre, dá a força efectiva de bordo sobre a agulha, ou a resultante das componentes terrestre e do navio, assim como a nova direcção da agulha, e por consequencia o desvio; isto para qualquer rumo a que se considere aroado o navio.

A representaçáo graphica por um circulo póde ser deduzida tanto da *epicycloide* como da *ellipse*, e ainda por um processo mais facil, como adiante se verá.

O *circulo* e a *epicycloide* designam-se pelo nome generico de *dygogrammas*, contracção da palavra composta «dynamo-gonio-gramma»; isto é, uma figura geometrica, da qual se podem colligir *forças* e *angulos*. Os *dygogrammas* serão descriptos separadamente com a denominaçáo de *dygogrammas* n.º 1 e n.º 2.

Antes de tratarmos da construcção de qualquer d'elles, passaremos á resoluçáo de alguns problemas *preliminares*, que se referem á *ellipse* e ao *dygogramma* n.º 2 (circulo), e que são necessarios para a intelligencia de ambos.

<sup>1</sup> *Epicycloide* é a curva descripta por um ponto da circumferencia de um circulo, que rola sobre outro, externa ou internamente.

## Ellipse e circulo

### Problema 1.º

Achar o logar geometrico da extremidade da força perturbadora do navio

Seja  $x$  a componente horizontal da força do navio, na direcção da proa,  $y$  a componente horizontal para estibordo, e  $z$  a terceira componente, no sentido vertical, dirigida de cima para baixo; para mais simplicidade, sejam expressas no valor da componente horizontal terrestre como unidade:  $x$ ,  $y$  e  $z$  representarão tambem as coordenadas da resultante, ou da força perturbadora de bordo, referida aos tres eixos fixos rectangulares ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) do navio.

Servir-nos-hemos das equações 4 a, 5 a e 6 a, (pag. 99)

$$\frac{X' - X}{H} = x = a \cos \zeta - b \sin \zeta + \lambda \mathfrak{B}$$

$$\frac{Y' - Y}{H} = y = d \cos \zeta - e \sin \zeta + \lambda \mathfrak{C}$$

$$\frac{Z' - Z}{H} = z = g \cos \zeta - h \sin \zeta + \lambda \mathfrak{V}$$

Multiplicando a primeira equação por  $(dh - eg)$ , a segunda por  $(gb - ah)$ , e a terceira por  $(ae - bd)$  e juntando-as, desapparecem os termos affectos de  $\cos \zeta$  e  $\sin \zeta$ , e resulta:

$$(x - \lambda \mathfrak{B})(dh - eg) + (y - \lambda \mathfrak{C})(gb - ah) + (z - \lambda \mathfrak{V})(ae - bd) = 0$$

Esta equação é a de um plano que passa por um ponto, cujas coordenadas são  $\lambda \mathfrak{B}$ ,  $\lambda \mathfrak{C}$  e  $\lambda \mathfrak{V}$ .

O logar geometrico será portanto uma curva plana.

Mudando agora a origem para o ponto, cujas coordenadas são  $\lambda \mathfrak{B}$ ,  $\lambda \mathfrak{C}$  e  $\lambda \mathfrak{V}$ , as equações primitivas reduzem-se a:

$$x = a \cos \zeta - b \sin \zeta$$

$$y = d \cos \zeta - e \sin \zeta$$

$$z = g \cos \zeta - h \sin \zeta$$

Combinando as duas primeiras, eliminando primeiro o termo em  $\cos \zeta$ , e depois o termo em  $\sin \zeta$ , vem

$$\begin{aligned} dx - ay &= (ae - bd) \sin \zeta \\ ex - by &= (ae - bd) \cos \zeta \end{aligned}$$

Quadrando-as e sommando-as, teremos para a projecção da curva no plano de XY:

$$(dx - ay)^2 + (ex - by)^2 = (ae - bd)^2$$

Combinando da mesma maneira a primeira com a terceira, teremos para a projecção no plano de XZ:

$$(gx - bz)^2 + (hx - az)^2 = (ah - gb)^2$$

e similhantemente, no plano de ZY:

$$(gy - dz)^2 + (hy - ez)^2 = (dh - eg)^2$$

Qualquer d'estas tres equações é a de uma ellipse; o logar geometrico é portanto uma ellipse.

Se o ferro *macio* estiver distribuido symetricamente  $b$ ,  $d$  e  $h$  são iguaes a zero, e as tres equações reduzem-se a

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{e^2} = 1$$

$$\frac{x}{a} - \frac{z}{g} = 0$$

$$\frac{y^2}{e^2} + \frac{z^2}{g^2} = 1$$

A primeira mostra que, quando o ferro *macio* de bordo está disposto symetricamente, a curva descripta pela extremidade da recta que representa a componente horisontal da força perturbadora é uma ellipse, cujos eixos principaes são dirigidos da pópa á prôa e de BB a EB; o semi-eixo no sentido longitudinal é  $\pm a$ , e o transversal  $= -e$ .

A segunda equação mostra que a projecção da ellipse (na mesma hypothese acima) sobre o plano ZX, ou o longitudinal do navio, é uma linha recta, ou que a ellipse no espaço está em um plano perpendicular ao dos XZ.

Se o ferro *macio* não está disposto symmetricamente, ou se  $b$ ,  $d$  não são iguaes a zero, os eixos principaes da ellipse no plano horisontal não ficam na direcção de pópa á prôa, e de BB a EB, e as expressões da grandeza e direcção d'estes eixos são bastante complicadas para se poderem empregar na pratica.

Todavia, póde construir-se sem difficuldade a ellipse por pontos, e póde-se tambem descreve-la com sufficiente exactidão da maneira seguinte.

As equações referidas da ellipse horisontal são:

$$x = a \cos \zeta - b \sin \zeta$$

$$y = d \cos \zeta - e \sin \zeta$$

Fazendo  $\zeta = 0$

$$\text{vem } \begin{cases} x = a \\ y = d \end{cases}$$

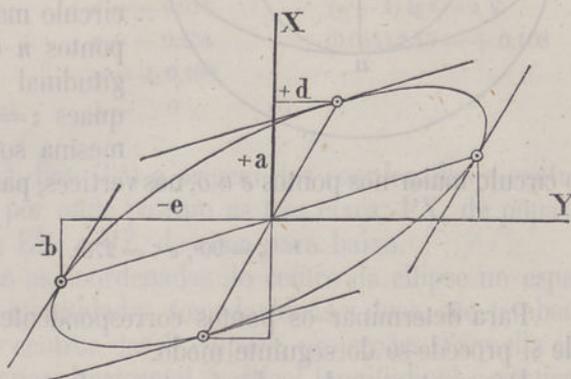
$$\text{e } \frac{y}{x} = \frac{d}{a}$$

Fazendo  $\zeta = 90^\circ$

$$\text{vem } \begin{cases} x = -b \\ y = -e \end{cases}$$

$$\text{e } \frac{e}{b} = \frac{y}{x}$$

FIGURA 31.<sup>a</sup>



Mas:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d \sin \zeta + b \cos \zeta}{a \sin \zeta + b \cos \zeta}$$

$$\text{quando } \zeta = 0, \text{ fica } \frac{dy}{dx} = \frac{e}{b}$$

$$\text{e } \zeta = 90^\circ, \text{ vem } \frac{dy}{dx} = \frac{d}{a}$$

Conclue-se d'aqui, que a tangente á ellipse no primeiro ponto é paralela ao diametro que passa pelo segundo, e vice-versa. Os pontos assim determinados pertencem a dois *diametros conjugados* (Fig. 31.<sup>a</sup>), e podemos traçar a ellipse com sufficiente exactidão.

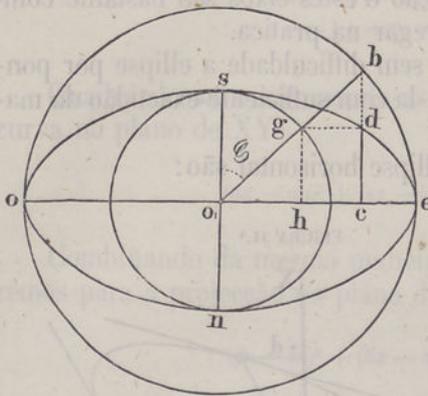
Se  $b$  e  $d$  são iguaes a zero, as equações no plano horisontal reduzem-se a:

$$x = a \cos \zeta$$

$$y = -e \sin \zeta$$

e representam, como já dissemos, uma ellipse, cujos eixos princi-

paes são no sentido longitudinal e latitudinal do navio, sendo os semi-eixos iguaes a  $a$  e  $-e$ .

FIGURA 32.<sup>a</sup>

Traça-se esta ellipse por pontos, com muita facilidade, da maneira seguinte.

Do ponto  $0_1$ , como centro (Fig. 32.<sup>a</sup>) descrevem-se dois circulos, um, com o raio igual a  $a$ , e outro, com o raio igual a  $e$ .

A ellipse será tangente ao circulo mais pequeno em dois pontos  $n$  e  $s$ , no sentido longitudinal do navio, para os quaes  $\zeta = 0$ , e  $\zeta = 180^\circ$ ; da mesma sorte a ellipse tocará

o circulo maior nos pontos  $e$  e  $o$ , nos vertices, para os quaes pontos é

$$\zeta = 90^\circ, \text{ e } \zeta = 270^\circ.$$

Para determinar os pontos correspondentes a qualquer valor de  $\zeta$ , procede-se do seguinte modo.

Dos pontos  $g$  e  $b$ , onde a recta que faz um angulo  $\zeta$  com o eixo longitudinal (a contar do ponto  $s$ ), corta os dois circulos, tiram-se duas rectas  $gd$  e  $bd$ , parallelas aos dois eixos; a recta que parte do ponto  $g$ , do circulo menor, é parallela ao eixo lateral; a do ponto  $b$ , no circulo maior, parallela ao eixo longitudinal, ou eixo dos X; o ponto  $b$ , onde se cortam estas rectas, é um ponto da ellipse.

Com effeito; temos para o ponto  $d$ :

$$\begin{aligned} c d = g h = 0_1 g \cos \zeta & \text{ ou } x = a \cos \zeta \\ 0_1 c = 0_1 b \sin \zeta & \text{ ou } y = -e \sin \zeta. \end{aligned}$$

Para exemplificarmos, vamos achar graphicamente o *logar geometrico* da extremidade da força magnetica da fragata *Resistance*, navio couraçado de 4:089 toneladas.

### Exemplo

Achar graphicamente o *logar geometrico* da força magnetica da fragata «Resistance»

Os dados para resolver este problema são os coefficients da

equação do desvio d'esta fragata, determinados em Portsmouth, em dezembro de 1863.

$$\begin{array}{lll} \mathfrak{A} = +0,018 & \lambda = 0,850 & a = -0,046 \\ \mathfrak{B} = +0,107 & \mu = 1,044 & e = -0,254 \\ \mathfrak{C} = -0,120 & \operatorname{tg} \theta = 2,45 & g = +0,190 \\ \mathfrak{D} = +0,122 & & \\ \mathfrak{E} = -0,034 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \lambda \mathfrak{B} = +0,090 & a = -0,046 & b = \lambda (\mathfrak{C} - \mathfrak{A}) = -0,044 \\ \lambda \mathfrak{C} = -0,102 & b = -0,044 & d = \lambda (\mathfrak{C} + \mathfrak{A}) = -0,014 \\ \lambda \mathfrak{V} = +0,108 & d = -0,014 & (\mu - 1) \operatorname{tg} \theta = \lambda \mathfrak{V} \\ & e = -0,254 & (0,044) 2,45 = +0,108 \\ & g = +0,190 & \\ & h = 0 & (1) \end{array}$$

Seja P (Fig. 1.<sup>a</sup>, Est. 3.<sup>a</sup>) a origem das coordenadas e centro da agulha padrão, por onde passam os tres eixos: PX, de pópa á próa; PY, de BB a EB; e PZ, de cima para baixo.

$\lambda \mathfrak{B}$ ,  $\lambda \mathfrak{C}$ ,  $\lambda \mathfrak{V}$  são as coordenadas do centro da ellipse no espaço, e estas mesmas quantidades, tomadas duas a duas, são tambem as coordenadas dos centros das 3 ellipses, projecções d'aquella ellipse sobre os 3 planos, horizontal, vertical longitudinal e vertical latitudinal.

Assim:  $\lambda \mathfrak{B}$  e  $\lambda \mathfrak{C}$  são as coordenadas do centro da ellipse no plano horizontal;  $\lambda \mathfrak{C}$  e  $\lambda \mathfrak{V}$  as do centro da ellipse no plano vertical de BB a EB, e  $\lambda \mathfrak{B}$  e  $\lambda \mathfrak{V}$  as do centro da terceira ellipse no plano vertical de pópa á próa.

Começaremos pela ellipse do plano horizontal.

Determinâmos primeiro o centro marcando  $\lambda \mathfrak{B}$ , igual a 0,090, no eixo PX<sup>2</sup>, de P para X, visto ser esta quantidade positiva no nosso exemplo, e  $\lambda \mathfrak{C}$ , igual a -0,102, para a esquerda de P, por ser  $\lambda \mathfrak{C}$  negativo; o ponto de encontro (*o*) das coordenadas tiradas d'estes pontos marcados será o centro da ellipse.

Para traçar a ellipse passâmos ás equações no plano dos XY, referidas ao novo centro *o*

$$x = a \cos \zeta - b \operatorname{sen} \zeta$$

$$y = d \cos \zeta - e \operatorname{sen} \zeta$$

<sup>1</sup> Suppõe-se  $h = 0$ , porque não parece ter sido determinado.

<sup>2</sup> Na figura a unidade é representada por 2 decímetros.

Fazendo  $\zeta = 0$ , o que corresponde ao navio aproado ao N. (magnético correcto), temos:

$$x = a \quad y = d.$$

Tomaremos, pois, no sentido dos XX negativos, uma parte igual a  $a$ , e outra igual a  $d$ , no extremo de  $a$ , pela mesma razão, no sentido dos YY negativos;  $n$  será o ponto da ellipse correspondente á proa de N.; assim como  $s$  será o correspondente á proa de S.

Fazendo  $\zeta = 90^\circ$ , temos:

$$x = -b \quad y = -e.$$

Tomando no eixo dos YY uma parte igual a  $e$ , na direcção dos YY positivos, por ser  $e$  negativo, e levantando no extremo uma perpendicular, também no sentido dos XX positivos, na qual se marca uma parte igual a  $b$ , E será o ponto da ellipse correspondente á proa de E., assim como O será o ponto que corresponde á proa de O. Com estes quatro pontos, e com o auxilio das suas tangentes, tiradas parallelamente aos eixos conjugados, que passam pelos pontos correspondentes ás prôas equidistantes de  $90^\circ$ , póde-se traçar a ellipse  $n E s O$ , com sufficiente approximação; ou ainda, querendo maior rigor, podem achar-se os pontos correspondentes ás prôas NE., SE., NO., SO.

Por meio das duas coordenadas,  $\lambda \text{E}$  e  $\lambda \text{V}$ , determinâmos o ponto  $o'$ , centro da ellipse sobre o plano vertical latitudinal, e pelas equações

$$y = d \cos \zeta - e \sin \zeta \quad z = g \cos \zeta$$

traçaremos a ellipse  $n' E' s' O'$  neste plano.

Da mesma sorte, com as coordenadas  $\lambda \text{B}$  e  $\lambda \text{V}$  determinâmos o ponto  $o''$ , centro da ellipse no plano vertical longitudinal, e por meio das equações  $x = a \cos \zeta - b \sin \zeta$ ,  $z = g \cos \zeta$ , traçâmos a terceira ellipse  $n'' E'' s'' O''$ .

Tirando agora de quatro pontos determinados de umâ das ellipses, a do plano horisontal, por exemplo, perpendiculares ao respectivo plano horisontal, ou rectas parallelas ao eixo dos ZZ, e dos pontos  $n'$ ,  $E'$ ,  $s'$   $O'$ , da ellipse latitudinal, rectas parallelas ao eixo dos XX, os pontos de encontro  $n_1$ ,  $E_1$ ,  $s_1$  e  $O_1$ , serão os pontos da ellipse no espaço, correspondentes ás prôas N., E., S. e O.;  $O_1 E_1$  e  $n_1 s_1$  os diametros conjugados, assim como  $o_1$  será o centro d'esta ellipse.

A ellipse  $n_1 E_1 s_1 O_1$  é a que descreve a extremidade da força perturbadora da fragata *Resistance*, durante uma rotação completa; isto é, desde  $\zeta = 0$ , até  $\zeta = 360^\circ$ .

Pela circumstancia de serem muito excentricas as ellipses dos planos horisontal e longitudinal, relativamente á do plano latitudinal, se poderia concluir, que o plano da ellipse no espaço era quasi paralelo ao plano latitudinal, e, por consequencia, mui proximo do perpendicular aos outros dois planos.

Com effeito, assim acontece n'este exemplo; a ellipse no espaço é mui semelhante em grandeza e excentricidade á do plano latitudinal; o seu plano inclina-se para a prôa pela parte superior e pela lateral de EB, e estas inclinações são proporcionaes aos diametros menores das ellipses no plano horisontal e longitudinal <sup>1</sup>.

Note-se, que o centro  $o_1$  é fixo, emquanto o navio gira horisontalmente; e assim deveria acontecer; porquanto:  $P o_1$  representa a resultante das tres forças constantes  $\frac{P}{H}$ ,  $\frac{Q}{H}$  e  $\frac{R}{H}$ , magnetismo *permanente* nas tres direcções, e as tres forças  $c \operatorname{tg} \theta$ ,  $f \operatorname{tg} \theta$  e  $k \operatorname{tg} \theta$ , devidas á indução sobre o ferro *macio* vertical, as quaes, como sabemos, não mudam tambem de valor, emquanto o navio se não inclina para algum dos bordos.

É a ellipse do plano horisontal que devemos considerar, e sobre a qual temos de fazer todas as construcções; porque é a força horisontal do navio (resultante das duas componentes horisontaes, que obram no sentido de pôpa á prôa e de BB a EB), que actua sobre a agulha e a faz desviar, emquanto o navio se conserva horisontal; a terceira componente  $z$  não pôde produzir desvio algum n'esta hypothese.

A figura 2.<sup>a</sup>, Est. 3.<sup>a</sup>, representa a ellipse do plano horisontal, na sua verdadeira figura e competente inclinação, do exemplo de que estamos tratando (*Resistance*). O ponto  $o$ , centro da ellipse, que tambem é fixo durante a rotação do navio, representa o pólo ou ponto de attracção, que produz o desvio *semi-circular*.

<sup>1</sup> Pela conveniencia de apresentar as 3 ellipses em uma mesma figura, representámos os 3 eixos em perspectiva; as ellipses acham-se, portanto, desfiguradas e diversamente inclinadas entre si, e não como realmente deveriam estar. Para traçar qualquer d'ellas rigorosamente convem, que os eixos sejam perpendiculares entre si.

Problema 2.<sup>o</sup>

Achar a resultante das forças horizontal do navio e terrestre referida a eixos fixos no navio

Construa-se a ellipse horizontal, como acabâmos de fazer no problema 1.<sup>o</sup>, Fig. 3.<sup>a</sup>, Est. 3.<sup>a</sup> A força horizontal do navio, estando este aproado a um dado rumo  $\zeta$ , é expressa pela distancia da origem P ao ponto da ellipse correspondente ao mesmo rumo  $\zeta$ ; assim: Pn, PE, etc., representam a força horizontal do navio aos rumos de N., de E., etc., etc.

A direcção da força horizontal terrestre H, em relação ao eixo dos XX, ou da linha de pópa á prôa, depende do rumo magnetico correcto a que o navio aprôa.

Se se considera o navio aproado ao N. magnetico, a direcção da força H coincide com o eixo dos XX; se o navio está aproado a E. magnetico, a direcção da força horizontal terrestre fica-lhe perpendicularmente, do lado de BB, etc., etc.

Para obter a direcção e *grandeza* da resultante das duas forças horizontaes, que actuam sobre a agulha em um dado rumo  $\zeta$ , devemos construir o parallelogrammo, cujos lados são estas mesmas forças; a diagonal representará tanto a grandeza como a direcção da força directriz a bordo.

Querendo, por exemplo (Fig. 3.<sup>a</sup>), determinar a direcção e grandeza da força directriz da agulha a bordo, expressa na força horizontal terrestre como unidade, estando o navio aproado ao N.; como n'este caso a força H, ou PN, coincide com o eixo dos XX, temos de formar o parallelogrammo com Pn e PN; a diagonal PN' será a nova força directriz da agulha, e representará a sua grandeza, expressa em PN como unidade<sup>1</sup>; NPN' será o desvio, ou  $\delta$  correspondente á prôa de N., o qual, n'este exemplo, é positivo, ou E.

Se quizermos agora a direcção e grandeza da força directriz da agulha, com prôa de E., por exemplo, temos de fazer a seguinte construcção.

PE é a força horizontal do navio correspondente ao rumo de E.; como, n'este caso, a linha da prôa, ou o eixo dos XX, está dirigido

<sup>1</sup> PN é representada na Fig. 3.<sup>a</sup> por 0<sup>m</sup>,1; as outras linhas Pn, PE, etc., referem-se, portanto, a esta unidade.

para E., devemos collocar na figura o N.  $90^\circ$  para a esquerda, o que equivale a suppor, que o ponto N. girou para O., em lugar de considerar a rotação do navio para E.

Marcaremos pois  $PN_1 = 0^m, 1$  sobre o eixo dos YY negativos, e com esta linha e PE formaremos o parallelogrammo; a diagonal  $PN_2$  representará a grandeza e direcção da força directriz, com prôa de E.;  $N_1 PN_2$  será o desvio correspondente, assim como  $N_2 PX$  representará  $\zeta'$ , ou o rumo da agulha, para o rumo  $\zeta = 90^\circ$ ;  $\delta$  ainda n'este caso é positivo.

Em resumo; a construcção a fazer, depois de traçada a ellipse, consiste em descrever um circulo do centro P, com um raio igual a 1; e como os eixos dos XX e dos YY são fixos no navio, ou representam sempre as direcções da prôa e de EB, em lugar de suppor o navio girando para a direita, supporemos o N. magnetico girando para a esquerda.

Do centro P tira-se um raio para o ponto da circumferencia que representa o N. magnetico, e uma recta ao ponto da ellipse, correspondente a este rumo; com estas duas linhas se completará o parallelogrammo, cuja diagonal representará, em grandeza e direcção, a resultante das forças magneticas da terra e do navio, ou a força *directriz efectiva* sobre a agulha; o angulo entre esta diagonal e a direcção que representa o meridiano magnetico será o desvio, ou  $\delta$ , o qual será positivo, se a resultante ficar para a direita do raio H, e negativo no caso contrario.

Para facilitar mais a construcção e simplificar a figura, será mais conveniente, em lugar de tirar o raio para o N. magnetico e completar o parallelogrammo, tirar um raio em direcção opposta (Fig. 4.<sup>a</sup>, Est. 3.<sup>a</sup>), e completar o triangulo, cujos lados representam a força do navio, a força terrestre, e a força *directriz efectiva* ou a força *directriz* a bordo.

Por exemplo, estando o navio a proa do NE. (Fig. 4.<sup>a</sup>, Est. 3.<sup>a</sup>), em lugar de tirar  $Pa$ , e completar o parallelogrammo  $Pa_1 ca$ , tire-se  $PA$  e  $Aa_1$ ;  $Aa_1 = Pc$  representará a resultante das duas forças  $Pa_1$  e  $Pa$ , e  $PAa_1 = aPc$  será o desvio  $\delta$ .

Pelo que acabámos de ver, simplificar-se-ha muito a construcção, se fizermos a divisão do circulo em ordem inversa, isto é, da direita para a esquerda, collocando o N. em baixo; d'esta sorte, E. e O. ficarão á direita e esquerda (como na divisão ordinaria), e o S. em cima.

Estando o circulo assim dividido, é evidente que não temos de tirar o raio em direcção opposta para construir o triangulo.

A construcção é simples; dado o rumo, marca-se este sobre a

circunferencia do circulo, segundo a divisão assim invertida, e d'este ponto se tiram duas rectas, uma para o centro P, e outra para o ponto da ellipse, correspondente ao rumo dado; esta ultima recta representará  $\frac{H'}{H}$ , ou a força *directriz efectiva*, expressa na força horisontal terrestre como unidade; o angulo na circunferencia será o desvio  $\delta$ .

Este *dygogramma*, aindaque dá a força *directriz* e o angulo do desvio, pela difficuldade de construir e dividir a ellipse, é de difficil emprego na pratica; porém é susceptivel de uma modificação muito notavel, a qual consiste na substituição da ellipse por um circulo, o que terá logar, sempre que se podér considerar  $\mathcal{A}$  igual a zero, como geralmente acontece; o *dygogramma* construe-se então com grande facilidade e rapidez. Esta transformação vê-se no seguinte.

### Problema 3.º

Construir graphicamente a força *directriz* da agulha, tomando a força media para N. ( $\lambda H$ ), como um dos lados do parallelogrammo ou do triangulo

Representando H a força horisontal terrestre,  $\lambda H = \left(1 + \frac{a+e}{2}\right) H$  representa a força media *directriz* da agulha a bordo (pag. 99). Note-se que o termo  $\frac{a+e}{2}$  é geralmente negativo, ou que  $\lambda$  é menor do que a unidade, e para fixarmos as idéas assim suppremos estas quantidades na construcção.

Do mesmo centro P (Fig. 5.<sup>a</sup>, Est. 3.<sup>a</sup>), descrevemos um outro circulo, com um raio igual a  $1 + \frac{a+e}{2}$ . Este circulo ficará pela parte de dentro do circulo, cujo raio é igual a H. Se agora nos referimos a este novo circulo, para sobre elle fazermos a mesma construcção do triangulo, que fizemos no circulo do raio H, com as forças H,  $\frac{H'}{H}$  e a do navio, achâmos, que no ponto  $a'$ , por exemplo, uma das componentes P  $a'$ , que no circulo exterior era H, a qual partia do ponto  $a$ , se acha diminuida de  $aa'$  ou  $\frac{a+e}{2}$ , e a fim de que a resultante (força *directriz* da agulha a bordo) não seja alterada em grandeza

e direcção, é forçoso que a outra componente  $Pc$  (força do navio) se modifique em grandeza e direcção; isto é, é necessário combinar a força do navio  $Pc$ , com a parte  $Ph$ , de que a outra componente foi diminuída, e é a nova força  $Pc'$  (a qual já não representa a força do navio) que completa o triângulo.

Esta força  $Pc'$  tem por coordenadas ou componentes:

$$\text{para a prôa... } Pl = f c' = fg + g c' = x - \frac{a+e}{2} \cos \varsigma \quad (1)$$

$$\text{para EB..... } Pf = kc - gc = y + \frac{a+e}{2} \sin \varsigma$$

Substituindo em  $y$  e  $x$  os seus valores (pag. 203) temos:

$$\begin{aligned} \text{para a prôa} &= \frac{a-e}{2} \cos \varsigma - b \sin \varsigma + \lambda \mathfrak{B} \\ &= \lambda \mathfrak{D} \cos \varsigma - \lambda (\mathfrak{G} - \mathfrak{A}) \sin \varsigma + \lambda \mathfrak{B} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{para EB} &= d \cos \varsigma + \frac{a-e}{2} \sin \varsigma + \lambda \mathfrak{C} \\ &= \lambda (\mathfrak{G} + \mathfrak{A}) \cos \varsigma + \lambda \mathfrak{D} \sin \varsigma + \lambda \mathfrak{C}. \end{aligned}$$

Se considerâmos  $\lambda H$ , ou a força media directriz de bordo como unidade, em vez de  $H$ , em que são expressas as diversas quantidades das equações precedentes, teremos de dividir estas equações por  $\lambda$ ; e chamando  $x'$  e  $y'$  os valores d'estas forças na nova unidade  $\lambda H$ , ou as coordenadas do ponto  $c'$ , teremos:

$$x' = \mathfrak{D} \cos \varsigma - (\mathfrak{G} - \mathfrak{A}) \sin \varsigma + \mathfrak{B}$$

$$y' = (\mathfrak{G} + \mathfrak{A}) \cos \varsigma + \mathfrak{D} \sin \varsigma + \mathfrak{C}$$

(1)  $\frac{a+e}{2}$  é supposto negativo.

Estas equações são de uma ellipse, cujos semi-eixos tem por expressões:

$$\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2} + \mathfrak{A} \text{ e } \sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2} - \mathfrak{A} \quad (1)$$

e se  $\mathfrak{A}$  for igual a zero, aquellas equações representam um circulo.

Isto mesmo se vê fazendo  $\mathfrak{A} = 0$  nas expressões de  $x'$  e  $y'$ , as quaes se podem pôr na fórmula seguinte:

$$\begin{aligned} x' - \mathfrak{B} &= \mathfrak{D} \cos \zeta - \mathfrak{G} \sin \zeta \\ y' - \mathfrak{C} &= \mathfrak{G} \cos \zeta + \mathfrak{D} \sin \zeta \end{aligned}$$

ou

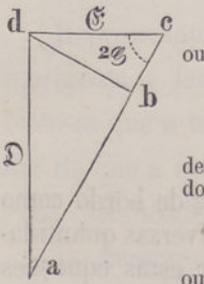
$$(x' - \mathfrak{B})^2 + (y' - \mathfrak{C})^2 = \mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2$$

equação de um circulo, cujo raio é igual a  $\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2}$

A construcção d'este circulo, assim como a sua deducção da ellipse é do seguinte modo.

<sup>1</sup> Com effeito; mudando a origem das coordenadas para o ponto  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ , as equações reduzem-se a

FIGURA 33.<sup>a</sup>



$$x_1 = \mathfrak{D} \cos \zeta - (\mathfrak{G} - \mathfrak{A}) \sin \zeta$$

$$y_1 = (\mathfrak{G} + \mathfrak{A}) \cos \zeta + \mathfrak{D} \sin \zeta$$

$$x_1^2 + y_1^2 = \mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2 + \mathfrak{A}^2 + 2\mathfrak{A}(\mathfrak{G} \cos 2\zeta + \mathfrak{D} \sin 2\zeta)$$

Diferenciando em relação a  $\zeta$ , e igualando a zero a primeira derivada, para obtermos os valores maximo e minimo do quadrado dos semidiametros, temos:

$$2\mathfrak{A}(\mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{G} \sin 2\zeta) = 0;$$

ou

$$\mathfrak{G} \sin 2\zeta = \mathfrak{D} \cos 2\zeta; \text{ ou } \operatorname{tg} 2\zeta = \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{G}};$$

relação que torna indispensavel  $\mathfrak{D}$  perpendicular a  $\mathfrak{G}$  (fig. 33.<sup>a</sup>), e que no caso do maximo ou minimo tenhamos

$$\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2 = (ab + cb)^2 \text{ ou } \mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2 = (\mathfrak{D} \sin 2\zeta + \mathfrak{G} \cos 2\zeta)^2;$$

a qual substituindo na equação acima, vem

$$x_1^2 + y_1^2 = \mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2 + \mathfrak{A}^2 \pm 2\mathfrak{A}\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2}$$

ou

$$x_1^2 + y_1^2 = (\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{G}^2} \pm \mathfrak{A})^2.$$

Com o centro P (Fig. 6.<sup>a</sup>, Est. 3.<sup>a</sup>) e raio  $PE' = H$  descreve-se um circulo; tire-se um diametro vertical, marcando N em baixo, e S em cima, e outro horizontal, ficando E á direita e O á esquerda; divida-se a circumferencia em *quartas* ou em *graus*.

Com o mesmo centro P e raio PE, igual a  $\lambda H$ , descreve-se um segundo circulo, o qual se divide como o exterior. Considera-se o raio  $\lambda H$  do circulo interno como unidade; n'esta escala o raio do circulo exterior é igual a  $\frac{1}{\lambda}$ .

Toma-se  $PB = \mathfrak{B}$ , para o S., ou para cima, se  $\mathfrak{B}$  é positivo, para o N., ou para baixo, no caso contrario.  $BC = \mathfrak{C}$ , para E. se é positivo, e para O., no caso contrario. O ponto C é o centro da ellipse ou do circulo pequeno.

Tire-se agora de C a recta  $CD = \mathfrak{D}$ , para cima, ou para o S., se  $\mathfrak{D}$  é (como quasi sempre) positivo.

De D tire-se  $Dn = \mathfrak{E}$ , para a direita, ou para E., sendo positivo, e para a esquerda, ou para O., se é negativo.

Com o centro C e raio  $Cn$ , descreve-se um circulo, o qual tambem se divide em *quartas* ou em *graus*, á maneira ordinaria, começando do N., que corresponde ao ponto *n*.

Vê-se por esta construcção, que o raio do circulo externo representa a força horizontal terrestre (H), o raio do segundo circulo representa a força directriz media a bordo ( $\lambda H$ ), e que uma linha, tirada de qualquer ponto do segundo circulo ao ponto correspondente do pequeno circulo, representará, em grandeza e direcção, a força *effectiva* sobre a agulha  $\left(\frac{H'}{\lambda H}\right)$ , assim como a direcção da agulha.

Se tirarmos, por qualquer ponto do circulo externo, uma linha parallela e igual á linha que une os pontos correspondentes do segundo e terceiro circulos, ou (o que equivale ao mesmo) se, por diversos pontos do circulo pequeno, tirarmos linhas parallelas e iguaes ás linhas que unem os pontos correspondentes dos dois circulos maiores, as extremidades d'estas linhas cairão na circumferencia da ellipse que se descreveu no problema 1.<sup>o</sup>

Será este, talvez, o melhor e mais conveniente processo para traçar a ellipse, visto dar com facilidade os pontos da circumferencia, correspondentes aos diversos rumos  $\epsilon$ , o que não é simples pelo processo descripto no problema 1.<sup>o</sup>

Assim; na mesma (Fig. 6.<sup>a</sup>, Est. 3.<sup>a</sup>), quando H, ou o raio do circulo externo se considera como unidade, as coordenadas do centro do pequeno circulo ou da ellipse são  $\lambda \mathfrak{B}$  e  $\lambda \mathfrak{C}$ . Se se considera  $\lambda H$ ,

ou o raio do 2.º círculo, como unidade, o centro do pequeno círculo ou da ellipse é dado pelas coordenadas  $\mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{C}$ ; não sómente estas quantidades, mas todas as que entram na construcção são divididas por  $\lambda$ , quando o raio  $\lambda H$  do 2.º círculo é considerado como unidade; isto é, as mesmas quantidades, por isso que são expressas em unidade menor, são representadas por numeros maiores.

Quando se tratar da construcção do círculo convem antes empregar  $\lambda H$  como unidade, porque não ha divisão alguma a fazer sobre as quantidades empregadas; note-se porém, que se quizermos passar para a ellipse, ou querendo traçar a ellipse pelo processo que acabámos de descrever, as rectas, que temos de tirar dos pontos do pequeno círculo, parallelamente, e iguaes áquellas que unem os pontos correspondentes dos dois círculos maiores, devem ser iguaes a  $\frac{a+e}{2\lambda}$ .

Se  $\mathfrak{A}$  não é zero, em vez de círculo temos uma ellipse, cujos semi-eixos são  $\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{C}^2} + \mathfrak{A}$  e  $\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{C}^2} - \mathfrak{A}$ , como já vimos.

Se  $\mathfrak{C}$  é igual a zero, os semi-eixos são  $\mathfrak{D} + \mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{D} - \mathfrak{A}$ ; se  $\mathfrak{A}$  é positivo a direcção do eixo maior é NE-SO., e a do menor NO-SE.

Sendo  $\mathfrak{A}$  negativo, as direcções dos eixos são em posição invertida.

Com effeito; da expressão

$$x_1^2 + y_1^2 = \mathfrak{D}^2 + \mathfrak{C}^2 + \mathfrak{A}^2 + 2\mathfrak{A}\mathfrak{C}\cos 2\zeta + 2\mathfrak{A}\mathfrak{D}\sin 2\zeta$$

se conclue, que quando  $\mathfrak{C} = 0$ , o maximo valor de  $x_1^2 + y_1^2$ , ou o quadrado do semi-eixo maior, tem logar quando  $\zeta = 45^\circ$ , e o minimo, quando  $\zeta = 135^\circ$ ; isto para quando  $\mathfrak{A}$  é positivo; no caso contrario a direcção do eixo maior corresponde á do menor, e vice-versa.

### Dygogramma n.º 1

Nas construcções antecedentes, temos considerado os eixos dos XX e dos YY nas direcções da prôa e de EB, isto é, moveis com o navio, e, por consequencia, a força *directriz* da agulha a bordo, tem sido representada partindo da origem, como centro, para todos os azimuths, ou, por se ter adoptado o *triangulo* em logar do parallelogrammo, partindo da circumferencia e vindo encontrar-se no círculo ou na ellipse.

Supporemos agora os eixos coordenados fixos no plano hori-

sontal, e na direcção de N. e E., sendo ainda o centro da agulha a origem; n'esta nova construcção é evidente, que em qualquer azimuth para que a prôa do navio se dirija, a resultante das forças da terra e do navio, ou a *directriz* a bordo, afastar-se-ha para a direita ou esquerda do eixo dos XX, ou do meridiano magnetico, por angulos iguaes ao desvio; d'esta sorte teremos uma nova representação graphica da força *directriz*, e do angulo de desvio, com grande clareza.

Se denominarmos por  $x$  a componente da força *directriz* da agulha a bordo, na direcção do meridiano magnetico, ou sobre o eixo dos XX, e  $y$ , a componente na direcção de E., ou sobre o eixo dos YY, e considerando ainda a força *directriz* media a bordo ( $\lambda H$ ) como unidade, estas componentes terão por expressões as fornecidas pelas equações 9 e 10 (pag. 99).

$$x = 1 + \mathfrak{B} \cos \zeta - \mathfrak{C} \sin \zeta + \mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{E} \sin 2\zeta$$

$$y = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \zeta + \mathfrak{C} \cos \zeta + \mathfrak{D} \sin 2\zeta + \mathfrak{E} \cos 2\zeta$$

Estas equações constroem-se do modo seguinte:

Seja o ponto O (Fig. 1.<sup>a</sup>, Est. 6.<sup>a</sup>) a origem; tire-se OP para a parte superior, de um comprimento conveniente, 10<sup>cent.</sup>, por exemplo. Continue-se OP, e tire-se por P uma perpendicular; tome-se sobre esta PA, igual a A, para a direita, se  $\mathfrak{A}$  é positivo, para a esquerda, no caso contrario.

Do ponto A tire-se, parallelamente a OP, AB= $\mathfrak{B}$ , para cima, se  $\mathfrak{B}$  é positivo, para baixo, sendo negativo.

De B tire-se BC<sub>0</sub>, igual a  $\mathfrak{C}$ , para a direita, se  $\mathfrak{C}$  é positivo, e para a esquerda no caso contrario.

Fazendo centro em A, e com um raio igual a AC<sub>0</sub>, descreve-se um circulo, e divide-se a sua circumferencia em 32 *quartas*, começando de C<sub>0</sub>, da esquerda para a direita (direcção do movimento dos ponteiros de um relógio); nos 32 pontos marque-se C<sub>0</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub> . . . . . C<sub>31</sub>.

De C<sub>0</sub> tira-se C<sub>0</sub>D<sub>0</sub>, igual a  $\mathfrak{D}$ , para cima (porque  $\mathfrak{D}$  é sempre positivo).

De C<sub>1</sub> tira-se C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>, tambem igual a  $\mathfrak{D}$ , inclinado 2 *quartas*, ou 22°30', para a direita.

De C<sub>2</sub> tira-se C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>, tambem igual a  $\mathfrak{D}$ , inclinada 4 *quartas*, ou 45° para a direita; e assim por diante; attendendo a que a recta CD, em qualquer ponto C<sub>n</sub>, deve girar o dobro do angulo  $\zeta$ , a que o ponto C corresponde, ou 2  $n$  *quartas* para a direita.

Do ponto D<sub>0</sub> tire-se, perpendicularmente a C<sub>0</sub>D<sub>0</sub>, D<sub>0</sub>E<sub>0</sub>= $\mathfrak{E}$ .

para a direita, se  $\mathfrak{C}$  é positivo; para a esquerda no caso contrario.

De  $D_1$  tire-se tambem  $D_1 E_1$ , perpendicular a  $C_1 D_1$ , e siga-se este processo para todos os pontos  $D_2, D_3, \dots, D_{31}$ .

Faça-se passar pelos pontos  $E_0, E_1, \dots, E_{31}$  uma curva; esta será a *epicycloide*; e para completar o *dygogramma* n.º 1, descreva-se de  $O$ , como centro, e com o raio igual a  $OP$ , um arco de circulo, para um e outro lado de  $P$ .

Se imaginarmos tiradas as rectas  $OE_0, OE_1, \dots, OE_{31}$ , os angulos  $POE_0, POE_1, POE_2, \dots, POE_{31}$  representam, respectivamente, os desvios aos rumos de  $N, N4NE, NNE, \text{etc.}, \text{etc.}$ , e  $N4NO$ . O comprimento das linhas  $OE_0, OE_1, OE_2, \text{etc.}$ , representam os valores das forças directrizes da agulha a bordo, expressas na força directriz media ( $\lambda H$ ).

Se marcarmos no prolongamento de  $OP$ , um ponto  $Q$ , tal, que seja  $OQ = \frac{1}{\lambda} OP$ ;  $OQ$  representará a força terrestre  $H$ , e portanto  $QE_0, QE_1, QE_2, \text{etc.}$ , a força do navio aos rumos  $N, N4NE, NNE, \text{etc.}$

É facil de ver, que para qualquer ponto  $E$ . (Fig. 1.<sup>a</sup>, Est. 6.<sup>a</sup>) os valores de  $x$  e  $y$  (tendo attenção aos signaes dos coefficients e aos das linhas trigonometricas), têm por expressões os segundos membros das equações 9 e 10, pag. 99.

