ESCOLAS REGIMENTAIS

DESENHO

PELO
GENERAL
José Vicente de Freitas

2.º E 3.º CURSOS

1.ª EDIÇÃO

APROVADO PELO MINISTÉRIO DA GUERRA

Depósito — J. Rodrigues & C.ª — R. Aurea, 188

LISBOA

1930

Edição e propriedade do autor
Litografia E. BARRAULT — Calçada da Glória, 45

ESCOLAS REGIMENTAIS

DESENHO

PELO
GENERAL

José Vicente de Freitas

2.º E 3.º CURSOS

1.ª EDIÇÃO

APROVADO PELO MINISTÉRIO DA GUERRA

Depósito — J. Rodrigues & C.ª — R. Áurea, 188

LISBOA

1930

Edição e propriedade do autor
Litografia E. BARRAULT — Calçada da Glória, 45

2.º Curso

A

a) Generalidades

Chama-se *corpo geométrico* ou *sólido geométrico* a uma porção de espaço que se imagina separada do espaço restante.

Denomina-se *volume* dum corpo, a parte do espaço ocupada por êle.

À parte externa que limita os corpos dá-se o nome de *superfície*. A superfície pode ser contínua como por exemplo a de uma *bola*, ou formada de partes distintas como a de um *dado*.

Se supusermos a superfície dividida em duas partes, temos a noção da linha. A linha pode ser formada dum só traço contínuo com a do contôrno duma moeda — *linha curva* — ou de traços distintos como, por exemplo, os que limitam uma página dum livro — *linha quebrada*. O que limita a linha chama-se *ponto*.

b) Da linha

Um fio tenso dá-nos a imagem de parte duma linha, que se chama *recta*. (fig. 1)

Dizemos de parte duma recta porque a recta é indefinida, o que equivale a dizer que cada um dos seus pontos a divide em duas partes.

Semi-recta é cada uma das duas partes em que é dividida uma recta (fig. 2) por um ponto *a*.

Uma porção limitada de recta tem o nome de *segmento*. Os pontos que o limitam chamam-se *extremos* do segmento.

Os segmentos indicam-se com duas letras, uma em cada extremo, e estas lêem-se ou escrevem-se por ordem alfabética. Ex. *ab* (fig. 3).

Fig. 1

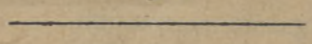


Fig. 2

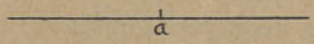
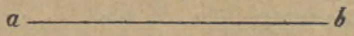


Fig. 3



A *linha quebrada* é formada de segmentos de recta unidos dois a dois pelos seus extremos. Ex. *abcd* (fig. 4).

A *linha curva* não é recta nem formada por segmentos de recta. Ex. *abc* (fig. 5).

A *linha mixta* é formada de linhas curvas e segmentos de recta. Ex. *abcde* (fig. 6.)

Para *somar* segmentos basta levar um dos extremos ao extremo do outro, de modo que êste segmento fique no prolongamento daquele e na mesma recta. Ex.: Somar *ab* com *cd* (fig. 7). Coloca-se *c* sôbre *b* e *cd* no prolongamento de *ab; ad* é a soma dos segmentos dados.

De *ef*, segmento maior do que *gh* (fig. 8), se pode *subtrair* êste, bastando colocar *h* sôbre *f* e *gh* sôbre *ef* — o resto é o segmento *eg*.

Podemos *multiplicar* um segmento por um número qualquer inteiro, para o que é suficiente somar tantos segmentos iguais ao segmento dado quantas são as unidades do multiplicador.

Quando um segmento se multiplica por um número, o novo segmento chama-se *múltiplo* do primeiro;

c) Do plano

A superfície livre dum liquido em repouso, considerada numa porção não muito extensa, dá-nos a imagem dum *plano*.

O plano é indefinido, isto é, não existem linhas que o limitem. A superfície externa de muitos objectos, tais como as faces duma tábua, duma caixa, etc., são partes do plano e não planos inteiros.

As partes em que um plano é dividido por uma recta chamam-se *semi-planos*.

Ângulos—Duas semi-rectas que partem dum ponto *o* (fig. 9) dividem o seu plano em duas partes que se chamam *ângulos*.

A parte do plano que não contém os prolongamentos dessas semi-rectas tem o nome de *ângulo convexo* e a outra *ângulo côncavo*.

Fig. 4

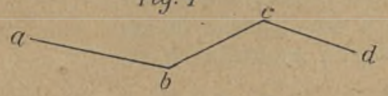


Fig. 5

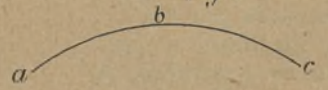


Fig. 6

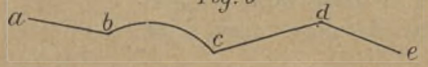


Fig. 7

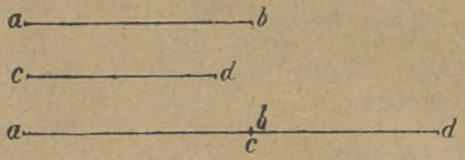


Fig. 8

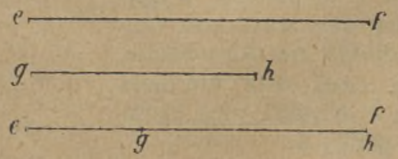


Fig. 9

Quando não dissermos o contrário, sempre que nos referimos aos ângulos deve entender-se ângulos convexos.

O ponto *o*, donde partem as semi rectas, chama-se *vértice* do ângulo, e as semi-rectas *oa* e *ob* chamam-se lados.

Um ângulo indica-se escrevendo uma letra no vértice e uma em um ponto de cada um dos seus lados e lendo ou escrevendo as três letras de modo que a do vértice fique no meio. Pode tambem indicar-se um ângulo pela letra do vértice.

Deve notar-se nos ângulos um caso especial no qual os dois lados estão sôbre a mesma recta ou, como geralmente se diz, têm os lados em direitura (fig. 10). Neste caso os dois ângulos que se formam são, cada um, a metade do plano e dizem-se *ângulos rasos*.

Para *somar* os ângulos *aob* com *boc* (fig. 11) basta fazer coincidir o vértice *o* e um dos lados *ob* dum ângulo com o vértice e o lado do outro, de modo que os segundos lados fiquem para a direita e esquerda de *ob*.

O ângulo *aoc* é a soma dos ângulos dados.

Para subtrair um ângulo doutro, por exemplo *aob* de *a'o'c* (fig. 12), faz-se coincidir *oa* com *o'a'* e obriga-se o lado *ob* a cair para a direita de *o'a'*; *mo'c* é a diferença dos ângulos.

Se a soma de dois ângulos *aoc* e *cob* (fig. 13) é igual a um ângulo raso, êsses ângulos dizem-se *suplementares*.

Quando duas rectas *ab* e *cd* (fig. 14) se cortam de modo que formem 4 ângulos, dois quaisquer que têm um lado comum são suplementares; mas outros dois que não têm lado comum, por exemplo *aoc* e *bod*, dizem-se *opostos pelo mesmo vértice*, ou *verticalmente opostos*.

Diremos então que ângulos *verticalmente opostos* são os que resultam do prolongamento dos lados do outro ângulo.

Fig. 10

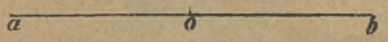


Fig. 11

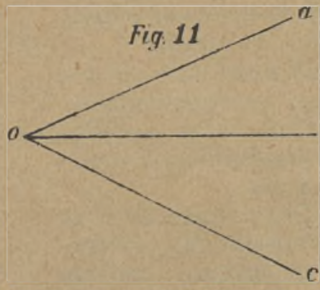


Fig. 12

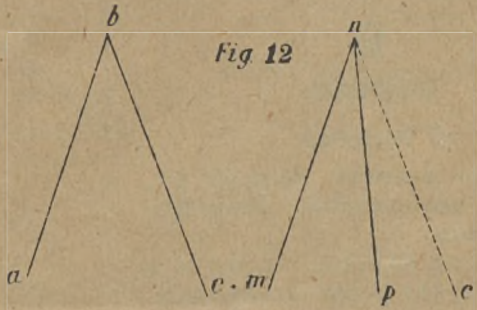


Fig. 13

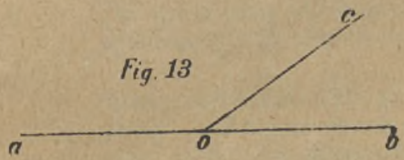
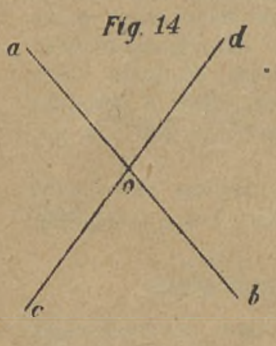


Fig. 14



Perpendiculares — Duas rectas *ab* e *cd* (fig. 15) que, cortando-se, fazem 4 ângulos iguais, dizem-se *perpendiculares* e estes ângulos dizem-se *rectos*.

Um ângulo *cod* (fig. 16) maior do que o recto chama-se *obtuso* e o menor *eof* (fig. 17) *agudo.*

Os ângulos cuja soma vale um recto denominam-se *complementares.*

Oblíquas — Uma recta *cm* (fig. 18) que não seja perpendicular a outra *ab* é *oblíqua* a ela.

Paralelas — Duas rectas *ab* e *cd* (fig. 19) que, situadas no mesmo plano, não se encontram, embora prolongadas, dizem-se *paralelas.*

Fig. 15

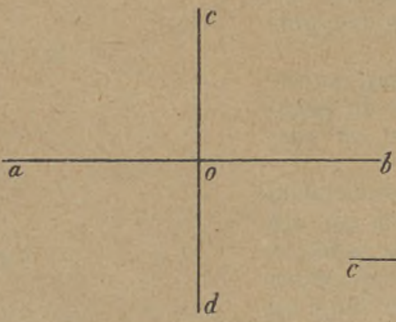


Fig. 16

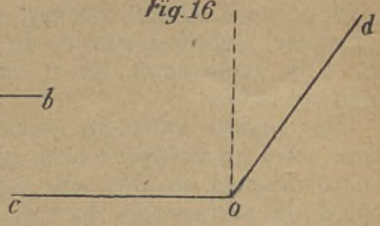


Fig. 17

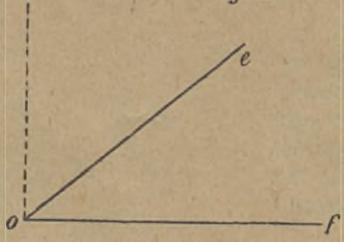


Fig. 18

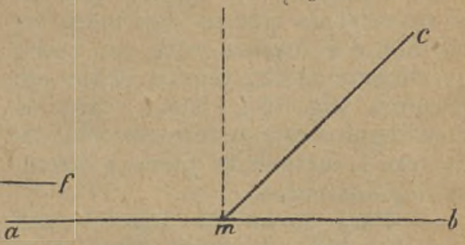


Fig. 19

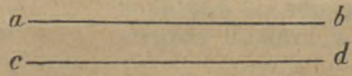


Fig. 20

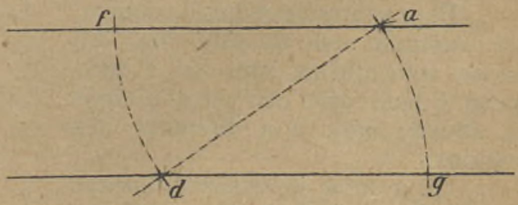
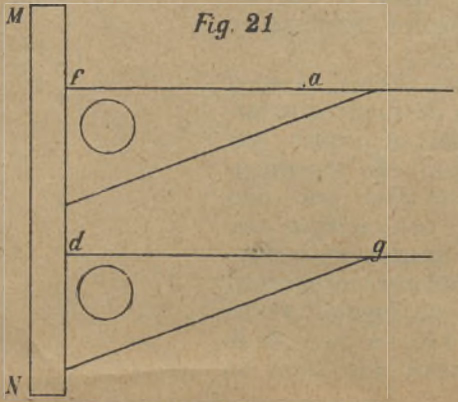


Fig. 21



B

Construções

a) Paralelas

Pelo ponto a *fora de* gd, *traçar-lhe uma paralela.* **Emprêgo do compasso.**

1.º processo (fig. 20).—Traça-se a secante *ad*. Do ponto *d* como centro e raio *da* descreve-se o arco *ag* e de *a* como centro e o mesmo raio descreve-se o arco *df* igual a *ag; af*, que passa por *a* e por *f*, é a paralela pedida.