Com effeito, na Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 6.<sup>a</sup>, na qual são negativos  $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{E}$  positivos, temos para o ponto  $E$ :

$$\begin{aligned} x &= Oa = OP - Pa = OP - Pb + bc + ce - ca \\ &= 1 + \mathfrak{B} \cos \zeta - \mathfrak{C} \sin \zeta + \mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{E} \sin 2\zeta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -y &= Pg = PA + Ag = PA + Am + mn - ln - lg \\ &= -\mathfrak{A} - \mathfrak{B} \sin \zeta - \mathfrak{C} \cos \zeta - \mathfrak{D} \sin 2\zeta - \mathfrak{E} \cos 2\zeta \end{aligned}$$

ou

$$y = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \zeta + \mathfrak{C} \cos \zeta + \mathfrak{D} \sin 2\zeta + \mathfrak{E} \cos 2\zeta.$$

Este *dygogramma* mostra claramente o effeito dos differentes coefficients, que entram na expressão do desvio total, em relação aos rumos magneticos correctos. Nota-se particularmente o effeito da combinação da força *quadrantal*  $\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{E}^2}$ , com a *semi-circular*  $\sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$ .

Este *dygogramma* foi construido para dar os desvios nos rumos magneticos correctos  $\zeta$ ; porém, por uma circumstancia accidental,

d'elle nos podemos servir para obter os desvios nos rumos da agulha  $\zeta'$ , com grande approximação.

Se por qualquer ponto  $E_{18}$ , por exemplo (Fig. 1.<sup>a</sup>, Est. 6.<sup>a</sup>), no qual o angulo  $C_{18} A C_0 = \zeta'$ , tirâmos uma linha vertical  $E_{18} J$ , até encontrar o arco graduado em  $J$ , ver-se-ha que o seno do arco interceptado  $P J$  tem por valor:

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \operatorname{sen} \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta' + \mathfrak{D} \operatorname{sen} 2\zeta' + \mathfrak{E} \cos 2\zeta'$$

Comparando esta expressão com a equação 12.<sup>a</sup>, pag. 102, vemos que exprime, mui proximamente, o seno do desvio nos rumos da agulha  $\zeta'$ ; a differença principal está nos dois ultimos termos, os quaes contêm  $2\zeta'$  em lugar de  $2\zeta' + \delta$ .

Se suppozermos, pois, que o raio  $C_{18} E_{18}$  girou a quantidade angular igual a  $\delta$  (note-se que  $\delta$  é apenas conhecido approximadamente, pôde-se, comtudo, obter por tentativa com sufficiente exactidão), e chamando o ponto assim determinado  $E'_{18}$ , e tirando por elle a linha vertical  $E'_{18} J'$ ; o seno do arco graduado interceptado  $P J'$ , terá por valor . . .

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \operatorname{sen} \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta' + \mathfrak{D} \operatorname{sen} (2\zeta' + \delta) + \mathfrak{E} \cos (2\zeta' + \delta)$$

Esta é a expressão do desvio para os rumos da agulha  $\zeta'$ , com a pequena differença de conter  $\mathfrak{A}$  em vez de  $\mathfrak{A} \cos \zeta'$ ; differença de 4.<sup>a</sup> ordem que não se deve ter em conta.

Este *dygogramma* fornece-nos, portanto, os meios de obter os desvios nos rumos da agulha, assim como nos rumos magneticos correctos, logoque sejam conhecidos os coefficients  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{E}$ , sem empregar calculo algum, e sómente com o auxilio da regua e compasso.

Ainda por meio d'este *dygogramma* podemos determinar  $\lambda$ , quando é conhecida a força horisontal  $\frac{H'}{H}$ , força directriz da agulha a bordo, em um azimuth magnetico correcto qualquer  $E_n$ .

Já dissemos a pag. 132 como se determina a força directriz  $\frac{H'}{H}$  a bordo; esta quantidade será representada graphicamente pela relação  $OE_n : OQ$ , isto é:

$$\frac{H'}{H} = \frac{OE_n}{OQ} = \frac{\lambda OE_n}{\lambda OQ} = \frac{\lambda OE_n}{OP};$$

d'onde

$$\lambda = \frac{H'}{H} \frac{OP}{OE_n};$$

e se  $OP=1$ , como n'este *dygogramma*, é

$$\lambda = \frac{H'}{H} \cdot \frac{1}{OE_n}$$

Podemos determinar graphicamente um ponto  $P'$ , o que nos dará immediatamente  $OP'=\lambda$ , ou um ponto  $Q$ , com o qual temos também  $OQ=\frac{1}{\lambda}$ ; sendo ambas estas quantidades medidas na escala  $OP=1$ .

Com effeito:  $OE_6$ , por exemplo, representa a força  $\frac{H'}{\lambda H}$ ; porém, a que é directamente observada tem por expressão  $\frac{H'}{H}$ , a qual será representada (medida sobre a escala  $OP$ ) por  $OE'$ .

Tirando pois  $E'P'$  parallelamente a  $E_6P$ ;  $OP'$  representa  $\lambda$ ; porquanto:

$$OE_6 : OP :: OE' : OP'$$

ou

$$\frac{H'}{\lambda H} : 1 :: \frac{H'}{H} : OP'; OP' = \lambda$$

Tirando  $E'P$  e  $E_6Q$ , parallelamente a  $E'P$ , obtemos  $OQ=\frac{1}{\lambda}$ .

Com effeito:

$$OE' : OP :: OE_6 : OQ$$

ou

$$\frac{H'}{H} : 1 :: \frac{H'}{\lambda H} : OQ; OQ = \frac{1}{\lambda}$$

Por meio d'este *dygogramma*, obtemos immediatamente o valor do maximo desvio, e o rumo magnetico correcto a que este se dá.

Tirando pelo ponto  $O$  as duas tangentes á *epicycloide*; os angulos que estas 2 rectas fazem com a linha  $OP$ , são os desvios maximos, positivo e negativo ( $E.$  e  $O.$ ). Tambem nos fornece os pontos *neutros*, ou de nenhum desvio: estes são os dois pontos em que a *epicycloide* é cortada pela recta  $OP$  prolongada.

Os signaes dos desvios são os estipulados: são positivos ou desvios para  $E.$ , os que ficam á direita da recta  $OP$ , e negativos ou para  $O.$ , os que ficam á esquerda.

Póde-se construir o *dygogramma* n.º 1, mais facilmente, da maneira seguinte.

Tiram-se (Fig. 3.<sup>a</sup>, Est. 6.<sup>a</sup>)  $OP$ ;  $PA=\frac{1}{\lambda}$ . Do ponto  $A$  tire-

se  $AB = \mathfrak{B}$  e de B,  $BC_0 = \mathfrak{C}$ ; ou tire-se logo de A,  $AC_0 = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$ , fazendo com PO um angulo  $BA C_0 = \alpha$ , sendo  $\text{tg } \alpha = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{B}}$ .

Do mesmo ponto A tire-se  $AD = \mathfrak{D}$ , e do ponto D,  $Dn = \mathfrak{E}$ ; ou tire-se logo do ponto A,  $An = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{E}^2}$ , fazendo com PO um angulo  $DAn = \beta$ ; sendo  $\text{tg } \beta = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{D}}$ .

Tracem-se 2 circumferencias com os raios  $AC_0$  e  $An$ . Divida-se a circumferencia maior, a contar do ponto  $C_0$ , da esquerda para a direita em 32 *quartas* ou em 16 *meias partidas*; divida-se o circulo menor, a contar do ponto  $n$ , tambem da esquerda para a direita, mas em metade do numero de partes em que se dividiu o circulo maior, isto é: se o circulo maior se dividiu em *meias partidas*, o circulo menor divide-se em 8 partes.

É claro, que se tirarmos pelo ponto  $C_0$ , a recta  $C_0 N$  parallela e igual a  $An$ ,  $N$  será o ponto da *epicycloide* correspondente ao ponto  $N$ . ou ao angulo  $\epsilon = 0$ . Para acharmos os pontos  $NNE$ ,  $NE$ , etc., etc., da *epicycloide*, correspondentes aos pontos  $C_2$ ,  $C_4$ , etc., tiraremos pelos pontos  $C_2$ ,  $C_4$ , etc., as rectas  $C_2 a$ ,  $C_4 b$ , etc., etc., respectivamente iguaes e parallelas a  $Ane$ ,  $Ae$ , etc., etc.

A figura 3.<sup>a</sup> é o *dygogramma* da fragata *Hector*. Os dados para a construcção são, como sabemos, os 5 coefficients que estão ao lado.

Esta maneira de construir o *dygogramma* n.º 1 suggeriu a mr. Calongue, ajudante do observatorio de Cronstadt, um processo, que pela sua simplicidade e elegancia, se deve adoptar de preferencia aos dois antecedentes.

Referindo-nos ainda ao *dygogramma* da fragata *Hector*, e suppondo (Fig. 4.<sup>a</sup>, Est. 6.<sup>a</sup>), construido o ponto  $N$  correspondente a  $\epsilon = 0$ ; se tirarmos uma recta pelo ponto  $N$  e pelo ponto  $n$  do circulo pequeno, esta recta cortará este circulo em um ponto  $p$ ; para outro qualquer ponto  $E$  da *epicycloide*, correspondente a um ponto  $C_n$  do circulo grande, ou para um rumo igual a  $\epsilon$ , temos a construcção seguinte: tirâmos  $An'$ , fazendo com  $An$  um angulo igual a  $2\epsilon$ , e finalmente  $C_n E$ , igual e parallela a  $An'$ . Se tirarmos por  $E$  e  $n'$  uma recta, esta deve cortar a circumferencia do circulo pequeno tambem no mesmo ponto  $p$ .

Com effeito:  $Np$  é parallela a  $AC_0$ ,  $Ep$  é parallela a  $AC_n$ ; logo: formam entre si um angulo  $Np E = \epsilon$ ; mas como estas rectas  $Np$  e  $Ep$  passam por 2 pontos  $n$  e  $n'$  da circumferencia, afastados por um arco  $nn'$  igual a  $2\epsilon$ , o ponto de encontro  $p$  deve estar na circumferencia. O que dissemos para o ponto  $E$ , correspondente ao angulo  $\epsilon$ , se applica a todos os valores de  $\epsilon$ . Logo: todas

as rectas, que passarem por quaesquer pontos da *epicycloide* e pelos correspondentes do circulo pequeno encontram-se no ponto  $p$ , e vice-versa: todas as rectas, que partem de qualquer ponto da *epicycloide* ao ponto  $p$ , cortam o circulo pequeno em pontos distantes do ponto  $n$  por arcos duplos do angulo que formam com a recta  $Np$ . Tambem, pela construcção antecedente,  $Nn$  e  $E'n'$  são iguaes a  $AC_0 = \sqrt{\mathfrak{B}_2 + \mathfrak{C}_2}$ .

Por consequencia, para construir os diversos pontos da *epicycloide*, basta tirar pelo ponto  $p$ , determinado pela recta  $Nn$ , rectas em todos os sentidos, e marcar os pontos  $E', E'', \text{etc.}$ , tomando  $n', E', n'', E'', \text{etc.}$  iguaes a  $Nn = AC_0 = \sqrt{\mathfrak{B}_2 + \mathfrak{C}_2}$ .

Note-se ainda, que o ponto  $E'$ , correspondente ao angulo  $\zeta + 180^\circ$ , e determinado por uma construcção analoga á do ponto  $E$ , fica no prolongamento da linha  $Ep$ , e á distancia  $n'E'$ , do ponto  $n'$ , igual a  $E'n'$ . Logo: tendo determinado os pontos correspondentes a uma semi-circumferencia, os da outra semi-circumferencia ficam tambem determinados, marcando nas rectas  $Ep, E'p, E''p, \text{etc.}$ , prolongadas, os pontos  $E', E'', E''', \text{ás}$  distancias  $n'E', n''E'', n'''E'''$ , iguaes a  $AC_0 = \sqrt{\mathfrak{B}_2 + \mathfrak{C}_2}$ .

Resumindo: reduz-se, portanto, a construcção do *dygogramma* a tirar a linha vertical  $OP$ , e marcar o ponto  $A$  para a direita ou esquerda de  $P$ , segundo o signal de  $\mathfrak{A}$ . De  $A$  tiram-se  $AC_0$  e  $An$ , pelos processos tambem já descriptos; descreve-se o circulo pequeno com o raio  $An$  e construe-se o ponto  $N$ , correspondente ao rumo  $N$ , ou ao angulo  $\zeta = 0$ ; faz-se passar uma recta pelos pontos  $N$  e  $n$ , e assim se determina o ponto  $p$  do circulo pequeno.

Do ponto  $p$ , a partir da recta  $pN$ , tiram-se rectas em todos os sentidos, fazendo entre si angulos iguaes a  $11^\circ, 15'$  ou a  $22^\circ, 30'$ , conforme se julgar sufficiente; tomam-se n'estas rectas, para um e outro lado dos pontos em que cortam o circulo, partes iguaes a  $AC_0 = \sqrt{\mathfrak{B}_2 + \mathfrak{C}_2}$ ; os extremos marcados são os pontos da *epicycloide*, correspondentes ás 32 *quartas* ou ás 16 *meias partidas*.

A (Fig. 5.<sup>a</sup>, Est. 6.<sup>a</sup>) é o *dygogramma*, construido pelo processo de mr. Calongue, do vapor de guerra inglez *Orontes*. Ao lado da figura estão os valores dos cinco coefficients ou dados para a sua construcção.

Ultimamente mr. Archibald Smith imaginou uma construcção de grande singeleza, para, por meio do *dygogramma* n.º 1, obter  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , sendo ou suppondo conhecidos  $\mathfrak{D}$  e  $\lambda$  ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{C}$  iguaes a zero), por uma unica observação de desvio e força horisontal.

A construcção é a seguinte: seja (Fig. 34.<sup>a</sup>)

$$OP = 1,0; P\sigma = \mathfrak{D}; OE = \lambda H'; POE = \delta.$$

Descreve-se o circulo *pequeno* com o raio  $Po = \mathfrak{D}$ .

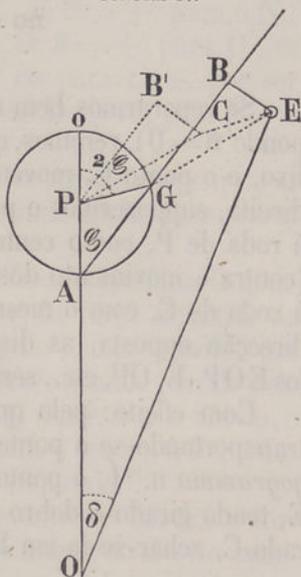
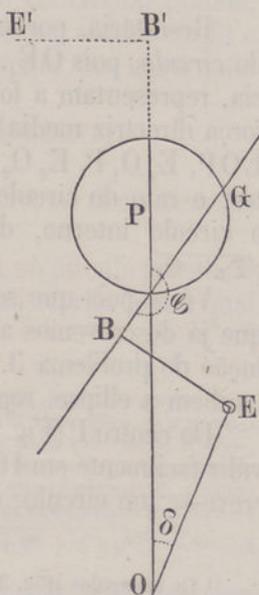
Tira-se  $AG$ , fazendo com  $OP$  um angulo igual a  $\varsigma$ , contado da esquerda para a direita; de  $E$  tira-se  $EB$  perpendicular a  $AG$  prolongada:  $GB$  e  $BC$  representarão respectivamente  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ .

Com effeito: pela construcção do dygogramma n.º 1, sabemos, que se tirarmos por  $E$  uma recta  $EG$ , igual a  $\mathfrak{D}$  e parallela a  $PG$  (ou fazendo com  $OP$  um angulo igual a  $2\varsigma$ ), teremos o ponto  $C$ , correspondente do circulo *grande*, cujo raio  $PC$  é igual a  $\sqrt{\mathfrak{B}_2 + \mathfrak{C}_2}$ .  $PB'$  e  $B'C$  representam, como sabemos,  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , que são iguaes e parallelas a  $BG$  e  $BE$ . Emquanto aos signaes de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , vê-se n'este exemplo, immediatamente, que são ambos positivos; porém, como a maior parte das vezes, em consequencia da posição das linhas  $BG$  e  $BE$ , e da grandeza do angulo  $\varsigma$ , seja difficil assignar-lhe os respectivos signaes, e não se possa dar com clareza uma regra geral, convirá antes fazer, ou imaginar a construcção que fizemos no precedente exemplo, isto é: transportar o ponto  $G$  para  $P$ , e ahi fazer a rotaçãõ, da direita para esquerda, igual a  $\varsigma$ , até que  $PB'$  fique no prolongamento de  $OP$ , e ahi, os signaes de  $PB'$  e  $B'C$  são dados pelas regras sabidas.

Na (Fig. 35.<sup>a</sup>):

$$\varsigma = 215^\circ; BG = \mathfrak{B} \text{ e } BE = \mathfrak{C}.$$

Imaginando  $BG$  e  $BE$  transportadas, parallelamente a si mesmas, de sorte que  $G$  coincida com  $P$ , e fazendo dar a este systema uma rotaçãõ igual a  $215^\circ$ , da direita para a esquerda, o ponto  $B$  cairá em  $B'$  e  $E$  em  $E'$ ; conclue-se immediatamente que  $\mathfrak{B}$  é positivo e  $\mathfrak{C}$  negativo.

FIGURA 34.<sup>a</sup>FIGURA 35.<sup>a</sup>

**Transformação do dygogramma n.º 1  
no dygogramma n.º 2**

Se repararmos bem na construcção do *dygogramma* n.º 1 (suppondo  $\mathfrak{A} = 0$ ), veremos, que, se em lugar de considerarmos o ponto O fixo, e o ponto C, movendo-se sobre o circulo, da esquerda para a direita, suppozermos o ponto C estacionario, e o ponto O girando á roda de P, como centro, na direcção da direita para esquerda (contra o movimento dos ponteiros de um relógio), e CE girando á roda de C, com o mesmo movimento angular de PO, mas em direcção opposta, as distancias EO, E<sub>1</sub>O, E<sub>2</sub>O, etc., e os angulos EOP, E<sub>1</sub>OP, etc., serão ainda os mesmos do *dygogramma* n.º 1.

Com effeito: pelo que acabámos de dizer (Fig. 3.<sup>a</sup>, Est. 5.<sup>a</sup>), transportando-se o ponto O a O<sub>1</sub>, o ponto E passaria a E<sub>1</sub>; no *dygogramma* n.º 1, o ponto C tinha-se transportado a C<sub>1</sub>, e o ponto E, tendo girado o dobro do arco em torno de C, do que tinha girado C, achar-se-ia em E'<sub>1</sub>; entretanto:

$$O_1E_1 = OE'_1, \text{ e } PO_1E_1 = POE'_1. (1)$$

Resultaria, portanto, a mesma figura do *dygogramma* n.º 2, ou do *circulo*; pois OE<sub>1</sub>, O<sub>1</sub>, E<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>, E<sub>2</sub>, etc., partindo da circumferencia, representam a força directriz da agulha a bordo (expressa na força directriz media) nos diversos azimuths magneticos correctos; EOP, E<sub>1</sub>O<sub>1</sub>P, E<sub>2</sub>O<sub>2</sub>P, etc., representam os desvios correspondentes; o raio do circulo é igual a  $\lambda H$ , como, no *dygogramma* n.º 2; o circulo interno, descripto pelo ponto E, tem o mesmo raio  $\sqrt{\mathfrak{D}_2 + \mathfrak{C}_2}$ .

Vê-se pois que se obtem o *dygogramma* n.º 2 do n.º 1; e ainda que já descrevemos a sua construcção, quando tratámos da resolução do problema 3.º, como na respectiva figura, ficou envolvida tambem a ellipse, repeti-la-hemos de novo.

Do centro P (Fig. 1.<sup>a</sup>, Est. 4.<sup>a</sup>), e com um raio, que se possa dividir facilmente em 100 partes (como 100 ou 50 millímetros), descreve-se um circulo; divide-se a sua circumferencia em quartas e

<sup>1</sup> Os triangulos (Fig. 3.<sup>a</sup>, Est. 5.<sup>a</sup>) PCE<sub>1</sub> e PC<sub>1</sub>E'<sub>1</sub> são iguaes; porquanto PC<sub>1</sub>=PC; C<sub>1</sub>E'<sub>1</sub>=CE<sub>1</sub> e PC<sub>1</sub>E'<sub>1</sub>=2 $\zeta$ -( $\zeta$ +PC<sub>1</sub>E')= $\zeta$ - $\alpha$ ; PCE<sub>1</sub>= $\zeta$ -PCE= $\zeta$ - $\alpha$ .  
Temos, pois, nos triangulos PE'<sub>1</sub>O e PE<sub>1</sub>O<sub>1</sub>: PO<sub>1</sub>=PO; PE'<sub>1</sub>=PE<sub>1</sub>;  
E<sub>1</sub>PO<sub>1</sub>= $\zeta$ +E<sub>1</sub>PO e E'<sub>1</sub>PO= $\zeta$ + $\beta$ +E<sub>1</sub>PO- $\beta$ =E<sub>1</sub>PO<sub>1</sub>.  
São portanto iguaes os triangulos PE<sub>1</sub>O<sub>1</sub> e PE'<sub>1</sub>O.

graus, invertendo a ordem dos pontos N e S; isto é, collocando N em baixo, S em cima, E á direita, e O á esquerda.

Do centro P tome-se  $PB = \mathfrak{B}$ , para o S., se  $\mathfrak{B} = +$ , para o N., se  $\mathfrak{B} = -$ ; de B tire-se  $BC = \mathfrak{C}$ , para E., se  $\mathfrak{C} = +$ , para O., se  $\mathfrak{C} = -$ ; de C tire-se  $CD = \mathfrak{D}$ , para o S. ou para cima, por ser quasi invariavelmente positivo; de D tira-se  $Dn = \mathfrak{E}$ , para E., se  $\mathfrak{E} = +$ , para O., se  $\mathfrak{E} = -$ .

Com o centro C e o raio  $Cn$  descreve-se um circulo, o qual se divide em *quartas*, na ordem directa, começando em  $n$ , da esquerda para a direita.

Juntem-se os pontos correspondentes dos dois circulos. O comprimento d'estas linhas representa o valor da força directriz da agulha a bordo nos diversos rumos. O angulo comprehendido por qualquer d'estas linhas e o diametro do circulo grande (tirado pelo mesmo ponto d'onde parte a força directriz) representa o desvio, o qual é  $+$ , se, olhando da circumferencia para o centro, a linha fica á direita do diametro, e  $-$ , se fica para a esquerda <sup>1</sup>.

Este *dygogramma* dá todas as relações entre os desvios e forças directrizes da agulha, á excepção da grandeza do desvio maximo e rumo correspondente, o que nos dava o  $n.^o$  1.

Note-se, que cada observação de desvio é representada n'este *dygogramma* por uma *corda* tirada do ponto do circulo grande, ponto que representa o rumo magnetico correcto; á qual *corda* é inclinada ao diametro, que passa pelo mesmo ponto, por um angulo igual ao desvio  $\delta$ .

Teremos, portanto, os seguintes casos a considerar.

1.<sup>o</sup> *Dado o rumo magnetico correcto e o desvio, tirar a corda.*

Marca-se (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 4.<sup>a</sup>) o rumo dado A no circulo grande, e tiram-se por esse ponto um diametro  $AA'$  e uma *corda*  $Aa$ , a qual

<sup>1</sup> Se  $\mathfrak{A}$  não for igual a zero, póde-se introduzir na figura, da maneira seguinte.

Construe-se primeiro o pequeno circulo, considerando  $\mathfrak{A}$  como zero; por  $n$ , ou o ponto norte do pequeno circulo, tira-se uma linha igual a  $\mathfrak{A}$ , para a direita se  $\mathfrak{A} = +$ , para a esquerda no caso contrario. Supporemos o ponto  $n$  movendo-se, da esquerda para a direita, sobre a circumferencia do circulo, e a linha, que representa  $\mathfrak{A}$ , girando por igual movimento angular, porém em direcção opposta; a sua extremidade traçará uma ellipse em logar do circulo; os eixos d'esta ellipse são  $\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{C}^2 + \mathfrak{A}}$  e  $\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{C}^2 - \mathfrak{A}}$  como já vimos a (pag. 214).

Rarissimas vezes será necessario fazer uso de  $\mathfrak{A}$ , e á excepção de casos especiaes, quando a agulha não está collocada symmetricamente em relação ao eixo principal do navio, ou quando  $\mathfrak{A}$  é devido a algum *desvio da banda*, é melhor considera-lo como proveniente de um erro proprio da agulha (index error), e applica-lo a todos os desvios, a fim de não ficar nenhum termo constante na fórmula.

ficará para a direita d'este (olhando da circumferencia para o centro), se o desvio é E., e para a esquerda, se o desvio é O., e inclinada ao referido diametro por um angulo igual ao desvio.

Este angulo pôde ser marcado pela maneira ordinaria, com um transferidor, ou, o que é mais simples, tomando na circumferencia, da parte opposta, um arco  $A'a$ , igual ao dobro do valor do desvio, a partir do extremo do diametro  $A'$ , e juntando a extremidade d'este arco com o ponto  $A$ , que representa o rumo magnetico correcto.

2.º *Dado um rumo magnetico correcto  $A$ , e o correspondente rumo da agulha  $A_1$ , tirar a corda  $Aa$ .*

Tire-se (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 4.<sup>a</sup>) o diametro  $AA'$ , como no antecedente, marque-se o rumo da agulha  $A$ , na circumferencia do circulo grande.

Assenta-se uma regua de parallelas de sorte, que a aresta de uma d'ellas passe pelo rumo da agulha  $A_1$  e pelo centro do circulo  $P$ ; move-se a outra regua, até encontrar o ponto da circumferencia  $A$ , que representa o rumo correcto; traça-se a linha  $Aa$  assim indicada, a qual será a *corda* que se busca.

3.º *Sendo dados o rumo da agulha e o desvio, tirar a corda.*

Marque-se (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 4.<sup>a</sup>) o rumo da agulha  $A_1$  no circulo grande, e faça-se passar uma das reguas parallelas por este ponto e o centro do circulo; move-se a outra regua para a direita, se o desvio é E., ou para a esquerda, sendo O. (olhando da circumferencia para o centro), até que as arestas de ambas abranjam um arco  $A_1A$ , igual ao desvio dado; traça-se a linha  $Aa$  assim indicada, a qual será a *corda*.

4.º *Sendo dada a posição da corda, achar o rumo magnetico correcto, o desvio, e o rumo da agulha.*

O ponto  $A$  (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 4.<sup>a</sup>) da circumferencia, d'onde a corda parte, é o rumo magnetico correcto.

Metade do arco  $A'a$ , do outro lado da circumferencia, intercepto pela corda prolongada, e pelo diametro que passa pelo rumo correcto, é o desvio, o qual será E., se a corda ficar á direita do diametro, e O., se ficar á esquerda.

Para se obter o rumo da agulha  $A_1$ , applica-se uma das reguas de parallelas sobre a corda  $Aa$ ; move-se a outra até tocar o centro do circulo  $P_1$ ; o ponto  $A_1$ , em que esta regua corta a circumferencia, é o rumo da agulha.

Construcção do dygogramma n.º 2 pelas observações  
de desvios e força horizontal em um  
ou mais rumos

Se observarmos a força horizontal, assim como o desvio, em qualquer rumo magnetico correcto, teremos não só a direcção da força, como o comprimento da *corda*. Os extremos de todas as *cordas* traçariam a *ellipse*; porque, como sabemos, no triangulo em que um dos lados é a força horizontal terrestre  $H$ , o segundo é a força horizontal do navio, o terceiro representa a força directriz da agulha  $\frac{H'}{H}$ , expressa na força horizontal terrestre como unidade.

Ora, se augmentassemos estas cordas  $\left(\frac{H'}{H}\right)$ , multiplicando-as por  $\frac{1}{\lambda}$ , ou, o que vem a ser o mesmo, se as reduzissemos á unidade  $\lambda H$ , as extremidades de todas, assim augmentadas, iriam tocar a circumferencia do *circulo* pequeno.

Se conhecessemos, ou podessemos achar approximadamente os valores de  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$ , e observassemos o desvio e a força horizontal em um ponto, poderiamos construir o *dygogramma* n.º 2, da maneira seguinte.

Problema 1.º

Sendo dados o desvio e força horizontal  $\frac{H'}{H}$  em um azimuth,

assim como  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$ , achar  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$

Marca-se (Fig. 3.<sup>a</sup>, Est. 4.<sup>a</sup>) no circulo grande o ponto A, que representa o rumo magnetico correcto. Tire-se por A a *corda*, e n'ella se marca AD, igual a  $\frac{H'}{H} \times \frac{1}{\lambda}$ .

Toma-se no mesmo circulo um ponto A' (imagem de A) ou o ponto em que caíria A, se o circulo fosse dobrado pelo diametro horizontal O—E. Tire-se A'P, e por D uma parallela a A'P, e sobre ella marque-se DC, igual ao valor conhecido ou estimado de  $\mathfrak{D}$ , ficando C do mesmo lado relativamente a-D, como P fica em relação a A'. C será pois o centro do pequeno circulo, e determinar-se-ha  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , medindo as distancias PB e BC.

Este processo reduz-se a construir graphicamente as equações

$$\mathfrak{B} = + \frac{1}{\lambda} \frac{H'}{H} \cos \zeta' - (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{1}{\lambda} \frac{H'}{H} \sin \zeta' + (1 - \mathfrak{D}) \sin \zeta$$

Com effeito: da mesma (Fig. 3.<sup>a</sup>, Est. 4.<sup>a</sup>), sendo  $\zeta' = \text{ADH}$  tira-se

$$\text{PB} = \text{DH} - \text{PQ} - \text{Dc}$$

ou

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \frac{H'}{H} \cos \zeta' - 1 \times \cos \zeta - \mathfrak{D} \sin \text{D C c} \quad \text{e como } \text{D C c} = 90^\circ - \zeta$$

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \frac{H'}{H} \cos \zeta' - (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta$$

e

$$\text{BC} = \text{QA} - \text{HA} - d\text{H} = 1 \times \sin \zeta - \frac{1}{\lambda} \frac{H'}{H} \sin \zeta' - \mathfrak{D} \sin \zeta$$

ou

$$\mathfrak{C} = - \frac{1}{\lambda} \frac{H'}{H} \sin \zeta' + (1 - \mathfrak{D}) \sin \zeta.$$

### Problema 2.<sup>o</sup>

Sendo dados os desvios e a força directriz da agulha a bordo em dois rumos achar  $\lambda$ ,  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$

Sejam A e B (Fig. 4.<sup>a</sup>, Est. 4.<sup>a</sup>) os dois rumos magneticos correctos; junte-se A a B, e sejam A' e B' as imagens de A e B.

Tirem-se as cordas Aa e Bb, respectivamente iguaes a  $\frac{H'}{H^1}$  e  $\frac{H'}{H^2}$ . Temos de resolver o problema seguinte:

Achar em Aa, prolongada, um ponto A'', e em Bb, tambem prolongada, um ponto B'', taes que seja:

$AA'' : BB'' :: Aa : Bb$ , e que ao mesmo tempo A''B'' seja parallela a A'B'. Este problema resolve-se da seguinte maneira:

Tire-se aa', parallela a AB, e ab', parallela a A'B'. Por b tire-se bb' parallela a AB, e ba' parallela a A'B'. Por A e b' tire-se uma recta, que cortará Bb, prolongada, no ponto B'', e por B

e  $a'$  outra, que cortará  $Aa$ , prolongada, em  $A''$ ; tire-se  $A''B''$ , a qual será paralela a  $A'B'$ ; porquanto, pelos triangulos semelhantes, temos:

$A''a : aA :: A''a' : a'B :: B''b : bB$ , e como  $ab'$  e  $a'b$ , são, por construcção, parallelas a  $A'B'$ , segue-se que  $A''B''$  é paralela a  $A'B'$ . Tirando  $B''c$  paralela a  $B'P$ , e  $A''C$  paralela a  $A'P$ ; o ponto  $c$  será o centro do circulo pequeno; por quanto  $A''B''$  é uma *corda* d'este circulo, similhantemente disposta a respeito do centro  $c$ , como  $A'B'$  relativamente a  $P$ , no circulo grande.

Tendo  $C$ , será

$$Pf = \mathfrak{B}; fc = \mathfrak{C}; cB'' = cA'' = \mathfrak{D}; \lambda = \frac{Aa}{AA''} = \frac{Bb}{BB''}.$$

### Problema 3.º

Sendo dados os desvios em tres rumos magneticos correctos  
construir o dygogramma, suppondo  $\mathfrak{M}$  e  $\mathfrak{C}$   
iguaes a zero

(A elegante resolução d'este problema é de mr. Cayley.)

De um centro  $P$  (Fig. 5.<sup>a</sup>, Est. 4.<sup>a</sup>), descreva-se um circulo, com um raio de grandeza conveniente; divida-se este circulo na ordem inversa, já referida.

Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  os rumos magneticos correctos em que se observaram os desvios; tirem-se os raios  $PA$ ,  $PB$  e  $PC$ ; tirem-se tambem as linhas inclinadas a  $PA$ ,  $PB$  e  $PC$ , segundo os respectivos desvios, tendo attenção aos signaes d'estes.

Seja  $\alpha$  o ponto de encontro das linhas que passam por  $B$  e  $C$ ,  $\beta$  o das linhas que passam por  $A$  e  $C$ , e  $\gamma$  o das que passam por  $A$  e  $B$ .

Marcam-se, sobre a circumferencia, os pontos  $A'B'C'$ , imagens de  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , isto é, os pontos sobre os quaes caíam  $A$ ,  $B$  e  $C$ , se o circulo fosse dobrado pelo diametro  $E-O$ .

Por  $A'$  tire-se uma paralela a  $A\beta$ ; por  $B'$  outra paralela a  $B\alpha$  e por  $C'$  outra a  $C\alpha$ , e seja  $\alpha'$  o ponto de intercepção das rectas que passam por  $B'$  e  $C'$ ,  $\beta'$  o das rectas que passam por  $A'$  e  $C'$ , e  $\gamma'$  o das rectas que passam por  $A'$  e  $B'$ .

Por  $\alpha$  tire-se uma paralela a  $\alpha'P$ ; por  $\beta$  outra a  $\beta'P$ , e por  $\gamma$  outra paralela a  $\gamma'P$ ; estas tres linhas concorrerão em um unico ponto  $P'$ , que será o centro do circulo pequeno.

Para achar o raio, ou  $\mathfrak{D}$ , tirem-se:  $P'a$ , parallel a  $PA'$ , a qual cortará  $A\beta$  em  $a$ ,  $P'b$  parallel a  $PB'$ , que cortará  $B\alpha$  em  $b$ , e  $P'c$  parallel a  $PC'$ , cortando  $C\gamma$  em  $c$ ; descreva-se do centro  $P'$  um circulo, com um raio igual a  $P'a$ ,  $P'b$  ou  $P'c$  ( $P'a = P'b = P'c$ , por serem  $a, b, c$  e  $A', B', C'$  pontos homologos nos dois circulos); este será o circulo pequeno, e teremos assim determinados  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ , e  $\mathfrak{D}$ .

A resolução d'este problema falhará, quando os desvios forem taes, que as suas direcções passem por um unico ponto, o qual é o centro do pequeno circulo; ainda n'este caso se obtem  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , o valor de  $\mathfrak{D}$  é que fica indeterminado.

#### Problema 4.º

Dados os desvios e forças em dois ou mais rumos, achar todos os coefficients  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{E}$  e  $\lambda$ .

Resolve-se este problema pela construcção graphica das equações

$$\begin{aligned}x &= a \cos \varsigma - b \operatorname{sen} \varsigma + \lambda \mathfrak{B} \\y &= d \cos \varsigma - e \operatorname{sen} \varsigma + \lambda \mathfrak{C}\end{aligned}$$

Supponhâmos primeiramente  $b$  e  $d$  iguaes a zero, o que corresponde á ellipse, cujos eixos são parallelos aos diametros  $NS$ . e  $EO$ .; as equações reduzem-se a

$$\begin{aligned}x &= a \cos \varsigma + \lambda \mathfrak{B} \\y &= e \operatorname{sen} \varsigma + \lambda \mathfrak{C}\end{aligned}$$

Qualquer d'estas equações isolada é a de uma linha recta, assim como de ambas combinadas resulta a equação da ellipse já referida.

As equações constroem-se separadamente da maneira seguinte.

De um centro  $o$  (Fig. 1.<sup>a</sup>, Est. 5.<sup>a</sup>) e com um raio de grandeza conveniente (10 cent. por exemplo), descreva-se um circulo; tirem-se os diametros vertical e horisontal, e divida-se em graus e quartas, pelo methodo inverso, isto é, começando do  $N.$ , em baixo, para  $E.$ , pela direita.

Sejam  $A_1, A_2, A_3, A_4$  os rumos correctos, em que se observaram os desvios  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ , e as forças horisontaes  $\frac{H'_1}{H}, \frac{H'_2}{H}, \frac{H'_3}{H}$  e  $\frac{H'_4}{H}$ .

Tirem-se  $A_1 a_1$ ,  $A_2 a_2$ ,  $A_3 a_3$ ,  $A_4 a_4$  respectivamente iguaes a  $\frac{H_1}{H}$ ,  $\frac{H_2}{H}$ ,  $\frac{H_3}{H}$  e  $\frac{H_4}{H}$ , e em direcções que façam o  $A_1 a_1$ , o  $A_2 a_2$ , o  $A_3 a_3$  e o  $A_4 a_4$  iguaes respectivamente a  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ,  $\delta_4$ .

As perpendiculares, baixadas dos pontos  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ , sobre o diametro E-O, são quatro valores de  $x$  correspondentes a quatro pontos da ellipse; assim como as perpendiculares dos mesmos pontos sobre o diametro N-S são os valores de  $y$  d'aquelles mesmos pontos.

Posto isto; consideremos agora a equação  $x = a \cos \zeta + \lambda \mathfrak{B}$ ; esta equação é a de uma recta que passa á distancia  $\lambda \mathfrak{B}$  da origem  $o$ , e que tem por eixo das abscissas o diametro N-S, onde se contam os  $\cos \zeta$ , uma das coordenadas da equação.

Se levantarmos, pois, sobre os pontos  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  e  $L_4$ , correspondentes aos  $\cos \zeta_1$ ,  $\cos \zeta_2$ ,  $\cos \zeta_3$  e  $\cos \zeta_4$ , a contar da origem  $o$ , as perpendiculares  $L_1 P_1$ ,  $L_2 P_2$ ,  $L_3 P_3$  e  $L_4 P_4$ , e iguaes a  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  e  $x_4$ ; os pontos  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$  estarão sobre uma recta, logar da equação  $x = a \cos \zeta + \lambda \mathfrak{B}$ .

A distancia  $oB$ , sobre o diametro E-O, será igual a  $\lambda \overline{\mathfrak{B}}$ .

Se levantarmos em N. e S. as perpendiculares  $NN'$ , e  $SS'$ ;  $NN'$  corresponderá ao valor de  $x$  ao rumo cujo coseno é igual a 1, ou á prôa de N, e esse valor será igual a  $a + \lambda \mathfrak{B}$ ; d'onde se tira  $NN' - oB = a$ .

Tambem temos  $SS' = -a + \lambda \mathfrak{B}$ , d'onde podemos tirar  $a = \frac{1}{2}(NN' - SS')$ .

Faça-se agora, sobre o diametro E-O, uma construcção analogá da equação  $y = -e \sin \zeta + \lambda \mathfrak{C}$ .

Sobre os pontos  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  e  $M_4$ , correspondentes aos  $\sin \zeta_1$ ,  $\sin \zeta_2$ ,  $\sin \zeta_3$  e  $\sin \zeta_4$ , levantem-se as perpendiculares  $M_1 Q_1$ ,  $M_2 Q_2$ ,  $M_3 Q_3$  e  $M_4 Q_4$ , respectivamente iguaes a  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  e  $y_4$ ; os pontos  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  e  $Q_4$  ficam todos sobre uma recta inclinada ao diametro E-O, e que passa á distancia  $oC$  da origem, igual a  $\lambda \mathfrak{C}$ .

O valor de  $-e$  será, portanto, dado pelas expressões:

$$-e = EE' - oC = \frac{1}{2}(EE' - OO')$$

conhecendo  $a$  e  $-e$  temos:

$$\lambda = 1 + \frac{a + e}{2}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{a - e}{2\lambda}; \mathfrak{B} = \frac{oB}{\lambda}; \mathfrak{C} = \frac{oC}{\lambda}$$

Se  $b$  e  $d$  tiverem valores apreciaveis, os pontos  $P_1, P_2$ , etc., e  $Q_1, Q_2$ , etc., não ficarão sobre linhas rectas, mas sim sobre umas ellipses mui alongadas.

Com effeito; na equação  $x = a \cos \zeta - b \operatorname{sen} \zeta + \lambda \mathfrak{B}$ , se  $b$  fosse positivo os pontos  $P_1$  e  $P_2$ , que correspondem ao semi-circulo do N. para S. por E., cujos senos de  $\zeta$  são positivos, ficariam recuados, ou mais proximos de N-S, as quantidades  $b \operatorname{sen} \zeta$ , e os avançados, ou mais distantes do diametro N-S, seriam os pontos  $P_3$  e  $P_4$ , cujos senos são negativos; o contrario teria logar se  $b$  fosse negativo. Os pontos  $N', P_1, P_2, S', P_3$  e  $P_4$  ficam, pois, sobre uma ellipse mui alongada, cujo semi-diametro horizontal,  $e'B$  ou  $o'B$ , é igual a  $b$  (1).

Da mesma sorte, os pontos  $E', Q_1, Q_2, O', Q_3$  e  $Q_4$  cairão sobre uma ellipse alongada, cujo semi-diametro vertical,  $Cn'$  ou  $Cs'$ , é igual a  $d$ .

Conhecendo  $d$  e  $b$  teremos os valores dos coefficients que faltam

$$\mathfrak{A} = \frac{d-b}{2\lambda} \qquad \mathfrak{C} = \frac{d+b}{2\lambda}$$

Pelo que respeita aos signaes temos a observar as seguintes regras, que se deduzem da propria construcção.

Os signaes de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  dependem do quadrante em que fica o centro da ellipse.

$\mathfrak{B}$  é +, quando o centro da ellipse fica para a parte superior do diametro EO., e —, se fica para baixo ou para N.

$\mathfrak{C}$  é +, se o centro da ellipse fica para a direita ou E. do diametro NS., e —, no caso contrario.

$a$  é positivo, quando  $a_1$  (o ponto da ellipse mais proximo ao correspondente do N.) fica do lado de S., ou na parte mais remota da circumferencia da ellipse relativamente a  $A_1$ ; é negativo no caso contrario.

$b$  terá o mesmo signal de  $\mathfrak{B}$ , se os pontos  $P_3$  e  $P_4$ , dos rumos occidentaes, ficam do lado de fóra de B, relativamente ao centro  $o$ , e terá signal contrario a  $\mathfrak{B}$ , se os mesmos pontos  $P_3$  e  $P_4$  ficam entre B e o centro  $o$ .

$d$  terá o mesmo signal de  $\mathfrak{C}$ , se os pontos  $Q_1$  e  $Q_4$ , dos rumos da parte do N., ficam para o lado de fóra de C, relativamente ao centro  $o$ , e signal contrario, se ficam do lado do mesmo centro.

(1)  $e'B = o'B = \pm b \operatorname{sen} 90^\circ = \pm b$ .

## Uso do dygogramma n.º 2

Tendo sido construido o dygogramma n.º 2, por qualquer dos processos mencionados, podemos resolver os seguintes problemas:

1.º *Sendo dado um rumo magnetico correcto, achar o desvio.*

Regra.—Marque-se o rumo dado, tanto no grande como no pequeno circulo, juntem-se estes pontos. O angulo formado por esta linha e pelo diametro, que passa pelo ponto do grande circulo é o desvio, o qual tambem é igual á metade do arco do circulo grande, comprehendido por estas linhas prolongadas.

2.º *Sendo dado um rumo magnetico correcto, achar o rumo da agulha.*

Regra.—Faz-se passar uma das duas reguas parallelas pelos dois pontos que representam o rumo correcto em ambos os circulos; move-se a outra até passar pelo centro do circulo grande; o ponto em que esta corta a circumferencia do mesmo circulo grande é o rumo da agulha procurado.

3.º *Sendo dado um rumo da agulha, achar o rumo magnetico correcto e o desvio.*

Regra.—Assenta-se uma das reguas de parallelas, passando pelo centro do circulo grande e rumo da agulha; move-se depois a outra até cortar pontos correspondentes nos dois circulos; qualquer d'estes pontos representam o rumo magnetico correcto; o arco da circumferencia do circulo grande, comprehendido entre o rumo da agulha e o rumo magnetico correcto, é o desvio.

## CAPITULO IX <sup>1</sup>

Declinação da agulha—Carta da declinação ou *variação* da agulha—Linhas *isogonas* — Pólos magneticos terrestres—*Varição* e desvio da agulha combinados — (*Varição apparente*) — Objecto principal da carta de declinação da agulha—Inclinação da agulha—Equador magnetico—Linhas *isoclinicas*—Latitude *magnetica* — Augmento da inclinação com a latitude — *Fócos* magneticos — Suas posições e forças relativas — *Força total* — *Força horisontal* — *Força vertical* — *Força horisontal maxima* — Uso da carta da *força horisontal* — *Força horisontal* em Greenwich, como unidade — Valores reciprocos — Uso das cartas da *força magnetica horisontal e vertical* — Exemplos — *Variações seculares, periodicas e irregulares* — Considerações relativas ao desvio *semi-circular* — Exemplos — Casos em que o desvio *semi-circular* póde augmentar, diminuir, tornar-se zero ou mudar de signal — Exemplos.

### I. — Declinação da agulha

A declinação ou *variação* da agulha, que é conhecida de todo o navegador, é o angulo pelo qual a agulha se afasta para E. ou O. do N. verdadeiro; em outras palavras, é o angulo formado pelos meridianos magnetico e verdadeiro do lugar. A importancia do conhecimento da *variação* da agulha e dos methodos usuaes para a determinar em qualquer lugar, por observação de amplitudes, ou por outros processos, assim como o modo de applicar a *variação* da agulha, para corrigir os rumos nas derrotas, ou para soltar os rumos, etc., são tudo objectos tão familiares aos homens do mar, que julgamos desnecessario insistir n'elles.

A primeira carta que se apresenta n'esta parte do manual é uma d'aquellas, cujo valor o navegador reconhecerá immediatamente, assim como achará obvio o seu uso para os fins da navegação, sem necessidade de mais explicações.

A referida carta mostra, para a epocha actual (1860), a gran-

<sup>1</sup> Quasi todo este capitulo é a traducção da parte quarta do manual do almirantado, intitulada *Magnetismo terrestre e suas relações com o desvio da agulha*.

deza e direcção da *variação* da agulha, em todos os mares navegáveis do globo, por meio de linhas de igual declinação (linhas *isogonas*), traçadas em distancias convenientes.

Vê-se, que a superficie do globo fica dividida por estas linhas em duas regiões: uma mais pequena, na qual a declinação é O., indicada por linhas encarnadas; a outra, mais consideravel, cuja declinação é E., indicada por linhas azues.

Como regra geral, a declinação O. predomina no Oceano Atlantico (á excepção de uma parte do mar das Indias occidentaes) e no Oceano Indico; a declinação E. predomina em todo o Pacifico.

Estudando a disposição das linhas de igual declinação, é necessario ter em vista, que os elementos que estas nos fornecem são consideravelmente alterados pelas relações que as ligam, tanto aos pólos da terra, como aos *pólos* magneticos. Nota-se, que estas linhas convergem para um ponto na parte setentrional da America (pólo magnetico de sir James Ross), e este ponto indica um verdadeiro *pólo* magnetico, ou o logar para onde a agulha aponta, collocada nas regiões circumvizinhas. Vê-se ainda uma convergencia semelhante para um ponto na região antarctica, ao sul da Australia, ponto que constitue o *pólo* magnetico sul.

Alem d'estes dois pontos de convergencia, que indicam a existencia real de *pólos* magneticos, deveria haver uma semelhante convergencia d'estas mesmas linhas para os pólos da terra, se fossem traçadas em cartas, que os podessem conter. Isto poder-nos-ia illudir e concluir a existencia de outros *pólos* magneticos nos pólos da terra. Esta convergencia provém simplesmente do facto seguinte: imaginando que a agulha se move em um pequeno circulo, em torno de qualquer dos pólos da terra, a sua direcção deve ficar invariavel; parecerá, portanto, que a direcção dos meridianos terrestres, e por consequencia, a declinação da agulha, passa por todos os valores, desde 0° até 360°<sup>1</sup>.

Esta carta, alem de fornecer ao navegador a grandeza ou valor da declinação em um logar qualquer, serve tambem para indicar as regiões do globo, onde a declinação varia com grande rapidez; indicação que se manifesta pela proximidade das linhas isogonas,

<sup>1</sup> Alguns auctores têm supposto um segundo *pólo* magnetico ao norte da Siberia. Parece que tal ponto não existe; aindaque ha uma tendencia das linhas magneticas para um semelhante pólo, manifestada, entre outras rasões, pela occorrenca de um segundo *foco* magnetico n'esta parte do globo. Deve-se notar, que se houvesse um segundo *pólo* magnetico no hemispherio N., deveria necessariamente haver um terceiro, entre elles, de um caracter particular, e tal, que se quatro agulhas estivessem collocadas em um circulo á roda d'elle, duas deveriam apontar para este pólo e outras duas para fóra d'elle.

e, principalmente, quando as suas direcções são proximamente perpendiculares ás derrotas mais frequentadas n'essas paragens.

D'estas regiões as mais notaveis são: as costas da Terra Nova, o golfo, e rio de S. Lourenço, costas da America do N., o canal de Inglaterra e suas proximidades<sup>1</sup>.

Trataremos principalmente da *variação* da agulha combinada com o desvio.

Vê-se claramente, que o effeito do desvio é augmentar ou diminuir a *variação* em qualquer rumo; para a augmentar, se tanto a *variação* como o desvio são E. ou O.; para diminuir, se um d'estes elementos é E. e outro O. De facto, uma observação de amplitude em qualquer rumo fornece-nos a *variação* e desvio combinados; de sorte, que para obtermos a declinação da agulha por meios astronomicos devemos primeiro conhecer o desvio, ao rumo em que a observação feita.

Ora, não nos é possível contar com a exactidão do desvio em um navio, em que aquelle seja consideravel, e depois de uma grande mudança de latitude magnetica; por esta rasão é de grande utilidade para a navegação em navios de ferro uma carta que dê a *variação*, sem necessidade de a observar.

Inversamente; a fim de determinar o desvio ao rumo em que se fez a observação da amplitude, é necessario conhecer a *variação* da agulha, e é este o principal objecto da carta n.º 1.

Esta carta habilita o navegador a verificar e corrigir a sua tabella de desvios em qualquer parte do globo, por meio de observações astronomicas.

## II. — Carta n.º 2 (Inclinação da agulha)

O objecto da sciencia do magnetismo terrestre, como sciencia de observação, é fornecer os meios para determinarmos, em qualquer logar e tempo, a direcção e grandeza da força magnetica terrestre.

<sup>1</sup> O golfo de S. Lourenço é, talvez de todas as partes do globo, aquella em que se deve ter mais attenção sobre a agulha. Esta circumstancia provém, não sómente das linhas *isogonas* ficarem mui proximas umas das outras, e, por consequencia, da rapida mudança da *variação* da agulha nos navios que n'esta região navegam, mas tambem da grande *inclinação* da agulha, combinada com a fraca intensidade horisontal; o que tende a augmentar consideravelmente o desvio da agulha em navios provenientes do sul, ou de latitudes magneticas mais baixas. Como isto tem logar em uma região, onde, em consequencia de frequentes nevoeiros, o navio depende quasi inteiramente da sua agulha, as perdas de navios, que são aqui frequentes, devem ser attribuidas, pelo menos em grande parte, a erros da agulha desconhecidos ou com os quaes se não contava.

A *variação* da agulha dá-nos a direcção d'esta força no plano horisontal; porém esta força não actua geralmente n'este plano, mas attrahe o extremo norte da agulha, livremente suspensa, em uma direcção, para baixo ou para cima do plano horisontal, e que faz um angulo com este plano conhecido pela denominação de *inclinação* da agulha.

A direcção da força é horisontal ou a *inclinação* é zero, sobre uma linha do globo, que não differe muito do equador terrestre, e que divide o globo em duas regiões proximamente iguaes: a região do norte, em que a extremidade norte da agulha mergulha abaixo do horisonte, e a do sul, onde a mesma extremidade norte se eleva. Denomina-se esta linha *equador magnetico*, por analogia com o equador terrestre.

A *inclinação* augmenta gradualmente do equador para os *pólos* magneticos, onde chega a ser de  $90^\circ$ .

A carta n.º 2 mostra as linhas de igual *inclinação*; as de *inclinação* N., ou onde a extremidade norte da agulha mergulha abaixo do horisonte, são traçadas em tinta vermelha; as de *inclinação* sul, onde a mesma extremidade norte da agulha é elevada, são traçadas com tinta azul.

As linhas de igual *inclinação*, ou linhas *isoclinicas*, conservam um certo parallelismo, como é facil ver; e por analogia com os parallelos de latitude, se usa muitas vezes do termo *latitude magnetica* para designar uma posição do globo, relativamente á *inclinação* magnetica.

A proporção por que a *inclinação* cresce, a partir do *equador* para os *pólos* magneticos, não é a mesma com que augmenta a latitude geographica. A *inclinação* augmenta mais rapidamente em latitudes baixas e mais lentamente em latitudes elevadas; assim, perto do *equador magnetico*, a *inclinação* augmenta dois graus por cada grau de latitude, em quanto que perto dos *pólos* magneticos esta relação é inversa, a *inclinação* cresce sómente  $30'$  proximamente por cada grau de latitude<sup>1</sup>.

O emprego da carta das linhas de igual *inclinação*, relativamente ao desvio da agulha, será descripto mais convenientemente, quando tivermos feito a descripção da carta n.º 3 ou das linhas de igual força *horisontal*.

<sup>1</sup> Esta relação provém de que o magnetismo terrestre assimilha-se de algum modo ao que teria por causa um magnete collocado perto do centro da terra. Um tal magnete deveria dar a relação  $\text{tg } \theta = 2 \text{ tg lat}$ . É conveniente reter esta fórmula, porque dá proximamente a *inclinação* em qualquer logar, tendo attenção a que a latitude empregada na fórmula, deve-se contar do *equador* e *pólos* magneticos, e não do equador e *pólos* terrestres.

### III. — Força horisontal

A força pela qual a extremidade norte da agulha é tirada na direcção da *inclinação* não é a mesma em todos os logares do globo. Ella é minima perto do *equador* magnetico, e maxima nas proximidades, e não, exactamente, nos *pólos* magneticos.

Estes pontos de maxima intensidade são algumas vezes designados, aindaque impropriamente, por *pólos* magneticos. Este termo *pólo magnetico* designa mais propriamente o logar para onde aponta a agulha de todas as regiões adjacentes, e onde a agulha, livremente suspensa, se colloca verticalmente; os pontos de maxima intensidade são, ordinariamente e mais convenientemente, designados por *fócos magneticos*.

No hemispherio N. ha dois *fócos* similhantes, e é de crer que haja dois correspondentes no hemispherio S. Estes *fócos* de força magnetica são de intensidade desigual; no hemispherio N. o mais forte ou o *fóco americano*, fica ao SO. da bahia de Hudson, perto do grande systema de lagos da America; o mais fraco, ou o *fóco* da Siberia, presume-se estar em 70° N. e 120° E.

No hemispherio S. o *fóco* mais intenso julga-se collocado em 64° S. e 173°  $\frac{1}{2}$  E., e o mais fraco está, provavelmente, por 60° S. 125° E. N'estes *fócos* a força magnetica regula por duas ou tres vezes a força no *equador* magnetico<sup>1</sup>.

A força de que tratámos é a que denominámos *força total* ou a que actua na direcção da *inclinação*; porém, para muitos casos, em vez de considerar a força da terra como uma unica força, actuando na direcção da *inclinação*, convem mais considera-la composta de duas forças; uma, a *força horisontal*, dirigida horisontalmente para o norte magnetico do logar, e a outra, a *força vertical*, actuando verticalmente para baixo ou para o nadir, no hemispherio N. (magnetico), e para cima ou para o zenith no hemispherio S. (magnetico).

As quantidades que estão directamente ligadas ao desvio da

<sup>1</sup> Os valores da força nos *fócos* do hemispherio N., expresso na escala de medida absoluta (unidade ingleza) são, respectivamente, 14,21 e 13,30; no hemispherio S. regula por 13,60 e 14,90; a intensidade minima provavel da superficie do globo é representada na mesma escala por 6,80. É conveniente recordar, que se a força magnetica fosse devida a um magnete collocado no centro da terra, como ha pouco referimos, a força nos pólos deveria ser exactamente o dobro da do equador, e a força em qualquer latitude seria proporcional a  $\sqrt{1 + \cos.}^2 \text{ lat.}$

agulha são a *inclinação* e a força *horisontal*, e são d'estes mesmos elementos as duas cartas que apresentâmos.

D'estes elementos deduz-se, quando é necessario, a força total e a força vertical por fórmulas mui simples <sup>1</sup>.

A carta da força *horisontal* mostra que esta tem um maximo perto do *equador* magnetico, e diminue para os *pólos*. Isto provém, não da diminuição da força magnetica da terra, porque esta pelo contrario augmenta para os *pólos*, como já vimos, porém da sua direcção ser cada vez mais inclinada ao horisonte.

O conhecimento da *inclinação* e da força *horisontal* habilita o navegador a predizer as variações que devem ter logar no magnetismo do seu navio, e, por consequencia, no desvio, empregando as fórmulas respectivas.

Será bom notar, que o effeito sobre a agulha de qualquer causa perturbadora de grandeza invariavel é (proximamente) inversamente proporcional á força directriz da agulha.

O magnetismo *permanente* do ferro *duro* do navio é uma causa d'esta natureza, e o desvio que este produz é por consequencia (proximamente) na razão inversa da *força horisontal*.

Conhecendo, portanto, o desvio proveniente d'esta causa (que é uma das partes do desvio *semi-circular*) em um navio, e sobre um certo logar do globo, podemos, por meio da carta n.º 3, calcular a sua grandeza provavel, em qualquer outro ponto.

Vêem-se na margem da carta n.º 3, em frente de cada linha de

<sup>1</sup> Sendo  $\theta$  a inclinação

H a força horisontal

$\Phi$  a força total

Z a força vertical.

Teremos :

$$\Phi = H \sec \theta$$

$$Z = H \operatorname{tg} \theta$$

Se os dados forem a força total e a inclinação, então teremos :

$$H = \Phi \cos \theta$$

$$Z = \Phi \operatorname{sen} \theta$$

Se forem dadas as forças horisontal e vertical, temos :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{Z}{H} \text{ e } \Phi = \sqrt{H^2 + Z^2} = H \sec \theta = Z \operatorname{cosec} \theta.$$

igual força *horisontal*, os valores reciprocos da mesma força em toda a linha <sup>1</sup>.

Estes numeros habilitam-nos a calcular, por meio de uma inter-polação mental, o valor reciproco (referido á unidade ou força *horisontal* de Greenwich) da força *horisontal*, na posição geographica do navio.

O multiplicador, que deve converter o desvio *semi-circular permanente* de um certo logar para outro, é o producto da força *horisontal* no primeiro logar e do valor reciproco do segundo. Esta proporção seria exacta se o magnetismo do ferro fosse absolutamente *permanente*. Isto, como já temos dito, não é rigorosamente assim. O magnetismo dos navios é mais propriamente *sub-permanente*, e semelhantes apreciações são, portanto, mais ou menos sujeitas a incertezas, pelo menos emquanto o magnetismo do navio não tem sido bem definido.

Se a grandeza da causa perturbadora é variavel nas differentes partes do globo, e é dependente do magnetismo terrestre, então a fim de calcular a variação, que tem logar no desvio, pela mudança de posição geographica, devemos attender á variação da força perturbadora, assim como á variação da força directriz, e o desvio em qualquer outra posição geographica, variará na razão d'estas forças. Assim: considerando separadamente os effeitos de indução das forças *vertical* e *horisontal* da terra, vemos que o magnetismo *induzido* no ferro *macio* pela força *vertical* da terra é proporcional a esta força, e não é alterado pela rotação do navio. A indução *vertical* produz, por consequente, um desvio em qualquer posição geographica, segundo as mesmas leis dos desvios provenientes do magnetismo *permanente*, e é, por esta razão, uma parte do desvio *semi-circular*; porém, quando o navio muda de posição geographica, esta parte do desvio *semi-circular*, em logar de variar como a outra sómente na razão inversa da força *horisontal*, varia na razão da força *vertical* para a força *horisontal* ou, em outras palavras, como a tangente da *inclinação* <sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Por conveniencia, considerou-se como unidade o valor da força *horisontal* em Greenwich (assim como em quasi todos os principaes portos da Gran-Bretanha); para converter os valores da força *horisontal* n'esta escala á escala de medida absoluta, adoptada pelos physicos inglezes, devem-se multiplicar por 3,82; e para os converter á escala de medida absoluta, adoptada pelos physicos do continente, devem ser multiplicados por 4,76.

<sup>2</sup> Podemos illustrar estas proposições com alguns exemplos. Um navio, que navegue ao longo de uma das linhas de igual *inclinação*, diz-se que se conserva na mesma latitude magnetica; pelo contrario, mudará muito rapidamente de latitude magnetica, quando a derrota que segue é perpendicular a estas linhas. Assim: um navio, passando

Póde-se obter o valor d'esta tangente, por meio de uma tábua de tangentes naturaes, entrando com o valor da *inclinação* tirada da carta n.º 2, ou tambem, directamente da carta, fazendo uma interpolação mental entre os valores das tangentes da *inclinação*, que estão escriptos na margem da carta.

Resta-nos considerar o caso do desvio, causado pelo magnetismo induzido pela força horisontal no ferro *macio* do navio. N'este caso, a força perturbadora sendo sempre na rasão directa da força horisontal terrestre, o desvio produzido é o mesmo em todas as partes do globo. É o que tem logar com o desvio *quadrantal*, e tambem com a parte constante do desvio, quando esta é um verdadeiro desvio, e não proveniente do erro do instrumento ou de observação.

#### IV. — Observações geraes

Representando a *inclinação*, a *declinação* e a intensidade *horisontal* por meio de linhas traçadas na superficie do globo, poder-se-ia concluir que estes elementos não variam com o tempo. Não acontece realmente assim. Cada um d'estes elementos está sujeito

do canal de Inglaterra ao cabo de Boa Esperança, variou 121° de latitude magnetica, isto é, de 68° de inclinação N. passa a ter 53° S.; porém de Auckland (Nova Zelandia) ao Cabo Horn, a sua latitude magnetica apenas variará 2°. No primeiro caso, se o navio for de madeira, deve-se esperar que o seu desvio semi-circular varie na rasão das tangentes naturaes das inclinações da agulha, ou como 2,5 para — 1,3. (Se o maximo desvio semi-circular for igual a 10° E., passará a ser 5° e 20' O.) No segundo caso o desvio conservará sensivelmente o mesmo valor, tanto na Nova Zelandia como em Cabo Horn.

Suppondo agora o mesmo navio navegando do canal de Inglaterra para o golfo de S. Lourenço, a inclinação da agulha, de 68°, que é no canal, passa a ser igual a 78°, cujas tangentes são respectivamente 2,5 e 4,8; o valor do desvio semi-circular passará de 10° a ser de 18°,50', quasi que duplicará. Se considerarmos um navio de ferro, cujo magnetismo seja permanente, achámos, que passando do canal de Inglaterra ao cabo da Boa Esperança, a força horisontal augmenta na proporção de 1 (no ponto da partida) para 1,85 no equador geographico, e depois diminue, gradualmente, até ser de 1,3 no cabo de Boa Esperança.

O desvio semi-circular, variando na rasão inversa da força horisontal, segue-se que o desvio maximo semi-circular, igual a 10° no canal, deve ser reduzido a 5°  $\frac{1}{2}$  no equador e de novo crescer até se elevar a 7°  $\frac{1}{2}$  no cabo de Boa Esperança.

Similhantermente, este navio de ferro, indo do Canal para o golfo de S. Lourenço; a força horisontal diminuirá successivamente desde 1,0 até 0,65, e o mesmo desvio maximo semi-circular de 10° se elevará a 16°,45'.

Se considerarmos um navio de ferro, ou navio de vapor construido de madeira, em que uma parte do desvio semi-circular varie na rasão inversa da força horisontal, e a outra com a tangente da inclinação, os desvios resultantes ficam provavelmente entre os dos dois exemplos dados acima; porém, o valor real das suas variações só póde ser dado pelo calculo.

a variações, que se distinguem pelas denominações de variações *seculares*, *periodicas* e *irregulares*.

As variações *seculares* são as que têm logar no mesmo sentido durante um grande espaço de tempo, e que, com quanto sejam vagarosas, alcançam grande extensão no fim de muitos annos.

As linhas traçadas n'estas cartas provém de observações feitas, geralmente, entre os annos de 1840 e 1861. A pequena escala, e o fim a que se destinam estas cartas, difficilmente admittiria o excessivo trabalho de as reduzir rigorosamente a uma unica epocha, aindaque se fez tudo o que foi possível n'este sentido. Estas linhas podem-se considerar, portanto, como representando, geralmente, os elementos para o anno de 1860.

Como estas cartas devem ser de tempos a tempos revistas e novamente publicadas, parece tambem desnecessario suppri-las com os meios de correcção para as adaptar a epochas posteriores; entretanto julgâmos conveniente e interessante indicar, mui geralmente, as mudanças que se dão na disposição d'estas linhas.

A alteração geral d'estas linhas no hemispherio norte consiste em um movimento lateral de E. para O., mui vagaroso, ao passo que mudam mais ou menos de configuração; pelo que respeita ao hemispherio sul, o movimento parece ser em direcção opposta. Resulta, que nas ilhas britannicas a *declinação* da agulha diminue presentemente sete minutos annualmente<sup>1</sup>, e em grande parte das costas da America do norte a *declinação* augmenta no mesmo sentido.

As variações *periodicas* são as *diurnas* e *annuaes*, dependentes dos effeitos directos e indirectos do sol, e as variações *lunares* dependentes da lua. Estas são tão pequenas que não têm importancia nenhuma na navegação.

Alem das variações *seculares* e *periodicas*, cada elemento ou componente está continuamente sujeito a fluctuações pequenas e irregulares, que occorrem simultaneamente sobre uma grande superficie do globo. Muitas vezes estas fluctuações alcançam uma extensão consideravel, durante as denominadas *tempestades magneticas*, as quaes nas altas latitudes são acompanhadas, geralmente, de brillantes auroras *boreaes* ou *austraes*; porém, é sómente muito perto dos pólos magneticos, e durante estas *tempestades*, que estas variações *irregulares* excedem os limites que podem, sem perigo, ser desprezados pelo navegador.

A curta duração d'estas variações é mais uma razão que as

<sup>1</sup> Nas costas de Portugal a *declinação* diminue annualmente 5,5 minutos.

põe fóra do alcance do navegador, que se interessa sómente com o rumo a que tem de navegar.

Tem-se supposto varias vezes, que os nevoeiros e certos estados particulares da atmosphaera affectavam a agulha. Parece que não ha base alguma para tal supposição. Nenhum phenomeno meteorologico ordinario parece produzir qualquer effeito apreciavel sobre a agulha; todavia, devem-se exceptuar os effeitos occasionaes do raio, os quaes chegam a inverter os pólos das agulhas ou a inutilisa-las completamente.

Tambem alguns julgam, que quando um navio está perto de terra, a natureza d'esta póde affectar a direcção da agulha. É verdade que certas rochas, como rochas vulcanicas ou de natureza ignea, têm effeito muito sensivel na agulha, quando esta se acha em terra e em muito pequena proximidade d'ellas; porém parece não haver rasão alguma para se julgar, que esta influencia seja perceptivel a bordo.

D'estas conjecturas, que se referem aos effeitos das diversas causas que podem actuar sobre a agulha, aindaque estes effeitos sejam, em geral, inapreciaveis, devemos distinguir certos prejuizos ou illusões, que prevalecem até entre pessoas, que por seus conhecimentos não deviamos esperar que abrigassem taes idéas.

Assim; aindaque é certo, que não ha substancia alguma, quer esta seja *magnetica* ou não *magnetica*, *conductora* ou não *conductora*, *electrica* ou não *electrica*, que tenha a mais leve influencia para interceptar a acção de um corpo magnetico sobre a agulha; entretanto, tem-se proposto muitos systemas para corrigir a agulha, interpondo substancias com a supposta virtude de interceptar a acção de ferro sobre a agulha. Suppõem alguns que o effeito de um carregamento de ferro póde ser diminuido, pela sobreposição de carga de outra especie sobre o ferro, ou que o effeito dos *pés de carneiro* de ferro póde ser diminuido, revestindo-os de bronze ou mesmo pintando-os. Taes idéas não têm fundamento algum.

Pouco temos a acrescentar a esta descripção das cartas magneticas e ao modo de as usar, que acabámos de transcrever; entretanto faremos ainda algumas considerações, que nos parecem aqui bem cabidas.

Vemos, que pelo conhecimento dos elementos magneticos se póde, até certo ponto, calcular e predizer approximadamente os valores dos coefficients variaveis da expressão do desvio de um navio, e applicar, por consequencia, uma tal ou qual correcção ao desvio observado no ultimo porto de saída.

Sabemos, que dos seis coefficients que entram na equação do

desvio, quatro ( $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{G}$  e  $\lambda$ ) podem-se considerar constantes nos diversos logares do globo; os dois restantes,  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , do desvio *semi-circular* são, portanto, os unicos que variam com a posição geographica.

Tambem fizemos ver, que estes coefficients nos navios de ferro mudavam de valor, por um modo bastante extraordinario, nos primeiros tempos, depois do navio ter sido lançado ao mar, e que depois de um certo espaço de tempo, que se podia avaliar, approximadamente, em um anno, estes mesmos coefficients variavam, em geral, lenta e gradualmente, e não apresentavam os saltos que se dão nos primeiros mezes <sup>1</sup>.

Se os coefficients  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  não apresentassem estas variações accidentaes, seria mui simples conhecer-se, em qualquer logar do globo, os seus valores, uma vez que se conhecessem as partes integrantes de cada coefficiente, e, por consequencia, facil seria tambem o construir novas tabellas de desvio, sem dependencia de nova observação.

Com effeito; das expressões  $\mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \right)$ , e  $\mathfrak{C} = \frac{1}{\lambda} \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right)$ , suppondo conhecidos  $\frac{c}{\lambda}$ ,  $\frac{P}{\lambda}$ ,  $\frac{f}{\lambda}$  e  $\frac{Q}{\lambda}$ , obteriamos os valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , em qualquer ponto onde tivessemos  $\operatorname{tg} \theta$  e  $H$ . Tendo o desvio *semi-circular*, addicionando o desvio *quadrantal*, construiriamos a nova tabella de desvios.

Já tambem sabemos, que  $\frac{c}{\lambda}$  só se póde obter, por observação no mesmo local, observando os desvios com o navio inclinado a um outro bordo, ou por meio da determinação do valor de  $\mathfrak{B}$  em mais de uma localidade; d'este ultimo modo se póde tambem obter  $\frac{f}{\lambda}$ , a parte integrante do coefficiente  $\mathfrak{C}$ , devida á inducção vertical.

Não se conhecendo  $c$  e  $f$ , póde calcular-se, em certos casos, com sufficiente approximação, o valor do desvio *semi-circular* em qualquer posição do globo, multiplicando o desvio *semi-circular*, ultimamente observado, por um coefficiente composto das relações entre  $H$  e  $\operatorname{tg} \theta$  do ponto de partida e os novos valores d'estes mesmos elementos no local em que se pretende conhecer o desvio.

Como já por mais de uma vez se tem dito, se o desvio *semi-circular* fosse todo elle proveniente do magnetismo *permanente*,

<sup>1</sup> Navios ha, que ainda depois d'este tempo, os seus coefficients variam de uma maneira irregular; em outros, pelo contrario, apresentam-se notavelmente permanentes.

devia variar na rasão inversa dos valores da força *horisontal* terrestre H do ponto de partida e de chegada; e teríamos

$$\sqrt{\mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{C}_1^2} = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} \left( \frac{H}{H_1} \right)$$

Se, pelo contrario, fosse sómente devido ao magnetismo *induzido* pela força *vertical* (caso que se dá approximadamente na generalidade dos navios de madeira)<sup>1</sup>, o desvio *semi-circular* deveria variar na rasão directa das tangentes da *inclinação* dos dois logares, e o seu valor em qualquer local seria dado pela expressão

$$\sqrt{\mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{C}_1^2} = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} \left( \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta} \right)$$

No caso mais geral, em que o desvio *semi-circular* provém do magnetismo *permanente e induzido*, mudando de valor tanto pela variação da força *horisontal* H, como pela tangente da *inclinação* do logar, póde-se obter o seu valor approximado em qualquer local, multiplicando-o por um coefficiente medio dos dois coefficientes acima mencionados, isto é, por

$$\frac{1}{2} \left( \frac{H}{H_1} + \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta} \right)$$

Alguns exemplos tornarão esta materia mais comprehensivel.

Supponhamos que, no porto de Lisboa, onde a força *horisontal* (referida á de Greenwich) é 1,26 e  $\text{tg } \theta = 1,73$ , um navio tinha os seguintes valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$

$$\mathfrak{B} = +0,236; \quad \mathfrak{C} = +0,122; \quad \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} = +0,265.$$

Alem d'isto, por observações anteriores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , feitas em diversas localidades, conheciamos

$$\frac{P}{\lambda} = +0,180; \quad \frac{c}{\lambda} = +0,054; \quad \frac{Q}{\lambda} = +0,090; \quad \frac{f}{\lambda} = +0,029.$$

<sup>1</sup> O magnetismo *induzido* no ferro dos navios construidos de madeira parece necessitar algum tempo para adquirir toda a sua intensidade, e o desvio *semi-circular*, que d'elle provém, é por esta circumstancia (proximamente) proporcional á tangente da *inclinação* do logar, em que o navio esteve alguns dias antes.

Pretendíamos saber os novos valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  no alto mar, na latitude  $5^\circ \text{ N.}$ , e longitude  $20^\circ \text{ O. Greenwich}$ , onde  $H_1 = 1,83$  e  $\text{tg } \theta' = +0,57$ . Pelas equações

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{P}{\lambda H_1} + \frac{c}{\lambda} \text{tg } \theta' \quad \text{e} \quad \mathfrak{C}_1 = \frac{Q}{\lambda H_1} + \frac{f}{\lambda} \text{tg } \theta',$$

tinhamos

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{0,180}{1,83} + 0,054 \times 0,57 = 0,129; \quad \mathfrak{C}_1 = \frac{0,090}{1,83} + 0,029 \times 0,57 = 0,065$$

$$\sqrt{\mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{C}_1^2} = 0,145 \qquad 0,145 = \text{sen } 8^\circ 20'$$

O maximo desvio *semi-circular*, o qual era, em Lisboa igual a  $15^\circ 22'$ , ficava, pois, reduzido a  $8^\circ 20'$ .

Sendo  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{E}$  suppostos constantes, teríamos os 5 coefficients, por meio dos quaes se poderia construir a nova tabella de desvios empregando o mappa, pag. 152 e 153, ou por algum dos processos graphicos mais expeditos (*dygogrammas* n.ºs 1 e 2).

Não sendo conhecidas as quantidades  $\frac{P}{\lambda}$ ,  $\frac{Q}{\lambda}$ ,  $\frac{c}{\lambda}$  e  $\frac{f}{\lambda}$ , vejamos quaes seriam os novos valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , ou de  $\sqrt{\mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{C}_1^2}$ , para a mesma localidade mencionada, calculando-os pelo processo do coefficiente composto

$$\frac{1}{2} \left( \frac{H}{H_1} + \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta} \right)$$

$$\frac{H}{H_1} = \frac{1,26}{1,83} = 0,688; \quad \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta} = \frac{0,57}{1,73} = 0,329$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{H}{H_1} + \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta} \right) = 0,508$$

$$\sqrt{\mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{C}_1^2} = \sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} \times 0,508 = 0,265 \times 0,508 = 0,135$$

da mesma sorte:

$$\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B} \times 0,508 = 0,236 \times 0,508 = 0,120$$

$$\mathfrak{C}_1 = \mathfrak{C} \times 0,508 = 0,122 \times 0,508 = 0,062$$

Qualquer d'estes valores, assim obtidos, são mui proximos dos calculados, tendo attenção ás variações differentes das duas partes

constituintes de cada coefficiente; nem sempre se dá um tal accordo, principalmente se o novo valor da tangente da *inclinação* for de signal opposto ao do da partida.

Se este mesmo navio fosse para o norte, e quizessemos saber os novos valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , na latitude de  $47^\circ\text{N}$ . e longitude  $60^\circ\text{O}$ . Greenwich, onde  $H_1 = 0,76$ , e  $\text{tg } \theta' = 4,33$ , teriamos:

$$\begin{aligned}\mathfrak{B}_1 &= \frac{0,190}{0,76} + 0,054 \times 4,33 = 0,471 & \sqrt{\mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{C}_1^2} &= 0,530 \\ \mathfrak{C}_1 &= \frac{0,090}{0,76} + 0,029 \times 4,33 = 0,244 & 0,530 &= \text{sen } 32^\circ\end{aligned}$$

O maximo desvio *semi-circular* passava a ser igual a  $32^\circ$ , mais do duplo do seu valor em Lisboa.

Calculando o valor do maximo desvio *semi-circular*, ou dos coefficientes separadamente, empregando o coefficiente composto

$$\frac{1}{2} \left( \frac{H}{H_1} + \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta} \right)$$

teriamos:

$$\begin{aligned}\frac{H}{H_1} &= \frac{1,26}{0,76} = 1,66 & \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta} &= \frac{4,33}{1,73} = 2,50 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{H}{H_1} + \frac{\text{tg } \theta'}{\text{tg } \theta} \right) &= 2,08; \sqrt{\mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{C}_1^2} &= 0,265 \times 2,08 = 0,551 \\ 0,551 &= \text{sen } 33^\circ.27' \\ \mathfrak{B}_1 &= 0,236 \times 2,08 = 0,491; \mathfrak{C}_1 &= 0,122 \times 2,08 = 0,254\end{aligned}$$

Estes valores são um pouco mais elevados do que os precedentes, mas ainda muito se approximam.

Supponhamos ainda o mesmo navio na proximidade do cabo de Boa Esperança, onde

$$H_1 = 1,22 \quad \text{tg } \theta' = -1,42.$$

Calculando os valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  por meio das variações das suas partes constituintes, temos:

$$\begin{aligned}\mathfrak{B}_1 &= \frac{0,180}{1,22} + 0,054 \times -1,42 = 0,071 & \sqrt{\mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{C}_1^2} &= 0,078 \\ \mathfrak{C}_1 &= \frac{0,090}{1,22} + 0,029 \times -1,42 = 0,033 & 0,078 &= \text{sen } 4^\circ 30'\end{aligned}$$

O maximo desvio *semi-circular* ficaria pois reduzido a  $4^{\circ} 30'$ .

Suppondo não conhecidos os valores de  $\frac{P}{\lambda}$ ,  $\frac{Q}{\lambda}$ ,  $\frac{c}{\lambda}$  e  $\frac{f}{\lambda}$ , teriamos de calcular o valor do maximo desvio *semi-circular*, e os dos coefficients  $\mathfrak{B}_1$  e  $\mathfrak{C}_1$ , por meio do coefficiente composto

$$\frac{1}{2} \left( \frac{H}{H_1} + \frac{\operatorname{tg} \theta'}{\operatorname{tg} \theta} \right)$$

$$\frac{H}{H_1} = \frac{1,26}{1,22} = 1,03; \quad \frac{\operatorname{tg} \theta'}{\operatorname{tg} \theta} = -0,82; \quad \frac{1}{2} \left( \frac{H}{H_1} + \frac{\operatorname{tg} \theta'}{\operatorname{tg} \theta} \right) = 0,11.$$

$$\sqrt{\mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{C}_1^2} = 0,265 \times 0,11 = 0,029$$

$$0,029 = \operatorname{sen} 1^{\circ} 40'$$

$$\mathfrak{B}_1 = 0,236 \times 0,11 = 0,026$$

$$\mathfrak{C}_1 = 0,122 \times 0,11 = 0,013$$

N'este exemplo, os valores do maximo desvio *semi-circular*, e de  $\mathfrak{B}_1$  e  $\mathfrak{C}_1$ , calculados pelas variações das suas partes constituintes, e pelo processo approximado do coefficiente *composto*, differem consideravelmente.

D'onde se vê, que quando a tangente da *inclinação* muda de signal, se não conhecemos os valores das partes constituintes dos coefficients, deve-se suspeitar muito dos valores calculados pelo coefficiente composto

$$\frac{1}{2} \left( \frac{H}{H_1} + \frac{\operatorname{tg} \theta'}{\operatorname{tg} \theta} \right)$$

porquanto, dependem pela maior parte da relação das grandezas de  $P$  e  $c$ , e de  $Q$  e  $f$ . Em um navio construido de madeira, cujos coefficients  $P$  e  $Q$  são pequenos, relativamente a  $c$  e  $f$ , deve-se esperar que os coefficients  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  mudem de signal, quando passe a navegar em latitudes medias do hemispherio sul, e cresçam tanto mais estes valores negativos, quanto mais for para o sul, por augmentar tambem o valor negativo de  $\operatorname{tg} \theta$ .

É curioso analysar resumidamente os casos em que o desvio *semi-circular* poderá augmentar, diminuir, tornar-se zero e mudar de signal, durante a navegação no mesmo hemispherio, ou pela passagem de um para outro.

Todas as considerações que vamos fazer referem-se ao caso, em que as variações que experimentam os valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  são devi-

das á mudança de local do navio, ou na supposição, que o magnetismo proprio do navio é *permanente*.

Em primeiro logar vemos, que o desvio *semi-circular* raras vezes ou nunca será igual a zero, embora qualquer dos coefficients,  $\mathfrak{B}$  ou  $\mathfrak{C}$ , se aniquile. Para que o desvio *semi-circular* desapareça, ou para que seja  $\sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} = 0$ , é necessario que  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  se tornem zero ao mesmo tempo; esta condição tem poucas probabilidades de se realisar.

Com effeito,  $\mathfrak{B}$ , qualquer que seja o seu signal, variará com as variações combinadas de  $\frac{P}{\lambda H}$  e de  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$ ; emquanto  $\mathfrak{C}$ , na maior parte dos casos, em que se póde considerar  $f = 0$ , varia unicamente com o valor de  $\frac{Q}{\lambda H}$ , ou na rasão inversa da força *horisontal* do globo, e como esta ultima é sempre positiva, e nunca infinita,  $\frac{Q}{\lambda H}$  terá sempre um valor, que representará o desvio *semi-circular*, no caso de  $\mathfrak{B}$  se tornar zero.

Convem analysar os dois coefficients separadamente. Comecemos pelo coefficiente  $\mathfrak{B}$ , e vejamos os casos em que este póde augmentar ou diminuir, aniquilar-se ou mudar de signal, navegando no mesmo hemispherio ou passando de um a outro.

O signal de  $\mathfrak{B}$  é determinado pelas grandezas relativas e signaes das duas partes que o compõem; assim  $\mathfrak{B}$ , quando  $\frac{P}{\lambda H}$  e  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$  tiverem signaes differentes, terá sempre o signal do maior d'estes termos.