2.º processo (fig. 21).-**Emprêgo simultâneo da régua e do esquadro.** Faz-se coincidir o lado maior do ângulo recto do esquadro com *dg* e aplica-se contra o lado menor do esquadro a régua *MN*. Faz-se escorregar e esquadro ao longo da régua, conservando-o sempre em contacto com ela até chegar ao ponto *a* traça-se pelo ponto *a* a recta *af* que é a paralela pedida.

Êste mesmo processo serve para traçar pelos pontos *a* e *g* perpendiculares a *df*.

b) Perpendiculares

Levantar uma perpendicular ao meio do segmento ab (fig. 22) De cada um dos extremos *a* e *b* do segmento como centros, e com um raio maior do que metade de *ab*, descrevem-se dois arcos que, cortando-se, determinam os pontos *c* e *d* pelos quais se faz passar o segmento *cd*, que é perpendicular a *ab*.

A perpendicular ao meio dum segmento tem o nome de *eixo do segmento.*

Levantar uma perpendicular no extremo a *do segmento* ab *sem o prolongar.* (fig. 23). — Faz-se centro num ponto *c*, fora do segmento, e descreve se uma circunferência de raio *ca* que corta *ab* no ponto *d*. Una-se o ponto *c* com o ponto *d* e prolongue-se *cd* até encontrar para a outra banda o arco no ponto *e*. O segmento *ae* é a perpendicular pedida.

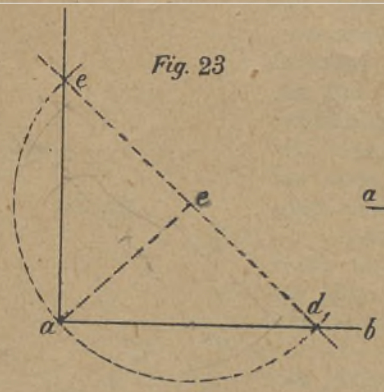


Fig. 23

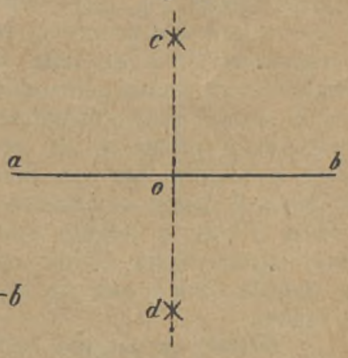


Fig. 22

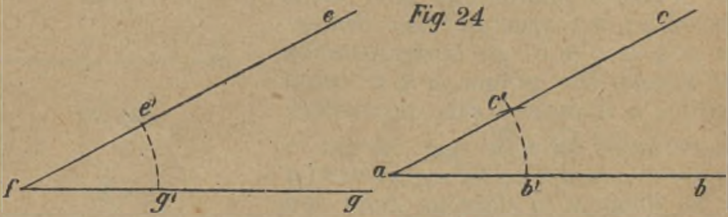


Fig. 24

c) Ângulos

Construir sôbre ab *um ângulo igual a* efg (fig. 24). — Com centro em *f*, descreve-se um arco que corte os lados do ângulo *efg* nos pontos *e'* e *g'*. Com o mesmo raio e centro em *a* descreve-se o arco *b'c'* igual a *e'g'*. Traçando *c'a* temos o ângulo *bac=efg*.

Somar os ângulos abc *com* def (fig. 25).—Construa-se sôbre *lm* um ângulo igual a *abc* e sôbre *ln* o ângulo *nlp* igual a *def*. O ângulo *mlp* é igual à soma dos ângulos dados.

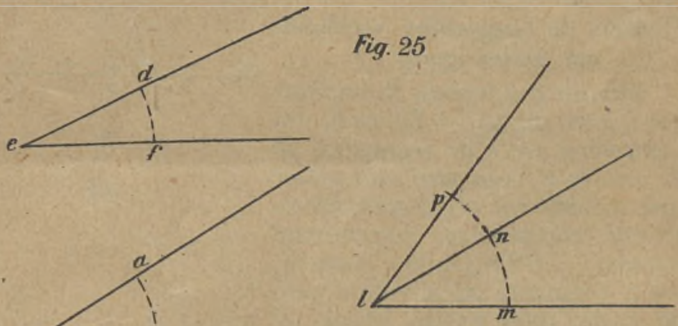


Fig. 25

Subtrair do âugulo cba *o ângulo* def (fig. 26). — Construa-se sôbre o lado *bc* um ângulo *gbc*, igual a *def*, o ângulo *abg* é a diferença dos ângulos dados.

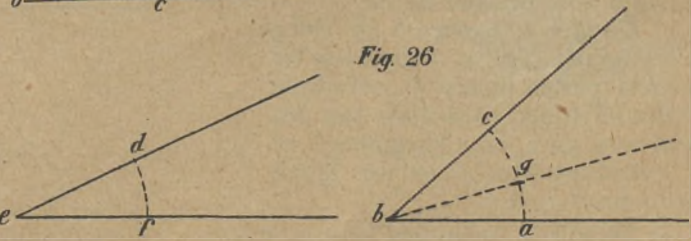


Fig. 26

Multiplicar o ângulo aôb (fig 27) ***por 2, 3, 4,*** etc. — Construa-se sôbre ***od*** um ângulo igual a ***aôb*** e sôbre ***of*** outro ângulo igual a ***aôb*** o ângulo ***dôg*** e igual a duas vezer ***aôb.***

Construindo sôbre ***og*** o ângulo ***gòh*** igual a ***aôb*** temos o ângulo ***dôh*** $=3\times$**aôb.**

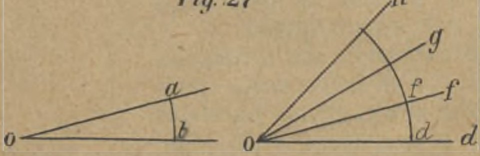


Fig. 27

Dividir o ângulo bac *em 2 partes iguais* (fig. 28).—Descreve-se do vértice a o arco $b'c'$, traça-se o segmento $b'c'$ e de cada um dos pontos b' e c', como centros, descrevem-se arcos que, cortando-se, determinam o ponto d. A recta ad divide o ângulo bac em duas partes iguais e chama-se *bissectriz*.

Para dividir o ângulo bac em 4 partes iguais, basta dividir cada um dos ângulos bad e cad em duas partes iguais.

Dividir o ângulo recto abc *em 3 partes iguais* (fig. 29).—Com centro em b e qualquer raio descreve-se o arco $a'\,c'$ que corte os lados do ângulo. Dos pontos a' e c' como centros e o mesmo raio descrevem-se os arcos $\widehat{bd}$ e $\widehat{be}$ que cortam o primeiro em d e e. As semirectas bd e be dividem o ângulo dado em três partes iguais.

d) Divisão de segmentos rectilínios em partes iguais

Dividir o segmento ab *em duas partes iguais* (fig 30). — De cada um dos extremos a e b do segmento, ab como centro e com um raio maior do que metade de ab, descrevem-se arcos que, cortando-se, determinam os pontos c e d. Traçando a recta cd, temos o segmento ab dividido pelo ponto o em duas partes iguais. O segmento ao é metade de ab.

Dividir o segmento ab *em 4 partes iguais* (fig. 31).—Divide-se ab em duas partes iguais e procede-se do mesmo modo para cada um dos segmentos ao e bo. O segmento ab fica dividido em 4 partes iguais pelos pontos e, o, f.

Dividir o segmento ab *em 3 partes iguais* (fig. 32).—Por um dos extremos, a, conduz-se uma semi-recta ac sôbre a qual se marcam a partir de a três partes iguais.

Unindo o extremo c do último segmento com b e tirando, pelos pontos de divisão d e e, rectas paralelas a bc, temos o segmento dado dividido em três partes iguais. Anàlogamente se divide o segmento ef (fig. 33) em 5 partes iguais.

Fig. 28

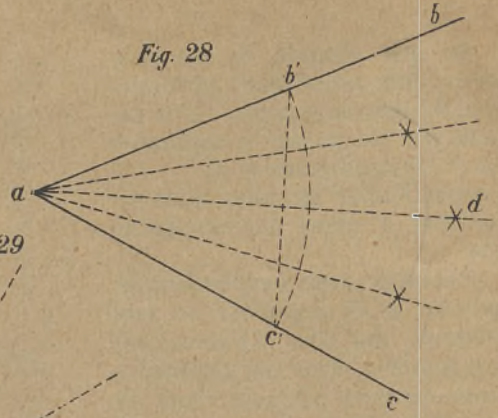


Fig. 29

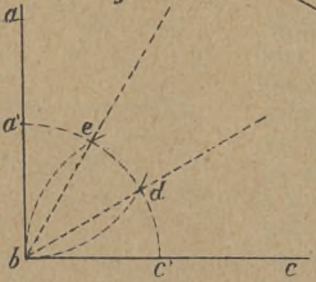


Fig. 30

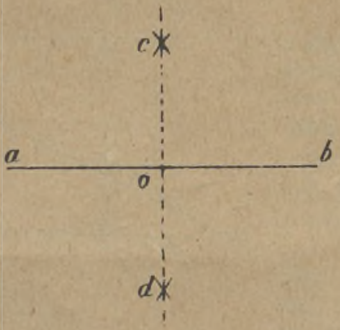


Fig. 31

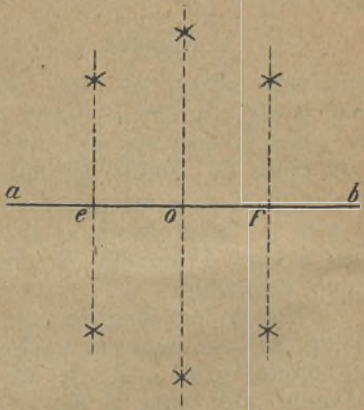


Fig. 32

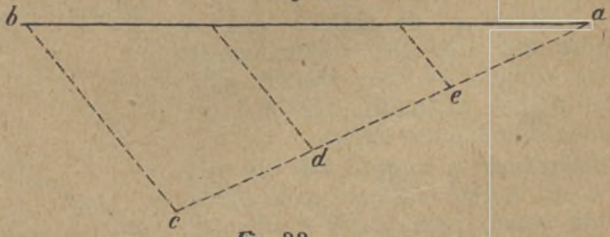
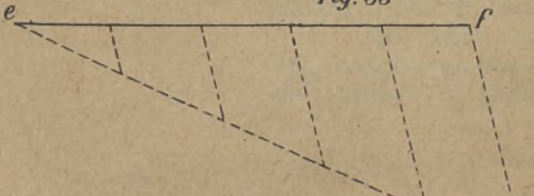


Fig. 33



C

Polígonos

a) Generalidades

Dá-se o nome de polígono à porção de superficie limitada por linhas que se reúnem duas a duas. Ex. (fig. 34).