No hemispherio N. suppondo  $\mathfrak{B} = +$  podem dar-se os tres casos seguintes:

$$1.^{\circ} \quad \frac{P}{\lambda H} = + \quad \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta = +$$

$$2.^{\circ} \quad \frac{P}{\lambda H} = + \quad \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta = - \quad \frac{P}{\lambda H} > \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$$

$$3.^{\circ} \quad \frac{P}{\lambda H} = - \quad \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta = + \quad \frac{P}{\lambda H} < \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$$

No 1.º caso é claro, que qualquer que seja o logar que o navio occupe no hemispherio N.<sup>1</sup>,  $\mathfrak{B}$  nunca se poderá aniquilar; por-

<sup>1</sup> Por hemispherio N. devemos entender toda a região ao N. do equador magnetico, a qual, comtudo, pouco differe do hemispherio N. geographico.

quanto, nenhuma das quantidades,  $\frac{P}{\lambda H}$  e  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$ , pôde mudar de signal. Considerando a navegação do N. para S.; tanto um como o outro termo tendem a diminuir:  $\frac{P}{\lambda H}$  é um minimo perto do equador, onde H é maximo, e  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$  reduz-se a zero no *equador* magnetico. Continuando a navegação para o S.,  $\frac{P}{\lambda H}$  vae augmentando, passando pelos mesmos valores que tinha no hemispherio N., nas latitudes magneticas correspondentes do hemispherio S. Acontece o mesmo a  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$ ; mas o signal é que é opposto. Das grandezas relativas de P e de c dependerá o ponto mais ou menos avançado no hemispherio S. onde  $\mathfrak{B}$  se aniquile, e mais adiante mude de signal; pois por mais pequeno que seja c, sempre haverá um local, em que  $\operatorname{tg} \theta$  seja tal, que tenhamos  $-\frac{P}{\lambda H} = \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$ , e ainda mais proximo do *pólo* magnetico, outro em que se dê  $-\frac{P}{\lambda H} < \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$ , caso em que  $\mathfrak{B}$  mudará de signal.

## 2.º Caso

$$\frac{P}{\lambda H} = + \quad \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta = -$$

Considerando a navegação do N. para S., já sabemos que  $\frac{P}{\lambda H}$  tende a diminuir até ás proximidades do equador;  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$  diminue até se tornar igual a zero no *equador* magnetico. Passando para o outro hemispherio e continuando ainda a navegação para o S., o valor de  $\mathfrak{B}$  vae successivamente augmentando pelo duplo motivo de augmentarem ambos os termos; porque  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$  é agora affecto do signal + e cada vez é maior.

Vê-se, portanto, que n'este caso, navegando para o S. do ponto da partida, jamais  $\mathfrak{B}$  se pôde aniquilar.

Mas se o navio vae para o N. do ponto da partida que considerámos; como o termo  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$  augmenta de valor e com maior rapidez do que H, haverá um ponto, mais ou menos afastado, e de

pendente das grandezas relativas de P e c, em que  $\mathfrak{B}$  se torne igual a zero, e depois mude de signal.

## 3.º Caso

$$\frac{P}{\lambda H} = - \quad \frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta = +$$

Considerando o navio navegando para o S.,  $\frac{P}{\lambda H}$  vae diminuindo de valor, e como  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$  tambem diminue e se torna zero no *equador* magnetico, segue-se que antes de chegar a este, haverá uma occasião em que  $\mathfrak{B}$  se torne zero, e em seguida mude de signal.

Continuando a navegação para o S., no outro hemispherio, o termo  $\frac{c}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$  torna-se negativo, e augmenta assim affecto do signal —, o valor de  $\mathfrak{B}$  augmentará successivamente, affecto tambem do signal — <sup>1</sup>.

Com iguaes considerações chegaríamos ás mesmas conclusões, suppondo  $\mathfrak{B} = -$ , e as quantidades P e c com signaes oppostos aos dos tres casos antecedentes, e teremos seis casos, que se podem representar do modo seguinte.

		$\mathfrak{B}$ torna-se zero ou muda de signal
$\mathfrak{B} = \pm$	$\pm P \quad \pm c \dots\dots$	Só no hemispherio S.
	$\pm P \quad \mp c \dots\dots$	Só no hemispherio N, para o N. do ponto da partida
	$\mp P \quad \pm c \dots\dots$	Só no hemispherio N, entre o ponto de partida e o <i>equador</i> magnetico

Pelo que respeita a  $\mathfrak{C}$ , theoreticamente devem-se dar os mesmos tres casos de aniquilamento e mudança de signal, por effeito das combinações de signaes e grandezas de Q e f.

Se conhecermos, portanto, os valores e signaes (ou pelo menos os ultimos) de P, Q, c e f, podemos de antemão predizer, se ha

<sup>1</sup>Partindo para o N., do ponto que considerámos no hemispherio N., ambos os termos, com os seus respectivos signaes, tendem a augmentar, mas como  $\operatorname{tg} \theta$  augmenta com mais rapidez do que H, é claro que  $\mathfrak{B}$  não se póde aniquillar nem mudar de signal

tendencia a augmentar, diminuir ou a mudarem de signal ambos os coefficients, seguindo uma dada navegação, e por consequencia a predizer, não só as variações de grandeza como as da direcção do desvio *semi-circular*, ou as variações do angulo de EB.

Na maior parte dos casos, porém, em que se póde considerar  $f=0$ , já vimos que  $\mathcal{C}$  nunca poderá mudar de signal pela passagem de um a outro hemispherio.

A mudança de signal de  $\mathcal{B}$ , n'este caso, só produzirá mudança de direcção do desvio *semi-circular*, mas no mesmo bordo em que existia no ponto da partida; isto é, o angulo ( $\alpha$ ) de estibordo não poderá variar nunca mais de  $180^\circ$ .

## CAPITULO X

Carta do porto de Lisboa — Azimuths *verdadeiros* das miras escolhidas para determinar o desvio — Determinação previa do logar do navio — Diferentes casos — Exemplos — Considerações geraes — Quadro dos azimuths do sol em Lisboa — Construcção do quadro — Maneira de obter o azimuth verdadeiro do sol a qualquer hora — Exemplos — Utilidade do quadro — Maneira de determinar o desvio por meio do quadro dos azimuths — Exemplos.

### Processos de observação de desvios da agulha no porto de Lisboa

A carta (Est. n.º 2), é do porto de Lisboa <sup>1</sup>, na escala de  $\frac{1}{20.000}$ ; comprehende na margem do norte: desde a torre de Belem até á estação dos caminhos de ferro de leste; e na do sul: desde o meridiano da torre de Belem até ao Pontal de Cacilhas, e parte da praia da Cova da Piedade.

Estão marcados os principaes pontos que podem servir de miras ou marcas para se determinar, approximadamente, o logar do navio. Está tambem assignalado o quadro dos navios mercantes por quatro pontos, que representam as quatro canhoneiras ou pontões da alfandega.

N'esta carta estão traçados os azimuths verdadeiros de dois pontos: um d'elles, o castello de Palmella, é bem conhecido e visivel de todo o fundeadouro dos navios mercantes e dos navios de guerra, tanto nacionaes como estrangeiros; o outro ponto é a torre do Bugio, o qual é tambem visivel de todo o porto; porém, como é objecto que se eleva pouco acima do nivel do mar, póde ser encoberto por outros navios, e nem se verá facilmente de bordo de navios, cujas agulhas *padrões* não sejam bastante elevadas.

<sup>1</sup> Serviu de base a esta carta a da triangulação de Lisboa, publicada pelo instituto geographico, e o traçado das margens foi reduzido da carta do Tejo do sr. capitão de mar e guerra Batalha.

Conhecendo-se, pois, approximadamente o logar do navio, a carta mostra qual é o azimuth verdadeiro por que se deve marcar qualquer das duas miras escolhidas; como seja conhecida a declinação ou *variação* da agulha<sup>1</sup> temos o azimuth magnetico, e este, comparado com o observado, dá immediatamente o desvio.

Faremos algumas considerações e mostraremos alguns exemplos, referindo-nos primeiro ao castello de Palmella.

Dissemos que bastava sómente conhecer o logar approximado do navio para se obter com sufficiente exactidão o valor do desvio. Com effeito; estando o castello de Palmella distante do ancoradouro 26 kilometros (termo medio) a differença de 1° em azimuth corresponde a 500 metros, na parte mais oriental do ancoradouro, e a 600 metros, na parte mais occidental. Seria pois necessario, que se errasse no ponto do navio metade d'aquellas quantidades, e na situação mais desfavoravel, para que se commettesse o erro de 30' no azimuth por que se deve marcar, e, por consequencia, no desvio assim deduzido.

Ora o logar do navio póde-se determinar, sem dependencia do conhecimento do meridiano *magnetico* ou *verdadeiro*, por diversos meios que os casos particulares podem suggerir.

Se se trata de um navio mercante, que fundeou no quadro, a maior ou menor proximidade das canhoneiras da alfandega, dá-nos um meio sufficientemente approximado de collocar na carta o logar do navio. Assim; os navios que estiverem fundeados a meio do quadro, devem marcar o castello de Palmella por 52° SE. (verdadeiro), ou, proximamente, por 31° (magnetico); os que estiverem do lado occidental, por 32° ou 32°  $\frac{1}{2}$  SE. (magnetico); e os navios que estiverem do lado de E., devem marcar o mesmo ponto por 30° SE.

Os navios mercantes, fundeados fóra do quadro, geralmente, pela maior ou menor proximidade ás canhoneiras de O., podem estimar tambem a sua posição, com sufficiente exactidão, para o caso de que se trata.

Podem tambem verificar a sua posição, pelo enfiamento de algum edificio da beira-mar com algum dos pontos marcados do interior da cidade; e muitas vezes bastará um só alinhamento d'esta especie, comtantoque este fique na direcção approximada da linha do azimuth; por exemplo, um navio que esteja no mesmo alinha-

<sup>1</sup> A declinação da agulha é presentemente (junho de 1867) em Lisboa igual a 20° e 46' e diminue annualmente 5',5, termo medio.

mento do zimborio da Estrella e a chaminé da fabrica do gaz, isto é, em posição que de bordo se projecte a chaminé do gaz sobre o zimborio da Estrella; independentemente do conhecimento da distancia a que fica da margem do norte, sabe-se que deve marcar o castello de Palmella por um pouco mais de  $33^{\circ}$  SE. (magnético).

No caso de se não verificar o enfiamento de dois pontos conhecidos, na direcção approximada das linhas dos azimuths marcadas na carta, póde-se observar o angulo entre qualquer dos dois pontos, que estão alinhados, e outro ponto existente na carta, o qual angulo não seja muito agudo<sup>1</sup>; é claro, que o logar do navio é o ponto de cruzamento da linha do enfiamento dos dois objectos com a linha que passa pelo ponto do qual se observou o angulo. Por exemplo; se do navio se enfiar o balão do observatorio de marinha pelo pau de bandeira do castello, e a distancia angular entre qualquer d'aquelles pontos, e a chaminé do gaz for igual a  $75^{\circ}$ , estará o navio no ponto O., no qual deve marcar o castello de Palmella, por  $54^{\circ} 43'$  SE. ou por  $34^{\circ}$  SE. (magnético).

Se finalmente o navio não ficar (nem approximadamente) no alinhamento de nenhum dos pontos marcados na carta, e querendo obter o ponto com sufficiente exactidão, póde-se suppo-lo em um logar approximado A. Marca-se o castello de Palmella, e em seguida dois pontos situados na carta, e que não façam angulo agudo. Da marcação do castello de Palmella deduz-se um *desvio* approximado, que se deve applicar ás marcações pelas regras sabidas, e estas, assim correctas d'este *desvio* approximado e da *variação* da agulha, darão o logar do navio com bastante approximção para o nosso fim.

Supponhamos um navio, do qual se marcou o castello de Palmella por  $52^{\circ}$  SE., o zimborio da Estrella por  $20^{\circ}$  NO., e o pau de bandeira do castello por  $46^{\circ} \frac{1}{2}$  NE. Suppondo este navio *approximadamente* no ponto A, do qual se deveria marcar Palmella por  $33^{\circ}$  SE. magnético, teremos um *desvio* igual a  $11^{\circ}$  O., com o qual se corrigem as duas marcações: a primeira será, depois de correctá da *desvio* e *variação*, igual a  $52^{\circ}$  NO., e a segunda igual a  $14^{\circ} \frac{1}{2}$  NE.; o ponto de encontro A' das linhas, convenientemente tiradas por aquelles dois pontos, segundo estas direcções, será o logar do navio sufficientemente approximado para determinar o *desvio*.

Com effeito: a differença que ha entre o logar assim calculado

<sup>1</sup> Este angulo póde-se obter pelas differenças de marcações feitas com a agulha de marear, ou com qualquer instrumento de reflexão.

e o verdadeiro é mui pequena, e está abaixo dos erros de observação; o erro que ha n'este caso provém de se traçarem na carta as marcações referidas ao meridiano verdadeiro, correctas de um *desvio* de  $11^{\circ}$ , em vez de ser de  $11^{\circ} \frac{1}{2}$  O, que a agulha realmente devia ter. Se se corrigissem as marcações com o verdadeiro *desvio* ( $11^{\circ} \frac{1}{2}$  O.), achar-se-ia um novo ponto, mui proximo do primeiro, no qual se não podia achar diferença apreciavel no azimuth do castello de Palmella, e por conseguinte no *desvio*.

O que dissemos para o castello de Palmella se póde applicar igualmente á torre ou pharol do Bugio; porém, como este ponto está mais proximo do ancoradouro do que o castello de Palmella (13 kilometros é a distancia media ao ancoradouro), convem que haja mais cautela na apreciação da posição do navio, principalmente na direcção N. S.; na direcção do rio ou proximamente na de ENE. (verdadeiro), como é obvio, nada altera o azimuth qualquer erro no ponto. Por esta rasão tambem não ha a receiar a mudança da posição do navio em consequencia das marés.

Póde acontecer, que durante a operação da determinação do *desvio*, se tenha começado a marcar uma das miras, e que depois ou por interposição de outros navios, ou porque estando o navio aproado em direcção opposta, a posição da agulha não permita o continuar a marcar a primeira mira; póde-se, n'este caso, continuar a operação marcando a outra mira.

O nosso porto, no local do fundeadouro ordinario dos navios, tanto de guerra como mercantes, não admite a possibilidade de fazer girar um navio regular e vagarosamente em todos os rumos, como é mister para uma boa determinação do *desvio*.

Entretanto, no proprio fundeadouro, principalmente em dias de marés pouco fortes, podem-se fazer marcações em pontos proximos do N. ou S. Os navios, geralmente, não se demoram o tempo necessario para se fazerem as marcações das miras, aos rumos afastados das direcções medias da enchente e vasante; todavia, se se aproveitar a occasião em que o navio vae na guinada para o N. ou S., antes de se estabelecer na direcção da maré, podem-se fazer boas marcações nos referidos rumos, no momento em que o navio pára ou começa a retrogradar <sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Convem n'este momento, antes de marcar, dar uns pequenos choques ou abalar a caixa e morteiro da agulha para esta ficar na posição de equilibrio correspondente ao rumo a que o navio chegou; pois por mais perfeita que seja a agulha, nunca a rosa fica estacionaria enquanto o navio gira.

Em dias de marés fracas, e que sopra vento N. fresco, os navios demoram-se bastante tempo aprofados aos rumos dos quadrantes NO. e NE.; similhantemente, havendo vento sul, ha tambem possibilidade de se fazerem marcações com o navio aprofado aos rumos dos quadrantes SO. ou SE.

Para determinar o desvio com regularidade em todas as *quartas* da agulha, ou pelo menos em todas as *meias partidas*, conviria que houvesse, pelo menos, cinco amarrações com boias, sendo uma central e quatro dispostas, duas a duas, nas direcções NE. SO. e NO. SE. (magneticos).

Para isto dever-se-ha escolher um local, onde a agua corra com pouca força. A Cova da Piedade parece servir bem para este fim<sup>1</sup>.

Só d'esta sorte é que se podem fazer com vantagem as observações de intensidade *horisontal* e *vertical*, a fim de determinar o desvio da *banda*, uma das partes mais importantes do desvio.

### Quadro dos azimuths do sol em Lisboa

A estampa (n.º 11) é um quadro graphico, em que estão representados os valores dos azimuths do sol em funcção da sua declinação e da hora, para a latitude de Lisboa.

Serve este quadro para achar o azimuth verdadeiro do sol (contado do N.) a qualquer hora, uma vez que se tenha o tempo verdadeiro até á approximação de um minuto.

Na linha vertical da esquerda, ou no eixo das *ordenadas*, estão marcados os graus da declinação do sol. O ponto 0º, central, corresponde á declinação 0; para cima e para baixo d'este ponto estão marcados e numerados, de cinco em cinco, os 23º e 28' de declinação N. e S.

A linha horisontal inferior ou o eixo das *abscissas*, está dividida em partes, correspondentes ás horas (tempo verdadeiro) da manhã ou da tarde, ou, mais exactamente, aos angulos horarios do sol; estas divisões são de quatro em quatro minutos, e numeradas de doze em doze minutos.

Dos pontos do eixo das *ordenadas*, correspondentes aos diversos graus de declinação do sol, estão traçadas linhas horisontaes,

<sup>1</sup> Depois de escripto este capitulo, foi nomeada uma commissão por ordem de s. ex.ª o sr. ministro da marinha, para tratar dos methodos e local para se determinar o *desvio* nos navios da armada. Esta commissão resolveu estabelecer na Cova da Piedade sete boias, uma central e seis em volta, formando hexagono regular.

que se cruzam em angulo recto com as linhas verticaes que se elevam dos pontos do eixo das abscissas, equidistantes de quatro em quatro minutos.

É claro, que com os tres dados: latitude do logar, declinação do sol e tempo verdadeiro ou angulo horario, podemos obter os azimuths do sol, e traduzi-los em fórma de curvas, como se vêem no quadro.

A uma certa declinação, e a um dado angulo horario do sol, corresponde um azimuth, e este se marca no ponto de encontro das duas rectas que partem da declinação e angulo horario citados.

Assim: para uma serie de angulos horarios e de declinações do sol, corresponderá um mesmo azimuth; se unirmos os pontos que representam todos estes azimuths iguaes, resultará uma curva de igual azimuth.

Foi de uma maneira analoga que se construíram as curvas de azimuths iguaes que se vêem no quadro.

Querendo saber a qualquer hora (tempo verdadeiro) qual é o azimuth do sol, contado do N. verdadeiro; segue-se verticalmente pela linha da hora correspondente até encontrar a linha horisontal, que passa pela declinação do sol d'esse dia, tomada no eixo das ordenadas; a linha curva que passa pelo ponto de encontro d'aquellas linhas mostra o azimuth do sol que se busca. Por exemplo, quer-se saber qual é o azimuth do sol ás dez horas e quatro minutos da manhã (tempo verdadeiro), sendo a declinação do sol  $15^{\circ}$  N. No ponto de encontro das linhas, que representam estes dois elementos, passa a curva dos azimuths de  $125^{\circ}$ : é, portanto, o azimuth do sol a esta hora igual a  $125^{\circ}$  do N. para o S. por E., ou  $55^{\circ}$  SE. verdadeiro.

Supponhamos ainda, que buscâmos o azimuth verdadeiro do sol ás quatro horas e seis minutos da tarde, sendo a declinação do sol  $5^{\circ}$  e  $40'$  N.; a curva que passa mais proxima do ponto de encontro das duas linhas que representam estes elementos (as quaes não estão traçadas, mas que se podem perfeitamente imaginar) é a do azimuth  $104^{\circ}$ ; pôde-se, portanto, estimar approximadamente o azimuth á referida hora em  $104^{\circ}$  e  $10'$  do N. para o S. por O., sem erro apreciavel.

Vê-se, pois, que se pôde usar com vantagem d'este meio para se obter os desvios, quando se não conheçam miras, ou se não vejam bem, ou finalmente, em que será de reconhecida utilidade, para determinar ou verificar a tabella dos desvios ao sair a barra.

Sempre será facil obter o tempo a bordo, com a approximação requerida, por meio do chronometro, e do tempo medio se passa

para o verdadeiro com muita facilidade, applicando-lhe a equação do tempo, como é bem sabido. Não ha alturas do sol a tomar, e muito menos, os calculos dos azimuths a fazer.

Reduz-se a observar os azimuths magneticos do sol e a notar o tempo e o rumo do navio em cada marcação. Com os tempos reduzidos a verdadeiros, e com a declinação do sol, n'esse dia, obtem-se do quadro graphico os azimuths verdadeiros do sol. Da comparação d'estes com os azimuths observados pela agulha, obtem-se a variação e desvio da agulha conjunctamente. Se as diferenças entre os azimuths verdadeiros e os marcados (reduzidos ao ponto N.) forem maiores do que a declinação da agulha ( $20^{\circ} 50'$ ), o excesso será desvio O.; se forem menores, o que falta para  $20^{\circ} 50'$  será desvio E.

No exemplo seguinte se vê as operações que ha a fazer.

Supponhamos, que em um navio (fóra da barra) se fizeram as marcações do sol que abaixo se vêem, nas circumstancias seguintes:

Declinação do sol.....  $12^{\circ}$  N. }  
Equação do tempo....  $15^m,5$  } Variação da agulha....  $20^{\circ}50'0$

Hora media	Rumos do navio pela agulha padrão	Marcações do sol	Hora verdadeira	Azimuths verdadeiros do sol	Azimuths do sol pela agulha contados do N.	Diferença — Variação $\pm$ desvio	Desvio
3 <sup>h</sup> 7 <sup>m</sup> ,0	N.	83°30'NO.	3 <sup>h</sup> 22 <sup>m</sup> ,5	106°50'	83°30'	23°20'	2°30'O.
» 12 ,0	NE.	86 20 SO.	» 27 ,5	105 50	93 40	12 10	8 40 E.
» 15 ,0	E.	80 25 »	» 30 ,5	105 15	99 35	5 40	15 10 »
» 20 ,0	SE.	86 15 »	» 35 ,5	104 15	93 45	10 30	10 20 »
» 24 ,0	S.	83 40 NO.	» 39 ,5	103 30	83 40	19 50	1 0 »
» 30 ,0	SO.	74 40 »	» 45 ,5	102 30	74 40	27 50	7 0 O.
» 37 ,0	O.	67 0 »	» 52 ,5	101 10	67 0	34 10	13 20 »
» 43 ,0	NO.	69 25 »	» 58 ,5	100 0	69 25	30 35	9 45 »

Com estes elementos se construirá a tabella dos desvios para todas as *quartas*, empregando o diagramma de Napier.



## APPENDICE

### RECAPITULAÇÃO DAS PRINCIPAES FORMULAS DA THEORIA DO DESVIO E EXPRESSÕES DOS COEFFICIENTES

$$\delta = A + B \operatorname{sen} \zeta' + C \operatorname{cos} \zeta' + D \operatorname{sen} 2 \zeta' + E \operatorname{cos} 2 \zeta'$$

Equação *approximada* do desvio.

A, B, C, D e E são os coefficients ditos *approximados*, expressos em arco.

$\zeta'$  é o azimuth da prôa do navio, contado do N. da agulha desviada.

Determinam-se os valores d'estes coefficients, observando os desvios ( $\delta$ ) em qualquer numero de rumos ( $\zeta'$ ) equidistantes (ordinariamente em 32, 16, 8 ou 4). Vejam-se as competentes expressões, pag. 48 a 52.

A e E são geralmente mui pequenos ou iguaes a zero. O primeiro, quando a agulha está na secção longitudinal do navio, deve antes ser considerado como proveniente de erro na agulha, erro no azimuth da mira ou na variação da agulha adoptada, do que como uma parte constante do desvio. Da mesma sorte, E só tem valor apreciavel, quando a agulha não está collocada na secção longitudinal.

$$B \operatorname{sen} \zeta' + C \operatorname{cos} \zeta'$$

Estes dois termos constituem o desvio *semi-circular*. B é ordinariamente o principal coefficiente do desvio *semi-circular*.

$\sqrt{B^2 + C^2}$  é a expressão do maximo desvio *semi-circular*.

D  $\text{sen } 2 \zeta' + E \cos 2 \zeta'$  é a expressão do desvio *quadrantal*.

A equação *approximada* do desvio póde-se empregar, sem erro apreciavel, ou que exceda os erros de observação, sempre que o maximo desvio não exceder  $20^\circ$ , ou quando muito 2 *quartas*.

$$\text{sen } \delta = \mathfrak{A} \cos \delta + \mathfrak{B} \text{sen } \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta' + \mathfrak{D} \text{sen } (2 \zeta' + \delta) + \mathfrak{E} \cos (2 \zeta' + \delta)$$

$$\text{tg } \delta = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \text{sen } \zeta + \mathfrak{C} \cos \zeta + \mathfrak{D} \text{sen } 2 \zeta + \mathfrak{E} \cos 2 \zeta}{1 + \mathfrak{B} \cos \zeta - \mathfrak{C} \text{sen } \zeta + \mathfrak{D} \cos 2 \zeta - \mathfrak{E} \text{sen } 2 \zeta}$$

Equações exactas do desvio (pag. 101 e 102)

$$\text{sen } \delta = \frac{1}{1 - \mathfrak{D} \cos 2 \zeta'} \left\{ \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \text{sen } \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta' + \mathfrak{D} \text{sen } 2 \zeta' + \mathfrak{E} \cos 2 \zeta' \right\}$$

equação mui proxima da *exacta* e conveniente em certos casos, pag. 102.

A primeira é expressa nos azimuths contados na agulha desviada ou em rumos da agulha ( $\zeta'$ ); a segunda e terceira nos azimuths magneticos ( $\zeta$ ) ou contados do N. magnetico.

$\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{E}$  são os coefficients *exactos*.

Determinam-se os seus valores directamente pelos desvios observados em condições diversas.

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} + \mathfrak{D} \mathfrak{E} \right\}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\}$$

$$\mathfrak{B} = S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} -$$

$$\mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2} - \frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2} \right\} + \mathfrak{E} \mathfrak{E}$$

$$\mathfrak{C} = S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} -$$

$$\mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\text{cos } \delta_4 - \text{cos } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{cos } \delta_{12} - \text{cos } \delta_{28}}{2} \right\} + \mathfrak{B} \mathfrak{E}$$

As equações precedentes servem para determinar os valores de  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelas observações dos desvios nos 4 pontos *quadrantes* NE., SE., SO. e NO., e  $\mathfrak{E}$  fica indeterminado, pag. 107.

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\} - \mathfrak{D} \mathfrak{E}$$

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\} - \mathfrak{D} \mathfrak{A}$$

$$\mathfrak{B} = (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2}$$

$$\mathfrak{C} = (1 - \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2}$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{E}$ , sendo conhecido  $\mathfrak{D}$ , pelas observações dos desvios nos 4 pontos *cardenas* N., E., S. e O., pag. 109.

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{4} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\}$$

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_{16}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{24}}{2} \right\} - \mathfrak{D} \mathfrak{A}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} &= \frac{1}{2} S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} + \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} - \\ & - \frac{1}{2} \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2} - \frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2} \right\} + \frac{1}{2} (1 + \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} + \frac{1}{2} \mathfrak{C} \mathfrak{C} \\ \mathfrak{C} &= \frac{1}{2} S_4 \left\{ \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{20}}{2} - \frac{\text{sen } \delta_{12} - \text{sen } \delta_{28}}{2} \right\} \\ & - \frac{1}{2} \mathfrak{D} S_4 \left\{ \frac{\cos \delta_4 - \cos \delta_{20}}{2} + \frac{\cos \delta_{12} - \cos \delta_{28}}{2} \right\} \\ & + \frac{1}{2} (1 - \mathfrak{D}) \frac{\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_{16}}{2} + \frac{1}{2} \mathfrak{B} \mathfrak{C} \end{aligned}$$

Equações que determinam os valores dos 5 coefficients pelas observações dos desvios nos 8 rumos principaes N., NE., E., SE., S., SO., O., e NO. pag. 110 e 111.

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{S_4 \text{sen } \delta_4 - \frac{1}{2} (\text{sen } \delta_0 + \text{sen } \delta_8)}{S_4 \cos \delta_4 - \frac{1}{2} (\text{sen } \delta_0 - \text{sen } \delta_8)} \\ \mathfrak{B} &= \text{sen } \delta_8 (1 + \mathfrak{D}) \\ \mathfrak{C} &= \text{sen } \delta_0 (1 - \mathfrak{D}) \end{aligned}$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , suppondo  $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero, pelas observações dos desvios nos rumos de N., NE., e E. (1.º quadrante), pag. 116.

$$\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{-S_4 \text{sen } \delta_{12} + \frac{1}{2} (\text{sen } \delta_8 + \text{sen } \delta_{16})}{S_4 \cos \delta_{12} - \frac{1}{2} (\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{16})} \\ \mathfrak{B} &= \text{sen } \delta_8 (1 + \mathfrak{D}) \\ \mathfrak{C} &= -\text{sen } \delta_{16} (1 - \mathfrak{D}) \end{aligned}$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pelos desvios observados nos rumos E., SE. e S. (2.º quadrante), pag. 116.

$$\mathfrak{D} = \frac{S_4 \operatorname{sen} \delta_{20} - \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_{16} + \operatorname{sen} \delta_{24})}{S_4 \operatorname{cos} \delta_{20} - \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_{16} - \operatorname{sen} \delta_{24})}$$

$$\mathfrak{B} = -\operatorname{sen} \delta_{24} (1 + \mathfrak{D})$$

$$\mathfrak{C} = -\operatorname{sen} \delta_{16} (1 - \mathfrak{D})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero) pelos desvios observados nos rumos S., SO. e O. (3.º quadrante), pag. 117.

$$\mathfrak{D} = \frac{-S_4 \operatorname{sen} \delta_{28} + \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_0 + \operatorname{sen} \delta_{24})}{S_4 \operatorname{cos} \delta_{28} + \frac{1}{2} (\operatorname{sen} \delta_0 - \operatorname{sen} \delta_{24})}$$

$$\mathfrak{B} = -\operatorname{sen} \delta_{24} (1 + \mathfrak{D})$$

$$\mathfrak{C} = \operatorname{sen} \delta_0 (1 - \mathfrak{D})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{D}$ ,  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pelos desvios observados nos rumos O., NO. e N. (4.º quadrante), pag. 117.

$$\mathfrak{D} = \frac{\operatorname{sen} \delta_4 - \operatorname{sen} \delta_{12} - S_4 (\operatorname{sen} \delta_0 - \operatorname{sen} \delta_{16})}{\operatorname{cos} \delta_4 + \operatorname{cos} \delta_{12} - S_4 (\operatorname{sen} \delta_0 - \operatorname{sen} \delta_{16})}$$

$$\mathfrak{B} = \operatorname{sen} \delta_8 (1 + \mathfrak{D})$$

$$\mathfrak{C} = \frac{\operatorname{sen} \delta_0 - \operatorname{sen} \delta_{16}}{2} (1 - \mathfrak{D})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios nos 5 rumos N., NE., E., SE. e S. do 1.º semi-circulo ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pag 118.

$$\mathfrak{D} = \frac{\operatorname{sen} \delta_{20} - \operatorname{sen} \delta_{28} + S_4 (\operatorname{sen} \delta_0 - \operatorname{sen} \delta_{16})}{\operatorname{cos} \delta_{20} + \operatorname{cos} \delta_{28} + S_4 (\operatorname{sen} \delta_0 - \operatorname{sen} \delta_{16})}$$

$$\mathfrak{B} = -\operatorname{sen} \delta_{24} (1 + \mathfrak{D})$$

$$\mathfrak{C} = \frac{\operatorname{sen} \delta_0 - \operatorname{sen} \delta_{16}}{2} (1 - \mathfrak{D})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios nos 5 rumos N., NO., O., SO. e S. do 2.º semi-circulo ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pag. 118.

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_4 - \text{sen } \delta_{28} - S_4 (\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24})}{\cos \delta_4 + \cos \delta_{28} + S_4 (\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24})}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} (1 + \mathfrak{D})$$

$$\mathfrak{C} = \text{sen } \delta_0 (1 - \mathfrak{D})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios nos 5 rumos O., NO., N., NE. e E. do 3.º semi-circulo ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pag. 119.

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_{20} - \text{sen } \delta_{12} + S_4 (\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24})}{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{20} - S_4 (\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24})}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{\text{sen } \delta_8 - \text{sen } \delta_{24}}{2} (1 + \mathfrak{D})$$

$$\mathfrak{C} = -\text{sen } \delta_{16} (1 - \mathfrak{D})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios nos 5 rumos E., SE., S., SO. e O. do 4.º semi-circulo ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pag. 119.

$$\mathfrak{D} = -\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}$$

$$\mathfrak{B} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{12}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{12})$$

$$\mathfrak{C} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{28}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{28})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios nos 3 pontos *quadrantes* NO., NE. e SE. ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pag. 120.

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}$$

$$\mathfrak{B} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{12}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{12})$$

$$\mathfrak{C} = -S_4 (\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{20}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{12} - \cos \delta_{20})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios nos pontos *quadrantes* NE., SE. e SO. ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pag. 120.

$$\mathfrak{D} = -\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}$$

$$\mathfrak{B} = -S_4 (\text{sen } \delta_{20} + \text{sen } \delta_{28}) + \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{20} - \cos \delta_{28})$$

$$\mathfrak{C} = -S_4 (\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{20}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{12} - \cos \delta_{20})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios nos 3 pontos *quadrantales* SE., SO. e NO. ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero, pag. 121).

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{20}}{\cos \delta_4 + \cos \delta_{20}}$$

$$\mathfrak{B} = -S_4 (\text{sen } \delta_{20} + \text{sen } \delta_{28}) + \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_{20} - \cos \delta_{28})$$

$$\mathfrak{C} = S_4 (\text{sen } \delta_4 + \text{sen } \delta_{28}) - \mathfrak{D} S_4 (\cos \delta_4 - \cos \delta_{28})$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pelos desvios nos 3 pontos *quadrantales* SO., NO. e NE. ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero, pag. 121).

$$\mathfrak{D} = \frac{\text{sen } \delta_1 \text{sen}(\zeta'_3 - \zeta'_2) + \text{sen } \delta_2 \text{sen}(360^\circ + \zeta'_1 - \zeta'_3) + \text{sen } \delta_3 \text{sen}(\zeta'_2 - \zeta'_1)}{\text{sen}(2\zeta'_1 + \delta_1) \text{sen}(\zeta'_3 - \zeta'_2) + \text{sen}(2\zeta'_2 + \delta_2) \text{sen}(360^\circ + \zeta'_1 - \zeta'_3) + \text{sen}(2\zeta'_3 + \delta_3) \text{sen}(\zeta'_2 - \zeta'_1)}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{\text{sen } \delta_1 \text{sen } \zeta'_2 - \text{sen } \delta_2 \text{sen } \zeta'_1}{\text{sen}(\zeta'_2 - \zeta'_1)} - \mathfrak{D} \frac{\text{sen}(2\zeta'_1 + \delta_1) \text{sen } \zeta'_2 - \text{sen}(2\zeta'_2 + \delta_2) \text{sen } \zeta'_1}{\text{sen}(\zeta'_2 - \zeta'_1)}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{\text{sen } \delta_1}{\text{sen } \zeta'_1} - \mathfrak{C} \cotg \zeta'_1 - \mathfrak{D} \frac{\text{sen}(2\zeta'_1 + \delta_1)}{\text{sen } \zeta'_1}$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$  pelos desvios  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ , observados em quaesquer 3 azimuths ou rumos da agulha  $\zeta'_1$ ,  $\zeta'_2$  e  $\zeta'_3$  ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pag. 127. As duas ultimas determinam os valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ , quando for conhecido  $\mathfrak{D}$ , pelos desvios  $\delta_1$  e  $\delta_2$  em 2 rumos  $\zeta'_1$  e  $\zeta'_2$ .

$$H' = H \frac{T^2}{T'^2}$$

Equação que determina a força horisontal ou directriz da agulha a bordo ( $H'$ ), estando o navio a proa a um rumo qualquer, sendo conhecida a força horisontal  $H$  em terra.

T é o tempo em que se executa um certo numero de oscillações de uma agulha em terra; T' é o tempo do mesmo numero de oscillações da mesma agulha a bordo, estando o navio aproado ao rumo citado.

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{T_2^2}{T_1^2}$$

Equação que liga os valores da força horisontal ou directriz da agulha, estando o navio aproado a 2 rumos da agulha  $\zeta'_1$  e  $\zeta'_2$ . T'\_1 é o tempo de um certo numero de oscillações de uma agulha, com o navio aproado ao rumo da agulha  $\zeta'_1$ , e T'\_2 é o tempo do mesmo numero de oscillações da mesma agulha, aproando o navio a outro rumo  $\zeta'_2$ , pag. 132.

$$\lambda H = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H_1 \cos \zeta'_1 - H_2 \cos \zeta'_2}{\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2} + \frac{H_1 \sin \zeta'_1 - H_2 \sin \zeta'_2}{\sin \zeta_1 - \sin \zeta_2} \right\}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{2\lambda H} \left\{ \frac{H_1 \cos \zeta'_1 - H_2 \cos \zeta'_2}{\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2} - \frac{H_1 \sin \zeta'_1 - H_2 \sin \zeta'_2}{\sin \zeta_1 - \sin \zeta_2} \right\}$$

$$\mathfrak{B} = + \frac{1}{2} \left\{ \frac{H_1}{\lambda H} \cos \zeta'_1 + \frac{H_2}{\lambda H} \cos \zeta'_2 \right\} - \frac{1}{2} (1 + \mathfrak{D}) (\cos \zeta_1 + \cos \zeta_2)$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{1}{2} \left\{ \frac{H_1}{\lambda H} \sin \zeta'_1 + \frac{H_2}{\lambda H} \sin \zeta'_2 \right\} + \frac{1}{2} (1 - \mathfrak{D}) (\sin \zeta_1 + \sin \zeta_2)$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pela força horisontal  $H'_1$  e  $H'_2$ , e desvios observados em 2 rumos  $\zeta'_1$  e  $\zeta'_2$  ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  suppostos iguaes a zero), pag. 129.

$$\mathfrak{D} = \frac{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_1 \right) - \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} - \zeta'_2 \right)}{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_1 \right) - \cos \left( \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} + \zeta'_2 \right)}$$

$$\mathfrak{B} = - (1 + \mathfrak{D}) \frac{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \zeta'_1 \cos \zeta_2 - \cos \zeta'_2 \cos \zeta_1}{\frac{H'_1}{H'_2} \cos \zeta'_1 - \cos \zeta'_2}$$

$$\mathfrak{C} = + (1 - \mathfrak{D}) \frac{\frac{H'_1}{H'_2} \operatorname{sen} \zeta'_1 \operatorname{sen} \zeta_2 - \operatorname{sen} \zeta'_2 \operatorname{sen} \zeta_1}{\frac{H'_1}{H'_2} \operatorname{sen} \zeta'_1 - \operatorname{sen} \zeta'_2}$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pela força horizontal (relativa), e desvios observados em 2 rumos  $\zeta'_1$  e  $\zeta'_2$ , quando se não possa observar  $H$  em terra ( $\mathfrak{A}$  e  $\mathfrak{E}$  iguaes a zero), pag. 130.

$$(1 + a) = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 - \frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2 \right\}}{\frac{1}{2} (\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2)}$$

$$\lambda \mathfrak{B} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 + \frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2 \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \cos \zeta_1 + \cos \zeta_2 \right\} (1 + a)$$

$$(1 + e) = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \operatorname{sen} \zeta'_1 - \frac{H'_2}{H} \operatorname{sen} \zeta'_2 \right\}}{\frac{1}{2} (\operatorname{sen} \zeta_1 - \operatorname{sen} \zeta_2)}$$

$$\lambda \mathfrak{C} = - \frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_1}{H} \operatorname{sen} \zeta'_1 + \frac{H'_2}{H} \operatorname{sen} \zeta'_2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{sen} \zeta_1 + \operatorname{sen} \zeta_2 \right\} (1 + e)$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ (1 + a) + (1 + e) \right\} \qquad \lambda \mathfrak{D} = \frac{1}{2} \left\{ (1 + a) - (1 + e) \right\}$$

Equações que determinam os valores de  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$  e  $\mathfrak{D}$ , pela observação da força horizontal a bordo e desvios, estando o navio aproado a 2 rumos  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  proximamente oppostos, pag. 135 e 136.

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2\lambda} \left\{ \frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 + \frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2 \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \cos \zeta_1 + \cos \zeta_2 \right\} (1 + \mathfrak{D})$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{1}{2\lambda} \left\{ \frac{H'_1}{H} \operatorname{sen} \zeta'_1 + \frac{H'_2}{H} \operatorname{sen} \zeta'_2 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{sen} \zeta_1 + \operatorname{sen} \zeta_2 \right\} (1 - \mathfrak{D})$$

Equações que determinam  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  pelas observações da força horizontal e desvios em 2 rumos, proximamente oppostos, quando  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$  são conhecidos, pag. 138.

$$\mathfrak{B} = + \frac{1}{\lambda} \frac{H_1}{H} \cos \zeta_1 - (1 + \mathfrak{D}) \cos \zeta_1$$

$$\mathfrak{C} = - \frac{1}{\lambda} \frac{H_1}{H} \sin \zeta_1 + (1 - \mathfrak{D}) \sin \zeta_1$$

Equações que determinam  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  pelas observações de força horisontal em um unico rumo  $\zeta_1$ , quando sejam conhecidos  $\lambda$  e  $\mathfrak{D}$ , pag. 138.

$$\mathfrak{A} = \text{sen A}$$

$$\mathfrak{B} = \text{sen B} \left( 1 + \frac{1}{2} \text{sen D} + \frac{1}{12} \text{senvers B} - \frac{1}{4} \text{senvers C} \right) + \frac{1}{2} \text{sen E sen C}$$

$$\mathfrak{C} = \text{sen C} \left( 1 - \frac{1}{2} \text{sen D} + \frac{1}{12} \text{senvers C} - \frac{1}{4} \text{senvers B} \right) + \frac{1}{2} \text{sen B sen E}$$

$$\mathfrak{D} = \text{sen D} \left( 1 + \frac{1}{2} \text{senvers D} \right)$$

$$\mathfrak{E} = \text{sen E} - \text{sen A sen D.}$$

Equações que determinam os valores dos coefficients *exactos*, sendo conhecidos os coefficients *aproximados*. Estas formulas são approximadas até aos termos de 3.<sup>a</sup> ordem, pag. 143 e 144.

*a, b, c, d, e, f, g, h* e *k* são nove coefficients, que entram na equação geral do desvio, e que representam, na maior generalidade, a acção sobre a agulha de todo o ferro *macio* de bordo; segundo os seus signaes, podem ser representados por algum dos systemas de nove barras de ferro *macio* (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 2.<sup>a</sup>), pag. 156 e 157.