As linhas *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ea*, que formam o polígono, chamam-se *lados*.

Dá-se o nome de *vértice* aos vértices dos ângulos formados pelos lados.

Os polígonos tomam o nome do número de lados por que são formados e assim dizem-se: *triângulo*, *quadrilátero*, *pentágono*, *hexágono*, *heptágono*, *octógono*, *eneágono*, *decágono*, *endecágono*, *dodecágono*, *pentedecágono*, *icoságono*, segundo tem 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 20 lados.

Os outros polígonos não têm nome especial e dizem-se polígonos de 13, 14, 16 lados.

O segmento unindo dois vértices de um polígono que não são extremos do mesmo lado tem o nome de *diagonal* do polígono.

Triângnlos. O triângulo é, como dissemos, o polígono de 3 lados. Chama-se *base* do triângulo a qualquer dos seus lados e *altura* ao segmento tirado perpendicularmente do vértice oposto sôbre a base.

Os triângulos podem ter: os três lados todos iguais e dizem-se *equiláteros*, ex. *abc* (fig. 35); só dois lados iguais e chamam-se *isósceles*, ex. *def*; ou todos desiguais e denominam-se *escalenos*, ex. *ghi*.

Um triângulo chama-se: *rectângulo* quando tem um *ângulo* recto, ex. *abc* (fig. 36); *obtusângulo* se tem um ângulo obtuso, ex. *def*; e *acutângulc* se tem todos os ângulos agudos, ex. *ghi*.

No triângulo rectângulo chama-se *hipotenusa* ao lado *bc* oposto ao ângulo recto e *catetos* aos outros dois lados *ab* e *ac*.

Fig. 34

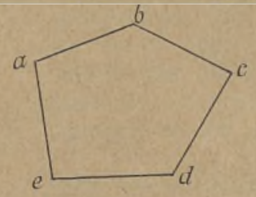


Fig. 35

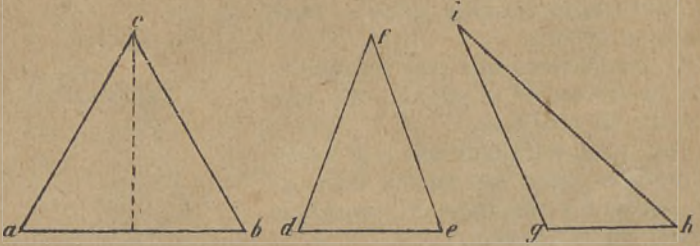
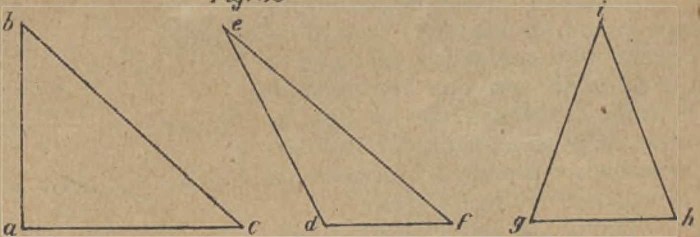


Fig. 36



Quadriláteros. O quadrilátero é, como dissemos, o polígono de 4 lados.

O quadrilátero *abcd* (fig. 37), que tem os lados paralelos dois a dois, díz-se *paralelogramo*. O quadrilátero *efgh* (fig. 38) equiângulo; ou melhor: o que tem todos os ângulos rectos chama-se *rectângulo*.

O quadrilátero que tem os lados iguais, *ijkl* (fig. 39), diz-se *losango* ou *rombo*.

Quadrado é o quadrilátero *abcd* (fig. 40), equilátero e equiângulo.

Um dos lados *ad* (fig. 37) do paralelogramo chama-se *base* e dá-se o nome de *altura* á perpendicular *c'd'* comum, compreendida entre a base e o lado oposto.

O quadrilátero que tem só dois lados paralelos, *ab* e *ef* (fig. 41), tem o nome de *trapézio*.

Os lados paralelos *ab* e *ef* denominam-se *bases;* os outros dois, *ae bf*, *lados;* e a distância *cd*, entre as bases, diz-se *altura*.

O trapézio que tem os lados, *ad bc* (fig. 42), iguais chama-se *isósceles*.

b) Construções de triângulos e quadriláteros

Construir um triângulo equilátero sendo ab (fig. 43) *o lado*. — Traça-se um segmento *mn* igual a *ab* e de cada um dos extremos *m* e *n*, como centros, e raio *ab*, descrevem-se dois arcos que, cortando-se, determinam o ponto *c*. Traçando *cm* e *cn* temos o triângulo *cmn*.

Construir um triângulo isósceles, sendo ab (fig. 44) *a base* e cd *o lado*. — Traça-se o segmento *ef* = *ab* e de cada um dos extremos *e* e *f* como centros, e raio *cd* descrevem-se arcos que, cortando-se, determinam o ponto *g*. Os segmentos *eg* e *fg* determinam o triângulo pedido.

Construir um triângulo, sendo ab, *cd* e *ef os seus lados* (fig. 45). — Traça-se *mn* = *ab* e dos pontos *m* e *n*, como centros e raios, respectivamente iguais a *cd* e *ef*,

Fig. 37

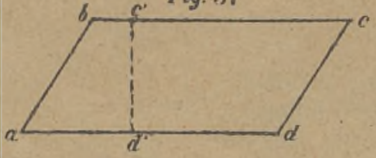


Fig. 38

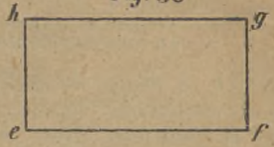


Fig. 39

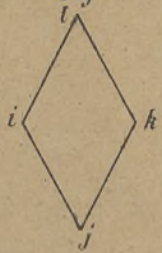


Fig. 40

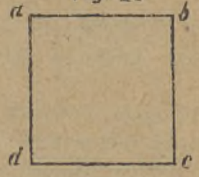


Fig. 41

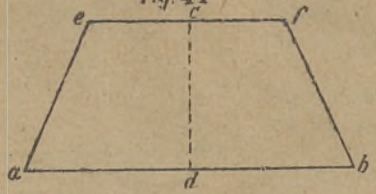


Fig. 42

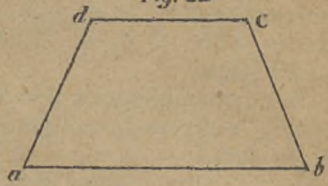


Fig. 43

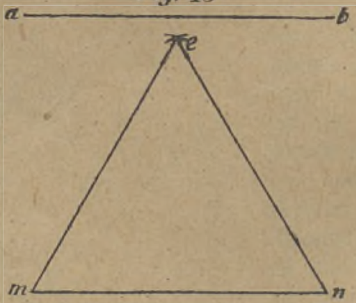


Fig. 44

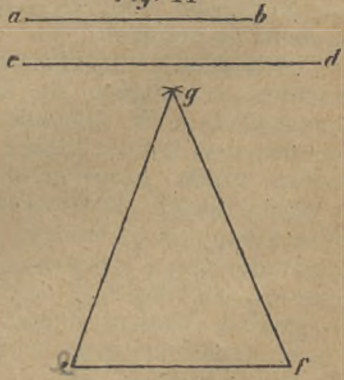
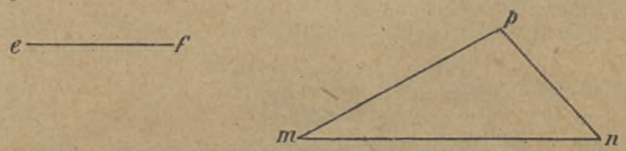


Fig. 45



descrevem-se dois arcos que, cortando-se, determinam o ponto *p*, o qual, unido com *m* e *n* pelos segmentos *pm* e *pn*, determina o triângulo.

Construir um triângulo, sendo mn e pq *os seus lados e* $\widehat{d}$ *o ângulo por êles formado* (fig. 46).—Sôbre $ab = mn$ construa-se o ângulo $a = d$ e marque-se $ac = pq$; o segmento *bc* completa o triângulo pedido.

Construir um triângulo, sendo mn *um lado e* $\widehat{p}$ *e* $\widehat{q}$ *os ângulos adjacentes a êsse lado* (fig. 47).—Construam-se sôbre $ab = mn$ e nos pontos *a* e *b* ângulos respectivamente iguais a $\widehat{p}$, $\widehat{q}$; os lados dêstes ângulos, cortando-se em *c*, determinam o triângulo *abc*, pedido.

Construir um triângulo rectângulo, sendo ab *a hipotenusa e* cd *um cateto* (fig. 48).—No extremo *e* da recta *eg* traça-se *eh* perpendicular a *eg* e igual a *dc*. Com centro em *h* e raio *ab* descreve-se um arco que corta *eg* no ponto *f*. Traça-se *hf* que completa o triângulo pedido.

Construir um triângulo rectângulo, sendo ab e cd (fig. 49) *os seus catetos.* — Traça-se $mn = ab$ e em *m* a perpendicular $mp = cd$, e unindo *p* com *n* temos o triângulo *mnp* pedido.

***Construir um triângulo rectângulo isósceles sendo bd a altura* (fig. 50).** **Traça-se um segmento $ef = 2bd$; com centro em *o*, meio de *ef*, descreve-se uma semi-circunferência de raio *bd*. Traçando do ponto *a*, meio do arco *eaf*, as cordas *ae* e *af* temos o triângulo pedido.**

Construir um paralelogramo, sendo ab *e* cd *dois lados contíguos e* ê *o ângulo por êles formado* (fig. 51)—Traça-se um segmento $a'b' = ab$ e em b' constrói-se o ângulo $c'b'a' = e$. Marca-se $b'c' = cd$ e pelos pontos c' e a' traçam-se paralelas, respectivamente, a $a'b'$ e $b'c'$, que completam o paralelogramo.

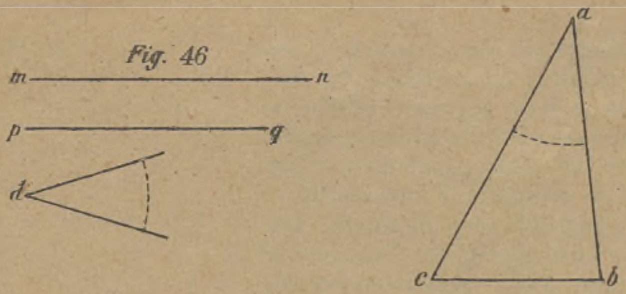
Fig. 46


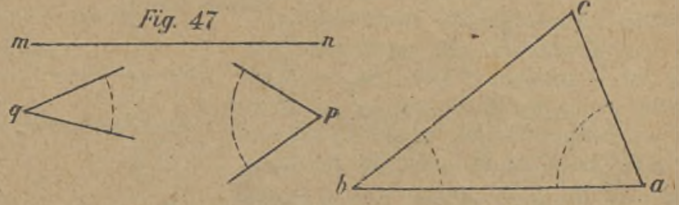
Fig. 47


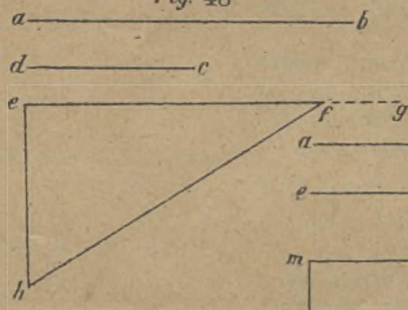
Fig. 48


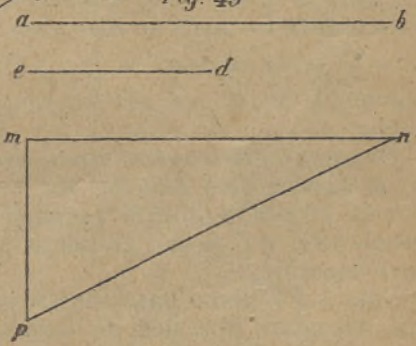
Fig. 49


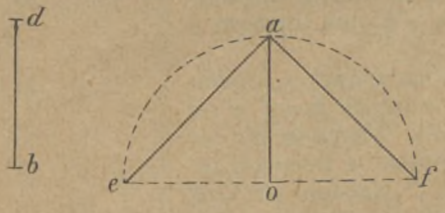
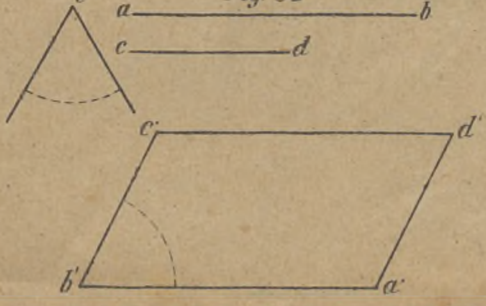
Fig. 50


Fig. 51


Construir um rectângulo, sendo ab *a base e* cd *a altura* (fig. 52). — Traça-se um segmento $a'b' = ab$ e levantam-se nos extremos as perpendiculares $a'c'$ e $b'd'$ iguais a cd; o segmento $c'd'$ completa o rectângulo.

Construir um quadrado, sendo mn *o lado* (fig. 53). — Traça-se $ab = mn$ e em a e b traçam-se perpendiculares a ab iguais a mn. O segmento cd completa o quadrado.

Construir um quadrado, sendo mn a diagonal (fig. 54). — Traça-se $ac = mn$ e levanta-se ao meio a perpendicular bd, sôbre a qual se marca para cada lado do ponto o, ob e od iguais a $\frac{1}{2}\,mn$. Os segmentos ab, bc, cd e da formam o quadrado.

Construir um losango, sendo mn *e* pq *as diagonais* (fig. 55). — Traçam-se duas rectas perpendiculares, sôbre as quais se marca $oa = oc = \frac{1}{2}\,mn$ e $ob = od = \frac{1}{2}\,pq$. Os segmentos ab, bc, cd, da formam o losango.

Construir um trapézio sendo* ab *e* cd *as bases e* ef *o lado (fig. 56). Traçam-se $a'b' = ab$ e sôbre êste segmento marcam-se $a'f' = cd$ grandeza da base superior.

Sôbre $f'b'$ como base construa-se um triângulo isosceles do lado ef, pelos pontos a' e c' traçam-se paralelas a $c'f'$ e a $a'b'$ que formam o trapézio.

Construir um trapézio rectângulo sendo ab *e* cd *as bases e* ef *a altura* (fig. 57). Traça-se $a'b' = ab$ e em a' levanta-se a perpendicular $a'c' = ef$. Em c' traça-se $c'd' = cd$ e paralela a $a'b'$. O segmento $b'd'$ completa o trapézio.