P, Q e R são tres coefficients relativos ao magnetismo *sub-permanente* do ferro *duro*, e que podem ser representados, segundo os seus signaes, por algum dos systemas de tres barras magneticas (Fig. 2.<sup>a</sup>, Est. 2.<sup>a</sup>), pag. 155 e 156.

Estes doze coefficients, combinados com os elementos magneticos terrestres, e com um coefficiente auxiliar  $\lambda$ , entram na formação dos cinco coefficients da equação do desvio  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{E}$ , como abaixo se vê.

$\lambda = 1 + \frac{a+e}{2}$  é um coefficiente, geralmente menor do que a unidade, e representa tambem a força media *directriz* da agulha a bordo, expressa na força horisontal terrestre como unidade.

Obtem-se o valor de  $\lambda$ , conhecendo o desvio  $\delta$  e o valor de  $\frac{H'}{H}$ , ou da força directriz da agulha, estando o navio aproado a um rumo qualquer, ou por dois valores de  $\frac{H'}{H}$ , em 2 rumos da agulha e correspondentes desvios.

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\frac{H'_1}{H} \cos \zeta'_1 - \frac{H'_2}{H} \cos \zeta'_2}{\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2} + \frac{\frac{H'_1}{H} \sin \zeta'_1 - \frac{H'_2}{H} \sin \zeta'_2}{\sin \zeta_1 - \sin \zeta_2} \right\}$$

Formula que determina o valor de  $\lambda$  pela observação da força horizontal e de desvios em 2 rumos  $\zeta'_1$  e  $\zeta'_2$ , pag. 129.

$$\lambda = \frac{H'}{H} \frac{1}{(1 + \mathfrak{B} \cos \zeta - \mathfrak{C} \sin \zeta + \mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{E} \sin 2\zeta) \sec \delta}$$

Formula que serve para obter o valor de  $\lambda$ , pela observação da força horizontal e do desvio, em um unico rumo, conhecendo previamente os valores dos 4 coefficients  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\mathfrak{D}$  e  $\mathfrak{E}$ , pag. 129.

$\mathfrak{A} = \frac{d-b}{2\lambda}$  é o termo constante do desvio. Seu valor real é zero, quando o ferro *macio* está disposto symmetricamente de cada lado da agulha. O valor de  $\mathfrak{A}$  não se póde distinguir do erro inicial da agulha (angulo entre o meridiano marcado na rosa e o eixo magnetico da barra) ou do erro proveniente de se adoptar uma variação da agulha pouco exacta, pag. 162.

$\mathfrak{B} = \frac{1}{\lambda} \left( c \operatorname{tg} \theta + \frac{P}{H} \right)$  é ordinariamente o principal coefficiente do desvio *semi-circular*, ou o maximo desvio *semi-circular* proveniente das forças no sentido longitudinal do navio:  $c \operatorname{tg} \theta$  provém do ferro *macio*;  $\frac{P}{H}$  do ferro *duro*, pag. 163.

$\mathfrak{C} = \frac{1}{\lambda} \left( f \operatorname{tg} \theta + \frac{Q}{H} \right)$  é o outro coefficiente do desvio *semi-circular*, ou o maximo desvio *semi-circular* proveniente das forças lateraes (BB a EB);  $f \operatorname{tg} \theta$  provém do ferro *macio*;  $\frac{Q}{H}$  do ferro *duro*, pag. 165.

$\sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$  é a expressão do máximo desvio *semi-circular*, pag. 170.

$\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{B}} = \operatorname{tg} \alpha$ . Denomina-se  $\alpha$  angulo de EB, ou o angulo, medido para a direita da linha longitudinal do navio, entre esta linha e a direcção em que actua a força horisontal, que causa o desvio *semi-circular*, pag. 170.

$\sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2} \operatorname{sen} (\zeta' + \alpha)$  é a expressão do desvio *semi-circular*, para qualquer azimuth  $\zeta'$  da agulha em que o navio aprõe, pag. 170.

$\mathfrak{D} = \frac{a - e}{2\lambda}$  é o principal coefficiente do desvio *quadrantal*, ou o máximo desvio *quadrantal* causado pelo ferro *macio*, collocado symetricamente em relação á agulha, pag. 159.

$\frac{\mathfrak{D}}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) = \frac{a}{2\lambda}$  é a parte de  $\mathfrak{D}$  proveniente do ferro *macio*, na direcção da pôpa á prôa, pag. 160.

$\frac{\mathfrak{D}}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) = -\frac{e}{2\lambda}$  é a parte de  $\mathfrak{D}$  proveniente do ferro *macio* na direcção transversal, pag. 160.

$\mathfrak{G} = \frac{d + b}{2\lambda}$  é o coefficiente secundario do desvio *quadrantal*, ou o máximo desvio *quadrantal* proveniente do ferro *macio*, não collocado symetricamente em relação á agulha, pag. 162.

$$\frac{P}{\lambda} + \frac{c}{\lambda} H \operatorname{tg} \theta = \mathfrak{B} H; \quad \frac{Q}{\lambda} + \frac{f}{\lambda} H \operatorname{tg} \theta = \mathfrak{C} H$$

$$\frac{P}{\lambda} + \frac{c}{\lambda} H_1 \operatorname{tg} \theta' = \mathfrak{B}' H_1; \quad \frac{Q}{\lambda} + \frac{f}{\lambda} H_1 \operatorname{tg} \theta' = \mathfrak{C}' H_1$$

São as equações que determinam P, c, Q e f, quando  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  têm sido obtidos em duas posições geographicas, onde H e  $\theta$  são differentes, pag. 164.

$$\frac{1}{\mathfrak{B}H} \frac{P}{\lambda} + \frac{1}{\mathfrak{B} \cot \theta} \frac{c}{\lambda} = 1; \quad \frac{1}{\mathfrak{C}H} \frac{Q}{\lambda} + \frac{1}{\mathfrak{C} \cot \theta} \frac{f}{\lambda} = 1$$

$$\frac{1}{\mathfrak{B}H_1} \frac{P}{\lambda} + \frac{1}{\mathfrak{B}' \cot \theta'} \frac{c}{\lambda} = 1, \quad \frac{1}{\mathfrak{C}H_1} \frac{Q}{\lambda} + \frac{1}{\mathfrak{C}' \cot \theta'} \frac{f}{\lambda} = 1$$

São as equações antecedentes, transformadas, para se determinar P, c, Q e f por um processo graphico, pag. 164 e 165.

$$\frac{P}{\lambda} = \frac{\Sigma (\text{tg}^2 \theta) \times \Sigma \left( \frac{1}{H} \mathfrak{B} \right) - \Sigma \left( \frac{1}{H} \text{tg} \theta \right) \times \Sigma (\mathfrak{B} \text{tg} \theta)}{\Sigma (\text{tg}^2 \theta) \times \Sigma \left( \frac{1}{H^2} \right) - \left\{ \Sigma \left( \frac{1}{H} \text{tg} \theta \right) \right\}^2}$$

$$\frac{Q}{\lambda} = \frac{\Sigma (\text{tg}^2 \theta) \times \Sigma \left( \frac{1}{H} \mathfrak{C} \right) - \Sigma \left( \frac{1}{H} \text{tg} \theta \right) \times \Sigma (\mathfrak{C} \text{tg} \theta)}{\Sigma (\text{tg}^2 \theta) \times \Sigma \left( \frac{1}{H^2} \right) - \left\{ \Sigma \left( \frac{1}{H} \text{tg} \theta \right) \right\}^2}$$

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{\Sigma \left( \frac{1}{H^2} \right) \times \Sigma (\mathfrak{B} \text{tg} \theta) - \Sigma \left( \frac{1}{H} \text{tg} \theta \right) \times \Sigma \left( \frac{1}{H} \mathfrak{B} \right)}{\Sigma (\text{tg}^2 \theta) \times \Sigma \left( \frac{1}{H^2} \right) - \left\{ \Sigma \left( \frac{1}{H} \text{tg} \theta \right) \right\}^2}$$

$$\frac{f}{\lambda} = \frac{\Sigma \left( \frac{1}{H^2} \right) \times \Sigma (\mathfrak{C} \text{tg} \theta) - \Sigma \left( \frac{1}{H} \text{tg} \theta \right) \times \Sigma \left( \frac{1}{H} \mathfrak{C} \right)}{\Sigma (\text{tg}^2 \theta) \times \Sigma \left( \frac{1}{H^2} \right) - \left\{ \Sigma \left( \frac{1}{H} \text{tg} \theta \right) \right\}^2}$$

Equações que determinam os valores mais prováveis de P, Q, c e f, quando se têm os valores de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$  em mais de duas posições geographicas, pag. 166.

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{\mathfrak{B}i - \mathfrak{B}i'}{i - i'} - \frac{\mathfrak{C}i - \mathfrak{C}i'}{i - i'}$$

$$\frac{P}{\lambda} = \mathfrak{B}H - \frac{c}{\lambda} H \text{tg} \theta$$

Equações que determinam  $\frac{c}{\lambda}$  e  $\frac{P}{\lambda}$ , quando ha os valores de  $\mathfrak{B}$ , H e  $\theta$ , e se têm também observado os desvios com o navio inclinado, a um ou outro bordo, em dois angulos  $i$  e  $i'$ , pag. 184.

$\mu = 1 + k + \frac{R}{Z}$  é a expressão da parte da força vertical a bordo, que provém: 1.º, da força vertical terrestre ( $Z$ ); 2.º, da indução vertical sobre o ferro *macio* ( $k$ ); 3.º, da componente  $R$  do magnetismo do ferro *duro*, pag. 99.

$\frac{Z'}{Z} = \frac{T^2}{T'^2}$ : equação que determina o valor da força vertical a bordo ( $Z'$ ) expresso no da força vertical em terra ( $Z$ ) como unidade.

$T$  é o tempo de um certo numero de oscillações de uma agulha feitas em terra, no plano vertical  $E-O$ ;  $T'$  é o tempo do mesmo numero de oscillações, executadas pela mesma agulha, em um plano analogo a bordo, pag. 185.

$\frac{Z'}{Z} = \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} \cos \epsilon - \frac{h}{\operatorname{tg} \theta} \operatorname{sen} \epsilon + \mu$ : equação por meio da qual se determina  $\mu$ ,  $g$  e  $h$ , quando se tem observado  $\frac{Z'}{Z}$  em 4, 8 ou 16 rumos equidistantes, pag. 185.

$\mu = \frac{1}{2} \left( \frac{Z'_1}{Z} + \frac{Z'_2}{Z} \right)$ : equação para determinar o valor de  $\mu$ , quando se tem observado  $\frac{Z'}{Z}$  em 2 rumos magneticos correctos,  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$ , oppostos, pag. 185.

$$\mu = \frac{\frac{Z'_1}{Z} \operatorname{sen} (\epsilon_3 - \epsilon_2) + \frac{Z'_2}{Z} \operatorname{sen} (360^\circ + \epsilon_1 - \epsilon_3) + \frac{Z'_3}{Z} \operatorname{sen} (\epsilon_2 - \epsilon_1)}{\operatorname{sen} (\epsilon_3 - \epsilon_2) + \operatorname{sen} (360^\circ + \epsilon_1 - \epsilon_3) + \operatorname{sen} (\epsilon_2 - \epsilon_1)}$$

$$\frac{g}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{\frac{Z'_1}{Z} (\operatorname{sen} \epsilon_2 - \operatorname{sen} \epsilon_3) + \frac{Z'_2}{Z} (\operatorname{sen} \epsilon_3 - \operatorname{sen} \epsilon_1) + \frac{Z'_3}{Z} (\operatorname{sen} \epsilon_1 - \operatorname{sen} \epsilon_2)}{\operatorname{sen} (\epsilon_3 - \epsilon_2) + \operatorname{sen} (360^\circ + \epsilon_1 - \epsilon_3) + \operatorname{sen} (\epsilon_2 - \epsilon_1)}$$

$$\frac{h}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{\frac{Z'_1}{Z} (\cos \epsilon_2 - \cos \epsilon_3) + \frac{Z'_2}{Z} (\cos \epsilon_3 - \cos \epsilon_1) + \frac{Z'_3}{Z} (\cos \epsilon_1 - \cos \epsilon_2)}{\operatorname{sen} (\epsilon_3 - \epsilon_2) + \operatorname{sen} (360^\circ + \epsilon_1 - \epsilon_3) + \operatorname{sen} (\epsilon_2 - \epsilon_1)}$$

Equações que determinam  $\mu$ ,  $g$  e  $h$ , quando se tenham observado os valores de  $\frac{Z'}{Z}$  em 3 rumos não equidistantes, pag. 186.

$$\mu = \frac{\sum \frac{Z'}{Z} \sum \cos^2 \zeta - \sum \frac{Z'}{Z} \cos \zeta \sum \cos \zeta}{n \sum \cos^2 \zeta - (\sum \cos \zeta)^2}$$

$$\frac{g}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{n \sum \frac{Z'}{Z} \cos \zeta - \sum \frac{Z'}{Z} \sum \cos \zeta}{n \sum \cos^2 \zeta - (\sum \cos \zeta)^2}$$

Equações que dão os valores de  $\mu$  e  $g$ , quando temos observações de  $\frac{Z'}{Z}$  em mais de 3 azimuths ( $h$  supõe-se igual a zero), pag. 187.

$$\mu = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{Z'_1}{Z} \cos \zeta_2 - \frac{Z'_2}{Z} \cos \zeta_1 \right\}}{\frac{1}{2} (\cos \zeta_2 + \cos \zeta_1)}; \quad \frac{g}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{\frac{1}{2} \left\{ \frac{Z'_1}{Z} - \frac{Z'_2}{Z} \right\}}{\frac{1}{2} (\cos \zeta_1 - \cos \zeta_2)}$$

Equações que dão os valores de  $\mu$  e  $g$ , quando se tem observado  $\frac{Z'}{Z}$  em 2 rumos, mas não oppostos ( $h=0$ ), pag. 189.

$\mu = \frac{Z'}{Z}$ : valor de  $\mu$  quando  $\frac{Z'}{Z}$  é observado aos rumos de E. ou O. magneticos ( $h$  supposto igual a zero), pag. 190.

$\mathfrak{C}' = \mathfrak{C} + J i = \mathfrak{C} + \left( 1 - \mathfrak{D} - \frac{\mu}{\lambda} \right) \operatorname{tg} \theta i$ ; coefficiente  $\mathfrak{C}$ , alterado pela inclinação ( $i$ ) do navio ( $i$  é positivo para EB), pag. 179.

$J = \left( 1 - \mathfrak{D} - \frac{\mu}{\lambda} \right) \operatorname{tg} \theta$  é o coefficiente do desvio da *banda*, ou o desvio da agulha proveniente da inclinação do navio de  $1^\circ$  para EB.

Ordinariamente  $\left( 1 - \mathfrak{D} - \frac{\mu}{\lambda} \right)$  é uma quantidade negativa para as agulhas collocadas em posições elevadas, o que quer dizer, que a inclinações para EB, ou positivas, correspondem desvios da agulha negativos, ou para BB, ou que a agulha é desviada, ordinariamente, para o lado de barlavento.

$\left( 1 - \mathfrak{D} - \frac{1}{\lambda} \right) \operatorname{tg} \theta = \frac{e}{\lambda} \operatorname{tg} \theta$  é a parte do coefficiente do desvio da *banda* proveniente de  $e$ , ou do ferro *macio* transversal.

—  $\left(\frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right) \operatorname{tg} \theta = -\frac{1}{\lambda} \left(k \operatorname{tg} \theta + \frac{R}{H}\right) \operatorname{tg} \theta$  é a parte do coefficiente do desvio da *banda*, proveniente da *inducção* vertical no ferro *macio*  $k$ , e da força vertical do ferro *duro*  $R$ , pag. 181.

$$Ji = -\left\{\frac{R}{H} + (k - e) \operatorname{tg} \theta\right\} \frac{i}{\lambda}$$

Expressão do desvio da *banda* a mais conveniente para calcular as suas variações provenientes das mudanças de posição geographica, pag. 180.

$\frac{\mu}{\lambda} = 1 - \mathfrak{D}$  ou  $\mu = 1 \mp e$ : equações de condição, para que não haja desvio da *banda*.

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \delta = \frac{1}{1 - \mathfrak{D} \cos 2\zeta'} & \left\{ \mathfrak{B} \operatorname{sen} \zeta' + (\mathfrak{G} + Ji) \cos \zeta' + \mathfrak{D} \operatorname{sen} 2\zeta' \right. \\ & \left. + \left(\frac{c}{\lambda} \operatorname{sen}^2 \zeta' - \frac{g}{\lambda} \cos 2\zeta'\right) i \right\} \end{aligned}$$

Equação approximada do desvio, incluindo o effeito da inclinação ( $i$ ) do navio, pag. 180.

## TABELLA

DOS

Productos dos arcos, de 5' em 5' (de 0°0' a 33.55') pelos senos dos rumos,  
de quarta em quarta

---

$$S_1 = \text{Sen. nat. } 11^{\circ}15' = 0,19509$$

$$S_2 = \text{Sen. nat. } 22\ 30 = 0,38268$$

$$S_3 = \text{Sen. nat. } 33\ 45 = 0,55557$$

$$S_4 = \text{Sen. nat. } 45\ 0 = 0,70710$$

$$S_5 = \text{Sen. nat. } 56\ 15 = 0,83147$$

$$S_6 = \text{Sen. nat. } 67\ 30 = 0,92388$$

$$S_7 = \text{Sen. nat. } 78\ 45 = 0,98078$$

## Productos dos arcos

Arcos 0°0'–3°35'	S <sub>1</sub> (Sen. 11°45')	S <sub>2</sub> (Sen. 22°30')	S <sub>3</sub> (Sen. 33°45')	S <sub>4</sub> (Sen. 45°0')	S <sub>5</sub> (Sen. 56°15')	S <sub>6</sub> (Sen. 67°30')	S <sub>7</sub> (Sen. 78°45')	Arcos 0°0'–3°35'
0° 0'	0° 0'	0° 0'	0° 0'	0° 0'	0° 0'	0° 0'	0° 0'	0° 0'
0 5	0 1	0 2	0 3	0 4	0 4	0 5	0 5	0 5
0 10	0 2	0 4	0 6	0 7	0 8	0 9	0 10	0 10
0 15	0 3	0 6	0 8	0 11	0 12	0 14	0 15	0 15
0 20	0 4	0 8	0 11	0 14	0 17	0 18	0 20	0 20
0 25	0 5	0 10	0 14	0 18	0 21	0 23	0 24	0 25
0 30	0 6	0 11	0 17	0 21	0 25	0 28	0 29	0 30
0 35	0 7	0 13	0 19	0 25	0 29	0 32	0 34	0 35
0 40	0 8	0 15	0 22	0 28	0 33	0 37	0 39	0 40
0 45	0 9	0 17	0 25	0 32	0 39	0 42	0 44	0 45
0 50	0 10	0 19	0 28	0 35	0 42	0 46	0 49	0 50
0 55	0 11	0 21	0 31	0 39	0 46	0 51	0 54	0 55
1 0	0 12	0 23	0 33	0 42	0 50	0 55	0 59	1 0
1 5	0 13	0 25	0 36	0 46	0 54	1 0	1 4	1 5
1 10	0 14	0 27	0 39	0 49	0 58	1 5	1 9	1 10
1 15	0 15	0 29	0 42	0 53	1 2	1 9	1 14	1 15
1 20	0 16	0 31	0 44	0 57	1 7	1 14	1 18	1 20
1 25	0 17	0 33	0 47	1 0	1 11	1 19	1 23	1 25
1 30	0 18	0 34	0 50	1 4	1 15	1 23	1 28	1 30
1 35	0 19	0 36	0 53	1 7	1 19	1 28	1 33	1 35
1 40	0 20	0 38	0 56	1 11	1 23	1 32	1 38	1 40
1 45	0 21	0 40	0 58	1 14	1 27	1 37	1 43	1 45
1 50	0 22	0 42	1 1	1 18	1 32	1 42	1 48	1 50
1 55	0 22	0 44	1 4	1 21	1 36	1 46	1 53	1 55
2 0	0 23	0 46	1 7	1 25	1 40	1 51	1 58	2 0
2 5	0 24	0 48	1 9	1 28	1 44	1 56	2 3	2 5
2 10	0 25	0 50	1 12	1 32	1 48	2 0	2 8	2 10
2 15	0 26	0 52	1 15	1 36	1 52	2 5	2 12	2 15
2 20	0 27	0 54	1 18	1 39	1 56	2 9	2 17	2 20
2 25	0 28	0 56	1 21	1 43	2 1	2 14	2 22	2 25
2 30	0 29	0 57	1 23	1 46	2 5	2 19	2 27	2 30
2 35	0 30	0 59	1 26	1 50	2 9	2 23	2 32	2 35
2 40	0 31	1 1	1 29	1 53	2 13	2 28	2 37	2 40
2 45	0 32	1 3	1 32	1 57	2 17	2 32	2 42	2 45
2 50	0 33	1 5	1 34	2 0	2 21	2 37	2 47	2 50
2 55	0 34	1 7	1 37	2 4	2 26	2 42	2 52	2 55
3 0	0 35	1 9	1 40	2 7	2 30	2 46	2 57	3 0
3 5	0 36	1 11	1 43	2 11	2 34	2 51	3 1	3 5
3 10	0 37	1 13	1 46	2 14	2 38	2 56	3 6	3 10
3 15	0 38	1 15	1 48	2 18	2 42	3 0	3 11	3 15
3 20	0 39	1 17	1 51	2 21	2 46	3 5	3 16	3 20
3 25	0 40	1 19	1 54	2 25	2 50	3 9	3 21	3 25
3 30	0 41	1 20	1 57	2 29	2 55	3 14	3 26	3 30
3 35	0 42	1 22	1 59	2 32	2 59	3 19	3 31	3 35

## Pelos senos dos rumos

Arcos	S <sub>1</sub> (Sen. 11° 45')	S <sub>2</sub> (Sen. 22° 30')	S <sub>3</sub> (Sen. 33° 45')	S <sub>4</sub> (Sen. 44°)	S <sub>5</sub> (Sen. 56° 45')	S <sub>6</sub> (Sen. 67° 30')	S <sub>6</sub> (Sen. 78° 45')	Arcos
3° 40'	0° 43'	1° 24'	2° 2'	2° 36'	3° 3'	3° 23'	3° 36'	3° 40'
3 45	0 44	1 26	2 5	2 39	3 7	3 28	3 41	3 45
3 50	0 45	1 28	2 8	2 43	3 11	3 33	3 46	3 50
3 55	0 46	1 30	2 11	2 46	3 15	3 37	3 51	3 55
4 0	0 47	1 32	2 13	2 50	3 20	3 42	3 55	4 0
4 5	0 48	1 34	2 16	2 53	3 24	3 46	4 0	4 5
4 10	0 49	1 36	2 19	2 57	3 28	3 51	4 5	4 10
4 15	0 50	1 38	2 22	3 0	3 32	3 56	4 10	4 15
4 20	0 51	1 40	2 24	3 4	3 36	4 0	4 15	4 20
4 25	0 52	1 41	2 27	3 7	3 40	4 5	4 20	4 25
4 30	0 53	1 43	2 30	3 11	3 45	4 10	4 25	4 30
4 35	0 54	1 45	2 33	3 15	3 49	4 14	4 30	4 35
4 40	0 55	1 47	2 36	3 18	3 53	4 19	4 35	4 40
4 45	0 56	1 49	2 38	3 22	3 57	4 23	4 40	4 45
4 50	0 57	1 51	2 41	3 25	4 1	4 28	4 44	4 50
4 55	0 58	1 53	2 44	3 29	4 5	4 33	4 49	4 55
5 0	0 59	1 55	2 47	3 32	4 9	4 37	4 54	5 0
5 5	1 0	1 57	2 49	3 36	4 14	4 42	4 59	5 5
5 10	1 1	1 59	2 52	3 39	4 18	4 46	5 4	5 10
5 15	1 2	2 1	2 55	3 43	4 22	4 51	5 9	5 15
5 20	1 2	2 3	2 58	3 46	4 26	4 56	5 14	5 20
5 25	1 3	2 4	3 1	3 50	4 30	5 0	5 19	5 25
5 30	1 4	2 6	3 3	3 53	4 34	5 5	5 24	5 30
5 35	1 5	2 8	3 6	3 57	4 39	5 10	5 29	5 35
5 40	1 6	2 10	3 9	4 0	4 43	5 14	5 34	5 40
5 45	1 7	2 12	3 12	4 4	4 47	5 19	5 38	5 45
5 50	1 8	2 14	3 14	4 8	4 51	5 23	5 43	5 50
5 55	1 9	2 16	3 17	4 11	4 55	5 28	5 48	5 55
6 0	1 10	2 18	3 20	4 15	4 59	5 33	5 53	6 0
6 5	1 11	2 20	3 23	4 18	5 4	5 37	5 58	6 5
6 10	1 12	2 22	3 26	4 22	5 8	5 42	6 3	6 10
6 15	1 13	2 24	3 28	4 25	5 12	5 46	6 8	6 15
6 20	1 14	2 25	3 31	4 29	5 16	5 51	6 13	6 20
6 25	1 15	2 27	3 34	4 32	5 20	5 56	6 18	6 25
6 30	1 16	2 29	3 37	4 36	5 24	6 0	6 23	6 30
6 35	1 17	2 31	3 39	4 39	5 28	6 5	6 27	6 35
6 40	1 18	2 33	3 42	4 43	5 33	6 10	6 32	6 40
6 45	1 19	2 35	3 45	4 46	5 37	6 14	6 37	6 45
6 50	1 20	2 37	3 48	4 50	5 41	6 19	6 42	6 50
6 55	1 21	2 39	3 51	4 54	5 45	6 23	6 47	6 55
7 0	1 22	2 41	3 53	4 57	5 49	6 28	6 52	7 0
7 5	1 23	2 43	3 56	5 1	5 53	6 33	6 57	7 5
7 10	1 24	2 45	3 59	5 4	5 58	6 37	7 2	7 10
7 15	1 25	2 47	4 2	5 8	6 2	6 42	7 7	7 15

## Productos dos arcos

Arcos	S <sub>1</sub> (Sen. 41° 45')	S <sub>2</sub> (Sen. 22° 30')	S <sub>3</sub> (Sen. 33° 45')	S <sub>4</sub> (Sen. 45°)	S <sub>5</sub> (Sen. 56° 45')	S <sub>6</sub> (Sen. 67° 30')	S <sub>7</sub> (Sen. 78° 45')	Arcos
7° 20' -10° 55'								7° 20' -10° 55'
7° 20'	1° 26'	2° 49'	4° 4'	5° 11'	6° 6'	6° 47'	7° 12'	7° 20'
7° 25'	1° 27'	2° 51'	4° 7'	5° 15'	6° 10'	6° 51'	7° 17'	7° 25'
7° 30'	1° 28'	2° 52'	4° 10'	5° 18'	6° 14'	6° 56'	7° 21'	7° 30'
7° 35'	1° 29'	2° 54'	4° 13'	5° 22'	6° 18'	7° 0'	7° 26'	7° 35'
7° 40'	1° 30'	2° 56'	4° 16'	5° 25'	6° 23'	7° 5'	7° 31'	7° 40'
7° 45'	1° 31'	2° 58'	4° 18'	5° 29'	6° 27'	7° 10'	7° 36'	7° 45'
7° 50'	1° 32'	3° 0'	4° 21'	5° 32'	6° 31'	7° 14'	7° 41'	7° 50'
7° 55'	1° 33'	3° 2'	4° 24'	5° 36'	6° 35'	7° 19'	7° 46'	7° 55'
8° 0'	1° 34'	3° 4'	4° 27'	5° 39'	6° 39'	7° 24'	7° 51'	8° 0'
8° 5'	1° 35'	3° 6'	4° 29'	5° 42'	6° 43'	7° 28'	7° 56'	8° 5'
8° 10'	1° 36'	3° 8'	4° 32'	5° 46'	6° 47'	7° 33'	8° 1'	8° 10'
8° 15'	1° 37'	3° 10'	4° 35'	5° 50'	6° 52'	7° 37'	8° 6'	8° 15'
8° 20'	1° 38'	3° 11'	4° 38'	5° 54'	6° 56'	7° 42'	8° 10'	8° 20'
8° 25'	1° 39'	3° 13'	4° 40'	5° 57'	7° 0'	7° 46'	8° 15'	8° 25'
8° 30'	1° 40'	3° 15'	4° 43'	6° 1'	7° 4'	7° 51'	8° 20'	8° 30'
8° 35'	1° 40'	3° 17'	4° 46'	6° 4'	7° 8'	7° 56'	8° 25'	8° 35'
8° 40'	1° 41'	3° 19'	4° 49'	6° 8'	7° 12'	8° 0'	8° 30'	8° 40'
8° 45'	1° 42'	3° 21'	4° 52'	6° 11'	7° 16'	8° 5'	8° 35'	8° 45'
8° 50'	1° 43'	3° 23'	4° 54'	6° 15'	7° 21'	8° 10'	8° 40'	8° 50'
8° 55'	1° 44'	3° 25'	4° 57'	6° 18'	7° 25'	8° 14'	8° 45'	8° 55'
9° 0'	1° 45'	3° 27'	5° 0'	6° 22'	7° 29'	8° 19'	8° 50'	9° 0'
9° 5'	1° 46'	3° 28'	5° 3'	6° 25'	7° 33'	8° 23'	8° 55'	9° 5'
9° 10'	1° 47'	3° 30'	5° 6'	6° 29'	7° 37'	8° 28'	8° 59'	9° 10'
9° 15'	1° 48'	3° 32'	5° 8'	6° 32'	7° 41'	8° 33'	9° 4'	9° 15'
9° 20'	1° 49'	3° 34'	5° 11'	6° 36'	7° 46'	8° 37'	9° 9'	9° 20'
9° 25'	1° 50'	3° 36'	5° 14'	6° 39'	7° 50'	8° 42'	9° 14'	9° 25'
9° 30'	1° 51'	3° 38'	5° 17'	6° 43'	7° 54'	8° 47'	9° 19'	9° 30'
9° 35'	1° 52'	3° 40'	5° 20'	6° 47'	7° 58'	8° 51'	9° 24'	9° 35'
9° 40'	1° 53'	3° 42'	5° 22'	6° 50'	8° 2'	8° 56'	9° 29'	9° 40'
9° 45'	1° 54'	3° 44'	5° 25'	6° 54'	8° 6'	9° 0'	9° 34'	9° 45'
9° 50'	1° 55'	3° 46'	5° 28'	6° 57'	8° 11'	9° 5'	9° 39'	9° 50'
9° 55'	1° 56'	3° 48'	5° 30'	7° 1'	8° 15'	9° 10'	9° 44'	9° 55'
10° 0'	1° 57'	3° 50'	5° 33'	7° 4'	8° 19'	9° 14'	9° 48'	10° 0'
10° 5'	1° 58'	3° 52'	5° 36'	7° 8'	8° 23'	9° 19'	9° 53'	10° 5'
10° 10'	1° 59'	3° 53'	5° 39'	7° 11'	8° 27'	9° 24'	9° 58'	10° 10'
10° 15'	2° 0'	3° 55'	5° 42'	7° 15'	8° 31'	9° 28'	10° 3'	10° 15'
10° 20'	2° 1'	3° 57'	5° 44'	7° 18'	8° 36'	9° 33'	10° 8'	10° 20'
10° 25'	2° 2'	3° 59'	5° 47'	7° 22'	8° 40'	9° 38'	10° 13'	10° 25'
10° 30'	2° 3'	4° 1'	5° 50'	7° 25'	8° 44'	9° 42'	10° 18'	10° 30'
10° 35'	2° 4'	4° 3'	5° 53'	7° 29'	8° 48'	9° 47'	10° 23'	10° 35'
10° 40'	2° 5'	4° 5'	5° 56'	7° 33'	8° 52'	9° 51'	10° 28'	10° 40'
10° 45'	2° 6'	4° 7'	5° 58'	7° 36'	8° 56'	9° 56'	10° 33'	10° 45'
10° 50'	2° 7'	4° 9'	6° 1'	7° 40'	9° 0'	10° 1'	10° 38'	10° 50'
10° 55'	2° 8'	4° 11'	6° 4'	7° 43'	9° 4'	10° 5'	10° 42'	10° 55'

## Pelos senos dos rumos

Arcos	S <sub>1</sub> (Sen. 11° 15')	S <sub>2</sub> (Sen. 22° 30')	S <sub>3</sub> (Sen. 30° 45')	S <sub>4</sub> (Sen. 45°)	S <sub>5</sub> (Sen. 56° 15')	S <sub>6</sub> (Sen. 67° 30')	S <sub>7</sub> (Sen. 78° 45')	Arcos
11°-14° 35'								11°-14° 35'
11° 0'	2° 9'	4° 13'	6° 7'	7° 47'	9° 9'	10° 10'	10° 47'	11° 0'
11 5	2 10	4 14	6 10	7 50	9 13	10 15	10 52	11 5
11 10	2 11	4 16	6 12	7 54	9 17	10 19	10 57	11 10
11 15	2 12	4 18	6 15	7 57	9 21	10 24	11 2	11 15
11 20	2 13	4 20	6 18	8 1	9 25	10 28	11 7	11 20
11 25	2 14	4 22	6 20	8 5	9 30	10 33	11 12	11 25
11 30	2 15	4 24	6 23	8 8	9 34	10 37	11 17	11 30
11 35	2 16	4 26	6 26	8 12	9 38	10 42	11 22	11 35
11 40	2 17	4 28	6 29	8 15	9 42	10 47	11 27	11 40
11 45	2 18	4 30	6 32	8 19	9 46	10 51	11 32	11 45
11 50	2 19	4 32	6 34	8 22	9 50	10 56	11 36	11 50
11 55	2 19	4 34	6 37	8 26	9 55	11 0	11 41	11 55
12 0	2 20	4 36	6 40	8 29	9 59	11 5	11 46	12 0
12 5	2 21	4 38	6 43	8 38	10 3	11 10	11 51	12 5
12 10	2 22	4 39	6 46	8 36	10 7	11 14	11 56	12 10
12 15	2 23	4 41	6 48	8 40	10 11	11 19	12 1	12 15
12 20	2 24	4 43	6 51	8 43	10 15	11 24	12 6	12 20
12 25	2 25	4 45	6 54	8 47	10 20	11 28	12 11	12 25
12 30	2 26	4 47	6 57	8 50	10 24	11 33	12 16	12 30
12 35	2 27	4 49	7 0	8 54	10 28	11 38	12 20	12 35
12 40	2 28	4 51	7 2	8 57	10 32	11 42	12 25	12 40
12 45	2 29	4 53	7 5	9 1	10 36	11 47	12 30	12 45
12 50	2 30	4 55	7 8	9 4	10 40	11 51	12 35	12 50
12 55	2 31	4 56	7 10	9 8	10 45	11 56	12 40	12 55
13 0	2 32	4 58	7 13	9 12	10 49	12 1	12 45	13 0
13 5	2 33	5 0	7 16	9 15	10 53	12 5	12 50	13 5
13 10	2 34	5 2	7 19	9 19	10 57	12 10	12 55	13 10
13 15	2 35	5 4	7 22	9 22	11 1	12 14	13 0	13 15
13 20	2 36	5 6	7 24	9 26	11 5	12 19	13 5	13 20
13 25	2 37	5 8	7 27	9 29	11 9	12 24	13 10	13 25
13 30	2 38	5 10	7 30	9 33	11 13	12 28	13 14	13 30
13 35	2 39	5 12	7 33	9 36	11 18	12 33	13 19	13 35
13 40	2 40	5 14	7 36	9 40	11 22	12 38	13 24	13 40
13 45	2 41	5 16	7 38	9 43	11 26	12 42	13 29	13 45
13 50	2 42	5 18	7 41	9 47	11 30	12 47	13 34	13 50
13 55	2 43	5 20	7 44	9 50	11 34	12 52	13 39	13 55
14 0	2 44	5 21	7 47	9 54	11 38	12 56	13 44	14 0
14 5	2 45	5 23	7 49	9 57	11 42	13 1	13 49	14 5
14 10	2 46	5 25	7 52	10 1	11 47	13 5	13 54	14 10
14 15	2 47	5 27	7 55	10 5	11 51	13 10	13 59	14 15
14 20	2 48	5 29	7 58	10 8	11 55	13 15	14 3	14 20
14 25	2 49	5 31	8 0	10 12	11 59	13 19	14 8	14 25
14 30	2 50	5 33	8 3	10 15	12 3	13 24	14 13	14 30
14 35	2 51	5 35	8 6	10 19	12 7	13 28	14 18	14 35

## Productos dos arcos

Arcos	S <sub>1</sub> (Sen. 11° 45')	S <sub>2</sub> (Sen. 22° 30')	S <sub>3</sub> (Sen. 33° 45')	S <sub>4</sub> (Sen. 45°)	S <sub>5</sub> (Sen. 56° 45')	S <sub>6</sub> (Sen. 67° 30')	S <sub>7</sub> (Sen. 78° 45')	Arcos
14° 40'- 18° 45'								14° 40'- 18° 45'
14° 40'	2° 52'	5° 37'	8° 9'	10° 22'	12° 12'	13° 33'	14° 23'	14° 40'
14 45	2 53	5 39	8 12	10 26	12 16	13 37	14 28	14 45
14 50	2 54	5 41	8 14	10 29	12 20	13 42	14 33	14 50
14 55	2 55	5 42	8 17	10 33	12 24	13 47	14 38	14 55
15 0	2 56	5 44	8 20	10 36	12 28	13 51	14 43	15 0
15 5	2 57	5 46	8 23	10 40	12 32	13 56	14 48	15 5
15 10	2 58	5 48	8 26	10 43	12 37	14 1	14 53	15 10
15 15	2 59	5 50	8 28	10 47	12 41	14 5	14 58	15 15
15 20	2 59	5 52	8 31	10 51	12 45	14 10	15 2	15 20
15 25	3 0	5 54	8 34	10 54	12 49	14 14	15 7	15 25
15 30	3 1	5 56	8 37	10 58	12 53	14 19	15 12	15 30
15 35	3 2	5 58	8 40	11 1	12 58	14 24	15 17	15 35
15 40	3 3	6 0	8 42	11 5	13 2	14 28	15 22	15 40
15 45	3 4	6 2	8 45	11 8	13 6	14 33	15 27	15 45
15 50	3 5	6 4	8 48	11 12	13 10	14 38	15 32	15 50
15 55	3 6	6 6	8 50	11 15	13 14	14 42	15 37	15 55
16 0	3 7	6 7	8 53	11 19	13 18	14 47	15 42	16 0
16 5	3 8	6 9	8 56	11 22	13 22	14 51	15 47	16 5
16 10	3 9	6 11	8 59	11 26	13 27	14 56	15 51	16 10
16 15	3 10	6 13	9 2	11 29	13 31	15 1	15 56	16 15
16 20	3 11	6 15	9 4	11 33	13 35	15 5	16 1	16 20
16 25	3 12	6 17	9 7	11 36	13 39	15 10	16 6	16 25
16 30	3 13	6 19	9 10	11 40	13 43	15 15	16 11	16 30
16 35	3 14	6 21	9 13	11 44	13 47	15 19	16 16	16 35
16 40	3 15	6 23	9 16	11 47	13 51	15 24	16 21	16 40
16 45	3 16	6 25	9 18	11 51	13 55	15 29	16 26	16 45
16 50	3 17	6 27	9 21	11 54	14 0	15 33	16 31	16 50
16 55	3 18	6 28	9 24	11 58	14 4	15 38	16 35	16 55
17 0	3 19	6 30	9 27	12 1	14 8	15 42	16 40	17 0
17 5	3 20	6 32	9 30	12 5	14 12	15 47	16 45	17 5
17 10	3 21	6 34	9 32	12 8	14 16	15 52	16 50	17 10
17 15	3 22	6 36	9 35	12 12	14 20	15 56	16 55	17 15
17 20	3 23	6 38	9 38	12 15	14 25	16 1	17 0	17 20
17 25	3 24	6 40	9 40	12 19	14 29	16 5	17 5	17 25
17 30	3 25	6 42	9 43	12 22	14 33	16 10	17 10	17 30
17 35	3 26	6 44	9 46	12 26	14 37	16 15	17 15	17 35
17 40	3 27	6 46	9 49	12 30	14 41	16 19	17 26	17 40
17 45	3 28	6 48	9 52	12 33	14 45	16 24	17 25	17 45
17 50	3 29	6 50	9 54	12 37	14 50	16 29	17 29	17 50
17 55	3 30	6 52	9 57	12 40	14 54	16 33	17 34	17 55
18 0	3 31	6 53	10 0	12 44	14 58	16 38	17 39	18 0
18 5	3 32	6 55	10 3	12 47	15 2	16 42	17 44	18 5
18 10	3 33	6 57	10 6	12 51	15 6	16 47	17 49	18 10
18 15	3 34	6 59	10 8	12 54	15 10	16 52	17 54	18 15