Fig. 52

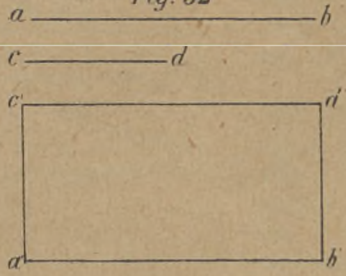


Fig. 53

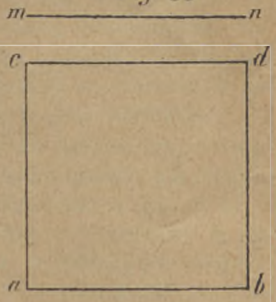


Fig. 54

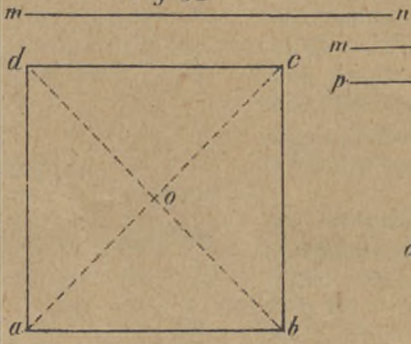


Fig. 55

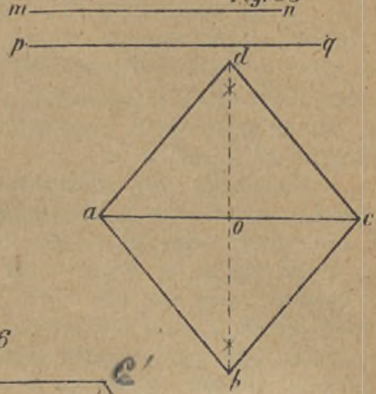


Fig. 56

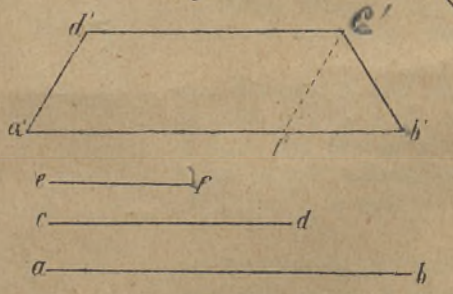
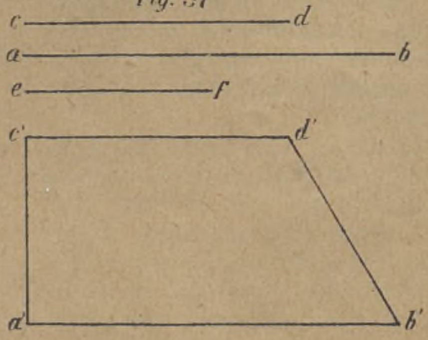
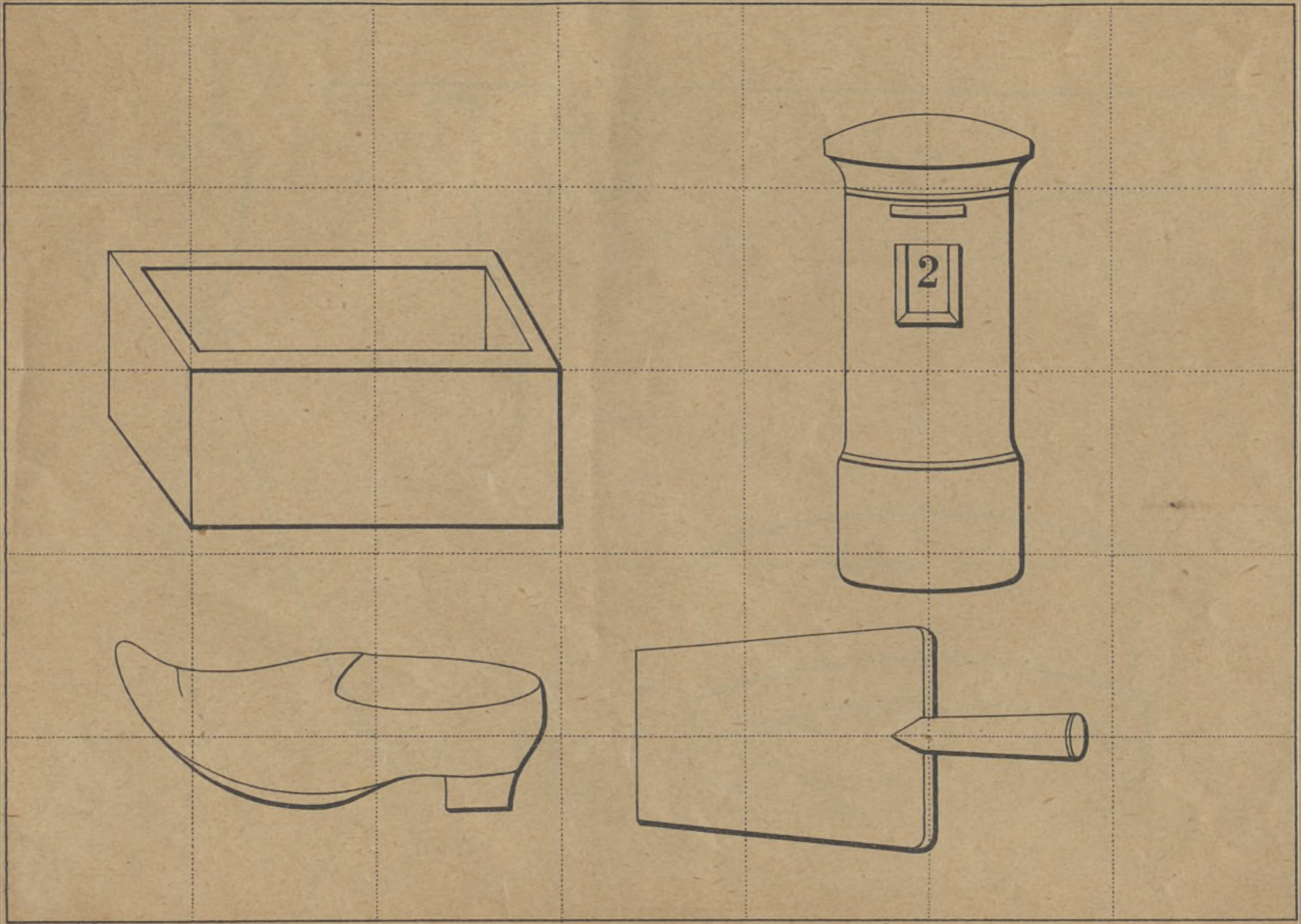
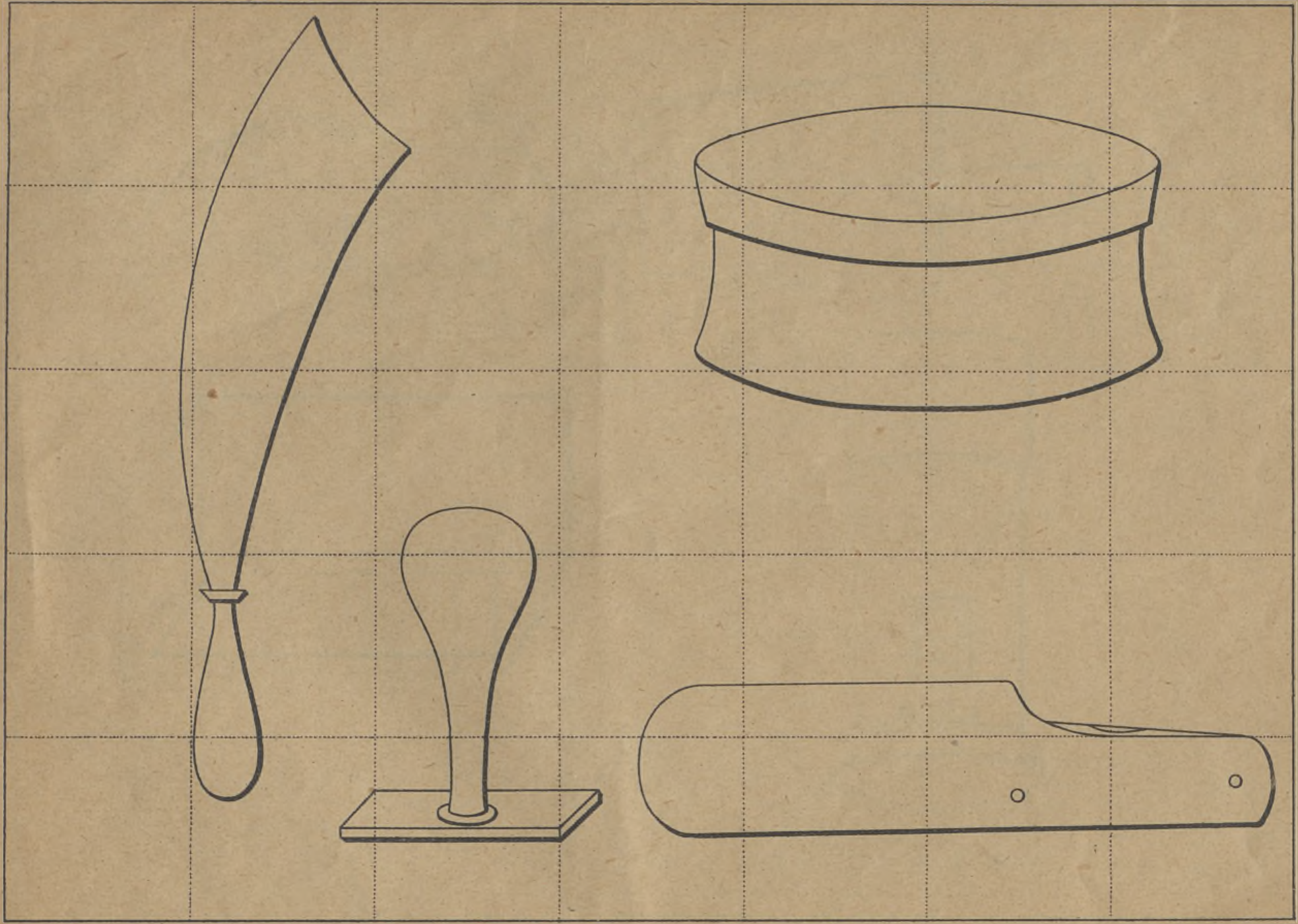
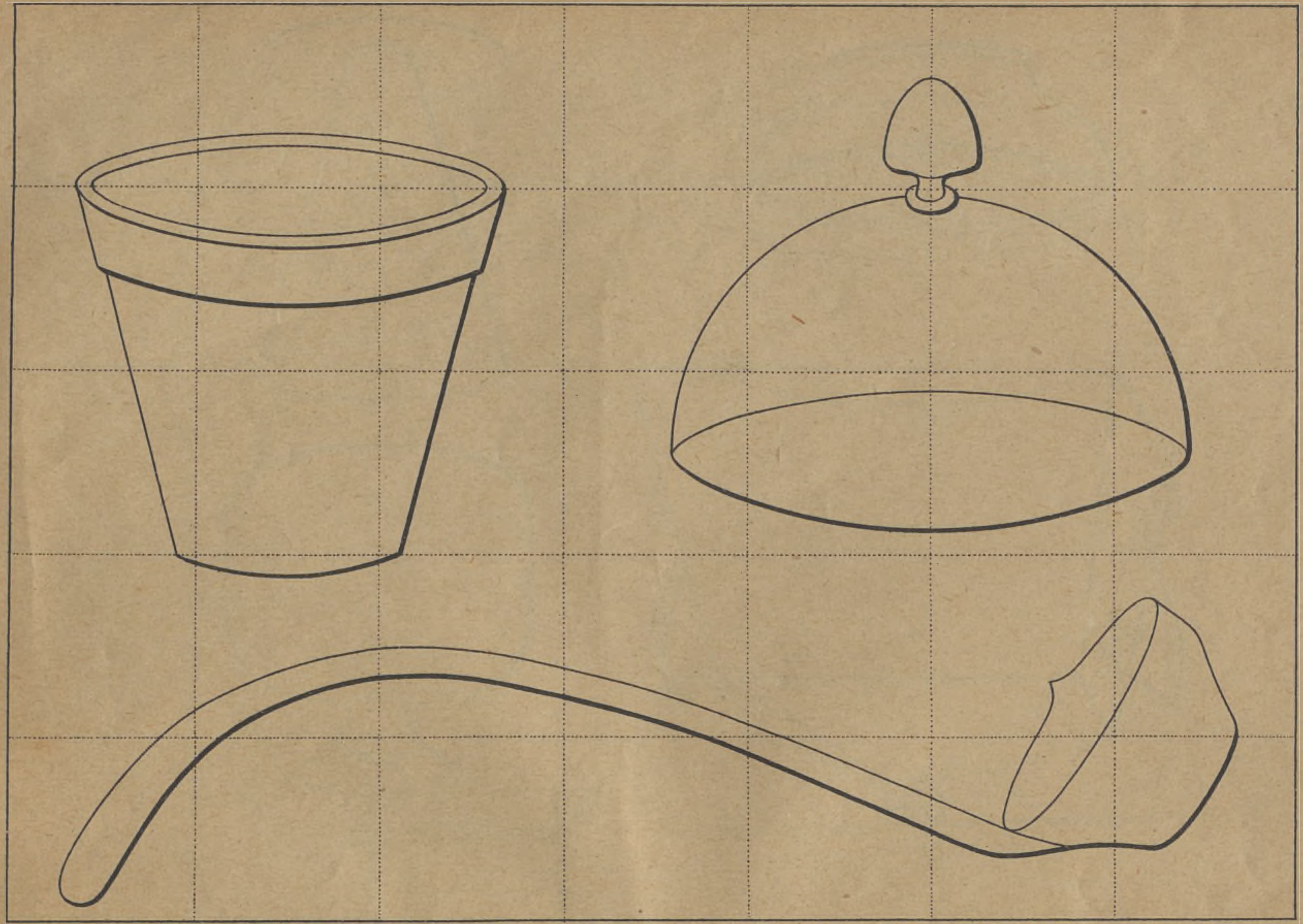