## Pelos senos dos rumos

Arcos 18° 20' - 21° 25'	S <sub>1</sub> (Sen. 110° 45')	S <sub>2</sub> (Sen. 22° 30')	S <sub>3</sub> (Sen. 33° 45')	S <sub>4</sub> (Sen. 45°)	S <sub>5</sub> (Sen. 56° 30')	S <sub>6</sub> (Sen. 67° 30')	S <sub>7</sub> (Sen. 78° 45')	Arcos 18° 20' - 21° 25'
18° 20'	3° 35'	7° 1'	10° 11'	12° 58'	15° 15'	16° 56'	17° 59'	18° 20'
18 25	3 36	7 3	10 14	13 1	15 19	17 1	18 4	18 25
18 30	3 37	7 5	10 17	13 5	15 23	17 6	18 9	18 30
18 35	3 38	7 7	10 20	13 8	15 27	17 10	18 14	18 35
18 40	3 39	7 9	10 22	13 12	15 31	17 15	18 18	18 40
18 45	3 40	7 10	10 25	13 16	15 36	17 20	18 23	18 45
18 50	3 40	7 12	10 28	13 19	15 40	17 24	18 28	18 50
18 55	3 41	7 14	10 30	13 23	15 44	17 29	18 33	18 55
19 0	3 42	7 16	10 33	13 26	15 48	17 33	18 38	19 0
19 5	3 43	7 18	10 36	13 30	15 52	17 38	18 43	19 5
19 10	3 44	7 20	10 39	13 33	15 56	17 43	18 48	19 10
19 15	3 45	7 22	10 41	13 37	16 0	17 47	18 53	19 15
19 20	3 46	7 24	10 44	13 40	16 4	17 52	18 58	19 20
19 25	3 47	7 26	10 47	13 44	16 8	17 56	19 3	19 25
19 30	3 48	7 28	10 50	13 47	16 13	18 1	19 7	19 30
19 35	3 49	7 30	10 53	13 51	16 17	18 5	19 12	19 35
19 40	3 50	7 32	10 56	13 54	16 21	18 10	19 17	19 40
19 45	3 51	7 34	10 58	13 58	16 25	18 15	19 22	19 45
19 50	3 52	7 35	11 1	14 1	16 29	18 19	19 27	19 50
19 55	3 53	7 37	11 4	14 5	16 33	18 24	19 32	19 55
20 0	3 54	7 39	11 7	14 8	16 38	18 29	19 37	20 0
20 5	3 55	7 41	11 10	14 12	16 42	18 33	19 42	20 5
20 10	3 56	7 43	11 12	14 16	16 46	18 38	19 47	20 10
20 15	3 57	7 45	11 15	14 19	16 50	18 42	19 52	20 15
20 20	3 58	7 47	11 18	14 23	16 54	18 47	19 57	20 20
20 25	3 59	7 49	11 20	14 26	16 58	18 52	20 2	20 25
20 30	4 0	7 51	11 23	14 30	17 3	18 56	20 6	20 30
20 35	4 1	7 53	11 26	14 33	17 7	19 1	20 11	20 35
20 40	4 2	7 55	11 29	14 37	17 11	19 6	20 16	20 40
20 45	4 3	7 56	11 32	14 40	17 15	19 10	20 21	20 45
20 50	4 4	7 58	11 34	14 44	17 19	19 15	20 26	20 50
20 55	4 5	8 0	11 37	14 47	17 23	19 20	20 31	20 55
21 0	4 6	8 2	11 40	14 51	17 28	19 24	20 36	21 0
21 5	4 7	8 4	11 43	14 54	17 32	19 29	20 41	21 5
21 10	4 8	8 6	11 46	14 58	17 36	19 33	20 46	21 10
21 15	4 9	8 8	11 48	15 1	17 40	19 38	20 51	21 15
21 20	4 10	8 10	11 51	15 5	17 44	19 43	20 55	21 20
21 25	4 11	8 12	11 54	15 8	17 48	19 47	21 0	21 25
21 30	4 12	8 14	11 57	15 12	17 53	19 52	21 5	21 30
21 35	4 13	8 16	12 0	15 16	17 57	19 56	21 10	21 35
21 40	4 14	8 18	12 2	15 19	18 1	20 1	21 15	21 40
21 45	4 15	8 20	12 5	15 23	18 5	20 6	21 20	21 45
21 50	4 16	8 21	12 8	15 26	18 9	20 10	21 25	21 50
21 55	4 17	8 23	12 10	15 30	18 13	20 15	21 30	21 55

## Productos dos arcos

Arcos 22°-25°35'	S <sub>1</sub> (Sen. 11° 15')	S <sub>2</sub> (Sen. 22° 30')	S <sub>3</sub> (Sen. 33° 45')	S <sub>4</sub> (Sen. 45°)	S <sub>5</sub> (Sen. 56° 30')	S <sub>6</sub> (Sen. 67° 30')	S <sub>7</sub> (Sen. 78° 45')	Arcos 22°-25°35'
22° 0'	4 18'	8° 25'	12° 13'	15° 33'	18° 17'	20° 20'	21° 35'	22° 0'
22 5	4 19	8 27	12 16	15 37	18 21	20 24	21 40	22 5
22 10	4 20	8 29	12 19	15 40	18 26	20 29	21 44	22 10
22 15	4 20	8 31	12 22	15 44	18 30	20 33	21 49	22 15
22 20	4 21	8 33	12 24	15 48	18 34	20 38	21 54	22 20
22 25	4 22	8 35	12 27	15 51	18 38	20 43	21 59	22 25
22 30	4 23	8 37	12 30	15 55	18 42	20 47	22 4	22 30
22 35	4 24	8 38	12 33	15 58	18 46	20 52	22 9	22 35
22 40	4 25	8 40	12 36	16 2	18 51	20 57	22 14	22 40
22 45	4 26	8 42	12 38	16 5	18 55	21 1	22 19	22 45
22 50	4 27	8 44	12 41	16 9	18 59	21 6	22 24	22 50
22 55	4 28	8 46	12 44	16 12	19 3	21 10	22 29	22 55
23 0	4 29	8 48	12 47	16 16	19 7	21 15	22 33	23 0
23 5	4 30	8 50	12 50	16 19	19 11	21 20	22 38	23 5
23 10	4 31	8 52	12 52	16 23	19 16	21 24	22 43	23 10
23 15	4 32	8 54	12 55	16 26	19 20	21 29	22 48	23 15
23 20	4 33	8 56	12 58	16 30	19 24	21 33	22 53	23 20
23 25	4 34	8 58	13 0	16 34	19 28	21 38	22 58	23 25
23 30	4 35	9 0	13 3	16 37	19 32	21 43	23 3	23 30
23 35	4 36	9 2	13 6	16 41	19 36	21 47	23 8	23 35
23 40	4 37	9 3	13 9	16 44	19 41	21 52	23 18	23 40
23 45	4 38	9 5	13 12	16 48	19 45	21 56	23 18	23 45
23 50	4 39	9 7	13 14	16 51	19 49	22 1	23 22	23 50
23 55	4 40	9 9	13 17	16 55	19 53	22 6	23 27	23 55
24 0	4 41	9 11	13 20	16 58	19 58	22 10	23 32	24 0
24 5	4 42	9 13	13 23	17 2	20 2	22 15	23 37	24 5
24 10	4 42	9 15	13 26	17 6	20 6	22 20	23 42	24 10
24 15	4 43	9 16	13 29	17 9	20 10	22 24	23 47	24 15
24 20	4 44	9 18	13 32	17 12	20 14	22 28	23 52	24 20
24 25	4 45	9 20	13 34	17 16	20 18	22 33	23 57	24 25
24 30	4 46	9 22	13 36	17 20	20 22	22 38	24 2	24 30
24 35	4 47	9 24	13 39	17 23	20 26	22 43	24 7	24 35
24 40	4 48	9 26	13 42	17 28	20 30	22 48	24 12	24 40
24 45	4 49	9 28	13 45	17 30	20 35	22 52	24 17	24 45
24 50	4 50	9 30	13 48	17 34	20 40	22 56	24 22	24 50
24 55	4 51	9 32	13 51	17 37	20 44	23 1	24 27	24 55
25 0	4 52	9 34	13 54	17 40	20 48	23 6	24 32	25 0
25 5	4 53	9 36	13 57	17 44	20 52	23 11	24 36	25 5
25 10	4 54	9 38	14 0	17 48	20 56	23 16	24 40	25 10
25 15	4 55	9 40	14 2	17 51	21 0	23 20	24 45	25 15
25 20	4 56	9 42	14 4	17 54	21 4	23 24	24 50	25 20
25 25	4 57	9 44	14 7	17 58	21 8	23 29	24 55	25 25
25 30	4 58	9 46	14 10	18 2	21 12	23 34	25 0	25 30
25 35	4 59	9 48	14 13	18 5	21 16	23 38	25 5	25 35

## Pelos senos dos rumos

Arcos	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>5</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>7</sub>	Arcos
25°40/ -29°15/	(Sen. 44°45/)	(Sen. 22°30/)	(Sen. 33°45/)	(Sen. 45°)	(Sen. 56°30/)	(Sen. 67°30/)	(Sen. 78°45/)	25°40/ -29°15/
25° 40'	5° 0'	9° 50'	14° 16'	18° 8'	21° 20'	23° 42'	25° 10'	25° 40'
25 45	5 1	9 51	14 18	18 12	21 25	23 47	25 15	25 45
25 50	5 2	9 53	14 20	18 16	21 30	23 52	25 20	25 50
25 55	5 3	9 55	14 23	18 20	21 34	23 57	25 25	25 55
26 0	5 4	9 56	14 26	18 24	21 38	24 2	25 30	26 0
26 5	5 5	9 58	14 29	18 27	21 42	24 6	25 35	26 5
26 10	5 6	10 0	14 32	18 30	21 46	24 10	25 40	26 10
26 15	5 7	10 2	14 35	18 34	21 50	24 15	25 45	26 15
26 20	5 8	10 4	14 38	18 38	21 54	24 20	25 50	26 20
26 25	5 9	10 6	14 41	18 41	21 58	24 24	25 55	26 25
26 30	5 10	10 8	14 44	18 44	21 2	24 28	26 0	26 30
26 35	5 11	10 10	14 46	18 48	21 6	24 33	26 5	26 35
26 40	5 12	10 12	14 48	18 52	22 10	24 38	26 10	26 40
26 45	5 13	10 14	14 51	18 55	22 14	24 43	26 15	26 45
26 50	5 14	10 16	14 54	18 58	22 18	24 48	26 20	26 50
26 55	5 15	10 18	14 57	19 2	22 22	24 52	26 24	26 55
27 0	5 16	10 20	15 0	19 6	22 26	24 56	26 28	27 0
27 5	5 17	10 22	15 3	19 9	22 31	25 1	26 33	27 5
27 10	5 18	10 24	15 6	19 12	22 36	25 6	26 38	27 10
27 15	5 19	10 26	15 9	19 16	22 40	25 11	26 43	27 15
27 20	5 20	10 28	15 12	19 20	22 44	25 16	26 48	27 20
27 25	5 21	10 30	15 14	19 23	22 48	25 20	26 53	27 25
27 30	5 22	10 32	15 16	19 26	22 52	25 24	26 58	27 30
27 35	5 23	10 34	15 19	19 30	22 56	25 29	27 3	27 35
27 40	5 24	10 36	15 22	19 34	23 0	25 34	27 8	27 40
27 45	5 25	10 38	15 25	19 37	23 4	25 39	27 13	27 45
27 50	5 26	10 40	15 28	19 40	23 8	25 44	27 18	27 50
27 55	5 27	10 41	15 31	19 44	23 12	25 48	27 23	27 55
28 0	5 28	10 42	15 34	19 48	23 16	25 52	27 28	28 0
28 5	5 29	10 44	15 36	19 51	23 20	25 57	27 33	28 5
28 10	5 30	10 46	15 38	19 54	23 24	26 2	27 38	28 10
28 15	5 31	10 48	15 41	19 58	23 29	26 6	27 43	28 15
28 20	5 32	10 50	15 44	20 2	23 34	26 10	27 48	28 20
28 25	5 33	10 52	15 47	20 6	23 38	26 15	27 53	28 25
28 30	5 34	10 54	15 50	20 10	23 42	26 20	27 58	28 30
28 35	5 35	10 56	15 53	20 13	23 46	26 25	28 2	28 35
28 40	5 36	10 58	15 56	20 16	23 50	26 30	28 6	28 40
28 45	5 37	11 0	15 58	20 20	23 54	26 34	28 11	28 45
28 50	5 38	11 2	16 0	20 24	23 58	26 38	28 16	28 50
28 55	5 39	11 4	16 3	20 27	24 2	26 43	28 21	28 55
29 0	5 40	11 6	16 6	20 30	24 6	26 48	28 26	29 0
29 5	5 41	11 8	16 9	20 34	24 10	26 52	28 31	29 5
29 10	5 42	11 10	16 12	20 38	24 14	26 56	28 36	29 10
29 15	5 43	11 12	16 15	20 41	24 18	27 1	28 41	29 15

## Productos dos arcos

Arcos 29°20' -32°55'	S <sub>1</sub> (Sen. 14°45')	S <sub>2</sub> (Sen. 22°30')	S <sub>3</sub> (Sen. 33°45')	S <sub>4</sub> (Sen. 45°)	S <sub>5</sub> (Sen. 56°30')	S <sub>6</sub> (Sen. 67°30')	S <sub>7</sub> (Sen. 78°45')	Arcos 29°20' -32°55'
29° 20'	5° 44'	11° 14'	16° 18'	20° 44'	24° 26'	27° 6'	28° 46'	29° 20'
29 25	5 45	11 16	16 21	20 48	24 28	27 10	28 51	29 25
29 30	5 46	11 18	16 24	20 52	24 32	27 14	28 56	29 30
29 35	5 47	11 20	16 26	20 55	24 36	27 19	29 1	29 35
29 40	5 48	11 22	16 28	20 58	24 40	27 24	29 6	29 40
29 45	5 49	11 23	16 31	21 2	24 44	27 29	29 11	29 45
29 50	5 50	11 24	16 34	21 6	24 48	27 34	29 16	29 50
29 55	5 51	11 26	16 37	21 9	24 52	27 39	29 21	29 55
30 0	5 52	11 28	16 40	21 12	24 56	27 42	29 26	30 0
30 5	5 53	11 30	16 43	21 16	25 0	27 47	29 31	30 5
30 10	5 54	11 32	16 46	21 20	25 4	27 52	29 36	30 10
30 15	5 55	11 34	16 49	21 23	25 9	27 57	29 41	30 15
30 20	5 56	11 36	16 52	21 26	25 14	28 2	29 46	30 20
30 25	5 57	11 38	16 54	21 30	25 18	28 6	29 51	30 25
30 30	5 58	11 40	16 56	21 34	25 22	28 10	29 56	30 30
30 35	5 58	11 42	16 59	21 38	25 26	28 15	30 0	30 35
30 40	5 59	11 44	17 2	21 42	25 30	28 20	30 4	30 40
30 45	5 59	11 46	17 5	21 45	25 34	28 24	30 5	30 45
30 50	6 0	11 48	17 8	21 48	25 38	28 28	30 14	30 50
30 55	6 1	11 50	17 11	21 52	25 42	28 33	30 19	30 55
31 0	6 2	11 52	17 14	21 56	25 46	28 38	30 24	31 0
31 5	6 3	11 54	17 17	21 59	25 51	28 43	30 29	31 5
31 10	6 4	11 56	17 20	22 2	25 56	28 48	30 34	31 10
31 15	6 5	11 58	17 22	22 6	26 0	28 52	30 39	31 15
31 20	6 6	12 0	17 24	22 10	26 4	28 56	30 44	31 20
31 25	6 7	12 2	17 27	22 13	26 8	29 1	30 49	31 25
31 30	6 8	12 4	17 30	22 16	26 12	29 6	30 54	31 30
31 35	6 9	12 6	17 33	22 20	26 16	29 11	30 59	31 35
31 40	6 10	12 8	17 36	22 24	26 20	29 16	31 4	31 40
31 45	6 11	12 10	17 38	22 27	26 24	29 20	31 9	31 45
31 50	6 12	12 12	17 40	22 30	26 28	29 24	31 14	31 50
31 55	6 13	12 13	17 43	22 34	26 32	29 29	31 19	31 55
32 0	6 14	12 14	17 46	22 38	26 36	29 34	31 24	32 0
32 5	6 15	12 16	17 49	22 41	26 40	29 38	31 29	32 5
32 10	6 16	12 18	17 52	22 44	26 44	29 42	31 34	32 10
32 15	6 17	12 20	17 55	22 48	26 48	29 47	31 38	32 15
32 20	6 18	12 22	17 58	22 52	26 52	29 52	31 42	32 20
32 25	6 19	12 24	18 1	22 55	26 57	29 57	31 47	32 25
32 30	6 20	12 26	18 4	22 58	27 2	30 2	31 52	32 30
32 35	6 21	12 28	18 6	23 2	27 6	30 6	31 57	32 35
32 40	6 22	12 30	18 8	23 6	27 10	30 10	32 2	32 40
32 45	6 23	12 32	18 11	23 9	27 14	30 15	32 7	32 45
32 50	6 24	12 34	18 14	23 12	27 18	30 20	32 12	32 50
32 55	6 25	12 36	18 17	23 15	27 22	30 25	32 17	32 55

## Pelos senos dos rumos

Arcos 33° -34°55'	S <sub>1</sub> (Sen. 44°45')	S <sub>2</sub> (Sen. 22°30')	S <sub>3</sub> (Sen. 33°45')	S <sub>4</sub> (Sen. 45°)	S <sub>5</sub> (Sen. 56°30')	S <sub>6</sub> (Sen. 67°30')	S <sub>7</sub> (Sen. 78°45')	Arcos 33° -34°55'
33° 0'	6° 26'	12° 38'	18° 20'	23° 20'	27° 26'	30° 30'	32° 22'	33° 0'
33 5	6 27	12 40	18 23	23 24	27 30	30 34	32 27	33 5
33 10	6 28	12 42	18 26	23 28	27 34	30 38	32 32	33 10
33 15	6 29	12 44	18 29	23 31	27 38	30 43	32 37	33 15
33 20	6 30	12 46	18 32	23 34	27 42	30 48	32 42	33 20
33 25	6 31	12 48	18 34	23 38	27 46	30 53	32 47	33 25
33 30	6 32	12 50	18 36	23 42	27 50	30 58	32 52	33 30
33 35	6 33	12 52	18 39	23 45	27 55	31 2	32 57	33 35
33 40	6 34	12 54	18 42	23 48	28 0	31 6	33 2	33 40
33 45	6 35	12 55	18 45	23 52	28 4	31 11	33 6	33 45
33 50	6 36	12 56	18 48	23 56	28 8	31 16	33 10	33 50
33 55	6 37	12 58	18 51	23 59	28 12	31 20	33 15	33 55
34 0	6 38	13 0	18 54	24 2	28 16	31 24	33 20	34 0
34 5	6 39	13 2	18 57	24 6	28 20	31 29	33 25	34 5
34 10	6 40	13 4	19 0	24 10	28 24	31 34	33 30	34 10
34 15	6 41	13 6	19 2	24 13	28 28	31 39	33 35	34 15
34 20	6 42	13 8	19 4	24 16	28 32	31 44	33 40	34 20
34 25	6 43	13 10	19 7	24 20	28 36	31 48	33 45	34 25
34 30	6 44	13 12	19 10	24 24	28 40	31 52	33 50	34 30
34 35	6 45	13 14	19 13	24 27	28 45	31 56	33 55	34 35
34 40	6 46	13 16	19 16	24 30	28 50	32 1	34 0	34 40
34 45	6 47	13 18	19 18	24 34	28 54	32 5	34 5	34 45
34 50	6 48	13 20	19 20	24 38	28 58	32 10	34 10	34 50
34 55	6 49	13 22	19 23	24 41	29 2	32 15	34 15	34 50



## INSTRUÇÕES PARA USO DA AGULHA PADRÃO DO ALMIRANTADO

A agulha padrão do almirantado foi construída para satisfazer a dois fins; a saber: para funcionar como agulha de navegação e para servir como agulha azimuthal, ou de marcações.

Os pontos principaes da sua construção são os seguintes:

1.º O *morteiro* é de cobre, e de grande espessura, a fim de moderar e aquietar as oscillações da agulha; fez-se coincidir o ponto correspondente ao cruzamento dos eixos dos arcos de suspensão com o ponto de suspensão da *rosa*, e com o centro do circulo azimuthal.

2.º Nas observações de amplitudes e azimuths os angulos são lidos na *rosa*, sem referencia ao circulo azimuthal, por isso que a gradação da *rosa* é de 20'. O circulo azimuthal é graduado com muita exactidão; tem nonio para ler minutos, e póde ser empregado em terra em levantamentos de plantas. Quando se emprega a agulha para este fim, ou quando se pretendem marcações magneticas exactas, póde-se ajustar o zero do circulo com o N. magnetico, indicado pela *rosa*, e depois de fixo póde-se fazer um numero qualquer de marcações magneticas em volta do circulo.

Ajustando o zero do circulo com uma mira qualquer, e pondo a agulha no descanso, podem-se observar e ler os angulos de objectos em torno do horisonte até á approximação de 1'.

3.º As *agulhas magneticas* empregadas consistem em umas barras compostas, formadas de laminas de aço, de certa qualidade (molas de relógio), susceptivel de receber a maxima força magnetica, como tem sido verificado por numerosas experiencias.

Cada agulha padrão é fornecida de duas *rosas*, marcadas A e J: a primeira emprega-se geralmente. Quando faz mau tempo, ou quando ha muito balanço, substitue-se a *rosa* A pela mais pesada J.

Em cada *rosa* ha quatro agulhas fixas, collocadas de cutelo e equidistantes, sobre um delicado aro de bronze aparafusado á *rosa*: o par de agulhas central tem 185 millimetros de comprimento e o par externo 135 millimetros; toda a *rosa* A pesa 98,3 grammas.

As extremidades das agulhas distam 15º e 45º dos extremos do diametro da *rosa* que lhes fica paralelo.

Dois dos fulcros ou *piões* para a *rosa* A têm as pontas de *iridium*, metal mais duro do que o aço e que se não corróe pela acção atmospherica; os *chapiteis* de rubim, e de agatha, têm uma forma apropriada para bem se adaptaram a estas pontas.

São fornecidos dois *piões* de sobresalente, terminando em pontas de aço temperado, douradas pelo processo galvanico.

Dois *piões* mais, terminando em ponta de rubim, são destinados exclusivamente á *rosa* mais pesada J, e para esta *rosa* não se empregam outros *piões*.

A gravura das *rosas* é impressa depois de estar o papel collado á chapa de mica; d'esta maneira evita-se a torsão proveniente da contracção do papel, e obtem-se uma contracção mais perfeita.

Fazem-se ajustar com grande cuidado os pontos zeros da *rosa* com os eixos magneticos das agulhas no observatorio das bussolas da marinha em Woolwich. Os variados ajustamentos para *centrar*, e para eliminar os erros devidos ao deslocamento das *pinulas* e do *prisma*, são feitos n'este observatorio, e as agulhas, quando são fornecidas aos navios de guerra, são isentas d'estes erros.

#### 1.º Quando se emprega como agulha azimuthal.

Esta agulha póde ser immediatamente convertida em agulha azimuthal, tirando a tampa de vidro, e fixando-lhes o circulo azimuthal e a competente tampa de vidro sobre o bordo superior.

Observando amplitudes e azimuths no mar, as marcações são lidas sobre a *rosa*, sem referencia ao circulo externo graduado.

#### 2.º Quando se emprega simultaneamente como agulha azimuthal e de navegação.

Deve n'este caso haver todo o cuidado em preservar a ponta do *pião* de qualquer damno, quando este se aparafusa no *morteiro*; assim como se deve sempre collocar a *rosa* mui delicadamente sobre elle; e nunca se moverá a agulha sem que primeiro se suspenda a *rosa* (por meio do parafuso lateral) até a levar de encontro á cavilha de *encosta*. Esta cavilha está collocada de tal modo, que deixa a *rosa* completamente livre, quando está no seu nivel ou posição natural, e nunca toca a parte inferior do chapitel, a não ser em alguns movimentos violentos do navio, para os quaes o *balanço* não póde produzir o seu effeito de compensação.

Os *piões*, os *chapiteis* e as margens da *rosa* devem ser examinados frequentemente, a fim de reconhecer se o movimento da agulha é livre e não é impedido por poeira ou por fibras do papel. Quando a *rosa* A não pareça sufficientemente firme, deve-se substituir pela *rosa* mais pesada J, substituindo tambem os *piões* pelos correspondentes de ponta de *rubim*.

Quando a *rosa* pareça *preguiçosa*, ou se suspeite algum desarranjo accidental, ou proveniente de muito uso, deve-se substituir um novo *chapitel* ou *pião*, ou (segundo as circumstancias) collocar a segunda *rosa* e os correspondentes *piões*. Deve-se tirar fóra a *rosa* central do *chapitel* da face da *rosa* A para se desaparafusar o *chapitel* de *rubim*.

Quando for necessario deve-se equilibrar a *rosa* do effeito da inclinação da agulha, por meio dos contrapesos de *corrediga*.

Se o *morteiro* não se mover livremente no *balanço*, devem-se examinar os eixos dos aros, e plombagina-los.

### Precauções

Tendo a experiencia mostrado, que tanto os *piões*, como os *chapeis* da *rosa* A, e tambem o *pião* com a ponta de *rubim* da *rosa* J, soffrem desarranjos pelos estremecimentos provenientes do exercicio de fogo, e do movimento de peças de grosso calibre, na proximidade da agulha, é especialmente recommendado, que n'estas occasiões se suspenda a *rosa* A (a não haver grande inconveniente) por meio do parafuso lateral do *morteiro*.

Tira-se a chapa metallica do prisma, fazendo-a correr para cima por meio de umas guias ou ranhuras, quando for necessario limpar o prisma da poeira ou da humidade; este póde ser facilmente tirado e posto de novo no seu lugar, tendo cuidado, ao pô-lo, que as lentes ou as faces convexas fiquem para baixo. Todos os parafusos da chapa do prisma têm ajustamentos especiaes, que não se devem alterar.

## CORRECÇÃO MECHANICA DA AGULHA DA BITACULA

No anno de 1839, o astronomo real, mr. Airy, propoz o bem conhecido methodo de corrigir o desvio da agulha mechanicamente, por meio de barras magneticas e barras de ferro *macio*, o qual methodo tem sido geralmente adoptado nos navios de ferro da marinha mercante.

Tem-se opposto objecções fortes, e porventura bem fundadas, para que este, ou outro qualquer methodo de correcção por meio de magnetes ou de ferro *macio*, se applicquem ás agulhas padrões dos navios da marinha real. Porém, as objecções e difficuldades que se apresentam na applicação d'este methodo ás agulhas de governo são muito menores; porquanto, sendo mais consideravel a força perturbadora a que estão sujeitas as agulhas de governo, em consequencia do local em que estão, é tambem maior a necessidade de alguma correcção mechanica aos seus desvios.

Parece, portanto, conveniente dar uma descripção do methodo de fazer taes correcções.

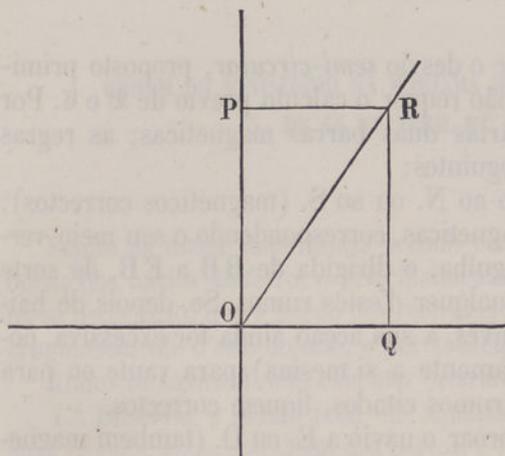
Nos detalhes do methodo que vamos descrever, fez-se uma pequena modificação ao plano originalmente proposto por mr. Airy, modificação, que é devida aos vaus de ferro, que modernamente se empregam, e até, em alguns casos, aos convés de ferro. D'estas circumstancias proveiu a necessidade de se elevarem demasiadamente as agulhas das bitaculas, a ponto de tornar impraticavel a correcção de grandes desvios por meio de barras magneticas de força ordinaria, collocadas sobre o convés ou abaixo d'este, como mr. Airy propunha.

### Instrucções

#### 1.º—Calculando os coefficients

Faz-se girar o navio e observam-se os desvios em 8 ou 16 rumos, e com estes se calculam os coefficients A, B, C, D e E, e, se os desvios são muito grandes, calculam-se  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ .

Fixa-se uma folha de papel horizontalmente, na qual se traçam duas linhas formando angulo recto: uma de pópa á prôa, e outra de BB a EB, cortando-se em um ponto O. (Fig. 36). De O, (em escala conveniente), tira-se OP=B (ou B), para a prôa, se B é positivo, e para a ré, se é negativo. Do mesmo ponto O tire-se OQ=C (ou C), para EB se C é positivo, e para BB, no caso contrario.

FIGURA 36.<sup>a</sup>

Completa-se o retangulo, tirando a diagonal OR. Esta diagonal representa, em direcção e comprimento, a direcção e grandeza da força que produz o desvio *semi-circular*, a qual deve ser equilibrada pela barra magnetica.

Fixa-se então a barra magnetica, de modo conveniente, com o seu centro, correspondendo verticalmente, por baixo do centro da agulha, e na direcção da diagonal OR (ficando a extremidade N. na direcção de R) e a distancia tal, abaixo da agulha, que venha a corrigir o desvio *semi-circular*, e fique sómente por corrigir o desvio *quadrantal*<sup>1</sup>.

Esta correcção será, ordinariamente, sufficiente para as agulhas de bitacula. Se se deseja corrigir tambem o desvio *quadrantal*, pôde-se fazer esta correcção por meio de barras ou cylindros de ferro macio, que se collocam de BB a EB, ao nivel da agulha e uma de cada lado, e a distancia tal, que corrija o desvio restante, quando o navio aproar a algum dos pontos *quadrantaes*.

<sup>1</sup> A correcção terá logar, quando o desvio restante for sómente o desvio *quadrantal*, ou quando  $\delta = D \text{ sen } (\zeta + \zeta')$ , ou, mais exactamente, quando

$$\text{tg } \delta = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{D} \text{ sen } 2\zeta + \mathfrak{C} \cos 2\zeta}{1 + \mathfrak{D} \cos 2\zeta - \mathfrak{C} \text{ sen } 2\zeta}$$

ou se os desvios restantes são os da col. III, tabella A (pag. 54 e 55).

## 2.º — Correção sem calcular os coeficientes

O methodo de corrigir o desvio *semi-circular*, proposto primitivamente por mr. Airy, não requer o calculo previo de  $\mathfrak{B}$  e  $\mathfrak{C}$ . Por este methodo são necessarias duas barras magneticas; as regras para as collocar são as seguintes:

Faz-se aproar o navio ao N. ou ao S. (magneticos correctos); fixa-se uma das barras magneticas, correspondendo o seu meio verticalmente ao centro da agulha, e dirigida de BB a EB, de sorte que corrija o desvio em qualquer d'estes rumos. Se, depois de baixarmos a barra até ao convés, a sua acção ainda for excessiva, pôde-se desloca-la (parallelamente a si mesma) para vante ou para ré, até que o desvio, nos rumos citados, fiquem correctos.

Em seguida, faz-se aproar o navio a E. ou O. (tambem magneticos correctos) e colloca-se a outra barra magnetica por baixo da agulha, ficando correspondendo o seu meio ao centro da agulha e na direcção da pôpa á prôa, de sorte que corrija tambem o desvio em qualquer d'aquelles dois rumos. Se, depois da barra se descer até ao convés, a sua acção sobre a agulha exceder o desvio, deve-se afasta-la para BB ou EB, até que o desvio fique justamente correcto. Segue-se depois a correção do desvio *quadrantal*, como dissemos acima.

É importante, que as agulhas para estas correções sejam compostas de duas ou quatro barras; se forem de duas, devem as extremidades d'estas ficar distantes  $30^\circ$  do diametro parallello, ou um pouco menos; se forem de quatro barras, as suas extremidades devem distar do mesmo diametro parallello  $15^\circ$  e  $45^\circ$ , ou um pouco menos.



ORDEM DO MINISTERIO DA MARINHA DO IMPERIO DA RUSSIA  
DE 15 DE ABRIL DE 1866

Sendo da maior importancia o conhecimento do *desvio* da agulha a bordo dos navios de ferro, e principalmente dos navios *couraçados*, torna-se necessario, que a bordo dos referidos navios se occupem muito esrupulosamente d'este objecto, e por consequencia ordena-se o seguinte:

Todos os navios devem executar invariavelmente este regulamento:

1.º Observar o *desvio* total das agulhas dos navios, no principio de suas viagens, antes que saíam dos portos, e no fim das viagens, e em cada mudança importante do logar do navio.

2.º Inscrever estas observações, no mesmo dia em que forem feitas, no caderno dos quartos, segundo as instrucções e as formulas do *Manual* que se forneceu aos navios pela repartição hydrographica <sup>1</sup>.

3.º A bordo dos navios de ferro e dos *couraçados*, far-se-hão mais as observações magneticas, a construcção dos *dygogrammas*, e calculos dos elementos do magnetismo do ferro do navio, segundo as formulas distribuidas para este fim pela repartição hydrographica.

4.º Verificar, sempre que seja possivel, o *desvio* em todas as agulhas, e inscrever os resultados immediatamente no caderno dos quartos; e se houver mudanças no *desvio*, deduzi-las para todas as *quartas* da agulha.

5.º Attender muito particularmente ás variações do *desvio*, provenientes da inclinação do navio (*desvio da banda*). Registrar no caderno dos quartos a alteração do *desvio* calculada pela formula e a alteração observada.

6.º Enviar todas as observações e os calculos ao observatorio de Cronstadt uma semana (o mais tardar) depois da sua execução.

Os navios que estiverem em paizes estrangeiros podem enviar de tres em tres mezes os resultados dos coefficients do *desvio*.

<sup>1</sup> Manual do desvio da agulha, pelo sr. Belavenetz, director do observatorio das bussolas de Cronstadt.





ERRATAS MAIS IMPORTANTES

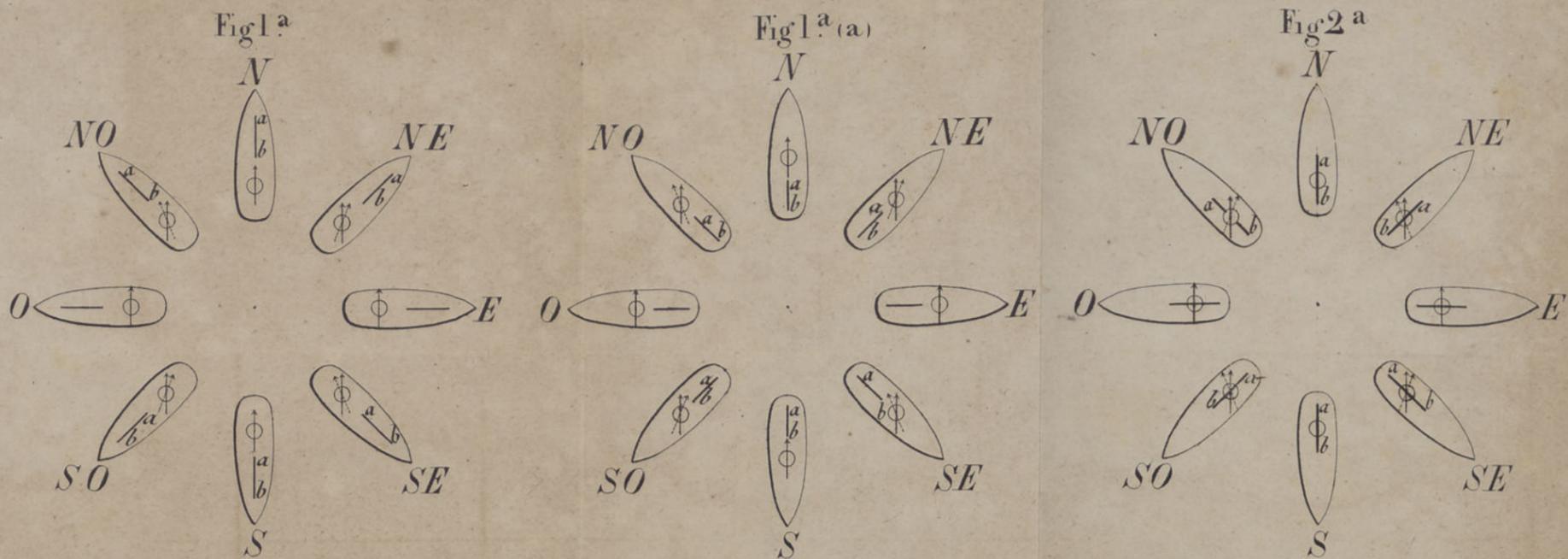
Pag.	Linhas	Erros	Emendas
39	41	um outro lado	um ou a outro lado
48	8, 9 e 10	$\left. \begin{array}{l} BS_{12} \\ BS_{22} \\ BS_{32} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} BS_1^2 \\ BS_2^2 \\ BS_3^2 \end{array} \right\}$
49	12	$\frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2}$	$\frac{\delta_0 - \delta_{16}}{2}$
49	14	$\frac{\delta_{10} - \delta_{26}}{2} S_6$	$\frac{\delta_{10} - \delta_{26}}{2} S_2$
50	18	$\frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2}$	$\frac{\delta_{14} + \delta_{30}}{2}$
51	2	$\frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2}$	$\frac{\delta_6 + \delta_{22}}{2}$
74	14	+ 28 1	+ 18 1
75	15	- 4 53	- 5 531
75	23	- 23 43	- 23 39
112	17	- 0,227	- 0,125
121	11	sen $\delta_2$	sen $\delta_4$
122	16	- 0,540	- 0,163
124	5	(1 + $\mathfrak{D}$ )	(1 - $\mathfrak{D}$ )
124	18	(1 + $\mathfrak{D}$ )	(1 - $\mathfrak{D}$ )
124	24	+ 0,208	- 0,208
149	5	$\mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$	B, C, D
160	14	- $e = \lambda \mathfrak{D} + 1 - 1\lambda$	- $e = \lambda \mathfrak{D} + 1 - \lambda$
161	31	$= \frac{\delta}{BA^2}$	$= \frac{f}{BA^2}$
164	4	= BH	= $\mathfrak{B}H$
165	3	$\mathfrak{B}_1 \cotg \zeta_1$	$\mathfrak{B}_1 \cotg \theta$
170	4	$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{C}}$	$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}}$
179	27	$+\frac{c-g}{2} \frac{i}{\zeta}$	$+\frac{c-g}{2} \frac{i}{\lambda}$
187	8	$\frac{Z'}{Z} \Sigma \cos^2 \zeta$	$\Sigma \frac{Z'}{Z} \Sigma \cos^2 \zeta$
187	12	$+\cos^2 \zeta_2$	$+\cos^2 \zeta_2$
187	15	$n \Sigma \frac{Z'}{Z} \zeta \cos$	$n \Sigma \frac{Z'}{Z} \cos \zeta$
191	ex. 2.º	5985,5	4985,5
192	7	2,114; = 0,009	2,414; = - 0,009
192	12	1,119	0,119
193	6	O 26 SO.	S 26 SO
195	14	ou 1º 4' para EB	ou 1º 4' para BB
204	10	$(gx - bz)^2 + (hx - az)^2$	$(gx - az)^2 + (hx - bz)^2$
206	26	b	d
211	18	a este rumo	ao rumo dado
221	4	$\sqrt{\mathfrak{B}^2 + \mathfrak{C}^2}$	$\sqrt{\mathfrak{D}^2 + \mathfrak{C}^2}$
224	19	OE <sub>1</sub> , O <sub>1</sub> , E <sub>1</sub> ,	OE <sub>2</sub> , O <sub>1</sub> E <sub>1</sub> ,
226	12	A,	A <sub>1</sub>
230	3	C <sub>γ</sub>	C <sub>z</sub>
267	14	$= \frac{\text{sen } \delta_1 \text{ sen } \zeta'_2 - \text{sen } 2 \text{ sen } \zeta'_1}{\text{sen } (\zeta'_2 - \zeta'_1)}$	$= \frac{\text{sen } \delta_1 \text{ sen } \zeta'_2 - \text{sen } \delta_2 \text{ sen } \zeta'_1}{\text{sen } (\zeta'_2 - \zeta'_1)}$



Algumas rectificações que não vão mencionadas no lugar competente

Pag.	Linhas	Erros	Emendas
35	28	$a$	$a'$
50	2	$\frac{\delta_{11} - \delta_{27}}{2}$	$\frac{\delta_{11} + \delta_{27}}{2}$
101	26	$\zeta$	$\zeta'$
		$\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2}$	$\frac{\text{sen } \delta_{12} + \text{sen } \delta_{28}}{2}$
106	3	$-\frac{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}{2}$	$+\frac{\cos \delta_{12} + \cos \delta_{28}}{2}$
113	4	$\mathfrak{B} = \frac{1}{2} \left\{ \text{etc.} \right\}$	$\mathfrak{D} = \frac{1}{2} \left\{ \text{etc.} \right\}$
122	11	+ 2.30	- 2.30
122	12	+ 0,043	- 0,043
147	2	$-\frac{3}{8} \text{BD}$	$-\frac{3}{8} \text{BD}^2$
162	30	$\cos^2 \alpha = \frac{2}{3}; \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{2}$	$\cos^2 \alpha = \frac{2}{3}; \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{2}$
165	13 e 26	$\mathfrak{G}$	$\mathfrak{G}$
176	24	$(Z \cos i - Y \text{sen } i)$	$(Z \cos i - Y \text{sen } i)$
177	2	$-H \text{sen } \zeta \cos \zeta$	$-H \text{sen } \zeta \cos i$
178	20	$\left\{ \mathfrak{B}' + b \text{tg } \theta \frac{i}{\lambda} \right\}$	$\left( \mathfrak{B} + b \text{tg } \theta \frac{i}{\lambda} \right)$
218	24	$\mathfrak{G}, \mathfrak{D}$ e $\mathfrak{G}$ positivos	$\mathfrak{G}; \mathfrak{D}$ e $\mathfrak{G}$ positivos
223	9	EG	EC
224	nota, 2	$(\zeta + \text{PC}_1 \text{E}')$	$(\zeta + \text{P}'\text{C}_1 \text{E}')$
276	10	$\text{sen } \delta =$	$\text{sen } \delta_i =$





QUADRO PRIMEIRO

Disposição das barras	Návio aos rumos de N ou S	Desvios $\delta$	Návio aos rumos de E ou O	Desvios $\delta$	Návio aos rumos de NE ou SO	Desvios $\delta$	Návio aos rumos de NO ou SE	Desvios $\delta$	Representação gráfica do desvio	Augmento ou diminuição da força Directriz
Nº1		$0^\circ$		$0^\circ$		$+E$		$0$		$H > H$
Nº2		$0^\circ$		$0^\circ$		$0$		$+E$		$H < H$
Nº3		$0^\circ$		$0^\circ$		$0$		$+E$		$H > H$
Nº4		$0^\circ$		$0^\circ$		$+E$		$0$		$H < H$

QUADRO SEGUNDO

Disposição das barras	Návio ao rumo de N	Desvios $\delta$	Návio ao rumo de NE	Desvios $\delta$	Návio ao rumo de E	Desvios $\delta$	Návio ao rumo de SE	Desvios $\delta$	Representação gráfica do desvio
Nº5		$0$		$0^\circ$		$+E$		$0^\circ$	
Nº6		$+E$		$0^\circ$		$0$		$0^\circ$	
Nº7		$+E$		$+E$		$+E$		$+E$	
Nº8		$0$		$0$		$0$		$0$	



# Diagramma de Napier.

Curva dos desvios da Corveta  
„Bartholomeu Dias, (agulha padrão)  
Observações em Lisboa, em Março de 1867.