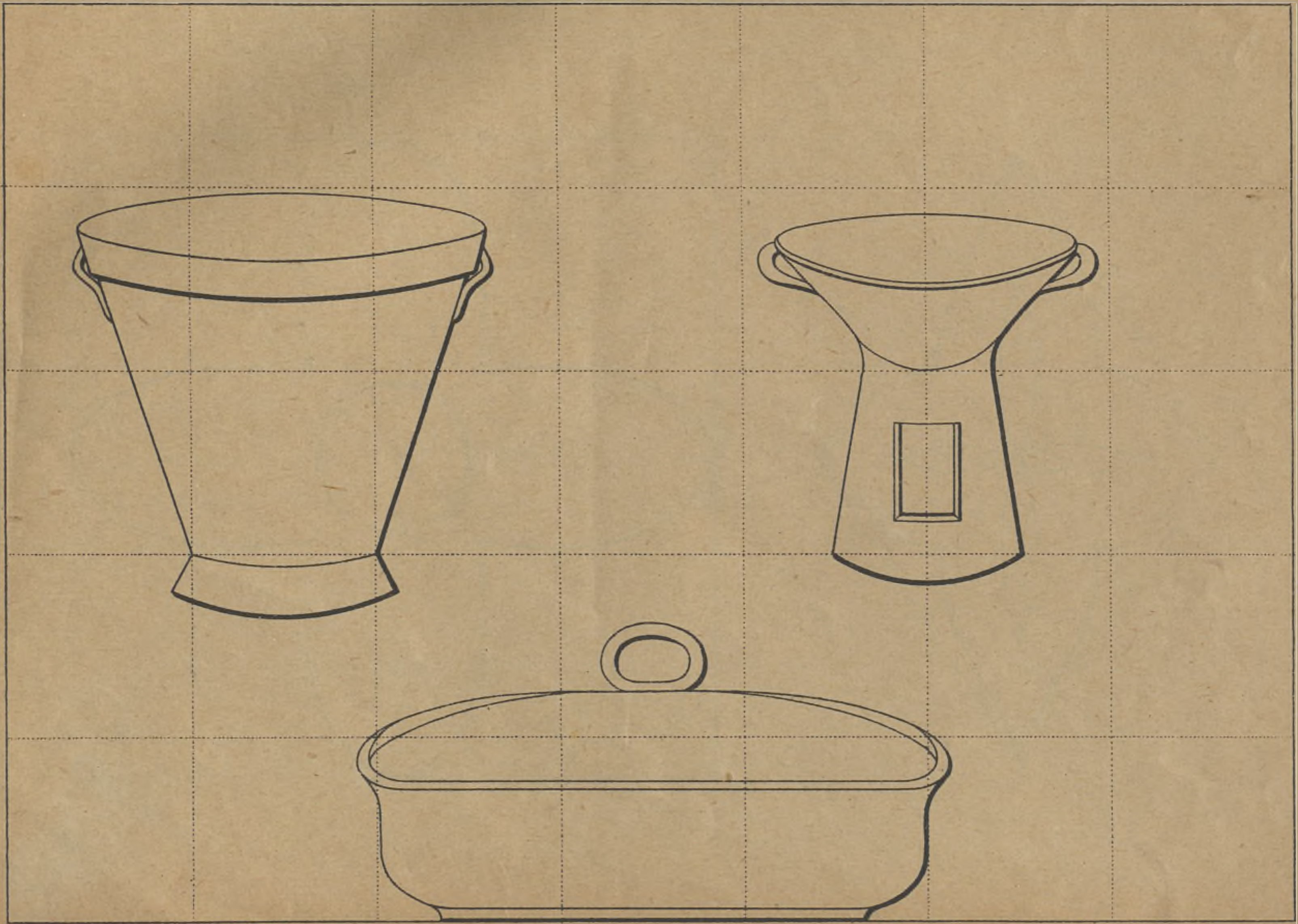
Fig. 57



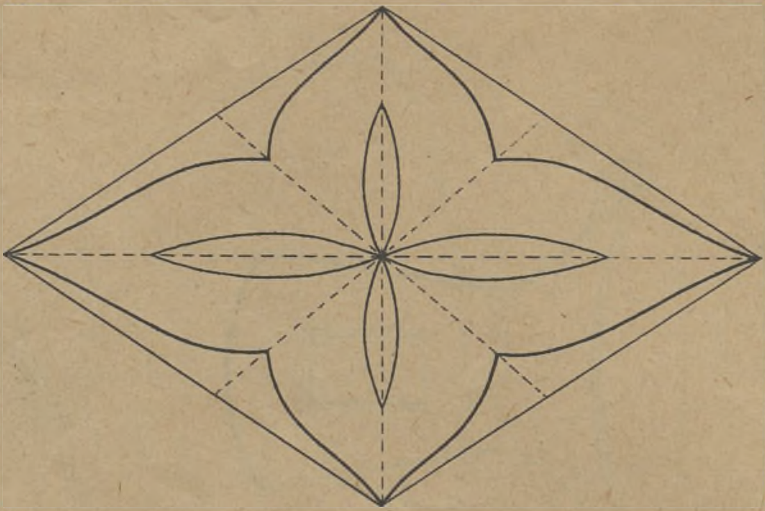

2

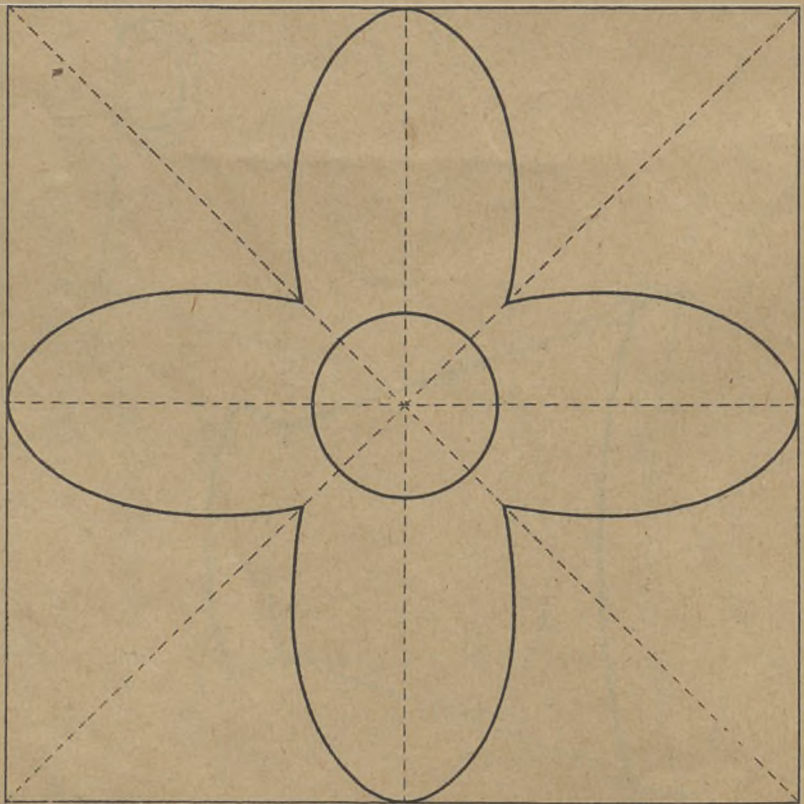






Estampa VI





2.º Curso

3.º Curso

Circunferência

Circunferência (fig. 1) é a linha plana fechada equidistante dum ponto interior que se chama *centro*.

O segmento *oe* (fig. 1), que vai do centro e termina na circunferência, denomina-se *raio*.

O segmento *cd* (fig. 1), que une quaiquer dois pontos da circunferência, chama-se *corda*, e *ab*, que passa pelo centro, tem o nome de *diâmetro*.

Dois quaisquer pontos da circunferencia dividem-na em duas partes que se chamam *arcos*.

Assim os pontos *c* e *d* (fig. 1) dividem a circunferência em dois arcos, $\widehat{cd}$ e *ctd*. Indica-se um arco pelas letras dos seus extremos com o sinal ⌢ colocado sôbre elas ou por três letras.

O diâmetro divide a circunferência em duas *semi-circunferências*.

A perpendicular *og* (fig. 1), tirada do centro para o meio da corda tem o nome de *apótema*.

Á recta que corta a circunferência em dois pontos *m* e *n* (fig. 1), tem o nome de *secante*.

Á recta *tt'* (fig. 1), que tem um ponto comum com a circunferência, dá-se o nome de *tangente*. O ponto *t*, comum à circunferência e à recta. diz-se de *contacto*.

Á porção do plano limitada pela circunferência (fig. 2) dá-se o nome de *círculo*.

Qualquer corda, *dc* (fig. 2), divide o círculo em duas partes que se chamam *segmentos* do círculo. O diâmetro divide o círculo em dois segmentos iguais que se chamam *semi-círculos*.

Tirando os raios de quaisquer pontos *m* e *n* da circunferência, a superfície do círculo (fig. 2) fica dividida em duas partes, uma *mon* e outra *mcno*, a cada uma das quais se chama *sector circular*.

Zona circular é a porção do circulo *abcd* compreendida entre duas cordas paralelas.

Fig. 1

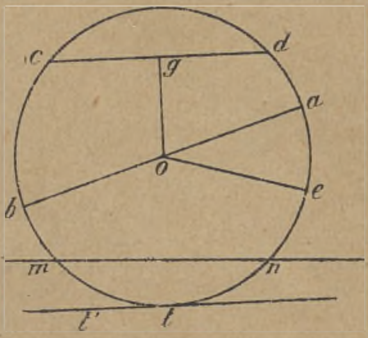
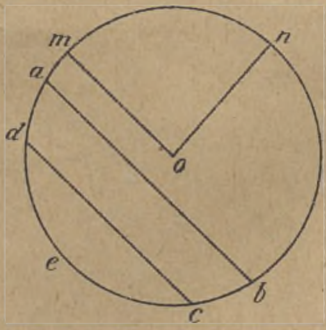


Fig. 2



A porção de círculo compreendida entre duas circunferências concêntricas (fig. 3) tem o nome de *coroa circular*.

Polígonos em geral. Dividindo uma circunferência em partes iguais e tirando cordas que unam estes pontos consecutivamente, dois a dois, resulta um polígono (fig. 4) que se diz *inscrito* no círculo.

Dividindo uma circunferência (fig. 5) em partes iguais e traçando nos pontos de divisão tangentes à circunferência, obtemos um polígono que se diz *circunscrito* ao círculo.

O polígono que tem todos os lados e ângulos iguais diz-se *regular* (fig. 4).

Centro de um polígono regular é o centro do círculo circunscrito a êsse polígono.

Apótema é a perpendicular *oa* tirada do centro para qualquer dos seus lados.

a) **Construções**

Dividir a circunferência o *em 2 partes iguais* (fig. 6). — Para dividir a circunferência *o* em duas partes iguais, basta tirar o diâmetro *ab*. Os pontos *a* e *b*, extremos do diâmetro, dividem a circunferência dada em duas partes iguais, *adb* e *acb*.

Dividir a circunferência o (fig. 7) *em 3 partes.*—Traça-se o diâmetro *cd* e, fazendo centro em *d* com o raio *do*, descreve-se o arco *goh*. A circunferência *o* fica dividida am 3 partes iguais $\frown{gc}$, $\frown{ch}$, $\frown{gh}$.

Obtém-se o triângulo inscrito unindo os pontos de divisão da circunferência dois a dois.

Dividir a circunferência o (fig. 8) *em 4 partes iguais*,—Traçam-se dois diâmetros perpendiculares entre si. Os pontos *a*,*c*, *b*,*d* dividem a circunferência em 4 partes iguais.

Unindo os pontos de divisão da circunferência dois a dois, obtem-se o quadrado nela inscrito.

Fig. 3

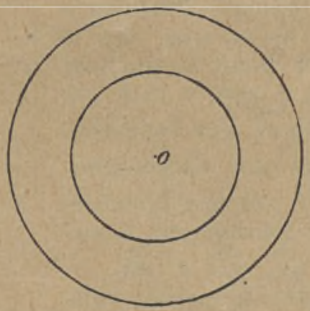


Fig. 4

Fig. 5

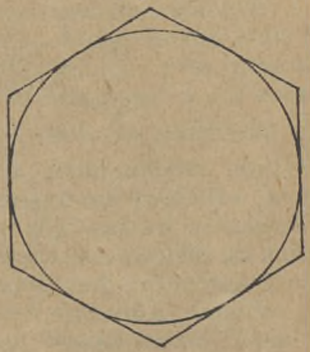


Fig. 6

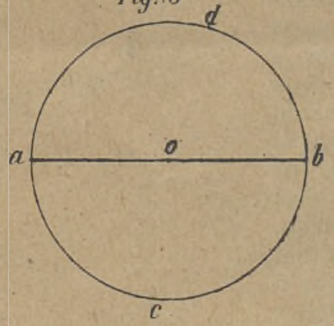


Fig. 7

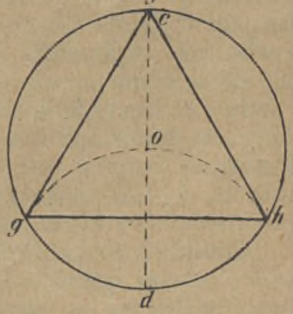
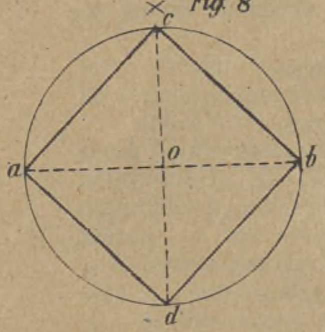


Fig. 8



Dividir a circunferência o (fig. 9) *em 5 partes iguais.*—Traça-se o diâmetro *ab* e o raio *od* que lhe é perpendicular. Do ponto *c*, meio de *ob*, como centro e com o raio *cd*, descreve-se o arco $\widehat{dl}$ que se marca sobre *de* que é $\frac{1}{5}$ da circunferência. Aplicando *dl* sôbre a circunferência *o*, têmo-la dividida em 5 partes iguais $\widehat{de}$, $\widehat{ef}$, $\widehat{fg}$, $\widehat{gh}$ e $\widehat{dh}$.

Unindo os pontos de divisão dois a dois, obtém-se o pentágono inscrito.