Curva dos desvios da Fragata  
„Warrior, (agulha padrão)  
Observações em Spithead, Outubro de 1861.

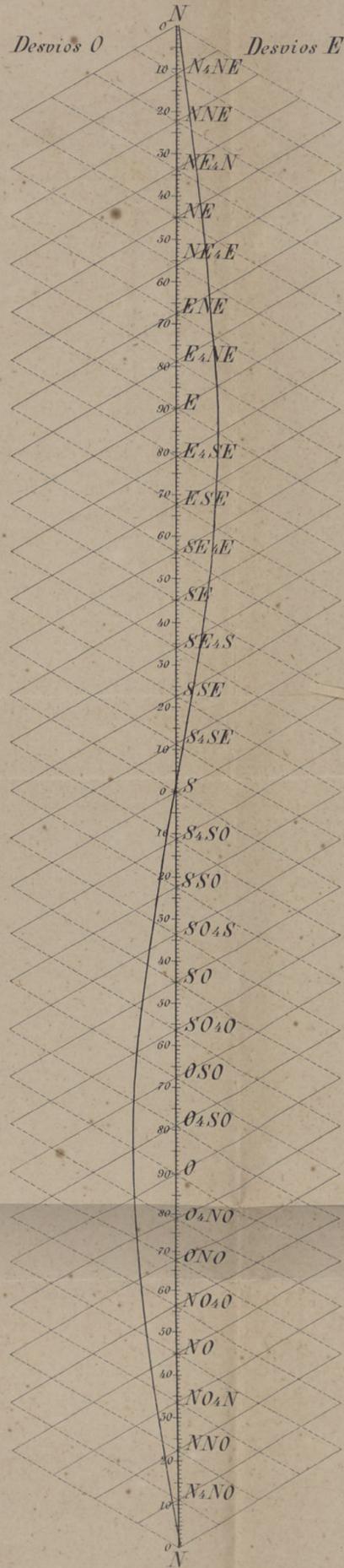


Fig. 1.<sup>a</sup>

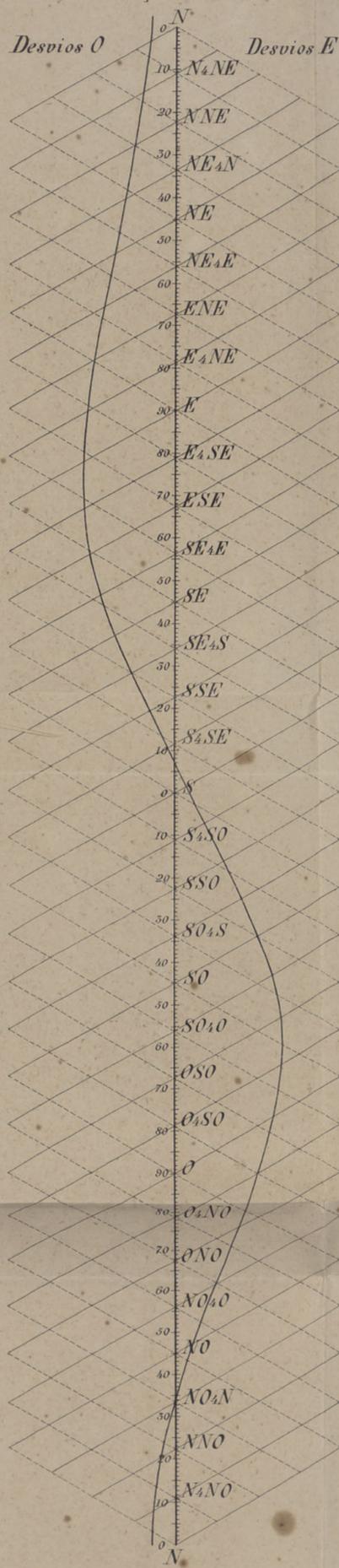
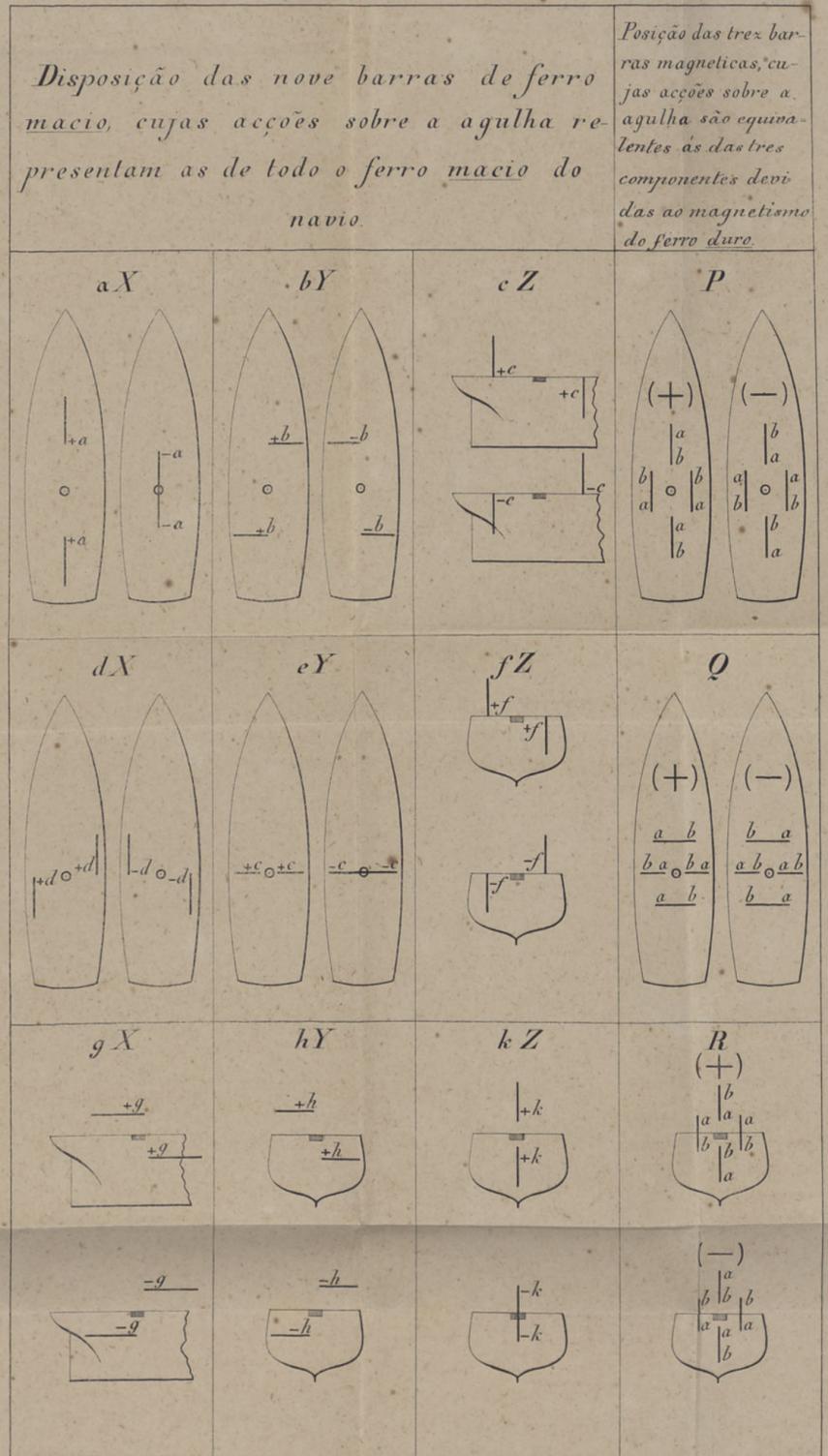


Fig. 2.<sup>a</sup>



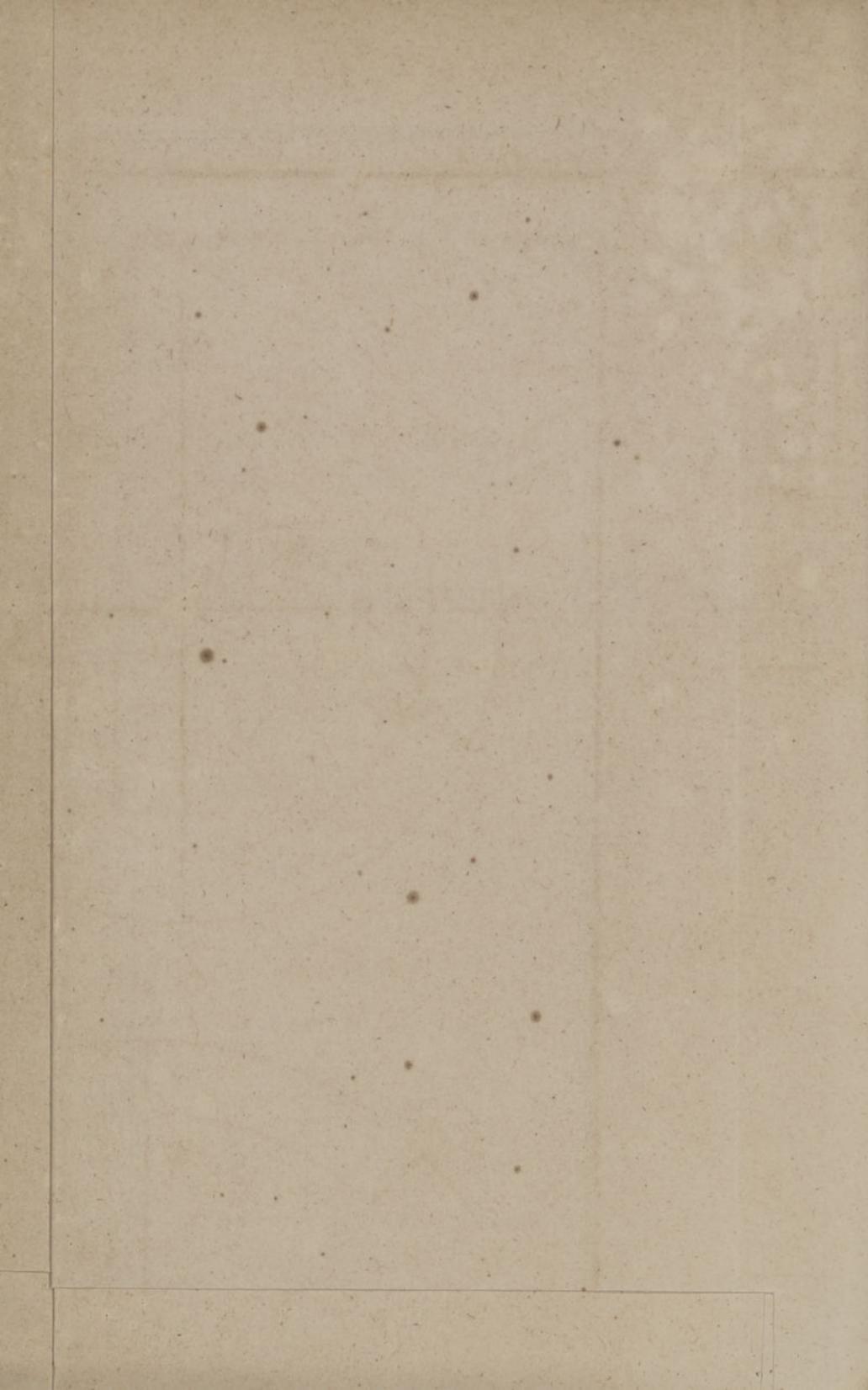


Fig. 1ª

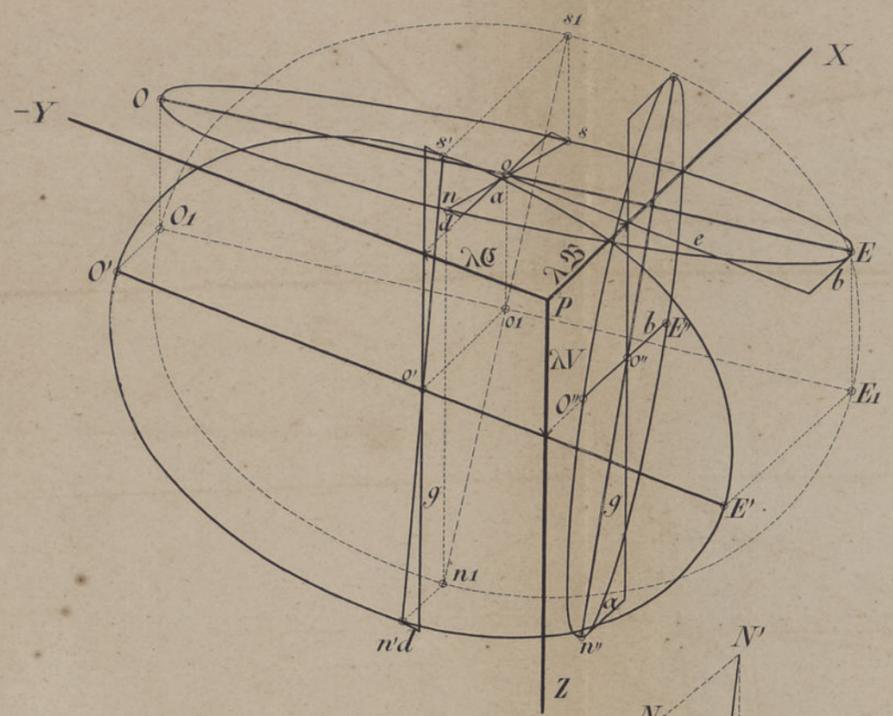


Fig. 2ª

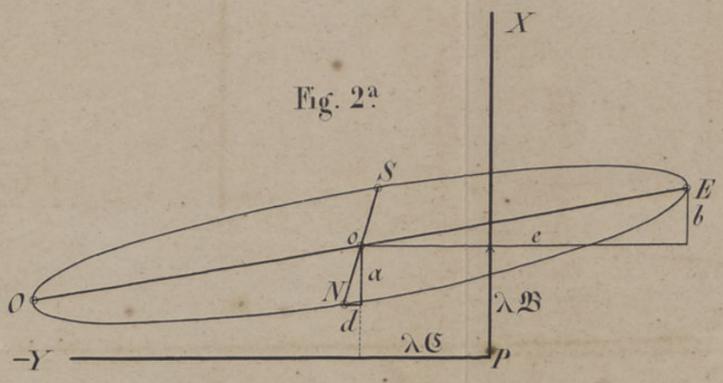


Fig. 5ª

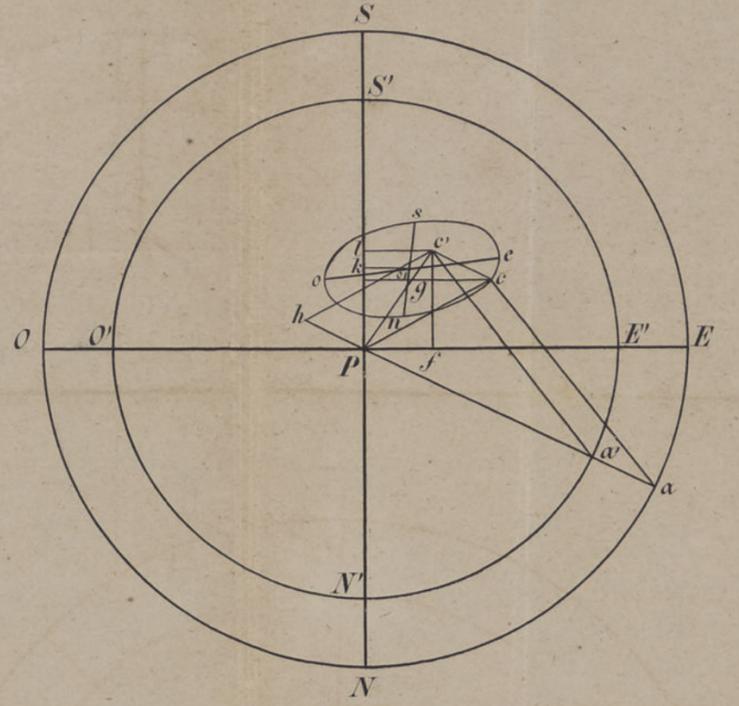


Fig. 4ª

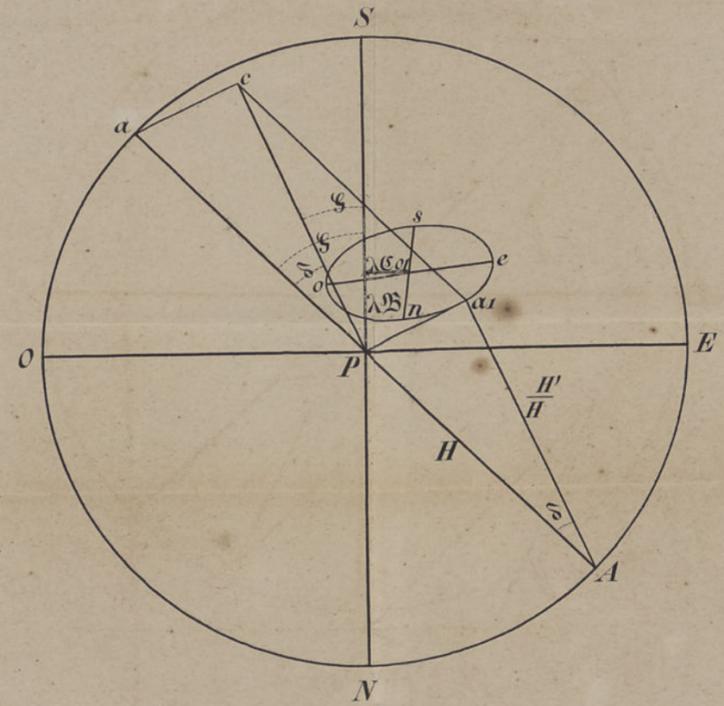
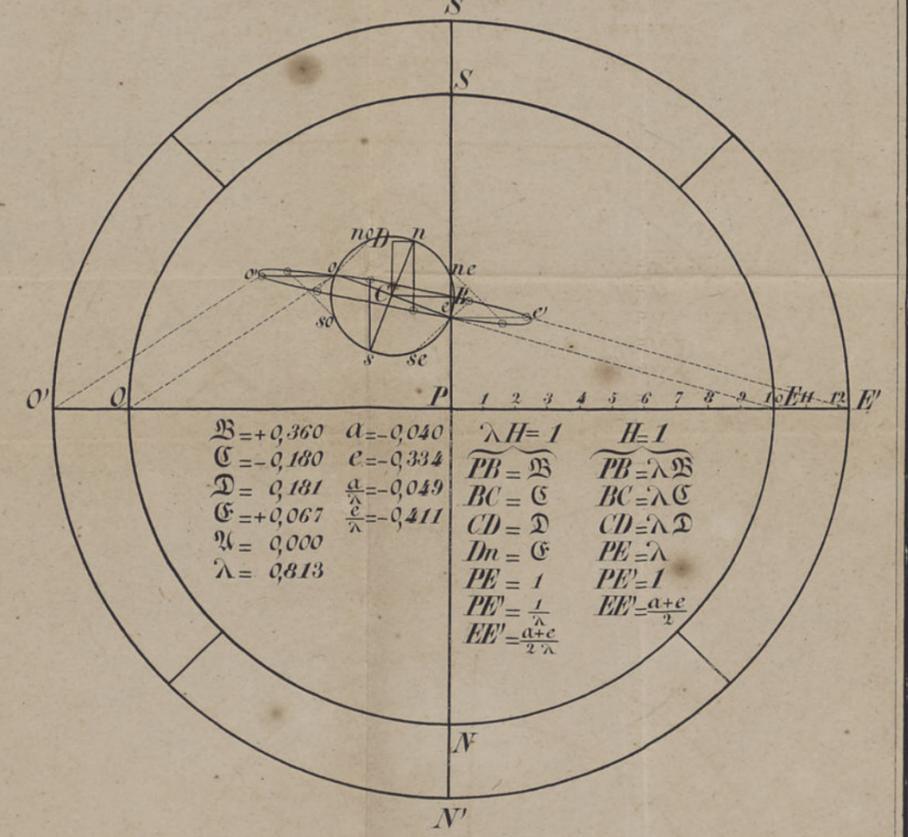
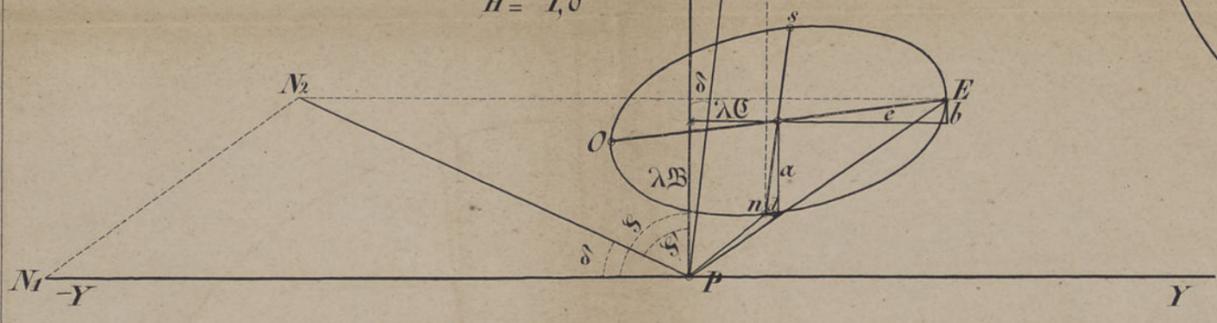


Fig. 6ª



$\lambda B = +0,250$   
 $\lambda C = +0,130$   
 $a = -0,150$   
 $b = -0,035$   
 $d = -0,017$   
 $e = -0,260$   
 $H = 1,0$

Fig. 5ª



$B = +0,360$	$a = -0,040$	$\lambda H = 1$	$H = 1$
$C = -0,180$	$e = -0,334$	$PB = B$	$PB = \lambda B$
$D = 0,181$	$\frac{a}{\lambda} = -0,049$	$BC = C$	$BC = \lambda C$
$G = +0,067$	$\frac{e}{\lambda} = -0,411$	$CD = D$	$CD = \lambda D$
$\lambda = 0,000$		$Dn = C$	$PE = \lambda$
		$PE = 1$	$PE' = 1$
		$PE'' = \frac{1}{\lambda}$	$EE' = \frac{a+e}{2\lambda}$



# Dygogramma N<sup>o</sup> 2.

"Hector"

$\mathfrak{B} = +0,392$   
 $\mathfrak{C} = +0,079$   
 $\mathfrak{D} = +0,094$

$\mathfrak{A} = 0$   
 $\mathfrak{E} = 0$

Fig. 1ª

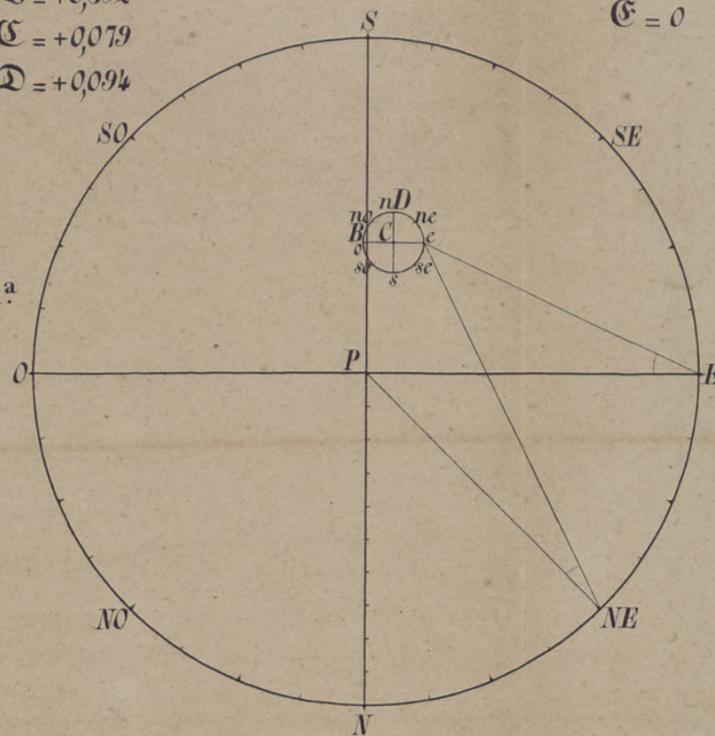


Fig. 2ª

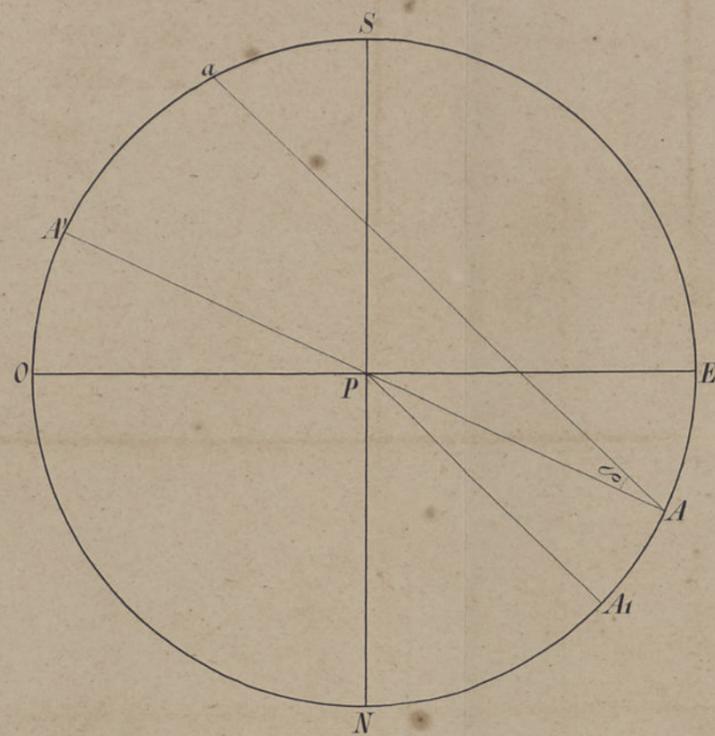
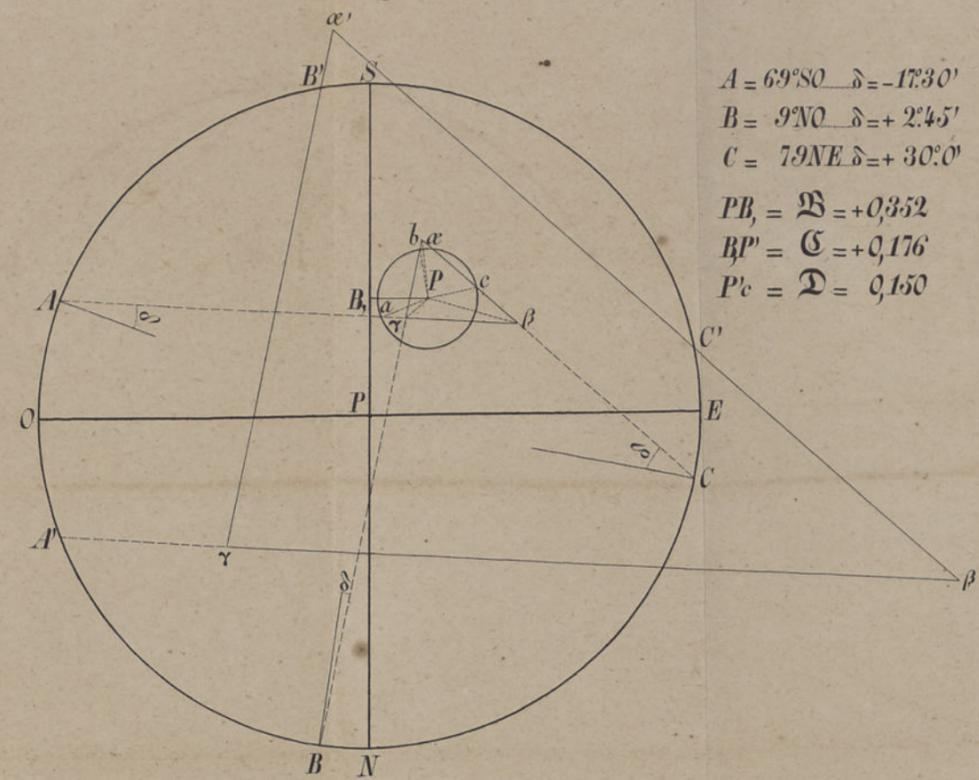
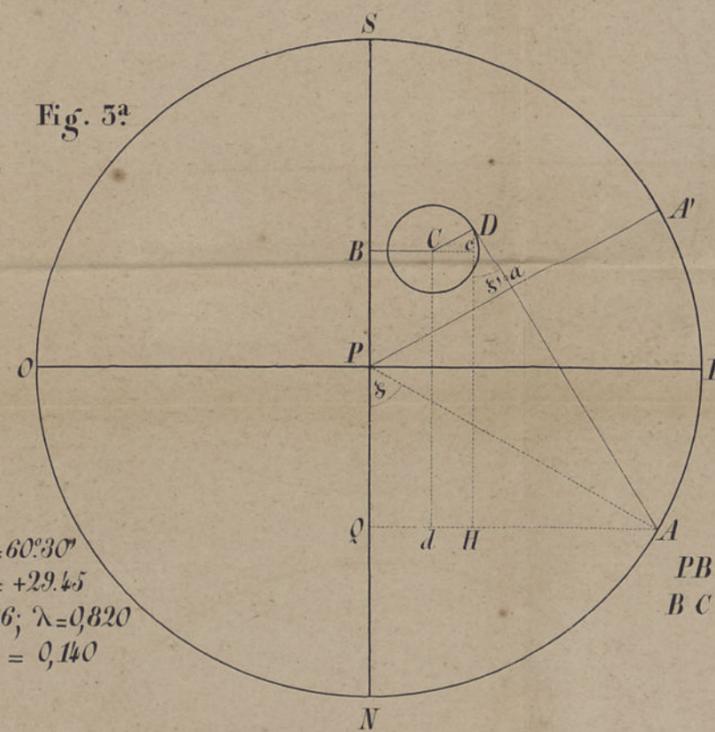


Fig. 5ª



$A = 69^{\circ}80' \delta = -17^{\circ}30'$   
 $B = 9^{\circ}NO \delta = +2^{\circ}45'$   
 $C = 79^{\circ}NE \delta = +30^{\circ}0'$   
 $PB = \mathfrak{B} = +0,352$   
 $BP' = \mathfrak{C} = +0,176$   
 $Pc = \mathfrak{D} = 0,150$

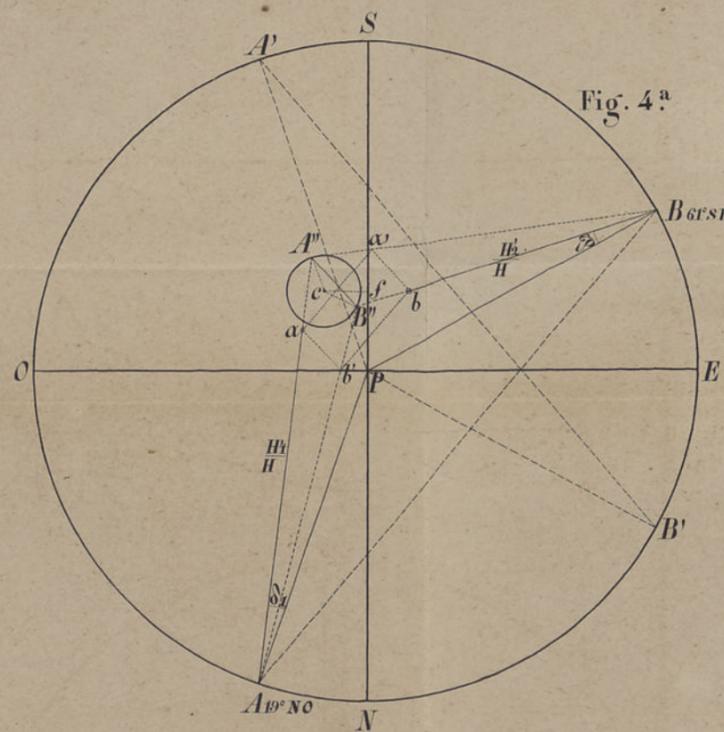
Fig. 5ª



$\xi = 60^{\circ}30'$   
 $\delta = +29,45$   
 $Aa = \frac{H'}{H} = 0,886; \lambda = 0,820$   
 $\mathfrak{D} = 0,140$

$PB = \mathfrak{B} = +0,366$   
 $BC = \mathfrak{C} = +0,190$

Fig. 4ª



$A = 19^{\circ}NO; \delta_1 = -12^{\circ}0'; \frac{H_1}{H} = 1,038$   
 $B = 61^{\circ}SE; \delta_2 = 11^{\circ}30'; \frac{H_2}{H} = 0,792$   
 $Pf = \mathfrak{B} = +0,240; cf = \mathfrak{C} = -0,136; cA' = \mathfrak{D} = 0,112$   
 $\frac{Aa}{AA'} = 0,829; \frac{Bb}{BB'} = 0,825$   
 $\lambda = 0,827.$

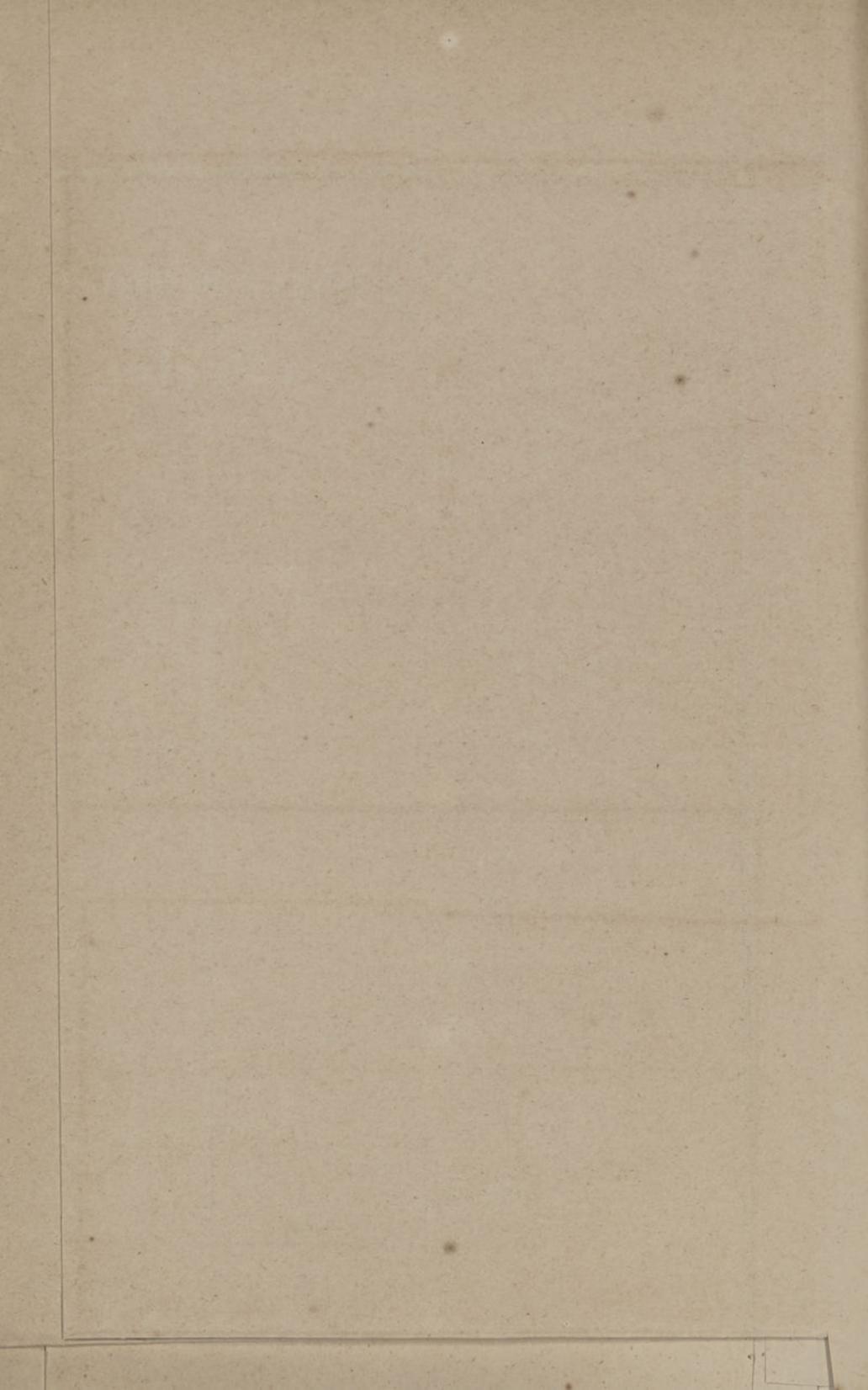
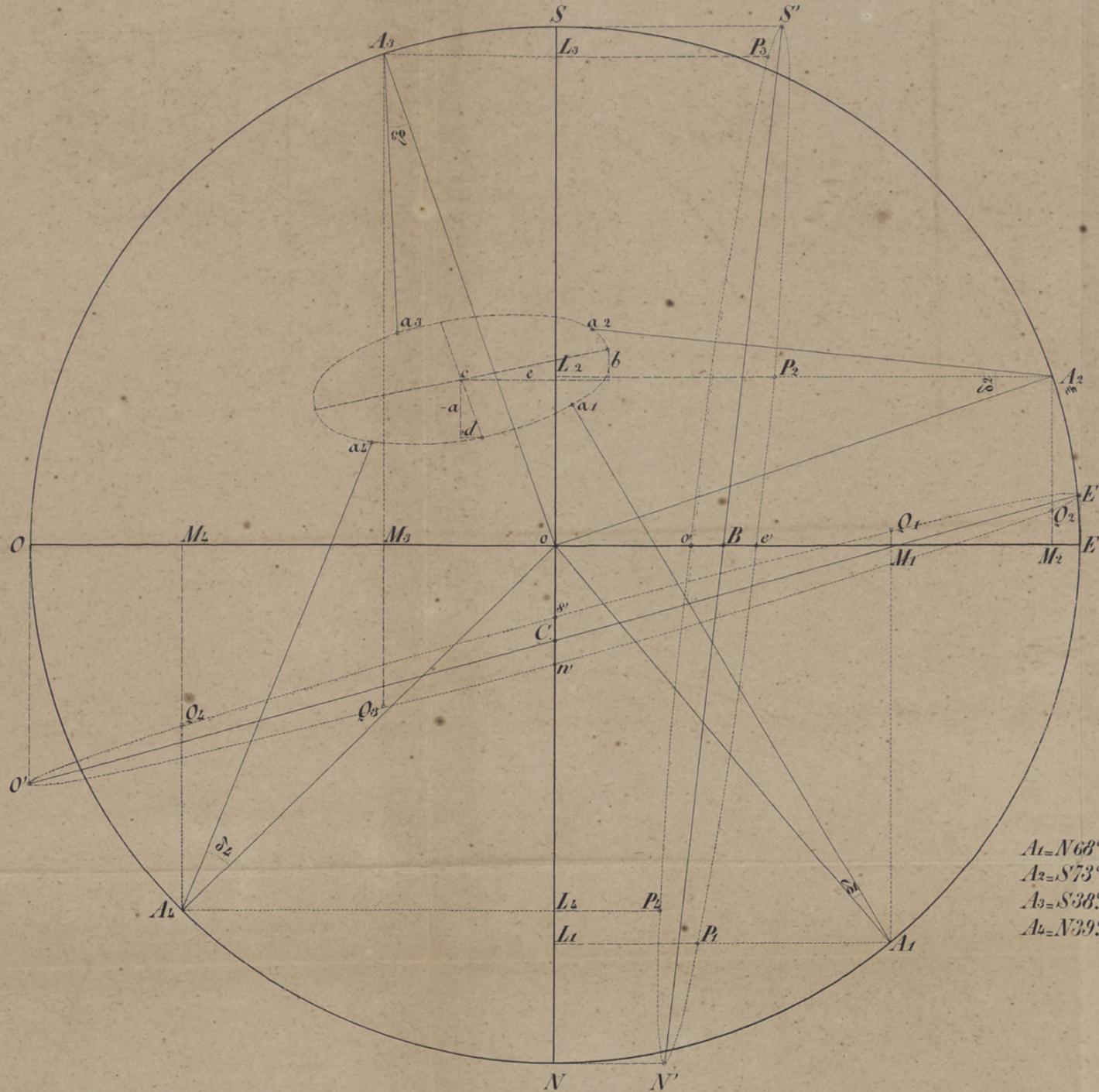


Fig. 1.<sup>a</sup>



Dados da Figura 1.<sup>a</sup>

Rumos	$\delta$	$\frac{H'}{H}$
$A_1$ 39° 40' + 9'	40'	1,210
$A_2$ 110. 0' + 25. 0'	0,884	
$A_3$ 199. 0' + 16.10'	0,540	
$A_4$ 315. 0' - 23. 0'	0,975	

$\lambda B = +0,320$	$\mathcal{A} = +0,062$
$\lambda C = -0,180$	$\mathcal{B} = +0,396$
$a = -0,110$	$\mathcal{C} = -0,224$
$c = -0,280$	$\mathcal{D} = +0,106$
$b = -0,060$	$\mathcal{E} = -0,012$
$d = +0,040$	
$\lambda = 0,805$	