Dividir a circunferência o (fig. 10) *em 6 partes iguais.*—Traça-se o diâmetro *ab* e de cada um dos extremos *a* e *b* como centros e o raio *ao*, descrevem-se dois arcos $\widehat{eof}$, $\widehat{cod}$ que, interceptando a circunferência, a dividem em 6 partes iguais.

Traçando cordas que unam os pontos de divisão consecutivos, dois a dois, obtém-se o hexágono inscrito.

Dividir a circunferência o (fig. 11) *em 7 partes iguais* (construção aproximada).

Procede-se á divisão da circunferência em 3 partes iguais e traça-se a corda *cd*. Aplicando 7 vezes a partir de *a*, como corda, a grandeza *cf*, temos a circunferência dividida em 7 partes iguais aproximadamente.

Traçando cordas que unam os pontos de divisão consecutivos, dois a dois, obtém-se o heptágono inscrito.

Dividir a circunferência o (fig. 12) *em 8 partes iguais.*—Divide-se a circunferência em 4 partes iguais e cada um dêstes arcos se divide ao meio.

Obtém-se o octógono inscrito traçando cordas que unam os pontos de divisão consecutivos, dois a dois.

Dividir a circunferência em 9 partes iguais.—(fig. 13). (Construção aproximada). Traça-se o diâmetro *ab*, que se divide em 9 partes iguais, e de cada um dos extremos *a* e *b* do diâmentro, como centros, e raio *ab*, descrevem-se arcos que se cortam em *d*. Unindo o ponto *d* com a segunda divisão, temos a recta *dc* que determina sôbre a circunferência o ponto *c*. O arco $\widehat{ac}$ é aproxi-

Fig. 9

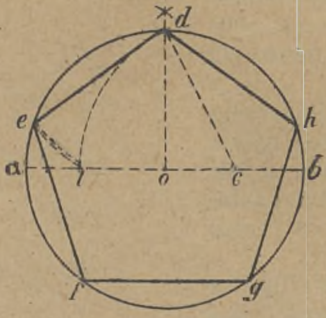


Fig. 10

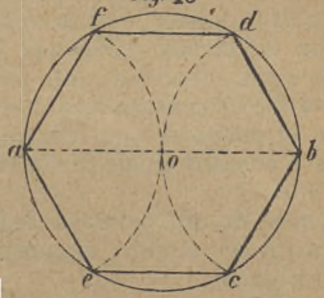


Fig. 11

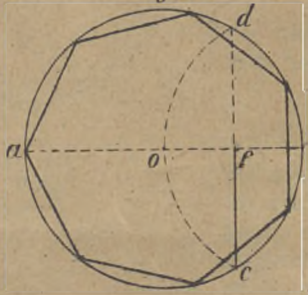


Fig. 12

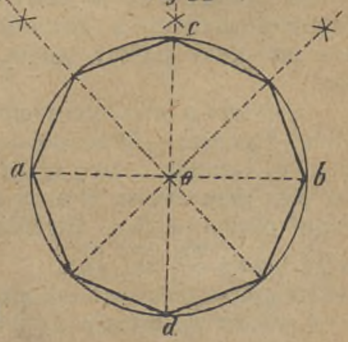
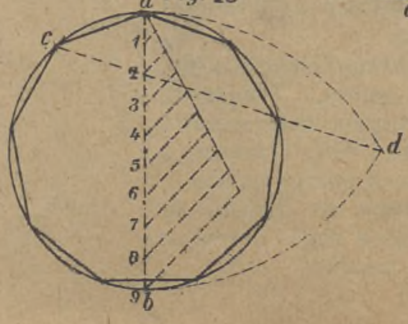
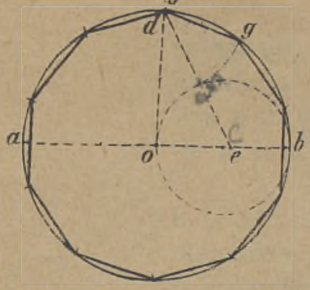


Fig. 13



madamente a nona parte da circunferência. Aplicando 9 vezes a corda do arco *ac* sôbre a circunferência, têmo-la dividida em nove partes iguais. Traçando as cordas, temos o eneágono.

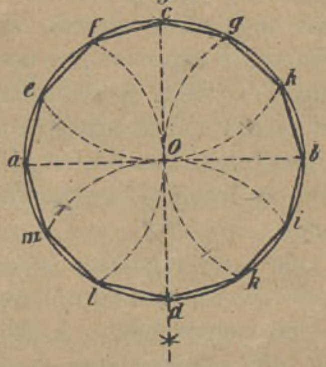
Fig. 14



Dividir a circunferência em 10 partes iguais (fig. 14).—Traça-se o diâmetro *ab* e o raio *od* perpendicular a êle. Com centro em *c*, meio do raio *ob*, descreve-se uma circunferência de raio *eb* a qual divide o segmento *de* em duas partes, uma das quais é *df*. Descrevendo com centro em *d o* arco $\widehat{fg}$ determina-se o arco $\widehat{dg}$ que é $\frac{1}{10}$ da circunferência, e aplicando-o sôbre ela obtemos os pontos de divisão da circunferência.

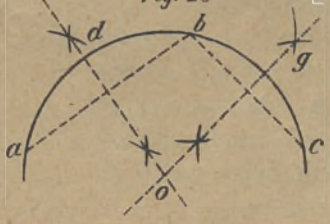
Traçando as cordas, temos o decágono inscrito.

Fig. 15



Dividir a circunferência o em 12 *partes iguais* (fig. 15).—Traçam-se dois diâmetros *ab* e *cd* perpendiculares entre si. De cada um dos pontos *a*,*b*,*c*,*d*, como centros, e raio *ao*, descrevem-se arcos que determinam sôbre a circunferência os pontos *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, *l* e *m*. Estes e os extremos dos diâmetros dividem a circunferência em 12 partes iguais. Traçando as cordas, temos o dodecágono inscrito.

Fig. 16



Descrever uma circunferência ou arco de circunferência que passe por três pontos, a,b *e* c, *não existentes em linha recta* (fig. 16).—Tirem-se os segmentos *ab* e *bc* e levantem-se ao meio dêles as perpendiculares *do* e *go*, que, cruzando-se no ponto *o*, determinam o centro da circunferência ou do arco procurado. Do ponto *o*, como centro e raio *oa*, descreve-se a circunferência que passa pelos pontos dados.

B

a) Segmentos de rectas proporcionais

Definições. Dois segmentos dizem-se proporcionais a outros dois quando a razão dos dois primeiros é igual á razão dos dois últimos.

Razão de dois segmentos é a razão dos números que exprimem os seus comprimentos referidos á mesma unidade.

Um segmento é *meio proporcional* de dois segmentos quando o seu comprimento é expresso por um número que é o meio geométrico entre os números que exprimem o comprimento dêstes. Um dêstes últimos chama-se *terceiro segmento proporcional*.

Diz-se que um segmento é o *quarto proporcional* de três outros quando o seu comprimento é expresso por um número que é o quarto termo da proporção na qual os outros três termos são os números que exprimem os comprimentos dos outros três segmentos.

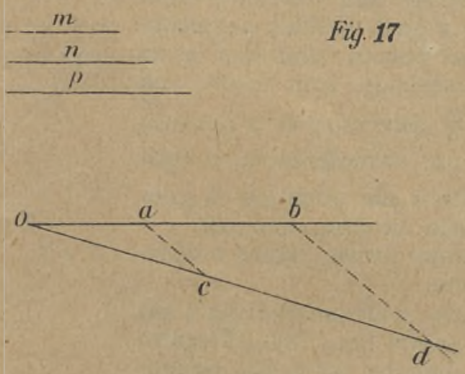


Fig. 17

Para construir o *quarto segmento proporcional* a três segmentos *m*. *n*. *p*. traçam-se duas rectas que formem um ângulo (fig 17) e marquem-se numa delas *oa* = *m*. *ab*=*n* e na outra *oc*=*p*.

Traça-se a recta *ac* e pelo ponto *b*, uma paralela a esta recta; o segmento *cd* é o quarto segmento proporcional.

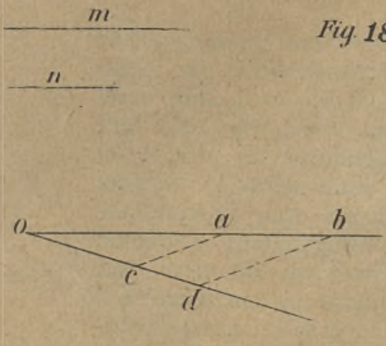


Fig. 18

Querendo construir o *terceiro segmento proporcional* a dois segmentos, *m* e *n*, sendo *n* o meio proporcional, traçam-se duas rectas que formem um ângulo (fig. 18) e marca-se sôbre uma delas *oa* = *m*

$ab = n$, e sôbre a outra $oc = n$.

Traça-se a recta ac e pelo ponto b, uma paralela a esta recta: o segmento cd é o terceiro segmento proporcional.

Para construir o *segmento meio proporcional* a dois segmentos dados, m e n, marca-se sôbre uma recta (fig. 19) $ab = m$ e $bc = n$ e descreve-se sôbre ac como diâmetro uma semi-circunferência; a perpendicular bd, é o segmento meio proporcional aos segmentos dados.

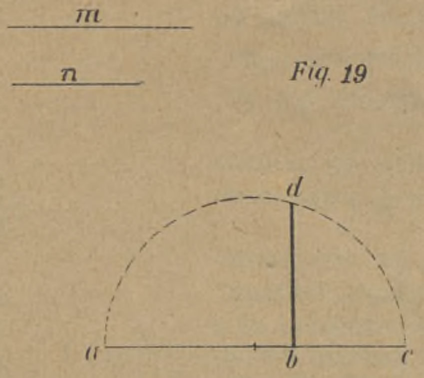


Fig. 19

b) Escalas

Da relação de semelhança entre as figuras provém, naturalmente, a noção de *escala*.

Umas vezes temos de representar nos desenhos grandezas naturais cujas dimensões excedem muito as do papel, outras vezes grandezas cujas dimensões são muito pequenas e seria difícil compreendê-las nos seus detalhes: constroem-se, pois, figuras semelhantes, reduzidas no primeiro caso e ampliadas no segundo.

Escala numérica é a razão que existe entre um objecto e o seu desenho ou entre um desenho e a sua reprodução.

Assim, quando dizemos que um desenho está feito na escala $\frac{1}{1000}$ deve entender-se que todas as grandezas lineares se acham reduzidas de 1000 vezes, relativamente as suas homólogas naturais.

Passa-se da grandeza natural para o desenho dividindo-a pelo denominador da escala; e, inversamente, da grandeza do desenho para a sua homóloga natural, multiplicando-a pelo denominador da escala.

Assim 328 metros de grandeza natural são na escala $\frac{1}{1000}$, $\frac{328}{1000}$ ou $0^m,328$ no desenho.

Na mesma escala 12 milímetros no desenho correspondem a $0^m,012 \times 1000 = 12$ metros de grandeza natural.

Escala gráfica. — As *escalas gráficas* são figuras geométricas que sem dependência de cálculo nos dão a razão entre a grandeza natural e o desenho.

A escala gráfica simples, ou duma só linha, é um segmento de recta dividido em partes iguais, com indicação das grandezas naturais que lhes correspondem na escala numérica de que êle é a representação gráfica.

— Para construir a escala gráfica de $\frac{1}{20}$ em que 5^{cm} valem 1^m, traça-se um segmento de recta que se divide em partes iguais entre si e iguais a 5^{cm}, por exemplo (fig. 20) e marcam-se nas divisões 0^m——1^m——2^m etc.

A' esquerda da primeira divisão 0—1 há outra igual, denominada *talão* da escala, subdividida em dez partes iguais a 5^{mm}, equivalendo cada uma, portanto, a 1^{dm}

Fig. 20 — *Escala* $\frac{1}{20}$

A fig. 21 é a escala gráfica de $\frac{1}{100}$ em metros e decímetros representados, respectivamente, por 1^{cm} e 1^{mm}

Na figura 22 acha-se representada a *escála composta* de $\frac{1}{20}$ que se obtem do seguinte modo:

Constrói-se sôbre *ax* a escala simples de $\frac{1}{20}$ como deixamos indicado; em *a* traça-se a perpendicular *ab* a *ax* sôbre a qual se marcam dez divisões iguais entre si, mas de grandeza arbitrária, e por estes ponto. de divisão traçam-se paralelas a *ax*s Sôbre *bl* marcam-se divisões iguais as que se marcaram sôbre *ax*.

Unindo o ponto *o* da recta *ax* com o *1* da recta *bl*, o *1* daquela com o *2* desta, o *2* com o *3* e assim por diante, até unir o *9* com o *10*, temos construído a escala na qual *1—p=0,1; 2—q=0,2; 3—s=0,3 etc.*

Do mesmo modo se constrói qualquer outra escala composta.

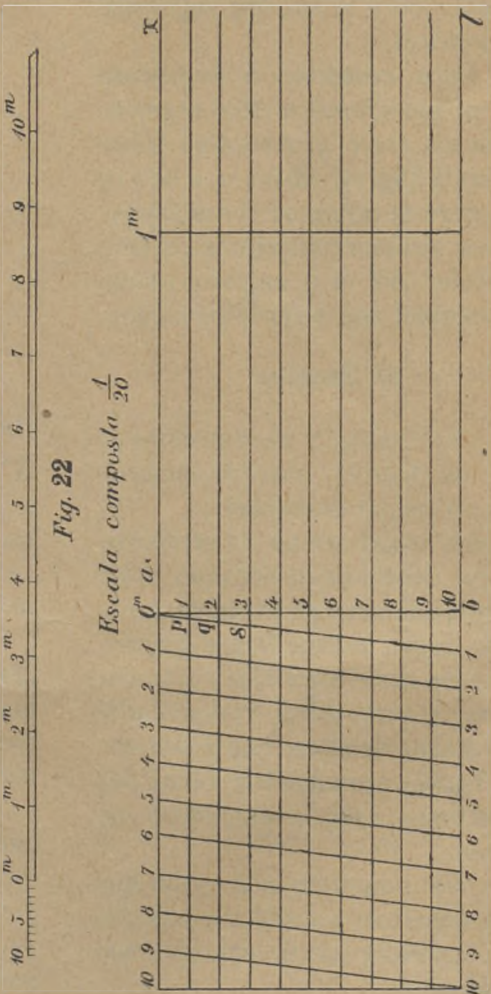
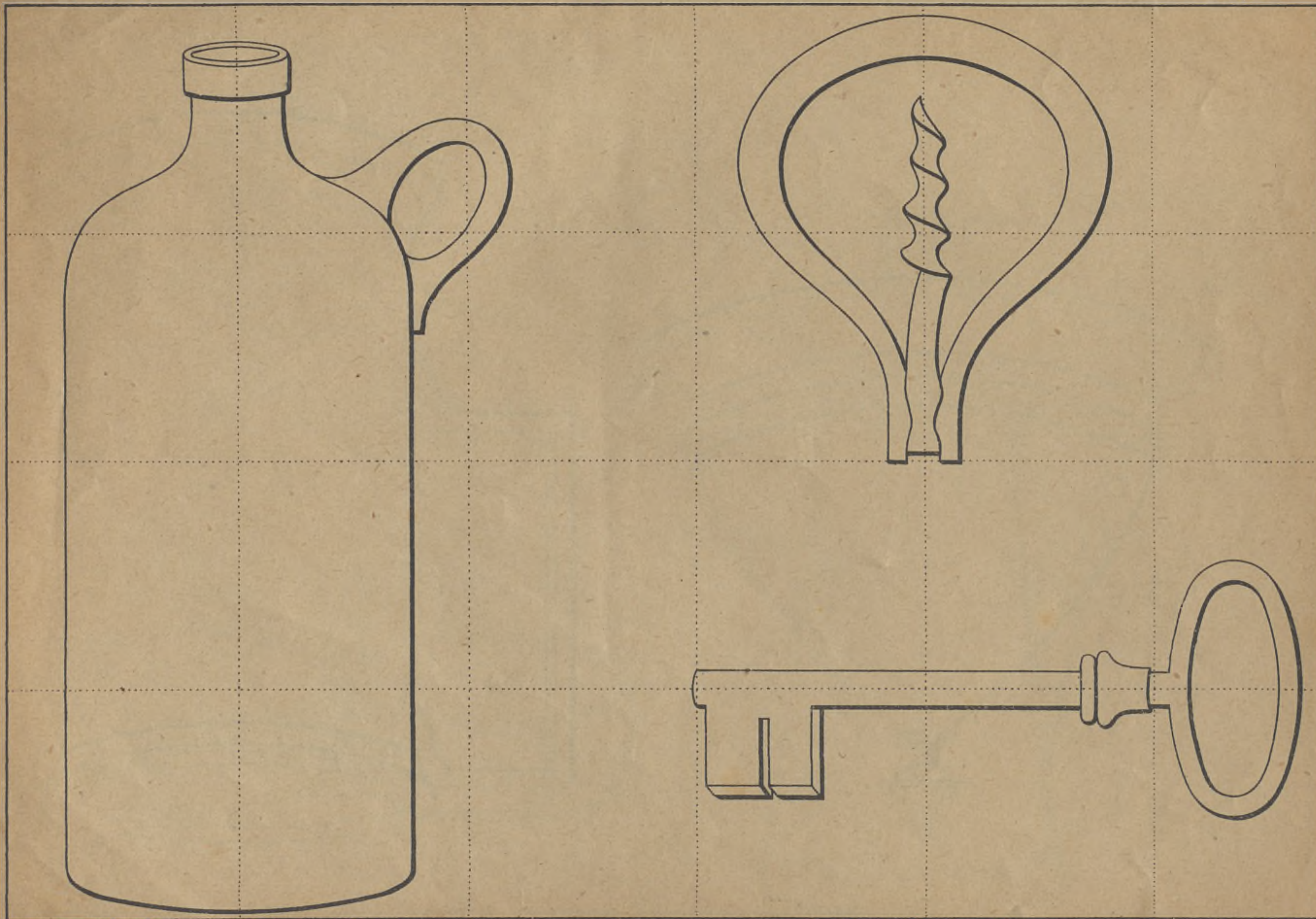
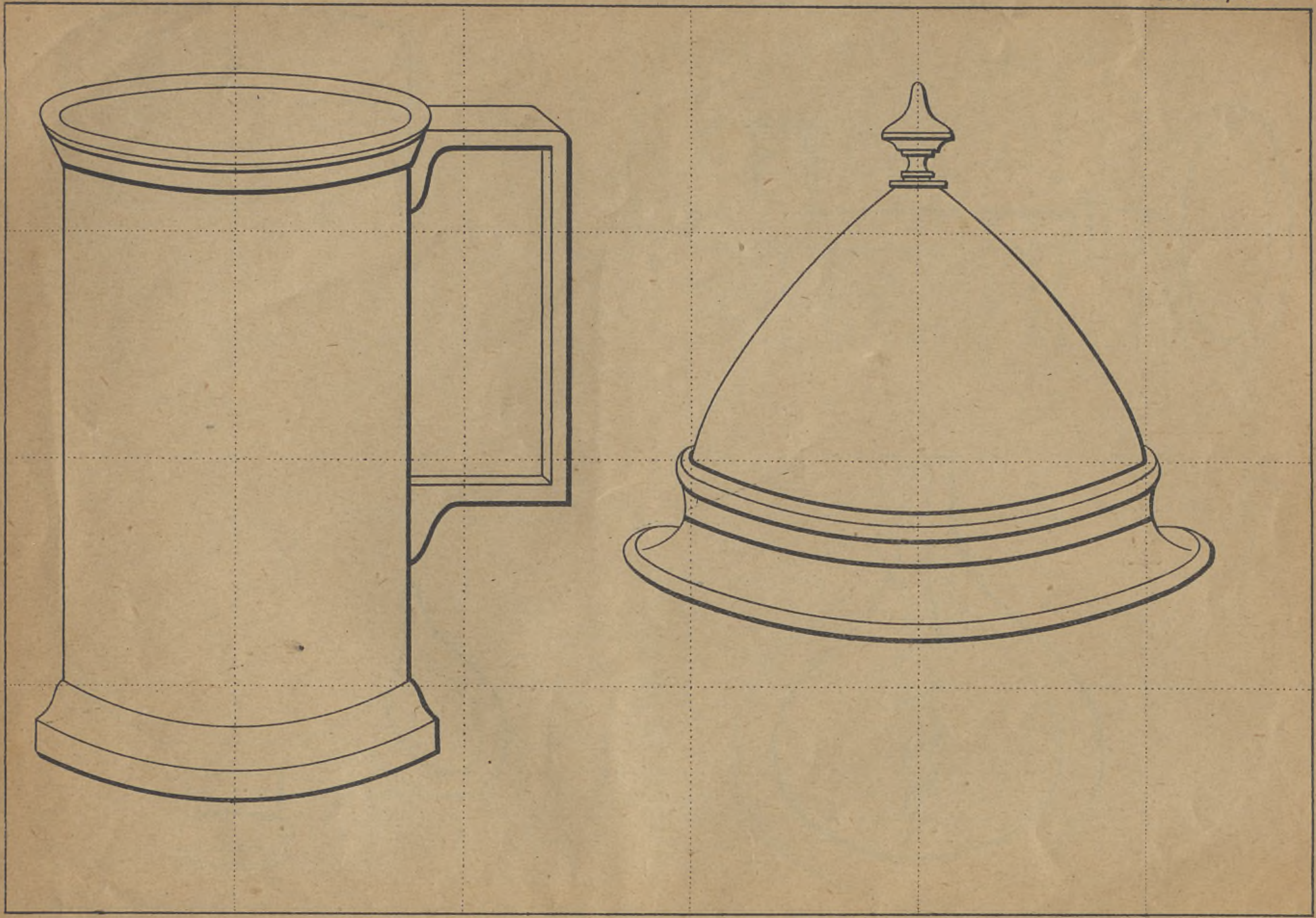


Fig. 21 Escala $\frac{1}{100}$

Fig. 22 Escala composta $\frac{1}{20}$





Estampa IV

3.º Curso