Fig. 5.<sup>a</sup>

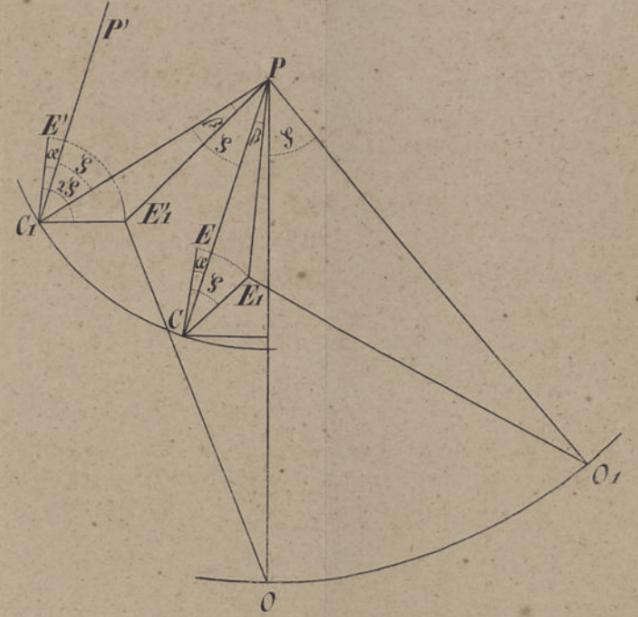
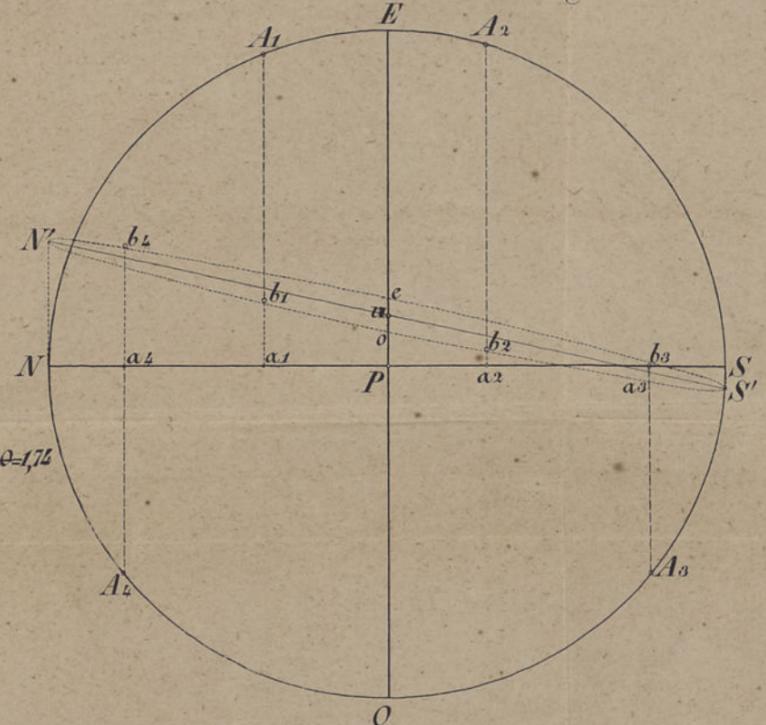


Fig. 2.<sup>a</sup>



$A_1 = N 68^\circ E$	$1,155$
$A_2 = S 73^\circ E$	$1,081$
$A_3 = S 38^\circ 20' O$	$1,055$
$A_4 = N 39^\circ 40' O$	$1,235$

$\log \theta = 1,72$

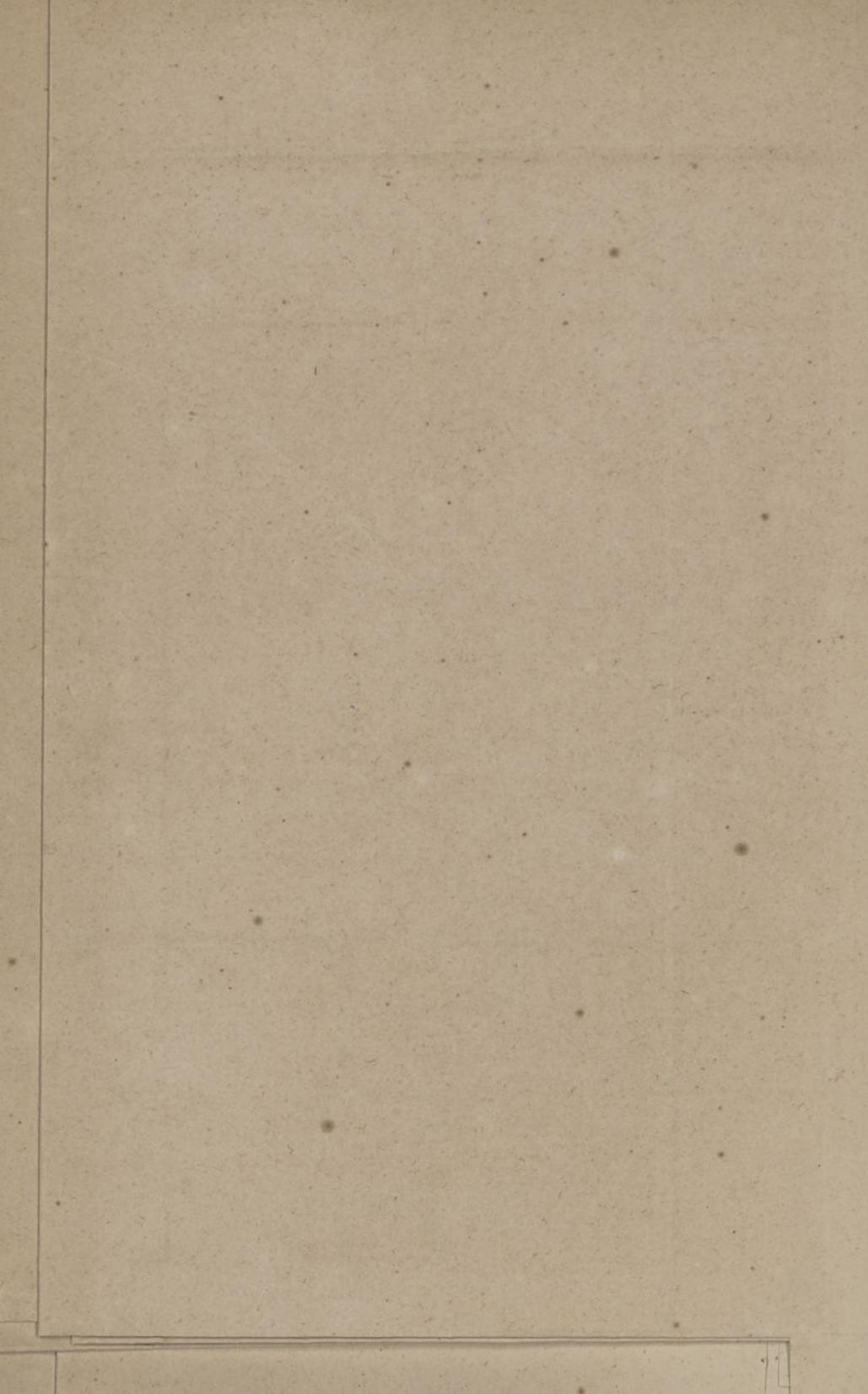
$$Pu = \frac{mil}{7}; u = 1,132 mil.$$

$$\frac{NA \cdot SS'}{2} = \frac{183 + 31}{2} = 107 = 0,107 = 9,9\theta$$

$$g = +0,061 mil.$$

$$ou = htg \theta = 2,5 = 0,025$$

$$h = +0,014$$



Dygogramma N.º 1.  
„Warrior„

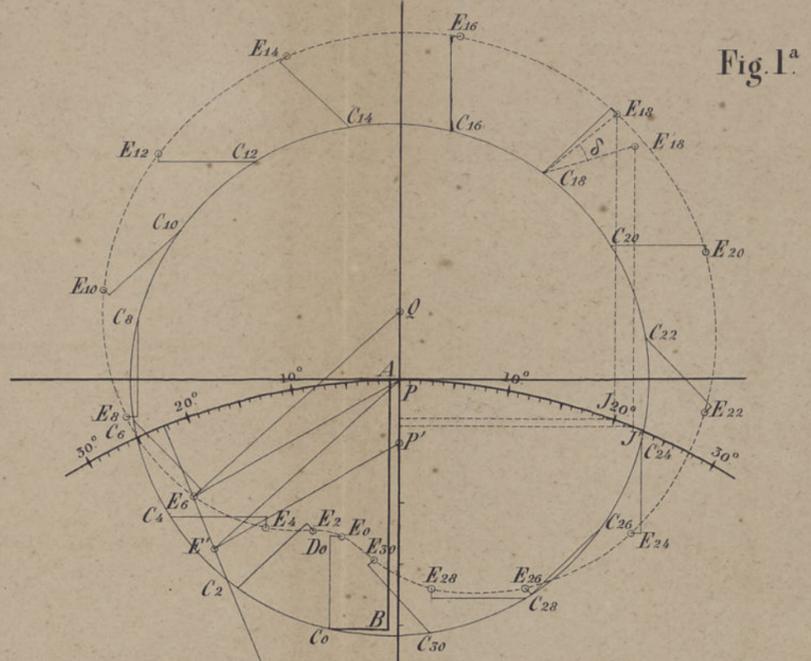


Fig. 1.<sup>a</sup>

$\alpha = -0,017$   
 $\beta = -0,408$   
 $\gamma = -0,090$   
 $\delta = +0,156$   
 $\epsilon = +0,013$

$\lambda = 0,900$

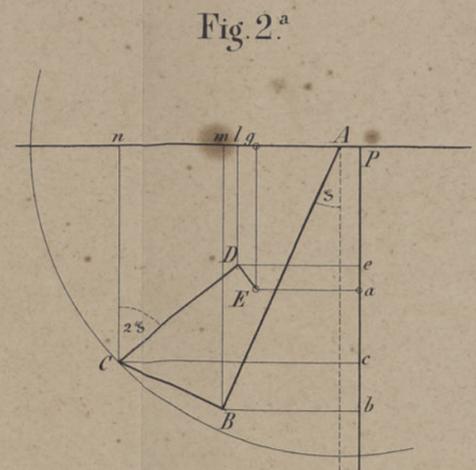


Fig. 2.<sup>a</sup>

Dygogramma N.º 1.  
„Hector„

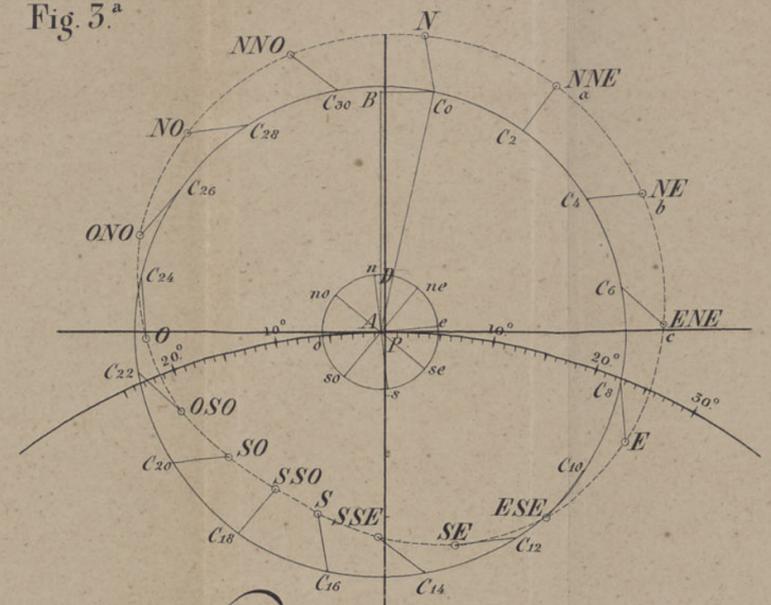


Fig. 3.<sup>a</sup>

Dygogramma N.º 1.  
„Vapor „Orontes„

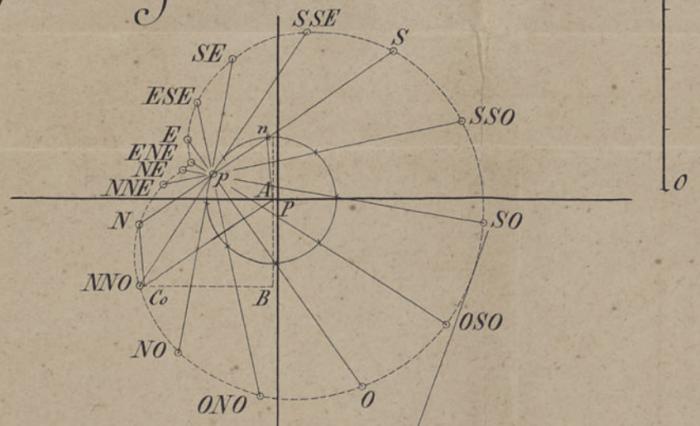


Fig. 5.<sup>a</sup>

$PA = \alpha = -0,007$   
 $AB = \beta = +0,592$   
 $BC = \gamma = +0,079$   
 $AD = \delta = +0,094$   
 $Dn = \epsilon = -0,011$

$\alpha = -0,009$   
 $\beta = -0,141$   
 $\gamma = -0,203$   
 $\delta = +0,100$   
 $\epsilon = -0,007$

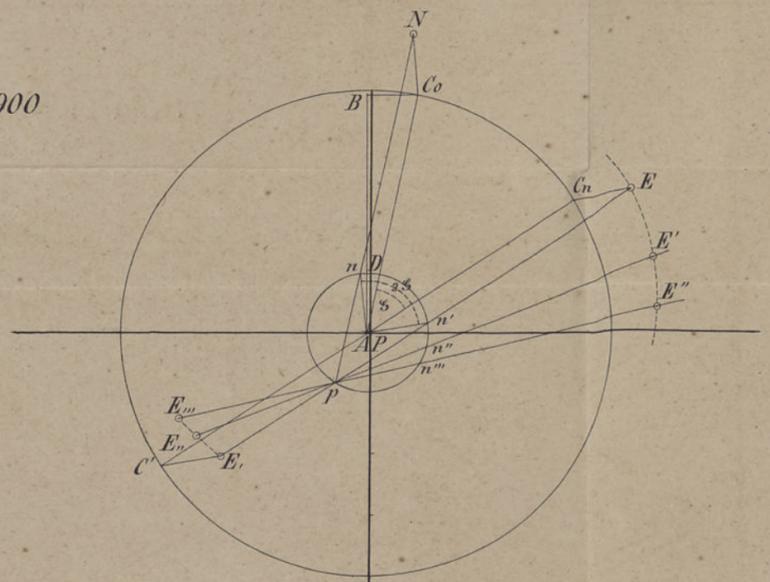
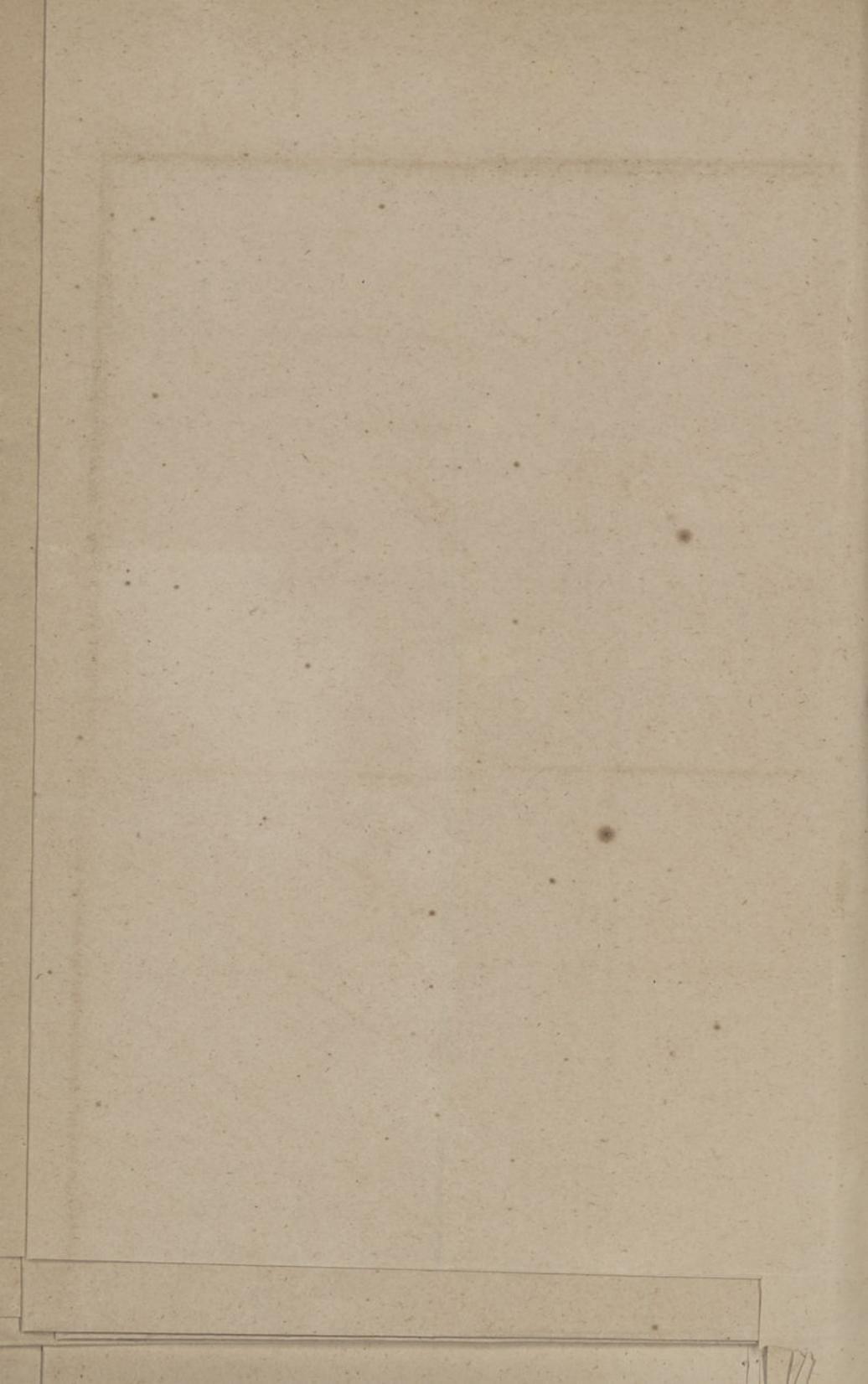


Fig. 4.<sup>a</sup>



Castello de Palmella por 56° SE verd.



{ Declinação em Junho de 1867 20° 46' 0. }  
{ Diminuição annua 55 }

S.ª Isabel Observatorio do Infante D. Luiz

N.ª de Monte

Graca

S. Vicente T. do Sul

S.ª Engracia

Obs. do Castello

Pão da Bandeira

Pombal

Real Observatorio Astr.

Necessidades (Mirante)

Estrelliniha Limborio da Estrella

Lapa

Chagas

S. Paulo

Praca do Commercio

Quadro da Alfandega

Santos

Aterro da Boa Vista

Chaminé do Gaz

Caes do Sidre

Arsenal

Cabrea

Chaminé Forte da Alfarrocheira

Rocha do Obidos

Ajuda

Cordoaria

Caes de Belem

Torre de Belem



Aimuths da Torre do Bego

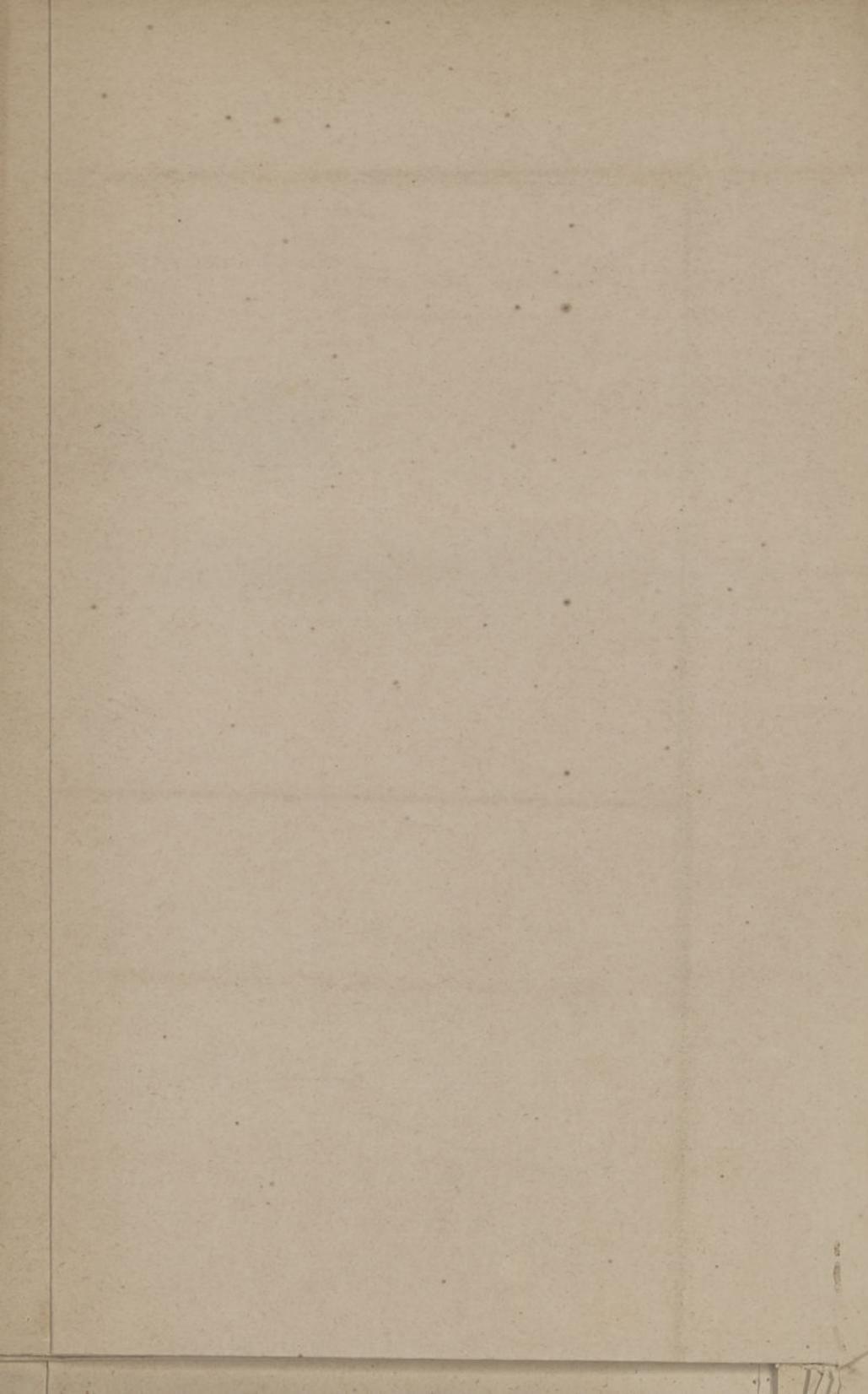
Moinho de E.

Mastro do Pragal

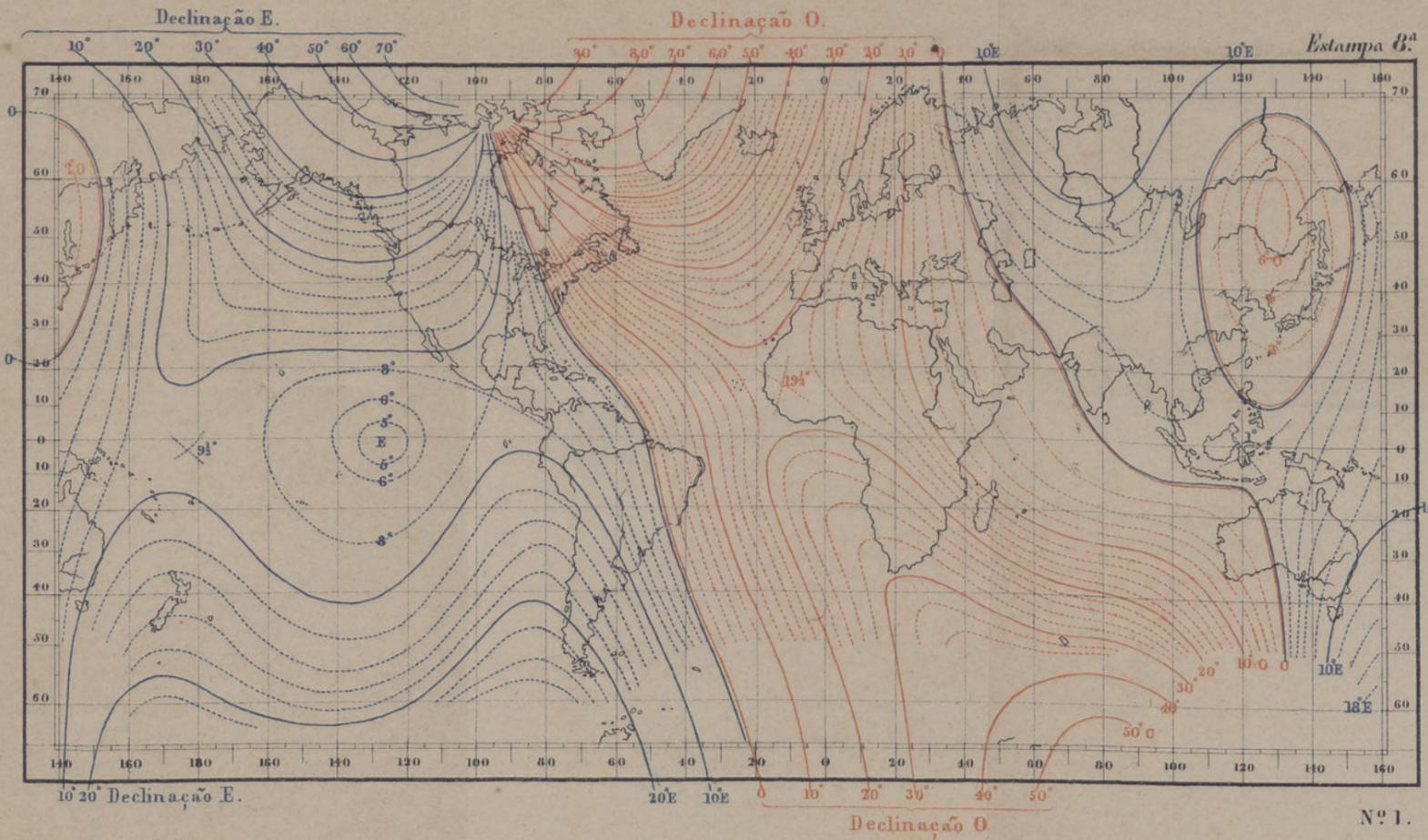
Aimuths do Castello de Palmella

Escala de 1/20.000.

200 0 400 800 1200 1600 2000 Metros.

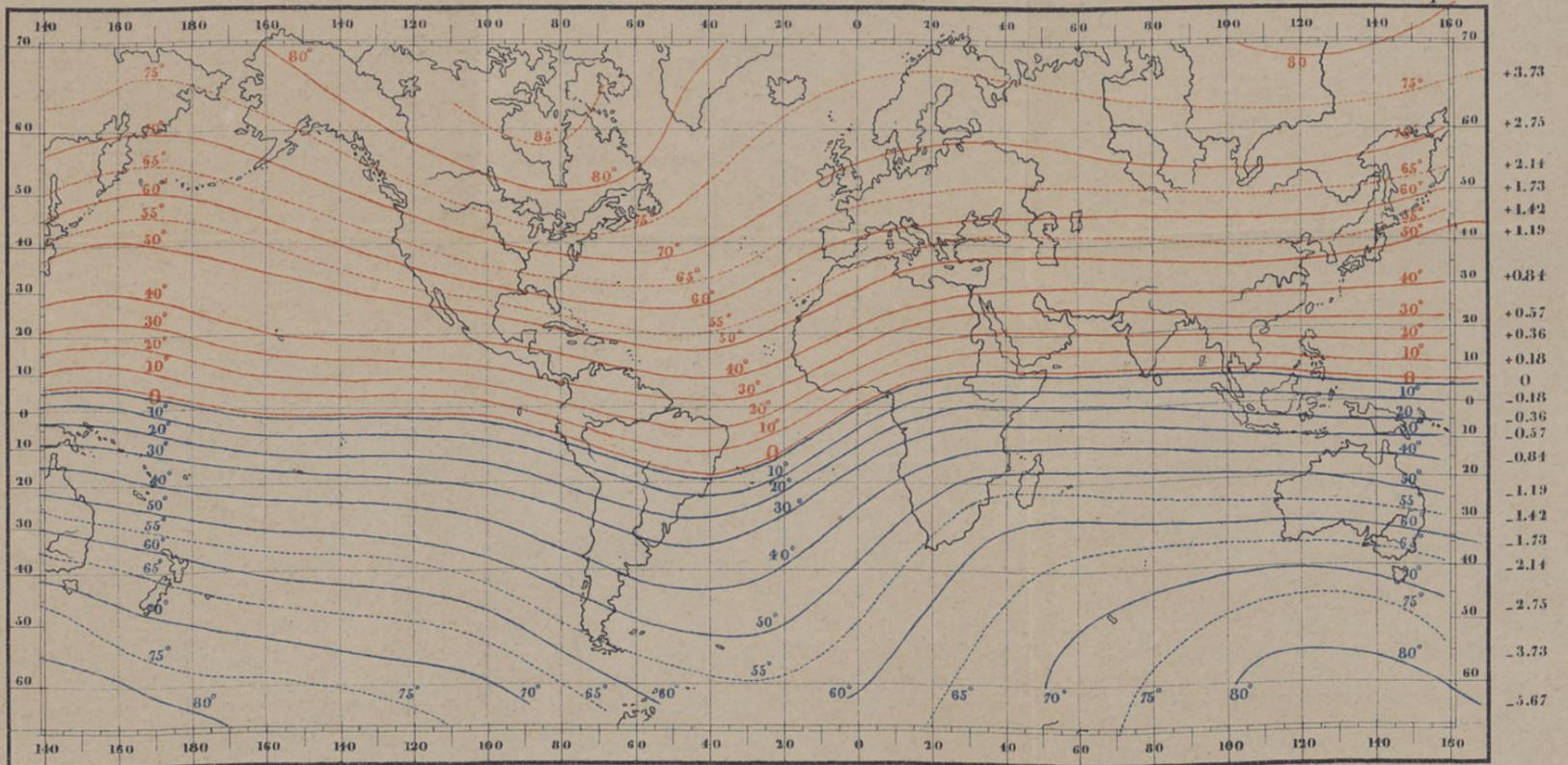


Linhas de igual Declinação, em 1860.



Linhas de igual Inclinação, em 1860.

Tangentes naturais da Inclinação  
Estampa 9ª + 5.67

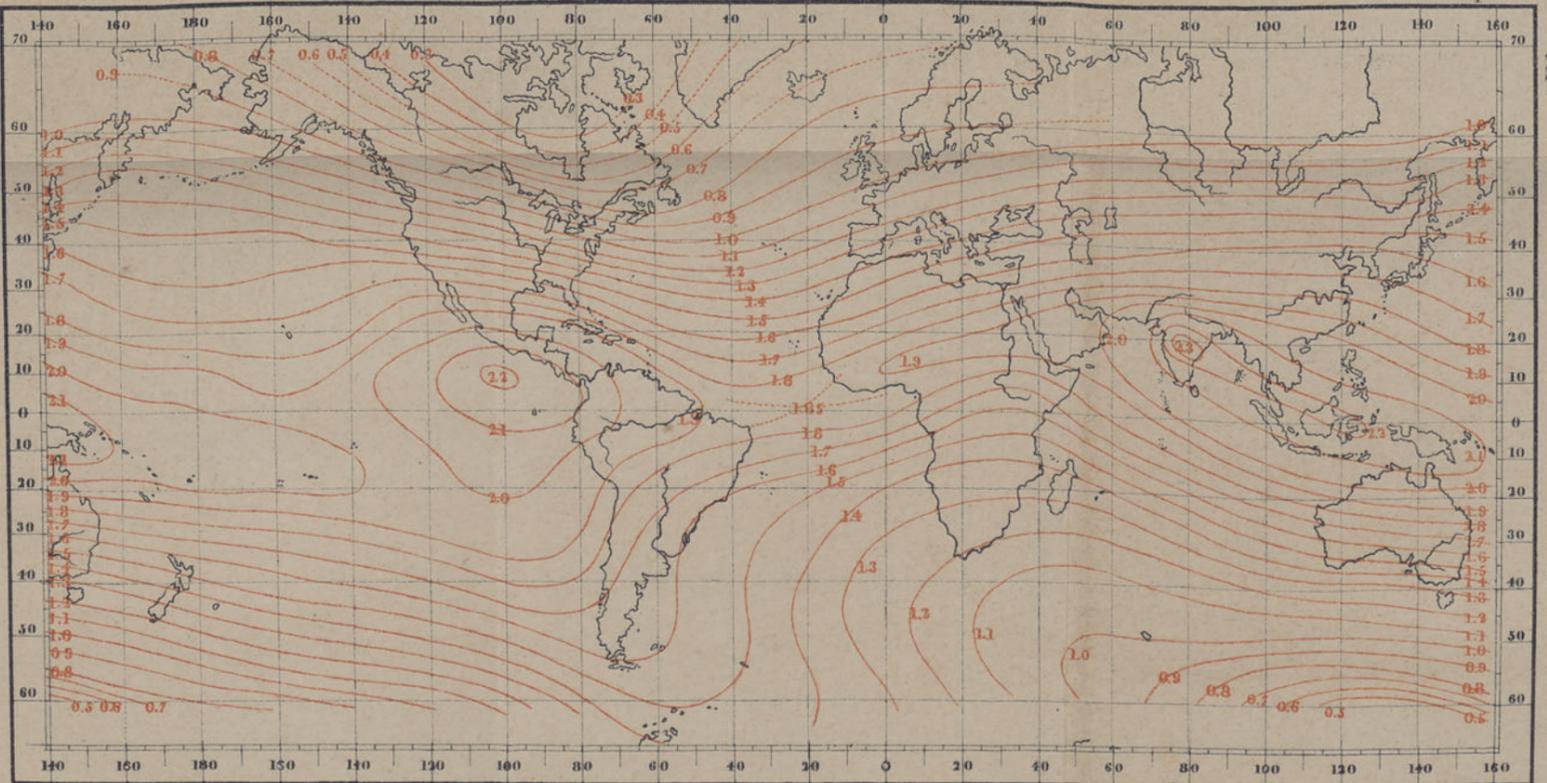


Nº 2.

Linhas de igual Força horizontal, em 1860.

Estampa 10ª

Valores recíprocos da Força horizontal

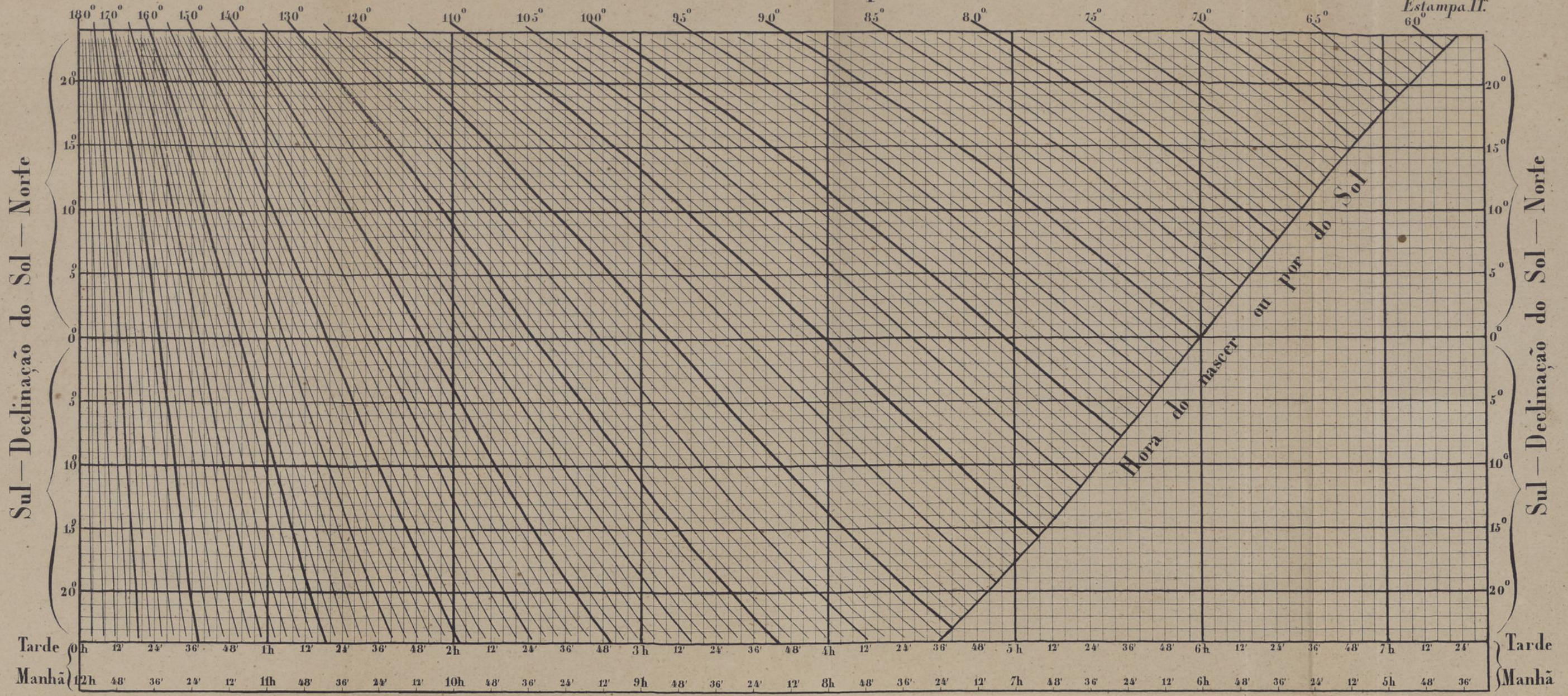


Nº 3.



# Azimuths do Sol, contados do Norte, para Leste ou Oeste

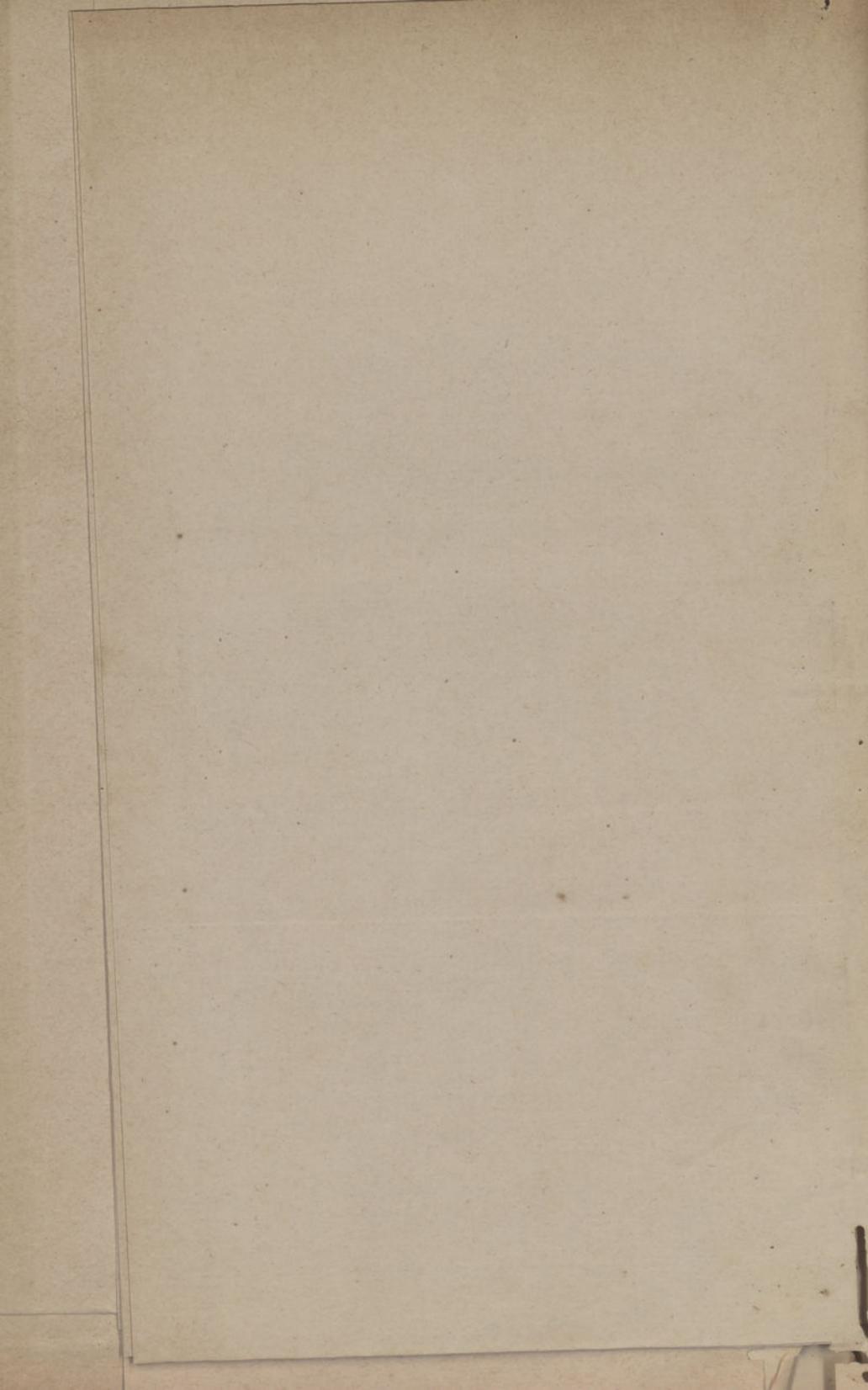
*Estampa II<sup>a</sup>*



Sul — Declinação do Sol — Norte

Sul — Declinação do Sol — Norte

Tarde } Manhã
0h 12' 24' 36' 48' 1h 12' 24' 36' 48' 2h 12' 24' 36' 48' 3h 12' 24' 36' 48' 4h 12' 24' 36' 48' 5h 12' 24' 36' 48' 6h 12' 24' 36' 48' 7h 12' 24'
Tarde } Manhã









RÓ  
MU  
LO



\*1329659034\*

CENTRO CIÊNCIA VIVA  
UNIVERSIDADE COIMBRA

